

ucsh

UNIVERSIDAD CATOLICA
SILVA HENRIQUEZ
FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias
Departamento de Educación Matemática

**DISEÑO DE UNA ACTIVIDAD QUE A PARTIR DE LA
COMPRENSIÓN DE MODELOS LINEALES, FAVOREZCA
APRENDIZAJE EN MODELOS NO-LINEALES.**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN
Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMATICAS
E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

ABAROA EGÜES, ALEXANDER A.

CARRASCO SALIT, JONATHAN E.

MARTEL JORQUERA, IVAN A.

NAVARRETE GUTIERREZ, ALEJANDRO I.

PROFESOR GUÍA:

ALONSO QUIROZ MEZA.

SANTIAGO, CHILE

2011

AGRADECIMIENTOS

Queremos dar las gracias a todas nuestras familias por el apoyo brindado en estos 5 años que duró nuestro proceso académico, a nuestros amigos que nos brindaron siempre una palabra de apoyo, a los docentes quienes con todo su entusiasmo y esfuerzo nos brindaron los conocimientos y competencias necesarias para desenvolvemos en la sociedad actual y a todas aquellas personas que estuvieron directa o indirectamente con nosotros durante el proceso de desarrollo de este seminario, en especial a los docentes Alonso Quiroz, Sergio Torres y Patricio Pérez por brindar su apoyo y tener una muy buena disposición para con nosotros.

Grupo de tesis

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	5
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
I.1 El Problema	6
I.2 Justificación	7
CAPÍTULO II: OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS	9
II.1 Objetivo General.....	9
II.2 Objetivos Específicos y Actividades	9
CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO	11
III.1 Estructuras Cognitivas ya Existentes y su Rol en el Aprendizaje Significativo	11
III.2 El Concepto de Calidad en la Educación.....	14
III.3 La Prueba PISA como Indicador de Calidad	16
III.4 La Realidad Nacional Según PISA (2009).....	16
III.5 Modelos Didácticos.....	17
III.6 Teoría de Registros de Representación Semiótica (<i>Raymond Duval</i>)	19
III.7 Competencia Matemática.....	26
III.8 La importancia de Modelar.	27
III.9 Modelo Lineal	29
III.10 Modelo cuadrático	32
CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO.....	37
IV.1 Investigación Cuantitativa	37
IV.2 Investigación Cualitativa.....	37
IV.3 Paradigmas	38
IV.4 Muestra	39
IV.5 Tipo de Investigación:	40
IV.6 Diseño del Instrumento	42
IV.7 Facilitadores y Obstaculizadores para la Recogida de Información	50
CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE INFORMACIÓN	52
V.1 Análisis de Primera Evaluación Aplicada a los Alumnos.....	52
V.2 Análisis de segunda evaluación aplicada a los alumnos.....	64
V.3 Análisis de Entrevista Aplicada a los Alumnos.....	74
V.4 Análisis cuestionario profesores.....	74
V.5 Resultados	77
Diseño Didáctico Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.....	80

Diseño Didáctico Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.....	86
Guía para Construir una Representación Algebraica a Través de un Gráfico	91
Diseño Didáctico Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.....	97
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES	99
VI.1 Conclusiones.....	99
VI.2 Alcances y Limitaciones.	101
BIBLIOGRAFÍA.....	102
ANEXOS.....	104

INTRODUCCIÓN

En el transcurso del tiempo las matemáticas no tan sólo figura como contenido de formación teórica y conceptual, sino que es un formador de pensamiento lógico y objetivo en distintas situaciones de la vida cotidiana. A través del acto docente, el profesor tiene diversas formas de desarrollar un contenido, mediante una clase frontal dirigiendo cada objetivo de enseñanza o proponer un diseño didáctico que permita interactuar los conocimientos que vayan aflorando con el alumno y el objeto matemático relacionado al contenido a pasar.

El tema principal de esta investigación es generar un diseño de actividades que a partir de modelos lineales favorezca el aprendizaje de conocimientos en modelos no lineales.

La experiencia en el transcurso de la práctica profesional motiva la investigación de este tema en particular, ya que, el tema de modelación de situaciones es un gran obstáculo para el aprendizaje individual del alumno, por situaciones en la cual trabajar con distintos tipos de modelos, existe un divorcio en cada cambio de registro y se presentan de forma aislada en cada sesión.

Con el fin de cumplir las descripciones de las dificultades al trabajar con estos dos modelos, y conocer las realidades de los estudiantes donde estas nuevas formas de conocimiento desarrollarán una formación integral del conocimiento.

Durante el desarrollo y fundamentación de esta investigación se abordan las competencias de saberes en cuanto a la medición internacional PISA (2009), la competencia modelar en particular y sus distintos matices acorde a las aplicaciones establecidas. Se evidencian los distintos cambios de registros pertinentes a los establecidos por *R. Duval* (2007) como también los caracterizados por los modelos lineales y cuadráticos en sus facetas y formas de presentarse tanto en la vida cotidiana como en el saber matemático.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

I.1 El Problema

Cuando un estudiante de pedagogía se inserta en el mundo de la docencia encuentra un sin número de falencias y problemas dentro de la educación, uno de estos problemas que el grupo considera, en el contexto matemático de Chile, es que cuando los alumnos comienzan a sumergirse en la educación, forman saberes, conocimientos y competencias, o sea se van transformando en sujetos integrales, en donde se nutren de herramientas que les son útiles para desenvolverse frente a diversas situaciones. Además, basándonos en la teoría de *Ausubel, Novak y Hanesian* (1983), que acuña el concepto de "*aprendizaje significativo*" para distinguirlo del repetitivo o memorístico y señala el papel que juegan los conocimientos previos del alumno en la adquisición de nuevas informaciones. La significatividad sólo es posible si se relacionan los nuevos conocimientos con los que ya posee el sujeto, es decir, mientras que los contenidos van incrementando su dificultad en el transcurso de la escolaridad, se requiere de conocimientos previos para generar conexiones que le ayudarán en el aprendizaje de estos contenidos. Un claro ejemplo de esto son las funciones lineales y no-lineales, las cuales en el ámbito de la matemática, son uno de los contenidos que más se trabajan, no tan sólo en la educación secundaria sino que también en la superior. Por lo que la enseñanza del tema de funciones de este tipo, en todas sus ramas debe ser lo más completa posible y a la vez agradable.

Sin embargo, de acuerdo a lo observado en las experiencias de aula, se deja entrever que la entrega de dichos contenidos en la educación media no se realiza de manera idónea, donde las funciones no se muestran y plantean de distintas formas, con varios tipos de registros. Generalmente se dejan de lado aspectos como la aplicación y modelación de situaciones mediante funciones, el como la parte algebraica afecta los comportamientos de las mismas y no se le da énfasis a las diferencias entre lineal y no-lineal; y el aprovechar dichas diferencias y semejanzas en generar aprendizaje, en conclusión, los modelos didácticos que se están utilizando para la entrega de estos saberes no son los más eficientes.

Es por todo lo expuesto anteriormente, el grupo de trabajo encuentra una problemática, de la cual surge la siguiente pregunta “¿Es posible generar actividades de aula que favorezcan el aprendizaje de modelos no lineales, estableciendo un paralelo con los modelos lineales?”.

I.2 Justificación

Las motivaciones de investigación nacen a raíz de las experiencias como docentes, en los niveles NM2, NM3 y NM4, en el eje de álgebra, se aprecia que los alumnos arrastran muchas falencias que no les permiten alcanzar un saber más concreto, esto se denota de forma muy marcada en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones no-lineales y más concretamente en las funciones cuadráticas, ya se ha observado que el contenido sólo se basa en la búsqueda de soluciones para ecuaciones, o sólo en la evaluación de funciones para luego graficarlas, y no engloban completamente todo (lo literal, algebraico y también lo gráfico). Algo muy importante que se obvia y no se le da la importancia y utilidad que merece, es la unión y continuación de los procesos y contenidos entre las funciones lineales que ven en segundo medio y las funciones no-lineales que comienzan con las cuadráticas en el tercer medio.

Al analizar los resultados en el área de funciones de la Prueba de Selección Universitaria (PSU 2010), se evidencia que a nivel nacional de un total de 13 preguntas que contempla dicha prueba, sólo se responden 4 de manera correcta equivalentes a un 29,53% del total del eje, 3 de manera incorrecta equivalentes al 26,07% del eje y finalmente se omiten 6 preguntas equivalentes al 44,4% del total, ocasionando una gran preocupación y asombro la cantidad (9 preguntas) entre omitidas e incorrectas, por lo que claramente hay un indicio de que los contenidos de funciones no son un fuerte en los alumnos.

Por lo tanto tomando en consideración lo antes expuesto no se puede pasar por alto que en el eje de álgebra, específicamente las funciones, que son un contenido fundamental en la matemática se debe entregar de la manera más completa posible para generar mejores conocimientos y más concretos. Y luego de la comprensión de la aritmética y el algebra, la cimentación del concepto de función es lo que nos sostiene para que el alumno pueda reflexionar y comprender otros conceptos matemáticos, esto también se concluye del siguiente texto.

“Uno de los conceptos centrales en el aprendizaje de las matemáticas es el de función. Después de los conocimientos de aritmética y álgebra, la construcción del concepto de función es la base para que posteriormente el alumno pueda comprender otros conceptos matemáticos...

...Leonardo Euler (siglo XVIII) organizo una de sus obras alrededor de este tema. Desde entonces, se descubrió que las funciones son un pilar de las matemáticas que permite su desarrollo de una manera más integral y profunda.”¹

¹ **Oaxaca, J. A. Y Valderrama, M. Del Carmen** Enseñanza De La Función Cuadrática Interpretando Su Comportamiento Al Variar Sus Parametros, Documento Rescatado De IX

CAPÍTULO II: OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS

II.1 Objetivo General

Proponer un diseño de actividades que considere las dificultades detectadas para el aprendizaje de modelos no lineales, estableciendo un paralelo con modelos lineales tratados en cursos anteriores.

II.2 Objetivos Específicos y Actividades

Objetivos Específicos:

II.2.1 Describir los aprendizajes esperados en la educación media respecto de modelos lineales y no lineales.

II.2.2 Identificar dificultades de los estudiantes en la comprensión de modelos no lineales.

II.2.3 Determinar semejanzas y diferencias de modelos lineales y no lineales a nivel de educación media.

II.2.4 Conocer la percepción que tienen los profesores de matemática de educación media sobre de los tipos de registros y la conexión de contenidos lineales y no-lineales.

II.2.5 Plantear una propuesta de diseño didáctico para la enseñanza de modelos no-lineales a partir de los conocimientos de modelos lineales.

Actividades:

II.2.1.1 Analizar las evaluaciones internacionales respecto de aprendizajes esperados de modelos no lineales.

II.2.1.2 Analizar Aprendizajes esperados en la educación media en base a planes y programa.

II.2.2.1 Aplicar un instrumento evaluativo que considere los aprendizajes esperados para el tema de modelos lineales.

II.2.2.2 Aplicar un instrumento evaluativo que considere los aprendizajes esperados para el tema de modelos no lineales.

II.2.2.3 Aplicar una encuesta para determinar las percepciones de los docentes respecto de las dificultades que muestran los estudiantes para la comprensión de modelos no lineales.

II.2.3.1 Realizar una comparación entre los elementos y características que presentan ambos modelos.

II.2.3.2 Aplicar una encuesta a los profesores para saber si utilizan dichas semejanzas y diferencias para enseñar contenidos no-lineales.

II.2.4.1 Aplicar una encuesta a docentes en donde den a conocer su punto de vista sobre la conexión entre ambos contenidos.

II.2.5.1 Indagar aplicaciones lineales que ayuden a la enseñanza de modelos no lineales.

II.2.5.2 Describir modelos didácticos, seleccionar el más pertinente y utilizarlo para el desarrollo de la propuesta.

II.2.5.3 Delimitar el orden entre los contenidos lineales y no-lineales para ser usados en la comprensión de estos últimos.

CAPÍTULO III: MARCO TEÓRICO

III.1 Estructuras Cognitivas ya Existentes y su Rol en el Aprendizaje Significativo

Lo que propone *Ausubel*, es una teoría psicológica, ya que, el énfasis está puesto en los procesos que ocupa el estudiante para lograr aprender. En esta teoría lo importante es lo que ocurre en el aula cuando el estudiante aprende; en la naturaleza y las condiciones necesarias para que se genere el aprendizaje; en los resultados y por consiguiente, en su evaluación².

El aprendizaje significativo es un proceso, en el cual se busca la relación entre la nueva información o conocimiento a adquirir y la estructura cognitiva que ya existe en el aprendiz de forma no literal ni arbitraria. Por no literal ni arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. Además, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. La estructura cognitiva no se puede considerar como un todo si no como conocimientos específicamente relevantes o como los denomina *Ausubel* subsumidores.³

Es de suma importancia conocer la estructura cognitiva del estudiante; esto es mucho más que saber la cantidad de información que posee, sino que también los conceptos que maneja y el grado de solidez de los mismos. *Ausubel* orienta a que la labor educativa no se desarrolla con "*mentes en blanco*" ni que el aprendizaje comience de cero, si no que los estudiantes tienen una serie de conocimientos previos que juegan un rol fundamental en su enseñanza, los cuales pueden ser utilizados a favor de la misma.

² (Ausubel, Psicología Educativa: Un Punto De Vista Cognitivo, 1976, México)

³ (Ausubel, Psicología Educativa: Un Punto De Vista Cognitivo, 1976, México; Ausubel, Psicología Educativa: Un Punto De Vista Cognitivo 2da Edición, 1983, México; Ausubel, Adquisición Y Retención Del Conocimiento, 2002, Barcelona; Moreira, Mapas Conceptuales Y Aprendizaje Significativo, 1997, Brasil)

Ausubel en el epígrafe de su obra dice:

"Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente"

La existencia de conceptos claros y asequibles en el estudiante es lo que da significado a la nueva información al interactuar los conocimientos ya existentes con la nueva información⁴. De lo anterior se desprende la característica más importante del aprendizaje significativo es que produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones. Pero esto no es sólo una simple unión, sino más bien, es un proceso en el cual estos nuevos conceptos adquieren un nuevo significado en el estudiante y por consiguiente generan una transformación en los subsumidores⁵ de su estructura cognitiva, haciéndolos mucho más sólidos y sustentables.

El significado que se obtiene con la nueva información son los resultados que se generan en la interacción de los subsumidores estables, que ya están presentes en su estructura cognitiva y los nuevos contenidos; al suceder todo esto, los subsumidores son modificados y beneficiados, desarrollando así nuevos subsumidores o conocimientos específicos relevantes mucho más potentes, que serán la base para nuevos aprendizajes.

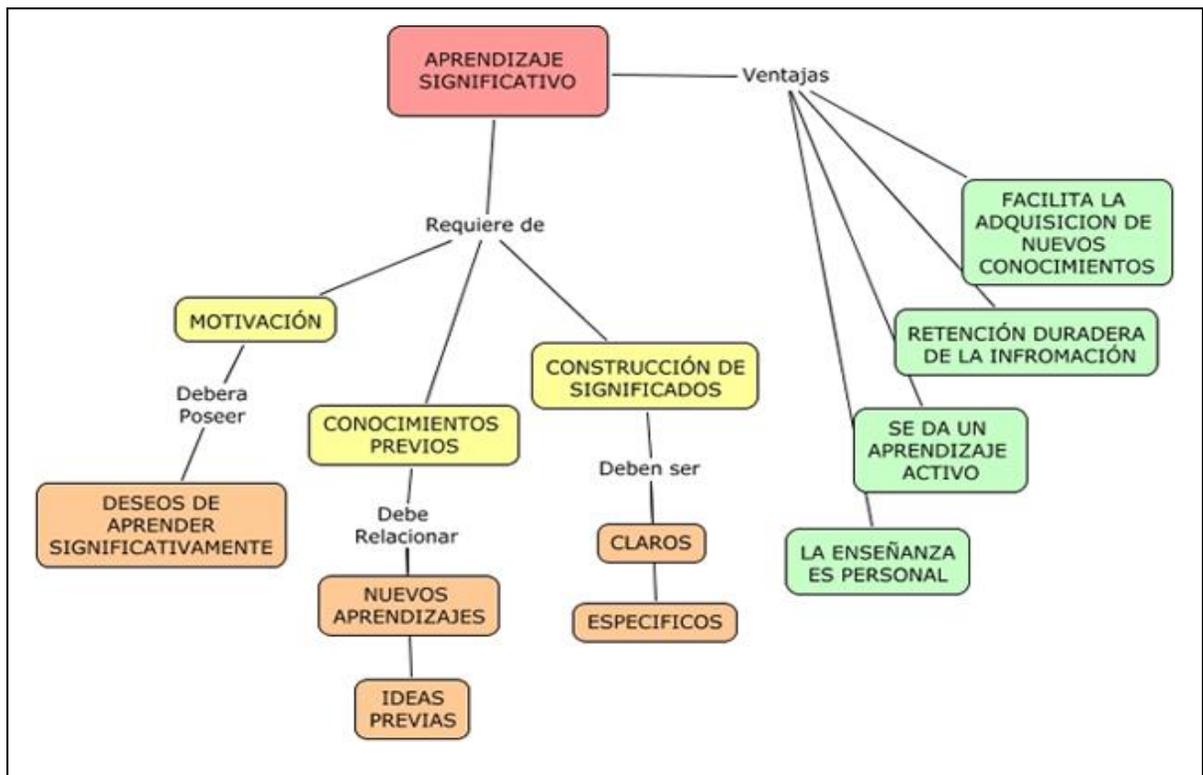
En National Council of Teachers of Mathematics publican:

"Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos"⁶

⁴ (Moreira, Aprendizaje Significativo: Teoría Y Práctica, 2000, Madrid)

⁵ Término Utilizado Por Ausubel Para Los Conocimientos Previos.

⁶ (NCTM, 2.000, P. 20)



Para que se genere aprendizaje significativo se necesitan dos cosas fundamentales:

1. Una actitud y predisposición para aprender de manera significativa del aprendiz.

Al respecto Ausubel dice:

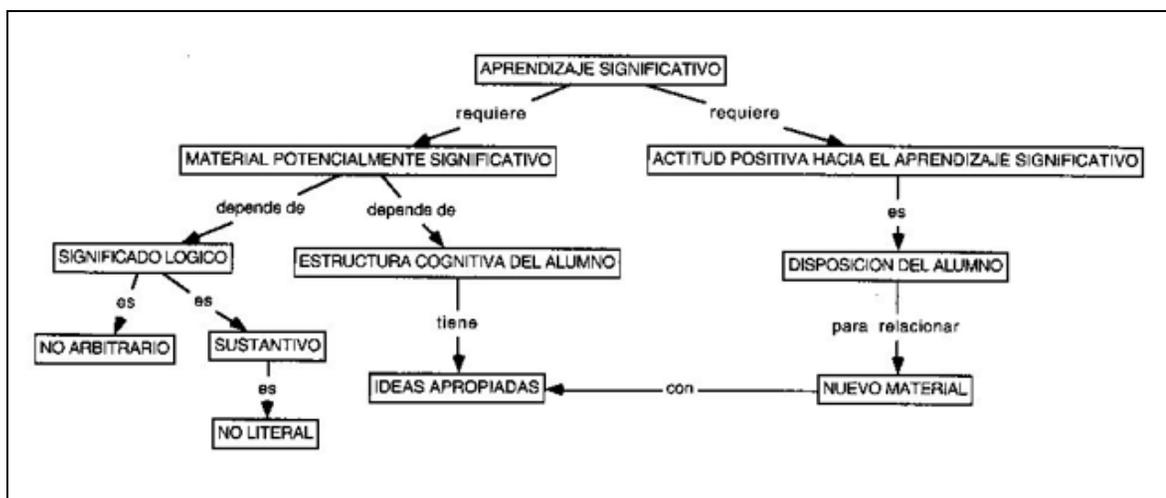
“El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria”.⁷

2. Un material significativo para el estudiante, esto es:

Que el material tenga significado lógico, es decir que sea en gran parte relacionable con la estructura cognitiva del estudiante de una manera no literal ni arbitraria.

⁷ (Ausubel, Psicología Educativa: Un Punto De Vista Cognitivo 2da Edición, 1983, México)

Y también que existan subsumidores o conocimientos previos acordes, que permitan interactuar con el material que se presenta.



III.2 El Concepto de Calidad en la Educación

El hablar de calidad o simplemente el escuchar ese término se asocia a algo que es bueno, que perdura, es mejor en comparación con otros de su misma categoría, claramente el significado de ese concepto va ir variando según el enfoque o punto de vista del que se trabaje, ya sea en economía, en el mercado, ámbitos tecnológicos y también, donde no es menor aplicarlo, en la educación.

La calidad en la educación se puede definir dada la visión de organizaciones como la OCDE, autores como *Mortimore* o *Giné*, los cuales se presentan a continuación:⁸

Según la OCDE la calidad en la educación viene dada:

“Como aquella que asegura a todos los jóvenes la adquisición de los conocimientos, capacidades destrezas y actitudes necesarias para equipararles para la vida adulta”.

Según Mortimore, él define la calidad de educación como:

“La escuela de calidad es la que promueve el progreso de sus estudiantes en una amplia gama de logros intelectuales, sociales, morales y

⁸ Calidad En Educación <http://Www.Peremarques.Net/Calida2.Htm>

emocionales, teniendo en cuenta su nivel socioeconómico, su medio familiar y su aprendizaje previo. Un sistema escolar eficaz es el que maximiza la capacidad de las escuelas para alcanzar esos resultados".

Ahora Giné da a conocer elementos que sirven para apreciar cuando un sistema educativo es de calidad los cuales son:

Ser accesible a todos los ciudadanos.

Facilitar los recursos personales, organizativos y materiales, ajustados a las necesidades de cada alumno para que TODOS puedan tener las oportunidades que promoverán lo más posible su progreso académico y personal.

Promover cambio e innovación en la institución escolar y en las aulas (lo que se conseguirá, entre otros medios, posibilitando la reflexión compartida sobre la propia práctica docente y el trabajo colaborativo del profesorado).

Promover la participación activa del alumnado, tanto en el aprendizaje como en la vida de la institución, en un marco de valores donde TODOS se sientan respetados y valorados como personas.

Lograr la participación de las familias e insertarse en la comunidad.

Estimular y facilitar el desarrollo y el bienestar del profesorado y de los demás profesionales del centro.

Se aprecia que desde las definiciones todas tienen un mínimo común, el cual es el rol que juega la educación en la actualidad, ya que, un fin es el formar a personas no tan sólo en el ámbito intelectual sino que en todas las ramas o ámbitos que sean necesarios para ser individuos integrales en sociedad, que posean las herramientas necesarias para aplicarlas en su vida y de tal forma poder surgir. Otro aspecto que es relevante es que, la calidad no debe ser sinónimo de discriminación, al contrario debe ser un beneficio para todos y no para algunos o privilegiados dando a todos los partícipes y actores del proceso de enseñanza a tener las mismas oportunidades y habilidades que su par.

III.3 La Prueba PISA como Indicador de Calidad

Dentro de los objetivos que tiene la prueba PISA, el fundamental es el de evaluar la calidad que tienen los sistemas educativos de los países que se someten a rendir la prueba y conocer si los alumnos son capaces de aplicar los conocimientos que tienen, no tan sólo de manera mecánica o aplicación directa, sino que, si son capaces de utilizarlos junto a todas las herramientas que poseen en distintas situaciones cotidianas y el plantear modelos que den soluciones a dichas situaciones.⁹

Dentro de los países que rinden la prueba PISA se encuentra Chile quien ha participado en todas las evaluaciones que se han aplicado con excepción del año 2003 en donde no se sometió a dicha evaluación. En el 2009 fue la última prueba que se realizó en donde Chile en la prueba de matemática arrojó resultados que no son del todo positivos y en donde se podría poner en jaque el sistema educacional que el país posee, ya que, de los 65 países que rindieron la prueba, Chile ocupa el lugar número 49 con un puntaje de 421 (cuatrocientos veintiuno) puntos por lo que se encuentra a 75 puntos del promedio OCDE (496 puntos) y a 179 puntos de China (600 puntos) quien es el país con mejor rendimiento. Sin embargo dentro de los países de América latina (Uruguay, México, Argentina Brasil, Colombia, Perú y Panamá) que también participaron de esta evaluación, solo Uruguay obtuvo 427 puntos logrando superar a Chile y muy cerca México con 419 puntos fue el tercer país que más se destacó. Otro aspecto es que Chile se encuentra por encima del promedio latinoamericano (393 puntos) al contrario de los otros países que se encuentra por debajo del promedio, con lo que se deja en evidencia que a nivel continental el país se encuentra un poco mejor que los demás.

