ucsh

UNIVERSIDAD CATOLICA
SILVA HENRIQUEZ

FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias
Departamento de Educación Matemática

LOS ESQUEMAS CONCEPTUALES: UNA ESTRATEGIA PARA LA ENSEÑANZA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
BAHAMONDES VALENZUELA, NICOLAS S.
VALENZUELA JIMENEZ, DANIELA V.

PROFESOR GUÍA:
CARLOS GOMEZ CASTRO

SANTIAGO, CHILE
2011

INDICE

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y SU JUSTIFICACIÓN

Este trabajo de investigación propone una estrategia para la resolución de problemas, apoyándose en la teoría de los esquemas conceptuales originaria de Gerard Vergnaud, como facilitador en la transición de la aritmética al álgebra, específicamente la utilización de esquemas o estructuras aditivas en niveles educativos donde el desconocimiento algebraico genera grandes dificultades, y a la vez, se utiliza los postulados de Allan Schoenfeld para comprender el proceso que involucra la resolución de problemas. La transición de la aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas dentro de las matemáticas en la enseñanza media. Sin embargo, presenta obstáculos que la mayoría de los estudiantes encuentran muy difíciles de superar. En 1977, grupos de investigación en didáctica del algebra fueron pioneros en comenzar a comprender este camino, estableciéndose como objetivo principal en su investigación , la transición de la aritmética al álgebra, variables e incógnitas, ecuaciones y resolución de ecuaciones y problemas verbales algebraicos (Kieran, 2006).

El potencial uso de los esquemas conceptuales los podemos evidenciar en distintas investigaciones, respecto a su utilización en trabajar las dificultades que surgen en la transición del pensamiento aritmético al algebraico. Dentro de las dificultades, podemos destacar al contenido algebraico como se enseña, comenzando con fuentes limitadas de significados, por lo general, se comienza su explicación con la base del dominio numérico obtenido en cursos anteriores, marginando ideas primordiales interrelacionadas con dominios matemáticos esenciales. Respecto a la aritmética, pose una estructura de enseñanza procedimental, generando en los estudiantes pensamientos en operaciones que usan para resolver un problema, en vez de en las operaciones que deberían usar para representar las relaciones existentes en el mismo.

Allan Schoenfeld y Gerard Vergnaud son nuestros especialistas que nos ayudaran a comprender realidad a estudiar, señalando que “la utilización de los esquemas puede ayudar a la hora de expresar las relaciones entre cantidades presentes en problemas”, destacando la utilización de esquemas aditivos como medios para comprender el desarrollo de una ecuación, siendo que estudiantes no son capaces aun de desarrollarlas algebraicamente. (Friedlander, 1996), trata de comprender esta problemática señalando que su uso libera al estudiante del desarrollo de cálculos y trabajo algebraico, promoviendo la expansión del campo de los conceptos de algebra que pueden desarrollarse en este nivel, permite un movimiento libre de vaivén entre el mundo de los números y del algebra y presenta un medio en el cual el uso del algebra es una necesidad natural, más que un requisito arbitrario.

Reconociendo las características de los esquemas como agente de cambio que permite una mejor comprensión en la enseñanza de las matemáticas, planteamos como metodología de investigación un estudio de casos, pretendiendo evaluar los comportamientos de dos cursos de primer año medio del Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno Larraín, ubicado en la comuna de Puente Alto, esencialmente, al momento de resolver problemas algebraicos.

La estructura de nuestra metodología se divide en dos fases; la primera consiste en una familiarización a los estudiantes con las características esenciales de los esquemas y su lenguaje, y la segunda está centrada en la resolución de problemas algebraicos, destacando el elemento diferenciador con otras investigaciones debido que contempla el requerimiento de instruir a los alumnos en la resolución de problema, seleccionando el método de los esquemas conceptuales como la estrategia que permitirá la transición del contenido aritmético para la comprensión del algebraico.

Los esquemas o estructuras aditivas es una aplicación de los modelos conceptuales de Vergnaud respecto a la resolución de problemas. En él se presenta una descripción detallada de los modelos conceptuales y su aplicación a la resolución de problemas, caracterizando una clasificación de relaciones aditivas de base para reconocer los problemas de adicción y sustracción en la aritmética:

I. La constitución de dos medidas en una tercera.
II. La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final.
III. La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.

IV. La estructura de dos transformaciones.
V. La transformación de una relación.
VI. La constitución de dos relaciones.

Como objetivo principal para nuestra investigación es analizar a través de un instrumento evaluativo aplicado a alumnos de primero medio, el uso de los esquemas aditivos a la resolución de problemas. Pero cabe mencionar, la importancia de separar la relación existente del uso de esquemas y una aproximación de lenguaje algebraico, efectuando un análisis desde dos perspectivas: la primera vinculada al estudiante como resolvedor de problemas respecto a su comprensión analítica - lectora, y la utilización del esquema en la resolución del problema.

Para (Filloy, Puig, & Rojano, Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach, 2008), describen cuando un estudiante se afronta un problema verbal el procedimiento que irrumpe es una lectura analítica identificando la información relevante, sea cantidades o expresiones, y establece relaciones poco coherentes entre ellas. Ante esta situación podríamos pensar en la existencia de una dependencia entre la lectura realizada y el lenguaje empleado en la resolución, es decir una lectura algebraica implicaría el uso del lenguaje algebraico y de igual forma una lectura aritmética acarrearía el uso del lenguaje aritmético. Sin embargo, esta consideración no es cierta tal y como se puede ver en (Arnau, 2010).

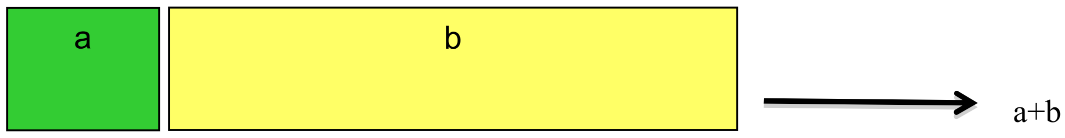
Para lograr una mejor comprensión en el proceso de resolución de problemas, trabajamos con Allan Schoenfeld, con la finalidad de entender el procedimiento realizado por el estudiante al efectuar un esquema conceptual. Schoenfeld postula cuatro momentos primordiales en la resolución de problemas que realiza un sujeto al momento de tratar de encontrar una solución:

a) Análisis y comprensión del problema
b) Diseñar y planificar la solución
c) Explorar soluciones
d) Verificar

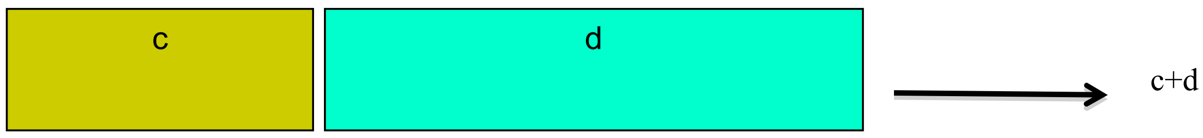
Respecto al problema en sí, se trabajara con la estructura de diagramas en forma de grafos o rectángulos, originados de una aplicación de grafo trinomial ideada por (Fridman, 1990) con la particularidad, que estos grafos simbolizan una lectura analítica de un problema verbal aritmético-algebraico. Para lograr una mejor comprensión, visualicemos los siguientes ejemplos:

Esquema parte-todo. Problemas aditivos de cambio y composición

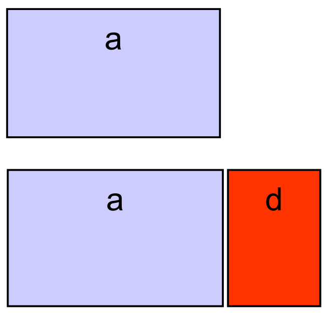
Situación 1



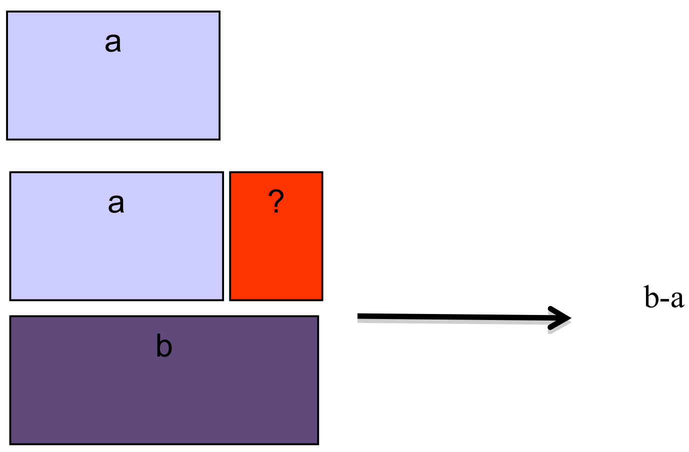
Situación 2



Esquema comparación. Problemas aditivos de comparación

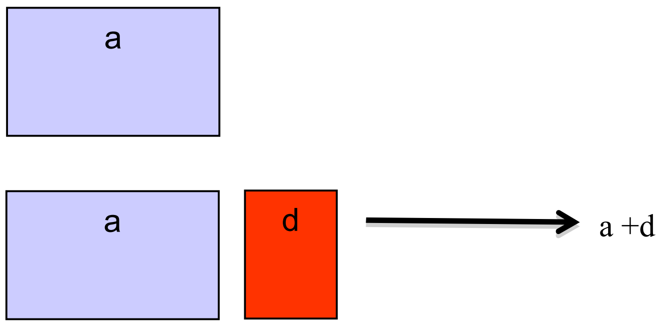


Situación 1



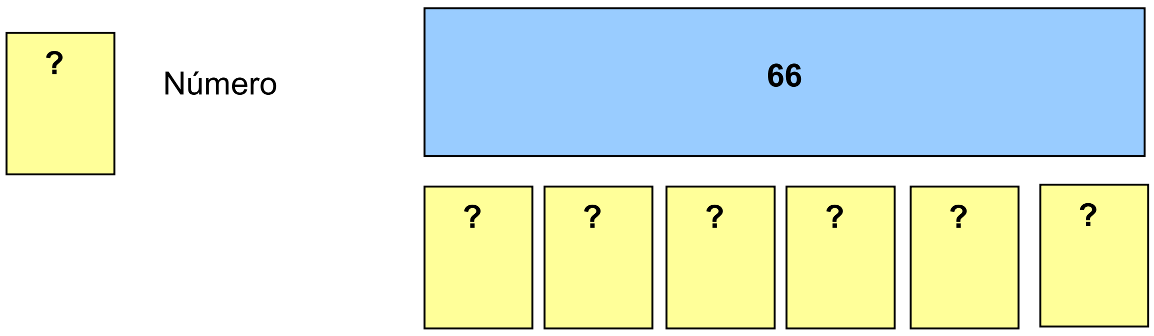
La diferencia de dos números es "b" tiene lo que tiene "a" más una diferencia "a" tiene "d" menos que b

Situación 2



Con la finalidad de comprender mejor esta estrategia, ejemplificaremos una situación para lograr su mejor conocimiento:

¿Cuál es el número que aumentado en 66 es 6 veces el mismo número?



Para el esquema anterior se pueden ejecutar se puede ejecutar la siguiente operatoria:

66:6= 11.

Por lo tanto, el número hallado es 11.

Al realizar una lectura del esquema anterior, el problema se podría resolver con un procedimiento aritmético logrando levantar una hipótesis al considerar un número desconocido, definiéndose como "?", además del enunciado del problema se conocía el aumento de 66 y su representación en 6 veces el mismo número, logrando representar 6 cuadrados, pero en el paso anterior, se considera el exceso constituyendo esa cantidad debido que se había pensado un numero 66 veces superior.

Los esquemas posee esta principal característica evidenciada en el ejemplo anterior, al realizar el análisis de un problema ayuda en gran consideración al alumno en su lectura y comprensión. Respecto al esquema, podemos identificar la existencia de una igualdad de superficies entre la cantidad conocida y desconocida representada por "?", permitiendo hallar la cantidad desconocida por medio de la cantidad conocida.

Si utilizamos el lenguaje algebraico en una lectura aritmética, surge una ecuación aritmética, el ejemplo anterior nos permite visualizar la posibilidad de relacionar el lenguaje algebraico con una lectura aritmética. Además nace la dificultad de designar un perfil aritmético o algebraico en la resolución de problemas, llevando a analizar y reflexionar sobre los tipos de caminos de resoluciones al disponer la lectura con el lenguaje. (Filloy & Rojano, Solving equations: The transition from arithmetic to algebra, 1989) (Programas, 2011) designan ecuaciones aritméticas a aquellas en las cuales no es necesaria operar con la incógnita para su resolución. En oposición designaremos ecuaciones algebraicas a aquellas en las que sí es requisito operar con la incógnita para resolverla.

Hay soluciones no contempladas en esta investigación, debido que es posible producir un proceso de ensayo y error al momento de resolver una ecuación utilizando un esquema. Para focalizar nuestro estudio, decidimos no incluir los esquemas multiplicativos y la combinación de ensayo y error, con la finalidad de realizar un estudio meticuloso del tema, y a la vez, dejamos estos temas marginados para futuras investigaciones.

Para los esquemas o estructuras aditivas, respecto a la resolución de problemas, su fortaleza está basada en dos momentos esenciales para su comprensión, el primero necesita operar con algo desconocido requiriendo el uso de un lenguaje acorde para la utilización de esquemas, con el requisito de ser análogo al lenguaje algebraico. Segundo, la representación de un problema aditivo se puede realizar por comparación, composición y cambio. Focalizándonos en dichas ideas, creemos que es razonable pensar que los esquemas aditivos son un antecesor en la enseñanza de la resolución de problemas algebraicos, tratando de prescindir dificultades en el lenguaje algebraico. Pero, hemos evidenciado que la estrategia de los esquemas ayuda a la resolución de distintos problemas, propiciando un alto nivel de acercamiento al álgebra, lo cual, se requiere efectuar una enseñanza de estos esquemas, tratando de prescindir el surgimiento de estrategias espontáneas, los cuales no ayudan a la transición del álgebra que trata de indagar esta investigación.

ANTECEDENTES TEÓRICOS Y/O EMPÍRICOS OBSERVADOS.

De acuerdo a las orientaciones didácticas que aparecen en el Programa modificado desde séptimo básico a primero medio, la unidad llamada algebra en primero medio, aparece como continuación directa de las unidades relativas a números y álgebra de séptimo y octavo básico y "focaliza el aprendizaje en la relación entre la aritmética y el álgebra, en especial en el ámbito de las fracciones; en el uso y la interpretación de la sintaxis del lenguaje algebraico enfatizando el concepto de potencia con exponente entero y la operatoria con expresiones fraccionarias" (Programas, 2011)

A continuación, en el mismo texto, se abordan algunos de los problemas que suelen presentar los alumnos en este tema y se sugiere que, para lograr un aprendizaje más profundo, se oriente a los estudiantes a verbalizar el significado de las operaciones y establecer la relación existente con la aritmética. Lo que se pretende, en definitiva, es que los estudiantes no sólo aprendan procedimientos algorítmicos relativos a la operatoria algebraica "sino que, fundamentalmente, para que alumnas y alumnos valoren el lenguaje algebraico como una herramienta generalizadora y continúen sus procesos personales de desarrollo del pensamiento matemático, las utilicen para modelar situaciones y recurran a ellas para resolver problemas".

En relación con los aprendizajes de los alumnos y alumnas, en particular se espera que ellos:

1. Expresen en forma algebraica categorías de números enteros valorando el nivel de generalización que permite el lenguaje algebraico y su poder de síntesis.

2. Expliquen y expresen algebraicamente relaciones cuantitativas incluidas en problemas y desafíos. Resuelvan esos problemas y analicen las soluciones.

3. Apliquen sus conocimientos sobre algebra para el análisis y resolución de problemas, en especial en el ámbito de las ciencias naturales, valorando el aporte generalizador del álgebra.

Para abordar el álgebra, se propone focalizar el trabajo en una comprensión más profunda de relación que existe entre la representación algebraica y los números, intentando darle un sentido a los números y a las expresiones representadas por letras y símbolos. Esto debido a que una de las dificultades que tiene la comprensión del álgebra por parte de los estudiantes es que no logran "ver" qué es lo que hay realmente detrás de esos símbolos, lo que produce, entre otras cosas, que no logren visualizar las transformaciones posibles y que son muy importantes al momento de aplicar la operatoria.

Otra de las dificultades frecuentes son los vacíos de conocimientos anteriores, especialmente la operatoria de números enteros y la operatoria algebraica básica (factorización y reducción de términos semejantes especialmente). Esta situación impide el avance de muchos estudiantes quienes, si bien logran comprender el concepto de simplificación algebraica, no pueden resolver los ejercicios, pues no logran "ver" las transformaciones necesarias en las expresiones algebraicas involucradas que hacen posible aplicar las propiedades que permiten la simplificación. Por ello se propone un trabajo previo para retomar estos temas y darles un sentido y una comprensión más profunda por parte de los estudiantes.

Respecto a la resolución de problemas, el MINEDUC establece como objetivos mínimos en el plan de estudio de álgebra, el trabajo de resolución de problemas como un modelamiento que involucre ecuaciones literales de primer grado. El consorcio propuesto entre modelamiento y ecuaciones literales de primer grado limita al estudiante a un trabajo específico de álgebra escolar. Este modelamiento establece una lógica de pensamiento aritmético sin generar el pensamiento algebraico en el estudiante, forjando consecuencias de obstáculos en su entendimiento. Por lo tanto, para enfrentar estos obstáculos nos basaremos en el trabajo presentado por Gérard Vergnaud, quien plantea una "Trilogía Matemática". Esta consiste en establecer tres áreas dentro de la resolución de problemas por medio del algebra:

- Conceptos
- Significado
- Significante

Estos elementos representan cada aspecto involucrado en el trabajo matemático, de tal forma que pueda utilizar los esquemas aditivos y así de sentido al estudiante lo que está trabajando. En forma general, el Concepto representa el problema en sí mismo, el Significado representa el sentido que le produce al significante el trabajo del problema y la relación con las situaciones generadas a partir de ese problema. Y por último, el Significante, que es sencillamente el Alumno que se enfrenta a la situación.

En general, la característica principal de este enfoque es la visualización completa dado el esquema aditivo, que representa a través de áreas el concepto de igualdad, lo cual con el álgebra tradición es más complejo de visualizar.

Para apoyar a Gérard Vergnaud, tenemos a Allan Schoenfeld, matemático norteamericano quien estableció que es necesario desarrollar los siguientes elementos para lograr un óptimo trabajo en la resolución de problema:

- Recursos o Recursos Cognitivos
- Heurística
- Control o Metacognición
- Creencias

La primera corresponde a los conocimientos previos que posee el estudiante. La segunda corresponde a un grupo de estrategias

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Serán los esquemas aditivos una herramienta proveedora en el desarrollo heurístico en la resolución de problemas para lograr un planteamiento algebraico en alumnos de primer año de enseñanza media?

OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS.

Objetivo General:

Analizar a través de un instrumento evaluativo aplicado a alumnos de primero medio, el uso de los esquemas aditivos a la resolución de problemas

Objetivos Específicos:

- Proporcionar un encuadre teórico a las investigaciones sobre las actividades cognitivas complejas, especialmente referidas a los aprendizajes científicos y técnicos.
- Explicar la relación entre significados y significantes
- Caracterizar la significancia de los esquemas aditivos
- Delimitar las situaciones problemáticas fundamentales que incorporan el uso de los esquemas aditivos; abarcando los aspectos heurísticos y fenomenológicos.
- Desarrollar procedimientos de diagnóstico que permitan, en un momento dado, interpretar el modelo mental que construyen los alumnos, sobre la resolución de problemas.

CAPITULO II: MARCO TEÓRICO-REFERENCIAL

En este apartado se presentan los lineamientos teóricos referenciales para esta investigación. Comenzamos con la teoría de Jean Piaget, quien entrega una noción sobre los estadios cognitivos y como estos construyen el conocimiento de acuerdo a sus edades. Prosigue Lev Vygotski, quien propone la teoría sociocognitiva, como un proceso de mediación en la interacción de nuestros estudiantes y el profesor para producir el proceso de aprendizaje.

Como base para esta investigación se trabaja con la Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud y sus esquemas aditivos. Establece esta teoría con los cimientos presentados por Piaget, respecto al desarrollo de esquemas en las etapas de desarrollo cognitivo, y Vygotski, al proceso pues reconoce la necesidad de significancia en los elementos aritméticos y algebraicos como un todo. Dando el valor real al signo de igualdad, generando un concepto concreto y visual para el estudiante a través de "esquema geométrico". Por último, Allan Schoenfeld, quien indica un procedimiento para la resolución de problemas, a partir de los esquemas presentados por Vergnaud.

Nuestra investigación se basa en las características heurísticas de nuestros estudiantes, teniendo una fuerte influencia en la teoría constructivista desarrollada por Jean Piaget y el proceso de construcción social de Lev Vygotski.

Debemos reconocer la particularidad de la teoría propuesta por Jean Piaget y su clasificación en etapas, manifestada en los estadios de desarrollo cognitivo, las cuales para esta investigación establecen requerimientos y desarrollos mínimos relacionados entre lo intelectual y lo biológico, traduciéndose en las habilidades que se pueden potenciar en los estudiantes. Debido a nuestro enfoque etario, nuestra etapa es la de operaciones formales, dado el tipo de educación en Chile podemos suponer que a diferencia de la época de Piaget, y comparada a nuestra realidad, existe una extensión en las operaciones concretas que puede llegar hasta los 13 años (séptimo año básico), es por esto, que nuestro inicio para las operaciones formales es en este nivel. Como docentes, para poder aplicar esta metodología debemos cerrar este ciclo, de lo contrario nuestro estudiante mantendrá una lógica rígida y poco flexible, dificultando los procesos de construcción social y creatividad al momento de enfrentar problemas matemáticos o cotidianos.

El proceso de construcción social al cual se hace mención en el párrafo anterior, tiene sus cimientos en el psicólogo ruso Lev Vygotski, quien establece las relaciones del sujeto respecto a la sociedad (aula), generando la no comprensión del desarrollo del individuo si este desconoce la cultura de origen, es decir, el desarrollo intelectual de un sujeto no puede concebirse como independiente del medio en que se encuentra.

En educación, Vygotski se plantea como objetivo la evolución de la personalidad del estudiante, con la finalidad de la enseñanza del contenido es un medio para conseguir el progreso. Este desarrollo está vinculado con el potencial creativo del estudiante, lo que lleva que la práctica docente le corresponde producir situaciones para declarar y exponer el potencial.

Las influencias visibles en Vygotski es la perspectiva de Engels, trabajando el uso de instrumentos o herramientas como puentes en que el ser humano muta de naturaleza, produciendo así la extensión de esta visión con el uso de los signos como medios de cambios de interacciones humanas, narrando respecto a las funciones psicológicas superiores como las capaces de combinar la herramienta y el signo en una actividad psicológica. El ser humano nace con destrezas mentales básicas comunes para todos, entre las cuales está la percepción, la atención y la memoria. Generando la socialización con otros sujetos de mayor experiencia, estas destrezas evolucionan en funciones mentales superiores. (Molon, 1995), refiere los intereses de Vygotski respecto a la psicología, desde su origen en la inquietud por la génesis de la cultura. Comprender al ser humano como forjador de la cultura se opone a la psicología clásica, respecto a su visión, no generaba respuestas necesarias a los procesos de individualización y dispositivos psicológicos.

Dispuesto a lo anterior, nuestros estudiantes serán capaces de establecer pensamiento matemático a través de la interacción con sus pares explicando el proceso mental desarrollado para encontrar la solución al problema planteado, de esta manera, el estudiante observara diferentes razonamientos y prioridades al momento de resolver un problema, demostrando así que independiente a la jerarquización de los datos entregados por el problema, estos llevan al mismo resultado.

A continuación explicaremos las teorías constructivistas de Piaget y Vygotski:

JEAN PIAGET: TEORÍA CONTRUCTIVISTA

Jean Piaget destacado investigador Suizo y uno de los precursores de la teoría constructivista, se transformó en uno de los representantes más trascendentales de la psicología evolutiva y epistemología; realizando investigaciones respecto al desarrollo del pensamiento, específicamente en la forma de idear el desarrollo del niño. Especulaba que los niños trabajan activamente el conocimiento de su contexto, empleando lo que saben y dilucidando nuevos acontecimientos y objetos. Su investigación tiene como eje focal la adquisición del conocimiento en su desarrollo, especialmente la importancia al pensamiento de los problemas y soluciones a ellas en una edad determinada, y a la vez su ejecución en edades continuas. Piaget elabora uno de los estudios más completos, con una descripción científica desde una perspectiva lógica del desarrollo intelectual. Su objetivo es comprender la génesis del conocimiento, con una etapa infantil, hasta llegar al razonamiento científico del adulto.

“Desde su juventud Piaget realiza amplias lecturas en diferentes ramas del saber (biología, filosofía, sociología, psicología – Freud, Gestalt,…- etc.) que le hacen concebir tres ideas fundamentales que van a tener un desarrollo posterior muy fecundo. La primera es que la bilogía puede relacionarse satisfactoriamente con el problema del conocimiento (epistemología); la segunda es la convicción de que tanto las acciones externas como los procesos internos del pensamiento, admiten una organización lógica y que esta surge de la organización espontánea de los actos; y la tercera, es la formulación de relaciones de equilibrio entre las partes y el todo.” [1] bajo estas premisas, y con una influencia Darwinista, elaboro dos principios básicos, llamado funciones invariantes, entendiéndose como mecanismos que actúan en el desarrollo intelectual del niño, y a la vez, son heredados por todas las especies. El primer principio es la tendencia de organización, siendo una disposición natural en todas las especies, respecto a las acciones de combinar, ordenar conductas y pensamientos en sistemas vinculados. Señalando la capacidad de establecer métodos de pensamiento en estructuras psicologías. Estas estructuras psicológicas son métodos

[1] Socas. M.; Jean Piaget y su influencia en la educación, pág. (369)

para percibir e involucrarse con el mundo. Se comienzan con la formación de estructuras simples para unirse con otras, surgiendo estructuras más complejas, implicando que sean más efectivas, cabe mencionar que se puede ocupar cada estructura por separado, dependiendo del contexto que el niño este inserto. Piaget caracterizo a estas estructuras como esquemas.

El segundo principio es la tendencia de adaptación, entendiéndose como la forma de interactuar con el entorno de forma eficaz. Destacando su ajuste o conciliaciones a las condiciones existentes. Para poder explicar el proceso de adaptación, Piaget despliega dos nuevos términos para su entendimiento: asimilación y acomodación. La asimilación se genera cuando los individuos manipulan sus esquemas disponibles para engendrar significancia a sucesos que están involucrados en su contexto; es decir, es un proceso encargado de trabajar la información, moldeándola para que encaje en los esquemas actuales creados por el niño o estudiante. Además, se caracteriza por no ser un proceso pasivo; constantemente se necesita cambiar o convertir la información entrante o nueva para agregar a la disponible. Al generarse una compatibilidad con la información existente, se produce un estado de equilibrio. Pero cuando se produce el proceso inverso, se debe generar un cambio al perfil de pensar o realizar asomos para adaptarla. A los procesos de realizar cambios en los esquemas vigentes se le denomina acomodación. Cabe mencionar que al realizar el proceso de acomodación permite generar nuevas asimilaciones, pero con la condición para generar este proceso, la información debe divergir relativamente con los esquemas existentes. Esencialmente los procesos de asimilación y acomodación son procesos relaciones entre ellos, permitiendo producir cambios del conocimiento en la vida del individuo.

La asimilación y acomodación son partes de los principios del desarrollo del conocimiento, pero para generar este progreso, se debe generar cambios en las estructuras del conocimiento, "Piaget pensaba que todos, incluso los niños, comienzan a organizar el conocimiento del mundo en lo que llamo esquemas. Los esquemas son conjuntos de acciones físicas, de operaciones mentales, de conceptos o teorías con las cuales organizamos y adquirimos información sobre el mundo". Este concepto de esquema surge por la necesidad de generar una relación con las formas de distribución cognitiva, implicando al proceso de asimilación, es decir, las entidades externas son asimiladas a algo, a un esquema mental organizado. Piaget comprende un esquema como requerimiento básico de las estructuras de pensamiento, en la cual va evolucionando respecto a reiterados ajustes a niveles superiores del desarrollo. A medida que el individuo va cruzando por las distintas etapas del desarrollo, va evolucionando su capacidad de utilizar esquemas complejos y abstractos, otorgándole la atribución de organizar el conocimiento. La evolución cognitiva no es solo crear nuevos esquemas, es reorganizar y comparar los disponibles con los construidos.

Al generar un desarrollo cognitivo, implicara transformaciones en los esquemas creados por el individuo. Piaget condiciona estos cambios como una forma de progresión de relaciones complejas entre factores ambientales e innatos. Son cuatros los factores involucrados en este proceso: la madurez de estructuras físicas adquiridas, experiencias físicas con el contexto, transferencia social de información y de conocimientos, finalmente, el equilibrio.

El equilibrio es la predisposición natural de mantener constantes las estructuras cognoscitivas, empleando para ello los procesos de asimilación y acomodación; es decir, el aprendizaje es un periodo de innovación y estructuración cognitiva, generando cambios en las estructuras intelectuales del sujeto, y a la vez, forjando efectos en las acomodaciones precedentes, trayendo consecuencias en la asimilación de las experiencias sin requerir la modificación de estructuras cognitivas. “Para Piaget el proceso de equilibración entre asimilación y acomodación se establece en tres niveles sucesivamente más complejos:

1. El equilibrio se establece entre los esquemas del sujeto y los acontecimientos externos.
2. El equilibrio se establece entre los propios esquemas del sujeto.
3. El equilibrio se traduce en una integración jerárquica de esquemas diferenciados.”[2]

El equilibrio es temporal, por lo que si hay un quiebre en cualquiera de los tres niveles mencionados, se genera una refutación entre los esquemas externos o entre sí .Este conflicto cognitivo se produce cuando hay un quiebre en el estado de equilibrio del sujeto, llevándolo a plantearse interrogantes o cuestionamientos para buscar

[2] Teoría genética del desarrollo de Piaget. – I.E.S San Nicolás de Tolentino- Departamento de Filosofía

respuestas y llegar así al conocimiento que le permitirá llegar nuevamente a su estado de equilibrio. Para generar conocimientos en el individuo, se necesita estar en un estado de desequilibrio en las estructuras existentes y así llevar a la metamorfosis que produce el estado de equilibrio. Bajo esta premisa, la evolución del desarrollo intelectual esta categorizado por distintos niveles, no obstante el desarrollo intelectual es una transición continua descrita en una serie de etapas diacrónicas.

ETAPAS DEL DESARROLLO COGNITIVO

El proceso del desarrollo cognitivo se despliega en cuatro etapas, vinculándose su desarrollo intelectual con el desarrollo biológico. Su génesis es a partir del nacimiento del individuo hasta su adolescencia, Piaget destaca que el desarrollo intelectual es progresivamente paulatino y fundamentalmente cualitativo, es decir, la metamorfosis de la inteligencia conjetura el levantamiento progresivo de etapas en las cuales se diferencian entre sí, desde la cimentación de esquemas cualitativamente desiguales.

Las etapas del desarrollo cognitivo devela que las estructuras psicológicas evolucionan desde los reflejos innatos, organizándose durante el periodo de infancia en esquemas conductuales, asimilándose a los dos años de vida bajo patrones de pensamiento y así evolución en el infancia hasta la adolescencia. Así mismo, producen la transformación en complejas estructuras intelectuales que forman la vida adulta.

Etapa Sensoriomotora

Esta etapa da su inicio entre los 0 a 2 años aproximadamente, con la particularidad que el niño aprende los esquemas de dos capacidades básicas, la primera vinculada al comportamiento orientado a metas, y el segundo está relacionado a la trascendencia de los objetos. Respecto a la primera capacidad básica, su génesis está determinado por la conducta refleja a labores acomodadas a una meta, recordando que el recién nacido solo se guía por comportamientos reflejos. Al final de este periodo, el niño descubre otros métodos de alcanzar su meta cuando le es imposible alcanzarla con sus esquemas desarrollados; es decir, al perpetuar ejecutando sus esquemas desarrollados, le permitirá forjar mentalmente soluciones a los problemas en que se encuentra expuesto. “Según Piaget, la invención de nuevos métodos para resolverlos caracteriza el inicio de la conducta verdaderamente inteligente. Aunque los niños continúan resolviendo problemas por ensayo y error durante muchos más años, parte de la experimentación se realiza internamente mediante la representación mental de la secuencia de acciones y de las metas" [3]

Para lograr el desarrollo de la transcendencia de objetos, se entenderá como el proceso de la no permanencia del objeto a la vista del niño o su manipulación de él, con la particularidad que seguirá existiendo en sus esquemas desarrollados. "Piaget explico que, a esta edad, los objetos no tienen realidad ni existencia para el niño salvo que los perciba directamente. Solo puede conocerlos a través de sus acciones reflejas; de ahí que no existan si no pueden de succionarlos, tocarlos o verlos. En otras palabras, todavía no es capaz de formarse un representación mental del objeto" [4]. Como características esenciales de esta etapa, el niño comienza a realizar imitaciones, uso de memoria y pensamiento.

Etapa Preoperacional

Entre los 2 a 7 años de edad surge la habilidad de pensar en objetos y personas, pero con la particularidad que están ausente. Hay comportamientos que no eran posibles de realizar en la etapa anterior, como el lenguaje que regula la habilidad de pensar simbólicamente, imitar conductas, imágenes, y esencialmente el progreso del lenguaje hablado. El desarrollo del pensamiento en esta etapa posee restricciones respecto a la habilidad de significar con símbolos los objetos y sucesos. "Piaget designo con el nombre de etapa Preoperacional, porque los preescolares carecen de la capacidad de efectuar algunas de las operaciones lógicas que observo en niños de mayor edad"[5]. Una característica esencial en este proceso del desarrollo del pensamiento es la evolución de la simbolización en estructuras lógicas aun no integradas. El pensamiento y lenguaje está restringido al momento del presente, especialmente a sucesos concretos.

Las limitaciones de la evolución del pensamiento impiden la progresión común de esta etapa, uno de ellas es el egocentrismo cognitivo, siendo una tendencia a "percibir, entender e interpretar el mundo a partir del yo" (Millar, 1993, p.53), es una incapacidad de adoptar la perspectiva de otro sujeto, transformase en especies de

[3] Desarrollo cognoscitivo: las teorías de Piaget y de Vygotsky. Judith Meece , página 5 , 8, 9,19
[4] Desarrollo cognoscitivo: las teorías de Piaget y de Vygotsky. Judith Meece , página 5 , 8, 9,19
[5] Desarrollo cognoscitivo: las teorías de Piaget y de Vygotsky. Judith Meece , página 9

monólogos, llevando al mundo ser comprendido desde la visión de las cosas. Además surgen limitaciones como pensamientos vinculados a sospechas perceptivas y razonamiento intuitivo.