III.4 La Realidad Nacional Según PISA (2009)

Dado el puntaje que obtiene el país (421 puntos), según esta prueba, los alumnos se clasifican por niveles en donde presentan ciertas habilidades y competencias, en otras palabras da a conocer la realidad que presenta el país en cuanto a lo que los alumnos pueden hacer.

Hay 6 niveles en los que esta prueba puede clasificar las habilidades y competencias que tienen los alumnos los cuales van de orden ascendente en donde

⁹ Rico Luis, La Competencia Matemática En PISA

el nivel 1 es el básico y el nivel 6 el superior, Chile se encuentra en el nivel 2 por lo que también poseen y manejan el nivel 1. Dado ese nivel los alumnos del país son capaces de:¹⁰

- Responder preguntas claramente definidas.
- Identificar información y realizar procesos rutinarios con instrucciones específicas
- Realizar acciones obvias.
- Interpretar y reconocer situaciones en contextos directos que requieren sólo de inferencia directa.
- Extraer información relevante de sólo una fuente y hacer uso de sólo una forma de representación.
- Utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o conversiones básicas.

Se aprecia que los alumnos entre 15 y 16 años que están próximos a salir a una vida adulta en donde deben comenzar a salir y enfrentar cosas de manera autónoma sólo poseen herramientas, conocimientos y habilidades de un nivel básico, por lo que según esta prueba la educación chilena presenta dificultades para poder solventar las necesidades de que la sociedad demanda. Paralelamente hay un grupo de alrededor del 20% de los alumnos que siquiera tienen esas competencias, ya que, sus puntajes fueron muy inferiores por lo que no alcanzan a estar en el nivel 1.

III.5 Modelos Didácticos¹¹

Modelo didáctico expositivo

El modelo expositivo, o también conocido como la clase magistral expositiva, es el más antiguo que existe en donde el profesor es el principal actor, el cual sólo hace transmisión de contenidos y el alumno sólo debe preocuparse de crear conocimientos memorísticos y repetitivos siendo este sólo un ente receptor que carece de la capacidad de reflexión de su proceso de enseñanza y aprendizaje.

¹⁰ SIMCE, Resumen De Resultados PISA 2009 Chile

¹¹ Los Modelos Expuestos Fueron Rescatados De *La Enseñanza. Buena Practica. La*

Motivación. Marquès Graells, P.

Modelo didáctico instructivo

El modelo instructivo, también llamado como la clase magistral y el libro de texto, es una pequeña variación del modelo didáctico expositivo, ya que, el profesor aún sigue siendo el principal y fundamental en la entrega de contenido que siguen teniendo un carácter memorístico por lo que el alumno nuevamente sigue siendo un receptor de información. Con la incorporación del libro en la enseñanza se busca por objetivo que, como los contenidos ya fueron memorizados, luego se debe dar alguna aplicación principalmente para desarrollar preguntas o ejercicios.

Modelo didáctico alumno activo

El modelo activo o escuela activa, por el contrario del modelo expositivo, busca que el principal actor del proceso de enseñanza y aprendizaje sea el alumno, y no sea un simple receptor de información y que realice tareas que requieran de sólo repetición de contenidos, sino que desarrolle sus habilidades y capacidades para que pueda desenvolverse en distintas situaciones y ser quien vaya formando su aprendizaje bajo múltiples problemáticas, creando y/o modificando conocimientos que ya poseía junto con materiales e implementos que favorezcan el desarrollo de estos.

Modelo didáctico colaborativo

El modelo colaborativo o también conocido como la enseñanza abierta y colaborativa, el cual toma elementos del modelo activo en donde el profesor ahora es un mediador o guía para generar conocimientos y aprendizajes en los alumnos, porque son ellos los que tienen acceso a múltiples fuentes de información (internet, periódicos, televisión, entre otros elementos), toma la información recabada o cosas que son interesante para los alumnos y los transforma en fuentes de conocimiento, además toma mucha fuerza el trabajo colaborativo entre alumnos y el de alumnos con el profesor. Dentro de las características que tiene el profesor en este modelo se destacan los siguientes:

- Domina los contenidos de su disciplina.
- Planifica de manera flexible.
- Establece metas y habilidades como la perseverancia, hábitos de estudios, la autoestima, etc.
- Fomenta el logro de aprendizajes significativos.
- Crea discusiones reflexivas.

III.6 Teoría de Registros de Representación Semiótica (*Raymond Duval*)

Dentro del trabajo con modelos, se consideran que las representaciones que pueden tener, son un ente fundamental para su enseñanza, ya que la visualización de un problema enfocado de un solo sentido, acota el desarrollo del pensamiento y no provoca un trabajo de relacionar las distintas representaciones que puede tener un mismo objeto, para poder abarcar más el tema de las representaciones, *Raymond Duval* postula que los registros de representaciones semióticas, tienen una alta incidencia en el aprendizaje de nociones matemáticas.

Para poder entender bien lo que está postulando *R. Duval* primero debemos entender que es la semiótica, una definición de esto es:

“La semiótica es la teoría general de los signos. Esta ciencia se encarga del estudio de los signos en la vida social....

Algunos sostienen que la semiótica incluye a todas las demás ciencias que se dedican al estudio de los signos en determinados campos del conocimiento. La semiótica, en este sentido, aparece como una ciencia del funcionamiento del pensamiento, destinada a explicar cómo el ser humano interpreta el entorno, crea conocimiento y lo comparte.”¹²

Entonces la semiótica es lo que le da sentidos a lo que se observa en el entorno o al contexto al cual se está inmerso, por lo tanto en la matemática la semiótica cumple un rol importante por lo que los signos y cualquier tipo de representación que se exprese tendrá un sentido, además la semiótica como ciencia del funcionamiento del pensamiento es una herramienta que se puede y se debe utilizar para la producción de aprendizaje significativo.

Para continuar dilucidando lo que propone *R. Duval* se debe tener en cuenta los siguientes conceptos:

¹² Extracto De Definición.De [Http://Definicion.De/Semiotica/](http://Definicion.De/Semiotica/)

*“Objeto matemático: signo, concepto que aparece en la actividad matemática y del que se conocen sus propiedades, operaciones, teoremas, etc.; como los números enteros, las funciones, los límites, los polinomios, las matrices, etc”.*¹³

El objeto matemático será considerado todo elemento matemático que se proponga.

“Representaciones mentales: aquellas que cubren el conjunto de imágenes y las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto.

*Representaciones semióticas: aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.) que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias reglas y significancia. Es decir, el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Existen tres tipos de registros de representaciones semióticas: registro de la lengua natural, registro gráfico y registro algebraico.*¹⁴

De este fragmento se rescata que una representación mental no es igual a la representación semiótica, la mental es algo interno del individuo por tanto la semiótica es la que externaliza lo que se está pensando, esta externalización se puede representar por un lenguaje natural, algebraico y/o gráfico.

Semiosis: es la aprehensión o la producción de una representación semiótica.

Noesis: actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la comprensión de una inferencia, etc.

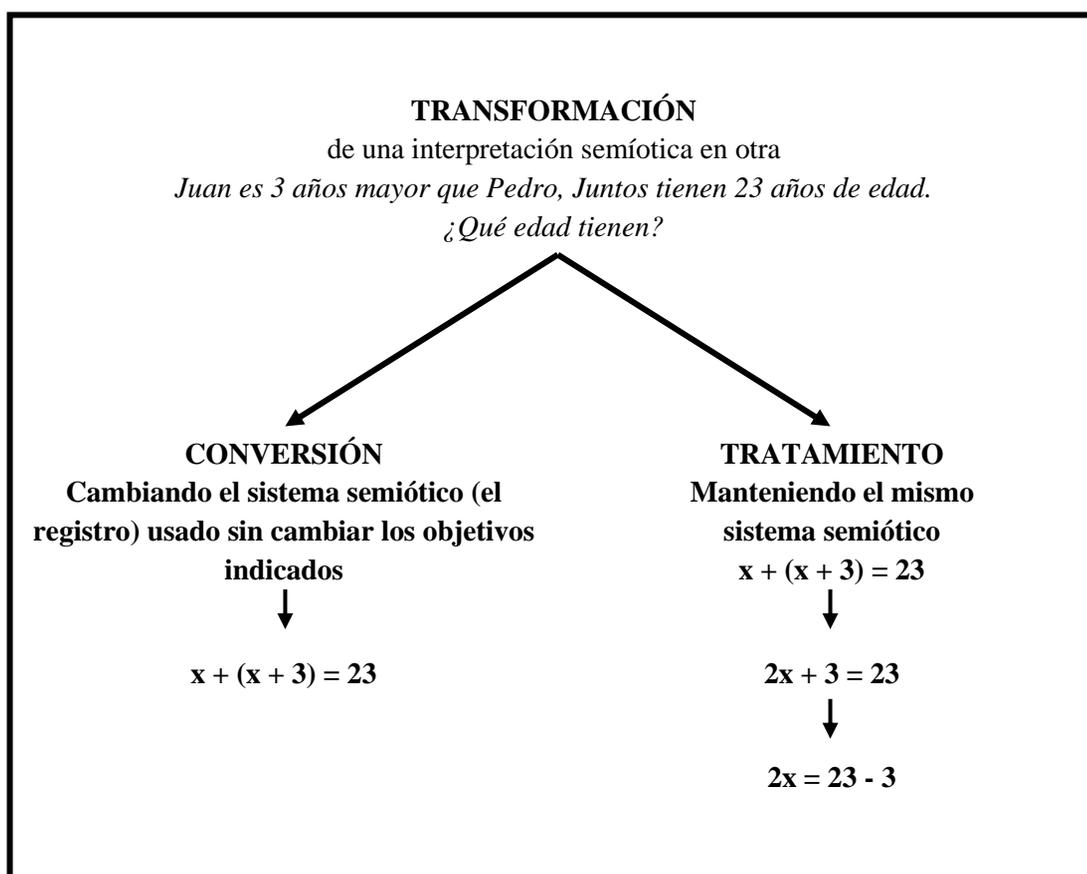
Tratamiento: transformación de la representación al interior de un registro de representación o de un sistema. La paráfrasis es una transformación interna del registro del discurso en la lengua natural: “reformula” un enunciado en otro, ya sea para reemplazarlo o para explicarlo.

¹³ Aspectos Metodológicos En El Aprendizaje Del Algebra En Secundaria (2007), Ediciones El Nosedal S.A.C.

¹⁴ Aspectos Metodológicos En El Aprendizaje Del Algebra En Secundaria (2007), Ediciones El Nosedal S.A.C.

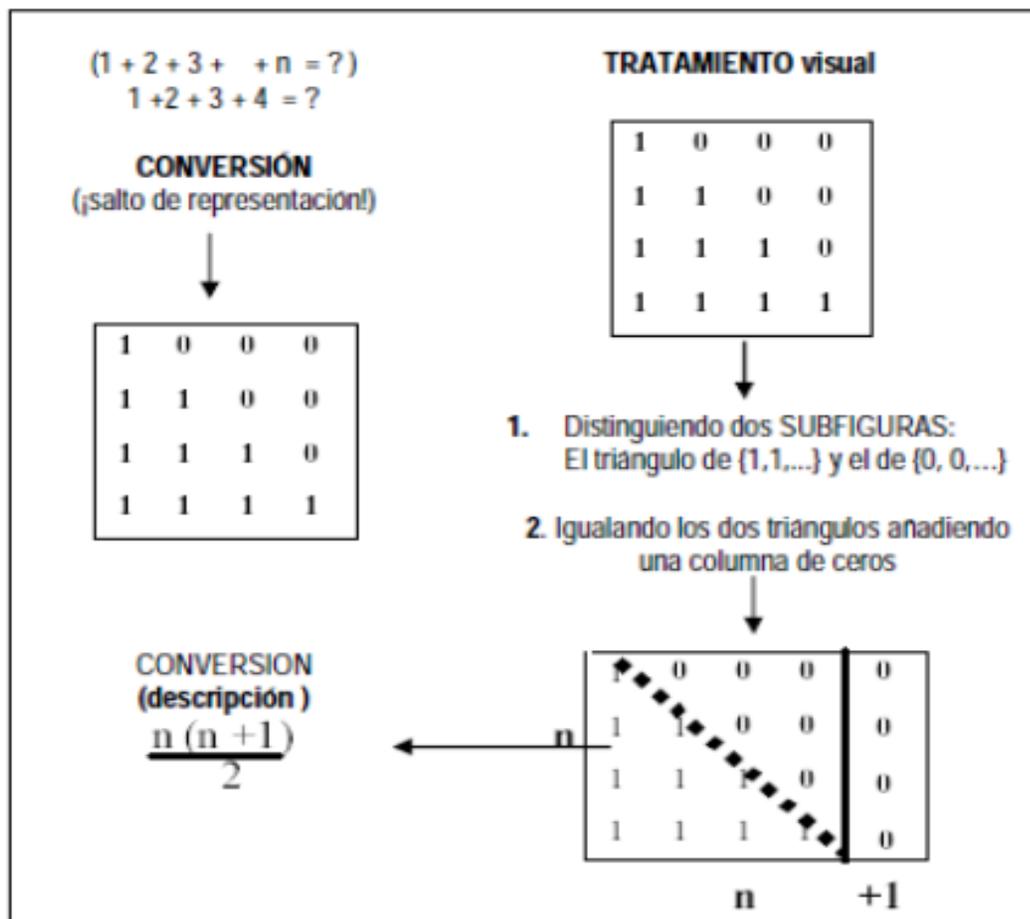
Conversión: transformación externa del registro de representación de partida. La ilustración es la puesta en correspondencia de una palabra, una frase o un enunciado, con una figura o con uno de sus elementos”¹⁵

Con respecto a los conceptos que se describen se pondrá atención en lo que es **el tratamiento** y **la conversión** que son los tipo de transformaciones que tiene un objeto matemático.



En la figura (Obtenida del texto LA GACETA DE LA RSME, Vol. 9.1 (2006)) se observar las dos transformaciones, en donde la conversión tiene sólo una representación algebraica, y el tratamiento posee tres tipos distintos de transformaciones algebraicas en el mismo registro de la conversión, en este ejemplo se observa muy fácil la transformación de la conversión, ya que son en el mismo registro, pero *¿Qué pasa cuando la transformación y la conversión se trabajan en registros distintos?*

¹⁵ Aspectos Metodológicos En El Aprendizaje Del Algebra En Secundaria (2007), Ediciones El Nosedal S.A.C.



En esta figura 2 (Obtenida del texto LA GACETA DE LA RSME, Vol. 9.1 (2006)) la transformación pasa de un registro de lenguaje natural a un registro gráfico pero en la transformación de tratamiento se trabaja la expresión gráfica agregando una columna de ceros e igualando los dos triángulos, en cambio la conversión tuvo un salto entre el registro gráfico y el registro algebraico.

Por lo que se logra destacar del texto antes mencionado, es que el tratamiento y la conversión desde la perspectiva matemática, ambas transformaciones ayudan a la resolución de problemas, pero el tratamiento sería el esencial, por el hecho de entregar la mejor opción de cambio de registro para la resolución de problemas.

Ahora se mostrará un cuadro con los tres tipos de registro de un objeto matemático en distintas situaciones.

Objeto matemático	Representación		
	Registro verbal	Registro algebraico	Registro gráfico
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; su solución es un conjunto unitario.	Si los lados de un rectángulo se alargan 2 centímetros cada uno, el perímetro es de 24 centímetros. Si se sabe, además, que la diferencia entre la medida de los lados es de 2 centímetros, ¿cuánto miden los lados del rectángulo?	$2(x + 2) + 2(y + 2) = 24$ $x - y = 2$	
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; su solución es un conjunto vacío.	La suma de dos números es 1 000 y el doble de su suma da 700. ¿Cuáles son esos números?	$\begin{cases} x + y = 1\,000 \\ 2(x + y) = 700 \end{cases}$	
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas; su solución es un conjunto infinito.	El perímetro de un triángulo isósceles es 18 centímetros. Si se suma la medida de uno de los lados congruentes a la mitad de la medida del lado no congruente, se obtiene 9. ¿Cuál es la medida de cada lado del triángulo?	$\begin{cases} 2x + y = 18 \\ x + \frac{1}{2}y = 9 \end{cases}$	
Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	<p>El valor de la entrada al teatro cuesta el doble del valor de la entrada a la discoteca. Además, la entrada al teatro cuesta 5 soles más que la entrada a la discoteca. ¿Cuánto cuestan las entradas al teatro y a la discoteca?</p> <p>El valor de la entrada a la discoteca cuesta la mitad del valor de la entrada al teatro. Además, la entrada a la discoteca cuesta 5 soles menos que la entrada al teatro. ¿Cuánto cuestan las entradas al teatro y a la discoteca?</p>	$\begin{cases} x = 2y \\ x = y + 5 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ y = x - 5 \end{cases}$	

“Si se logra un pasaje fluido entre registros y un tratamiento natural en ellos, se le permitirá al estudiante que examine sus ideas y controle sus resultados. Esta es una de las bases para la construcción de la situación que involucra al objeto, ya que el cambio de registro constituye una variable que se revela fundamental en

didáctica: facilita considerablemente el aprendizaje, pues ofrece procedimientos de interpretación...

Convertir es cambiar la forma por la cual un objeto es representado, o sea, es la transformación de la representación de un objeto que está en un registro en una representación del mismo objeto en otro registro.

El trabajo con los tres registros de representación facilita que el estudiante identifique al objeto en todos los registros, ya que se emplean en forma indistinta para simbolizarlo, buscando desarrollar en él, comportamientos matemáticos y cognitivos. Al respecto, habría que realizar tratamientos y pasajes de registro de representación semiótica, así como observar la coordinación entre los diferentes registros.”¹⁶

En definitiva es que si los estudiantes tienen un buen cambio de registro podrán controlar y examinar sus resultados, por esto es que el aprendizaje significativo se logrará a través del cambio de registro, ya que analizan más lo que están desarrollando, logrando incluso “comprobar” si se realiza un segundo cambio de registro, además tienden a una mayor reflexión con respecto a lo que están realizando.

Al presentar los tres tipos de registros los estudiantes tiene un mayor desarrollo del comportamiento cognitivo y matemático debido a la reflexión y análisis que este va trabajando.

Para que la modelación de un objeto matemático sea el más óptimo, es esencial el cambio de registro del mismo objeto. Ahora se observara las representaciones que se obtienen de los objetos matemáticos propuestos.

Esto se concluye en lo que postula *R. Duval*, de la alta incidencia de los aprendizajes a través de los cambios de registros.

¹⁶ LA GACETA DE LA RSME, Vol. 9.1 (2006), Pags. 143–16

Objeto Matemático	Representación		
	Registro Verbal	Registro Algebraico	Registro Grafico
Función Lineal	<i>El otro día gastamos dos tarros de pintura para pintar una pared de 18 mts², Hoy debemos pintar una pared de 63 mts², ¿cuánta pintura necesitaremos?</i>	$\frac{2}{18} = \frac{x}{63}$ <p>Dejándolo en función de los mts²</p> $y = \frac{2x}{18}$ $y = \frac{x}{9}$	
Función Lineal Afín	<i>Laura y su madre cumplen años el próximo mes, ella cumple 14 y su madre 40. ¿Cuántos años cumplirá Laura cuando su mamá cumpla 80?</i>	<p>En función de la madre</p> $y = x - 26$	
Función cuadrática con a < 0	<i>La altura máxima de un balón pateado es de 25 metros, en un transcurso de tiempo de 20 seg. hasta su descenso total ¿Qué altura tiene cuando pasan 15 seg?</i>	$y = a(x - 20)(x - 0)$ <p>Como nos falta "a" se reemplaza el vértice (10,25)</p> $25 = a(10 - 20)(10 - 0)$ $25 = a \cdot -10 \cdot 10$ $-\frac{25}{100} = a$ <p>Se reemplaza el valor de a y nos da la ecuación cuadrática.</p> $y = -\frac{x^2}{4} + 20x$	
Función cuadrática con a=1	<i>Un patinador en un entrenamiento decide tomar su tiempo en recorrer una rampla con una curva cóncava, si se demora 14 seg. en realizar el recorrido completo, y la altura de la rampla es de 49 mts.</i>	$y = a(x - 7)(x - 7)$ <p>Como nos falta "a" se reemplaza por un punto cualquiera de la curva (14,49)</p> $49 = a(14 - 7)(14 - 7)$ $\frac{49}{49} = a \Rightarrow 1 = a$ <p>Como a=1 la función es:</p> $y = x^2 - 14x + 49$	

III.7 Competencia Matemática.

En el transcurso de los años se ha tratado de estandarizar los fines y las metas sobre el conocimiento de las matemáticas en el ámbito escolar, a partir de esto se han introducido un sistema de evaluación basado en competencias.

Con respecto al sistema de evaluación internacional aplicadas en Chile como la prueba PISA la competencia matemática está definida como:

“La capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo”¹⁷

Ahora bien, la definición de competencia puede tomar distintas definiciones o interpretaciones acorde a lo establecido por la PISA, se toma por referencia la siguiente interpretación.

El término “el mundo” significa la posición natural, cultural y social en la que viven los individuos. “Usar e implicarse con las matemáticas” significa no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos sino también comunicar, relacionarse con, valorar e incluso, apreciar y disfrutar con las matemáticas.

La frase “su vida individual” se refiere a la vida privada, la vida profesional, la vida social con compañeros y familiares, así como a la vida como ciudadanos de una comunidad.¹⁸

Entonces la competencia matemática más que un descriptor de habilidades engloba en primera instancia que cada sujeto debe manejar o tener un cierto dominio sobre la información específica requerida, ya sea a modo sociocultural, definido como la vida individual y colectiva que rodea al sujeto y de modo científico, llámese así como el saber matemático (definiciones, conceptos, axiomas, propiedades, etc.). Además, aplicar ciertas habilidades y capacidades para procesar y aplicarlas sobre la información, ya sea en situaciones de la vida cotidiana o en las percepciones personales como el individuo se ve enfrentado. Categorizar las

¹⁷ (OECD, 2004, P. 3; OECD, 2003, P. 24).

¹⁸ (LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN PISA, Luis Rico, PNA, Volumen 1, Número 1, P.5)

competencias a una evaluación estandarizadas, PISA utiliza las siguientes competencias:

- **Pensar y razonar**
- **Argumentar**
- **Comunicar**
- **Modelar**
- **Plantear y resolver problemas**
- **Representar**
- **Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones**
- **Usar herramientas y recursos.**

III.8 La importancia de Modelar.

Centrándose en la competencia modelar, PISA incorpora los siguientes elementos de evaluación:

- **Estructurar el campo o situación que va a modelarse.**
- **Traducir la realidad a una estructura matemática.**
- **Interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático.**
- **Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.**
- **Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones).**
- **Dirigir y controlar el proceso de modelización.**

Los siguientes puntos que definen modelar aluden a la acción o aplicación de un modelo, entonces ¿Qué es modelo?

“Un modelo es un arquetipo o punto de referencia para imitarlo o reproducirlo”¹⁹

O también como se describe a continuación:

¹⁹ Real Academia Española (RAE)

*“Un modelo es una **simplificación** que imita los fenómenos del mundo real, de modo que se puedan comprender las situaciones complejas y podamos hacer predicciones”.*²⁰

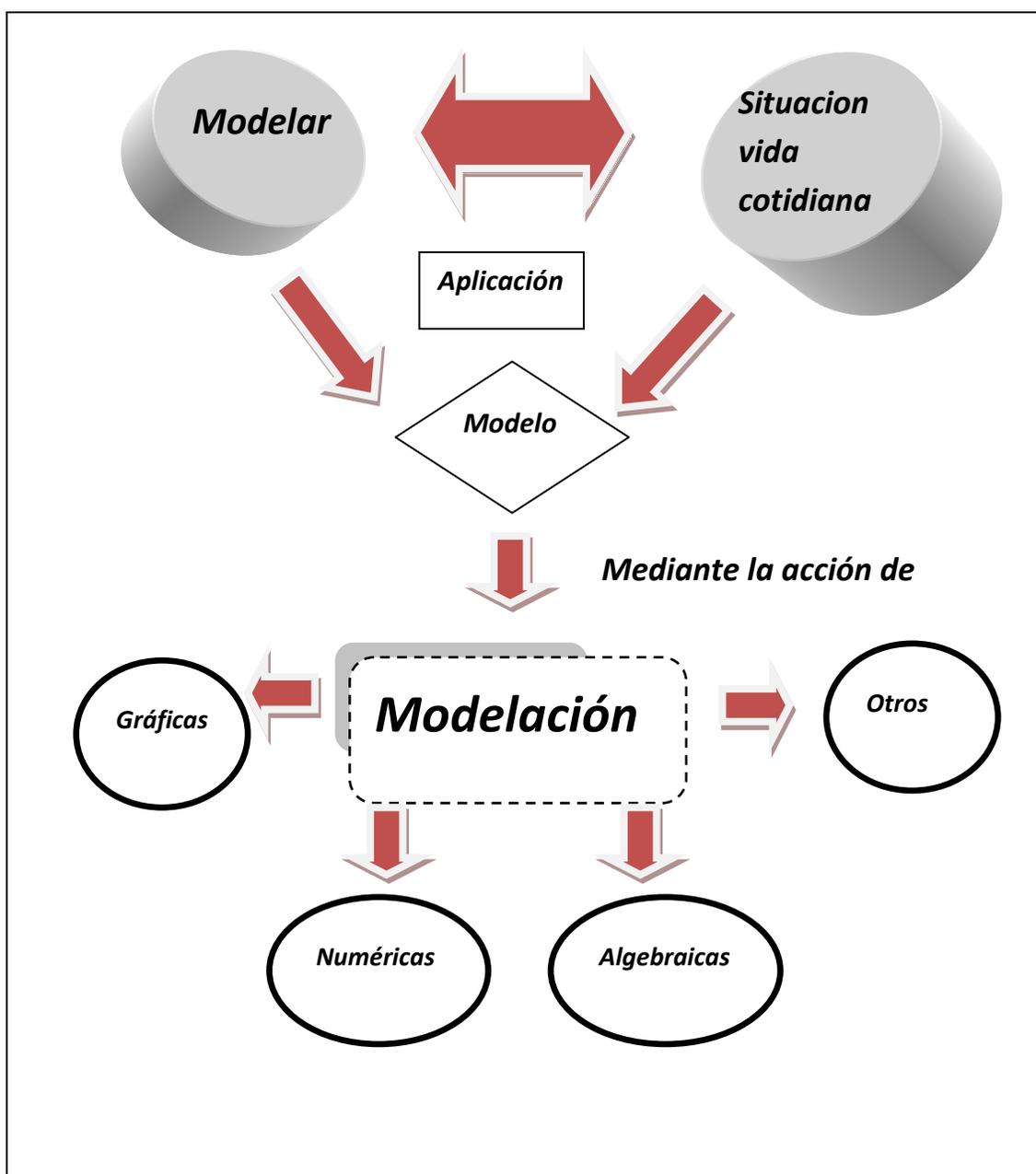
Modelar una situación o acción requiere de la aplicación de un modelo que imite o reproduzca de mejor manera el comportamiento de estas mismas situaciones, que permitan conocer a priori y posteriori los sucesos que el modelo sustente, este mismo acto conlleva a una modelación:

*“Es todo aquello utilizado para entender, predecir o intervenir en el comportamiento de un fenómeno, que incluye contextos gráficos, numéricos, algebraicos u otros.”*²¹

Para modelar una situación de la vida cotidiana sugiere una aplicación de un modelo, una estructura matemática que pueda predecir los comportamientos del suceso a modelar pero este modelo llevado a una acción de modelación generara distintos tipos de registros o representaciones en que el suceso se puede manifestar, como se ve a continuación en el mapa conceptual.

²⁰ [Http://Www.Tecnun.Es/Asignaturas/Ecologia/Hipertexto/01intrcompl/111Model.Htm](http://www.Tecnun.Es/Asignaturas/Ecologia/Hipertexto/01intrcompl/111Model.Htm)

²¹ RESIGNIFICANDO EN CONCEPTO DE FUNCIÓN LÍNEAL EN UNA EXPERIENCIA DE EDUCACIÓN ADISTANCIA (Mónica Garcia Zatti, 2007)



III.9 Modelo Lineal

Como modelo lineal alude el trabajo de función lineal que se puede interpretar de distintos registros e intenciones por parte del alumno, con el fin de enmarcar estos registros se tomarán a partir de unas secuencias didácticas que permitan las distintas representaciones de un modelo lineal:²²

²² Resignificando En Concepto De Función Líneal En Una Experiencia De Educación Adistancia (Mónica García Zatti, 2007)

1) La proporcionalidad directa en diferentes contextos

El otro día gastamos dos tarros de pintura para pintar una pared de 18 m^2 . Hoy debemos pintar una pared de 63 m^2 , ¿cuánta pintura necesitaremos?

La torre Eiffel mide 300 metros de altura, está hecha toda de hierro y pesa 8.000 toneladas. Se quiere hacer una maqueta de la torre, también de hierro, que pese en total 1 kilo. ¿Qué altura deberá tener la torre de la maqueta?

Laura y su madre cumplen años el próximo mes, ella cumple 14 y su madre 40. ¿Cuántos años cumplirá Laura cuando su mamá cumpla 80 años?

2) $y = ax$ e $y = ax + b$

Mediante situaciones explicitadas como en el punto anterior, se verifican en primera instancia las variables, Si tenemos dos variables, el valor de la variable dependiente depende del valor de la variable independiente, es decir, la variable independiente determinará el valor de la variable dependiente. Ahora sólo queda determinar los valores de a y b para poder modelar la situación acorde a las restricciones de cada situación y las variables.

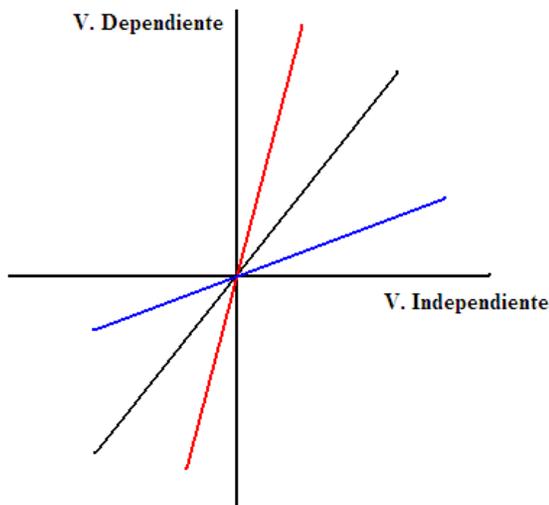
3) Representación grafica y numérico-aritmético.

Los elementos gráficos incorporan tanto la ubicación de las variables existentes en el plano cartesiano.

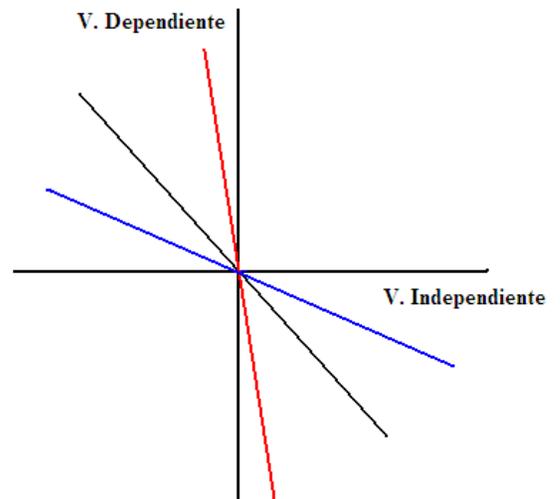


Se tiene además dos elementos que son la pendiente y el coeficiente de posición:

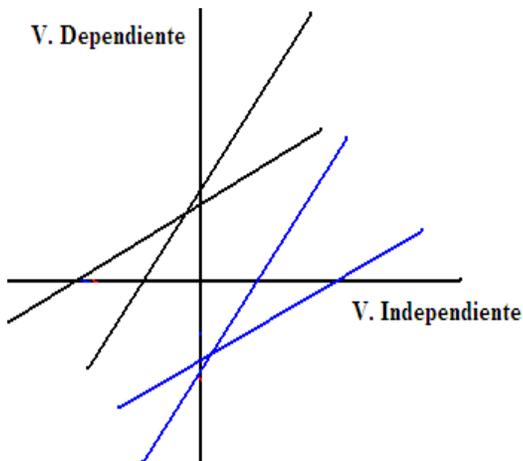
La pendiente que corresponde a la expresión con la letra “a” y la letra “b” es el coeficiente de posición, estas representaciones son con respecto al punto anterior, los valores tanto para la pendiente determinara el sentido y la inclinación de la recta y el coeficiente de posición cortará en el eje de la Variable Dependiente.



$$a > 0; b = 0$$

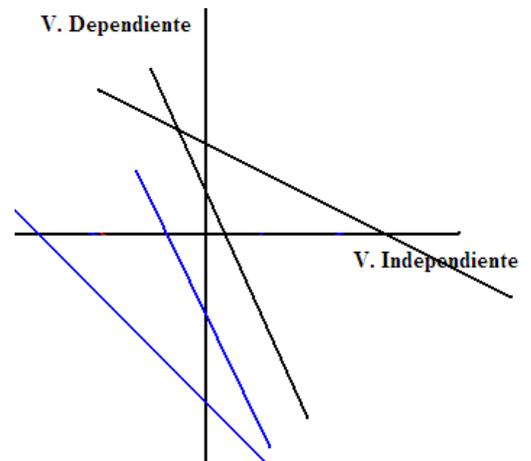


$$a < 0; b = 0$$



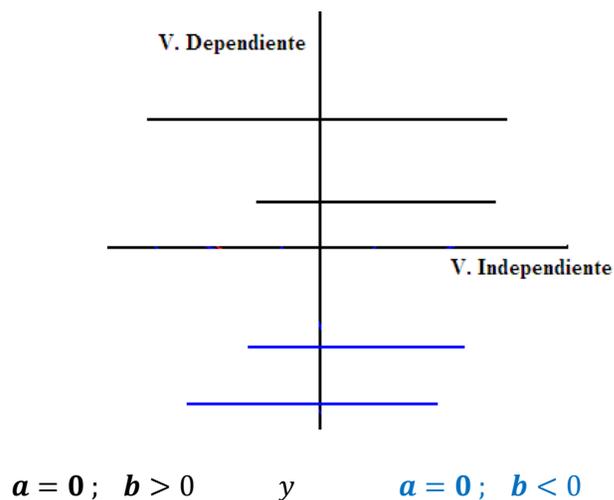
$$a > 0; b > 0$$

$$a > 0; b < 0$$



$$a < 0; b > 0$$

$$a < 0; b < 0$$



Cada una de estas representaciones del modelo lineal engloba las aplicaciones que puede tomar en una determinada situación de la vida cotidiana. El orden presentado no tiene gran implicancia en la modelación, sino las formas de trabajo del profesor y las mismas presentaciones que el alumno estime conveniente a la situación.

III.10 Modelo cuadrático

Un modelo cuadrático es uno de los modelos no lineales de las cuales no mantiene una de las características fundamentales de los modelos lineales que es la proporción directa. En comparación con dos ejemplos se tiene que:

Modelo lineal	Modelo cuadrático
Por cada día trabajado recibo \$8.000, ¿Cuánto recibiré en 15 días de trabajo?	La altura alcanzado por un balón pateado en un transcurso de tiempo hasta su descenso total

Enfocando en los distintos registros del modelo cuadrático se encuentra en primera parte el registro algebraico.

1) **La forma de vértice es** $y = a(x - h)^2 + k.$

Esta representación algebraica como su nombre dice define el punto vértice de la parábola definido por el punto (h,k).

2) **La forma factorizada es** $y = a(x - x_1)(x - x_2).$

Esta representación algebraica presenta los puntos donde pasa la parábola en el eje de la abscisa.

3) **La forma general es** $y = ax^2 + bx + c.$

*Esta representación algebraica presenta la forma general del modelo cuadrático donde el parámetro **c** indica el punto que pasa por el eje de la ordenada (0, c).*

Donde estos registros algebraicos tienen distintos sentido y uso en la modelación, convertirlos o pasarlos a uno de los otros registros, es un proceso común y no altera el modelo en sí.²³

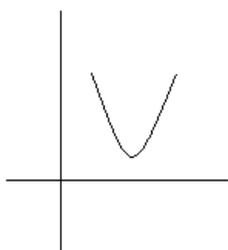
$y = 2x^2 + 6x - 8.$	$y = 2(x - 4)(x - (-1)).$	$y = 2(x - (\frac{-3}{2}))^2 + (\frac{-23}{4}).$
----------------------	---------------------------	--

Como cada registro algebraico tiene su sentido y permite modelar a través de forma gráfica en forma de parábola, identificando los siguientes elementos. (Cepech, 2006)

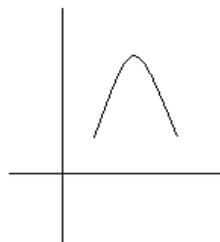
²³ *Discovering Algebra: Una Guía Para Padres*, 2007 Key Curriculum Press

1) Concavidad

Determinada por el parámetro a que indica el sentido u orientación de la parábola de la siguiente forma.



$a > 0$, Abierta hacia arriba



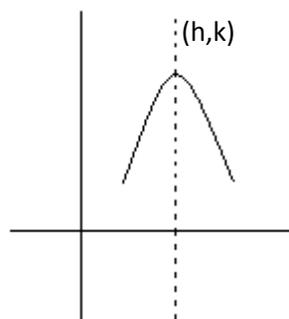
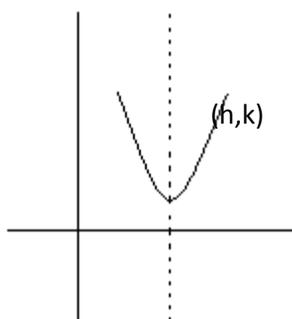
$a < 0$, Abierta hacia abajo

Si $a = 0$ entonces la forma grafica seria una recta

Además, a mayor valor de $|a|$ (valor absoluto de a), más cerrada es la parábola.

2) Eje de simetría y vértice

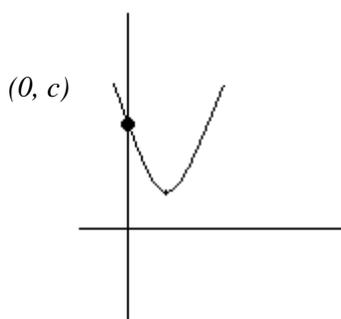
El eje de simetría es aquella recta paralela al eje de la ordena y pasa por el punto vértice (h, k) , definido en la fórmula del vértice.



El eje de simetría o la recta está definida $x = h$

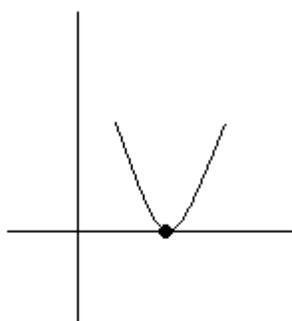
3) Intersección con el eje Y

Como se mencionó anteriormente, c es el parámetro que corta al eje de la ordenada en el punto $(0, c)$

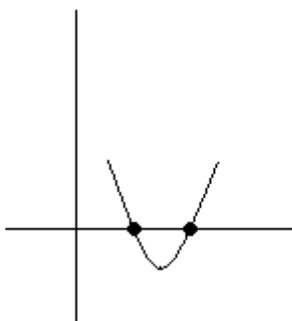


4) Intersección con el eje X

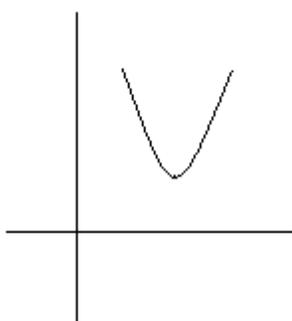
Determinado por la forma factorizada indicada en las formas algebraicas son los puntos donde corta al eje de la abscisa cumplimiento las siguientes condiciones.



La parábola corta en un sólo punto al eje de la abscisa $x_1 = x_2$ Corresponden a un número real. El punto es $(x_1 = x_2, 0)$



La parábola corta en dos puntos al eje de las abscisas $x_1 \neq x_2$ Corresponden a números reales Los puntos son $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$



La parábola no corta al eje de la abscisa. $x_1 \neq x_2$ Corresponden a números complejos

En resumida cuenta el modelo cuadrático presenta y contiene más elementos a diferencia del modelo lineal

- 1) **No mantiene una proporcionalidad directa o inversa entre sus valores.**
- 2) **Su representación grafica describe una parábola y no una recta.**
- 3) **Su representación algebraica tienen distintos sentidos pero a su vez pueden cambiar y transformarse en otro registro algebraico y mantener el mismo modelo con sus respectivos parámetros**

CAPÍTULO IV: MARCO METODOLÓGICO

IV.1 Investigación Cuantitativa

Este tipo de investigación sigue un patrón predecible y estructurado. Por ejemplo, todas las decisiones metodológicas deben ser tomadas antes de recolectar la información lo que lo hace ser válido y confiable. En el proceso de investigación, este debe ser lo más objetivo posible evitando los juicios de valor y minimizando las preferencias, además el investigador explica y predice el o los fenómenos de estudio, ya sea buscando regularidades y relaciones causales entre los distintos elementos lo que conlleva a la creación de teorías. En este enfoque la recolección de información y datos se utiliza para probar hipótesis basado en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer patrones de comportamiento y el probar teorías.

IV.2 Investigación Cualitativa

Se le conoce también como naturalista o interpretativo. Se le dice naturalista ya que estudia a las colectividades en sus contextos o ambientes naturales y es interpretativa porque intenta encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas le otorgan.

En este tipo de investigación se plantea un problema pero no sigue un procedimiento tan pauteado o claramente definido, no hay hipótesis que comprobar, estas surgen en la propia investigación y se van acotando para transformarse en teorías. Muchas veces se utiliza para explorar un ámbito de conocimiento poco explorado, de forma de poder precisar preguntas de investigación. Para la recolección de datos no recoge datos estandarizados para una medición numérica de la realidad, sino que intenta obtener perspectivas y puntos de vista de los actores (aspectos subjetivos) tal como ellos la experimentan o de la interacción social. Sus principales técnicas de recolección de información: Observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupos, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida.

IV.3 Paradigmas

Paradigma Positivista

La investigación educativa es en sí una investigación aplicada en la educación y debe alinearse al método científico en su sentido más riguroso.

La finalidad de este paradigma es sacar o mejor dicho utilizar las leyes que rigen los hechos educativos para poder formular teorías que expliquen la práctica educativa. Para la recolección de información se utiliza los mismos instrumentos y métodos que rigen la investigación cuantitativa.

Paradigma Interpretativo

Este paradigma intenta comprender las prácticas educativas desde los significados e intenciones de los sujetos y participantes que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en donde se toma las realidades de estos para llevar un estudio más acabado.

Paradigma crítico

Este paradigma es cercano al interpretativo pero además de describir y comprender la realidad lo que pretende es cambiarla. Aquí se incorpora la ideología de forma explícita y la autorreflexión crítica en los procesos del conocimiento también se busca unir teoría y práctica para involucrar al educador mediante la autorreflexión de sus prácticas y dirigir el conocimiento encontrado para desarrollar al hombre.

Justificación de paradigma y enfoque.

El paradigma de esta investigación educativa es **crítico** porque la investigación busca tomar los conocimientos previos de alumno con respecto a los modelos lineales, para generar aprendizajes en los modelos no-lineales, este tema no está muy desarrollado dentro de las investigaciones educativas, para que se

pueda lograr el aprendizaje, la investigación tiene que proponer una forma, o un diseño didáctico. Con esta propuesta lo que se busca es generar cambios dentro de la enseñanza de los modelos no-lineales, provocando que no se aislen los dos conceptos, ya que el conocimiento de uno ayuda a la comprensión del otro.

¿Por qué no se consideraron los otros dos? El paradigma **positivista** busca el desarrollo de teoría, lo que no se persigue con la investigación de esta tesis, sino que se está basando en teorías ya validadas para el desarrollo de la investigación, y el paradigma **interpretativo** lo que busca es el conocer un fenómeno dentro de la educación, pero no realiza un cambio en lo que se investiga, este sólo informa del suceso a investigar.

El enfoque que corresponde a esta investigación es cualitativo, es que al margen de los resultados estadísticos que se pueden obtener de una investigación, lo más interesante es la perspectiva que tienen los alumnos con respecto a los modelos no lineales y si es que se realiza una conexión entre ambos contenidos, también lo interesante es la perspectiva que tienen los docentes con relación a estos, ya que un mal concepto del docente genera un mal concepto de sus alumnos.

IV.4 Muestra

Previo al comienzo de la elaboración del diseño didáctico, se realizaron dos evaluaciones a alumnos que cursan el tercer año de educación media, en la primera evaluación, se tomaron 16 estudiantes de tercero medio de 2 cursos distintos, los 8 mejores de cada uno, en el área de las matemáticas. Los estudiantes seleccionados pertenecen al colegio Pedro Apóstol el cual es de carácter particular subvencionado. En esta primera evaluación se busca ver que alumnos cumplen los requisitos para esta investigación (que tengan un conocimiento sólido sobre Modelos Lineales), luego de esta evaluación se seleccionan 9 estudiantes de mejor rendimiento en la primera evaluación, los mejores evaluados, y se les realizó una segunda evaluación, en esta se busca saber cuánto utilizan y les ayuda sus conocimientos de modelos lineales al enfrentarse con modelos cuadráticos, además se les realiza una pregunta de forma oral la cual fue grabada para luego ser analizada junto con la evaluación.

También se realizó una encuesta a 5 docentes de Educación Media en matemática, de establecimientos particulares subvencionados como por ejemplo

Pedro Apóstol, Alicante del Sol y María Auxiliadora. En esta se les preguntaba cómo ven ellos los modelos lineales y no lineales además de como realizan sus clases de estos mismos contenidos, si es que hacen un paralelo entre ambas y cuáles son las dificultades que ven ellos en los alumnos al enfrentarse a estos nuevos conocimientos. Además se les consulta si ocupan el cambio de registros en sus clases al ver estos contenidos.

Justificación de la muestra

La muestra se justifica, ya que tres de los investigadores trabajan en el establecimiento, sumado a esto que dos de los tres cursaron su educación media en el mismo Liceo, esto permite tener una visión muy concreta e informada de la realidad de la enseñanza y el enfoque que se le da a la misma, en el establecimiento. Gracias a todo lo anterior la asequibilidad para realizar las evaluaciones, ya sea a profesores como alumnos, fue la mejor sin mediar mayores problemas, esto nos asegura eliminar en gran medida factores externos que modifiquen los resultados de las evaluaciones.

IV.5 Tipo de Investigación:

Como ya se ha expuesto, la investigación está centrada en la importancia de los conocimientos previos y su trascendencia en la teoría del aprendizaje significativo, esto es expuesto por *Ausubel* y otros varios autores.

Es una investigación de tipo exploratoria y de acuerdo con *Sellriz* (1980) se puede clasificar como conducente al planteamiento de una hipótesis. Se dice que es exploratoria, ya que como se plantea en el texto de *Sampiere, Collado y Lucio* (1998) "*Metodología de la Información*", "*Los estudios Exploratorios sirven para familiarizarse con fenómenos poco estudiados...*". Este es el caso de los Modelos Lineales y el importante rol que debiese cumplir en el aprendizaje de Modelos no Lineales. Es un fenómeno muy poco estudiado, y de escasa información referida al caso particular del paralelo de ambos modelos.

Diseño de investigación

El diseño que se considera en esta investigación es el de **Estudio de Casos**, este diseño Bromley (1990) lo define como “*el inquirir sistemático de un evento o grupo de eventos relacionados que tienen como objetivo describir, explicar y ayudar en el entendimiento del fenómeno bajo estudio*”²⁴ bajo esta definición se está estudiando el evento de *utilizar los modelos lineales como base de entendimiento de los modelos no-lineales, ¿Cómo se logra esto?* con las experiencias de la muestra consideradas para el estudio.

Esta investigación será dividida en 6 partes, comenzando desde un análisis exhaustivo de textos para recopilar información la cual será útil para realizar una crítica fundamentada del tema a explorar, y luego de un largo andar, terminar con un diseño didáctico que podrá ser validado en un próximo trabajo de tesis.