Etapa de las Operaciones Concretas

En el periodo de 7 a 11 años, el niño comienza a manipular operaciones mentales y lógica para recapacitar respecto a acontecimientos y los elementos que lo rodea. La capacidad de utilizar la lógica y operaciones mentales ayudan a resolver los problemas bajo una perspectiva sistemática, comparándolo con la etapa Preoperacional. En esta etapa el pensamiento tiene característica de ser menos rígido y flexible, entendiéndose que las operaciones pueden cambiar o negarse cognitivamente, generando una tendencia de pensamiento menos concentrada y egocéntrica. Además, ya no se piensa en estados detenidos, ahora es posible levantar conjeturas respecto al ambiente que rodea al individuo, entendiéndose que el contexto sufre distintas metamorfosis que es capaz de dilucidar en este periodo, y a la vez, no se realizan juicios respecto al aspecto de las formas.

Hay tres características de los esquemas u operaciones mentales para resolver los problemas en este periodo, uno de ellos es la seriación, consiste en la habilidad de concretar las cosas en orden lógica, logrando comprender conceptos numéricos, tiempo y medición. Para lograr resolver los problemas de seriación, el sujeto debe utilizar la regla de la transitividad, es decir, deben saber inferir entre dos , conociendo la relación con el tercero, produciendo una respuesta de deducción lógica con cimientos en la regla $A<B$ y $B<C$, por lo tanto $A<C$.

La clasificación es otro esquema mental, entendiéndose como la forma en que el sujeto ordena el ambiente para catalogar elementos e ideas de cosas comunes. Piaget reflexionaba que esta capacidad es necesaria para aprender operaciones concretas. Finalmente está el esquema de conservación, "consiste en entender que un objeto permanece igual a pesar de los cambios superficiales de su forma o de su aspecto físico" [6]; es decir, examina un elemento reformado dilucidando que puede contener menos o más del total en cuestión, es decir las apariencias pueden resultar engañadoras

[6] Desarrollo cognoscitivo: las teorías de Piaget y de Vygotsky. Judith Meece , página 5 , 8, 9,19

Etapa de las Operaciones Formales

A partir de los 11 años en adelante el adolescente logra la capacidad de abstracción en conocimientos concretos observados, logrando utilizar el razonamiento inductivo y deductivo para la resolución de problemáticas; permitiéndole forjar sentimientos concretos o idealistas, y a la vez, se genera la evolución de conceptos morales. En este periodo se visualiza la capacidad de resolver problemáticas abstractas con una forma lógica en sus planteamientos, realizando levantamiento de hipótesis, análisis teórico y un análisis lógico exhaustivo; generando un pensamiento científico.

EL CONOCIMIENTO COMO UN PROCESO DE CONTRUCCION SOCIAL

Lev Vygotski, destacado representante de la psicología Rusa propuso la realización de una teoría con la peculiaridad al fortalecimiento del desarrollo de los procesos cognitivos desde una visión sociocultural. Su teoría destaca las relaciones del sujeto respecto a la sociedad, conduciendo que no es posible comprender el desarrollo del individuo si se desconoce la cultura de origen, por ende, el desarrollo intelectual del sujeto no puede concebirse como independiente del medio en que se encuentra.

En educación, Vygotski se plantea como objetivo la evolución de la personalidad del estudiante, con la finalidad de la enseñanza del contenido es un medio para conseguir el progreso. Este desarrollo está vinculado con el potencial creativo del estudiante, lo que lleva que la práctica docente le corresponde producir situaciones para declarar y exponer el potencial.

Las influencias visibles en Vygotski es la perspectiva de Engels, trabajando el uso de instrumentos o herramientas como puentes en que el ser humano muta de naturaleza, produciendo así la extensión de esta visión con el uso de los signos como medios de cambios de interacciones humanas, narrando respecto a las funciones psicológicas superiores como las capaces de combinar la herramienta y el signo en una actividad psicológica. El ser humano nace con destrezas mentales básicas comunes para todos, entre las cuales está la percepción, la atención y la memoria. Generando la socialización con otros sujetos de mayor experiencia, estas destrezas evolucionan en funciones mentales superiores. (Molon, 1995), refiere los intereses de Vygotski respecto a la psicología, desde su origen en la inquietud por la génesis de la cultura. Comprender al ser humano como forjador de la cultura se opone a la psicología clásica, respecto a su visión, no generaba respuestas necesarias a los procesos de individualización y dispositivos psicológicos.

Vygotski refuta completamente el enfoque que trabaja el aprendizaje como una acumulación de relaciones entre estímulo y respuesta "… estudiar la conducta del hombre sin lo psíquico, como pretende la psicología, es tan imposible como estudiar lo psíquico sin la conducta. Por lo tanto, según Vygotski no hay sitio para dos ciencias distintas, la organicista y la mecanicista, y él se propone a integrar ambas perspectivas" [7]

Desde esta perspectiva, la teoría Vygotskiana se considera con un enfoque organicista, sin negar la esencialidad de los aprendizajes asociativos, considerándolo como insuficiente. Los planteamientos expuestos están con una mayor referencia a supuestos organicistas que mecanicistas, debido cuando se narra el análisis de globalidades en vez de elementos, de representación cualitativo al cambio de representación cuantitativo, de mecanismos conscientes y no solamente involuntarios.

Vygotski trabaja su teoría con la premisa que el desarrollo del niño no puede comprenderse por el análisis o estudio del individuo, debe examinarse el mundo social en que se desenvuelve su vida, es decir, procesos mentales como recordar, resolver problemas o pensar tienen su génesis en lo social. Destrezas comunicativas y cognoscitivas surgen dos veces, primero en lo social y a continuación en el psicológico, así forjando la interacción primero entre personas como una clasificación interpersonal e intermental, y finalmente, con una clasificación intrapsicológica. En la enseñanza formal e informal, la entrega de información sobre instrumentos y prácticas culturales, entendiéndose como el uso de calculadoras, matemáticas y estrategias de enseñanza, son difundidas por personas expertas o peritas en el tema, a personas que con menor experiencia; con el fin de generar un mayor crecimiento en las herramientas culturales que tiene acceso el sujeto.

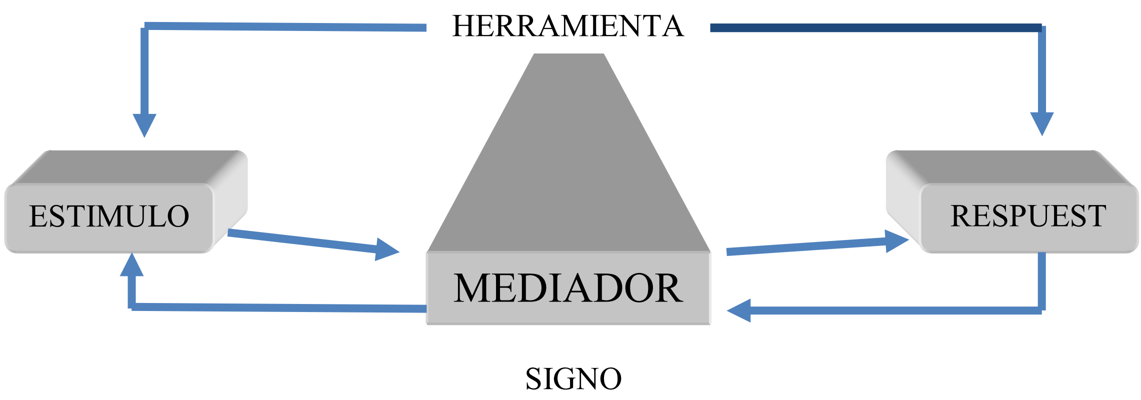
[7] Riviére, Angel (1984) " La psicología de Vygotski: sobre la larga proyección de una corta biografía", Infancia y Aprendizaje

Para que el individuo pueda apropiarse de las herramientas culturales, requiere realizar un proceso de internalización, entendiéndose a este como la reconstrucción interna de una operación externa. Para lograr el objetivo de esta teoría, se propone la "actividad" como elemento trascendental. Considera que el ser humano no es limitado a responder estímulos, actúa ejerciéndolo sobre ellos cambiándolos. Para ello, es necesario un proceso de mediación entre los instrumentos que hay entre el estímulo y la respuesta. Este ciclo es un proceso de cambios del medio por el uso de instrumentos, su tarea no es reproducir la realidad ni ajustarse tranquilamente respecto a las condiciones que se encuentren, se requiere una participación activa en este ciclo. Por medio de la cultura, los individuos obtienen la información o conocimiento de su pensamiento requerido, pero, la cultura entrega los medios de alcance del conocimiento. La cultura implica el pensamiento y como realizarlo; entrega conocimiento y como generar su construcción, lo cual Vygotski justifica que el aprendizaje debe ser mediado.

Para ello, expone dos tipos de instrumentos o herramientas que intervienen en este proceso de actividad activa, entendiéndose que los instrumentos a utilizar están vinculados estrictamente con la cultura en que están insertos, por ende, experiencias, pensamientos y acciones están estrechamente relacionados mediados culturalmente. El primero es la herramienta, actuando físicamente sobre el estímulo, generando su alteración; es decir, la herramienta es el medio de la actividad y así genera la conexión a los seres humanos respecto al mundo y con otros individuos. Esto produce que los mecanismos mentales logren tener una estructura vinculado con el medio y estrategias o métodos sociohistóricamente expuestos por terceros en el desarrollo de la tarea en conjunto y de interacción social.

Está un segundo tipo de herramientas mediadoras, con características distintas, promoviendo tareas de funciones adaptativas diferentes. La cultura además de brindar herramientas de distinta naturaleza, su composición es por sistemas de símbolos o signos, con la finalidad de mediar acciones, tal como es el lenguaje natural. "un signo siempre es un medio que se usa con propósitos sociales, un medio de influir en otros, y solo después se convierte en un medio de influencia en uno mismo" (buscar el origen de la cita). En síntesis, los signos y herramientas son mediadores de la conducta humana y alinean una gran cantidad situaciones que hay en la persona. Los signos facilitan esta acción debido al significado que tienen. "la función de la herramienta no es otra que la de servir de conductora de la influencia humana con el objeto de la actividad; se halla externamente orientada y debe acarrear cambios en los objetivos. Es un medio a través del cual la actividad humana externa aspira a dominar y triunfar sobre la naturaleza. Por otro lado, el signo no cambia absolutamente nada en el objeto hacia el cual se dirige una operación psicológica. Así pues, se trata de un tipo de actividad interna que aspira a dominarse a sí mismo: el signo, por consiguiente, esta internamente orientado" (3) [8]

Vivimos en un mundo de signos, nuestra conducta no está direccionada hacia un lugar determinado, y tampoco está limitada por objetos materiales sino por los significados que se le atribuyen. Por ende, dependerá del sujeto el significado que le dará a las cosas para determinar si una conducta o persona es buena o no. Para entender este proceso de mediación, herramienta y signos, establecemos un diagrama para lograr una mejor comprensión de ella, extrayéndolo del libro (Manterola Pacheco, 2003):



El principal sistema de signos y significados es el lenguaje, desde su forma escrita y hablada, la practica e internalización de ella es esencial para la progresión del pensamiento y organización. Además, estimula el desarrollo del razonamiento como el de contar, técnicas nemotécnicas, sistemas de signos algebraicos, etc… en los cuales todos tienen sus significado social en su desarrollo.

[8] Vygotski L.S (1979, p.91). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Critica

ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

Los argumentos de Vygotski respecto a la comparación en el proceso de aprendizaje de dos estudiantes con condiciones evolutivas iguales son categóricos, explicando que ante escenarios, problemáticas que vinculen tareas que no sean capaces de realizar, podrán ser ejecutadas gracias a la mediación de un profesor o padres con la finalidad de promover una mejor evolución intelectual, pero sus resultados son múltiples en cada cuestión. Por ende, respecto a los variados niveles de desarrollo mental de los estudiantes, nace la noción de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) como "la distancia en el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz" [9]

Por nivel real de desarrollo, se entiende a funciones que gozan maduración, lo cual, "define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzaran su madurez y que ahora se encuentran en un estado embrionario" [10] . Cabe mencionar, para generar una zona de desarrollo próximo, no se ejecuta con ejercicios mecánicos, automatizando una materia de conocimiento. Precisamente, el aprendizaje de la escritura y lectura se genera por medio de modelos relevantes en su uso y promoviendo contextos sociales en que el estudiante, con un rol activo, surja su aprendizaje para el lenguaje y halle el sentido de las acciones pedagógicas en que interactúa. La pedagogía debe seguir el camino al desarrollo del estudiante, generándose así mismo, activaciones en los conocimientos intelectuales y de la personalidad que se encuentran en la zona de desarrollo próximo

Unos de los principales postulados de la teoría Vygotskiana respecto a la Zona de Desarrollo Próximo es la destreza del niño respecto aprender un conocimiento, implicando que dependerá estrictamente de los conocimientos anteriores aprendidos, respecto a su disposición por aprender. Así mismo, sus avances estarán provocados por estímulos del medio en donde ocurre el dialogo o conversación por medio de la

[9] Vigotsky, L. (1988, p. 133). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. México: Editorial Crítica, Grupo editorial Grijalbo.

[10] Dadydov, Vasily V(1995). The influence of L.S. Vygotski on education, Theory, Research, and Practice. Educational Researcher, 24,3, pp. 12-21

zona de desarrollo próximo, generándose una fructífera construcción social. “Una ley psicológica establece: antes de que Ud. pretenda comprometer al niño en algún tipo de actividad, interese al niño en ella y preocúpese que el niño está listo para esa actividad, que todas las fuerzas que se necesitan están disponibles, ya que el niño actuara por sí mismo, y para el profesor solo quedara la tarea de guiar y dirigir la actividad del niño” ((Davydov, 1995)[11] ; creando una visión del alumno y de la sala de clases en que interactúa, destacando métodos o técnicas relacionadas respecto al aprendizaje general y aprendizaje escolar en específico.

Un concepto no puede ser reducido a su definición. A través de problemas y situaciones los conceptos adquieren sentido para el estudiante. Si se quiere considerar correctamente la medida de la función adaptativa del conocimiento, se debe conceder un lugar central a las formas que toma en la acción del sujeto. El conocimiento racional debe ser operatorio para entenderse como tal. Este postulado presentado por Gerard Vergnaud, es el esqueleto para esta investigación, ya que posee la esencia del triángulo didáctico. Sabemos cómo investigadores que el aprendizaje en el estudiante se produce cuando lo que está aprendiendo le hace sentido a su diario vivir, generando una significancia al objeto de estudio.

En este escenario se pueden distinguir dos clases de situaciones:

a) Para las cuales el sujeto dispone en su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias, de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación.

b) Tipos de situaciones para las cuales el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que le obliga a un tiempo de reflexión y exploración, de dudas, tentativas abortadas, y le conduce eventualmente al éxito o al fracaso.

El concepto de *esquema* no funciona de la misma manera en ambos casos. En el primer caso se va a observar para una misma clase de situaciones, conductas muy automatizadas, organizadas por un esquema único. En el segundo caso se va a observar un esbozo sucesivo de varios esquemas, que pueden entrar en competición y

[11] Dadydov, Vasily V(1995). The influence of L.S. Vygotski on education, Theory, Research, and Practice. Educational Researcher, 24,3, pp. 12-21

que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados, recombinados; este proceso se acompaña necesariamente de descubrimientos.

Llamamos ‘esquema’ a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dadas. Es en los esquemas donde se debe investigar los elementos cognitivos que permiten a la acción del sujeto ser operatoria.

Las competencias matemáticas son sostenidas por esquemas organizadores de la conducta. Ejemplos:

El esquema del recuento de una colección pequeña por un niño de cinco años tiene que variar en sus formas cuando se trata de contar bombones, platos sobre una mesa, etc.; no implica menos una organización invariante, esencial para el funcionamiento del esquema: coordinación de los movimientos de los ojos, el dedo, la mano en relación a la posición de los objetos, etc.

Se denomina ‘esquema’ a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dadas. Es en los esquemas donde se debe investigar los elementos cognitivos que permiten a la acción del sujeto ser operatoria.

Las competencias matemáticas son sostenidas por esquemas organizadores de la conducta. Ejemplos:

El esquema del recuento de una colección pequeña por un niño de cinco años tiene que variar en sus formas cuando se trata de contar bombones, platos sobre una mesa, etc.; no implica menos una organización invariante, esencial para el funcionamiento del esquema: coordinación de los movimientos de los ojos, el dedo, la mano en relación a la posición de los objetos, etc.

El funcionamiento cognitivo del alumno comporta operaciones que se automatizan progresivamente y de decisiones consientes que permiten tener en cuenta valores particulares de la variable en cuestión (con algún ejemplo de variables). La automatización no impide que el sujeto conserve el control de las condiciones bajo las cuales tal operación es apropiada o no.

Un esquema reposa siempre sobre una conceptualización implícita. Consideremos los errores de los alumnos en las operaciones de sustracción: se observa que los errores más frecuentes (omitir las cifras que se llevan) suponen una conceptualización insuficiente de la nota decimal. Ciertamente puede haber fallos en la ejecución automatizada de un esquema, pero no son estos fallos los que dan la cuenta de los principales errores.

En el caso del recuento, se puede identificar fácilmente dos ideas matemáticas indispensables en el funcionamiento del esquema: el de la bisección y el de cardinal, sin los cuales no hay conducta de recuento posible. En efecto, es sobre estos dos puntos sobre los que se observan errores: algunos niños no llegan a "cardinal", es decir, interpretar la última palabra-número pronunciada como representando la medida de todo el conjunto; otros niños (eventualmente los mismos) omiten elementos o cuentan dos veces el mismo elemento. De manera análoga, no hay álgebra verdaderamente operatoria sin el reconocimiento de los teoremas que se refieren a la conservación de la igualdad. Estos no son los únicos elementos cognitivos útiles, pero sí son decisivos.

Entonces, el concepto de esquema es aplicable al punto a), donde el sujeto cuenta con competencias necesarias, y menos al b), donde el sujeto duda e intenta varias aproximaciones. Por lo tanto, la observación de los alumnos en situación de resolución de problemas, en análisis de dudas y errores, muestra que las conductas en situación abierta son igualmente estructuradas por los esquemas. Estos son tomados del vasto repertorio de esquemas disponibles y especialmente de los que están asociados a las clases de situaciones que parecen tener una semejanza con la situación tratada actualmente.

Siguiendo el mismo postulado, pero con un contemporáneo, Allan Schoenfeld analizo los escritos de Polya, y confirmo la necesidad de la significancia más allá de la motivación para el estudiante, estableciendo así que la resolución de problemas está basada en cuatro ejes primordiales: Los recursos , heurística, metacognición y las creencias.

Al relacionar lo anterior, con la trilogía propuesta por Vergnaud, podríamos asegurar un proceso para lograr un óptimo razonamiento tanto en la matemática como en otras áreas. Ya que los estudiantes *"buenos"* en la resolución de problemas son buenos también en otras áreas académicas.

A continuación detallaremos dos teorías:

1. Gerard Vergnaud *"Teoría de los Campos Conceptuales : Esquema Aditivo"*
2. *Resolución de problemas :* El trabajo de Allan Schoenfeld

GERARD VERGNAUD "TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES: ESQUEMA ADITIVO"

El funcionamiento cognitivo de un sujeto o de un grupo de sujetos descansa sobre el repertorio de esquemas disponibles, anteriormente formados, de cada uno de los sujetos considerados individualmente. Eventualmente, los niños descubren nuevos aspectos o nuevos esquemas en situación (o sea, en la práctica). Como las conductas en situación se basan en el repertorio inicial de los esquemas disponibles, no se puede teorizar válidamente sobre el funcionamiento cognitivo sin tener en cuenta el desarrollo cognitivo. La teoría de los campos conceptuales se dirige a este problema crítico.

Existen numerosos ejemplos de esquemas en el aprendizaje de las matemáticas. Cada esquema es relativo a una clase de situaciones cuyas características son bien definidas. En cualquier caso un individuo puede aplicar un esquema a una clase más pequeña que la que se podría aplicar eficazmente. Se plantea entonces un problema de extensión del esquema a una descontextualización. No se puede imaginar que un proceso de este tipo interviene sin que sean reconocidas por el sujeto analogías y parentescos entre la clase de situaciones sobre la cual el esquema era ya operatorio para el sujeto y las situaciones nuevas a conquistar. El reconocimiento de invariantes es por tanto la clave de la generalización del esquema.

Pero un esquema puede también ser aplicado por un sujeto individual a una clase demasiado amplia; de este modo se pone en situación de fallo y el sujeto debe restringir el alcance, y descomponer el esquema en elementos susceptibles de ser compuesto de manera diferente para las diversas subclases de situaciones, eventualmente por adjunción de elementos cognitivos suplementarios. Se reconoce en esto procesos de restricción y acomodación.

En términos de esquemas es como se debe analizar la elección de buenas operaciones y buenos datos para resolver un problema en el cual existen varias posibilidades de elección. La toma de información en la lectura del enunciado, la búsqueda de informaciones en una documentación, la combinación adecuada de estas informaciones por las operaciones de adición, etc., obedecen en general a esquemas.

El esquema, la totalidad dinámica organizadora de la acción del sujeto para una clase de situaciones específicas, es por tanto un concepto fundamental de la psicología cognitiva y de la didáctica.

Si se reconoce fácilmente que un esquema está compuesto de reglas de acción y de anticipaciones puesto que genera una serie de acciones con el fin de lograr un cierto objetivo, no se reconoce siempre que está igualmente compuesto de manera esencial de invariantes operatorios (conceptos-en-acto y conocimientos-en-acto) y de inferencias. Las inferencias son indispensables para la puesta en funcionamiento del esquema en cada situación particular. En efecto, el esquema no es un estereotipo sino una función temporalizada de argumentos que permite generar series de diferentes acciones y de recogida de informaciones en función de los valores de las variables en situación.

Un esquema es siempre universal puesto que está asociado a una clase y que además esta clase no es en general finita.

En cuanto a los invariantes operatorios merecen una explicación complementaria puesto que existen fundamentalmente tres tipos lógicos:

- invariantes del tipo ‘proposiciones’: susceptibles de ser verdaderos o falsos. Las teorías-en-acto son invariantes de este tipo
- invariantes del tipo ‘función proposicional’: no son susceptibles de ser verdaderos o falsos, pero constituyen las piezas indispensables para la construcción de proposiciones.

Dentro de éstas existen las proposiciones con un argumento (las propiedades), funciones con dos argumentos (binarias), y con tres argumentos (las relaciones ternarias, entre las cuales se encuentran las leyes de composición binarias), funciones con cuatro argumentos como la proporcionalidad y con más de cuatro argumentos.

- invariante del tipo ‘argumento’: quien dice función proposicional y proposición dice argumento. En matemáticas los argumentos pueden ser objetos materiales (barco a la derecha del faro), personajes (pablo es más alto que Antonia), incluso proposiciones (‘8 es un divisor de 24’ es la recíproca de ’24 es múltiplo de 8’)

Estas distinciones son indispensables para la didáctica porque la transformación de los conceptos-útiles en conceptos-objetos es un proceso decisivo en la conceptualización de lo real. Esta transformación significa entre otras cosas que las funciones proposicionales pueden convertirse en argumentos. La nominalización es una operación esencial en esta transformación.

En resumen, la operacionalidad de un concepto debe ser experimentada por medio de situaciones variadas y el investigador debe analizar una gran variedad de conductas y de esquemas para comprender en qué consiste, desde el punto de vista cognitivo, tal o cual concepto. En cualquier caso, la acción operatoria no lo es todo en la conceptualización de lo real. No se debate la verdad o la falsedad de un enunciado totalmente implícito, y no se identifican los aspectos de lo real a los cuales es necesario prestar atención, sin la ayuda de palabras, enunciados, símbolos y signos. El uso de significantes explícitos es indispensable para la conceptualización.

Esto es lo que conduce a considerar que un concepto es una tripleta de tres conjuntos C(S, I, Γ):

S: conjunto de situaciones que dan sentido al concepto

I: conjunto de invariantes sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas

Γ: conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento

Estudiar el desarrollo y el funcionamiento de un concepto en el curso del aprendizaje o durante su utilización es necesariamente considerar estos tres planos a la vez.

Campos Conceptuales

Consideremos un campo conceptual como un conjunto de situaciones.

Situaciones

Los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones a las cuales son confrontados.

1.- La de variedad: existe una gran variedad de situaciones en un campo conceptual dado, y las variables de situación son un medio de generar de manera sistemática el conjunto de las clases posibles;

2.- La de la historia: los conocimientos de los alumnos son moldeados por las situaciones que han encontrado y dominado progresivamente, especialmente por las primeras situaciones susceptibles de dar sentido a los conceptos y a los procedimientos que se les quiere enseñar.

La combinación de estas dos ideas no hace necesariamente fácil el trabajo del investigador en didáctica, ya que la primera idea orienta hacia el análisis, la descomposición en elementos simples y la combinatoria de los posibles mientras que la segunda les orienta hacia la búsqueda da de situaciones funcionales casi siempre compuestas de varias relaciones y de cuya importancia relativa está muy ligada a la frecuencia con la que se les encuentra.

En principio, toda situación puede ser reducida a una combinación de relaciones de base con datos conocidos y desconocidos, los cuales corresponden a otras tantas cuestiones posibles. La clasificación de estas relaciones de base y de las clases de problemas que se puedan generar a partir de ellas es un trabajo científico indispensable. Ninguna ciencia se construye sin un trabajo de clasificaciones sistemático. Esta clasificación permite abrir el campo de las posibilidades, y superar el cuadro demasiado limitado de situaciones habituales de la vida.

La clasificación de las situaciones resulta a la vez de consideraciones matemáticas y de consideraciones psicológicas. Una de las apuestas que debe tener el psicólogo que se interese por el aprendizaje de las matemáticas es establecer clasificaciones, describir procedimientos, formular teoremas-en-acto, analizar la estructura y la función de los enunciados y representaciones simbólicas, en términos de que tengan sentido matemático.

Significados Y Significantes

Son las situaciones las que dan sentido a los conceptos matemáticos, pero el sentido no está en las situaciones mismas. No está tampoco en las palabras y los símbolos matemáticos. Sin embargo, se dice que una representación simbólica, que una palabra o que un enunciado tiene sentido, o varios sentidos, o ningún sentido para tales o cuales individuos: se dice también que una situación tiene sentido o no lo tiene. Entonces, ¿qué tiene sentido?

El sentido es una relación del sujeto a las situaciones y los significantes. Más precisamente, son los esquemas evocados en el sujeto individual por una situación o por un significante, lo que constituye el sentido de esta situación o de este significante para este sujeto. Los esquemas, es decir las conductas y su organización.

¿Qué funciones cognitivas es necesario atribuir al lenguaje y las representaciones simbólicas en la actividad matemática? Existe un trabajo teórico y empírico indispensable para clarificar la función del lenguaje y de los restantes significantes. En la teoría de los campos conceptuales, esta función es triple:

- ayuda a la designación y por tanto a la identificación de los invariantes: objetos, propiedades, relaciones, teoremas;
- ayuda al razonamiento y la inferencia;
- ayuda a la anticipación de los efectos y de los fines, a la planificación y al control de la acción.

Un esquema es una totalidad organizada que permite generar una clase de conductas diferentes en función de las características particulares de cada una de las situaciones de la clase a la cual se dirige. Esto es posible porque el esquema comporta:

- invariantes operatorios (conceptos-en-acto y teoremas-en-acto) que pilotan el reconocimiento por el sujeto de los elementos pertinentes de la situación y la recogida de información sobre la situación a tratar;
- anticipaciones del fin a lograr, de los efectos a esperar y de las etapas intermedias del sujeto;
- reglas de acción del tipo si… entonces… que permiten generar la serie de acciones del sujeto;
- inferencias (o razonamiento) que permiten 'calcular' las reglas y las anticipaciones a partir de las informaciones y del sistema de invariantes operatorios de los que dispone el sujeto.

La actividad lingüística favorece la realización de la tarea y la resolución del problema encontrado. Todo ocurre como si la actividad lingüística favoreciera el descubrimiento de las relaciones pertinentes, la organización temporal de la acción y su control. Se llega de este modo a la función de representación del lenguaje, pero esta función es triple:

- o representación de elementos pertinentes a la situación
- o representación de la acción
- o representación de las relaciones entre la acción y la situación

Centremos la atención en dos cosas:

- ➢ informaciones pertinentes: se expresan en términos de objetos (argumentos), de propiedades y de relaciones (funciones proposicionales), de teoremas (proposiciones)
- ➢ las operaciones del pensamiento en términos de selección de informaciones, inferencias, de aceptación o de rechazo de consecuencias, y también en términos de previsión de las operaciones a realizar, de resultados o fines a lograr, de descomposición en etapas del proceso de tratamiento: 'haga esto y después aquello para obtener eso'.

La actividad lingüística también implica una relación del sujeto con la tarea.

Todo este instrumental lingüístico es excelente para transmitir información, tanto en la expresión de la solución o en la verbalización que acompaña al razonamiento, como en el enunciado del problema mismo. Pero tales formas lingüísticas se analizan como herramienta de pensamiento, no como objetos de pensamiento. Si la conceptualización matemática no se limita a la comprensión de las relaciones y las propiedades como útiles, sino que recubre también la transformación de estos útiles en objetos de pensamiento, entonces no se puede permanecer indiferente a los medios de los que dispone el profesor y el alumno para esta transformación.

Existe por tanto en el lenguaje natural medios de transformar los conceptos-herramientas en conceptos-objeto, especialmente la nominalización.

ESQUEMAS O ESTRUCTURAS ADITIVAS Y LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

En situaciones habituales de la vida diaria, la información pertinente se encuentra en un grupo de datos poco o nada adecuado, en algunos casos no siempre es expresada evidentemente cuestionamientos que se pueden plantear. Respecto a esto, el procedimiento de dichas situaciones sospecha a la vez la caracterización de las cuestiones y de operaciones que hay que hacer para responderlas, promoviendo un análisis, reconociendo su dificultad para establecer una clasificación metódica para situaciones de la vida diaria.

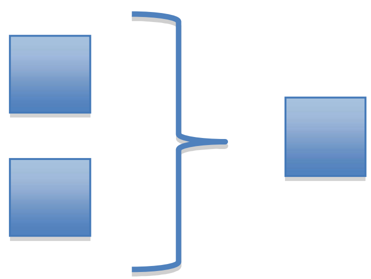
Por lo tanto, toda situación podrá ser minimizada a la composición de relaciones de base con datos y omitidos, que corresponderán a otras cuestiones probables. La categorización de las relaciones de base, y sus problemas se pueden establecer a partir de ellas, es un trabajo científico imprescindible. Para la ciencia, ninguna se apoya sin un trabajo de categorización metódico. Dicha clasificación, admite abrir un campo de posibilidades, y sobresalir de la limitada región de situaciones de la vida.

Respecto nuestro trabajo de seminario, necesitamos conocer si los esquemas o estructuras aditivos producen un impacto en la resolución de problemas, por lo cual, Vergnaud establece una clasificación de estructuras aditivas narrando…

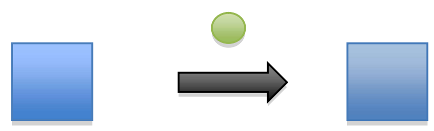
Tomemos el ejemplo de las estructuras aditivas, se pueden identificar seis relaciones de base, a partir de las cuales es posible engendrar todos los problemas de adicción y sustracción de la aritmética ordinaria ((VERNAUD, 1981).

Clasificación de Relaciones Aditivas de Base

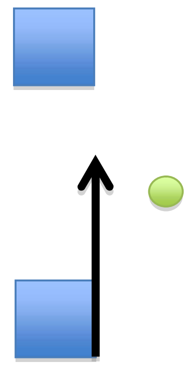
I. La constitución de dos medidas en una tercera.



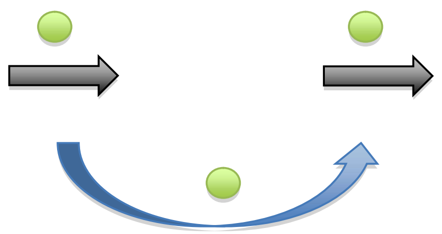
II. La transformación (cuantificada) de una medida inicial en una medida final.



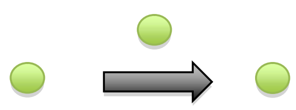
III. La relación (cuantificada) de comparación entre dos medidas.



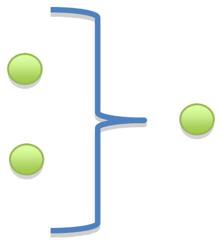
IV. La estructura de dos transformaciones.



V. La transformación de una relación.



VI. La constitución de dos relaciones.



Simbología:

: Medida

: Transformación o relación (positiva o negativa)

Esta clasificación no ha sido engendrada afinadamente por un especialista en las matemáticas, sino a partir del resultado de consideraciones psicológicas y matemáticas:

- Dificultad poco equitativa de problemas de estructuras desiguales, teniendo la resolución con la misma operación numérica.
- Diferencia ontogénica en el adquisición de las diferentes clases de problemas que se pueden procrear a partir de una relación, es decir, un desfase ontogenético de las operaciones utilizadas, así como simbolizaciones matemáticas asequibles al sujeto.
- Jerarquía de los conceptos de transformación temporal y de relación en el transcurso de adjudicación de las situaciones de adición y de sustracción.

Al considerar estos conceptos, genera grandes consecuencias teóricas, llevando por una parte a iniciar, respecto al modelo de la ley binaria interna, operación unitaria externa, a requerir a los números relativos para identificar operaciones del pensamiento en el sujeto.

Esta instancia no es la acorde para perpetuar las distintas categorías de problemas que logran reproducir estas relaciones de base, así si caracterizamos cada problema, se lograra clasificar en distintas categorías, respecto a los valores numéricos manipulados y de la influencia de la experiencia referenciada: a los 10 años se conocería de igual manera la transformación de una unidad de medida, suma de automóviles, masa o posición.

Respecto a los significados y significantes, recordemos que son las situaciones que dan sentido a los conceptos, lo cual es el sentido una relación del individuo a las situaciones y a los significantes, es decir, son los esquemas evocados en el sujeto en una situación o un significante lo que establece el sentido de la situación o del significante para el individuo, los esquemas, es decir las conductas y su estructura. El significado de la adición para un sujeto es el conjunto de esquemas que puede utilizar en un momento determinado para enfrentarse a situaciones que tratara de dar solución, promoviendo la representación de adición; como el conjunto de esquemas que puede utilizar para resolver sobre símbolos, números, algebraicos, gráficos y lingüísticos que constituyen la adición. Una situación dada en particular no recuerdan en un individuo todos los esquemas existentes. El sentido de una situación particular de adición no es el sentido de adición; así mismo, tampoco es el sentido de un símbolo en particular. Cuando se expresa que una palabra tiene dicho sentido, se devuelve a una subcategoría de esquemas, aplicando una restricción en el conjunto de los esquemas existentes.

Es común decir que el lenguaje posee una doble función de comunicación y de representación. Se puede llevar a minimizar su situación como servicio del pensamiento, que no está especialmente cubierta por las funciones de representación y de comunicación. La actividad lingüística favorece la ejecución de tareas y la resolución de problemas, todo ocurre si se beneficia el descubrimiento de las relaciones adecuadas, la organización temporal de la acción y su control. Un ejemplo respecto al leguaje y las estructuras aditivas es el siguiente:

Daniel acaba de comprar un pastel en la pastelería. Ha pagado 8 francos. Cuenta lo que le queda en su monedero y encuentra 7 francos. Se pregunta, si no ha perdido dinero ¿Cuánto dinero tenía antes de comprar el pastel?

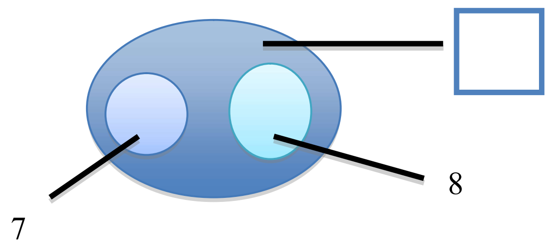
Si consideramos los siguientes diagramas:

a) $7 + 8 = \square$

b) $\boxed{7} \xrightarrow{+8} \square$

c) $8 + 7 = \square$

d)

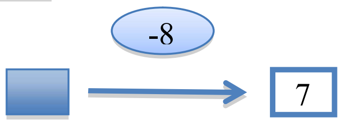


Todas estas representaciones son aceptables, no obstante se observan de manera diversa. Al analizarlos son poco útiles, debido que representan la solución del problema y no el problema en sí; la elección de la operación de adición es inevitablemente realizada antes de la ecuación o el diagrama, inclusive, el resultado de la operación numérica no se calcula. El interés de estas escrituras no puede habitar en los tributos que contribuyen casualmente en el objetivo de la correspondencia entre la solución y los datos numéricos, no en la reciprocidad entre la resolución y el problema.

Si deseamos incorporar el problema, no está la elección entre dos representaciones:

a) - 8 = 7

b)



No está la oportunidad de representar el problema con los diagramas presentados en d); no acceden simbolizar sino cantidades positivas, no alternativas negativas.

Si posteriormente se tiene la intención de constituir el camino del perfil del problema a la representación de la solución, entonces la simbolización d) lleva a realizar algebra

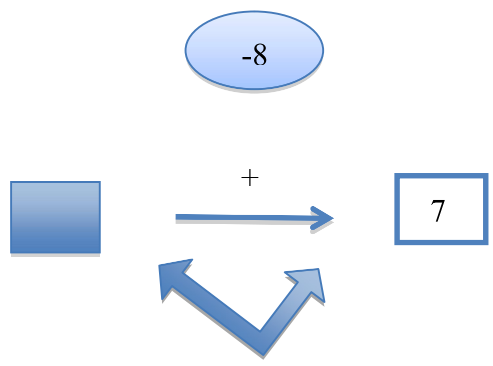
__ - 8 = 7

__ - 8 + 8 = 7 + 8

__ = 7 + 8

Para pronosticar el valor del cuadrado en ___ $-8 = 7$. Este procedimiento de pronosticar o adivinar no es deseable, también no es generalizable para números grandes: __ - 310 = 174

Como se evidencia al enseñar estos contenidos a estudiantes, el medio algebraico que permita la resolución del problema __ - 8 = 7 a la solución __ = 7 + 8, es necesario, dejar la idea de representación simbólica de este procedimiento, y seguir a la caracterización comprensible a la edad.



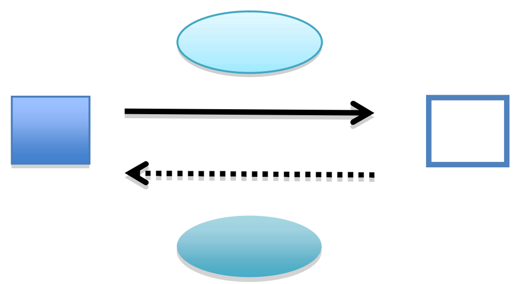
Efectuando en evidencia la correspondencia de adición y sustracción como operaciones binarias.

Perder la ambición de representar simbólicamente las transformaciones y las relaciones negativas, producirá en el enseñante, y si los textos de estudio continúan manejando representaciones simbólicas para los elementos matemáticos, a marginar de la enseñanza las situaciones que utilizan transformaciones y relaciones negativas, específicamente cuando surge sucesivas transformaciones: comprar un objeto en especial, varias entradas y salidas de un almacén, etc. Esencialmente, las representaciones simbólicas poseen la ventaja de aportar en la resolución de problemas cuando los datos son suficiente excesivos, y la vez, su respuesta a la problemática planteada requiere una mayor cantidad de etapas. Marginar las transformaciones y las relaciones negativas llevara a una carencia lamentable en la educación de las matemáticas.

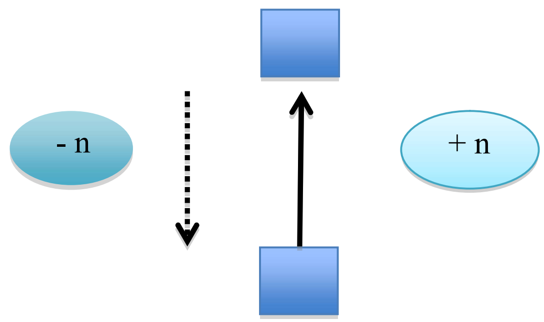
Las representaciones simbólicas poseen la función de apoyo en la resolución de problemas complicados, es decir, son medios de identificar rotundamente los objetos matemáticos definitivos para la conceptualización. Respecto a las estructuras aditivas ocurre:

a) Relaciones parte-todo:

b) Relaciones estado inicial – transformación –estado final y correspondencia de operaciones de adición y sustracción



c) Relaciones expresado en la relación de comparación referente y la correspondencia de las relaciones ponderadas “n de más que” y “n de menos que”

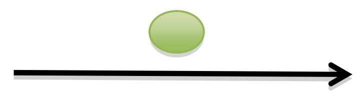


d) La representación entre las medidas (no negativas) expresadas por cuadrados, y las relaciones (positivas o negativas) simbolizadas por los circunferencias, y en su interior, el número esta antecedido de un signo positivo o negativo.

Respecto al profesor y alumno si no llegaran obtener estos símbolos, estarán implicados a requerir distintas representaciones del lenguaje natural: verbos para transformaciones, formas semejantes para las correspondencias y designaciones para momentos, medidas, conjugados en tiempos presente, pasado o futuro , adverbios, etc.

La herramienta lingüística es acorde para expresar información, desde niveles de expresión de soluciones en verbalizar acompañando al razonamiento, como también en enunciados del problema en sí. Sino estas expresiones lingüísticas se logran analizar como instrumentos de pensamiento, no como entidades del pensamiento. *Si la conceptualización matemáticas no se limita a la comprensión de las relaciones y las propiedades como útiles, sino que recubre también la transformación de estos* *útiles en objetos de pensamiento* (Doudy, 1986) entonces no se puede estar indiferentes a caminos que orienta al profesor y el alumno para este cambio.

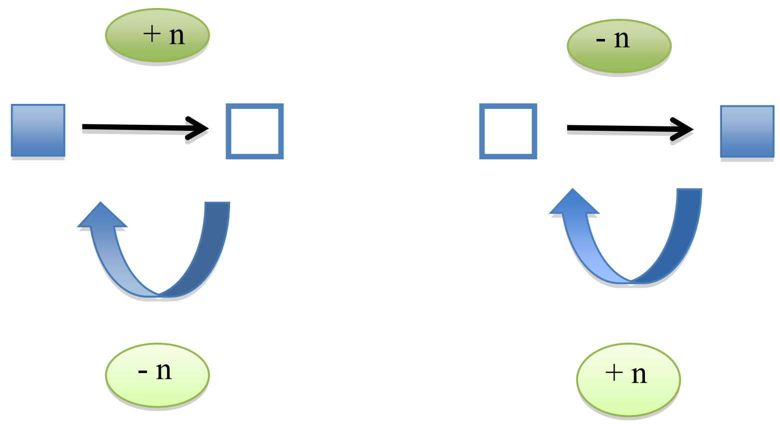
En el lenguaje natural ha de convertir los conceptos- herramientas en conceptos-objetos, principalmente la nominalización. Pero el simbolismo de los bosquejos con cuadrados, circunferencias, flechas y llaves es específicamente eficiente para este cambio de clasificación en el pensamiento en entidades de pensamiento. Respecto a la expresión de las conversiones o transformaciones, no es idéntico conceptualmente para manejar el verbo "ha jugado" en el pasado, de hablar del "jugo" (nominalización), o nombrar cualquier transformación por medio de un signo notable.



Para la invariancia del significante favorece a una acorde caracterización del significado y a su transformación en entidad de pensamiento. Así mismo, es viable constituir el mismo teorema de varias forma, un ejemplo:

a) El estado inicial, es el estado final al que se incorpora lo perdido, y genera la resta de lo ganado.

b) $F = T(I) \rightarrow I = T^{-1}(F)$



Estas formas no son semejantes para los alumnos, ya que en la segunda representación no está en el dominio de conocimientos acorde al nivel de esta investigación .Para la primera no hay exactitud necesaria y en la tercera ocurre una facilidad en su representación. La conveniencia en el simbolismo y lenguaje es esencial en los conocimientos y evolución cognitiva en el alumno.

Para los campos conceptuales señalados anteriormente, los esquemas aditivos poseen un territorio poco utilizado en la actualidad, porque la categorización en las relaciones esenciales y los tipos de problemas primordiales son con un nivel alto en el grupo de investigadores. Pero no se produce un nivel de desarrollo acorde para la evolución de la lógica en una clase de geometría o álgebra.

Al realizar un análisis de la enseñanza de las ciencias, reconoceremos tres características esenciales relacionadas entre sí, el conocimiento teórico, entendiéndose como los conceptos, axiomas, leyes y postulados. Las prácticas de laboratorio, siendo la realización de demostraciones, desarrollos, procedimientos, y finalmente la resolución de problemas. Un profesor reconoce que esta distinción es artificial, debido que el concepto de conocimiento científico es generado por la interacción entre la teoría y la metodología, lo cual Vergnaud demuestra que esta dependencia de la teoría y práctica es evidente.

Para la resolución de problemas, podemos destacar dos tipos de metodologías, la primera que es la enseñanza tradicional donde primero los estudiantes reciben el saber sabio, ejemplifican y luego resuelven problemas, acorde a las enseñanzas entregadas, o la segunda metodología característica de las escuelas inglesas y norteamericanas, que en primera instancia se le entrega al estudiante un problema con baja dificultad, ya sea en grupo o individual, que tratan de resolverlo con los conocimientos ya adquiridos e infiriendo nuevos a partir de sus experiencias previas, para luego formalizar esos conceptos y relacionarlos con el saber sabio. Es en esta experiencia donde hay una mayor significancia para el estudiante pues está construyendo de forma personal caminos para encontrar soluciones a las diferentes problemáticas.

Como se describió anteriormente, las situaciones son las que dan sentido a los conceptos; el concepto tiene significancia por medio de una gamma de situaciones, debido a que los conocimientos de los estudiantes son moldeados por la situación en que se encuentre. Pero, el concepto de situación adquiere en la teoría de los campos conceptuales la relación de tarea, logrando inferir en el área de las ciencias, que situación representa problema. Vergnaud realiza la distinción entre situación y problema, diciendo que "la adquisición del conocimiento es moldeada por las situaciones y problemas previamente dominados y, por lo tanto, el conocimiento del sujeto tiene aspectos locales"[12]. Además explica en otro documento, "los conceptos se desarrollan a través de la resolución de problemas, y ese desarrollo es lento"[13].

Por lo tanto, la resolución de problemas es esencial para la conceptualización, pero Vergnaud realiza la distinción de que "un problema no es un problema para un individuo a menos que él o ella tenga los conceptos que lo/la tornen capaz de considerarlo como un problema para sí mismo" [14], produciendo una relación dialéctica entre conceptualización y resolución de problemas. El proceso de problematización para Vergnaud es algo que requiere más que una abstracción del contexto, los problemas tienen la característica de ser teóricos y prácticos a la vez. Cuando un problema es resuelto por un individuo, que significa el desarrollo de un esquema eficiente para ese problema en particular, y a la vez, a cualquier problema de esa clase, produce que la eliminación del carácter problemático. Esta habilidad desarrollada, habilita al individuo a reconocer nuevos problemas para él, produciendo un proceso cíclico.

Vergnaud postula un nuevo concepto, "ilusión pedagógica", entendiéndose como la cualidad de los profesores que instauran a la enseñanza como la presentación organizada y estructurada de las teorías formales, y si está bien realizada, los alumnos logran el aprendizaje. Es una ilusión porque por medio de las situaciones de la resolución de problemas, los conceptos logran su desarrollo en el alumno; y las situaciones de resolución de problemas, que producen los conceptos significativos para los alumnos alcanzan existir, primeramente, muy apartados del formalismo exhibido por el profesor. Pero, reconociendo que dichas situaciones son fundamentales para la mejora de los conceptos, es decir, aunque las situaciones formales son primordiales al mismo tiempo, correspondemos al reparo que el alumno podrá estar apartado de ellas.

Los postulados de Vergnaud es un referente para generar un estudio a las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas. Dichas dificultades, pueden ser analizadas en invariantes operatorios, es decir, en conceptos y teorema-en-acto, los

[12] (Vergnaud G. , 1994)
[13] (Vergnaud G. , 1983)
[14] (Vergnaud G. , 1994)

cuales los estudiantes estarían empleando para la resolución de problemas y percatarse de su lejanía que está respecto al concepto apropiado a la resolución del problema dado. A continuación hacemos referencia a un mapa conceptual para lograr una mejor comprensión de esta teoría:

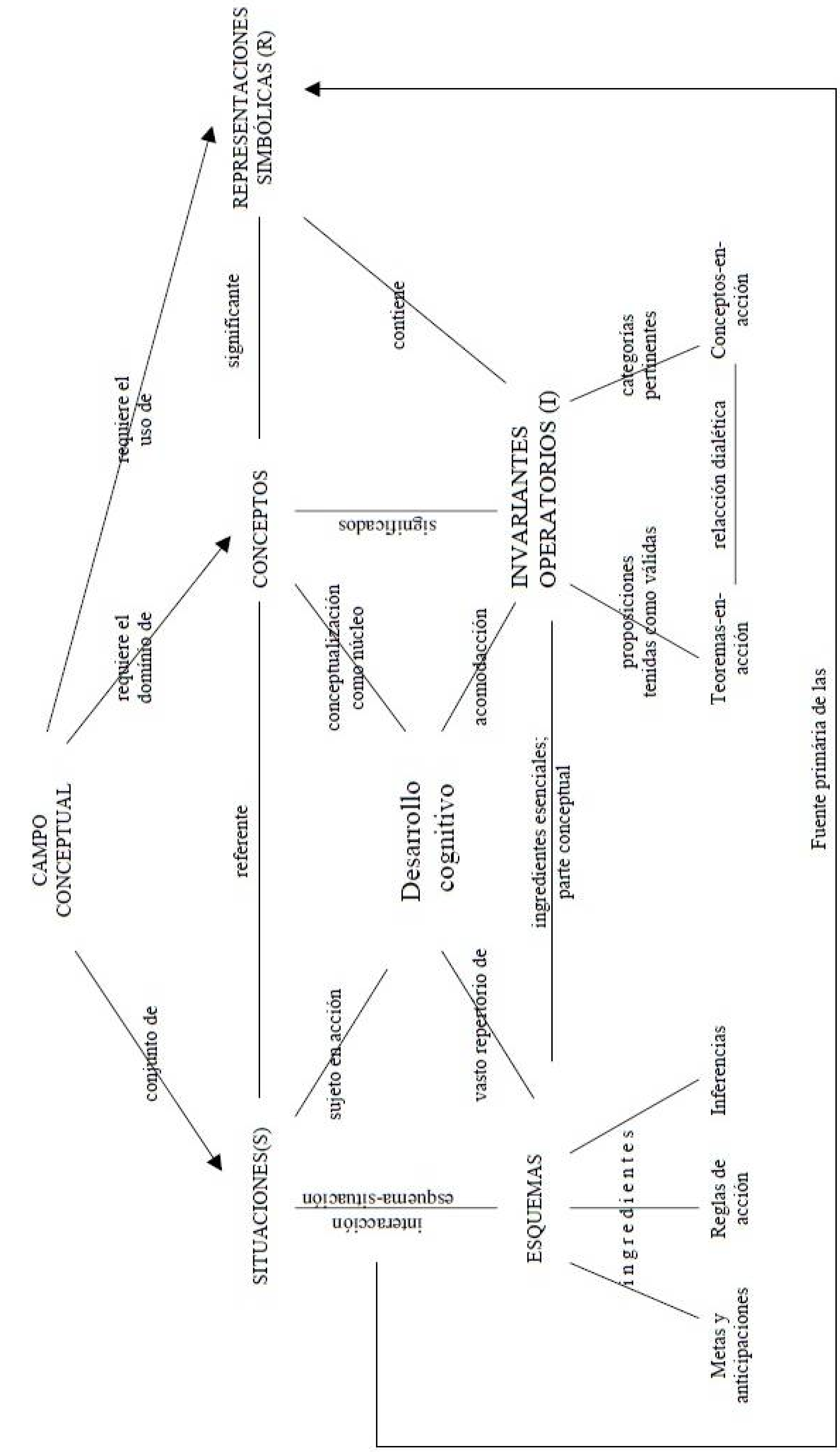


Ilustración 1: Mapa Conceptual de Vernaugh

EL PROCESO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: EL TRABAJO DE ALLAN SCHOENFELD

Centrándonos en los esquemas conceptuales de Vergnaud para poder comprender las características que debe poseer una alternativa de diseño didáctico en un segundo ciclo básico, para favorecer el pensamiento matemático en la comprensión y trabajo del lenguaje algebraico en el alumno de primer año medio, debemos entender los tipos de resolución de problemas que se abarcan en este periodo de enseñanza educativa, por lo cual, analizaremos el trabajo de Allan Schoenfeld para dar respuestas a cuestionamientos que surgen en la resolución de problemas.

Allan Schoenfeld, matemático norteamericano, se encuentra con el primer libro publicado por Pólya, produciendo una motivación e interés abarcado en su texto, generando interrogantes porque no le enseñaron ese texto en su formación académica. Schoenfeld investigo sobre los profesores que se dedicaban a trabajar con estudiantes que se presentaban a olimpiadas matemáticas, generando el nacimiento de su interés a partir de esto. Al observar que las personas se consagraban a resolver problemas, no usaban las ideas de Pólya, expresando que no funcionaban sus cuestionamientos.

El trabajo publicado por Pólya es una síntesis de reflexiones que poseía, que luego ordeno para el entendimiento de todos. El fruto del estudio realizado por Pólya es lograr indudablemente la calidad de resolver problemas generando un camino seguro para forjar e instaurar comprensión en matemáticas y sucesos en el aprendizaje. A partir de esto, Schoenfeld publica su libro *Mathematical Problem Solving* (1985), abarcando experiencias con profesores y estudiantes respecto a la resolución de problemas al realizar su ejecución, en el cual, se les proponía un problema y debían de encontrar una solución con los conocimientos que poseían, trabajando con problemas de gran dificultad. A la vez, expresa la resolución de problemas al "uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los/las alumnas aprenden a pensar matemáticamente" [15]. A la culminación de su investigación, Schoenfeld concluyo para poder trabajar la resolución de problemas como una destreza didáctica se necesita cuatro factores relevantes para su comprensión: Recursos o Recursos Cognitivos, Heurística, Control o Metacognición y Creencias.

---

[15] (Riviére, 1984)

Recursos O Recursos Cognitivos

Este factor se caracteriza por los conocimientos adquiridos por el alumno en su formación, es decir, fórmulas, conceptos, algoritmos, y todas las generalidades que son necesarias para afrontar una problemática.

Un elemento importante es el conocimiento del profesor respecto a las herramientas que posee, las cuales debe manipular con seguridad, para saber bien cuáles son, debido que deberá utilizarlas cuando el estudiante se enfrente a una situación de aprendizaje, ya que si el estudiante no posee las herramientas enseñadas, necesariamente no podrá resolver un determinado problema, generando la consecuencia de no encontrar su solución correspondiente.

Schoenfeld narra sobre un inventario de recursos, refiriéndose a la habilidad del profesor en como conoce y logra entrar en los conceptos que posee el estudiante; justificando que uno puede tener una gran gamma de conocimientos, pero podemos no ser capaces de lograr llegar a ellos por ningún camino, produciendo el papel fundamental del profesor en generar un camino seguro para el estudiante para que pueda acceder a ellos.

Los recursos defectuosos es un elemento importante en los recursos, debido que el estudiante posee una gran variedad de recursos a su disposición, pero algunos poseen la característica de ser carentes, es decir, un desarrollo mal aprendido por el estudiante puede generar en él una seguridad creyendo que está correcto, pero al extrapolar este aprendizaje a otra situación de aprendizaje , y hace utilización de ella, genera una solución que no es esperada por él y no siendo la solución acorde al problema plateado.

Una seguidilla de errores en los procedimientos realizados por estudiante puede generar la consecuencia de un mal aprendizaje. Este proceso está vinculado estrictamente como el estudiante tiene acceso a la información, y a la vez a su estructuración; lo cual ante un contexto el estudiante puede desenvolver una gran cantidad de conceptos, pero con la característica que no estén relacionados entre sí; llevando producir confusiones al desarrollar un problema debido a que no sabrá cuál es el concepto que le permitirá dar una noción para alcanzar la solución deseada.

Heurísticas

Es un grupo de estrategias, reglas, técnicas o planteamientos que permiten abordar o lograr la resolución de problemas conocidos, llevando a tener la habilidad de resolver; es decir, la capacidad de utilizar la información para crear un camino o metodología para tratar de dar solución a un planteamiento propuesto. "En general, el problema con las heurísticas tal como lo propone Pólya, según Schoenfeld, es que son muy generales, por eso no pueden ser implementadas, dice qué habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así, porque, posiblemente, mientras el estudiante".

Control O Metacognición

Es la habilidad de utilizar nuestros conocimientos previos para alcanzar un objetivo determinado, llevando a producir comportamientos como planificar, seleccionar, monitorear en el periodo de la resolución de la problemática ; es decir, el estudiante tiene el dominio en su trabajo, debido si al encontrarse con un problema podrá tener una cantidad de caminos que le permitirán llegar a su solución deseada, pero debe tener la capacidad suficiente para comprender cuál es el acorde, pero si llega un momento que el procedimiento que está realizando es el incorrecto, debe ser capaz de pensar adecuadamente para salir de ese laberinto en que se encuentra , para retroceder, y encontrar un nuevo puente que le ayudara a obtener su solución. El estudiante tiene la convicción que el método planificado es el acorde para la resolución de su problema, pero aunque no de la solución, continua intentándolo, llevando a una instancia que busca un camino complementario distinto al que estaba realizando.

Se puede producir el caso que para la resolución de problema halla más de una estrategia o metodología heurística para un problema determinado. Puede haber una o varias heurísticas que den solución, una con mayores obstáculos que otras, con mayor o menor dificultad. Cada una de las metodologías o heurísticas pueden tener sus cualidades, que las hacen diferentes una de la otra, se puede elegir una que no nos sirve, existiendo otras más acorde al caso, llevando que estas situaciones deben ser controladas por el estudiante al enfrentarse a un problema.

El estudiante debe tener la capacidad necesaria para vigilar y probar el proceso que está realizando, por ello, hay acciones que comprenden el proceso de control como el entendimiento, es decir, la habilidad de conocer y entender que trata el problema antes de comenzar su resolución. Otra acción es realizar un diseño, es decir, tener en reparo varias formas que pueden llevar a la solución, y preferir la acorde a la situación. Además, se debe monitorear la ejecución a la resolución de la problemática, debido a tener la capacidad de reconocer si el camino elegido para la resolución es el acorde, y si no fuera, tener la habilidad necesaria para elegir uno óptimo. Finalmente, y no deja ser menos importante, comprobar que el proceso de resolución es correcto.

Creencias

Schoenfeld radica la idea de creencia a la habilidad de percibir los estudiantes, profesores y matemáticos el razonamiento matemático formal al resolver un problema; es decir, son un acumulado de visiones o perspectivas que hay sobre la enseñanza y matemática. El estudiante pueda realizar una argumentación matemática solo en dos momentos según Schoenfeld, la primera seria para rectificar o asegurar un desarrollo obvio, por ejemplo demostrar una formula, lo cual no es necesario hacerlo para él. Y el otro momento es para confirmar algo que es verdadero porque le profesor lo dijo, es resolver un ejercicio para practicar.

Demasiados elementos están relacionados en el aprendizaje de la matemática, lo cual las creencias condicionan estrictamente este comportamiento; es decir puede lograr si se debe centrarse en pensamiento formales, la forma de aprender, si es necesario memorizar , llevando a que el estudiante reflexione si aprender matemática es simplemente memorizar o una ciencia exacta que trata de estudiar patrones.

En los estudios realizados por Schoenfeld, describe una serie de creencias de los estudiantes respecto a las matemáticas las cuales son:

"Los problemas matemáticos tienen una sola y solo una respuesta correcta.

1) Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.
2) Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.
3) La matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamientos, no hay nada de trabajo en grupo.

4) Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.
5) Las matemáticas aprendidas en la escuela tiene poco o nada que ver con el mundo real."

Las creencias del estudiante y profesor, son variables trascendentales en el proceso de enseñanza, debido que condicionarán lo que sucederá en la clase, pero está bajo el contexto en que se encuentre involucrada las creencias en las matemáticas.

PARADIGMAS DEL APRENDIZAJE

Al analizar el aprendizaje escolarizado, específicamente lo que ocurre en aulas, nos lleva a tener en consideración simultáneamente los procesos de enseñanza y evaluación de resultados. Implicando reflexionar como aprenden los estudiantes, meditando las consecuencias para su enseñanza, y por medio de los logros obtenidos, reorientar este proceso. Las teorías del aprendizaje están encargadas de explicar este proceso en su momento y/o circunstancia, fundamentando el aprendizaje y evaluación correspondiente, en ambientes de aula diseñando y creando condiciones aptas para que los estudiantes aprendan lo establecido por la institución educativa, con determinados contenidos. Como grupo investigador nos interesan teorías facilitadoras de la comprensión del aprendizaje, esencialmente en procesos intra psíquicos, ínter psicológico o ambos casos como procesos interdependientes. Cada teoría se destaca en aspectos según la organización de contenidos, diseño de ambientes, evolución de estímulos, procesamiento de información que se recibe en operaciones mentales que se activan, las interacciones sociales, etc. Permitiendo un análisis a cada teoría del aprendizaje, según el papel docente que estas involucran en el área del saber, las características propias de los aprendices, el nivel educacional donde practican las funciones, etc… reconociendo como grupo investigador estas consideraciones para realizar una enseñanza justificada, fundamentada y cuestionada desde una estipulada interpretación del aprendizaje, la enseñanza y la evaluación.

Según lo mencionado para un contexto de formación docente, nos dedicaremos a analizar el aprendizaje y evaluación respecto a especialistas teóricos y autores, profundizando en sus interpretaciones y nuevos desarrollos elaborados por sus discípulos o seguidores de sus teorías. A continuación desplegamos generalidades de cada una de ellas.

Paradigma Constructivista.

Un paradigma es una perspectiva de comprender la realidad, interpretando a partir de una estipulada concepción filosófica. Para T. S. Khun, comprende paradigma *"como constelación de creencias, valores, técnicas que comparten los miembros de una comunidad científica, cohesiona a los mismos y con su ayuda las comunidades resuelven los problemas de la ciencia normal y le proporciona determinados patrones conceptuales íntimamente vinculados a la realidad sociocultural a partir de los cuales investiga la realidad".*[16]

El paradigma constructivista se apropia asume del conocimiento como una construcción mental obtenida del resultado de actividades cognitivas del individuo que aprende. Admite al conocimiento como una construcción generada por el sujeto, proveniente de conocimientos logrados de fenómenos de interés al conocer. El constructivismo es un paradigma del desarrollo cognitivo con orígenes en la teoría epistemológica genética de Jean Piaget, y sus raíces remotas en el fenomenalismo de Emmanuel Kant, quien afirmó que la realidad "en sí misma", describiendo que solo pueden conocerse los fenómenos, es decir, como se presentan los objetos al sujeto.

Para conocer los paradigmas de Vygotsky y Piaget, revisar Anexo 1 y 2.

Paradigma – Bruner: "El aprendizaje por descubrimiento"

La gran motivación de Bruner en el aprendizaje es incitar al alumno a la participación activa en su proceso de aprendizaje, lo cual se evidencia en el énfasis que pone en el aprendizaje por descubrimiento. El aprendizaje se demuestra en situaciones ambientales de desafío de la inteligencia del alumno, promoviendo la resolución de problemas, logrando la transmisión de lo aprendido. Para realizar el conocimiento del contexto en que se está inserto, Bruner postula tres etapas de maduración (desarrollo intelectual) caracterizadas como modos psicológicos de conocer: modo enativo, modo icónico y modo simbólico, correspondientes a etapas del desarrollo, en las cuales se pasa primero por la acción, luego por la imagen y finalmente por el lenguaje. Dichas etapas son acumulativas, logrando ser superada por cada una,

[16] (Phd Delgado & Phd Valdesprieto)

permitiendo a la etapa superadora, ser la transcendental en toda la vida como aprendizaje.

A partir de la perspectiva de enseñanza, Bruner postula el aprendizaje de contenidos debe ser apreciado por el alumno como grupo de problemas, relaciones y vacíos que determinan su resolución. Las condiciones esenciales para un ambiente de aprendizaje por descubrimiento, deberá poseer alternativas al alumno para descubrir relaciones y semejanzas entre los contenidos a aprender. Bruner postula al descubrimiento como benefactor del desarrollo mental, formador personal del sujeto que efectúa el descubrimiento. La esencia del descubrimiento radica en transformar la experiencia en caminos que permitan visualizar más allá de lo evidente; otorgándole a la didáctica la experiencia de presentarse hipotética y heurísticamente, antecediendo una forma expositiva. Lo esencial en la enseñanza para Bruner son los conceptos básicos que ayudan a los alumnos a evolucionar, de un pensamiento definido a un estadio de carácter conceptual y simbólico, adecuándolo con su crecimiento desarrollo del pensamiento.

Paradigma – Ausubel: "El aprendizaje significativo"

EL aprendizaje significativo se despliega en contradicción al aprendizaje memorístico o mecánico. La palabra "significativo" tiene su origen en un contenido con estructuración lógica ajustada al material potenciado, logrando ser aprendido significativamente. Como primera noción, el término "significativo" posee un sentido lógico característico de contenidos no arbitrarios, claros y verosímiles, es decir, el contenido es íntimamente organizado, evidente y lógico. Respecto a una segunda noción, tiene un carácter psicológico relacionado con la comprensión que puede alcanzar los contenidos por medio del desarrollo psicológico del alumno y sus experiencias anteriores. Lograr aprender en esta teoría, significa realizar un tránsito desde el sentido lógico al psicológico, permitiendo que un contenido intrínsecamente lógico se conciba significativo para quien aprende.

Bruner establece un sentido psicológico, expresando que es idiosincrásico (sentido y significado personal), predominando el sentido lógico derivado de una significación general. Para los procesos educativos e interacción social, se trabajan las comprensiones y lo idiosincrásico del sentido lógico, permitiendo una realización genérica que puede lograrse con una colectividad de sentido, mejorando el entendimiento en las relaciones ínter psicológico. El aprendizaje significativo es el proceso más acorde para obtener y almacenar ideas e informaciones disponibles para cada disciplina del conocimiento.

La estructura cognitiva, para Ausubel, es un acumulado organizado de ideas que anticipan al nuevo aprendizaje que se quiere establecer, otorgándole a los nuevos aprendizajes su formación por subsunción. Este estilo de aprendizaje representa una estrategia para comenzar con aprendizajes anteriores ya establecidos, con un carácter genérico, podrá agregar conocimientos nuevos específicos a los anteriores. Los conocimientos previos más generales admiten a los nuevos. La estructura cognitiva debe tener la capacidad de diferenciar nuevos conocimientos e instaurar discrepancia obteniendo valorización para la memoria, consiguiendo ser retenidos como contenidos diferentes. Los conceptos previos con evidencias de un nivel superior de abstracción, generalización e inclusión, Ausubel los denomina organizadores avanzados, con su principal función de instaurar un puente entre el conocimiento del alumnos y lo que necesita conocer.

La enseñanza, desde el punto de vista del método, puede tener dos posibilidades. Presentar el contenido a aprender de una manera completa y acabada, denominado por Ausubel como aprendizaje receptivo, o se podrá permitir al alumno descubrir e integrar lo que debe ser asimilado; denominado aprendizaje por descubrimiento. Para nuevos conocimientos en un aprendizaje significativo, corresponderán relacionarse sustancialmente con el dominio del alumno dado sus conocimientos adquiridos, requiriendo de forma paralela las siguientes condiciones:

1) El contenido a aprender deberá poseer sentido lógico, es decir, ser latentemente significativo, por su organización y estructuración.
2) El contenido deberá conformarse con sentido psicológico en la estructura cognitiva del alumno, por medio de vinculaciones con conceptos previos.
3) El estudiante debe poseer pretensiones de aprender, voluntad de saber, actitud positiva respecto al aprendizaje.

CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO

Este seminario de grado sigue un diseño exploratorio debido a que trata de obtener una visión o perspectiva de proponer una estrategia para la resolución de problemas, utilizando los esquemas conceptuales en el tránsito de la aritmética al álgebra, basándose en la investigación cualitativa como paradigma de comprender la realidad, y a la vez, por las herramientas de recopilación de información a utilizar y su posterior análisis.

La metodología a utilizar es el estudio de casos, entendiéndose como una herramienta de aproximación apreciable de investigación, con su fortaleza de registrar la conducta de los sujetos envueltos en el estudio, además de reconocer su interés práctico que brinda a los investigadores respecto a las áreas del conocimiento, y a la vez, la estrategia metodológica de investigación que se necesita para la aproximación del entendimiento de la realidad.