Los 6 pasos del trabajo de tesis son:

- 1.- El trabajo comienza con la búsqueda y análisis de varios autores tales como *Ausubel, Novak, Moreira, Skemp, etc.* los cuales describen y fundamentan la importancia de los conocimientos previos en un aprendizaje significativo. También se investigó bastante sobre el trabajo *R. Duval* el cual habla del “*cambio de registro*”, y lo que hace referencia con diseños didácticos, en base al trabajo del Doctor en Educación *Pere Marqués de la Universidad Autónoma de Barcelona*.
- 2.- El segundo paso fue investigar sobre que son las competencias matemáticas y fundamentalmente la investigación fue centrada en la competencia de “*Modelar*”. Igualmente se indagó sobre la calidad de la educación en la enseñanza Media de Chile, más específicamente en la asignatura de matemática, esto se realizó tomando en cuenta la evaluación internacional PISA como un indicador de calidad de educación, además se consideran los resultados nacionales de la prueba SIMCE.
- 3.- Previo al comienzo de la elaboración del diseño didáctico, se aplicaron dos evaluaciones a alumnos que cursan el tercer año de educación media, en la primera evaluación se busca saber, que estudiantes son útiles para esta investigación, evaluando el concepto de modelo lineal, de ellos se toman los mejores resultados y

²⁴ El Estudio De Casos En La Investigación Cualitativa Y Su Utilidad En La Educación, Rosita Puig Días.

a estos se les realiza la segunda evaluación, que va acompañada de una pregunta oral. A los docentes se les realiza una encuesta buscando saber su visión de los contenidos que se tratan en la investigación.

4.- En esta etapa se analiza los datos rescatados en las evaluaciones y encuestas realizadas anteriormente. El análisis es de una índole cualitativa de la información.

5.- Se crea el diseño didáctico de acuerdo con los objetivos previamente establecidos y tomando en consideración los aprendizajes esperados para los estudiantes.

6.- Se realizan conclusiones generales y específicas de todo el trabajo realizado a lo largo de toda esta investigación.

IV.6 Diseño del Instrumento

Los instrumentos utilizados para la recolección de información son diversos, acorde a la investigación los instrumentos están especificados de la siguiente forma:

El primer instrumento corresponde a una evaluación de tipo diagnóstico, ya que se busca ver que alumnos eran útiles para la investigación (con los conocimientos básicos requeridos). El propósito de la evaluación diagnóstica es buscar el proyecto educativo más adecuado y evitar procedimientos inadecuados. Cumple la función de identificar la realidad de los alumnos que serán parte del proyecto educativo comparándola con la realidad pretendida en los objetivos y los requisitos, se realiza al inicio del proyecto. En este tipo de evaluaciones la información es muy importante para quien administra y planea el curso, no así para el estudiante, por lo que no sería indispensable que le llegue esta información.

También es calificada según el momento, por el motivo de saber el nivel de manejo que poseen los estudiantes a evaluar, para la segunda evaluación.

Tomando en cuenta el agente evaluador es de tipo heterogeneidad, ya que el alumno sólo tendrá que responder las preguntas realizadas.

La segunda evaluación realizada a los alumnos es de tipo formativa o también conocida como Taller, ya que buscamos saber que retroalimentación puede generar el estudiantes entre los distintos modelos, además de poder analizar procesos. Se habla de evaluación formativa, cuando se tiene por intención averiguar si los objetivos de la enseñanza han sido alcanzados o no, para luego tomar decisiones que busquen mejorar el rendimiento de los educandos

Al igual que la primera evaluación esta es de tipo heteroevaluación, ya que el alumno sólo debe contestar las preguntas y problemas planteados.

El tercer instrumento utilizado es una entrevista de tipo estructurada realizada a los jóvenes que respondieron la segunda evaluación. La entrevista es un método de interacción social, que tiene por objeto recolectar datos para una investigación. Su principal ventaja es que son los mismos encuestados quienes entregan los datos relativos a sus conductas, opiniones, actitudes y expectativas. Quien mejor que la misma persona involucrada para hablar de lo que piensa, siente y de lo que ha experimentado o experimentará. También existe una desventaja que limita sus alcances. Las respuestas siempre serán una visión personalizada de lo que cree que son las cosas, a través de su análisis interno de intereses, prejuicios y estereotipos.

Este instrumento es una encuesta, que consta de sólo una pregunta y la respuesta es de tipo abierta pero guiadas.

Por último se utiliza un cuestionario que era dirigido a distintos docentes del área de las matemáticas.

Los tipos de cuestionarios dependen de los objetivos que persigue la investigación, como también de los informantes.

Existen dos tipos de Cuestionarios abiertos y cerrados. Los abiertos son los que se pregunta al informante y se le deja en libertad de responder lo quiera. Este tipo es muy útil y entrega mucha información, pero requiere más tiempo y es más difícil de analizar por parte del investigador. Usualmente, se aplican en estudios de prueba con el fin de obtener más información. Los cuestionarios cerrados, Están estructurados de tal forma que al investigado se le ofrecen sólo algunas alternativas de respuesta. Es mucho más fácil de contestar y analizar. Una desventaja es que las alternativas ofrecidas pueden no ser las más útiles, o que el investigado no haya entendido las preguntas en función de las categorías que se le ofrecen. Otra

desventaja es que, al ofrecerle las respuestas al informante, se le están "sugiriendo" las mismas.

En este último cuestionario se realizan preguntas de tipo mixtas casi la totalidad son de tipo abiertas, es decir que el profesor consultado, puede responder según lo estime conveniente pero de todas maneras las respuestas son guiadas para lograr una información mucho más concreta, pero además cuenta con una pregunta de tipo cerrada.

También se puede decir que las preguntas en este último instrumento, ven la experiencia en los contenidos analizados y hechos o conocimientos de las mismas que poseen los docentes.

Todos estos instrumentos fueron contruidos desde la perspectiva, que se generó luego de la documentación y experiencias previas de los investigadores de esta tesis, y los planes y programas del Ministerio de Educación correspondientes a los niveles NM2 y NM3.

Instrumentos

A continuación se presentarán los instrumentos para la aplicación de esta investigación y los indicadores para el análisis de la información.

Nombre _____ Curso _____ Fecha _____

Objetivo: Documentar y Seleccionar estudiantes para trabajo de investigación.

1) Dos amigos representa mediante unos cálculos la distribución de compras de helados y barras de chocolate

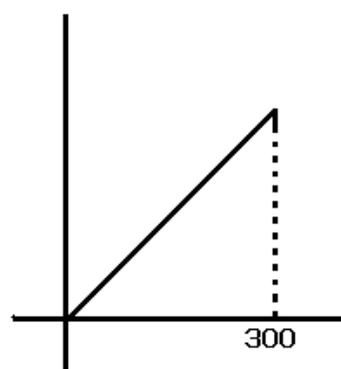
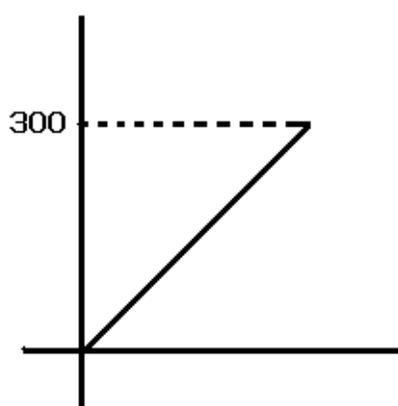
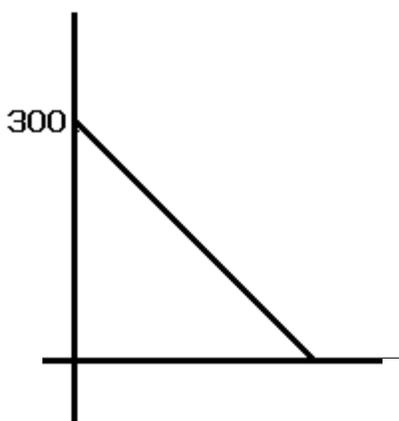
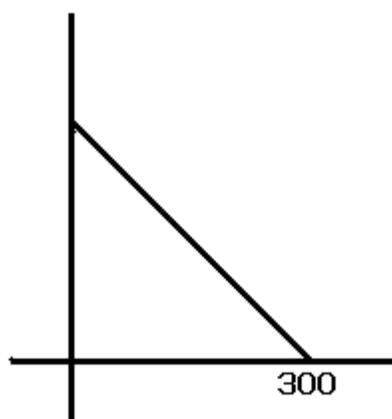
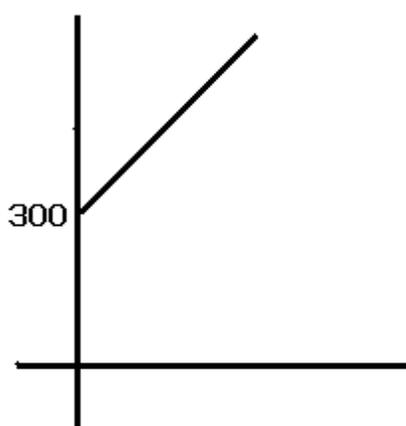
Kilos	precio en pesos	Kilos	precio en pesos
3	300	1.5	300
2.5	250	1.25	250
6	600	3	600

a) Si compro 0.85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?

b) Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

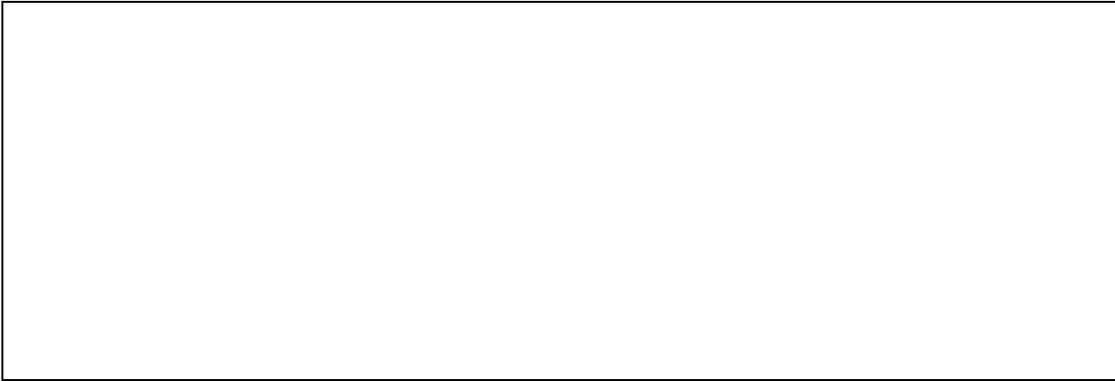
c) Define a tu parecer ¿Qué es proporción directa?

d) De acuerdo a los 2 casos anteriormente ¿Cuál(es) es la mejor representación grafica?



2) En la *Shonen Jump* (revista de publicaciones de mangas) diariamente llegan 125 mangas para la publicación

a) Mediante una representación algebraica (ecuación) modele el siguiente caso, además ejemplifíquelo mediante un grafico.

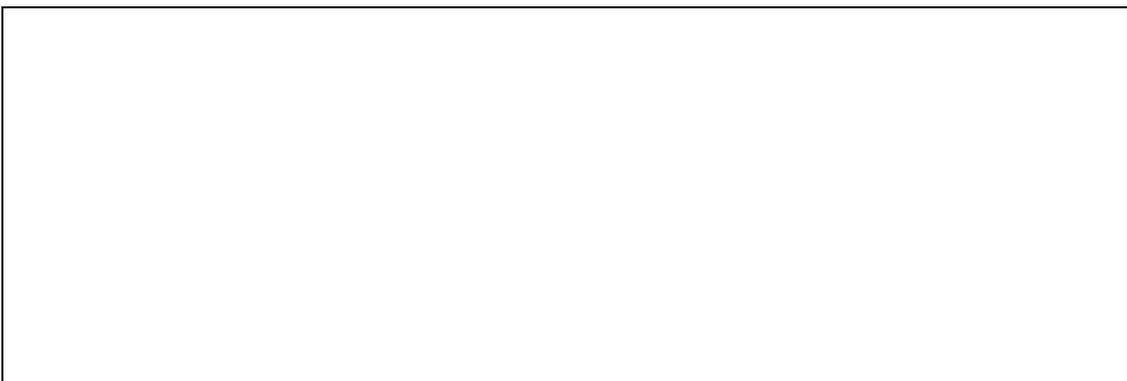


Ahora bien el costo de producción de un manga conlleva como valor de inicio de 152 pesos por impresión y 10 pesos por cada hoja.

b) ¿Cuál es el valor de un manga de 125 hojas? Y ¿el valor de 40 páginas?



c) Represente la situación anterior mediante una ecuación y su grafica correspondiente.



Evaluación de Modelos No-Lineales

Nombre _____ Curso _____ Fecha _____

Objetivo: Evidenciar y Analizar las conexiones que poseen los alumnos entre los modelos lineales y cuadrático, y además observar los cambios de registros de los alumnos.

Durante un viaje dos amigos deciden realizar distintos recorridos para ir a la playa.

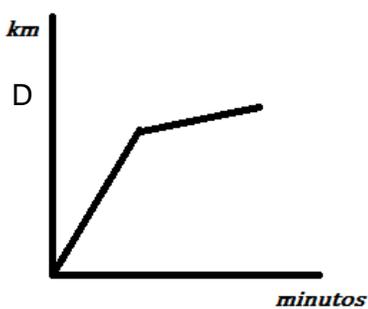
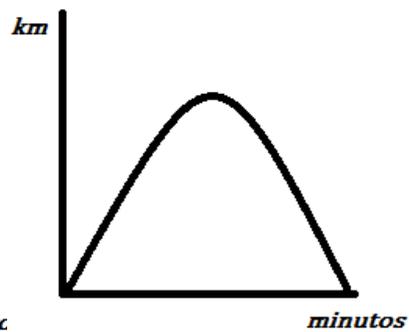
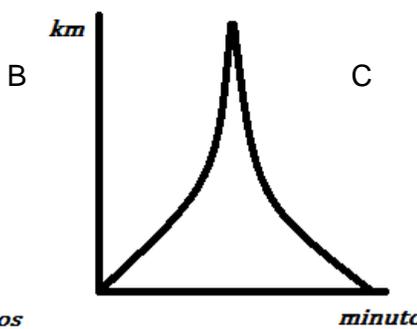
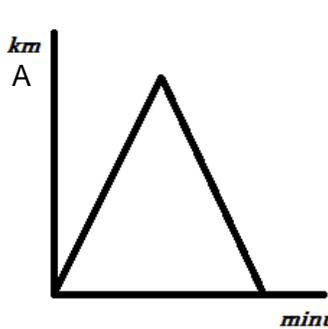
1 En el primer recorrido deciden ir con una velocidad constante durante el primer tramo del viaje, se detiene y decide disminuir la velocidad por presenciar a una patrulla de carabineros, manteniendo siempre la velocidad constante

A) Representa la situación anterior con una grafica.



2 El otro amigo como está muy obsesionado con la película rápido y furioso decide aumentar durante el transcurso del tiempo la velocidad de su auto, en el momento que alcanzo la velocidad máxima una patrulla de carabineros aparece en una curva, obligadamente el amigo desacelera la velocidad para recibir un parte por carabineros.

¿Cuál de las siguientes representaciones graficas describe de mejor manera el caso anterior? Y justifique su elección en el recuadro que hay a continuación



3 Realiza una representación algebraica de estos sucesos a tu parecer. Y ¿Por qué?

El primer instrumento es tipo diagnóstico, y tiene por finalidad indagar en la modelación lineal, en el primer ítem como principal indicador es la proporcionalidad directa, Cómo se calcula, y la apreciación del alumno ante este concepto, en los ítem 2 y 3 el indicador se encuentra en la modelación mediante una expresión algebraica y gráfica, los cambios de registros que efectúa una situación y la conexión entre estos dos tipos de modelaciones

Con respecto a esta segunda evaluación realizada a los alumnos seleccionados, el primer ítem está presente una situación donde está relacionado a un modelo lineal acorde a ciertos tramos en el transcurso del tiempo, además verificar las variables utilizadas en esta situación, en el segundo ítem se modela otra situación donde está involucrada el gráfico de una parábola, además si introducen otras formas de representación gráfica con el fin de conocer el por qué la elección de cada gráfico acorde a la situación. Y por último el tercer ítem, la modelación algebraica de los dos sucesos con el fin de comparar las variables involucradas, proporcionalidad presente y la forma algebraica latente en cada situación

En la entrevista correspondiente al final de la segunda evaluación.

“Con respecto a la evaluación realizada ¿Qué elementos de los modelos lineales, ya sea gráficos, problemas, ecuación o proporción, te facilitaron para realizar la evaluación? ¿Por qué?”

Con este tipo de pregunta se tiene por intención conocer los aspectos de los modelos lineales que facilitaron la realización de la segunda evaluación y el por qué ese modelo o características son más privilegiadas para enfrentarse a la evaluación.

IV.7 Facilitadores y Obstaculizadores para la Recogida de Información

Dentro del proceso de recogida de información tuvieron un aspecto de facilitadores los siguientes puntos o aspecto:

- Los investigadores pertenecían a lugar donde se tomó la muestra

- Tener un contacto fluido con la coordinadora de educación media del establecimiento
- La buena disposición del establecimiento para poder aplicar los instrumentos de investigación

Los factores o elementos que actuaron como obstaculizadores para la recogida de información fueron:

- El establecimiento estuvo en toma
- La coordinación de tiempos entre los investigadores y el establecimiento
- La realización de actividades sin previo aviso
- La inasistencia de los alumnos considerados en la muestra

CAPÍTULO V: ANÁLISIS DE INFORMACIÓN

V.1 Análisis de Primera Evaluación Aplicada a los Alumnos

Dentro de esta evaluación (E1), 16 alumnos fueron sometidos a rendirla de los cuales se obtuvieron los siguientes análisis y resultados

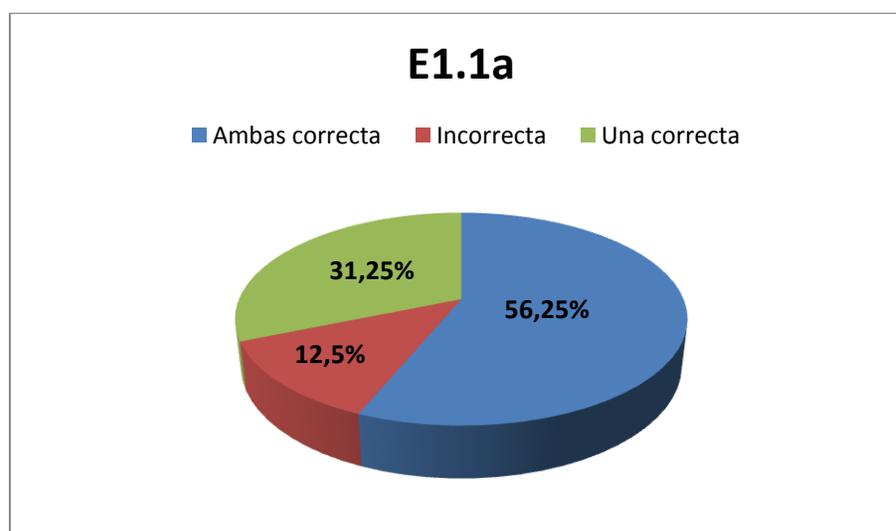
En la siguiente situación: “1) *Dos amigos representa mediante unos cálculos la distribución de compras de helados y barras de chocolate*

Kilos	precio en pesos	Kilos	precio en pesos
3	300	1.5	300
2.5	250	1.25	250
6	600	3	600

a) *Si compro 0.85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?”*

El objetivo de esta situación es ver si el alumno conoce e identifica la proporcionalidad directa

El siguiente diagrama muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

Si compro 0.85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?

$\begin{array}{l} \text{K} \quad \$ \\ 1 \quad 100 \\ 0,85 \times \\ \hline X = 85 \end{array}$	$100 \times 0,85 = 85$ <p>\$ 85 cuesta los 0,85 K de Helado.</p>	$\begin{array}{l} \text{K} \quad \$ \\ 1 \quad 200 \\ 0,85 \quad \times \\ \hline X = 170 \end{array}$	$200 \times 0,85 = 170$ <p>\$ 170 cuesta los 0,85 K de Chocolate</p>
---	--	--	--

<p>Helados</p> $X = \frac{0,85 \times 600}{3}$ $X = 85 \text{ pesos}$	<p>Chocolate</p> $X = \frac{0,85 \times 600}{3}$ $X = 170 \text{ pesos}$
---	--

En estas dos evidencias se aprecia que de todos los alumnos que respondieron de manera correcta aplicaron la regla de tres para poder encontrar los valores que eran correctos.

Si compro 0.85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?

$\frac{3}{0,85} \quad \frac{300}{x} \quad \frac{2550 : 3 = 850}{1500}$	$\frac{3}{0,85} \quad \frac{600}{x} \quad \frac{4800 : 3 = 1600}{1800}$
--	---

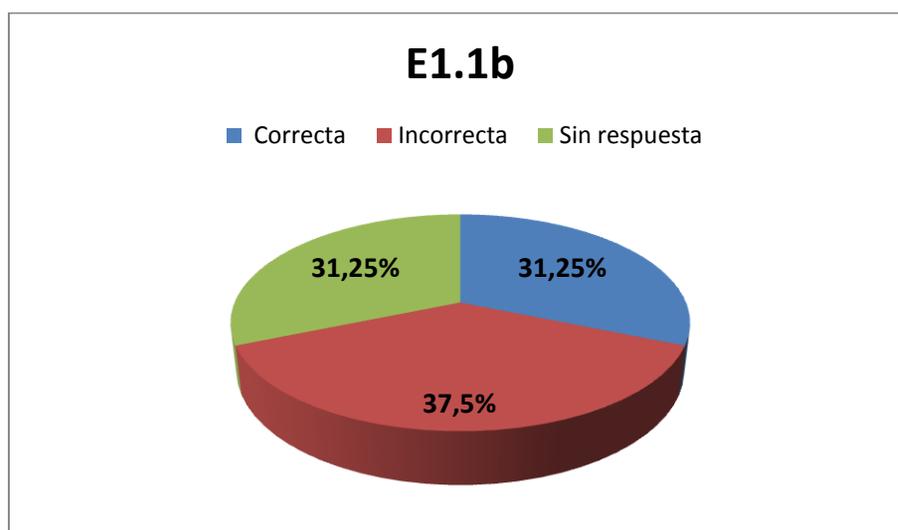
Si compro 0.85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?

$\begin{array}{l} \$ 100 \text{ kg} \\ \$ 50 \text{ } 1/2 \\ \$ 10 \text{ } 1/4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 85 \text{ pesos} \end{array} \right.$	$\begin{array}{l} \$ 200 \text{ } 1/2 \text{ kg} \\ \$ 100 \text{ } 1/4 \text{ kg} \\ \$ 50 \text{ } 1/8 \text{ kg} \end{array}$
--	--

Con respecto a los que obtuvieron una respuesta correcta presentaron dificultades para aplicar de manera correcta la regla de tres o trataron de encontrar una regularidad que les permitiera dar con la solución.

Los que respondieron de manera errónea no dieron respuesta alguna omitiendo la pregunta.

Ahora en la siguiente pregunta "b) Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?", El siguiente diagrama muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

$1 : 100$ para el helado
 $1 : 200$ para el chocolate

Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

Constante helado = 100 por kg	Constante chocolate = 200 por kg
-------------------------------	----------------------------------

En estas evidencias se aprecia que al tratar de encontrar la constante de proporción se ven dos formas de trabajar. La primera es mediante la utilización de razones y con el uso de regularidades (tanteo) ya que no se ve un cálculo que justifique su respuesta.

Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

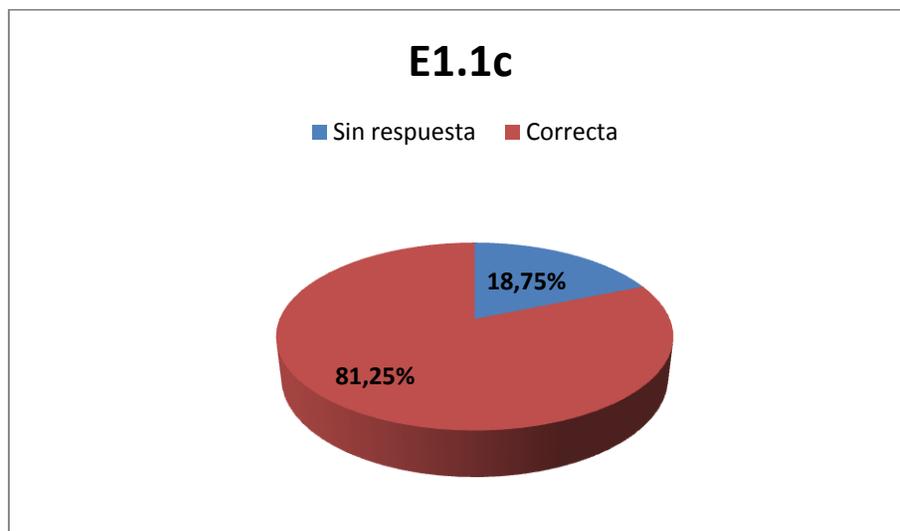
$3 : 3$	$3 : 6$
---------	---------

Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

Caso 1. constante de proporción 10 pesos cada 10 gramos
Caso 2. constante de proporción 50 pesos cada 1/4 kg

Dentro de los que respondieron de manera errónea se puede evidenciar de que aplican la razón para tratar de llegar a la respuesta correcta pero los valores del antecedente y consecuente no son acordes al ejercicio. Realizan cálculos de equivalencias que no son la constante de proporción.

Continuando con la siguiente pregunta se tiene que "c) *Define a tu parecer ¿Qué es proporción directa?*". El siguiente diagrama muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

Define a tu parecer ¿Qué es proporción directa?

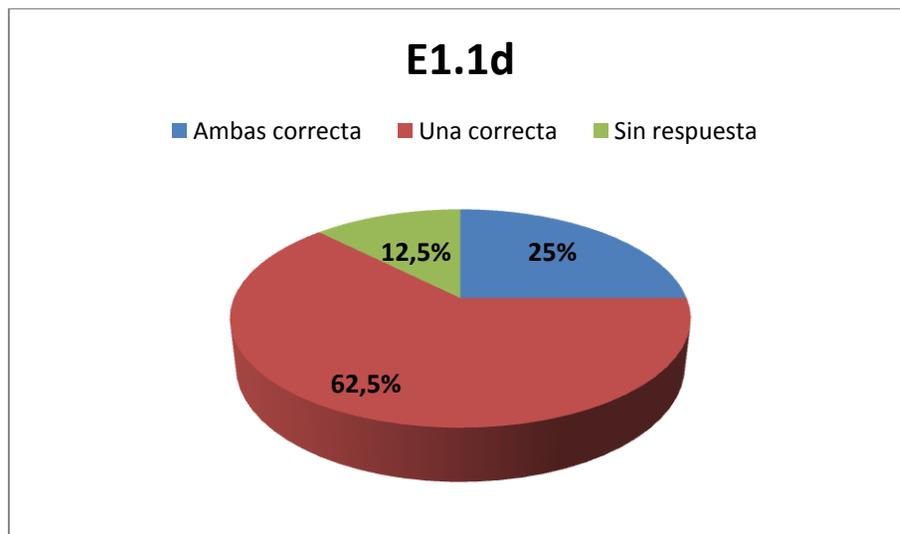
Proporción directa es cuando las dos variables aumentan o las dos variables (Precio y Cantidad) disminuyen.

Se aprecia que la totalidad de las respuestas dadas da a entender que la proporción directa es una relación entre dos variables que aumentan o disminuyen pero sin dejar en manifiesto que el aumento o disminución de las variables es mediante una constante.

Define a tu parecer ¿Qué es proporción directa?

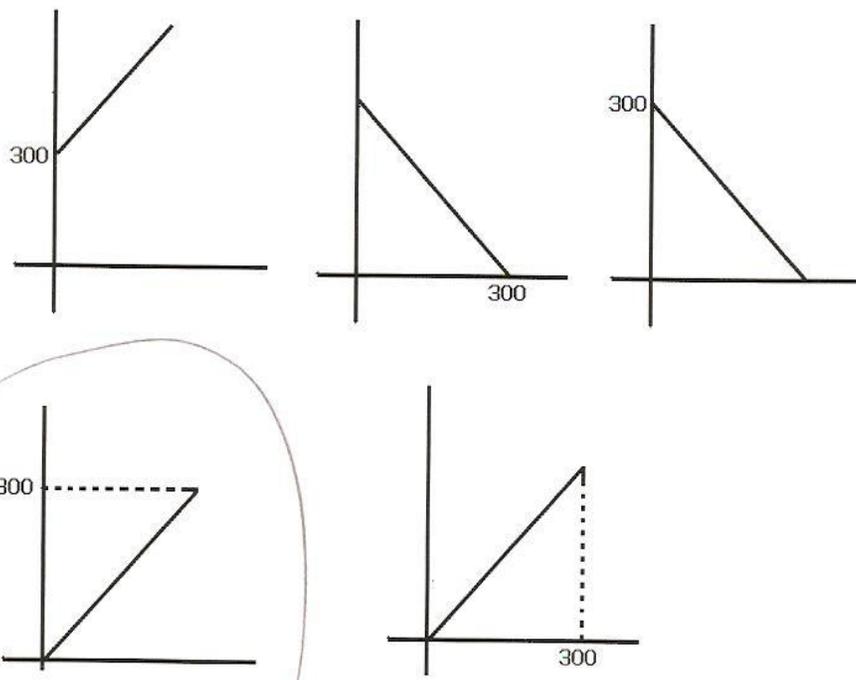
la igualdad de 2 variables .ej . si una aumenta la otra igual como el precio del pan , + más pan + tendre que pagar .

La siguiente pregunta dice “d) De acuerdo a los 2 casos anteriormente ¿Cuál(es) es la mejor representación gráfica?”, El siguiente diagrama muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

De acuerdo a los 2 casos anteriormente ¿Cuál(es) es la mejor representación grafica?

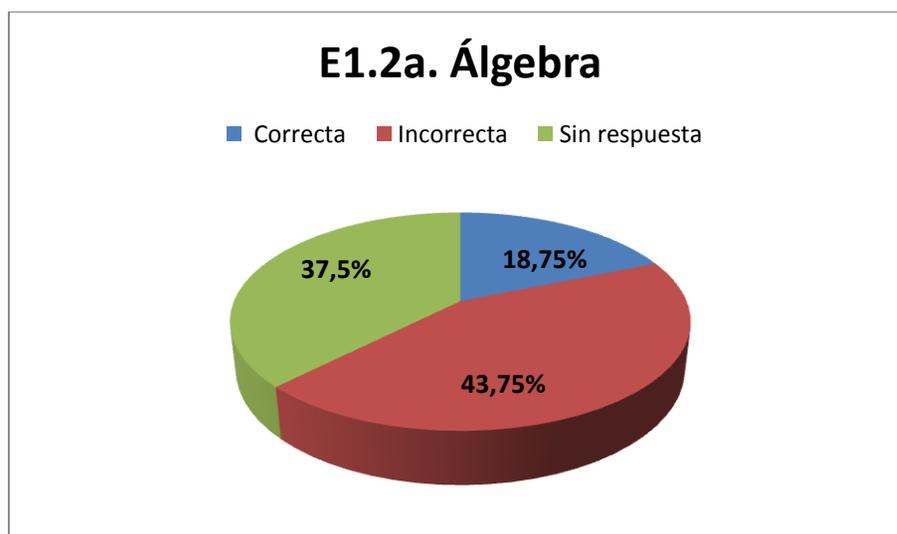


Con respecto a los que sólo respondieron con un solo gráfico se podría evidenciar que acorde a los distractores que estaban presente en la pregunta permitieron que los alumnos supusieran esa situación escogida. Uno de esos distractores es que no se colocó las variables dependientes e independientes, ya que lo importante era ver el comportamiento gráfico de la situación es por ello que algunos tomaron el valor 300 netamente de la variable precio.

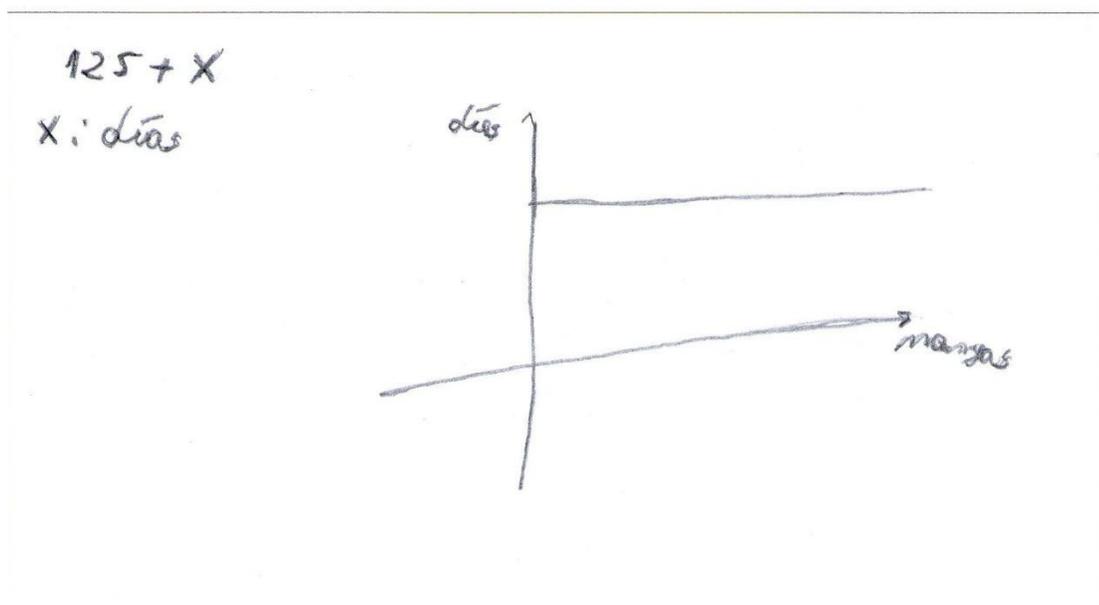
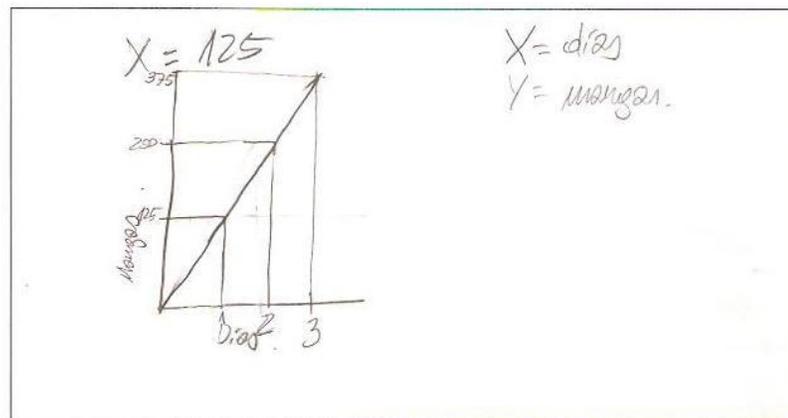
En el siguiente ítem se plantea una nueva situación que debe ser tratada en distintos aspectos y que tenía por objetivo que el alumno modelara mediante una expresión algebraica y la forma gráfica acorde a la situación en cuestión. La pregunta era “2) *En la Shonen Jump (revista de publicaciones de mangas) diariamente llegan 125 mangas para la publicación.*”

A) *Mediante una representación algebraica (ecuación) modele el siguiente caso, además ejemplifíquelo mediante un grafico.”*

Primero analizaremos la parte algebraica, en donde el siguiente diagrama muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

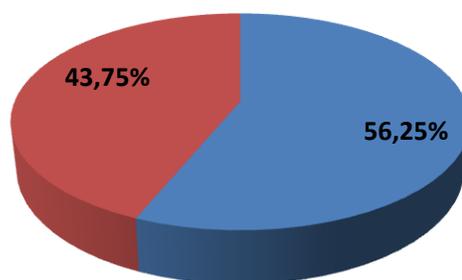


En la evidencia se aprecia que es difícil establecer las variables dependientes e independientes ya que con esto uno puede precisar la forma algebraica de la situación también se denota una falta de comprensión (por ejemplo lenguaje algebraico), que dificulta el planteamiento de las distintas variables a trabajar. Además no evidencian que la proporción entre días y mangas advierte la constante de proporción que permita modelar el transcurso de días y los mangas ya recibidos

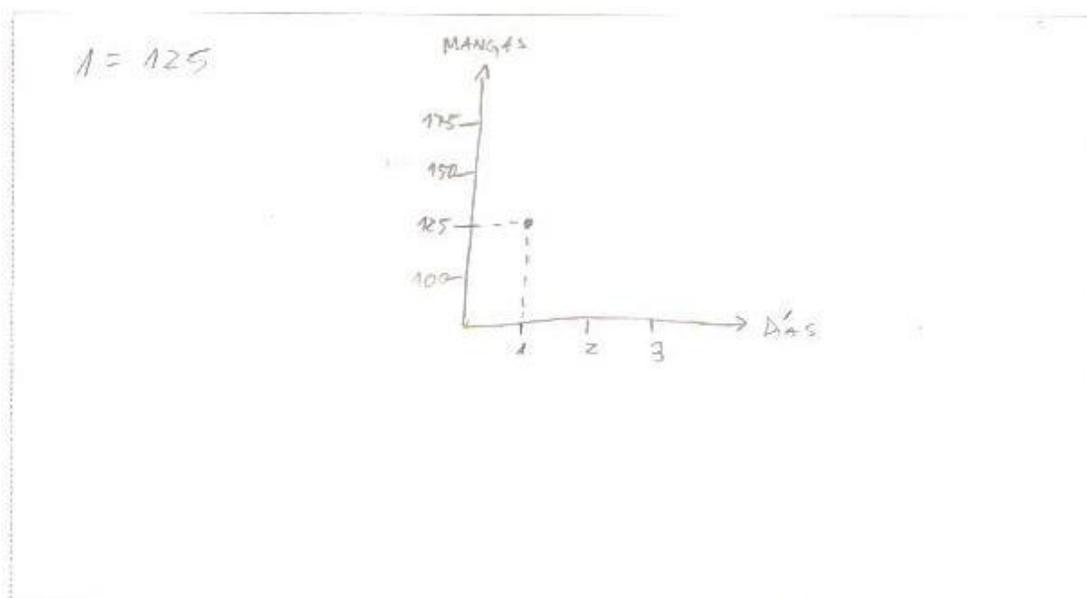
En segunda instancia al realizar grafico acorde a la situación se tiene el siguiente diagrama que muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:

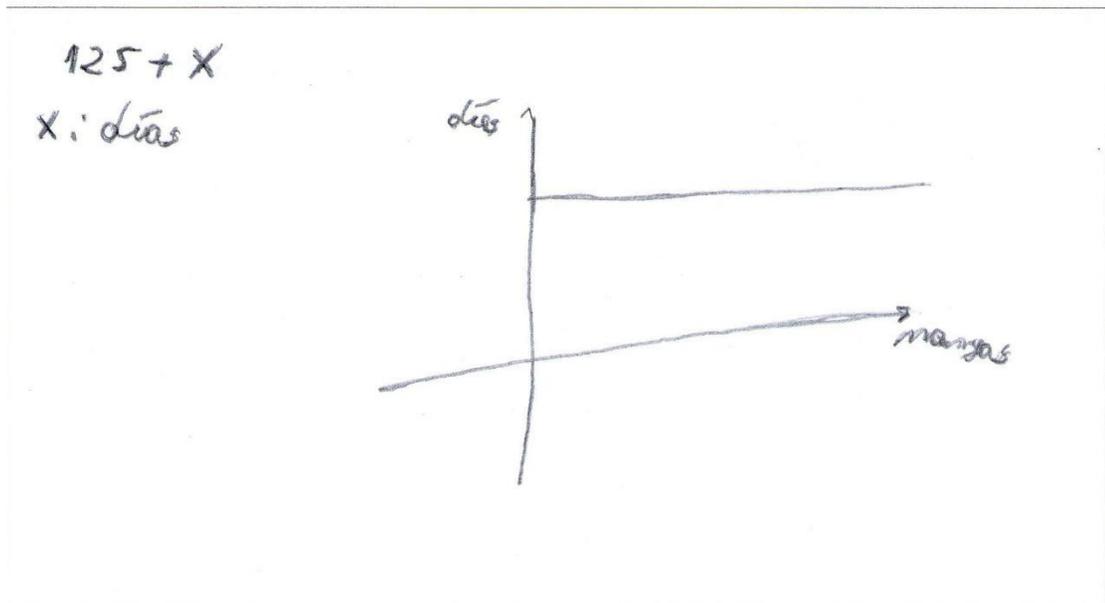
E1.2a. Gráfico

■ Correcta ■ Incorrecta



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.



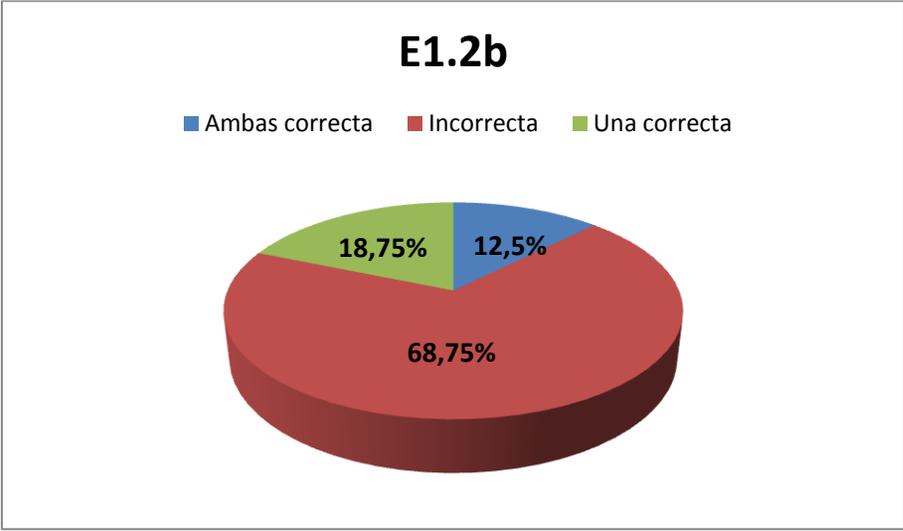


Uno de los errores que se logra evidenciar es donde ubicar las variables en el gráfico confundiendo cuando son variables dependientes o independientes, también se tiene que el segundo error es tener la forma del gráfico errónea ya sea porque forman una constante en la representación o sólo marcan el punto que se plantea en la situación (un día llegan 125 mangas)

En el siguiente enunciado “b) Ahora bien el costo de producción de un manga conlleva como valor de inicio de 152 pesos por impresión y 10 pesos por cada hoja.

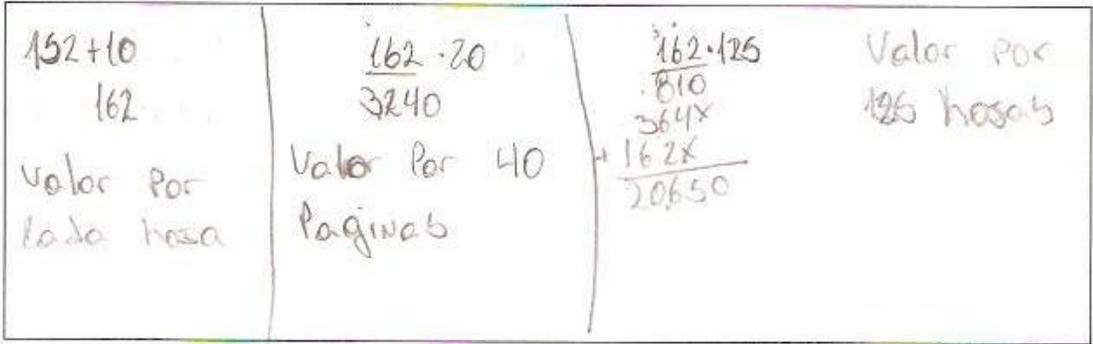
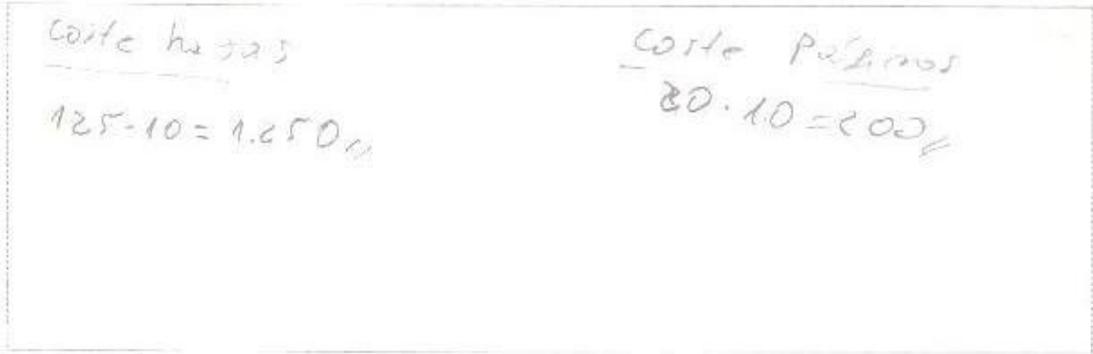
¿Cuál es el valor de un manga de 125 hojas? Y ¿el valor de 40 páginas?”

Dentro del análisis de esta pregunta se tiene el siguiente diagrama que muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



Con respecto a los que sólo tuvieron una respuesta correcta se presencia que el primer error es trabajar de manera incorrecta la operatoria y el segundo error es realizar una mala interpretación (equivalencia entre páginas y hojas) del enunciado, obteniendo así un mal resultado.

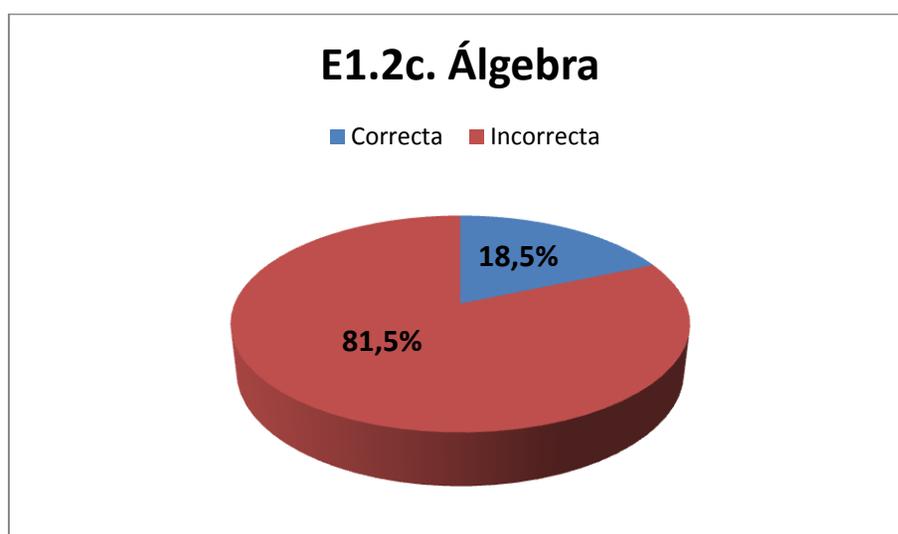
En la siguiente evidencia se presentan las respuestas erróneas.