INVESTIGACIÓN

La palabra investigación proviene del latín in (en) y vestigare (hallar, inquirir, indagar, seguir vestigios), así se desprende una conceptualización elemental "averiguar o descubrir alguna cosa": Se puede especificar mejor el concepto afirmando que la investigación

"es el proceso, que utilizando el método científico, permite obtener nuevos conocimientos en el campo de la realidad social (investigación pura) o bien estudiar una situación para diagnosticar necesidades y problemas a efectos de aplicar los conocimientos con fines prácticos"[17]

[17] Mancilla Toledo, Nelson. Cómo hacer un seminario de título, p.14.

INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

Las investigaciones científicas se caracterizan por su utilización de ajustes o patrones conceptuales que indagan evidencias para afirmar, o refutar supuestos con su finalidad de contribuir activamente al progreso cultural de la humanidad. Uno de estos modelos es la investigación cualitativa, caracterizándose por la utilización de recolección de datos, pero con la particularidad de no utilizar la medición numérica para expresar o perfeccionar preguntas de investigación en su proceso de interpretación, es decir, se caracteriza como una reflexión en y desde la práctica, pretendiendo entender desde el interior al sujeto que ocupa un rol interactivo, expresivo, apto de compartir significados. Según (Grinnell, 1997) el enfoque cualitativo, a veces referido como investigación naturalista, fenomenológica, interpretativa o etnográfica, es una especie de "paraguas" en el cual incluye una variedad de concepciones, visiones, técnicas y estudios no cuantitativos.

Las características más esenciales de una investigación cualitativa están enmarcadas por el o los investigadores respecto al planteamiento del problema, debido que no siguen una estructura definida en su proceso de investigación, logrando que sus supuestos o planteamientos no sean específicos respecto al enfoque cuantitativo, debido a que su proceso está fundamentado inductivamente, es decir, explorar, detallar, para lograr crear visiones teóricas de la problemática a estudiar.

En gran mayoría de estudios cualitativos no se corroboran hipótesis, estas surgen en el proceso y se perfeccionan respecto a los datos que se van obteniendo o son una derivación de la investigación, llevando a la utilización de métodos de recolección de datos no estandarizados, es decir, a la utilización de no efectuar una medición numérica, por consiguiente, se realiza un análisis sin ocupar estadística. Para poder realizar la recolección de datos se debe obtener las perspectivas de los participantes, entendiendo que "la realidad se define a través de las interpretaciones de los participantes en la investigación respecto de sus propias realidades. De este modo, convergen varias "realidades", por lo menos la de los participantes, la del investigador y la que se producen mediante la interpretación de todos los actores. Además son realidades que van modificándose conforme transcurre el estudio. Estas realidades son las fuentes de datos"[18].

[18] (Hernández, Delgado, & Fernández, 2001)

Como metodología de investigación, los estudios cualitativos están focalizados a la construcción o generación de teorías, por medio de series de observaciones de la realidad del objeto de estudio, promoviendo sus uso del método inductivo, para dar inicio de un estado no visualizado de la teoría, Glasser y Strauss (1987: 253, citado en Perry, 1998:788) afirman que *"en la práctica es difícil ignorar la teoría acumulada, ya que ésta es importante antes de comenzar el proceso de investigación; es decir, el primer conocimiento común ganado a través del proceso de socialización, inevitablemente influirá en la formulación de las hipótesis por parte del investigador...el investigador debe abstenerse de la apropiación no crítica de ésta reserva de ideas".*

ESTUDIO EXPLORATORIO

El estudio exploratorio se realiza con la finalidad de detectar una problemática de investigación poco trabajado, generando dudas debido al no ser abordado anteriormente: es decir, al realizar la revisión bibliográfica evidencia escasas investigaciones o ideas aisladas relacionadas al problema. "los estudios exploratorios son como realizar un viaje a un sitio desconocido, del cual no hemos visto ningún documental ni leído algún libro, sino que simplemente alguien nos hizo un breve comentario sobre el lugar." [19].

Este tipo de estudio nos facilita familiarizarnos con el tema desconocido, logrando obtener información valiosa que permitirá realizar investigaciones más complejas con el tiempo. En escasos estudios generan un fin en sí mismo, intentando no dar una dar explicación respecto del problema, sino sólo almacenar e identificar antecedentes universales, número y cuantificaciones, temas y tópicos respecto del problema investigado, sugerencias de aspectos relacionados que corresponderían explorar en profundidad en futuras investigaciones. Su objetivo es fundamentar experiencias, examinar temas o problemas poco estudiados. Por lo general investigan preferencias, asemejan relaciones viables entre variables y constituyen investigaciones más rigurosas con el transcurso del tiempo.

[19] Hernández Sampiere Roberto, Fernández-collado carlos, baptista lucio pilar, metodología de la investigación cuarta edición, editorial McGraw Hill 2006. Pag.-101

DISEÑO METODOLÓGICO

Tal cual se presentó al comienzo de este capítulo, nuestro diseño metodológico es un estudio de casos, con su ventaja esencial que el mismo regula y reconoce el comportamiento de los individuos envueltos en el fenómeno en estudio. El estudio de casos es una metodología cualitativa descriptiva la cual recurre a un instrumento para entender algo delimitado dentro de un fenómeno confuso de estudiar. El "caso" es interpretado como un procedimiento integrado y en funcionamiento, necesitando un análisis que alcance dilucidar y reconstruir ese sistema. Según (Yin R. K., 1994) define estudio de casos como "una investigación empírica que estudia un fenómeno y su contexto no son claramente evidentes. (…) Una investigación de estudio de caso se trata exitosamente con una situación técnicamente distintiva en la cual hay muchas más variables de interés que datos observacionales; y, como resultado, se basa en múltiples fuentes de evidencia, con datos que deben converger en un estilo de triangulación; y, también como resultado, se beneficia del desarrollo previo de proposiciones teóricas que guían la recolección y el análisis de datos"

El propósito de utilizar esta metodología de investigación es lograr un acercamiento entre las teorías extendidas en el marco teórico y el contexto del objeto de estudio, centrándose en casos involucrados en el aprendizaje, como medio para comprender la realidad en que se encuentra el objeto de estudio a analizar. Reconocemos que el caso no permite realizar generalizaciones en sus conclusiones, debido a que se realiza un estudio a una muestra determinada y no a una población, lo cual produce la no generalización de hallazgos respecto a otros casos que no fuesen estudiados, por motivos del tamaño de la muestra o por la no representatividad de los casos seleccionados. Como grupo investigador tenemos la convicción de considerar al caso como una etapa preliminar de una investigación, que con el tiempo se indagara en resultados generales a través de medios estadísticos o herramientas suficientes que permitan describir el comportamiento de una población respecto a una situación determinada.

El estudio de caso accede a construir generalidades, asienta su fortificación en las interpretaciones, que lograran ser dadas a conocer en un estudio comparativo futuro. Las interpretaciones realizadas en esta metodología de estudio, se fabrican a partir de un transcurso continuo de definición de temas transcendentales, recolección de datos, interpretación, validación y redacción del caso. Además, este estudio posee la cualidad esencial como metodología de describir una gama de temas apreciables que permiten orientar el estudio, superando la hipótesis, respecto a diferentes metodologías existentes; es decir, como finalidad central es la orientación de lo que se quiere investigar y temas relevantes de estudio, respecto al marco que se elabora la información.

CARACTERISTICAS DE LA METOLOGIA DEL ESTUDIO DE CASOS

Para poder usar esta metodología debemos conocer los distintos métodos de investigación existente, reconociendo sus ventajas y desventajas, respecto a la problemática que se quiere abordar y sus implicancias. Al tomar la decisión de la metodología a utilizar, de debe reflexionar de tres condiciones:

1) La pregunta de investigación que se quiere dar respuesta.
2) El dominio del investigador respecto a los eventos que experimenta.
3) La contingencia del problema, es decir, si la problemática tiene un carácter novedoso o motivo auténtico.

Método	Forma de la pregunta de investigación	¿Requiere control sobre los acontecimientos?	¿Se concentra en acontecimientos contemporáneos?
Experimento	¿Cómo? ¿Por qué?	Si	Si
Encuesta	¿Quién? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuánto? ¿Cuántos?	No	Si

Análisis de archivos	¿Quién? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuánto? ¿Cuántos?	No	Si/No
Historia	¿Cómo? ¿Por qué?	No	No
Estudio de casos	¿Cómo? ¿Por qué?	No	Si

Respecto a la metodología del estudio de caso, será válida cuando aparezcan preguntas de la forma ¿Cómo? o ¿Por qué?, y a la vez, cuando el o los investigadores no tienen el dominio suficiente sobre los eventos respecto cuando el tema es novedoso. Según George (2005), describe “las preguntas “como” y “por qué” son más explicativas y llevan fácilmente al estudio de casos. La historia y los experimentos, porque tratan con cadenas operativas que se desenvuelven en el tiempo, más que con frecuencias. Los casos y la historia también permiten tratar con el rastro de procesos”. (Yin R. K., 1994) plantea una matriz para la elección de un método de investigación social según las características del problema de interés:

El tipo de preguntas relacionadas al ¿Cómo? y ¿Por qué? son más aclarativas y conducen cómodamente a un estudio de casos, pero reconociendo la naturaleza de nuestro estudio exploratorio, surgen preguntas de naturaleza ¿Qué?, permitiendo ser contestadas realizando encuestas o consultando bases de datos, sin desmerecer su naturaleza de estudio.

Nuestro estudio de caso a realizar proviene de una teoría y se direcciona hacia ella, pero antes de emprender su trabajo, el estudio debe ser antecedido por el impulso de una teoría que facilite su observación. La observación esta persistentemente seguida de una teoría, aunque sea primitiva. La evolución de los nacientes esbozos teóricos refina y progresa los elementos del caso. Pero cabe señalar, que todo estudio anexa su teoría, que ofrece una perspectiva general de la investigación, de la exploración de datos y su interpretación. A disposición que el caso se desarrolla, germina una teoría más fructífera, que se va forjando hasta que concluye.

Respecto al análisis de datos, (Chetty, 1996) narra que la recolección de datos en un estudio de casos pueden ser conseguidos desde distintas fuentes, desde cualitativos como cuantitativos, es decir, en documentos, búsquedas de archivos, entrevistas directas, observación directa y participativa, instalaciones u objetos físicos. La metodología del estudio de caso es una estrategia referida a estudios exploratorios, otorgándole una aproximación de teorías, métodos e ideas al investigador respecto a la realidad del objeto de estudio. Su propósito puede ser descriptivo, intentando identificar y describir los factores incitadores influyentes en el fenómeno de estudio. Además posee un propósito exploratorio, intentando lograr un acercamiento entre las teorías inscritas en el marco teórico y la realidad objeto de estudio.

Mencionadas las cualidades como estrategia de un estudio de caso, ha tenido poca aceptación respecto a estudios cuantitativos y experimentales, debido a sus limitaciones. Autores describen una carencia de rigor, llevando al punto de vista del investigador influya en la dirección de los encuentros y en las conclusiones de la investigación, proporcionando escasas bases para la generalización, adquiriendo demasiada amplitud, por lo cual los documentos resultan demasiados extensos.

Dadas las cualidades mencionadas, creemos como grupo de investigación que la estrategia utilizada es acorde a nuestro estudio respecto a los esquemas conceptuales, considerando que el estudio de caso es una estrategia suave de investigación, siendo meditada como la más difícil de hacer (Yin R. K., 1984/1989). Continuando (Yin R. K., 1994) explica que generalizar por medio de un estudio de casos no es realizar generalización estadística, como encuestas y en experimentos, se trata de una generalización analítica, es decir, utilizando un caso único de estudio o múltiple lograr representar a una teoría. Por lo cual, resultados de un caso pueden generalizarse con condiciones teóricas similares, así mismo, para un estudio de casos múltiple fortifica las generalizaciones analíticas al elaborar la evidencia validada partir de dos o más casos., o para resguardar condiciones teóricas que produjeran por motivos previsible a resultados opuestos.

Originando la importancia de diseñar un estudio de caso de forma acorde para lograr introducir tácticas en el transcurso del proceso de desarrollo, (Yin R. K., 1984/1989) supone el método de estudio de caso es apropiado en temas de relevancia prácticamente nuevos, considerando la investigación empírica posee las siguientes características:

- ❖ Indaga sobre un fenómeno contemporáneo en su contexto
- ❖ Los límites entre el fenómeno y su contexto no son de fácil evidencia
- ❖ Utilización de múltiples fuentes de datos
- ❖ Su estudio es realizable en casos únicos como múltiples de casos.

(Eisenhardt K. M., 1989) comprende el estudio de caso contemporáneo como *"una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares"*, tratándose de un estudio de único caso o de varios, disponiendo diferentes métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa, con la finalidad de describir, verificar o generar teoría. En este sentido, (Chetty, 1996) postula el método de estudio de caso como metodología rigurosa, señalando que es adecuada para investigar fenómenos educacionales, con objetivos de dar respuesta a cómo y por qué ocurren, logrando estudiar un tema determinado, con un ideal de estudio de temas de investigación que sus teorías existentes sean inadecuadas, permitiendo conocer fenómenos desde múltiples nociones, y no desde de la influencia de una sola variable. Respecto a su indagación, se podrá realizar exhaustivamente una exploración para obtener conocimientos más amplios de un fenómeno, generando el surgimiento de nuevas evidencias sobre temas emergentes, con un perfil importante en la investigación, que debería ser utilizado como exploración inicial de un fenómeno.

Para lograr medir la calidad y la objetividad de una investigación por estudio de caso, se necesitan criterios de validez y fiabilidad en sus resultados. Por lo tanto, la validez es el grado de un instrumento de medida evalúa lo que realmente pretende conseguir; es decir, en algunos casos se denomina exactitud. La validez es el criterio para estimar si el resultado obtenido en un estudio es el apropiado. Existen varios tipos de validez que hemos utilizado en nuestra investigación:

• Validez de Contenido: grado de medición empírica que refleja un dominio específico del contenido.

• Validez de Criterio: comparación entre la medida de la investigación y estándar denominada criterio.

• Validez de Constructo: en la medida en que una variable es abstracta y latente, más que concreta y observable, se denomina constructo, porque no existe una dimensión (variable) observable. Por lo tanto, la medida de un constructo se obtiene al combinar los resultados de diversas medidas: validez convergente: es el grado en que dos o más intentos de medir el mismo concepto están de acuerdo entre sí, y validez discriminante: grado en el que un concepto difiere de otros.

La fiabilidad posee una consistencia interna de la medida; es una medida que analiza si ésta se halla libre de errores aleatorios proporcionando resultados estables y consistentes, generando métodos útiles para medir la fiabilidad de resultados. Como grupo investigador utilizaremos las aplicaciones repetidas, entendiéndose como el proceso de medición repetitiva de variables, con su finalidad de conocer hasta qué punto de medidas es reproducible en el tiempo, por lo cual, la fiabilidad es sinónimo de estabilidad, estando determinando por el grado de puntuaciones sean estables, serán grado de fiabilidad.

Para el diseño de una investigación considerando un estudio de casos, (Yin R. K., 1984/1989) propone una manera de diseño relatando a cinco elementos esenciales:

1) Preguntas de investigación
2) Proposiciones teóricas
3) Unidad(es) de análisis
4) Vinculación lógica de los datos a las proposiciones
5) Criterios para la interpretación de los datos

Para las preguntas de investigación y proposiciones teóricas ayudan como punto de partida en la recolección de datos provenientes de distintos niveles de análisis posteriores. Las preguntas de investigación y proposiciones teóricas dominan constructos (conceptos, dimensiones, factores o variables) necesitando recopilar información, procediendo a presentar la recolección de información relacionada con los constructos; es decir, mostrar numerosas fuentes de obtención de información como instrumentos a utilizar para la recolección, continuando con la vinculación lógica de datos generados de proposiciones indicadas. En último lugar se muestran los resultados de la investigación por medio de conclusiones, generando el fortalecimiento de las teorías propuestas en el marco teórico de la investigación.

Para la realización de la selección de la muestra, el estudio de caso no elige una muestra representativa de una población sino una muestra teórica. Así, "*el objetivo de la muestra teórica es elegir casos que probablemente pueden replicar o extender la teoría emergente... deben adicionarse el número de casos hasta la saturación de la teoría"* (Eisenhardt, 1989). (Eisenhardt K. , 1991) explica que el número de casos apropiado dependerá estrictamente del conocimiento dominado del tema y de la información proveniente de la asociación de estudios de casos anexos. El caso a seleccionar deberá satisfacer el criterio de clasificación para cualificarlo, basado en la revisión bibliográfica, los a casos a conformar la muestra en una investigación cualitativa deberán compensar los criterios de clasificación determinados por el investigador. (Eisenhardt K. M., 1989) propone entre cuatro y diez casos, postulando: *"Mientras no existe un número ideal de casos, con un rango entre cuatro y diez casos se trabaja bien. Con menos de cuatro casos, es difícil generar teoría con mucha complejidad, y es empíricamente es probablemente inconveniente".* Como se mencionó anteriormente, los estudios de casos pueden ser simples o múltiples, dependiendo de su cantidad. (Yin R. K., 1984/1989) establece una estructuración dependiendo del número de casos, dependiendo de sus niveles de análisis:

1) El caso único o unidad de análisis
2) El caso único con unidad principal y una o más subunidades
3) Los casos múltiples con unidad principal de análisis
4) Los casos múltiples con unidad principal y una o más subunidades dentro de la principal.

En síntesis, dependerá de cada nivel la realización de análisis y conclusiones, esencialmente la recolección de información. (Yin R. K., 1984/1989) recomienda en la recolección de información el uso de variadas fuentes de datos y completar el principio de triangulación para probar la validez interna de investigación; logrando la verificación de los datos obtenidos por medio de diferentes fuentes de información que poseen relación entre sí, es decir, desde perspectivas convergentes a los efectos explorados del fenómeno de estudio. Por lo tanto, el investigador podrá utilizar información de bases de datos, Internet, entrevistas a investigadores del área, organismos públicos o privados, documentos y estadísticas relacionados con el fenómeno abordado en la investigación.

MUESTRA

Nuestro objeto de estudio proviene del Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno Larraín, ubicado en medio de la población San Miguel de Puente Alto, Av. Sargento Menadier 2632 Puente Alto. Este establecimiento educacional pertenece a la Fundación Belén Educa, siendo este el segundo en realizar su apertura para la comunidad, trabajando con un sistema escolar de modalidad de jornada completa, y a la vez, es un establecimiento de educación técnico profesional, otorgando la especialidad en gastronomía, construcción y telecomunicaciones. A continuación desplegamos una ficha técnica resumen del origen de nuestra muestra, para comprender el contexto que se desenvuelve:

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno Larraín	
Directora:	María Eliana Rebolledo Ramírez
Capacidad:	1600 alumnos
Alumnos matriculados:	1434
Número de profesores:	74
Promedio SIMCE 2008 en Matemáticas (2° medio):	238
Promedio SIMCE 2009 en Matemáticas (8° básico):	246

La Fundación Belén Educa trabaja con un proyecto fundacional, es decir, todos sus establecimientos educacionales desarrollan los mismos contenidos, estos módulos de trabajo son creados por una coordinación de área, estableciendo desde esta *cabecilla* las metodologías y en si las clases a realizar con sus respectivos instrumentos evaluativos. Esta nueva visión de la resolución de problemas fue lo llamativo de esta institución otorgando así las muestras a estudiar. El objeto de estudio son dos cursos, el primero medio A, con 35 alumnos, de los cuales 33 fueron medidos con nuestro instrumento. Por otro lado, tenemos al primero medio B, con 33 alumnos matriculados, pero solo 26 fueron medidos. Las inasistencias son producidas porque los alumnos están siendo derivados a programas de apoyo especial, ya sea por

razones personales o problemas de conducta en el colegio. En general, los alumnos que asisten a este establecimiento son alumnos en riesgo social.
La aplicación de las clases fue realizada por un mismo profesor en ambos curso, tratando así de limitar las variables externas a su desarrollo. La profesora a cargo fue Daniela Valenzuela Jiménez, profesora tesista de la Universidad Católica Silva Henríquez.

Durante el periodo de aplicación de las clases y del instrumento las condiciones en el aula fueron las acordes para realizar las clases. Hay considerar que se debía disponer de alrededor de 5 a 10 minutos por clase para la normalización del curso. Esta normalización consiste en que el curso se ordene de acuerdo a sus puestos, guarde silencio y se dispongan a trabajar.
De acuerdo a la visión del profesor implementador, las virtudes de esta metodología fue la mayor libertad heurística producida a través de las diferentes situaciones presentadas y la variedad de resolución que crearon los estudiantes.
Las limitantes para este tipo de metodología se presentan en la personalidad del curso, ya que es un tipo de actividad más dinámica es importante mantener el control del grupo curso en todo momento; cuando un curso es excesivamente desordenado nos recomendó trabajar los problemas de forma individual, es decir, un problema una discusión, así sucesivamente. En cambio, si el curso es muy “tranquilo” hay que potenciar la interacción trabajando tres o cinco problemas seguidos y compararlos.
Para mayor información revisar Observación de Clase Anexo 3.

INSTRUMENTO A UTILIZAR

Dentro la variedad de los instrumentos a nuestra disposición, hallamos preciso utilizar una prueba en el cierre de la Unidad “resolución de ecuaciones de primer grado”, con el objetivo que los resultados nos puedan ayudar en la satisfacción de nuestra situación problemática. Entendemos que una evaluación o prueba es un instrumento para corroborar la forma de aprender, acceder al conocimiento, y a la vez, una oportunidad de corregir lo aprendido, a través del error, y continuar en la evolución del aprendizaje. *“ Lo que se desea es convertir la evaluación en un instrumento para llevar a todos a adquirir el saber y apropiarse de él de un modo reflexivo, y no eliminar a los que, después de la salida, no consiguen adquirirlo debido a factores* *presentes en la propia escuela principalmente”(*2). Por lo cual, como grupo investigador reconocemos que una evaluación posee la característica de concebir y práctica, respecto a su principio como medio para que los sujetos expresen lo que saben (saber acumulado) y sea utilizado en su carácter de razonar y actuar; otorgando la oportunidad de demostrar lo que sabe el sujeto y como lo sabe, generando la consecuencia de permitir al docente de evidenciar la consistencia del saber adquirido, y detectar la solidez sobre la que va construyendo su conocimiento. En su contexto podrá intervenir y orientar el aprendizaje, estimular o asegurarlo, y esencialmente corregir o valorarlo.

La evaluación o prueba se debe entender en forma educativa, convirtiéndola en una práctica reflexiva y critica, es decir, se debe evaluar de un modo justo, no ser muy objetivos, otorgando la preferencia al proceso y la elaboración de la respuesta. *“evaluamos para conocer cuando corregimos constructiva y solidariamente con quien aprende, no para confirmar ignorancias, descalificar olvidos, penalizar aprendizajes no adquiridos” (2).* Por ende, la evaluación tiene la función de conocer, con el fin de asegurar el progreso formativo de los participantes en el proceso educativo, una actividad continúa del conocimiento, llevando al rol fundamental del profesor como aclarador de problemáticas.

Cabe mencionar, nuestro fin en el proceso de recolección de información es comprobar si la utilización de esquemas puede ayudar en la comprensión del algebra, observando el procedimiento desarrollado por el estudiante en su resolución, pero destacamos si no se evalúa el proceso y calidad de la respuesta, no podremos encontrar las causas y motivos de los errores. No nos interesa calificar solamente el trabajo, es un medio de estandarizar el conocimiento, pero solo cuantificara el saber, generando una alteración al valor de la corrección, produciendo una mala interpretación.

Para realizar nuestra recolección de información, realizamos una prueba de selección múltiple, entendiéndose como el procedimiento que “se debe seleccionar la respuesta correcta entre varias alternativas. Su estructura se basa en ítems de preguntas o afirmaciones incompletas y dentro de las alternativas que se le proporcionan se encuentran los distractores y claves. Cuando se construyen las preguntas y respuestas se debe tratar de evitar las preguntas negativas, una discordancia gramatical y debe

existir sólo una respuesta correcta. Los distractores deben ser aceptables, es decir, no conviene dar pistas como en la ubicación o enunciado de la alternativa correcta"
La decisión de este tipo de instrumento tiene la finalidad de recabar la información si el estudiante está logrando su aprendizaje, y a la vez, desarrollar un razonamiento matemático por medio de esquemas aditivos.

Antes de comenzar con la unidad de "resolución de ecuaciones de primer grado", nuestra muestra deberá poseer como aprendizajes previos la capacidad de identificar y resolver un problema que representa un problema aditivo, y a la vez, tengan la cualidad de identificar que operaciones permiten resolver un problema y su justificación correspondiente. Además, deberán representar problemas a través de esquema, conduciendo que sean capaces de determinar la ecuación que es acorde al esquema que se les puede plantear. Estos aprendizajes previos son esenciales debido que permitirá realizar una mejor ejecución de la unidad, facilitando los aprendizajes esperados del programa, y a la vez, los aprendizajes esperados para la unidad.

El establecimiento educacional Cardenal Juan Francisco Fresno establece como aprendizajes esperados para el programa que los alumnos:

- Resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita, presentadas por medio de distintas situaciones problemáticas de la vida cotidiana.
- Validan una solución obtenida de la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita, mediante el análisis del contexto o la sustitución de la incógnita.

Además, establece como aprendizaje esperado para la unidad de "resolución de ecuaciones de primer grado" los siguientes:

- Utilizan las ecuaciones de primer grado, para abordar problemas de la vida cotidiana.
- Resuelven ecuaciones de primer grado, utilizando esquemas y lenguaje algebraico.

Primera fase: Introducción a los esquemas conceptuales

Esta fase consiste en la presentación hacia los alumnos de los esquemas conceptuales. Como inicio a esta etapa se realiza un acercamiento a esta teoría por medio de situaciones en las cuales van dibujando lo que entienden con rectángulos y cuadrados. Esta etapa solo visualiza la interacción básica de los estudiantes con los esquemas conceptuales, es por ello que terminamos con la caracterización de la igualdad.

- **Clase 1:** *Representar esquemas mediante 20 situaciones*
  Tiempo: 4 horas.
  Recursos: Clase 1 Anexo 1

  El objetivo de esta clase es instalar en una primera etapa la construcción de esquemas aditivos a partir de situaciones simples, fomentando que el alumno desarrolle el algoritmo pertinente.

- **Clase 2:***Resolver ecuaciones con incógnitas en ambos lados*
  Tiempo: 6 horas

  Recursos: Clase 2 Anexo 2

  El objetivo de esta clase es verificar el aprendizaje de los esquemas como algoritmo intermedio para la solución de situaciones simples a partir de un control hecho al inicio de la clase. Al finalizar el control, se presentarán al estudiante nuevas situaciones un poco más complejas que las de la clase anterior.

Segunda fase: Resolución de problemas e instrumento de evaluación

Cuando finaliza la primera etapa, los estudiantes han avanzado con el nivel de complejidad de las situaciones planteadas, para luego llegar a ecuaciones con incógnitas planteadas a través de esquemas y algebraicamente, fortaleciendo la significancia del signo de igualdad, de tal forma que los alumnos sean capaces de realizar el cambio de registro entre esquemas a lenguaje algebraico y viceversa. Para aumentar la dificultad de esta etapa se termina con cálculo de ecuaciones fraccionarias. Finalmente, los alumnos se verán enfrentados a la palabra exceso de tal forma que esto lleve a la resta dentro de las expresiones algebraicas como también de los esquemas.

- **Clase 3:** *Resolver ecuaciones fraccionarias*
  Tiempo: *6 horas*

  Recursos: Clase 3 Anexo 3

  El objetivo de esta clase es verificar el aprendizaje del algoritmo para la solución de situaciones un poco más complejas, para corroborar este proceso realizamos un control de 5 ejercicios al inicio de la clase. Continuamos posteriormente con más situaciones pero ahora la dificultad se encontrará en que los estudiantes se enfrentan a números fraccionarios.

- **Clase 4:** *Control Formativo*
  Tiempo: *2 horas*

  Recursos: Anexo Clase 4

  Esta clase tiene como meta solo trabajo formativo, por lo cual los alumnos trabajaran en parejas desarrollando una guía con nota sobre 10 situaciones, esta nota se basa en el proceso de los estudiantes y la forma de desarrollo utilizada para obtener el resultado.

- **Clase 5:** *Resolver problemas que incorpora la palabra exceso*
  Tiempo: *4 horas*

  Recursos: Anexo Clase 5

  Como penúltima clase se desea incorporar la operación inversa a la suma, es decir, la resta. Por lo cual los alumnos trabajaran con situaciones donde la palabra exceso aparece indicando que deben establecer una relación entre los datos indicando el orden de menor a mayor, de tal forma que el menor establezca el grafo mínimo.

ANÁLISIS DE INSTRUMENTO

Para evidenciar si la muestra estudiada logro comprender los esquemas conceptuales, específicamente las estructuras aditivas como estrategia facilitadora en el álgebra, establecemos una evaluación que comprende el siguiente objetivo general y específico:

Objetivo General:

Verificar aprendizajes de los alumnos respecto a la utilización de esquemas aditivos como método para la resolución de problemas.

Objetivo Específicos:

- Resolver ecuaciones fraccionaras de primer grado
- Justificar procedimientos utilizados para resolver problemas y ecuaciones
- Justificar esquemas aditivos utilizados y su relación con la expresión algebraica
- Formular problemas a través de una ecuación

A partir de nuestros objetivos, como grupo investigador logramos establecer la cantidad de preguntas que debe tener nuestro instrumento de recogida la información. Respecto a los criterios para definir la cantidad de pregunta por objetivo principal, tomamos los aprendizajes esperados por la unidad que establece el establecimiento educacional y el enfoque que el establecimiento presentó en cada situación. En general, más allá de resolver ecuaciones, su medio está en la lógica que el alumno adquiere desde el trabajo de los esquemas conceptuales, por esta razón las principales preguntas están dirigidas a la justificación tanto de los esquemas como de sus respectivos cambios de registros, planteamientos en lenguaje natural a esquemas, o de esquemas a lenguaje algebraico y viceversa. A continuación se establece el siguiente cuadro resumen para una mejor comprensión:

Objetivo General	Objetivos Específicos	Cantidad de Preguntas
Verificar aprendizajes de los alumnos respecto a la utilización de esquemas aditivos como método para la resolución de problemas.	Justificar procedimientos utilizados para resolver problemas y ecuaciones	4
	Justificar esquemas aditivos utilizados y su relación con la expresión algebraica	4
	Formular problemas a través de una ecuación	4

Para que nuestro instrumento tenga una eficacia e importancia en su contexto, fue sometido a una validación a través de juicio de experto, en nuestro caso, la persona o experto que valido nuestro instrumento es la Srta. Evelyn Villalobos Carvajal, licenciada en educación, magister en educación y coordinadora del tercer ciclo, es decir, desde séptimo básico a segundo medio, en el Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno Larraín. El propósito de esta validación es asegurar que la estructura y el contenido de nuestro instrumento permitan recopilar la información requerida para esta investigación. (Anexo 7)

CLASIFICACION DE PREGUNTAS

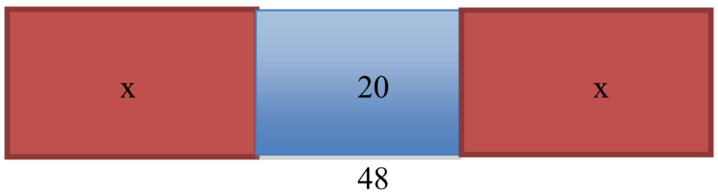
Nuestro instrumento de recolección de información está compuesto por veinte preguntas de selección múltiple, solicitándole a los estudiantes realizar su desarrollo para obtener el puntaje máximo por pregunta. Las preguntas presentan diferentes situaciones, las cuales entregan datos en forma de esquemas, expresiones algebraicas, orden en el conjunto de los números naturales, y registro en lenguaje natural. A partir de este análisis, se generó cuatro categorías de clasificación:

a) Situaciones de construcción de esquemas aditivos: son preguntas en las cuales el alumno debe identificar cual es el esquema que representa la situación dada.

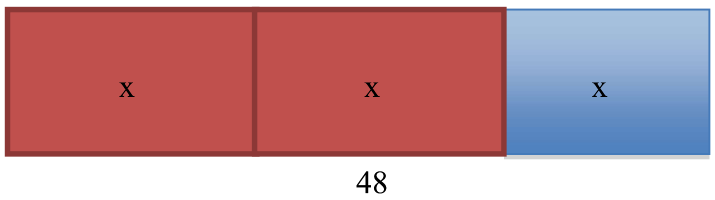
Ejemplo:

¿Cuál es el esquema que representa la siguiente situación? "Poseo un alambre de cobre de 48 centímetros de largo total, y un trozo de alambre de 20 centímetros, ¿Cuánto miden los otros?"

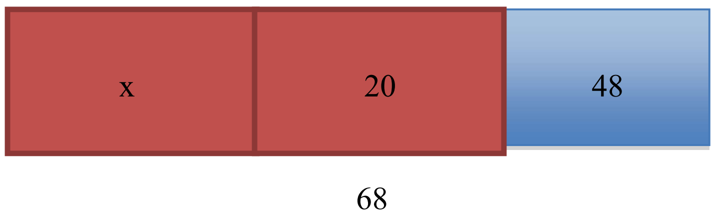
a)



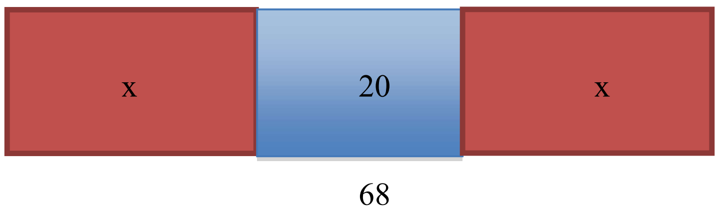
b)



c)



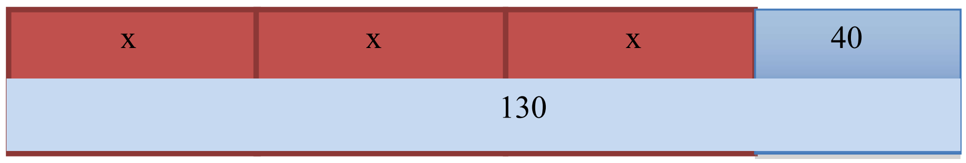
d)



b) <u>Situación de construcción de algoritmos:</u> En este tipo de pregunta, a partir de un esquema o situación se le solicita al estudiante que construya a través de lenguaje algebraico o natural lo que está leyendo en la pregunta.

Ejemplo:

La expresión algebraica que representa la siguiente situación es:



a) $x+x+x-40=130$

b) $3x=130+40$

c) $2x=130+40+x$

d) $x + x + x + x=130-40$

c) Situación de cálculo de algoritmos: El estudiante deberá resolver por el medio que más le acomode la situación planteada en lenguaje algebraico.

Ejemplo: *Si* $x+7=6$*, a cuanto equivale la siguiente proposición?* $6x-14$

a) -1

b) -8

c) 20

d) -20

d) Preguntas de situación de orden: El alumno en este tipo de preguntas deberá establecer un orden con la información dada en la pregunta asumiendo un valor numérico a la incógnita dada.

Ejemplo:

Si Andrea hace 10 años tenía 5, ¿cuál es la expresión que mejor representa la edad actual de Andrea?

a) $x-10=5$

b) $x+5=10$

c) $x+10=5$

d) $x-5=10$

DOMINIO DE APRENDIZAJE

Cada pregunta responde a un dominio de aprendizaje que el estudiante deberá comprender, y a la vez, deberá utilizar para la resolución de problemas. Para conocer el progreso del aprendizaje del estudiante, y clasificar el dominio de aprendizaje que direcciona cada pregunta, se empleó los mapas de progreso del aprendizaje establecidos por el ministerio de educación (Programas, 2011)), específicamente el mapa de progreso de algebra, reconociendo que nuestra investigación tiene como objetivo de explorar la posibilidad de iniciar la enseñanza de la resolución de problemas aritmético- algebraicos a través de esquemas aditivos. Los mapas de progreso del aprendizaje se caracterizan por una continuidad en áreas específicas que considera esenciales en la formación para el estudiante, respecto a los distintos sectores curriculares. Además, genera una relación entre el Curriculum y la evaluación, situando lo esencial al momento de evaluar y otorgando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado. Su función es progresar en la ejecución del Curriculum, comenzando el análisis de las competencias clave que se deben desarrollar.

Los mapas detallan el aprendizaje en 7 niveles, desde 1° básico a 4°medio, cada nivel está reflejado a la expectativa que los estudiantes hayan conseguido al término de determinados años escolares. A modo de ejemplo, el nivel 1 pertenece al logro que se espera para la mayoría de los niños y niñas al término de 2° básico; el nivel 2 satisface al término de 4°basico y así continuamente cada dos años. Respecto la realidad, detecta que un curso conviven estudiantes con diferentes niveles, llevando a la búsqueda de ayudar a establecer donde está su aprendizaje y hacia donde deben avanzar, permitiendo la orientación de las acciones pedagógicas en favor de su mejoramiento.

El Curriculum de matemática tiene como propósito que los alumnos adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, a la vez, que desarrollen el pensamiento *lógico, la capacidad de deducción, la precisión, las capacidades para formular problemas y las habilidad necesarias para modelas situaciones o fenómenos* [20](1)

Este aprendizaje favorece la comprensión de la realidad, logrando la elección de estrategias para resolver problemas, contribuyendo a la evolución del pensamiento autónomo. El forjamiento matemático de la realidad, por medio del uso apropiado de conceptos, permite al estudiante a entender situaciones y fenómenos, formular explicaciones y realizar predicciones, desarrollando su habilidad para interponerse en esa realidad. Los aprendizajes en matemáticas se han constituido en cuatro mapas de progreso: números y operaciones, algebra, geometría, datos y azar; en el cual, en el mapa de progreso de algebra, que es donde se focaliza nuestra investigación, *describe el progreso de la capacidad para utilizar símbolos en la representación de generalidades y el modelamiento de situaciones y fenómenos así como también el desarrollo de la argumentación matemática*.[21](2)

Los aprendizajes referidos en el mapa de progreso de álgebra evolucionan fundamentados en tres dimensiones interrelacionados entre sí:

a. *"**Comprensión y uso del lenguaje algebraico:** se refiere a las habilidades para interpretar el significado y escribir expresiones algebraicas haciendo uso de las convenciones del algebra, representarlas de diversas maneras y usarlas en la designación de números, variables, constantes u otros objetos matemáticos.*

b. ***Comprensión y uso de relaciones algebraicas:** se refiere a la habilidad para establecer relaciones entre expresiones simbólicas mediante igualdades, ecuaciones, inecuaciones o funciones y a la capacidad para aplicar reglas y procedimientos que permitan transformarlas en expresiones equivalentes.*

---

[20] Unidad de Currículum, UCE (2009). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sector matemática, mapa de progreso de Algebra. Gobierno de Chile, Ministerio de educación. Página 3.

[21] Unidad de Currículum, UCE (2009). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sector matemática, mapa de progreso de Algebra. Gobierno de Chile, Ministerio de educación. Página 3.

c. ***Razonamiento matemático:*** *involucra habilidades relacionadas con el reconocimiento y descripción de regularidades. El modelamiento de situaciones o fenómenos y la argumentación matemática."*[22]

El álgebra tiene un espacio privilegiado en la enseñanza de las matemáticas, otorgándole un reconocimiento y valoración por especialistas de las matemáticas y de otras disciplinas científicas, como una eficaz herramienta que logra constituir y usar símbolos, formando un lenguaje formal generalizador y modelador de situaciones de varios ámbitos demostrando conjeturas. A continuación se explicara los niveles que está constituido el mapa de progreso de algebra, recordando que posee 7 niveles, pero en nuestro caso solo realizaremos su análisis hasta el nivel 5, debido que allí está comprendido nuestro objeto de estudio, primer año medio:

NIVELES	DESCRIPCIÓN
Nivel 1	Comprende que el signo igual representa una igualdad entre dos expresiones y reconoce que símbolos no numéricos pueden representar valores numéricos. Determina el valor desconocido en situaciones de adición y sustracción. Continúa el desarrollo de patrones numéricos y geométricos, dada la regla que lo genera. Fundamenta su respuesta en la determinación de un valor desconocido aludiendo al concepto de igualdad y da razones de por qué un término numérico pertenece o no a una secuencia refiriéndose a una regla dada.
Nivel 2	Expresa relaciones de orden utilizando la simbología correspondiente. Determina el valor desconocido en situaciones de multiplicación y división. Identifica, describe y continúa patrones numéricos y geométricos con figuras conocidas, mencionando alguna regla que genere la secuencia. Explica las

[22] Unidad de Currículum, UCE (2009). Mapas de Progreso del Aprendizaje. Sector matemática, mapa de progreso de Algebra. Gobierno de Chile, Ministerio de educación. Página 4.

	estrategias aplicadas en la determinación de un valor desconocido y justifica la regla elegida para continuar un patrón aludiendo a los términos dados.
Nivel 3	Comprende que en las expresiones algebraicas las letras pueden representar distintos valores de acuerdo al contexto. Reconoce las expresiones algebraicas que representan las propiedades de las operaciones e interpreta expresiones algebraicas que representan la generalización de una operación matemática. Comprende que una misma expresión tiene distintas representaciones algebraicas equivalentes. Resuelve ecuaciones de primer grado donde la incógnita se encuentra a un solo lado de la igualdad, utilizando estrategias informales. Justifica sus soluciones explicitando las estrategias utilizadas.
Nivel 4	Traduce expresiones desde el lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa. Reduce expresiones algebraicas por medio de la aplicación de propiedades de las operaciones. Resuelve problemas en diferentes contextos que involucran ecuaciones de primer grado con la incógnita en ambos lados de la igualdad, utilizando propiedades y convenciones del álgebra. Reconoce funciones en contextos cotidianos y sus elementos constituyentes, distinguiendo entre variables independientes y dependientes. Resuelve problemas que involucran aplicar el modelo de variación proporcional, explicando la relación entre las variables. Justifica la pertinencia de los procedimientos aplicados aludiendo a la situación que modela.
Nivel 5	Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones lineal, afín, exponencial, logarítmica y raíz cuadrada, y las representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Transforma expresiones algebraicas de forma entera y fraccionaria haciendo uso de convenciones del álgebra. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en forma algebraica y gráfica. Resuelve problemas que involucran composición de funciones, modelos lineales y afines o sistemas de

	ecuaciones lineales. Justifica la pertinencia del modelo aplicado y de las soluciones obtenidas.

COMPETENCIA A UTILIZAR

Por competencia se entenderá la habilidad que deberá poseer el estudiante al momento de enfrentarse a la resolución de un problema. El concepto de habilidad proviene de la psicología cognitiva expresándola como “habilidad cognitiva”, entendiéndose como las operaciones del pensamiento por medio de las cuales el sujeto puede apropiarse de los contenidos y del proceso que uso para ello, es decir, son un acumulado de operaciones mentales que ayudan al alumno a constituir la información adquirida por vía sensorial, en estructuras de conocimientos más contempladoras otorgándole sentido para él.

En el área de la psicología cognitiva, (Clavero, 2001) en sus investigaciones sobre las habilidades cognitivas instaura grupos diferenciados y delimitados, según las definiciones que se hallan en investigaciones especializadas, a la vez, menciona la posibilidad de detectar un notable núcleo de significado, pero con diferencias en niveles denotativos de los términos empleados. Como grupo investigador nos adherimos a las concepciones establecidas por Clavero respecto a las habilidades cognitivas comprendidas como operaciones y procedimientos que utiliza el estudiante en la instancia de adquirir, retener y recuperar ejemplos de conocimientos que admiten el logro de capacidades, entre otras, para definir, demostrar, identificar, interpretar, codificar, recodificar, graficar, algoritmizar y calcular, modelar, comparar, resolver, aproximar, optimizar.

Según (Gellatly, 1997) se refiere al término cognición como actividades de conocer, recoger, organizar y utilizar el conocimiento. Las actividades que implique percepción, memoria, aprendizaje o pensamiento es parte de la cognición, produciendo que los alumnos resuelve problemas y ejercicios, implica sean rutinarios o innovadores, de alguna manera, la actividad implica un componente cognitivo. Las habilidades contienen la capacidad de ayudar en una respuesta apropiada rápidamente. La capacidad de otorgar la respuesta correcta inmediatamente es cualidad en las habilidades. La habilidad de un profesor no depende naturalmente de la percepción superior o de la memoria, debido que está relacionada con la detección en el estímulo de esquemas familiares y relevantes.

Para lograr determinar las habilidades matemáticas de análisis para cada pregunta en el instrumento de recogida de información, seguiremos la clasificación de (Hernández, Delgado, & Fernández, 2001). Determino aquellas habilidades que suelen ser usadas con frecuencia en la actividad matemática; siendo adecuadamente generales para mantener su representación a lo largo de la formación de los estudiantes, es decir, deben ser necesarias para la formación matemática de enseñanza media. La clasificación es:

a) **Interpretar:** es otorgar el significado a las expresiones matemáticas para que obtengan un sentido respecto del propio objeto matemático, o en función del fenómeno o problemática real que se presente. Logra conformar un marco matemático el lenguaje desde otras áreas de estudio, traduciéndolo a un nuevo lenguaje entendible para el estudiante.

b) **Identificar:** es reconocer el objeto de estudio matemático por sus propiedades, características o rasgos principales. Consiste en determinar si el objeto corresponde a una clase de objetos que demuestran las mismas características específicas. La formación mejora al sujeto con un recurso teórico irreemplazable para la ayuda de toma de decisiones y la resolución de problemas. Establece el desarrollo de un pensamiento matemático riguroso, reflexivo y profundo. En la formación de esta habilidad es necesaria la noción consecuente de una gran ejercitación donde se encuentren ejercicios de estructura teórica, utilizando definiciones, como el trabajo con otras circunstancias necesarias.

c) Recodificar: es traducir la información de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro. Expresando un idéntico tipo de objeto por medio de representaciones diferentes, logrando la flexibilidad del pensamiento en la resolución de problemas trabajándolo desde otra perspectiva. Esta habilidad diferencia perfectamente al experto del principiante. El experto no es capaz de visualizar analogías y formas que procuren la transformación donde otros están desorientados, induciendo como primera instancia la existencia de un teorema que justifique la acción, y la eficacia de la interpretación que se da al resultado encontrado. La habilidad de recodificar tiene un sistema operatorio de acción al transformar, ejemplificándolo en el concepto de función.

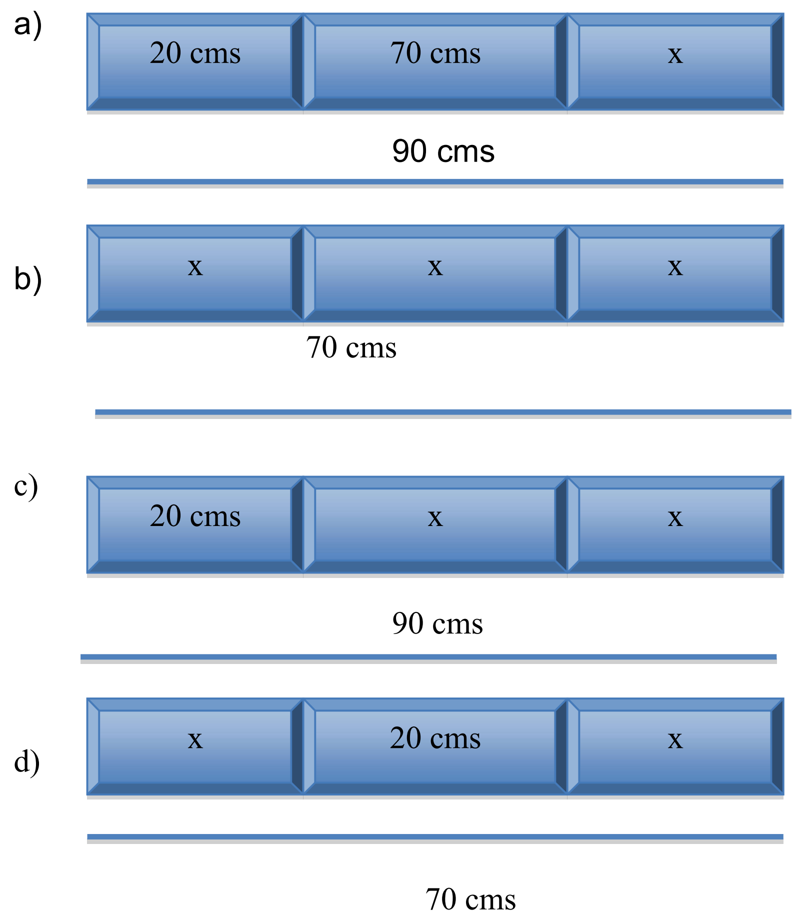
d) **Calcular:** su estructura debe ser analizada para automatizar aquellos algoritmos de cálculo que efectivamente sean necesarios, y a la vez, permitan un desarrollo al estudiante.

La autora cita habilidades como algoritmizar, definir, demostrar, modelar, comparar, resolver, optimizar, promoviendo en cada caso la selección propuestas para beneficiar su persistencia y fortalecimiento. Para cada problema, ejercicio, pregunta o intervención didáctica no involucra el ejercicio con una habilidad en un perfil aislada. Las habilidades promueven interrelaciones. A modo de ejemplo: interpretar admite identificar; comparar se reemplaza a identificar; demostrar la contiene; algoritmizar, la agrega con la toma de decisiones; calcular la posee como mecanismo de control; según las relaciones más apreciables. Resolver podrá ser antecedida de identificar y con periodicidad modelar y graficar.

ANALISIS DE PREGUNTAS

Para realizar un análisis eficiente para cada pregunta, comenzaremos con un cuadro resumen con la finalidad de dar una visión general. Este cuadro toma en consideración la pregunta, la alternativa correcta, el tipo de pregunta de acuerdo a la categoría descrita en el apartado anterior, tipo de relación aditiva de base según las categorías entregadas por (Vergnaud G. , 1983), el dominio de aprendizaje al cual pertenece y por último la competencia a evaluar; para luego continuar con un análisis exhaustivo de las producciones estudiantiles en el apartado posterior.

Pregunta N°1

PREGUNTA N°1
Enunciado: *¿Cuál de los siguientes esquemas permite encontrar la respuesta a la siguiente situación?* ***“La barra de una cortina mide 70 cm, si un pedacito de la barra mide 20 cm, ¿Cuánto mide cada uno de los otros pedacitos de la barra?”*** 
Alternativa Correcta: d
Categoría: Situaciones de construcción de esquema aditivo
Tipo de relación aditiva de base: Constitución de dos medidas en una tercera
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: identificar, interpretar , recodificar

Esta pregunta evalúa la competencia del estudiante de interpretar el texto y llevarlo a un esquema aditivo. Es posible que se presente un obstáculo en entender la parte (trozo de la barra) por sobre el todo. Se clasifica como constitución de dos medidas en una tercera, ya que en su situación base el alumno trabajaría con una cantidad, una variable, donde su suma nos da la tercera cantidad dada – el total – esta constitución se realiza en base a la adición (transformación) de ambas cantidades, acorde a los ejercicios planteados en primero medio se decide aumentar la dificultad de esta pregunta en la relación duplicando su variable:

- Situación base:

  - Cantidad: 20 cms
  - Variable: x

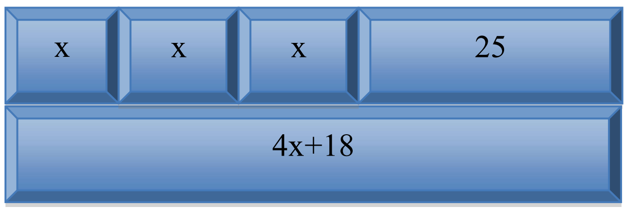
  70 cms.

- Situación propuesta

  - Cantidad: 20 cms
  - Variable: x + x

  70 cms.

Pregunta N°2

<table>
<tr><th>PREGUNTA N°2</th></tr>
<tr><td>Enunciado:
La expresión algebraica que representa la siguiente situación es:


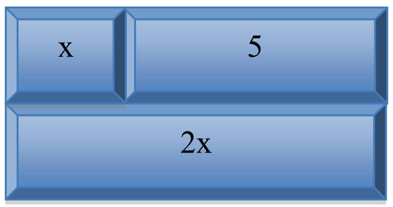
a) x+x+x+25= 4x +18
b) x +x +x = 4x+25+18
c) x + x = 4x +x + 18 -25
d) 4x + 18 -25 = x + x-x</td></tr>
<tr><td>Alternativa Correcta: a</td></tr>
<tr><td>Categoría: situación de construcción de algoritmos</td></tr>
</table>

Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 5
Competencia a Desarrollar: identificar, recodificar

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante en lograr establecer una ecuación respecto al esquema aditivo establecido, en el cual, deberá comparar entre las superficies dadas para así generar la ecuación que mejor representa la situación. Se define como estructura de dos transformaciones debido a la necesidad de conocer y aplicar las propiedades tanto para los esquemas aditivos (Transformación 1) y el algebra básica (Transformación 2) de tal forma que al recodificar la información el esquema sea transferido de forma correcta.

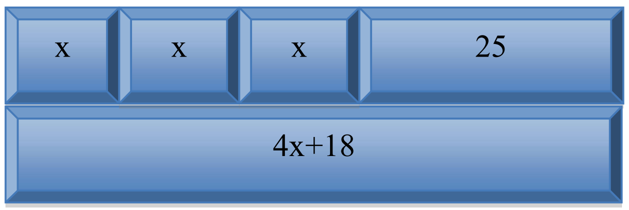
- Situación base:

Transformación 1 Transformación 2



$x + 5 = 2x$

- Situación propuesta



Transformación 1

$x+x+x+25 = 4x+18$

Pregunta N°3

PREGUNTA N°3
Enunciado: *¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa adecuadamente la situación?* ***"Si a la edad de Rodrigo(x) se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea (y)."*** *a)* $x+2x=y$ *b)* $x+\frac{x}{2}=y$ *c)* $x+x=y$ *d)* $x+2x=\frac{y}{2}$
Alternativa Correcta: b
Categoría: situación de construcción de algoritmos
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: identificar, recodificar

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante en comprender el enunciado en lenguaje natural, debiendo lograr establecer una ecuación que satisfaga las condiciones establecidas. Además, el estudiante podrá construir en su desarrollo un esquema aditivo que represente la comprensión establecida al leer el enunciado, y a partir de allí, utilizando como estrategia el esquema aditivo, podrá crear la ecuación que busca. Se define como estructura de dos transformaciones debido a la necesidad de conocer y aplicar las propiedades tanto para reconocer el lenguaje natural (Transformación 1) al lenguaje algebraico (Transformación 2) de tal forma que al recodificar la información el esquema sea transferido de forma correcta.

- Situación base:

Transformación 1 | Transformación 2

Si a la edad de Rodrigo(x) es la misma edad de Andrea (y) → $x = y$

- Situación Propuesta

-

Si a la edad de Rodrigo(x) se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea (y) → $x + x/2 = y$

Pregunta N°4

PREGUNTA N°4
Enunciado: *Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón?* *a) 15900* *b) 7500* *c) 2650* d) *1250*
Alternativa Correcta: d
Categoría: Situaciones de construcción de esquema aditivo
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones / Constitución de dos medidas en una tercera.
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: identificar, calcular

En esta pregunta evalúa la capacidad de entender el enunciado en lenguaje natural y desarrollar la ecuación que cumple con la pregunta. Idealmente el estudiante creara un esquema que cumpla con las condiciones dadas por sobre una ecuación en lenguaje algebraico. La relación aditiva en este caso está compuesta por dos etapas, la primera es un cambio de estructura desde el lenguaje natural al esquema aditivo y luego es la constitución de dos medidas en una tercera. Por el tipo de pregunta solo presentaremos la situación propuesta.

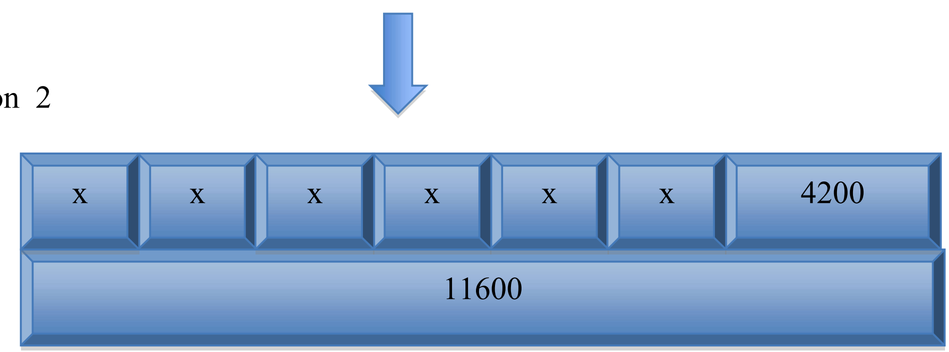
Etapa 1

- Situación Propuesta

Transformación 1

Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón?

Transformación 2



Etapa 2

- Situación propuesta

- Cantidad 1: x
- Cantidad 2: x
- Cantidad 3: x
- Cantidad 4: x
- Cantidad 5: x
- Cantidad 6: x
- Cantidad 7: 4200

11700

- Variable: x

Pregunta N°5

PREGUNTA N°5
Enunciado: *Calcula el número que sumado con su antecesor y su sucesor de 114.* *a) 36* *b) 37* *c) 38* *d) 39*
Alternativa Correcta: c
Categoría: Preguntas de situación de orden
Tipo de relación aditiva de base: Constitución de dos medidas en una tercera
Dominio de Aprendizaje: nivel 3
Competencia a Desarrollar: identificar, calcular

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante en comprender la esencia de orden por medio de que es un antecesor y sucesor, dependiendo de su comprensión lectora podrá llegar a la solución. El estudiante deberá crear un esquema aditivo o ecuación, como estime conveniente de acuerdo a sus capacidades. Pero si su elección es un esquema, deberá realizar bien la representación de antecesor y sucesor por medio de superficies para proseguir su solución, o si estima conveniente, según el esquema aditivo efectuado deberá realizar la transformación a un lenguaje entendible para él, o un lenguaje algebraico para resolver su ecuación, y hallar su solución solicitada. La relación de base está dada por la suma de las cantidades (x-1), x, (x+1) que corresponden al antecesor, al número y el sucesor de este, además del resultado que corresponde a la medida final.

- Situación base:

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \text{Cantidad 1: (x-1)}\\ \bullet\ \text{Cantidad 2: x}\\ \bullet\ \text{Variable: x}\end{array}\right\}\quad 114$$

- Situación propuesta

- Cantidad 1: (x-1)
- Cantidad 2: x
- Cantidad 3: (x+1)
- Variable: x + x

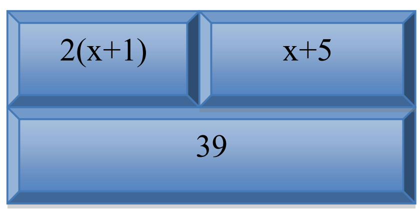
114

Pregunta N°6

PREGUNTA N°6

Enunciado:

El enunciado que representa mejor el siguiente esquema es:



a) *El doble de un número aumentado en una unidad, más el mismo número aumentado en cinco unidades resulta 39.*

b) *El doble del sucesor de un números más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.*

c) *El doble del antecesor de un número más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.*

d) *El doble del sucesor de un número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.*

Alternativa Correcta: b

Categoría: situación de construcción de algoritmos

Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones

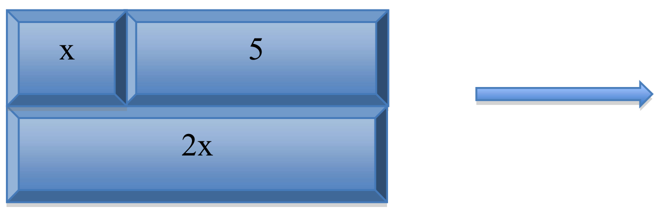
Dominio de Aprendizaje: nivel 4

Competencia a Desarrollar: interpretar, recodificar

El objetivo de esta pregunta es corroborar la reciprocidad que existe entre el esquema y el lenguaje natural, debido a ejercicios anteriores, tenían solo una dirección: lenguaje natural, esquema aditivo, por lo cual el alumno debe realizar el cambio de registro de forma inversa. Se clasifica la relación como estructuras de dos transformaciones debido a la necesidad de mantener el concepto matemático en ambos lenguajes, reconociendo sus propiedades, para así realizar de forma óptima el recodificación.

- Situación base:

Transformación 1

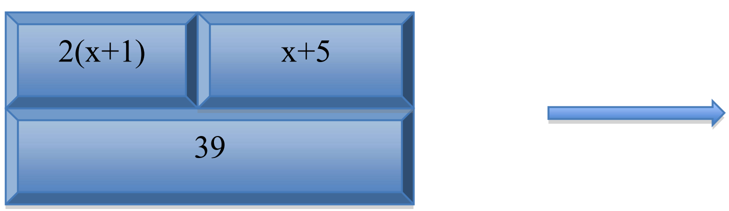


Transformación 2

Un numero aumentado en cinco da como resultado el doble del mismo número

- Situación propuesta

Transformación 1



Transformación 2

El doble del sucesor de un números más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.

Pregunta N°7

PREGUNTA N°7
Enunciado: *La expresión algebraica que representa el siguiente enunciado:* ***" Tres números consecutivos cuya suma sea 51****" es:* *a)* $x+(x+1)+(x+2)=51$ *b)* $x+2x+3x=51$ *c)* $(2x+1)+x+(x+1)=51$ *d)* $(x+1)+2x+(2x+1)=51$
Alternativa Correcta: a
Categoría: Situaciones de construcción de esquema aditivo
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: interpretar, recodificar

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante en corroborar desde un lenguaje natural, su capacidad de escribir su equivalencia en lenguaje algebraico; ejecutando una interpretación y recodificación, como competencias esenciales para lograr su resolución. Al igual que en el caso anterior este también es un tipo de estructura de dos transformaciones, ahora desde el lenguaje natural (transformación 1) a un lenguaje algebraico. Considerando que también podría ser dos cantidades en una tercera si la orientación fuese calcular más que evaluar el entendimiento de los estudiantes al recodificar la expresión.

- Situación base:

Transformación 1 | Transformación 2

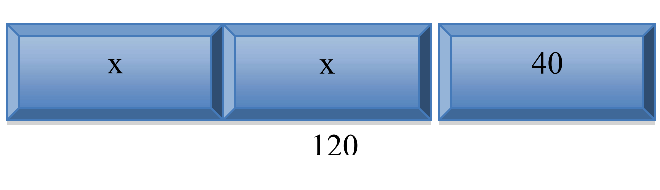
Dos números consecutivos que sumen 51 → x + (x +1) = 51

- Situación propuesta

Transformación 1 | Transformación 2

Tres números consecutivos cuya suma sea 51 → x + (x+1) + (x+2)

Pregunta N°8

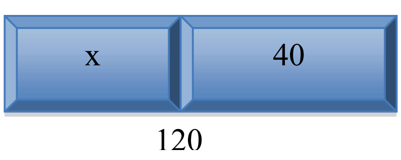
PREGUNTA N°8
Enunciado: *La ecuación que representa el siguiente esquema es:*  *a)* $2x = 160$ *b)* $x = 120 - 40 - x$ *c)* $2x - 40 = 120$

d) $x = 120 + 40 + x$
Alternativa Correcta: b
Categoría: Situaciones de construcción de esquema aditivo
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: interpretar, recodificar

Esta pregunta tiene como objetivo evaluar la comprensión de los esquemas aditivos, esto se comprueba debido que el estudiante debe primero cambiar a registro algebraico, permitiendo reconocer al no estar de forma exacta la pregunta debemos "acomodarla" ya sea con excesos (resta) o agrupando los factores literales y numéricos. Como ha sido en los casos anteriores. Más que calcular propiamente tal estamos evaluación el entendimiento de los alumnos en cuanto a los esquemas aditivos (transformación 1) al lenguaje algebraico (transformación 2). El ejercicio se complejiza debido a que el alumno deberá manipular su respuesta $x + x + 40 = 120$ hasta lograr la respuesta correcta $x = 120 - 40 - x$.

- Situación base:

Transformación 1



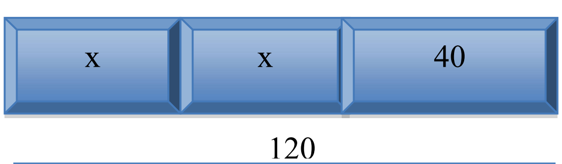
$\longrightarrow$

Transformación 2

x + 40 = 120

- Situación propuesta

Transformación 1



$\longrightarrow$

Transformación 2

$x = 120 - 40 - x$.

Pregunta N°9

PREGUNTA N°9
Enunciado: *El valor de "x" en la siguiente ecuación es:* $$6x + 10 = 3x + 22$$ *a)* $\frac{22}{9}$ *b)* *4* *c)* *12* *d)* *22*
Alternativa Correcta: b
Categoría: situación de cálculo de algoritmos
Tipo de relación aditiva de base: Transformación de una medida inicial en una medida final
Dominio de Aprendizaje: nivel 3
Competencia a Desarrollar: identificar, calcular

Esta pregunta evalúa la capacidad y el manejo de los estudiantes para reducir términos semejantes y reducción de paréntesis. Acá debemos evitar que el alumno "pase de un lado de la igualdad al otro", logrando la compresión de "equilibrar la balanza" de tal forma que pueda mantener el sentido de la igualdad. Definimos el ejercicio como transformación de una medida inicial en una medida final. De acuerdo a un par de transformaciones los alumnos serán capaces de encontrar el valor de la variable x.

- Situación Base

$$2x + 5 = x + 8$$

Transformación 1

A mi izquierda tengo 2x y a mi derecha x. Por lo tanto a mi derecha debo adicionar x.

Transformación 2

A mi izquierda poseo 5 unidades y a la derecha 8, por lo cual a mi izquierda debo adicionar 3

$$3 = x$$

- Situación Propuesta

$$6x + 10 = 3x + 22$$

Transformación 1

A mi izquierda tengo 6x y a mi derecha 3x . Por lo tanto a mi derecha debo adicionar 3x.

Transformación 2

A mi izquierda poseo 10 unidades y a la derecha 22, por lo cual a mi izquierda debo adicionar 12

$$12 = 3x$$

Transformación 3

Debo buscar un numero que multiplicado por 3 obtenga 12

$$4 = x$$

Pregunta N°10

PREGUNTA N°10
Enunciado: *¿Para qué valor de* "x" *la expresión:* $5(x-3)-4(x-2)$ *es igual a cero?* *a)* 2 *b)* 3 *c)* 4 *d)* 7
Alternativa Correcta: d
Categoría: situación de cálculo de algoritmos
Tipo de relación aditiva de base: Transformación de una medida inicial en una

medida final
Dominio de Aprendizaje: nivel 4
Competencia a Desarrollar: identificar, calcular

Al igual que el ejercicio anterior, evaluamos el manejo de reducción de términos y paréntesis. Pero con la distinción, del cambio de registro desde el lenguaje natural al lenguaje algebraico, debido que el resultado de las ecuaciones se encuentra dado por este lenguaje. Este tipo de ejercicios posee la misma características que el ejercicio 9.

- Situación Base

$$2x + 5 = x + 8$$

Transformación 1

A mi izquierda tengo 2x y a mi derecha x . Por lo tanto a mi derecha debo adicionar x.

Transformación 2

A mi izquierda poseo 5 unidades y a la derecha 8, por lo cual a mi izquierda debo adicionar 3

$$3 = x$$

- Situación Propuesta

$5(x-3)-4(x-2)=0$ → Transformación 1 → $5x-15-4x+8=0$

$5x-15-4x+8=0$ → Transformación 2 → $x-7=0$

$x-7=0$ → Transformación 3 → $x=7$

Pregunta N°11

PREGUNTA N°11
Enunciado: *La expresión algebraica que permite determinar:* ***" El triple de un número disminuido en dos resulta el doble del número aumentado en ocho"*** *a)* $3x-2=2x+8$ *b)* $x^3-2=x^2+8$ *c)* $3x-2=x^2+8$ *d)* $x^3-2=2x+8$
Alternativa Correcta: a
Categoría: Situaciones de construcción de esquema aditivo
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 3
Competencia a Desarrollar: identificar, recodificar

Esta pregunta mide la capacidad del estudiante para concebir el logro del cambio de registro desde un lenguaje natural a un lenguaje algebraico. Podrá realizar un esquema aditivo para lograr una mejor compresión de la situación problemática propuesta, permitiendo identificar y recodificar la información establecida para encontrar la solución óptima anhelada. Se consideran las dos transformaciones ya trabajadas en esta prueba, transformación 1: lenguaje natural y transformación 2: lenguaje algebraico.