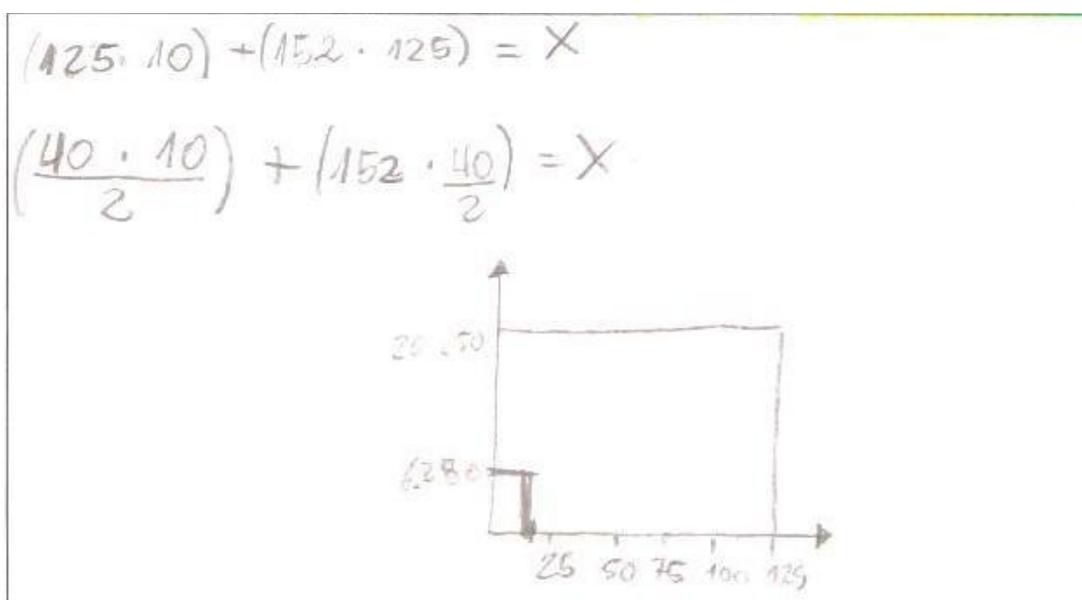
Dentro de los que respondieron de manera errónea se puede apreciar que sólo trabajan con el valor de las hojas sin aplicar el costo fijo por la impresión, en otro caso se tiene que suman el costo fijo con el precio de cada hoja obteniendo un

modelo que no se acomoda a la situación, ya que, piensan que el precio de impresión va por cada hoja.

En la siguiente pregunta se les pide “c) *Represente la situación anterior mediante una ecuación y su gráfica correspondiente.*”, dentro de los datos obtenidos con respecto a la expresión algebraica se tiene el siguiente diagrama que muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.

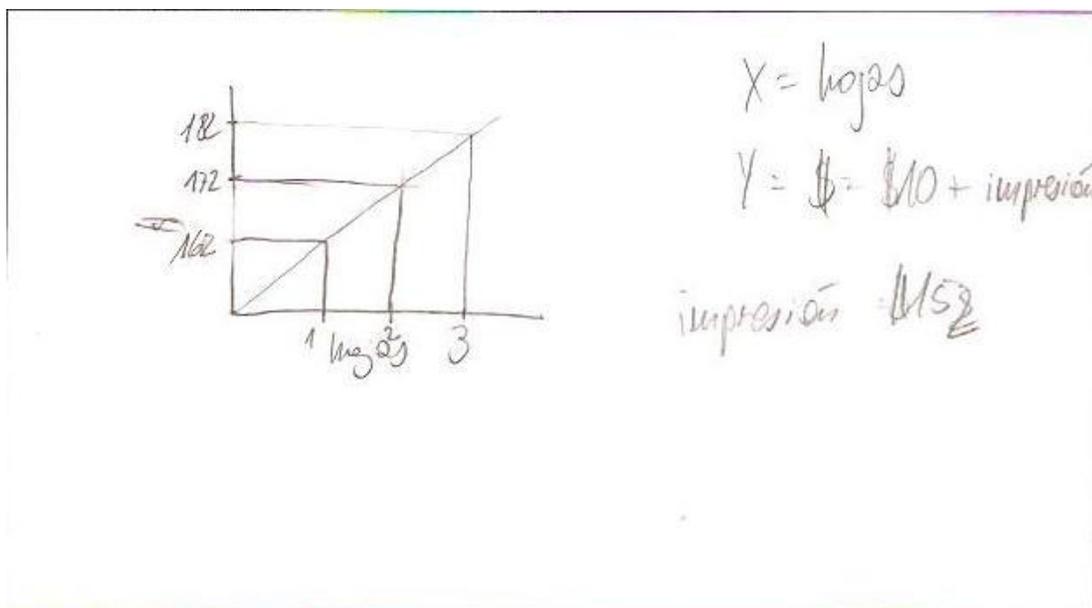


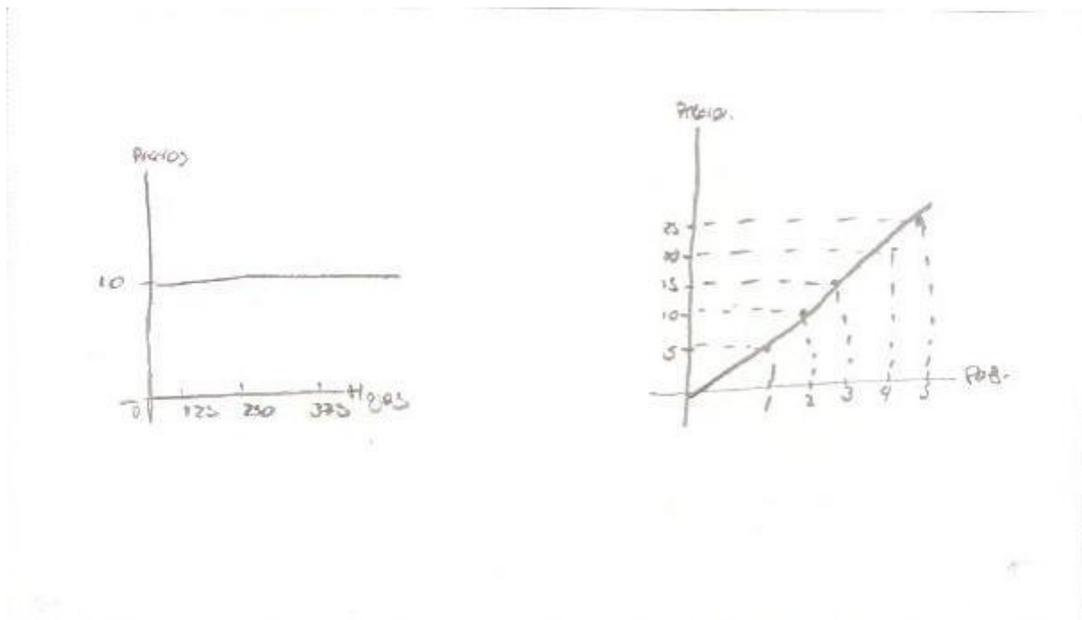
Dentro de los alumnos que respondieron de manera errónea, se evidencia como se trabajo con el ejercicio anterior, primero por la interpretación de los datos logrando así una ecuación que indica que para cada variable, ya sea impresión y valor de las hojas, se va a multiplicar por la cantidad de hojas. En la siguiente situación se interpreta cada una de las variables pero hace una omisión entre las variables para formar la ecuación o modelo algebraico pedido.

El siguiente diagrama que muestra las respuestas dadas por los estudiantes a la situación planteada. En la parte gráfica se logra analizar qué:



A continuación se muestran algunas respuestas de los estudiantes.





Dentro de los errores que se evidencia se tiene que, tienden a realizar gráficos como la función lineal omitiendo el valor fijo de la impresión, o a partir del valor fijo generan una función constante obviando el valor por hoja.

V.2 Análisis de segunda evaluación aplicada a los alumnos

Dentro de esta evaluación 9 alumnos fueron sometidos a rendirla de los cuales, al realizar el análisis correspondiente se obtuvieron los siguientes resultados

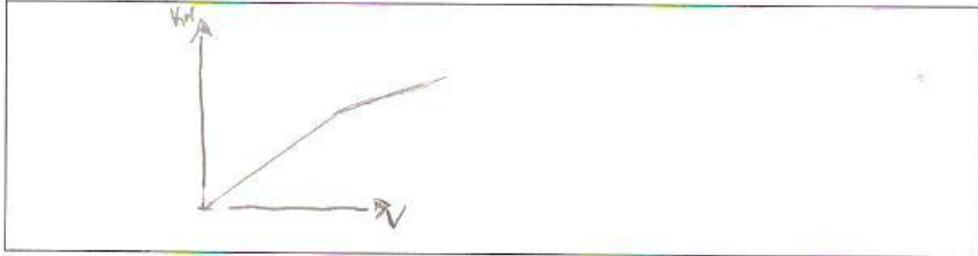
En la situación 1 que se les presentó a los alumnos dice lo siguiente:

Durante un viaje dos amigos deciden realizar distintos recorridos para ir a la playa.

1.- En el primer recorrido deciden ir con una velocidad constante durante el primer tramo del viaje, se detiene y decide disminuir la velocidad por presenciar a una patrulla de carabineros, manteniendo siempre la velocidad constante

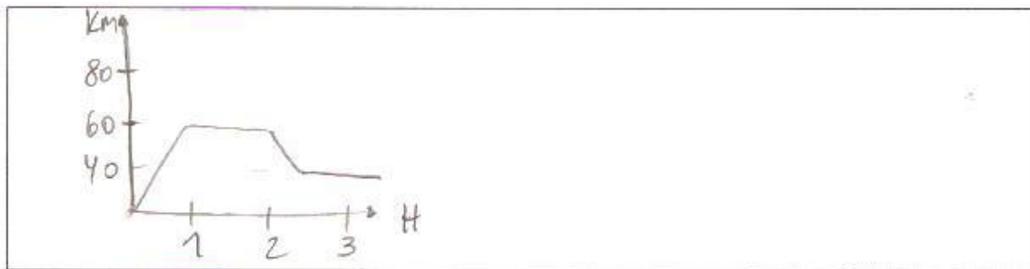
A) *Representa la situación anterior con una grafica.*

Evidencia 1



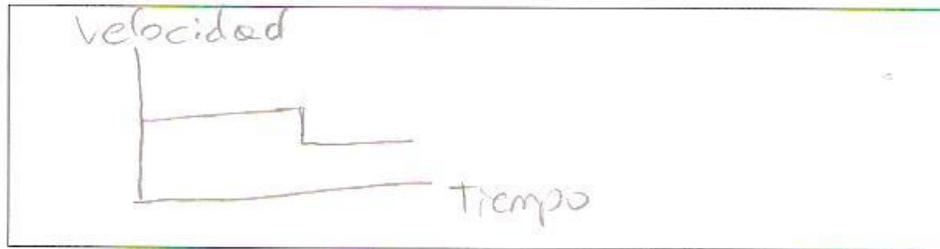
Con respecto a la evidencia podemos decir que, su representación gráfica es lo más cercano a la situación presentada anteriormente, ya que, se muestra el transcurso del automóvil con una velocidad constante, y la disminución de la velocidad pero siempre manteniéndose constante, solo en el cambio de velocidad no deja representado la detención del vehículo.

Evidencia 2



Con respecto a esta representación se observa que mantienen el sentido de velocidad constante y la detención del vehículo, pero al hablar de disminuir la velocidad lo ven de una manera proporcional y manteniendo siempre la velocidad, que se genera después de la disminución como una constante. Una de las razones por la que se expresa una velocidad constante, es porque toman la velocidad como una variable dependiente o independiente, para poder ubicarse en el gráfico, esto conlleva al error de generar una recta paralela al eje de las abscisas.

Evidencia 3

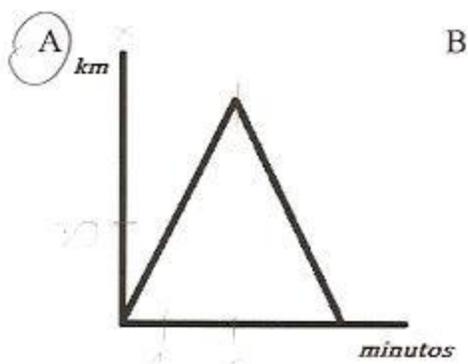


En esta representación se aprecia un caso bastante similar al anterior pero aquí la variable dependiente es netamente la velocidad generando, acorde a la situación, que la recta sea paralela al eje de las abscisas en la detención y disminución de velocidad constante.

Continuando la evaluación en la situación 2 se les plantea lo siguiente:

2.- El otro amigo como está muy obsesionado con la película rápido y furioso decide aumentar durante el transcurso del tiempo la velocidad de su auto, en el momento que alcanzo la velocidad máxima una patrulla de carabineros aparece en una curva, obligadamente el amigo desacelera la velocidad para recibir un parte por carabineros.

¿Cuál de las siguientes representaciones graficas describe de mejor manera el caso anterior? Y ¿Por qué?



La elección por parte de 5 alumnos corresponde al gráfico correspondiente a la letra A. Al analizar el por qué de dicha elección se denota que:

Porque dice que aceleró bruscamente y
justo cuando alcanzó la velocidad máxima
tuvo que parar completamente por los carabineros.

El alumno ve que el acelerar bruscamente es una línea recta, por motivo del cual se ve reflejado cuando se está viajando en un automóvil, es la sensación y el sentido de desplazarse siempre en línea recta. Cuando el alumno dice que al estar en el punto máximo tuvo que parar completamente por los carabineros sin hacer la apreciación de que en el problema se dice desaceleración hasta detenerse el vehículo.

Porque aumenta su velocidad constantemente hasta llegar a la velocidad máxima y tubo que desacelerar obligadamente hasta detenerse.

El alumno afirma que hay una velocidad constante no haciendo la relación de que el acelerar no se rige por una constante de proporción, además menciona que al momento de llegar a la velocidad máxima utiliza el término de desaceleración, por lo que el joven confunde el concepto de velocidad constante con el de aceleración o desaceleración.

El vehículo cuando alcanzo su MAX velocidad fue interceptado por una patrulla la cual lo obliga a detenerse y por ese motivo el vehículo disminuye su velocidad abruptamente

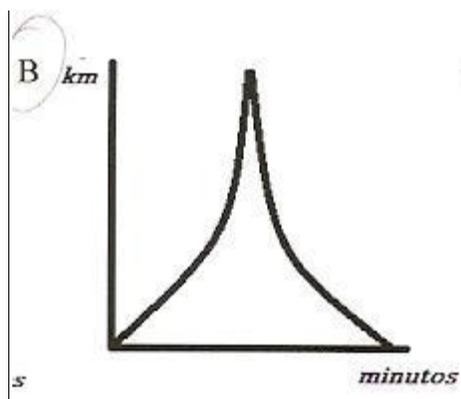
En este caso el alumno toma en consideración el momento cuando alcanza la velocidad máxima, por lo que el joven hace la asociación de que el vehículo debe detenerse abruptamente al encontrarse con la patrulla.

El descenso de la velocidad máxima
para poder detenerse es muy brusco

Según lo que quiere dar a conocer el alumno, nuevamente se aprecia que hay una velocidad máxima que experimenta un descenso. Este sentido que se le da a la desaceleración es de forma diagonal describiendo una línea recta, además incluye que el cambio entre máximo y desaceleración es violenta.

porque muestra de como el automovil va aumentando su velocidad y como lo disminuye rápidamente al frenar

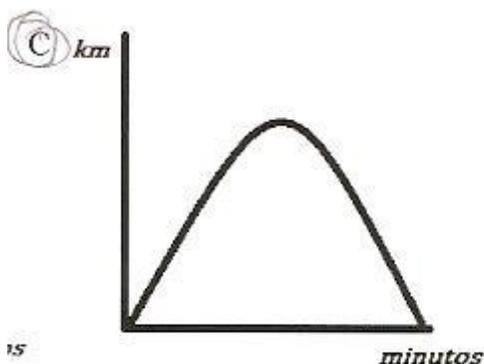
Este alumno hace alusión a un aumento y disminución de velocidad, y en el momento de máxima velocidad ocurre el cambio de velocidad de forma rápida hasta frenar



Con respecto al gráfico B solo un alumno fue el que seleccionó esa opción como correcta.

Porque, al acelerar implica cambiar en cada momento la velocidad una cantidad siempre menor o mayor tiempo de a poco la velocidad, por lo que me pareció por lo que forma de representación, y el hacer una desaceleración también lo hace de a poco porque si no el movimiento sería brusco, es por eso que se de más a menos.

El alumno reconoce que no hay la presencia de una constante, que al acelerar o desacelerar la velocidad va cambiando, pero no siempre en la misma cantidad, sin embargo en el momento de aplicar el freno se le genera una contradicción, ya que, dice que es paulatino y no muy brusco el cambio de velocidad, pero la gráfica quiere decir que hay un cambio brusco de velocidad máxima a la desaceleración que igualmente es brusca porque en un transcurso de tiempo baja muy rápido la velocidad.



Con respecto a la alternativa correcta, letra C, se tiene que 3 alumnos fueron los que escogieron dicho gráfico.

Porque habla de bajar la velocidad a 0 pero no habla de brusco, ni constante

Se puede decir que el alumno toma en consideración el final de la situación que es el llegar a velocidad 0, teniendo en cuenta que no mencionan que las velocidades sufren un cambio brusco o constante. Este alumno tiene noción sobre la diferencia que hay entre un modelo lineal con uno no lineal, sin poseer algún dato explícito de estos modelos.

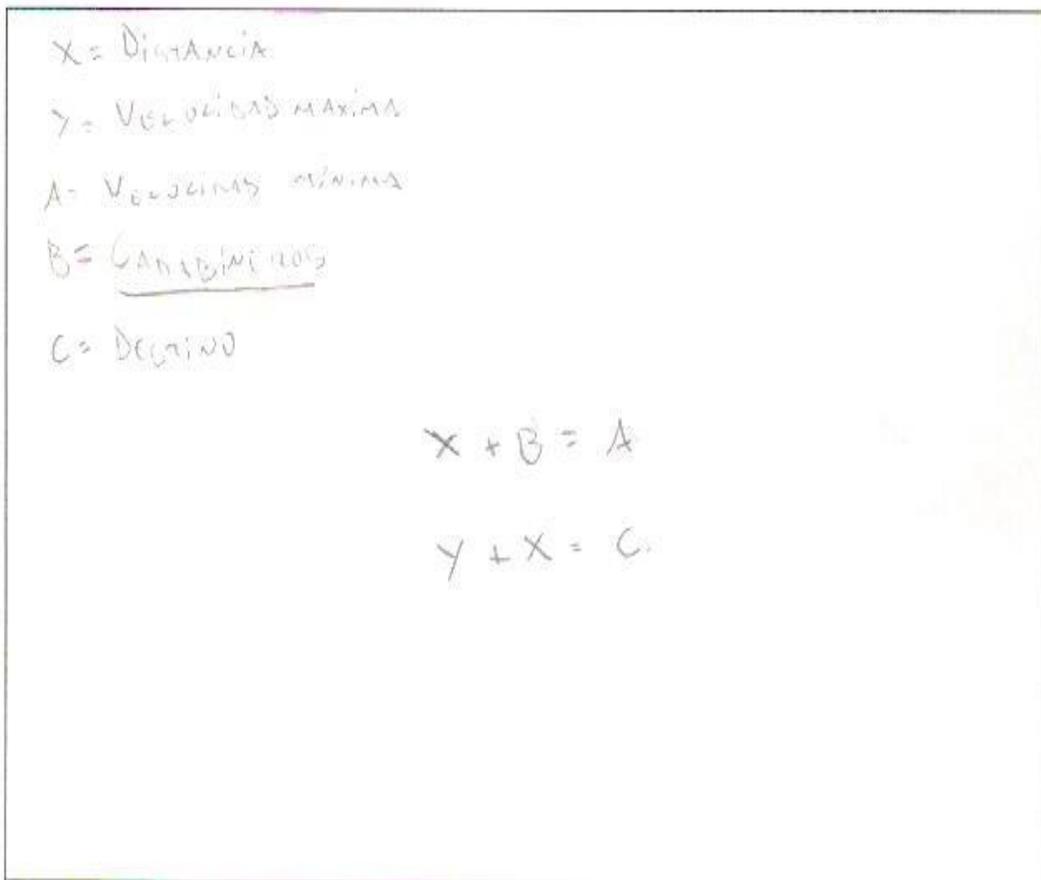
Handwritten text in a box: "Porque la velocidad la baja en una curva, con mayor motivo debe desacelerar de a poco, no tan brusca como en el Grafico N° 1 &".

Este alumno no hace alusión a una constante o un cambio brusco en las velocidades, y también se percata de que la velocidad para generar el cambio debe mantenerse por un instante.

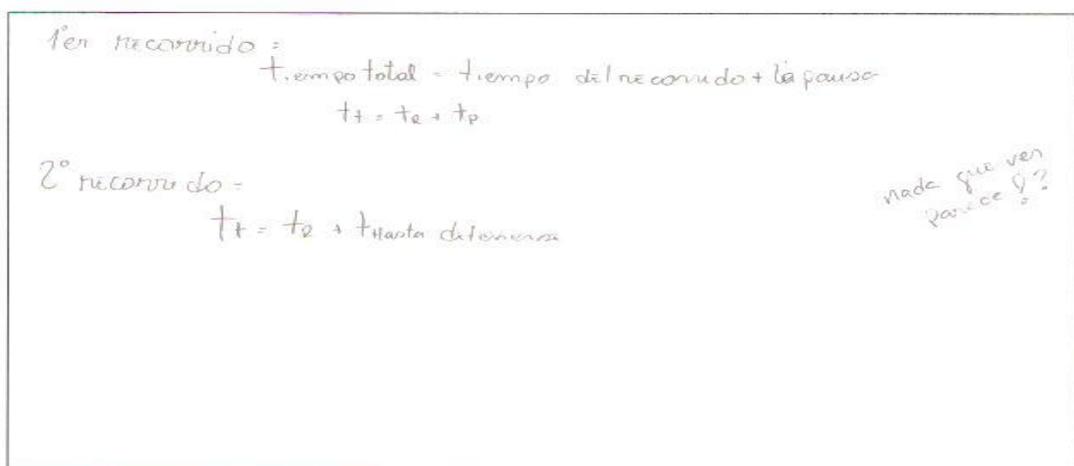
Handwritten text in a box: "Porque va andando subiendo la velocidad esta que ve a los carabineros entonses por un instante se mantiene y comienza a bajar la velocidad, de la misma forma como la fue subiendo, hasta detenerse."

Este alumno asocia la forma del gráfico con el lugar físico que ocurre el suceso o situación, por ese motivo tiende a pensar que en una curva la velocidad desacelera de una forma no tan brusca.

En la siguiente pregunta a los alumnos se les pide lo siguiente "3.- Realiza una representación algebraica de estos sucesos a tu parecer. Y ¿Por qué?". Para el análisis se realizará utilizando los mismos grupos según el gráfico seleccionado, sin embargo no se tomará en cuenta a 3 alumnos que no dieron alguna posible respuesta a esta pregunta.



Este alumno trata de distinguir y definir posibles variables sin percatarse de que, anteriormente las variables ya estaban definidas en el gráfico, llegando así a una modelación lineal que intenta ir acorde al gráfico seleccionado y a la primera situación.



Según el análisis que se hace, el alumno deja todo en función del tiempo para todas las situaciones donde llega a plantear una modelación lineal. No logra identificar las variables a pesar de que están presentes en la gráfica del problema anterior.

$$\begin{array}{l}
 \overset{\text{km}}{X} = 30 \quad \overset{\text{min}}{10X} = 900 \\
 30 = 10 \quad \boxed{X = 90 \text{ km}}
 \end{array}$$

R: porque el AUTO tiene una velocidad que va aumentando y al ser proporción directa si los min del recorrido del AUTO aumentan la velocidad del AUTO tambien.

Este alumno intentó utilizar la regla de tres para poder aplicar una proporción, aunque no modela o presenta la situación algebraica, además confunde las variables que permiten dar sentido al gráfico presentado, en el caso de que la velocidad esa una variable dependiente de los minutos.