- Situación base:

Transformación 1 → Transformación 2

Dos números consecutivos que sumen 51 → x + (x +1) = 51

- Situación propuesta

Transformación 1 Transformación 2

El triple de un número disminuido en dos resulta el doble del número aumentado en ocho $\Rightarrow$ $3x-2=2x+8$

Pregunta N°12

PREGUNTA N°12
Enunciado: *La expresión que representa adecuadamente el siguiente enunciado es:* ***"La sexta parte aumentada en el doble de un número es la mitad del número"*** *a)* $\frac{1}{6}+2x=\frac{x}{2}$ *b)* $\frac{x}{6}+2x=\frac{x}{2}$ *c)* $\frac{1}{6}+\frac{x}{2}=2x$ *d)* $\frac{x}{6}+\frac{x}{2}=2x$
Alternativa Correcta: b
Categoría: situación de construcción de algoritmos
Tipo de relación aditiva de base: Estructura de dos transformaciones
Dominio de Aprendizaje: nivel 3
Competencia a Desarrollar: identificar, recodificar

Esta pregunta evalúa la capacidad del estudiante en leer el enunciado dado, comprenderlo, y a partir de allí establecer la ecuación requerida con las condiciones estipuladas. El estudiante podrá utilizar como estrategia esquemas aditivos en la realización, y a partir de él, proponer el mejor que se asimile a la situación, en el cual, cuando logre realizarlo podrá efectuar la transformación del esquema a la ecuación que cumple los requerimientos dados por el enunciado en lenguaje natural.

- Situación propuesta

Transformación 1		Transformación 2
La sexta parte aumentada en el doble de un número es la mitad del número	→	$\frac{x}{6}+2x=\frac{x}{2}$

CAPITULO IV: ANALISIS Y RESULTADOS

RESULTADOS

Para realizar una evaluación acorde a nuestro estudio cualitativo, establecemos rubricas con la finalidad de realizar un análisis exhaustivo acorde a nuestro estudio de casos. Simón(2001) define rubricas como " un descriptor cualitativo que establece la naturaleza de un desempeño", la rúbrica ayuda a la valoración del desempeño de los alumnos en áreas que son complejas, indeterminadas y subjetivas, por medio de un conjunto de criterios regulados que acceden a valorar el aprendizaje , los conocimientos y competencias adquiridas por el alumno. Para diseñar su evaluación, requiere objetividad y consistencia respecto al planteamiento de sus instrumento de evaluación, logrando evaluar competencias, explicitando el mayor o menor dominio de la competencia a medir.

La utilidad de una rúbrica es ayudar a visualizar los diferentes niveles de logros alcanzados por los alumnos, demostrando la eficacia de su trabajo, y a la vez, entrega aspectos que deben cumplir respecto a los niveles de clasificación. Es una herramienta de ayuda docente en una evaluación objetiva, justa e imparcial mediante una escala que regula habilidades y desempeño de los alumnos.

Para realizar nuestro análisis se establecen tres rubricas como lineamiento a nuestro estudio de caso.

Rubrica Nº 1: Competencias

De acuerdo al desarrollo de cada pregunta y su alternativa, podemos corroborar si cumplió con los requerimientos demostrando en forma constante si hay evidencia o no del contenido, es decir, si se ven respuestas conscientes y no de forma azarosa.

Seguidamente presentaremos con detalle de las relaciones establecidas:

Categoría	Descripción
(3) Destacado	Nivel excepcional de desempeño,

	excediendo todo lo esperado. Propone o desarrolla nuevas acciones Demuestra total comprensión del problema. Todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta
(2) Satisfactorio	Nivel de desempeño que supera lo esperado. Mínimo nivel de error, altamente recomendable. Demuestra considerable comprensión del problema Casi todos los requerimientos de la tarea están incluidos en la respuesta
(1) Deficiente	• Nivel de desempeño por debajo de lo esperado. Presenta frecuencia de errores. • Demuestra poca comprensión del problema. • Muchos de los requerimientos de la tarea faltan en la respuesta
(0) Nulo	• No responde. No intentó hacer la tarea

- Rubrica Nº 2: Objetivo de la pregunta
  Esta rubrica mide el análisis del alumno respecto al desarrollo utilizado en la situación planteada. Se presenta los niveles de información observados en los instrumentos:

Categoría	Descripción
(3) Evidencia Fuerte	Marca con desarrollo correcto
(2) Evidencia Media	Marca alternativa con desarrollo incompleto
(1) Evidencia Débil	Marca alternativa sin desarrollo
(0) Evidencia Nula	No existe evidencia
(*) Evidencia Nula	No Contesta

- Rubrica Nº 3: Esquemas Aditivo

  Esta rubrica evalúa la utilización de esquemas aditivos como herramienta para comprender, desarrollar y solucionar la situación planteada. A continuación se describen los niveles de desempeño:

Categoría	Descripción
(3) Optimo uso de esquema	: utiliza esquema de forma correcta
(2) Error en esquema	: utiliza esquema pero presenta errores
(1) Respuesta sin esquema	: utiliza esquema pero no aplica propiedades
(0) No aplica esquema	: no necesita esquema / no utiliza esquema

ANÁLISIS DE PRUEBA

En la pregunta 1 se evaluaba las competencias de identificar, interpretar y recodificar, al analizar el instrumento de recolección de información evidenciamos que el logro de esta competencia se cumplió en su totalidad. Pues sin hacer cálculos, los estudiantes fueron capaces de leer el enunciado y traspasarlo de forma casi inmediata al esquema aditivo, implicando que la trilogía entre significado, situación y concepto fue logrado de forma satisfactoria. Respecto al Objetivo de la pregunta, los estudiantes fueron capaces de encontrar la respuesta correcta, pero no hubo desarrollo, por lo cual la evidencia que se pudo recolectar fue bastante baja comparado a la cantidad de respuestas acertadas. Debido al tipo de pregunta, el alumno ya recibe el esquema planteado dentro de las alternativas de respuestas. Sin embargo, se pudo observar la comprensión de las propiedades de los esquemas aditivos. Respecto a la resolución del problema, se evidencia que los recursos o recursos cognitivas utilizados por los estudiantes demuestran dominio en los conocimientos adquiridos, es decir, lograron comprender el concepto de esquema como mediador en una mejor comprensión, permitiendo percibir la idea que la parte superior del dibujo es la barra que fue dividida en trozos, y la parte inferior correspondiente a su largo total, produciendo el entendimiento del concepto de igualdad de medida en este contexto, logrando levantar heurísticas acordes a su resolución para lograr discriminar cual es la alternativa correcta, como crear una ecuación, por medio del esquema dado encontrar la solución pedida, que es lo evidenciado en esta pregunta y adjuntado en el anexo 10. Hay un gran control o metacognición de los estudiantes en este problema, debido que fueron capaces de utilizar la información para crear una metodología en su resolución, en nuestro caso, lograron extrapolar la información para generar la correspondencia al esquema que da solución, generando la creación una ecuación representante del problema. En la primera muestra (IºA) el porcentaje de alumnos con logros fueron del 100%, en cambio en la segunda muestra, IºB, existe un 73% aproximadamente que respondió de forma correcta.

Para la pregunta 2, el enfoque esta en el cambio de registro desde un esquema aditivo a su traducción al lenguaje algebraico, promoviendo la identificación y la recodificación como competencia a desarrollar. A causa del planteamiento de la pregunta no se esperaba desarrollo, razón por la cual, la evidencia es baja o casi nula. Como el ejercicio viene planteado desde el esquema aditivo, no aplica el tercer criterio, quedando sin puntaje. En el proceso de resolución de este problema, se evidencia que los recursos cognitivos fueron utilizados correctamente, comprendiendo la parte superior del esquema representa una parte de la igualdad dada, y la parte inferior la restante; generando un aprendizaje significativo de la forma de representación algebraica por medio de una situación de un esquema, produciendo una mejor comprensión de una forma algebraica en un contexto determinado, en nuestro caso, las estructuras aditivas. Se infiere que la heurística utilizada por el estudiante es identificar y visualizar el esquema, logrando la capacidad de utilizar la información dada por el esquema para crear una ecuación que sea análoga a la representación dada, generando que la metacognición visualizada en las respuestas esta lograda, debido que muestran conocimientos previos, y un dominio en su pensamiento como estrategia para afrontar posibles problemas futuros En ambos cursos se obtuvo un porcentaje del 100% con alumnos que acertaron en la alternativa correcta.

Pregunta 3, en esta situación se elevó la dificultad y a los alumnos no se les entrega el esquema aditivo, por lo tanto, deben proponer un esquema que cumpla con las condiciones dadas. En este caso, los alumnos trabajan directamente con el lenguaje algebraico, encontrando evidencia débil. Además, presentan dificultad con la identificación de magnitudes descritas en lenguaje natural. En particular, confunden el doble con la mitad de un número. Al analizar el proceso de resolución de este problema, evidenciamos desde la perspectiva de los recursos cognitivos empleados, los estudiantes poseen recursos defectuosos, ellos tienen una gran variedad de recursos a su disposición, pero en nuestro caso es carente, debido a que hubo un desarrollo mal aprendido en la identificación de magnitudes, como el caso de confundir el doble con la mitad de un número. Creemos, que tal vez es una seguidilla de errores que no fueron evidenciados en el proceso, generando la consecuencia de un mal aprendizaje. Además, se evidencia que conocen el doble o mitad de un número, pero no está relacionado adecuadamente, produciendo confusiones al desarrollar el problema propuesto debido que no saben cuál es el concepto que le permite dar una visión para alcanzar la solución esperada. Esencialmente, no se evidencia heurísticas debido que se produjo respuestas aleatorias, debido que no hay evidencia de comprensión del problema propuesto, y a la vez, no hay desarrollo escrito por parte de los estudiantes, generando un control o metacognición de no tener la capacidad necesaria para probar el proceso, como acciones de entendimiento, es decir, la habilidad de conocer y entender no fue ejecutada en este problema. Ambas muestras poseen el mismo obstáculo. Sin embargo, la primera tiene mayor cantidad de respuestas acertadas que la segunda.

Pregunta 4, los estudiantes deben identificar las variables para luego calcular y obtener el valor solicitado. Este tipo de situación es la más usual para utilizar esquemas, aquí fue donde se encontró evidencia fuerte. En general, la primera muestra presentó un óptimo uso de los esquemas, no así la segunda muestra, pues los casos que utilizaron esquema, en este grupo, fueron más escasos. Por consiguiente, la identificación fue más compleja, ya que confunden parte con el todo, encontrando respuestas donde sumaban el dato extra al total o encontraban el valor del total de tazones y no el valor unitario. Si analizamos minuciosamente la resolución de este problema, los recursos cognitivos empleados están excelentemente adquiridos respecto a la construcción de un esquema aditivo, en este problema se evidencia que la parte superior es la cantidad de tazones y mantel, con sus respectivas cantidades, y su parte inferior corresponde al total gastado, demostrando fuertemente el conocimiento del concepto de igualdad al momento de representarlo, y a la vez, el momento de realizar su transición al lenguaje algebraico para alcanzar la solución correcta. La heurística tiene una gran tendencia, utilizando una representación por medio de un esquema aditivo como estrategia adecuada para realizar un medio de comprensión de la información, y así dar solución al planteamiento propuesto. Los estudiantes muestran un gran control o metacognición en su habilidad de utilizar conocimientos previos, generando su evidencia en la capacidad de vigilar y probar su proceso que realizaron, lo cual sus acciones testificadas en su desarrollo muestran que tienen comprensión en su habilidad de conocer y entender, al momento de realizar un esquema aditivo y realizar su transición algebraica.

Pregunta 5, es una situación donde pueden trabajar directamente con las cantidades dadas en las alternativas. Dentro de las respuestas existen dos líneas de trabajo, la primera es tomar el total de la suma y dividirlo por tres; la segunda consiste en sumar el antecesor y el sucesor de cada alternativa entregada. Solo algunos alumnos siguieron la línea del modelamiento algebraico. En el proceso de la resolución de este problema, evidenciamos que los recursos cognitivos respecto a la adquisición de conocimientos en la formación de los estudiantes hay problemas respeto a la comprensión de representar el antecesor y sucesor de un numero mediante esquemas aditivos, creemos que es un recurso defectuoso que no alcanzo la maduración necesaria en el nivel adecuado para producir su entendimiento, evidenciando en algunos casos un desarrollo mal ejecutado. Pero la tendencia en su resolución fue la utilización de recursos numéricos más que algebraicos o esquemas aditivos., que por los motivos de una mala comprensión del concepto de antecesor y sucesor en un esquema, no se logró su representación en un esquema aditivo. La heurística fue la numérica, sobreponiéndose por las demás, debido a su utilización de la información que fue más cercana para ellos, en nuestro caso el manejo numérico, como metodología para dar solución al problema. Respecto a la metacognición del estudiante, solo se guiaron, con mayor tendencia a la resolución numérica, eliminando una o más heurísticas que dan solución al problema, por la no comprensión o ignorancia de conceptos que deberían manejar en el nivel que se encuentran cursando. En ambas muestras se presenta carencia de la utilización de esquema aditivo para representar la información entregada.

Preguntas 6, la problemática consiste en describir con lenguaje natural un esquema aditivo. El alumno deberá interpretar y recodificar. El conflicto se produce en la interpretación pues el concepto de sucesor “visualmente” desde el esquema aditivo genera un obstáculo. En la resolución de este problema, hay evidencia de recursos cognitivos defectuosos, similarmente en el caso anterior, hay problemas con el concepto sucesor de un número, lo cual demuestra que esta seguidilla de errores en los procedimientos pensados por los estudiantes genero la consecuencia de una mala elección en su alternativa correcta. Creemos que fue un desarrollo mal aprendido por la seguridad del estudiante en seguir creyendo que está correcto, pero al extrapolar su aprendizaje a esta situación dada, genero una solución que no es esperada. La evidencia indica un nivel débil, pues no existe desarrollo por parte de los estudiantes. Un obstáculo visible es la confusión del antecesor con el sucesor en la lectura del lenguaje natural. La situación no requiere de utilización de esquema, pues está planteado en un esquema aditivo. Desarrollo de heurísticas y de metacognición no se pueden evidenciar, debido a que esta todo dado en el problema, y tampoco se puede conjeturar que estrategia realizaron debido que no hay desarrollo que demuestre su elección. En la muestra dos sólo el 34,6% contesto de forma correcta, en cambio en la muestra uno es tenemos el 51,5% de alumnos que contestaron de forma correcta.

Pregunta 7, la situación solicita que el estudiante interprete desde el lenguaje natural y recodifique a un algoritmo algebraico. La evidencia es débil, pues la mayoría realizo de forma mental el proceso y solo marcó la alternativa sin poder obtener claridad de la heurística de los estudiantes. La utilización de esquema varió entre la no utilización y el uso óptimo de esquema. Como nos encontramos con los dos extremos de la evaluación podríamos decir que la relación entre situación y significante no genero los conceptos necesarios en los alumnos. Con respecto a la resolución de problemas, los recursos no fueron logrados por los estudiantes limitando su capacidad heurística. En cambio, existe un grupo más grande que si logro un aprendizaje e utilización de los recursos de forma adecuada para el desarrollo. Los alumnos del primero medio Al 21,2% no marco la alternativa correcta, en cambio el 30,7 % contesto de forma errónea.

Pregunta 8, en esta problemática la dificultad se encuentra en las alternativas; luego de interpretar el esquema, deben manipular el nuevo algoritmo encontrado para obtener la respuesta deseada. La evidencia demuestra la comprensión del esquema planteado, identificando el área superior con la inferior en una igualdad, para la investigación esto es importante pues representa la relación que genera el concepto en el significante. Desarrollando así un trabajo algebraico optimo. En cuanto a los recursos se puede decir que el aprendizaje fue logrado por el estudiante, la heurística de cada individuo se vio limitada pero si se comprobó una metacognición por parte del alumnado. En cuanto a los resultados, en ambas muestras dificultades semejantes en este proceso de manipulación.

Pregunta 9, es una clásica situación de ecuación de primer grado. Las competencias evaluadas son de interpretación y calculo. Los alumnos a pesar de presentar una evidencia media, la aplicación de esquemas no fue el fuerte, al presentarse como un trabajo algebraico los alumnos no han logrado el nivel de significancia de tal forma que el concepto que genere esta situación se automáticamente el esquema aditivo, es puede producirse a la poca manipulación con respecto a estos ejercicios. Por otro lado, sus habilidades con el lenguaje algebraico fueron evidentes indicando que los recursos algebraicos independientes al esquema si quedaron instaurados, pero no hubo variación entre las heurísticas presentadas en la muestra. Además, es posible observar que la metacognición por parte de los estudiantes no ha sido lograda puesto que no pueden evidenciar el esquema requerido para este tipo de situaciones. Se presume que el obstáculo se produce en la valorización de las casillas para componer el esquema.

Pregunta 10, esta situación presenta dificultad para utilizar esquemas de forma directa, ya que los estudiantes están trabajando con esquemas aditivo, por lo cual deben modelar primero con lenguaje algebraico, una vez terminada esta etapa pueden utilizar esquema; como trabajan con el lenguaje algebraico la mayoría termino de resolverlo por este medio. Otro obstáculo que se presenta es el resultado, debido a que se encuentra en lenguaje natural. Ambos obstáculos presentan la complejidad de la situación y la negación hacia el concepto matemático requerido para su desarrollo. Por lo cual, podemos decir que los recursos no han sido adquiridos completamente por los estudiantes, limitando así la heurística y la metacognición. La evidencia para esta situación es media y muy bajo el uso de esquema. Otro dato destacable es la variación en la muestra puesto que el 46,1 % de la muestra IºB logró obtener la respuesta, mientras que solo el 12% de la muestra a acertó con la alternativa.

Pregunta 11, esta situación presenta la misma dificultad que la pregunta 3. Los alumnos también trabajan directamente con el lenguaje algebraico, encontrando evidencia débil. Además, presentan dificultad con la identificación de magnitudes descritas en lenguaje natural, este obstáculo ejemplifica la carencia de recursos y conceptos por parte de los estudiantes, por lo cual se ve comprometido los objetivos, es decir, negación de la heriste y a su vez la significancia por parte del alumnado. En particular, confunden el doble con la mitad de un número. Ambas muestras poseen el mismo obstáculo. Sin embargo, la primera tiene mayor cantidad de respuestas acertadas que la segunda. Se evidencia problemas al identificar la diferencia entre el triple de un número, respecto al cubo de un número, debido a la alternativa con mayor frecuencia de selección es aquella que define el cubo o el cuadrado de un número.

Pregunta 12, esta pregunta tiene su dificultad en la comprensión del lenguaje natural, pues es la única pregunta que trabaja con el concepto de fracción, parte todo. La clave está en la sexta parte…, confundiéndolo con un sexto… Los alumnos presentan un conflicto con las magnitudes descritas anteriormente implicando la significancia de conceptos para el alumno, de tal forma los recursos no han quedado bien instaurados limitando así todo trabajo posterior. Claro ejemplo es la evidencia es débil y el mayor desarrollo mental, generando así un conflicto en las creencias de ellos. Los estudiantes identifican de forma correcta, pero la recodificación no se logra.

Se adjuntan en el Anexo 8, las evidencias analizadas correspondientes a este capítulo.

CONCLUSIONES

Esta investigación estuvo basada en la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud, especialmente la utilización esquemas o estructuras aditivas, y la teoría de Allan Schoenfeld. Vergnaud explica la interacción entre concepto, situación y significante. El concepto toma significancia por medio de una situación hacia el significante, indicando al concepto su sentido a través de problemáticas. Schoenfeld narra que las actividades por resolución de problemas favorecen situaciones similares a las condiciones que los matemáticos enfrentan en el proceso de desarrollo de resolución de problemas en donde el análisis, la exploración y la comprobación logran que los alumnos desarrollen una capacidad holística a la hora de enfrentarlos. Para resolver una problemática, Schoenfeld concluyo como destreza didáctica, la necesidad de cuatro factores esenciales para su comprensión: Recursos o Recursos Cognitivos, Heurística, Control o Metacognición y Creencias.

Ambas teorías fueron relacionas con un estudio exploratorio utilizando un diseño de estudio de casos, con una muestra no probabilística, realizada durante segundo semestre del 2011; fundamentada en establecer la capacidad heurística de los esquemas aditivos utilizados en la resolución de problemas, y la vez, la capacidad de inventar por parte de los alumnos de primer año medio estrategias usando su creatividad. Para medir la validez de este estudio, se plantean rubricas respecto a las competencias, evidencia encontrada y la utilización de esquemas aditivos por parte del estudiante, logrando dar validez de contenidos respecto a los objetivos planteados en esta investigación. Como grupo investigador, nos planteamos el cuestionamiento de si los esquemas aditivos son una herramienta proveedora en el desarrollo heurístico en la resolución de problemas para lograr un planteamiento algebraico en estudiantes de primer año de enseñanza media; obteniendo resultados satisfactorios que evidencian a los esquemas aditivos como una heurística acorde logrando que los estudiantes utilicen nuevas estrategias a través de los esquemas u operaciones mentales promoviendo una significancia en él, y fundamentalmente un mejor abordaje de un planteamiento algebraico.

Los esquemas o estructuras aditivas demostraron ser una heurística acorde en el proceso como suministrador o facilitador para lograr la resolución acorde al problema , debido que los estudiantes comenzaron con el uso de esquemas, que fue algo más fácil de trabajar y comprender respecto a las competencias que poseían en este proceso inicial (identificar, visualizar), para luego lograr una relación con situaciones que promueven el uso algebraico, destacando el uso de esquemas aditivos como mediador en esta transición de un lenguaje natural o enunciado del problema, para luego llevarlo a un lenguaje matemático que represente la situación dada, promoviendo en el tiempo el desarrollo de nuevas competencias, logrando la ventaja de aportar en la resolución cuando los datos son suficiente excesivos, y a la vez la respuesta a la problemática plateada requiere de etapas, con una función de apoyo en problemas complicados con la finalidad de identificar rotundamente los objetos matemáticos esenciales para la conceptualización y construcción acorde al esquema; lo cual logro como consecuencia positiva, el desarrollo de habilidades mentales aumentando sus estrategias en este proceso. Evidenciamos que el esbozo sucesivo de varios esquemas, si entran en competición con sus pares, logra llegar a la solución buscada, pero con la cautela que este proceso se debe realizar con una acomodación, separación y recombinación de las soluciones propuestas, que con el transcurro del proceso se acompaña necesariamente por descubrimientos que ellos pueden evidenciar, desplegando la utilización de la identificación de objetos, propiedades, relaciones, teoremas; fortaleciendo el razonamiento y la inferencia, respecto a la anticipación de los efectos y de los fines, a la planificación y al control de la acción que promueva la resolución del problema . Schoenfeld cumple un rol transcendental en este proceso, permitiéndonos identificar el desarrollo que realizaron los estudiantes al momento de resolver un problema, encontrándonos con problemas en sus recursos cognitivos y metacognitivos como dificultad de comprensión lectora o una mala conceptualización de conceptos, como antecesor y sucesor de un numero al momento de representarlos, conocen que es , pero no logran establecer las relaciones correspondiste, lo cual fueron aspectos que están dentro de nuestra investigación , pero son variables que no precavimos en el momento determinado**.**

Destacamos para lograr la promoción de nuevas heurísticas, en nuestro caso de esquemas o estructuras aditivas, deben haber escenarios o situaciones acordes para su implementación, situaciones en que el sujeto no disponga de todas las competencias necesarias y conceptos asociados al nivel en que se encuentra, obligando a un tiempo de reflexión y exploración, de dudas, tentativas abortadas, conduciéndolo al éxito o al fracaso, llevando con el tiempo al desarrollo de las competencias y conceptos carentes que poseía en ese tiempo, que serán necesarias para abordar mejor las problemáticas que se enfrente a futuro. Además, un factor esencial de lo mencionado son las creencias, como habilidad de percibir los estudiantes y profesores el razonamiento matemático formal al resolver un problema, condicionando estrictamente este comportamiento. Pero para no lograr un fracaso en este proceso, el profesor debe poseer un papel de mediador en este transcurso de aprendizaje, preocupándose que se logre, y a la vez, para que el estudiante tenga la capacidad de resolver un problema independientemente, el profesor deberá ser un tutor o colaborador en el desarrollo, logrando autonomía e independencia necesitando cada vez menos el apoyo o ayuda de adultos, sin desmerecer el rol del profesor como perito del tema a enseñar.

Los resultados reflejaron en ambas muestras de carácter intencionado, mejoras en el ámbito didáctico, pedagógico y disciplinar (matemáticamente); demostrando que la utilización de esquemas aditivos es una herramienta mediadora entre la aritmética y álgebra, ayudando a aumentar la cantidad de operaciones mentales y disminuir las operaciones algebraicas escritas, por medio de la fabricación del esquema, como medio de transición de un lenguaje natural –esquemático, algebraico-esquemático y viceversa. Además, permite trabajar la matemática, con una esencia abstracta, ordenada y compleja para la comprensión del estudiante, en un lenguaje a su alcance, logrando manipular y entender los planteamientos propuestos, y a la vez, establecer construcciones realizadas por ellos mismos como estrategia creativa, adquiriendo con el transcurso del tiempo un aprendizaje significativo. Como consecuencia, la igualdad queda establecida como un concepto de equilibrio, evidenciando en los alumnos una comprensión de igualdad entre áreas, tratando de ir equiparando y completando para llegar siempre una situación de armonía. Otra cualidad de esta estrategia innovadora, y que se trasfiere al álgebra, es la utilización de la suma como operación primaria; el alumno trabaja la diferencia como excesos y no como el opuesto a la suma (sustracción), de tal forma que la igualdad no es corroída.

Matemáticamente hablado, el alumno va trabajando en forma decente equiparando lo que posee y manteniendo el orden, tanto a la izquierda como a la derecha. Sin traspasar valores o incógnitas de un lado a otros con su inverso correspondiente. El alumno comienza a trabajar los ejercicios como si fueran demostraciones validando aún más su conocimiento matemático, ya que utiliza las herramientas de forma correcta sin caminos fundamentados.

Evidenciamos algo significativo en la clasificación de estructuras aditivas de base postuladas por Vergnaud respecto al Curriculum Nacional del Ministerio de Educación de Chile, caracterizado que se encontrara allí los diferentes instrumentos curriculares vigentes. Al momento de embarcarnos en esta investigación, comenzamos a analizar el programa de estudio de primer año medio para realizar una acorde construcción del instrumento de recolección de información, y evidenciamos según el tipo de relación entre los elementos establecidos se pueden reconocer diferentes tipos de problemas aditivos respecto a Vergnaud. Para la composición de dos medidas, entendiéndose como problemas de reunión o fraccionamiento de colecciones o magnitudes medibles; la relación de transformación de estados que se puede identificar en un estado inicial y una transformación (positiva o negativa) que opera sobre este estado para llegar a un estado final, y la relación de composición aditiva, siendo dos estados relativos a dos magnitudes o localizables se comparan de manera aditiva, donde una de las magnitudes desempeña el papel de referente de la otra, son ejercicios de trabajo y problemas planteados a los estudiantes que son trabajados, entendiéndose como referente esencial al cálculo de una ecuación de primer grado o un planteamiento de un problema contextualizado al estudiante, donde deberá realizar comparaciones, transformaciones de diferentes estados (lenguaje natural, lenguaje algebraico, etc…) para lograr su solución. Pero identificamos que el resto de la clasificación postulada por Vergnaud como las composiciones de transformación, entendiéndose como dos transformaciones o más se aplican sucesivamente a estados desconocidos, no aparece en el currículo escolar, al igual que la composición de relaciones y transformaciones, debido que al estudiante se les da los datos y solo ellos se dedican a calcular, más que ser un agente constructor de la matemática, que es lo que sigue en la clasificación dada por Vergnaud, se evidencia a un estudiante calculador de números y operaciones básicas matemáticas (adición, sustracción, multiplicación y división) que un estudiante que desarrolla su razonamiento matemático, como agente pensante con una estructura capaz de levantar hipótesis, reconocer variables y creador de estrategias acordes al problema en todo sus aspectos durante su proceso de educación media. Este tipo de metodología se reconoce al estudiante como constructor de esquemas como herramienta mediadora para alcanzar la solución de problemas, y así lograr su aprendizaje, pero en el Curriculum nacional no se evidencia este proceso.

Proyecciones

Analizando desde una perspectiva didáctica, los conceptos deben ayudar en la resolución de problemas, estableciendo a los docentes la capacidad de desarrollar y optimizar sus habilidades y competencias matemáticas, utilizando una preparación de un conocimiento profundo en búsqueda constante de estrategias, encontrándose inmerso en una enseñanza por resolución de problemas

Respecto al área de la pedagogía y disciplinar, se debe establecer medios o estructuras para trabajar la resolución de problemas, instaurando el desarrollo de competencias acordes al nivel de desempeño y capacidades de los estudiantes, con la finalidad de desarrollar estrategias que permitan la promoción de un aprendizaje óptimo. Los establecimientos educacionales desarrollan habilidades cognitivas y los alumnos pueden instruirse a coordinarlas generando estrategias de aprendizaje, como actividades, técnicas y medio que se proyectan de acuerdo con los objetivos que pretenden lograr. La efectividad del aprendizaje de estrategias no deberá confundirse con la adquisición y aplicación de técnicas de aprendizaje; implicando una habilidad crítica, evaluativa y de control por el alumno respecto al baúl cognoscitivo que posee, y además, como realiza su aplicación. Pero, ¿Qué estrategias enseñar?, las estrategias de aprendizaje consiguen y han de enseñarse como integrante del Curriculum general, dentro de cada asignatura, permitiendo constituir parte de contenidos de enseñanza dentro de unidades didácticas. Por lo tanto, su procedimiento deberá ser germinado de una labor de reflexión, discusión y consenso respecto a los docentes.

Apostamos que la utilización de esquemas aditivos es una acorde heurística ganadora para implementar en la transición del pensamiento numérico al algebraico, promoviendo un entendimiento acorde en los estudiantes de primer año medio en la resolución de problemas. Creemos que es una buena enseñanza que procura el surgimiento en su proceso de la incitación al alumno a la participación activa en su proceso de aprendizaje, lo cual se evidencia en el énfasis al realizar su desarrollo del problema por medio de esquemas aditivos, lo cual es muy atrayente debido que ya no es algo abstracto, sino más tangible o real, llevando a un aprendizaje por descubrimiento debido que comienza una motivación intrínseca en seguir aprendiendo como se puede expandir este nuevo conocimiento de esquemas aditivos a otros tipos de problemas. El aprendizaje se demuestra en situaciones de desafío de su inteligencia, en nuestro caso promoviendo la resolución de problemas, logrando la transmisión de lo aprendido a sus pares, y así comenzar entre ellos a ver cuál es la mejor estrategia acorde para la resolución de un problema determinado. Estas situaciones, demuestra un ajuste en el sentido lógico del estudiante respecto al contenido con estructuración lógica ajustada al material potenciado que es el esquema aditivo, logrando que sea un aprendizaje significativo en el transcurso del proceso. Este aprendizaje nos asegurara que el proceso de enseñanza por esquemas aditivos está asegurado para lograr llegar a niveles más altos de comprensión y entendimiento; es decir, se comienza con este aprendizaje ya establecido, que podrá generar y agregar nuevos conocimientos específicos a los anteriores. Se puede continuar con el trabajo de esquemas multiplicativos, debido que la idea esencial de esquema ya está instaurada en el estudiante, para la facilidad de la creación de nuevas estrategias de enseñanzas en este proceso, promoviendo la aplicación de esquemas conceptuales en niveles superiores de la enseñanza escolar media y en otros contenidos de la matemática.

Reconocemos en nuestra actualidad que los esquemas aditivos, como heurísticas en la resolución de problema poseen un territorio poco utilizado en la actualidad, porque la categorización en las relaciones esenciales y los tipos de problemas primordiales no son objeto de investigación y no se ha producido un nivel de desarrollo acorde para su evolución y pretensión. Es primordial presentar este tipo de metodología como una política institucional basándose en las necesidades presentes en nuestra sociedad. Tal es la complejidad del tema de investigación y la diversidad de estrategias desarrolladas de forma factible, que es necesario un acuerdo que de continuidad y coherencia al proceso de aprendizaje de los estudiantes. Al no mantener esta historia de aprendizaje y la ruptura de las propuestas didácticas se desconoce la integralidad de los estudiantes que transitan por la institución; es decir debe haber un acuerdo a nivel ministerial, como un ejemplo clave es del ministerio de educación de Singapur, en el cual si se implementa esta metodología de trabajo, debe haber una capacitación a profesores o en su formación docente para que tengan dentro de sus competencias esta metodología de enseñanza en matemáticas, con el objetivo que sea algo transversal independiente del establecimiento educacional, debido si el estudiante se cambia de lugar de estudios a otros, continúe la misma metodología y no generar conflictos cognitivos de enseñanza respecto a su modelo de formación metodológico instaurado en él. Actualmente en nuestro país se dan casos aislados de aplicación de esta metodología, pero el ideal sería su aplicación a un nivel macro para que su trabajo sea fructífero produciendo la visualización de avances significativos en matemáticas a nivel nacional.

El proceso de construcción de operaciones aritméticas es complejo, y debe estar acompañado por ciertos lineamientos. Estos lineamientos deben ir más allá que la selección autónoma del profesor sino una visión institucional, logrando la existencia y se potencie el aprendizaje por medio de esta metodología. Para realizar una propuesta didáctica de este tema, se debe entender como problematización a la estrategia con carácter orientador del proceso, teniendo una secuencia de propuestas que permitan afrontar diferentes operaciones en los esquemas conceptuales aditivos. Sin desmerecer que debe haber un orden jerárquico de conocimientos necesarios que deben ser estructurados para lograr nuevos conocimientos del tema. Para lograr la enseñanza de ecuaciones desde la visión aritmética dada en el segundo ciclo de enseñanza básica, con su estructura de operaciones, admitimos un nivel de análisis que debe estar focalizado en el concepto de ecuación, como objeto matemático, el problema como heurística promovedora del aprendizaje, y finalmente una comprensión del problema, con un desarrollo adecuado para su resolución.

Actualmente se están realizando congresos y seminarios respecto a técnicas que faciliten el trabajo de resolución de problemas, demostrando que es un tema contingente, y de necesidad en la enseñanza de las matemáticas. Una de las técnicas más conocidas sobre esquemas existe el Método de Singapur (Singapore Math Method), a diferencia de esta investigación, este famoso método trabaja con un plan de desarrollo conceptual transversal desde la básica hasta la enseñanza media. Por lo cual, posee un plan de trabajo para Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y otras asignaturas. Siendo un desarrollo lógico y procesal para explotar la potencialidad total del alumno. En matemáticas, su enseñanza incluye un fuerte sentido a números, habilidades mentales en matemáticas y una exhaustiva comprensión del valor de posición. La principal característica de este método, es producir un equilibrio entre los ejercicios y la solución creativa de problemas, forjando estudiantes solucionadores de problemas.

Los esquemas conceptuales como una estrategia para la enseñanza de resolución de problemas sirve como punto de comienzo para una siguiente investigación sobre los esquemas conceptuales ya a nivel más macro sin necesidad de basarse en estudios que tratan de comprobar si esta metodología es aplicable y eficiente en grupos aislados, logrando indudablemente la calidad de resolver problemas generando un camino seguro para forjar o instaurar comprensión en matemáticas y sucesos en el aprendizaje.