X = velocidad máxima
 Y = velocidad constante
 Z = aumento de velocidad
 P = disminución por corabinos

$$Y + Z = X$$

después cuando aparece corabinos

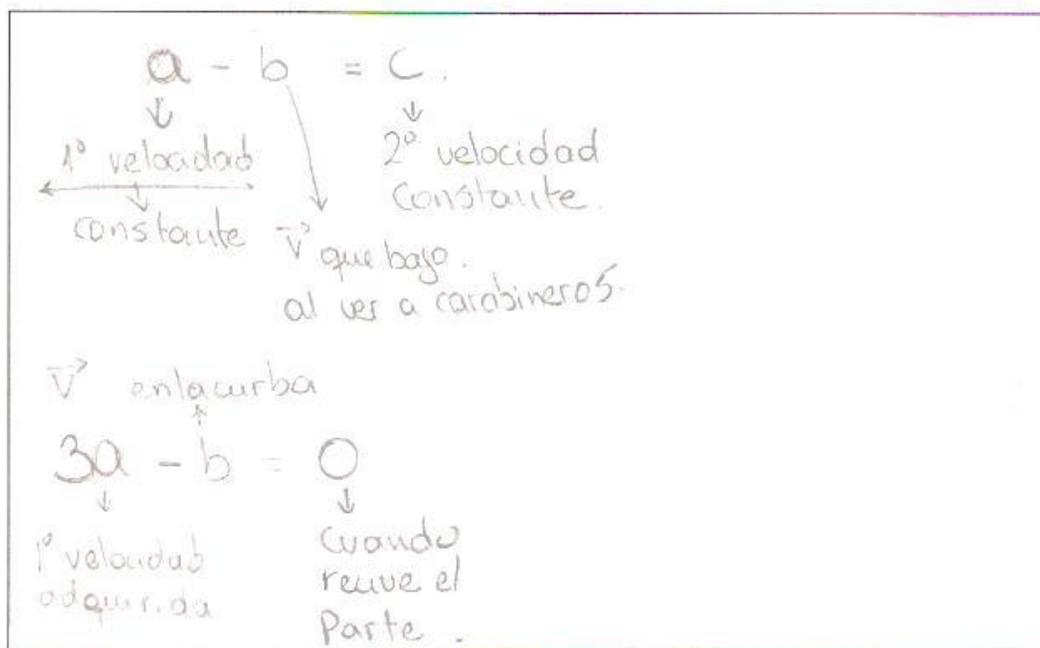
$$X - P = 0$$

Este alumno intenta identificar y definir unas posibles variables que puedan ayudarle a responder de forma algebraica las situaciones anteriores, sin embargo

llega a una modelación lineal que no es correcta y además pasa por alto las variables que se definen en el gráfico anterior.



El alumno a través de una razón intentó expresar un posible modelo algebraico, para dar solución a las situaciones que se le planteaban. A pesar de eso, el alumno si logra identificar las variables que le pueden servir, y finalmente a pesar de identificar bien el gráfico que no es lineal trata de generar un modelo lineal.



Con respecto a la primera situación, presenta un modelo lineal acorde a las variables que él plantea en el primer gráfico. Y en la segunda situación nuevamente

a pesar de que distingue de manera correcta la gráfica, genera un modelo lineal, con la diferencia que agrega un valor a lo que se denomina velocidad para diferenciar de que es una velocidad adquirida o aceleración.

V.3 Análisis de Entrevista Aplicada a los Alumnos

De la entrevista aplicada a los 9 alumnos que rindieron la evaluación número 2 se les realizó la siguiente pregunta:

“Con respecto a la evaluación realizada ¿Qué elementos de los modelos lineales, ya sea gráficos, problemas, ecuación o proporción, te facilitaron para realizar la evaluación? ¿Por qué?”

Dada las respuestas de los alumnos se puede apreciar que al realizar la evaluación la representación que más les facilitó para responder fue el registro gráfico ya que a través de este lograban imaginarse las situaciones o dar una posible explicación del por qué de tal comportamiento por lo que se denota que los alumnos tienen una percepción espacial más desarrollada.

Por otro lado una herramienta que favoreció a pesar de que no estaba explícita en la segunda evaluación era la proporcionalidad, ya que a través de esta, según lo que se analizó en las evaluaciones, la utilizaron para generar modelos algebraicos que dieran respuesta a las situaciones.

V.4 Análisis cuestionario profesores

La primera pregunta que debían responder los profesores era:

“¿Qué relación ve Ud. Entre los modelos lineales y los cuadráticos? (semejanzas y diferencias)”

Dentro de las semejanzas que los profesores dan a conocer se tiene que ambos sirven para modelar situaciones de la vida cotidiana o predecir sucesos, también se escriben de manera polinomial, por otro lado un profesor, a diferencia de

los demás, plantea la forma en cómo enseña ambos contenidos comenzando con evaluación de funciones luego les enseña a graficar y finalmente la modelación de situaciones cotidianas.

En cuanto a las diferencias ellos se fijan principalmente en las gráficas que generan, ya que una es una línea recta y la otra una parábola. Nuevamente un profesor se va por el lado pedagógico y plantea que la comprensión de contenidos es más difícil refiriéndose a que los modelos lineales los alumnos los comprenden con mayor facilidad que los cuadráticos.

La segunda interrogante se divide en 3 partes:

“Durante el ejercicio de su labor ¿ha trabajado con sus alumnos el concepto de “linealidad” y “no linealidad”?”

“En el caso afirmativo, ¿qué elementos de linealidad aplica en clase para realizar conexiones al significado de no linealidad?”

“En el caso negativo, ¿Por qué no se trabaja estos conceptos?”

Los profesores que respondieron que si trabajaban los conceptos de linealidad y no linealidad los elementos que utilizan para realizar conexión son principalmente la evaluación en funciones asignando valores a la variable dependiente e independiente. Otro elemento que también nombran es la visualización gráfica entre ambos modelos con situaciones que generan líneas rectas y otras en donde no se cumple.

Dentro de los que respondieron que no trabajaban dichos conceptos era porque sólo utilizaban el concepto de linealidad o lineal en la función lineal, incluso un profesor plantea que para él esos conceptos son desconocidos. También era porque sólo utiliza el concepto de función y el cómo distinguir los tipos de funciones.

La tercera pregunta que tuvieron que responder fue:

“Con respecto a los alumnos ¿Cuál es la dificultad más evidente al trabajar con modelos lineales y modelos cuadráticos?”

- a) no manejan los conceptos de lineal y cuadráticos.***
- b) no pueden modelar situaciones.***

c) no pueden resolver ejercicios.

d) otros, especifique.

Dentro de las respuestas que plantearon los profesores, se tiene que se debe principalmente a que los alumnos les es muy difícil el generar la conexión entre los contenidos y la vida cotidiana, por lo que no logran el modelar situaciones cuando se les plantea y hay que estar guiándolos, por otro lado, también se hace la autocrítica de que ellos son en parte responsables de tal situación

La cuarta pregunta que se les planteo era:

“¿Utiliza un apoyo de textos u otros medios para abordar los modelos lineales y cuadráticos? Especifique”

Las respuestas que dieron se aprecia que principalmente los medios que utilizan para abordar los modelos son los textos que entrega el ministerio y de distintas editoriales, guías de apoyo y de trabajo para el alumno. Llama la atención que algunos no utilizan ningún tipo de apoyo.

Continuando con el cuestionario, la siguiente pregunta que debían responder era:

“Con respecto al trabajar con modelos lineales y no lineales, ¿Qué aspecto le otorga más importancia de menor a mayor? y ¿Por qué? Algebraica/Geométrica/numérica/verbal.”

Dentro de las respuestas que entregaron se tiene que se le da una gran importancia al tema algebraico y gráfico porque es algo que se pregunta mucho en las pruebas como el SIMCE y PSU, por otro lado se tiene que para algunos todos tienen igualdad de importancia, ya que todos están conectados entre sí, por lo que si el alumno maneja la parte algebraica debiese poder realizar los otros aspectos demostrando que tiene dominio de los contenidos. Y finalmente algunos prefieren trabajar la parte numérica y verbal y a través de ellos construir el álgebra y los gráficos.

Y finalmente la última pregunta que se les planteó fue:

“En el caso de trabajar con representaciones graficas ¿utiliza alguna TICS como medio de apoyo? Indique cada una de las TICS”

Según lo que respondieron los profesores se tiene que las TICS que principalmente se usan son Geogebra, Excel, PowerPoint y Graf-Mathic. Sin embargo hay profesores que sólo los utilizan como apoyo personal para la confección de material, ya que en el establecimiento no poseen los recursos necesarios para utilizar TICS, por lo que sienten que ha afectado negativamente el aprendizaje de los alumnos. Por otro lado hay algunos que simplemente no las utilizan.

V.5 Resultados

Para poder llegar al producto de esta investigación con respecto a los modelos lineales y los modelos no lineales, en especial el modelo cuadrático, se evidencia por parte de los alumnos los siguientes temas a considerar para nuestra propuesta del diseño de actividades.

- En cuanto a trabajar con proporciones, no demuestran una mayor dificultad al resolver proporciones simples, donde el método conocido como la regla de tres es la más frecuente al encontrar un valor específico, además manejan el concepto genérico de proporción directa aunque esta proporción es debido a una constante .
- En cuanto a la diferenciación entre los modelos lineales y cuadráticos los alumnos que realizaron de forma correcta el gráfico adecuado, distinguieron la proporcionalidad como diferenciación al cambio entre un modelo lineal y cuadrático
- Con respecto a las variables dependientes e independientes los alumnos presentan una gran dificultad al identificarlas en situaciones específica.
- La velocidad es tomada como una variable a considerar en la modelación, sin fijarse en que este es un valor constante, producto de los kilómetros en función del tiempo.
- En los modelos lineales, para los alumnos lo más significativo son los gráficos y la proporcionalidad, porque creen que les facilitan el desarrollo de una

solución a través una visualización y comparación de los problemas específicos planteados

- Se evidencia que por parte de los alumnos, existe un divorcio entre los registros algebraicos y gráficos, constatado en los resultados obtenidos tanto para los aciertos como para los errores, es decir, a partir de un tipo de registro no pueden pasar a una nueva representación de esta misma.
- En cuanto a la percepción que tienen los profesores, se deja aún más en evidencia que el modelar situaciones de la vida cotidiana es el principal obstáculo o dificultad que presentan los alumnos tanto en los modelos lineales como no lineales lo cual es confirmado por la prueba PISA (vista en el marco teórico) que también hace hincapié y da a conocer que los alumnos del país sólo poseen competencias y conocimientos básicos los que no son los suficientemente aptos para enfrentarse en situaciones en los que se deban desenvolver de manera autónoma y eficaz, también dejando en evidencia que el sistema educacional chileno no está cumpliendo con los estándares internacionales para ser calificado de calidad, por lo que la modelación de situaciones en diferentes contextos es una competencia bastante importante que se debe ir fortaleciendo tanto en parte del profesor, que debe garantizar a sus alumnos que logrará desarrollar dicha competencia en ellos, como por parte del alumno, quien debe ser cada vez más protagonista de su aprendizaje y sentir el compromiso de seguir desarrollando sus capacidades intelectuales

Acorde a lo observado, anteriormente y la intención del objetivo general de la investigación realizada, el diseño de las actividades estará enfocado de la siguiente manera:

- La primera secuencia presentará situaciones donde se debe reconocer si está presente una proporción directa, su fundamentación y la comparación de sus resultados con sus compañeros.
- La segunda secuencia se enfocara en la relación de cambios de registros en distintas situaciones (proporción directa y cuadrática) e identificar las diferencias y las similitudes de estos registros.
- Una guía introductoria a la tercera secuencia, donde se mostrarán los modelos algebraicos presentes en la cuadrática

- En la tercera secuencia, a partir de un gráfico cuadrático y lineal, el alumno formulará el modelo algebraico vinculado en estos dos casos y modelará la situación pertinente a estos dos casos. Al final se harán las comparaciones entre los distintos cambios de registros y a partir de sus propias palabras ¿Qué diferencias y similitudes presentan los modelos lineales con los no-lineales?



Diseño Didáctico

Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.

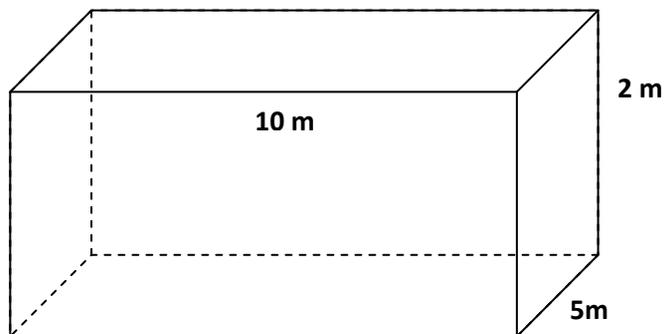
Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo: identificar la proporcionalidad directa en distintas situaciones.

Secuencia I

A. Encuentra cual de las siguientes situaciones pertenece a una proporción directa y detalla tu respuesta (explica con tus palabras lo que realizaste).

1. Un galón de pintura alcanza para pintar 40 m^2 de superficie ¿Qué cantidad de pintura se debe comprar, para pintar las paredes una sala de las siguientes dimensiones?

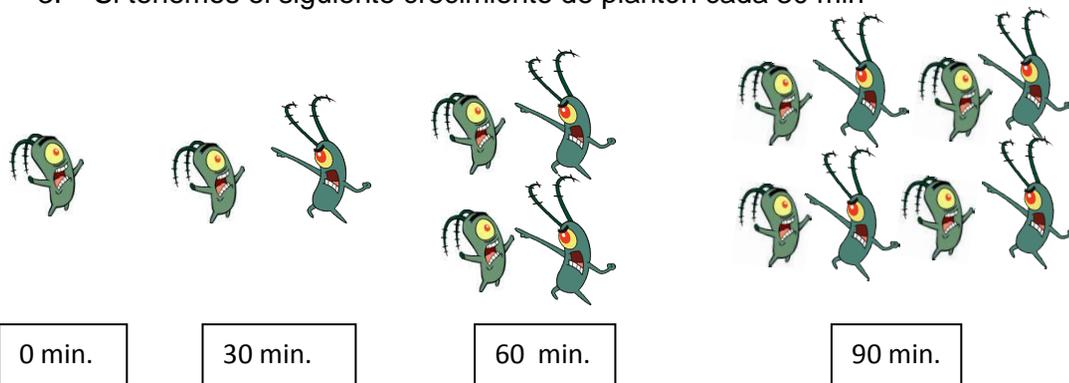


Respuesta Detallada

2. Osvaldo y su Hijo están de cumpleaños en el mismo mes si Osvaldo tiene 51 años y su hijo tiene 24 ¿Qué edad tendrá Osvaldo si su hijo cumplirá 35 años?

Respuesta Detallada

3. Si tenemos el siguiente crecimiento de plantón cada 30 min



¿Qué cantidad de plantón habrá cuando transcurran 180 min?

Respuesta Detallada

4. Max decide comprar 10 litros de helados para comer con su grupo de amigos
¿Cuánto helado repartirá para cada integrante del grupo si tiene dos
amigos? Y ¿si tiene tres o 5?

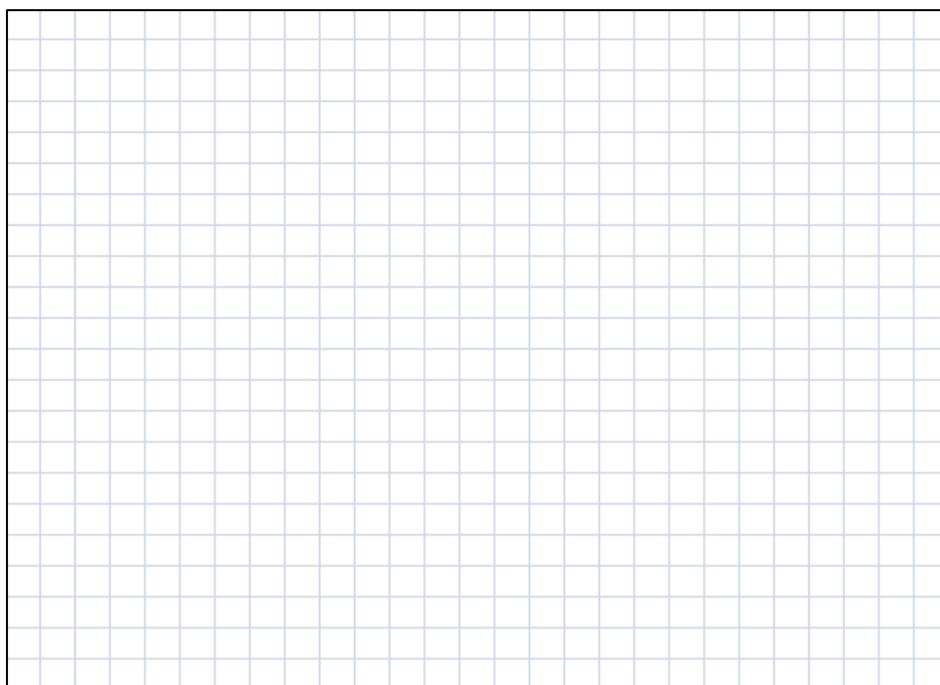
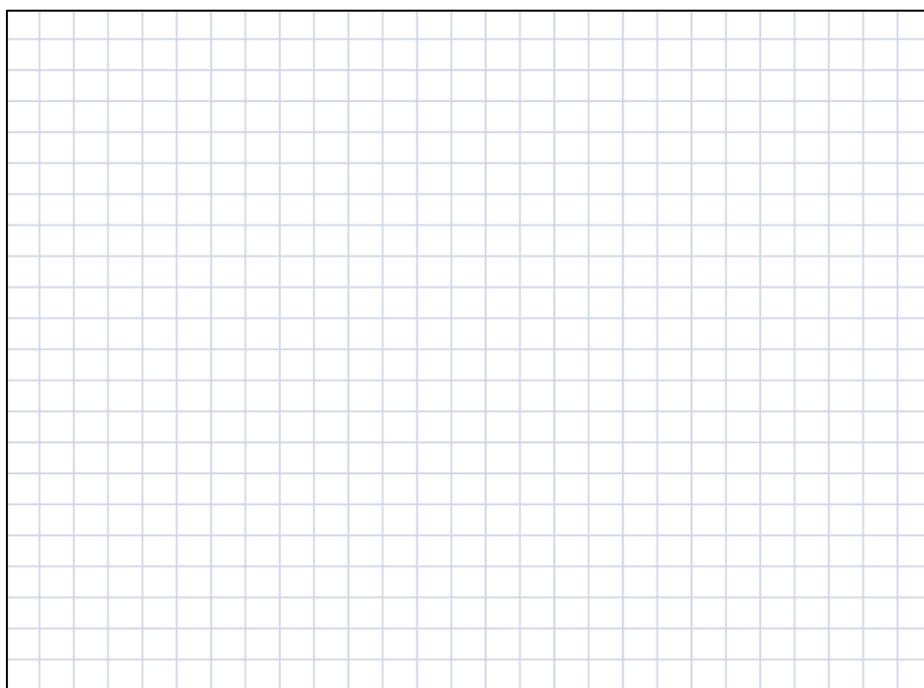


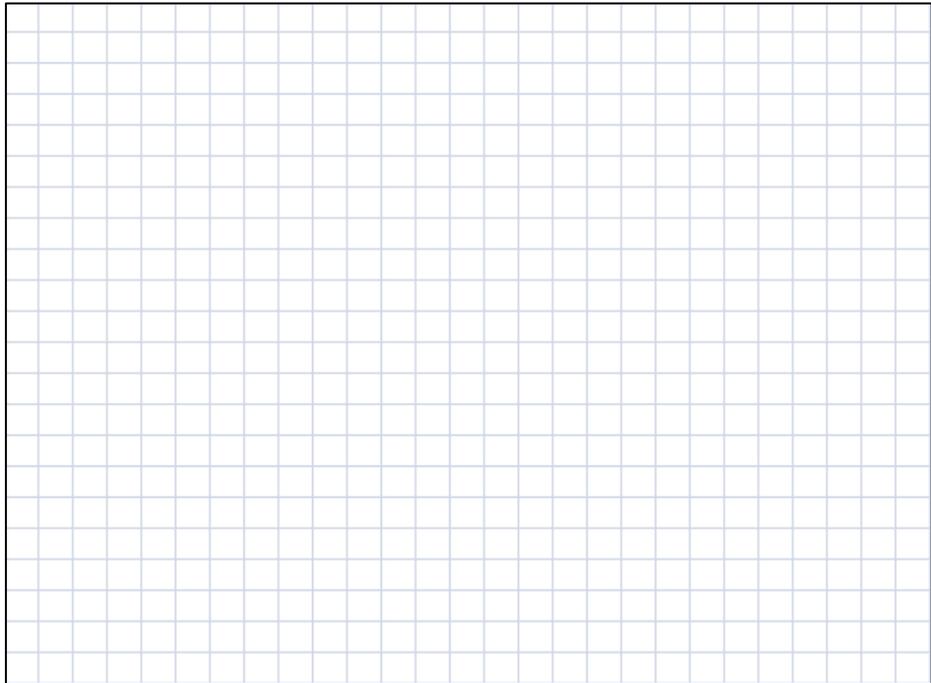
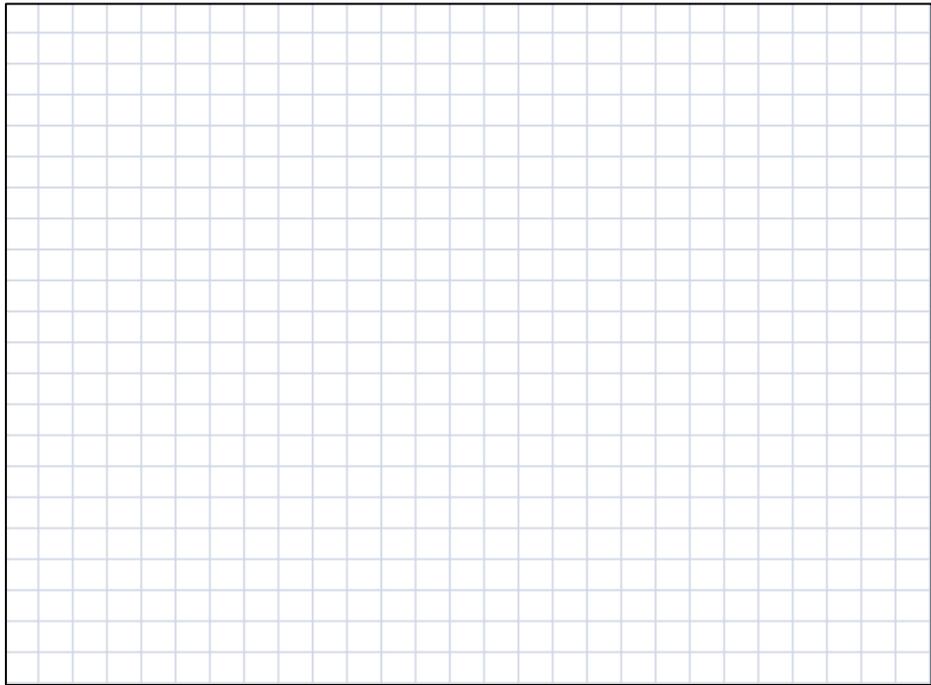
Respuesta detallada.

B. Formen grupos de 4 personas y desarrollen las siguientes preguntas

1. Comparen las respuestas de cada integrante del grupo y ¿Coinciden las respuestas con las demás del grupo?, si no coinciden que argumentos presentaron los que no tenían el mismo resultado. (detállalo en el siguiente espacio).

2. Realiza junto al grupo los gráficos correspondientes a cada situación identificando la variable dependiente e independiente, luego realizaran uno de ellos en la pizarra y compararán su gráfico con la opinión de sus compañeros.







Diseño Didáctico

Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo: Representar y Relacionar los registros en distintas situaciones con sus respectivos comportamientos

Secuencia II

Utiliza los palos de fósforo como unidad de medida para trabajar en la actividad.

- a) Mide tu cuaderno con los palos de fósforo asemejando que es un rectángulo (aproximando al entero) y complete la primera fila de la tabla. A continuación, quita un palito a cada lado y anota los valores en la segunda fila de la tabla. Repite el procedimiento hasta obtener un palito en uno de los lados.

	Largo	Ancho	Área	Perímetro
Primera medida				
Segunda medida				
Tercera medida				
Cuarta medida				
Quinta medida				
Sexta medida				
Séptima medida				

¿Qué sucede si uno de los lados no tiene palitos? ¿Es posible seguir quitando palitos? Justifica tu respuesta

¿Cómo varían los valores obtenidos en el área y en el perímetro?

Rectángulos tabla anterior	Largo	Ancho	Área	Perímetro	Nº de palos agregados por lado con respecto a la 1º fila.
Último					
Penúltimo					
Antepenúltimo					
...					
...					
...					
...					

¿Cómo es la variación del perímetro y del área, mientras se agregan palos de fósforos? ¿Existe una diferencia con respecto a la tabla anterior? Justifica.

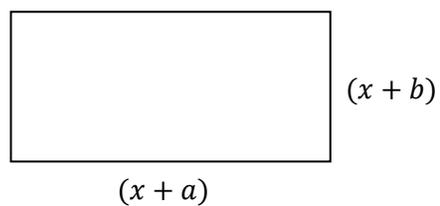
Con respecto a la tabla anterior, dibuje una serie de rectángulos (en el cuadro de abajo) considerando lo siguiente:

- Los valores de los lados de cada triángulo.
- Los valores de los lados del primer rectángulo deben estar presente en todos los rectángulos.