Bibliografía

A., R. i. (1998). El Método del Caso como técnica de investigación y su aplicación al estudio de la función directiva. *Ponencia presentada en el IV Taller de Metodología ACEDE.* La Rioja: Universidad Autónoma de Barcelona.

Arnau, D. (2010). La enseñanza de la resolución algebraica de problemas en el entorno de la hoja de cálculo. *Documat*. España: Tesis Doctoral, Universitat de València.

Chetty, S. (Octubre - Diciembre de 1996). The case study method for research in small- and médium - sized firms. *International small business journal, 5*.

Clavero, F. (2001). *Habilidades Cognitivas. Notas del Departamento de Psicología Evolutiva y de la educación.* Granada, España: Universidad de Granada. España.

Davydov, V. V. (1995). *The Influence of L. S. Vigotsky on Education, Theory, Research, and Practice.* Educational Researcher.

Doudy, R. (1986). *Juego de Campos y Dialéctica Herramienta-Objeto* (Vol. 7). Recherches en Didactique des Mathemathiques.

Eisenhardt, K. (1991). Better stories and better constructs: the case for rigor and comparative logic. *Academy of Management Review, 16*(3), 620.

Eisenhardt, K. M. (1989). Building Theories from Case Study Research. *Academy of Management, 14*, 532-550.

Estado y perspectivas de la enseñanza media técnico profesional en Chile: Un estudio sobre las orientaciones estratégicas predominantes en los actores, Proyecto FONIDE; Tercer Concurso 2008. (s.f.).

Filloy, E., & Rojano, T. (1989). *Solving equations: The transition from arithmetic to algebra.*

Filloy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach.* Berlin: New York: Springer.

Fridman, L. M.-1.-5. (1990). Los grafos trinomiales como metalenguaje de los problemas. *Matemáticas*, núm. 17-18, pp. 51-59. .

Friedlander. (1996).

Gellatly, A. (1997). *La inteligencia hábil. El desarrollo de las capacidades cognitivas.* Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina: Aique.

Grinnell, R. M. (1997). Social work research & evaluación: Quantitative and qualitative approaches. En R. Hernández Sampieri, *Metodología de Investigación* (págs. 465-605). McGrow Hill.

Hernández, H., Delgado, J., & Fernández, B. (2001). *Cuestiones de didáctica de la matemática.* Rosario: Homo Sapiens Ediciones.

Kieran, C. (2006). *Research on the learning and teaching of algebra.* A. Gutierrez & P. Boero.

Manterola Pacheco, M. (2003). *Psicología educativa: conexiones con la sala de clases* . Santiago, Chile.

Molon, S. (1995). *A questão da subjetividade e da constituição do sujeito nas reflexões de Vygotsky.* Sao Paulo: Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. .

Phd Delgado, L., & Phd Valdesprieto, M. (s.f.). El Enfoque de Paradigmas: Concepciones de las Ciencias. *Revista Varela*.

Programas, P. y. (2011). *MINEDUC.* Obtenido de Planes y programas: http://www.educrea.cl/otec/pdfs/instrumentos_curriculares_mineduc_2011/EDUCACION_BASICA_Y_MEDIA/MARCOS_CURRICULARES/forma_gral_2009/sector_matematica.pdf

Riviére, A. (1984). *La psicología de Vygotski: sobre la larga proyección de una corta biografía* . Infancia y Aprendizaje.

Shaw, E. (1999). A guide to the Qualitative Research Process: Evidence from a Small Firm Study. . *Qualitative Market Research: An International Journal, 2*(2), 59-70.

Singapore Math Method . (s.f.). Obtenido de Singapore Math Inc.: http://www.singaporemath.com/

Vergnaud, G. (1983). Multiplicaive structures. En R. Lesh, & M. Laudau, *Acquisition of Mathematics Concepts and Professes* (págs. 127-174). New York , New York , Chile: Acedemic Press Inc.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? . En H. In Guershon, & J. Confrey, *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.* (págs. 41-59). Albany, New York, USA: State University of New York Press.

VERNAUD, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité.* Berne: Peter LAng.

Vigotsky, L. (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* México: Critica.

Vygotski, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona.

www.wikipedia.com. (s.f.).

Yin, R. K. (1984/1989). *Case Study Research: Design and Methods, Applied social research Methods Series.* Newbury Park , California: Sage.

Yin, R. K. (1994). *Case Study Research: Desing and Methods.* Thousand Oaks, California, E.E.U.U: Sage Publications.

ANEXO 1: Paradigma –Vygotsky: “interpretación socio-histórico-cultural del aprendizaje”

El aprendizaje es el producto de una compleja agrupación de factores sociales y de interacción comunicativa con pares y adultos, producida en un momento histórico y con variables culturales específicas. La construcción, resultado de experiencias de aprendizaje no es transmitida de una persona a otra de forma mecánica como si fuera un objeto, por lo cual, es producida mediante operaciones mentales durante la interacción del sujeto con el mundo material y social. En esta interacción el conocimiento se produce externamente, es decir, la relación ínter psicológica recibe la influencia de la cultura expresada en toda la elaboración material (las herramientas, los desarrollo científicos y tecnológicos) o simbólica (el lenguaje, con los signos y símbolos), y como segundo momento, de manera intra psicológica, el cambio las funciones psicológicas superiores, es decir, se origina la internalización.

Esta teoría, respecto a la piagetiana, considera la reciprocidad entre aprendizaje y desarrollo, es decir, el desarrollo es una condición previa para establecer aprendizajes respecto a su relación es dialéctica y con privilegio en los aprendizajes debido que promueve el desarrollo. Desde la perspectiva didáctica, el profesor no requiere esperar a las estructuras cognitivas estén dispuestas en su desarrollo para lograr nuevas experiencias de aprendizaje.

La interpretación que da Vygotsky para la relación entre desarrollo y aprendizaje permite evidenciar el origen social atribuido al conocimiento humano, y su contribución a la educación con su teoría de “zona de desarrollo próximo” (ZDP), concibiéndose como “…la distancia entre el nivel de desarrollo, atribuido por la capacidad de resolver independiente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado por medio de la resolución de un problema por la tutela de un adulto o en colaboración con un par más capacitado.

Aprender en la concepción Vygotskiana, es producir autonomía e independencia necesitando cada vez menos el apoyo o ayuda de adultos o de sujetos los con mayor experiencia. La evaluación de logros en el aprendizaje se aprecia a partir de la mayor o menor insuficiencia que tenga el aprendiz de los otros para aprender.

ANEXO 2: Paradigma – Piaget: "La epistemología genética"

El autor no postula una definición explícita del aprendizaje, el mismo establece por medio de la reorganización de estructuras cognitivas generan procesos adaptativos al medio, implicando a la asimilación y acomodación como requerimiento necesario de estructuras cognitivas de los aprendices. Pero, si se produce un conflicto con la experiencia física o social, respecto con los conocimientos previos; las estructuras cognitivas se reacomodan para añadir la nueva experiencia, produciéndose el aprendizaje. Los contenidos aprendidos se organizan en esquemas de conocimiento caracterizándose con distintos niveles de complejidad. La experiencia generada en el aula debe originar el conflicto cognitivo en el aprendiz mediante actividades, como preguntas desafiantes de su saber previo, situaciones desestabilizadoras de sus estado, etc.

Es denominada como teoría epistemológica genética debido a su estudió del origen y desarrollo de las capacidades cognitivas utilizando sus cimientos orgánicos, biológicos, genéticos, hallando para cada individuo un desarrolla propio, con distintas velocidades. Piaget establece un desarrollo intelectual por medio de etapas, comenzando del recién nacido, predominando mecanismos de reflejos, hasta la etapa adulta caracterizada por procesos conscientes de comportamiento regulado. Además, considera el pensamiento y la inteligencia como procesos cognitivos que tienen su base en una esencia orgánico-biológica determinada por un desarrollo en forma paralela con la maduración y el crecimiento biológico.

En este proceso se encuentran dos funciones, asimilación y acomodación, son esenciales para la adaptación del organismo a su ambiente. Esta adaptación se concibe como un proceso cognoscitivo del individuo para lograr un equilibrio entre él mismo y su ambiente. Por medio de la asimilación, el organismo incorpora información a las estructuras cognitivas, con la finalidad de ajustar mejor el conocimiento que posee. Es decir, el individuo se adapta al ambiente y lo utiliza según lo admite. El segundo proceso de la etapa de adaptación, denominada acomodación, realiza ajustes al organismo en circunstancias exigentes; es un comportamiento inteligente carente de agregar experiencia de las acciones para lograr un óptimo desarrollo. Los procesos de asimilación y acomodación crean estructuras cognoscitivas, denominadas por Piaget como esquemas. Estos esquemas son representaciones interiorizadas de acciones, como cuando se realiza algo mentalmente sin realizar la acción. Podemos referir que un esquema establece un plan cognoscitivo, promoviendo una secuencia que conducen a la solución del problema.

Para Piaget el aprendizaje se presenta de dos formas: como primera instancia, incumbe al propio desarrollo de la inteligencia, narrado con anterioridad como un proceso adaptativo de asimilación y acomodación, caracterizado como la maduración biológica, experiencia, transmisión social y equilibrio cognitivo. Para una segunda instancia, constituye el aprendizaje como la limitación en la adquisición de nuevas respuestas para situaciones específicas o adquisiciones de nuevas estructuras para determinar operaciones mentales concretas.

El aprendizaje debe estar rigurosamente relacionado con la etapa de desarrollo del estudiante, debido a los requerimientos que deberá madurar para lograr un aprendizaje. Los componentes motivacionales en la situación de aprendizaje son esenciales al estudiante, pero no son dominables directamente por el profesor. La motivación del estudiante se origina de la existencia de un desequilibrio conceptual, y a la vez, de necesidades del estudiante para restablecer su equilibrio. La enseñanza debe planificada para lograr al estudiante opere con los objetos de su ambiente, transformándolos, descubriendo su sentido, disociándolos, introduciéndoles variaciones en sus diversos aspectos, finalizando con condiciones de realizar inferencias lógicas permitiendo desarrollar nuevos esquemas y estructuras mentales. Por lo tanto, el aprendizaje se origina a partir de reestructuraciones de las estructuras cognitivas internas del estudiante, de sus esquemas y estructuras mentales, permitiendo al terminar su proceso de aprendizaje, producir nuevos esquemas y estructuras como una nueva forma de equilibrio.

ANEXO 3: Observación de Clase

Observación de Clase

Observador: Daniela Valenzuela J.

Fecha: 22 de agosto

Observación

Los alumnos del primero medio B se encuentran bastante inquietos, ya que a la siguiente hora tendrán prueba de física. Al comienzo de la clase, algunos están conversando y no han notado mi presencia en la sala, en cambio otros reaccionan y se ponen de pie. Como todos los días hacen la oración con la profesora jefe, justo antes de mi clase, ella sigue en la sala y juntas comenzamos a llamar la atención.

A los 8 minutos de mi ingreso los alumnos lograron calmarse y ordenarse, de tal forma que pudimos saludar y comenzar la clase.

Ese día comenzaba realizamos la segunda clase de ecuaciones nuestra tarea era reconocer y trabajar ejercicios que tuvieran incógnitas en ambos lados de la igualdad.

Para iniciar la clase se trabajó con los estudiantes unos ejercicios tipos de acuerdo a la clase anterior. Para así arraigar los conceptos y recordar esquemas más básicos.

La clase funcionaba bien, avanzamos con la materia y tuvimos dificultades para entender por qué ahora la incógnita podía estar en ambos lados.

Trabajamos con esquemas y en base a su área construir y entender la forma de trabajo con esta herramienta. Algunos alumnos les complico trabajar con esquema puesto que en sus colegios anteriores trabajan directamente con algebra, por lo tanto en esos casos, les explique con algebra básica.

En general, les costó entender el concepto y dedicarse a trabajar puesto que lo encontraban “ataoso”. Al final de la clase logramos un consenso de cómo enfrentar estos ejercicios, dándoles la libertad de elegir su mejor estrategia.

Por otro lado, en cuanto a disciplina los estudiantes se encontraban bastante agitados, teniendo que expulsar de la clase a 4 de ellos, ya que comenzaron a agredir a sus compañeros. Por lo cual, tuve que llamar al inspector y entregarle el material para que se los llevaran a biblioteca.

ANEXO 4: Clase 1

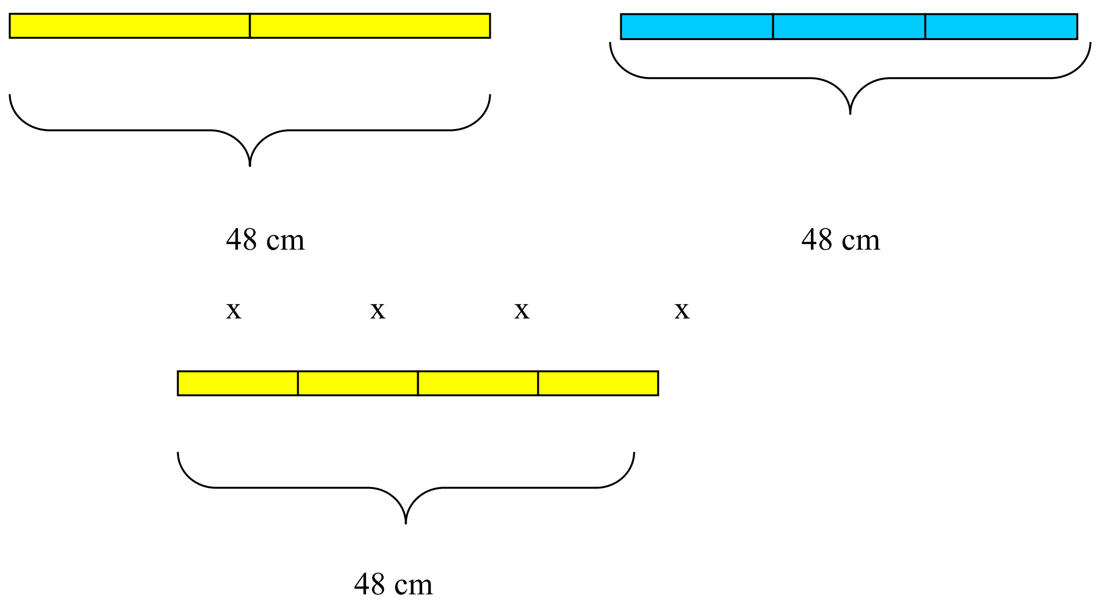
Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno
Departamento de Matemática

MÓDULO DE ECUACIONES
Curso I° Medio
Segundo Semestre, 2011

Módulo 4 Resolución de Ecuaciones de Primer Grado. Clase 1

Tarea Matemática: Representar mediante esquemas la relación que existe entre datos e incógnitas

Inicio: A continuación se presentan trozos de alambre de metal de cobre, todos miden lo mismo estos se dividen en partes iguales, un alambre está dividido en 2 partes iguales, otro en 3 partes iguales y otro alambre en 4 partes iguales



- ¿Cuánto mide cada uno de las partes de cada uno de los trozos de alambres?
- ¿Cuál es la expresión algebraica que representa cada una de las situaciones mostradas anteriormente? Poner en común las conclusiones que obtienen los alumnos.

Desarrollo:

I.- **Determinar el valor de x a partir de los esquemas propuestos a continuación**

1.-La barra de una cortina mide:

x	18 cm	x

68cm

2.-La medida del largo de una lienza es de 280cm y a = 40cm:

x	x	a

280cm

3.

x	x	x	25
4x + 18			

- Identifica la expresión algebraica que representa cada una de las situaciones mostradas anteriormente. Poner en común las conclusiones que obtienes.

II.- Dada las siguientes situaciones construye un esquema y la ecuación que corresponde para determinar el valor de la incógnita

1.-En un bosque hay 2 tipos de árboles; pinos y eucaliptos, si en el bosque hay el triple de pinos que eucaliptos ¿Cuántas especies hay de cada uno si en total hay 648 árboles?

2**.-** Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón?

3**.-** Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?

4.- En un rectángulo la base mide 18 cm más que la altura y el perímetro es de 76 cm. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo?

5.- Roberto y Victoria tienen ahorrado en el banco $68.000. Roberto tiene $24.000 menos que Victoria. ¿Cuánto dinero tiene Victoria y Roberto?

6**.-** Tres hermanos se reparten 1300 sacos de trigo si el mayor recibe el doble que el mediano y este el cuádruplo del menor. ¿Cuánto recibe cada uno?

7.- Juan tiene el doble de la edad de Andrés y Pedro tiene 5 años más que Juan ¿Qué edades tienen Juan, Andrés y Pedro si la suma de las edades es igual a 95 años?

8.- Halla el valor de los tres ángulos interiores de un triángulo sabiendo que B mide 40° más que C y que A mide 40° más que B.

Cierre: Se presentan dos esquemas, describe 2 problemas que permitan ser modelados por ellos

$2x + 5$	x
146	

$2(x + 1)$	$x + 5$
39	

Ponen en común:

Los problemas propuestos

Las soluciones encontradas.

Los procesos matemáticos de solución de ecuaciones

Guía para la casa de la clase 1

- Usando esquemas y escribiendo una expresión algebraica ; encuentra el valor del término desconocido en cada una de las situaciones siguientes

1.- Calcula tres números consecutivos cuya suma sea 51

2.-Calcula el número que sumado con su antecesor y su sucesor de 114

3.- La base de un rectángulo es el doble que su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30cm?

4.- Juan gasta la mitad de su cosecha de porotos en comida para un hogar, la mitad de lo que le queda en donaciones y la mitad de lo que aún le queda para semilla del año que viene. Si le sobran 65 kilos para vender ¿Cuánto cosechó?

5.- Un auto con 20 litros de bencina hace un viaje en 2 etapas; en la primera gasta $\frac{2}{3}$ de la bencina que tenía y en la segunda etapa gasta la mitad de la bencina que le queda. ¿Cuánta bencina aún le queda en el estanque terminado el viaje?

6.-Un abuelo da una mesada a sus dos nietos. Al mayor le da el doble que al menor. El mayor tenía ahorrado $ 5.000, el menor $ 8.000 y con la mesada que les dio su abuelo igualaron las cantidades, ¿Cuánto dinero recibió cada uno**?**

7.- En un canasto hay 95 huevos distribuidos en 3 cajas. La primera tiene 5 huevos menos que la tercera y la segunda tiene 20 huevos menos que la tercera ¿cuántos huevos tiene cada caja?

8- Si de un total de 35 autos, $\frac{3}{5}$ son de color blanco, la mitad del resto son rojos ¿Cuántos son azules?

9.- Si a un número se le agrega el triple del número disminuido en 4, se obtiene el doble del número aumentado en 20. ¿Cuál es el número?

ANEXO 5: Clase 2

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno *MÓDULO DE ECUACIONES*
Departamento de Matemática *Curso I° Medio*
Segundo Semestre, 2011

Módulo 4 Resolución de Ecuaciones de Primer Grado. Clase 2

Tarea Matemática: Resolver ecuaciones aditivas con incógnitas en ambos lados de la igualdad usando esquemas

Inicio:

Durante la primera clase se presentaron una variedad de problemas aditivos que se resolvieron utilizando esquemas. Para verificar lo aprendido

Dada las siguientes ecuaciones, representa un esquema y resuelve:

1) $3x - 6 = 15$ 2) $3(x + 8) - 36 = 30$ 3) $4x - 2(x + 1) = 20$

Desarrollo: Representar esquemas si en ambas igualdades hay incógnita

I.-Representa un esquema dada las siguientes ecuaciones y encuentra el valor de la incógnita

a) $6x + 10 = 3x + 22$

b) $5(2x + 2) + 3(x + 2) = 4(x + 4)$

c) $3x - 2 = 5x + 4$

d) $24x + 64 = 28x + 56$

Cierre:

¿Es siempre posible representar una situación mediante un esquema?

Dada la ecuación: $y(2y - 1) - (2y - 3)(y + 2) = (y + 1)^2 - (y + 2)(y + 3)$

- pasos previos para construir el esquema de la situación:
- justifican los procedimientos utilizados
- se formalizan conceptos

Guía para la casa clase 2

Usando esquemas o expresiones algebraicas, determina el valor de x en las siguientes ecuaciones. Comprueba los resultados

a) $5(x + 2) = 40$

b) $3(x – 4) + 6 = 9$

c) $2x(4x - 3) = 8x - 18$

d) $-2(x + 3) + 5(x – 2) = x + 1$

e) $4(x + 3) – 2(-x + 3) = 6 – x$

f) $8(x + 2) = 3(x – 5) – 7(x + 3)$

g) $(x + 2)(x – 5) = (x - 1)(x – 6)$

h) $(6x + 10)(6x – 10) = 15 + (3x – 5)(12x + 5)$

i) $(x – 2)^2 - (3 – x)^2 = 1$

j) $(2x + 3)(2x - 3) + 7 = 4(x + 2)(x - 2)$

k) $(4x + 3)^2 = 25(1 + x)^2 - (4 + 3x)^2$

l) $(x – 8)(x + 1) = (x + 5)(x – 3)$

m) $2(x – 2)(x + 3) – (2x + 4)(x – 2)$

ANEXO 6: Clase 3

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno
Departamento de Matemática

MÓDULO DE ECUACIONES
Curso I° Medio
Segundo Semestre, 2011

Módulo 4 Resolución de Ecuaciones de Primer Grado. Clase 3

Tarea Matemática: Resolver ecuaciones fraccionarias aditivas

Inicio: Retomando las clases anteriores. ¿Cómo resolverías si utilizas esquemas ¿Cómo lo resolverías si utilizas expresiones algebraicas? La siguiente situación

En una reunión hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?

Desarrollo: ¿Cuál es el esquema que usarías para representar la siguiente situación?

1.- ¿Cuánto debe añadirse a $\frac{4}{9}$ para obtener la unidad?

2.- ¿Qué número sumado con su mitad y su cuarta parte es 318?

3.- Una persona invierte los $\frac{3}{4}$ de su dinero y le sobra la tercera parte menos $100

4.- Fermín tiene los $\frac{4}{5}$ de la edad de su hermano Nicolás y Julio tiene la cuarta parte de la edad de Fermín. Si la suma de las edades de Fermín, Nicolás y Julio suman 110 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

5.- $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{x}$

6.- Si te regalo la quinta parte de mis camisetas y a Carmen le regalo 5 más que a ti , me quedo con 4 camisetas. ¿Cuántas camisetas tenía?

Cierre:

- Los alumnos crean una situación que ilustre el esquema que aparece a continuación

- Encuentran el valor de la incógnita

$\frac{x+1}{2}$	$\frac{x+3}{3}$
$\frac{4x+1}{6}$	

Se hace una puesta en común donde se conocen las diferentes situaciones que ilustran el esquema. Comparten la solución

Guía para la casa **clase 3**

1.- Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

2.- Se han consumido 7/8 de un bidón de aceite. Reponemos 38 litros y el bidón ha quedado lleno hasta sus 3/5 partes. Calcula la capacidad del bidón

3.-Un estudiante debe leer una novela en una semana. Entre lunes y martes lee $\frac{1}{5}$ del libro y el Miércoles $\frac{1}{3}$ del resto. Si para los restantes días de la semana todavía le quedan 64 páginas por leer, ¿cuál es el número total de páginas del libro?

4.-Luís hizo un viaje en el coche, en el cual consumió 20 l de gasolina. El trayecto lo hizo en dos etapas: en la primera, consumió 2/3 de la gasolina que tenía el depósito y en la segunda etapa, la mitad de la gasolina que le queda. Calcula los Litros de gasolina que tenía en el depósito y los Litros consumidos en cada etapa.

.5.- En una librería, Ana compra un libro con la tercera parte de su dinero y un cómic con las dos terceras partes de lo que le quedaba. Al salir de la librería tenía $1500. ¿Cuánto dinero tenía Ana?

6.-Las dos cifras de un número son consecutivas. La mayor es la de las decenas y la menor la de las unidades. El número es igual a seis veces la suma de las cifras. ¿Cuál es el número?

7.-Las tres cuartas partes de la edad del padre de Juan excede en 15 años a la edad de éste. Hace cuatro años la edad del padre era el doble de la edad del hijo. Hallar las edades de ambos.

ANEXO 7: Clase 4

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno — *MÓDULO DE ECUACIONES*
Departamento de Matemática — *Curso I° Medio*
Segundo Semestre, 2011

Módulo 4 Resolución de Ecuaciones de Primer Grado Clase 4

Tarea matemática: Reforzar aspectos que aún no se han logrado

Trabajo en parejas: Resuelvan y comprueben los siguientes problemas

1.- Entre Carlos y María tienen $150.000 Si Carlos pierde $46.000, lo que le queda equivale a lo que tiene María. ¿Cuánto tiene cada uno?

2.- la edad de Juan es el triple que la edad de Andrés. Si en 5 años más será el doble. ¿Qué edad tiene Juan?

3.-Si al doble de un número se le suma su mitad resulta 50. ¿Cuál es el número?

4.-Cuál es la suma de tres números enteros consecutivos que cumplen con la siguiente condición: el doble del menor más el triple del mediano más el cuádruple del mayor suman 740

5.--Determina el valor de la incógnita presentada en las siguientes expresiones algebraicas. Explica el procedimiento utilizado en cada caso.

6-Determina el área de un rectángulo sabiendo que: su perímetro es 56cm y cuyos lados son (x +1) y (2x +3)

7.-Si tres números enteros consecutivos suman 45. ¿Cuál es el cuadrado del número central?

Cierre:
A estas alturas los alumnos deben saber plantear y resolver ecuaciones fraccionarias
Verificar que todos los alumnos lograron esta meta

¿Cuáles son los remediales que usted instauraría?

ANEXO 8: Clase 5

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno
Departamento de Matemática

MÓDULO DE ECUACIONES
Curso I° Medio
Segundo Semestre, 2011

Módulo 4 Resolución de Ecuaciones de Primer Grado. Clase 5

Tarea Matemática: **Resolver problemas que incorpora la palabra exceso**

Inicio:

Si 8 excede a 5 en 3, algebraicamente se expresa como $8>5 \Rightarrow 5+3=8$ o bien $8-3=5$
Expresa en una igualdad la siguiente expresión: Ana tiene 15 años y excede en 10 años a la edad de Francisco

Desarrollo:

1.-¿Qué número es aquel que aumentado en 30 unidades, excede a la mitad del número en 10?

2.- La edad de María es el triple de la de Ester y excede en 5 años a la edad de Isabel. Si las edades de Ester e Isabel suman 23 años, hallar la edad de cada una

3.- Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo excede en 60° al ángulo menor entonces el mayor de estos ángulos agudos mide?

4.-Las edades de Juan y Pedro suman 68 años Si Pedro excede en 22 años ¿Qué edades tienen?

5.- La altura de Juan excede en 5 cm a la altura de Andrés. ¿Cuánto miden Andrés y Juan si ambas edades suman 3 metros y 69 cm?

6.- Al preguntársele a Pitágoras por el número de sus alumnos, dio la siguiente respuesta: "La mitad de mis alumnos estudia Matemática, la cuarta parte estudia Física, la séptima parte aprende Filosofía y aparte de estos hay tres niños muy chicos". ¿Puedes deducir cuántos alumnos tenía el famoso matemático griego?

7.- Después de vender $\frac{3}{5}$ de una pieza de género quedan 20metros. ¿Cuántos metros de género tenía la pieza?

8.- Guillermo tiene la cuarta parte de la edad de su padre y el triple de la edad de su hermano David. ¿Qué edad tiene cada uno, si sus edades suman 48 años?

9-El día jueves gasté $\frac{2}{5}$ del dinero que gasté el día miércoles y el viernes gasté $\frac{1}{5}$ del dinero que gasté el Jueves. Si en los tres días gasté \$18.500 ¿Cuánto gasté cada día?

ANEXO 9: Instrumento de Evaluación

Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno
Departamento de Matemática

MÓDULO DE ECUACIONES
Curso I° Medio
Segundo Semestre, 2011

PRUEBA MÓDULO: ECUACIONES DE PRIMER GRADO Y RESOLUCIÓN DE SITUACIONES

Nombre:____Curso:_________

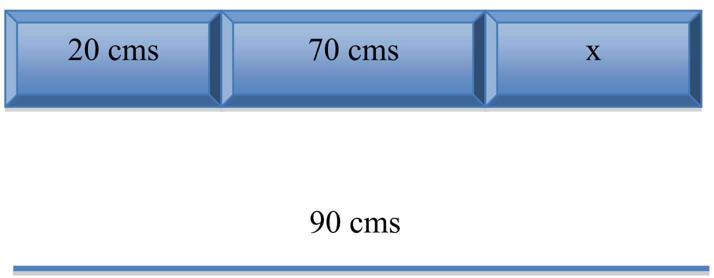
Instrucciones:

- ❖ El tiempo estipulado será de 60 minutos.
- ❖ El desarrollo de cada pregunta, cuando lo requiera, debe ser escrito en la hoja.
- ❖ Debe marcar la alternativa que según usted sea la correcta.
- ❖ Solo se aceptarán preguntas de redacción, una vez comenzada la prueba

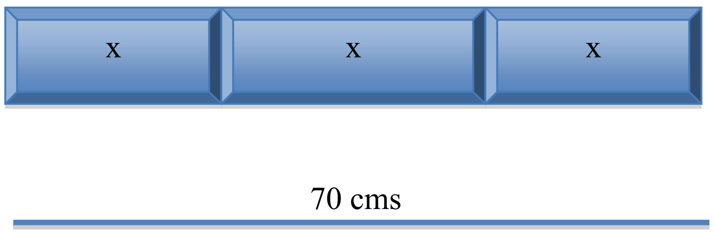
1) ¿Cuál de los siguientes esquemas permite encontrar la respuesta a la siguiente situación?

"La barra de una cortina mide 70 cm, si un pedacito de la barra mide 20 cm, ¿Cuánto mide cada uno de los otros pedacitos de la barra?"

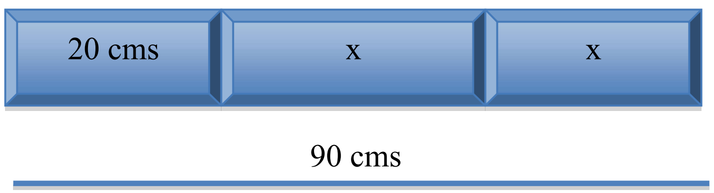
a)

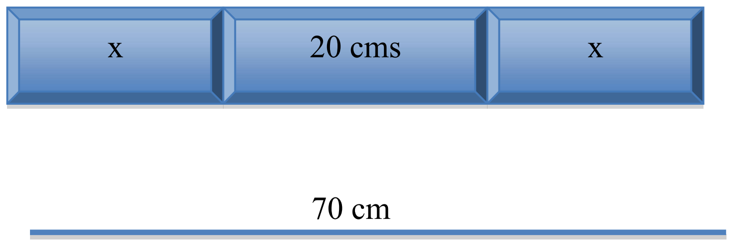


b)

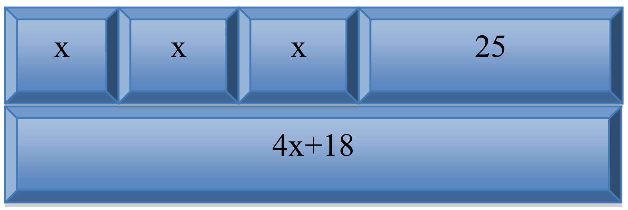


c)



d) 

2) La expresión algebraica que representa la siguiente situación es:



a) x+x+x+25= 4x +18

b) x+x+x+x=4x+25+18

c) x+x=4x+x+18-25

d) 4x+18-25=x+x+x

3) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa adecuadamente la situación?
"Si a la edad de Rodrigo(x) se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea (y)."

a) $x + 2x = y$

b) $x + \frac{x}{2} = y$

c) $x + x = y$

d) $x + 2x = \frac{y}{2}$

4) Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón?

a) 15900
b) 7500
c) 2650
d) 1250

5) Calcula el número que sumado con su antecesor y su sucesor de 114.

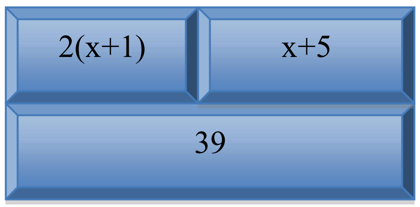
a) 36

b) 37

c) 38

d) 39

6) El enunciado que representa mejor el siguiente esquema es:



a) El doble de un número aumentado en una unidad, más el mismo número aumentado en cinco unidades resulta 39.

b) El doble del sucesor de un números más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.

c) El doble del antecesor de un número más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.

d) El doble del sucesor de un número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.

7) La expresión algebraica que representa el siguiente enunciado:**" Tres números consecutivos cuya suma sea 51**" es:

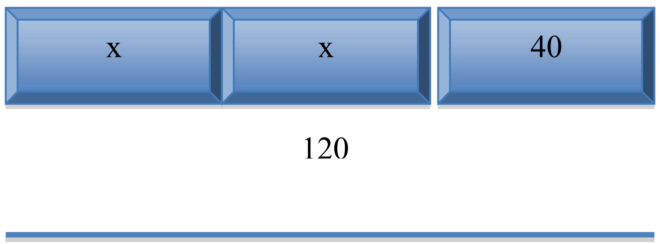
a) $x+(x+1)+(x+2)=51$

b) $x+2x+3x=51$

c) $(2x+1)+x+(x+1)=51$

d) $(x+1)+2x+(2x+1)=51$

8) La ecuación que representa el siguiente esquema es:



a) $2x = 160$

b) $x = 120 - 40 - x$

c) $2x - 40 = 120$

d) $x = 120 + 40 + x$

9) El valor de "x" en la siguiente ecuación es: $6x + 10 = 3x + 22$

a) $\frac{22}{9}$
b) 4
c) 12
d) 22

10) ¿ Para qué valor de "x" la expresión:

$5(x-3) - 4(x-2)$ es igual a cero?

a) 2
b) 3
c) 4
d) 7

11) La expresión algebraica que permite determinar:
" **El triple de un número disminuido en dos resulta el doble del número aumentado en ocho**"

a) $3x - 2 = 2x + 8$

b) $x^3 - 2 = x^2 + 8$

c) $3x - 2 = x^2 + 8$

d) $x^3 - 2 = 2x + 8$

12) La expresión que representa adecuadamente el siguiente enunciado es:

"La sexta parte aumentada en el doble de un número es la mitad del número"

a) $\frac{1}{6} + 2x = \frac{x}{2}$

b) $\frac{x}{6} + 2x = \frac{x}{2}$

c) $\frac{1}{6} + \frac{x}{2} = 2x$

d) $\frac{x}{6} + \frac{x}{2} = 2x$

ANEXO 10: Validación de Instrumento:

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN
HUMANIDADES Y CIENCIAS
Pedagogía en Matemáticas e
Informática Educativa

Solicitud de validación de instrumentos a través de Juicio de Experto(a).

La validación del instrumento elaborado por los alumnos de tesis, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permitan recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al Grado de: Licenciado en Educación, Título Profesional: Pedagogía en Educación Matemáticas e Informática Educativa, su título es: "Los Esquemas Conceptuales: Una estrategia para la Enseñanza en la Resolución de Problemas"

La metodología es el Estudio de casos a ser aplicada a los alumnos del Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno Larraín, Av. Sargento Menadier 2632 Puente Alto - 6988867

La nómina de alumnos que optan a obtener su título profesional es:

1.- DANIELA VERONICA VALENZUELA JIMENEZ
2.- NICOLAS SALVADOR BAHAMONDES VALENZUELA

Resumen:

La resolución de problemas es una actividad esencial pero compleja en la matemática pero también es una parte importante porque íntegra todo los aprendizaje en el alumno. Es un proceso que se desarrolla paulatinamente y en un periodo largo de tiempo. Al revisar diversas evaluaciones y estudios relacionados con la resolución de problemas, como grupo investigador logramos una descripción de algunas de las características compartidas por los alumnos que resolvían bien los problemas planteados. Estudiantes que son buenos para resolver problemas, son buenos también en otras habilidades mentales, incluso en la habilidad con las analogías, razonando, el pensamiento crítico, percepción, memoria y el pensamiento creativo.

También son los buenos lectores y poseen el conocimiento de acercamientos diferentes que ellos pueden usar planeando la resolución de problemas. Los buenos alumnos que resuelven problemas matemáticos poseen la habilidad metacognitiva de revisar y evaluar su propio pensamiento.

La indagación y la revisión de investigaciones en relación con los esquemas conceptuales y su relación con la resolución de problemas nos llevaron a identificar algunos factores parecían influenciar las dificultades de los estudiantes de enseñanza media en la resolución de problemas. El conocimiento de algoritmos, el conocimiento conceptual, el conocimiento de los esquemas sobre la estructura de los problemas, nos permitió manejarnos sobre un rango de estrategias. Además de las creencias y otros factores afectivos que incluyen los sentimientos de los estudiantes hacia la matemática, que influyen en el problema que se resuelve, incluyendo la habilidad de los estudiantes para revisar su propio pensamiento durante la resolución y los factores socioculturales que incluyen el ambiente de la sala de clases y el contexto social del aula, todos estos elementos juegan, a nuestro entender, un papel importante en el logro de los estudiantes Los alumnos que son buenos resolviendo problemas; su conocimiento es organizado y rico en la variedad, se enfocan más en los rasgos estructurales del problema, y no sólo los rasgos de su superficie, son más conscientes de sus fuerzas y debilidades y son capaces de evaluar sus propios esfuerzos. Están más interesados en movilizar los contenidos matemáticos que intervienen en el problema, más que en sus soluciones.

La estrategia que nos llamó la atención, la encontramos, cuando se colocaron los datos en el esquema de orden necesario para resolver el problema. Con esta estrategia, la presencia de datos extraños en el problema no resultó ser un obstáculo para el aprendizaje. Los problemas resueltos a través de esquemas incluyen un dibujo o una figura junto con la declaración del problema en la forma de párrafo. Cuando el problema incluyó un dibujo pertinente, la actuación del estudiante en su resolución aumentó. Cuando los estudiantes habían recibido la instrucción y dibujaban los diagramas para ayudarse en la resolución de los problemas, el aprendizaje mejoraba.

Pregunta de investigación.

¿Tienen los esquemas aditivos y multiplicativos, utilizados en la resolución de problemas, la capacidad heurística, a través de la cual los alumnos de primer año de enseñanza media descubren e inventan estrategias usando su creatividad?

Preguntas Relacionadas.

¿Está presente el rango heurístico en el currículo de los alumnos de enseñanza media?

¿Qué clase de significado pueden construir los alumnos en el contexto del aprendizaje en la matemática utilizando los esquemas conceptuales para la resolución de problemas?

¿Cuál es la importancia que establecen los profesores entre el contenido a enseñar y la utilización de estrategias innovadoras para maximizar su potencial de enseñanza usando el enfoque esquemático?

Objetivo General:

Analizar, considerando un estudio teórico de los esquemas conceptuales de Vergnaud, desde una perspectiva matemática y didáctica, para la resolución de problemas en alumnos de primer año de enseñanza media.

Objetivos Específicos.

- Caracterizar la significancia de los esquemas aditivos y multiplicativos.

- Delimitar las situaciones problemáticas fundamentales que incorporan el uso de los esquemas aditivos y multiplicativos; abarcando los aspectos heurísticos y fenomenológicos.

- Desarrollar procedimientos de diagnóstico que permitan, en un momento dado, interpretar el modelo mental que construyen los alumno@s, sobre la resolución de problemas.

- Analizar a través de un instrumento evaluativo aplicado a alumnos de primero medio, el uso de los esquemas aditivos a la resolución de problemas.

Supuestos

Reconocemos que la matemática es un excelente vehículo para el desarrollo y mejoramiento de la capacidad intelectual de una persona en razonamiento lógico, visualización, análisis y pensamiento abstracto

La Enseñanza en la resolución de problemas debe poner un gran énfasis en la visualización y en el sentido numérico.

Observaciones:

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será a partir de una prueba aplicada a alumnos de primer año medio del Colegio Cardenal Juan Francisco Fresno de Puente Alto; Av. Sargento Menadier 2632 Puente Alto - 6988867. Para luego transcribirlas y analizarlas de acuerdo a las dimensiones propuestas en los objetivos de nuestra investigación.

Les saludan atentamente y agradecen su colaboración:

DANIELA VERONICA VALENZUELA JIMENEZ. NICOLAS SALVADOR BAHAMONDES VALENZUELA

Datos del Experto(a):

Nombre: Evelyn S. Villalobos Carvajal

Título profesional: Profesora Educ. Básica

Grado Académico: Lic. Educ. - Magíster en Educ.

Cargo: Coordinadora de Ciclo.

Le rogaríamos consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías:

- **Muy bien.**
- **Bien.**
- **Suficiente.**
- **Insuficiente**

Observaciones:

Bien. Solamente si pueden identificar preguntas similares en la planificación. Esto no permitiría discriminar entre memoria y aprendizaje de los estudiantes.

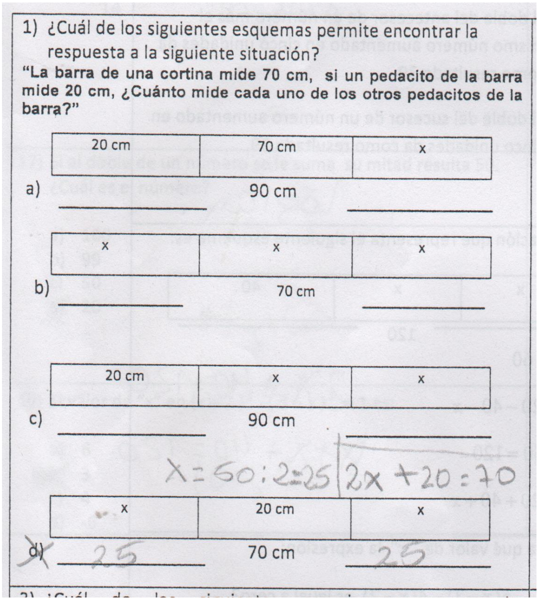
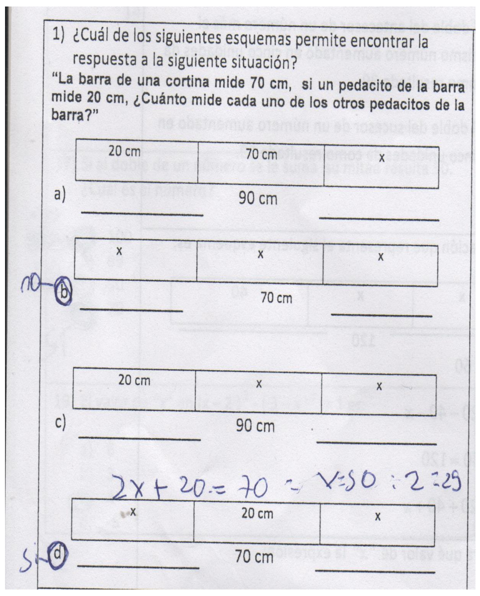
Muchas gracias por su cooperación.

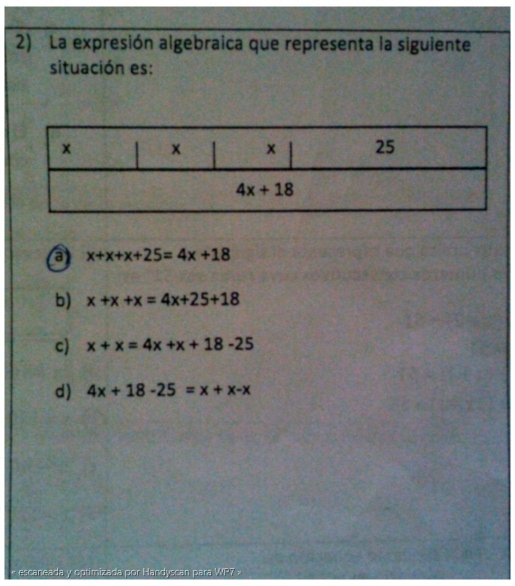
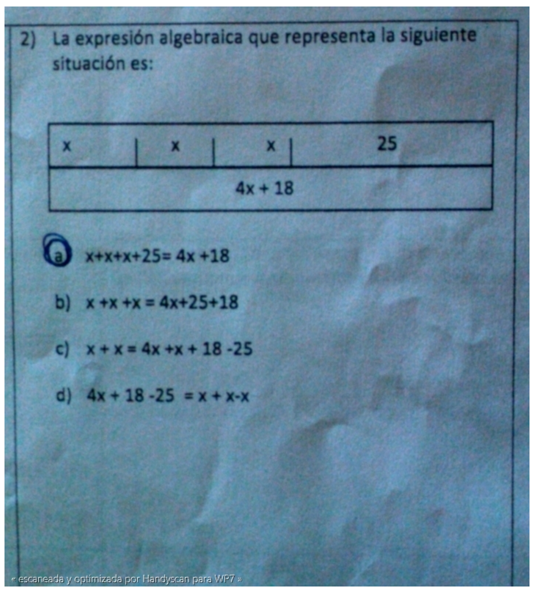
COLEGIO CARDENAL JUAN FRANCISCO FRESNO Coordinación Académica 3er Ciclo PUENTE ALTO

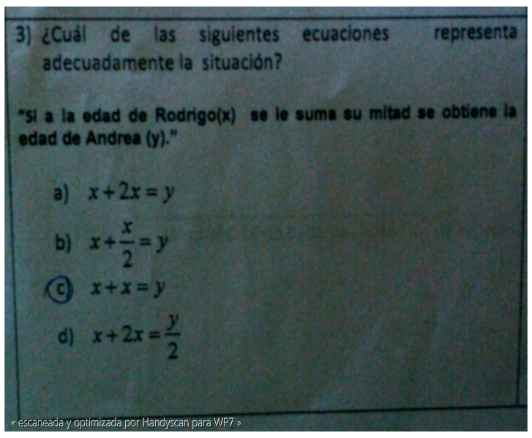
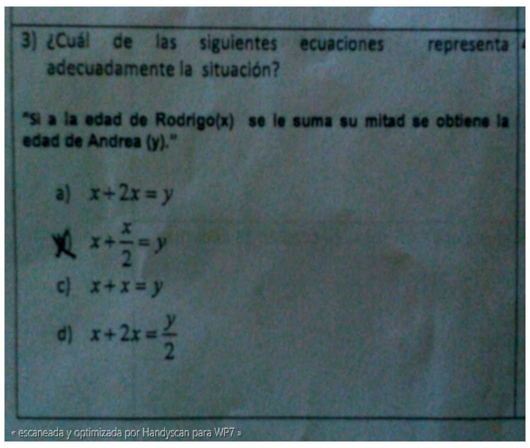
Nombre y Firma.

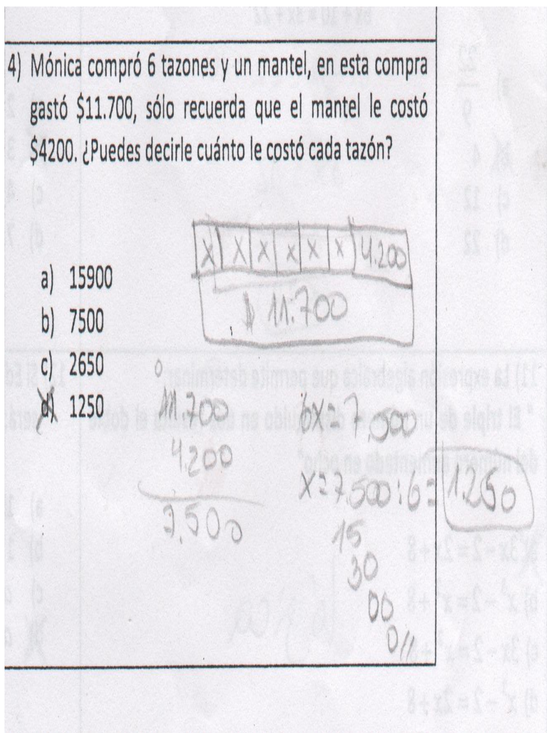
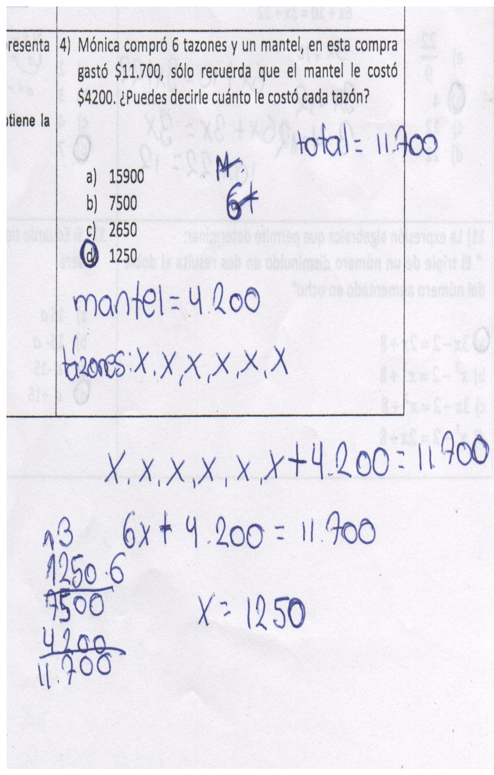
Santiago, 25/11/2011.

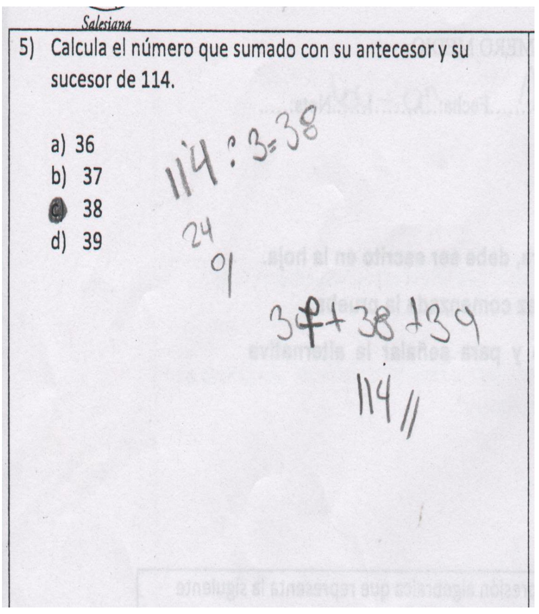
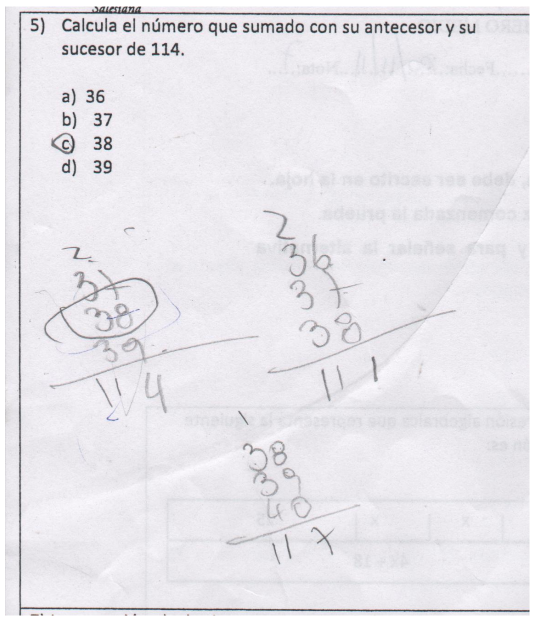
ANEXO 11: Imágenes de las evidencias obtenidas por medio del instrumento de evaluación

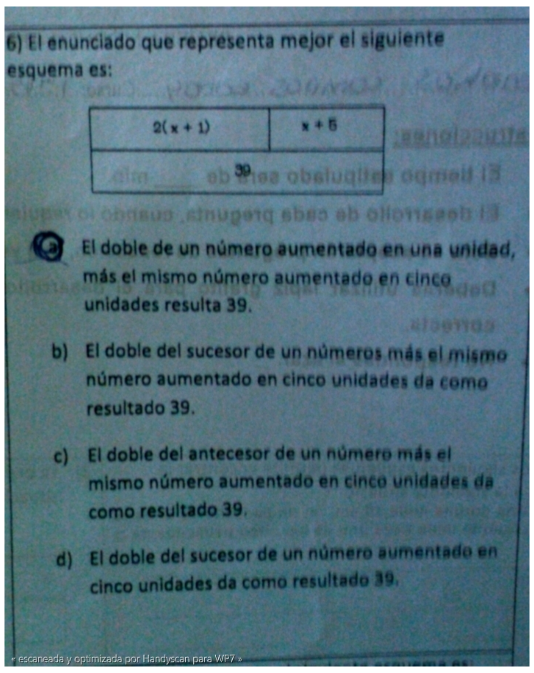
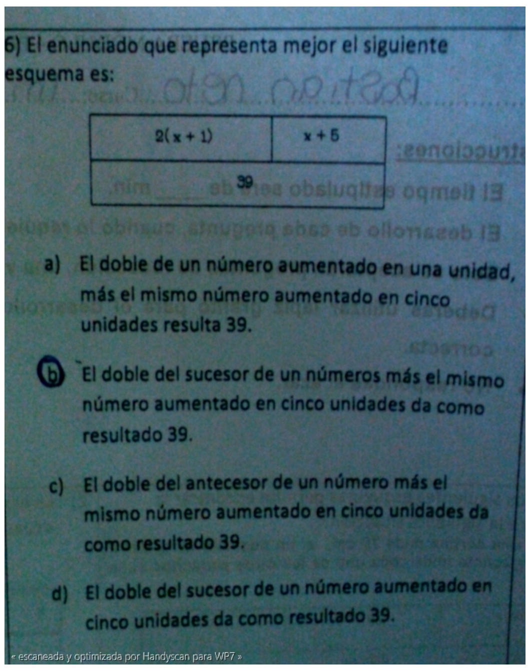
<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°1</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
1) ¿Cuál de los siguientes esquemas permite encontrar la respuesta a la siguiente situación?
"La barra de una cortina mide 70 cm, si un pedacito de la barra mide 20 cm, ¿Cuánto mide cada uno de los otros pedacitos de la barra?"
20 cm | 70 cm | x
a) 90 cm
x | x | x
b) 70 cm
20 cm | x | x
c) 90 cm
X=50:2=25 2x+20=70
x | 20 cm | x
d) 25 70 cm 25</td><td>
1) ¿Cuál de los siguientes esquemas permite encontrar la respuesta a la siguiente situación?
"La barra de una cortina mide 70 cm, si un pedacito de la barra mide 20 cm, ¿Cuánto mide cada uno de los otros pedacitos de la barra?"
20 cm | 70 cm | x
a) 90 cm
x | x | x
no b) 70 cm
20 cm | x | x
c) 90 cm
2x+20=70 = X=50:2=25
x | 20 cm | x
si d) 70 cm</td></tr>
</table>

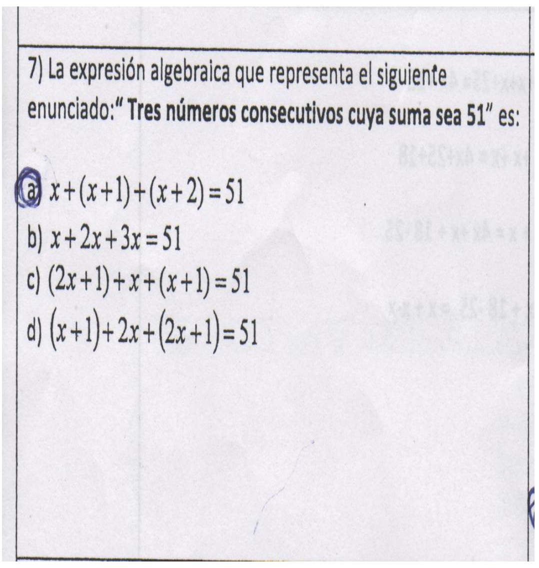
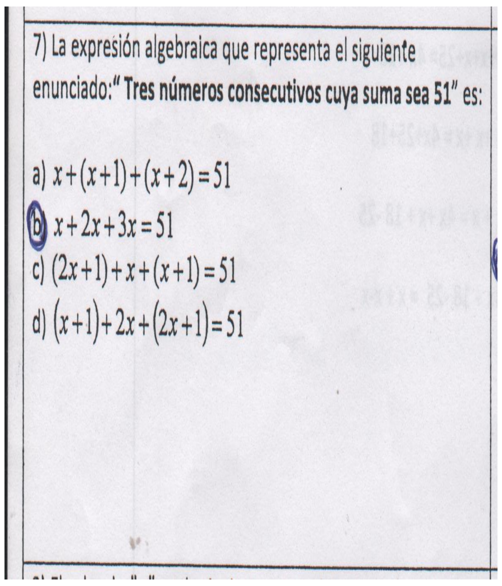
Pregunta N°2	
Evidencia 1	Evidencia 2
 2) La expresión algebraica que representa la siguiente situación es: x | x | x | 25 4x + 18 a) x+x+x+25= 4x +18 b) x +x +x = 4x+25+18 c) x + x = 4x +x + 18 -25 d) 4x + 18 -25 = x + x-x	 2) La expresión algebraica que representa la siguiente situación es: x | x | x | 25 4x + 18 a) x+x+x+25= 4x +18 b) x +x +x = 4x+25+18 c) x + x = 4x +x + 18 -25 d) 4x + 18 -25 = x + x-x

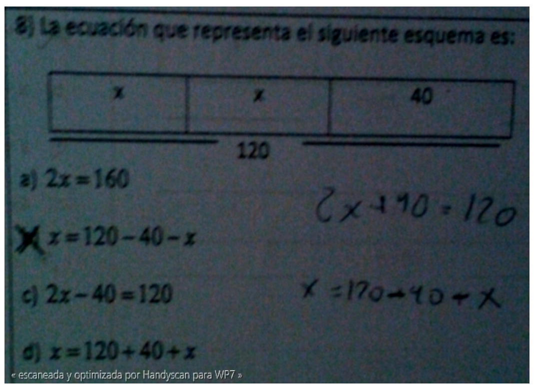
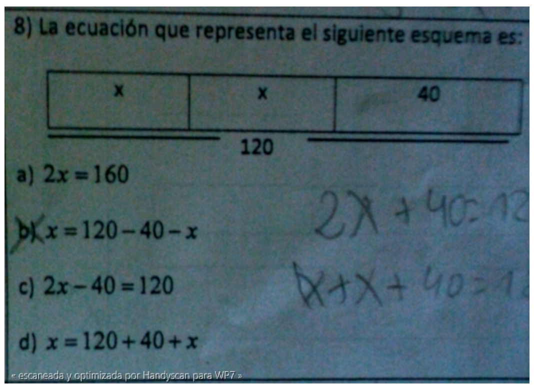
Pregunta N°3	
Evidencia 1	Evidencia 2
 3) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa adecuadamente la situación? **"Si a la edad de Rodrigo(x) se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea (y)."** a) $x+2x=y$ b) $x+\frac{x}{2}=y$ c) $x+x=y$ d) $x+2x=\frac{y}{2}$	 3) ¿Cuál de las siguientes ecuaciones representa adecuadamente la situación? **"Si a la edad de Rodrigo(x) se le suma su mitad se obtiene la edad de Andrea (y)."** a) $x+2x=y$ b) $x+\frac{x}{2}=y$ c) $x+x=y$ d) $x+2x=\frac{y}{2}$

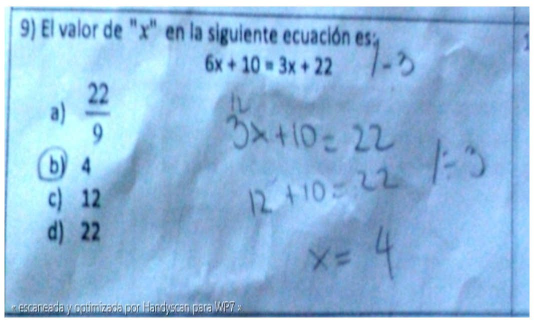
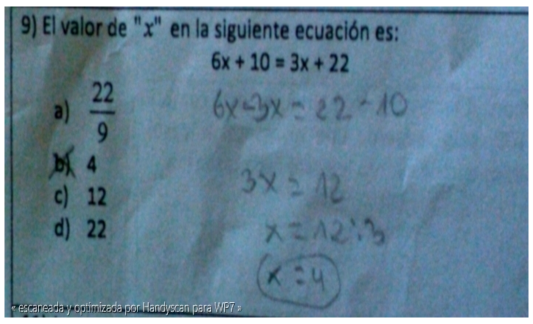
Pregunta N°4	
Evidencia 1	Evidencia 2
 4) Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón? a) 15900 b) 7500 c) 2650 d) 1250 X X X X X X 4.200 11.700 11.700 4200 7.500 6x = 7.500 x = 7.500 : 6 = 1250	 4) Mónica compró 6 tazones y un mantel, en esta compra gastó $11.700, sólo recuerda que el mantel le costó $4200. ¿Puedes decirle cuánto le costó cada tazón? a) 15900 b) 7500 c) 2650 d) 1250 total = 11.700 mantel = 4.200 tazones: x, x, x, x, x, x x, x, x, x, x, x + 4.200 = 11.700 6x + 4.200 = 11.700 1250 · 6 7500 4200 11.700 x = 1250

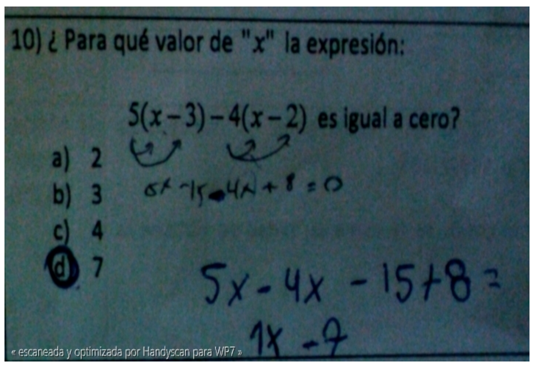
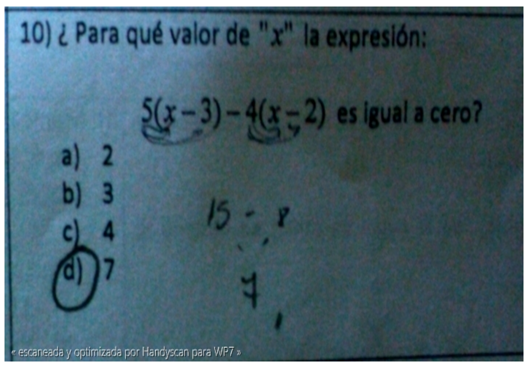
Pregunta N°5	
Evidencia 1	Evidencia 2
	

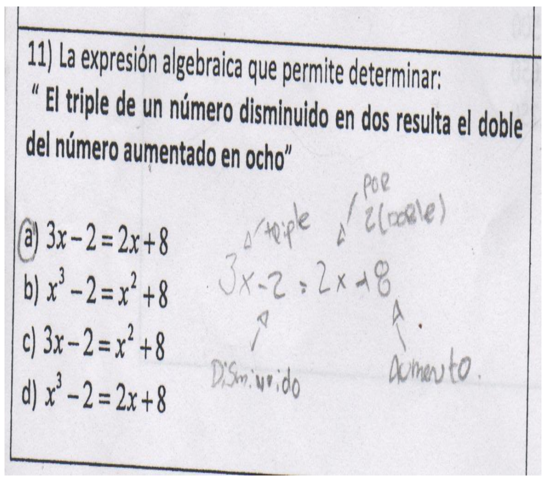
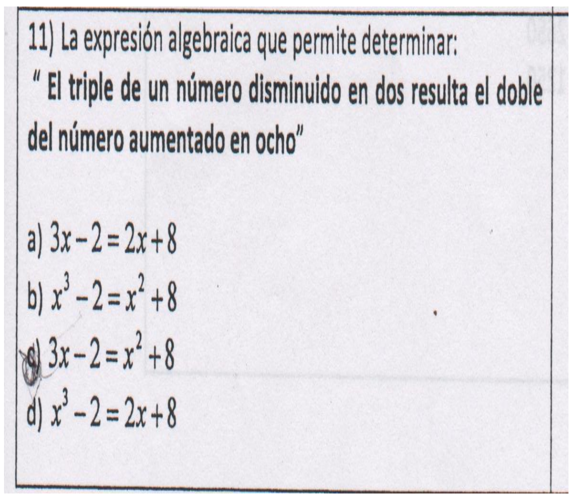
Pregunta N°6	
Evidencia 1	Evidencia 2
 6) El enunciado que representa mejor el siguiente esquema es: $2(x+1)$ | $x+5$ 39 a) El doble de un número aumentado en una unidad, más el mismo número aumentado en cinco unidades resulta 39. b) El doble del sucesor de un números más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39. c) El doble del antecesor de un número más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39. d) El doble del sucesor de un número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.	 6) El enunciado que representa mejor el siguiente esquema es: $2(x+1)$ | $x+5$ 39 a) El doble de un número aumentado en una unidad, más el mismo número aumentado en cinco unidades resulta 39. b) El doble del sucesor de un números más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39. c) El doble del antecesor de un número más el mismo número aumentado en cinco unidades da como resultado 39. d) El doble del sucesor de un número aumentado en cinco unidades da como resultado 39.

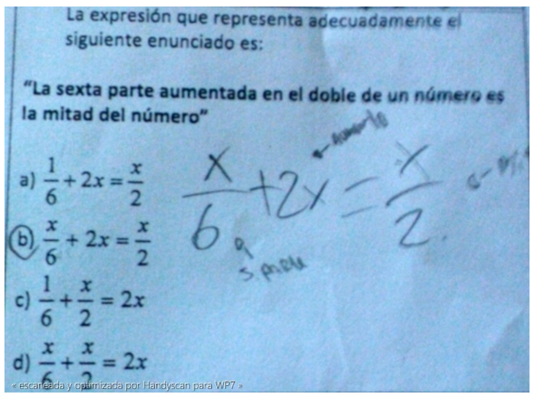
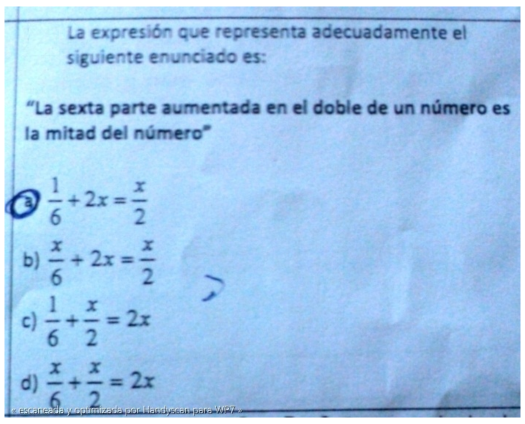
<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°7</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
7) La expresión algebraica que representa el siguiente enunciado:" Tres números consecutivos cuya suma sea 51" es:
a) $x+(x+1)+(x+2)=51$
b) $x+2x+3x=51$
c) $(2x+1)+x+(x+1)=51$
d) $(x+1)+2x+(2x+1)=51$</td><td>
7) La expresión algebraica que representa el siguiente enunciado:" Tres números consecutivos cuya suma sea 51" es:
a) $x+(x+1)+(x+2)=51$
b) $x+2x+3x=51$
c) $(2x+1)+x+(x+1)=51$
d) $(x+1)+2x+(2x+1)=51$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°8</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
8) La ecuación que representa el siguiente esquema es:
x | x | 40
120
a) $2x=160$
b) $x=120-40-x$
c) $2x-40=120$
d) $x=120+40+x$
$2x+40=120$
$x=120-40+x$
« escaneada y optimizada por Handyscan para WP7 »</td><td>
8) La ecuación que representa el siguiente esquema es:
x | x | 40
120
a) $2x=160$
b) $x=120-40-x$
c) $2x-40=120$
d) $x=120+40+x$
$2X+40=12$
$X+X+40=1$
« escaneada y optimizada por Handyscan para WP7 »</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°9</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°10</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°11</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
11) La expresión algebraica que permite determinar:
" El triple de un número disminuido en dos resulta el doble del número aumentado en ocho"
a) $3x-2=2x+8$
b) $x^3-2=x^2+8$
c) $3x-2=x^2+8$
d) $x^3-2=2x+8$
triple por 2(doble)
$3x-2=2x+8$
Disminuido Aumento.</td><td>
11) La expresión algebraica que permite determinar:
" El triple de un número disminuido en dos resulta el doble del número aumentado en ocho"
a) $3x-2=2x+8$
b) $x^3-2=x^2+8$
c) $3x-2=x^2+8$
d) $x^3-2=2x+8$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta N°12</td></tr>
<tr><td>Evidencia 1</td><td>Evidencia 2</td></tr>
<tr><td>
La expresión que representa adecuadamente el siguiente enunciado es:
"La sexta parte aumentada en el doble de un número es la mitad del número"
a) $\frac{1}{6}+2x=\frac{x}{2}$
b) $\frac{x}{6}+2x=\frac{x}{2}$
c) $\frac{1}{6}+\frac{x}{2}=2x$
d) $\frac{x}{6}+\frac{x}{2}=2x$
$\frac{x}{6}+2x=\frac{x}{2}$</td><td>
La expresión que representa adecuadamente el siguiente enunciado es:
"La sexta parte aumentada en el doble de un número es la mitad del número"
a) $\frac{1}{6}+2x=\frac{x}{2}$
b) $\frac{x}{6}+2x=\frac{x}{2}$
c) $\frac{1}{6}+\frac{x}{2}=2x$
d) $\frac{x}{6}+\frac{x}{2}=2x$</td></tr>
</table>