¿Qué valores de la tabla anterior están presentes en esta serie de rectángulos?

Observa el siguiente rectángulo:



Si la variable x corresponde al n° de palitos agregados, ¿a qué corresponden a y b comparando la serie de rectángulos dibujada anteriormente? ¿Por qué?

Considerando el rectángulo anterior y los valores obtenidos de a y b ¿Cómo quedaría expresada el área y el perímetro del rectángulo?



¿Tendrán alguna relación el cálculo del área y del perímetro de forma algebraica con los valores obtenidos en las tablas anteriores? ¿Por qué?

Entonces ¿Qué importancia tiene la conexión entre los valores de una tabla y una expresión algebraica?



Guía para Construir una Representación Algebraica a Través de un Gráfico

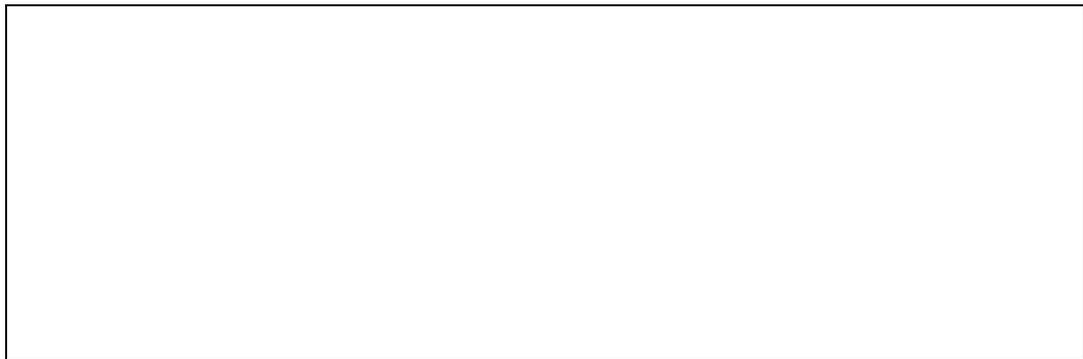
Nombre: _____ **Curso:** _____ **Fecha:** _____

Objetivo: Conocer y Realizar representaciones algebraicas a través de un gráfico

El objeto de esta guía es conocer las representaciones algebraicas del modelo cuadrático.

- En el patio cada alumno esbozará una representación de la trayectoria de un balón pateado, y un lanzamiento de una botella.

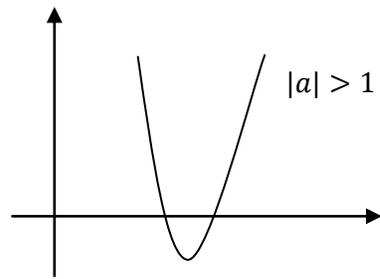
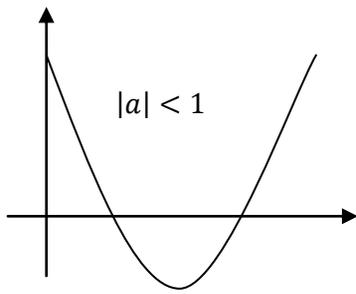
¿Qué forma tiene tu DIBUJO? ¿Existirá otra situación donde la orientación de la parábola sea distinta? Crea un dibujo de esa cierta situación.



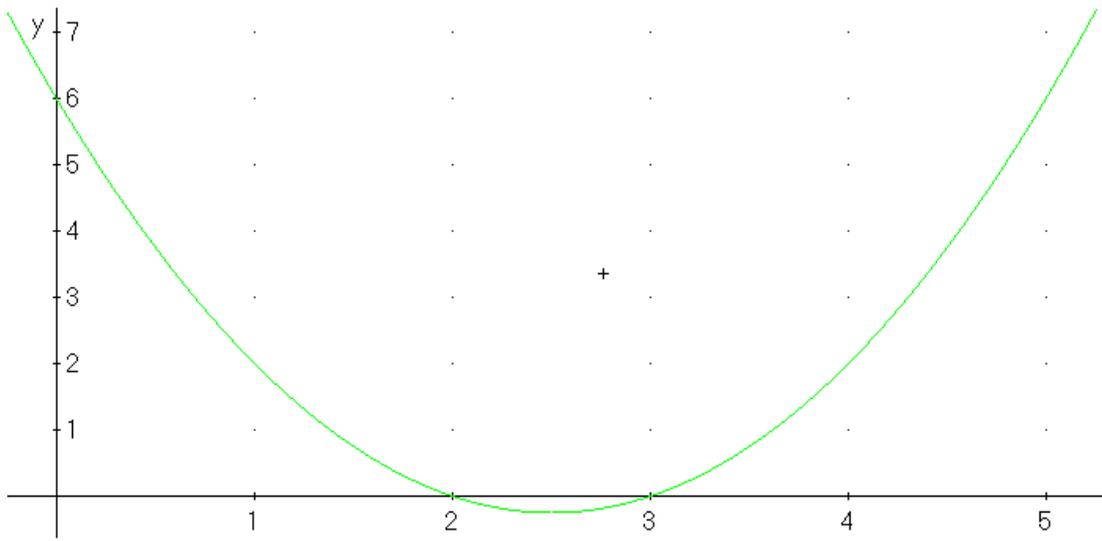
Ahora acorde al dibujo realizado, existe una forma de representación algebraica para cierta situación

Método 1

Para la primera representación algebraica de modelo cuadrático se considerará la forma de factorización $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ donde x_1 y x_2 son dos raíces o también llamados ceros, el coeficiente a es el que indica la apertura de la parábola, si $|a| < 1$ la parábola se abre, si $|a| > 1$ la parábola se cierra.



Ahora con la presentación de un gráfico llegar a la representación algebraica.



Según lo que nos muestra el gráfico nos está dando como dato las dos raíces o ceros $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$ con estos datos ahora se reemplazan en la forma de factorización

$$y = a(x - 2)(x - 3)$$

Como observamos ya reemplazamos los valores de la raíces pero nos falta saber el valor del coeficiente **a**, para poder lograr encontrar este coeficiente, debemos utilizar un punto de la parábola si nos fijamos bien cuando la variable independiente tiene valor 0, la variable dependiente toma el valor de 6, por lo que ya tenemos un punto de la parábola que es el (0,6) ahora reemplazamos ambas variables en el registro algebraico.

$$6 = a(0 - 2)(0 - 3)$$

$$6 = a \cdot -2 \cdot -3$$

$$6 = a \cdot 6$$

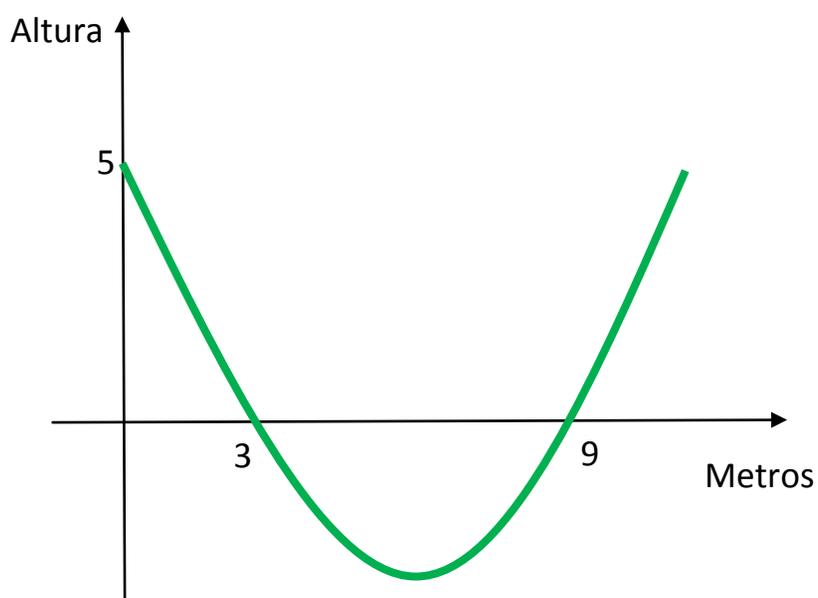
$$\frac{6}{6} = a$$

$$1 = a$$

∴ la representación algebraica de esta gráfica es

$$y = (x - 2)(x - 3)$$

Ahora en el siguiente caso donde se muestra la trayectoria de un skater en la rampa y desarrolla la forma algebraica.

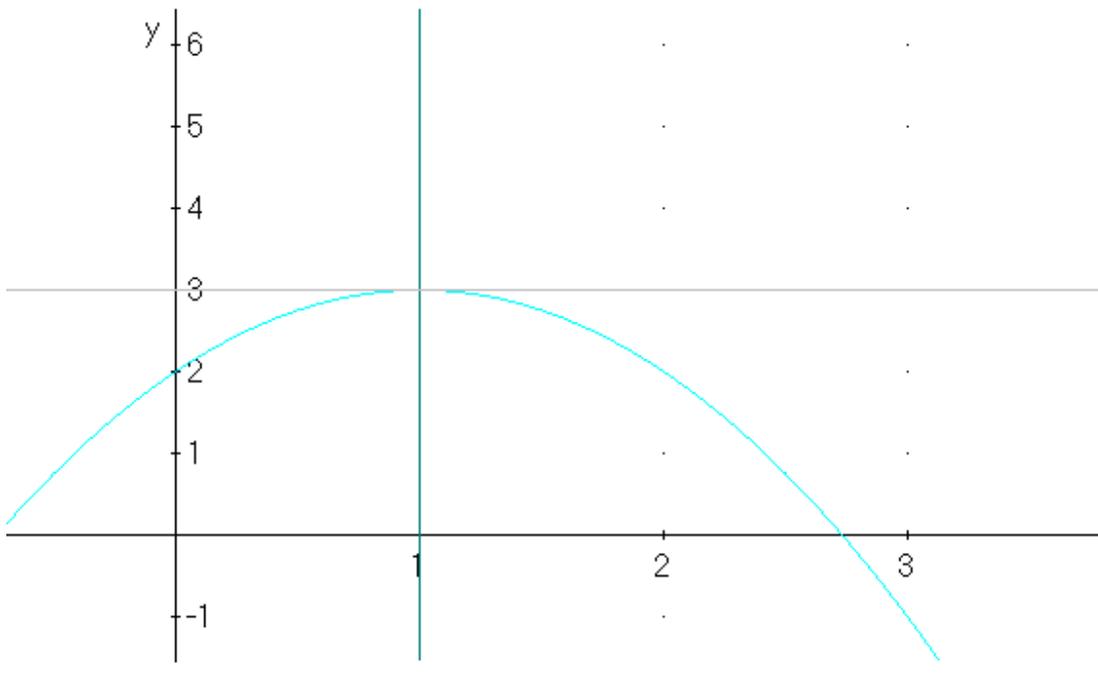


Otra forma de representación algebraica corresponde a la siguiente.

Método 2

Para la segunda representación algebraica se utilizará la forma del vértice de un modelo cuadrático., la forma del vértice es $f(x) = a(x - h)^2 + k$ donde nuevamente el coeficiente **a** es el de apertura o cierre de la parábola, el valor de **h** corresponde al valor de la variable independiente del vértice y el **k** corresponde a la variable dependiente del vértice, por lo que el punto vértice esta dado por la coordenada o par ordenado **(h , k)**

Ahora con la presentación de un gráfico llegar a la representación algebraica.



Según lo que observamos en el gráfico lo que nos está dando es el punto vértice de la parábola que es el (1, 3) como ya tenemos los valores de **h** y **k** se reemplazan en la forma del vértice.

$$y = a(x - 1)^2 + 3$$

Como no tenemos el valor de **a** se debe utilizar un punto de la parábola, si nos fijamos bien cuando la variable independiente tiene valor 0, la variable dependiente toma el valor de 2, por lo que ya tenemos un punto de la parábola que es el (0,2) ahora reemplazamos ambas variables en el registro algebraico.

$$2 = a(0 - 1)^2 + 3$$

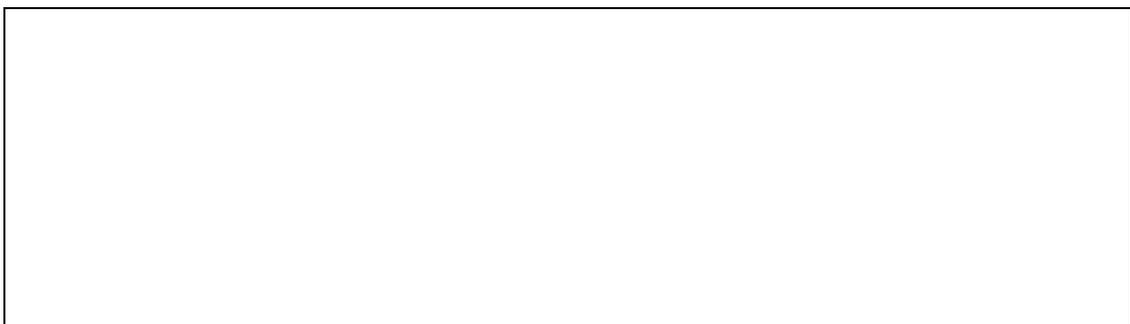
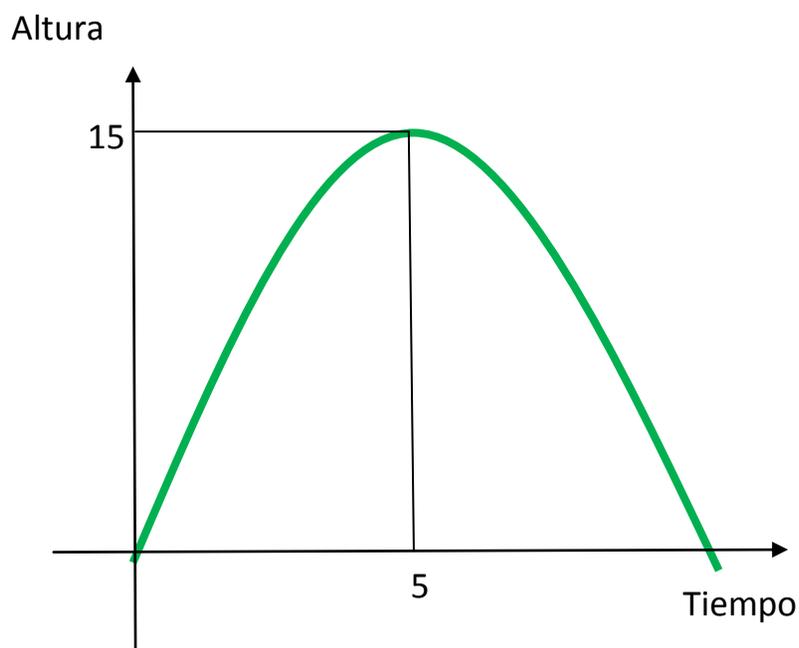
$$2 = a + 3$$

$$-1 = a$$

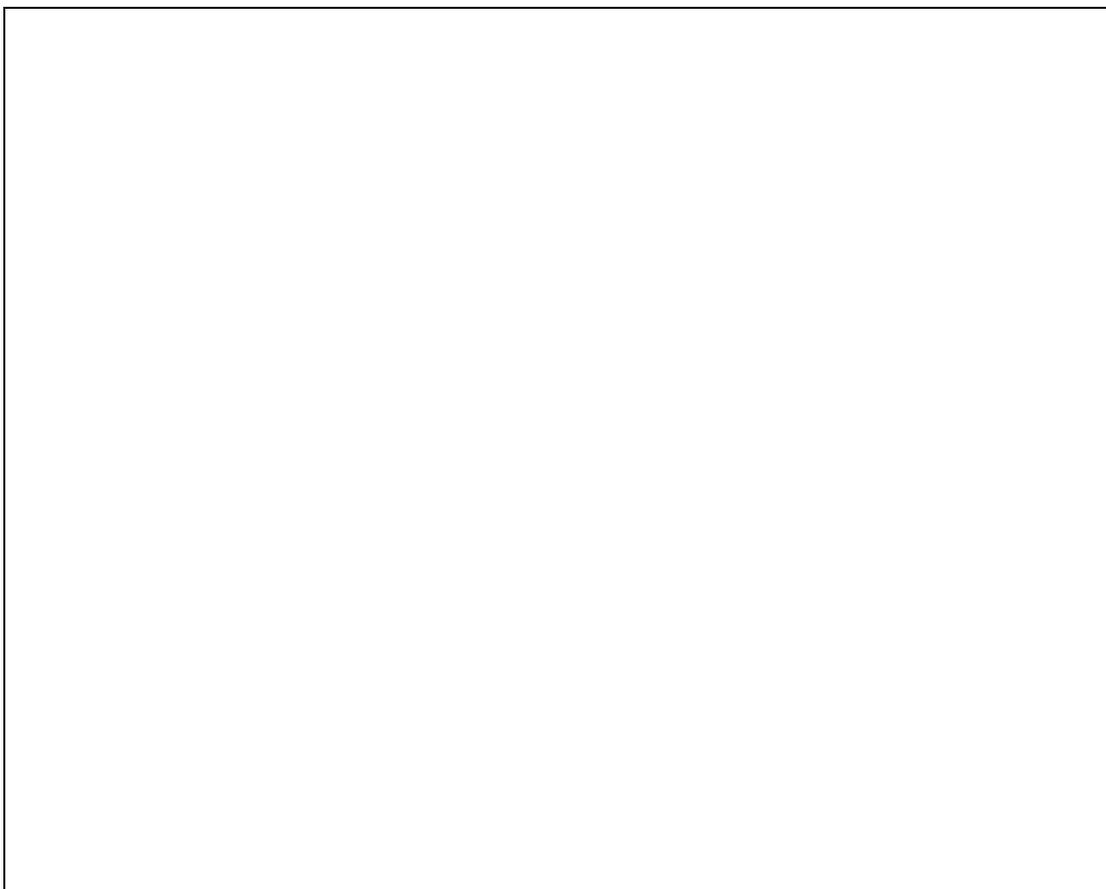
∴ la representación algebraica de este gráfico es

$$y = -(x - 1)^2 + 3$$

Ahora se muestra la altura máxima en que un cohete alcanza hasta perder toda su potencia, realiza la representación algebraica mostrada en el método anterior.



A continuación debes utilizar los dos métodos anteriores para encontrar tanto la forma algebraica como la forma gráfica de la situación mencionada. Si al lanzar un petardo a 8 metros de la puerta de mi casa, alcanza una altura máxima de 30 metros a los 13 metros de distancia de mi casa. Además se que el petardo tuvo un desplazamiento de 10 metros.



Diseño Didáctico

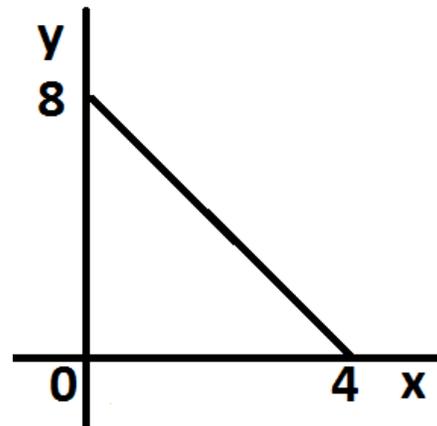
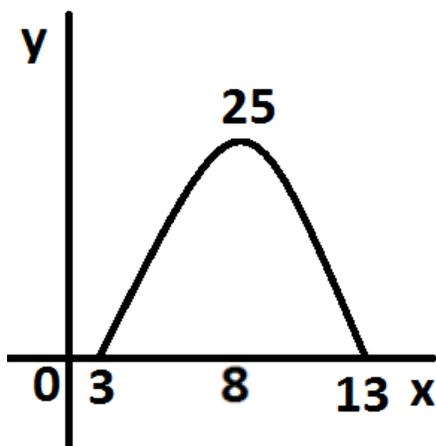
Para la Enseñanza de Modelos No-Lineales Por Medio de la Comprensión de Modelos Lineales.

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo: Comprender e identificar una modelación no-lineal, a partir de los modelos lineales.

Secuencia III

1) Con respecto a estos modelos gráficos:



A) Realiza el modelo algebraico para cada gráfico:

B) Una vez terminada la modelación algebraica, realiza una situación o contextualización que emplee el modelo gráfico y algebraico para cada uno.
Recomendación: Observa la guía trabajada anteriormente y busca algo parecido

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

Lee la siguiente definición

Los modelos lineales son todas las formas de representación (gráfica, algebraica, verbal u otros) de la función lineal o afín como principal objeto a modelar

C) Entonces a partir de esta definición, que diferencias y similitudes presentan los elementos de modelos lineales con respecto a los modelos no- lineales.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES

VI.1 Conclusiones

Respecto de los objetivos se obtienen las siguientes conclusiones:

II.2.1 Describir los aprendizajes esperados en la educación media respecto de modelos lineales y no lineales.

La primera conclusión de los objetivos propuestos previamente en esta tesis se refiere a los aprendizajes esperados de la educación media, respecto a modelos no lineales. En este ámbito se puede decir que luego de leer los planes y programas que hacen referencia a modelos no lineales, más específicamente a funciones cuadráticas, que es el tema que se aborda más profundamente en este trabajo, se logra describir los aprendizajes esperados del contenido específico de función cuadrática para NM3, según los planes y programas dictados por el Ministerio de Educación. También se ahondó en los contenidos sobre Función Lineal del NM1 para instruirnos en los cimientos que deben tener los estudiantes para afrontar los modelos no lineales a partir de su conocimiento de lo lineal.

Una de las conclusiones más importantes que podemos rescatar de este objetivo es que se reafirmó la falta de preocupación en la unión de los modelos lineales y los no lineales, creando un vacío importante en los estudiantes, ya sea por tiempo o porque son abordadas en distintos niveles como también por no realizar paralelos entre ambas materias.

II.2.2 Identificar dificultades de los estudiantes en la comprensión de modelos no lineales.

Dentro de este objetivo se aprecia que durante el estudio la gran dificultad que presentan los estudiantes para la comprensión de modelos no lineales, es que toda tasa de cambio en los comportamientos los ven como constantes de proporción, generando gráficas que no representan a la situación específica de estudio, en consecuencia esto genera que cuando intentan una modelación del registro algebraico también lo hacen de manera lineal. Por otra parte si a los

estudiantes no se les dice que es un modelo no lineal específicamente cuadrático, asumen que es un modelo lineal.

II.2.3 Determinar semejanzas y diferencias de modelos lineales y no lineales a nivel de educación media.

Con respecto a este objetivo, las semejanzas entre ambos modelos es que utilizan los mismos tipos de registros con los cuales pueden ser representados y estudiados. Por otro lado se tiene que los comportamientos gráficos, en ambos modelos, varían según los valores de los coeficientes que acompañan a los literales. También se tiene que por parte de los profesores en ambos modelos la modelación de situaciones cotidianas es un obstáculo para los alumnos.

En cuanto a las diferencias tenemos que los gráficos son distintos, ya que en uno tenemos una línea recta y en otro tenemos una parábola, también sus registros algebraicos son distintos. Sus tasas de cambio son diferentes, ya que una (lineal) es constante y en otra (cuadrática) no lo es, también se aprecia que la cantidad de elementos que componen las gráficas son mucho mayor en las cuadráticas que en las lineales. Por parte de los profesores se tiene que hay una mayor dificultad para aprender los contenidos cuadráticos que los lineales.

II.2.4 Conocer la percepción que tienen los profesores de matemática de educación media sobre el orden de los tipos de registros y la conexión de contenidos lineales y no-lineales.

En este objetivo se tiene que la conexión que realizan los profesores se enfoca principalmente en la parte gráfica y en la evaluación de funciones, dejando de lado otro tipo de modelación como algebraica y de situaciones cotidianas. También se evidencia que no hay un interés de ir más allá para generar técnicas o métodos para crear conexiones entre ambos modelos.

Con respecto al orden de los tipos de registros se evidencia que los profesores prefieren usar más la modelación algebraica y gráfica, ya que se enfocan principalmente en las pruebas estandarizadas como el SIMCE y PSU direccionándose hacia más una parte institucional, en cuanto al prestigio del establecimiento lo que pone en duda si de verdad a los alumnos se les está enseñando todos los contenidos que son mínimos y obligatorios o se está buscando una mecanización y habilidades de resolución de problemas.

II.2.5 Plantear una propuesta de diseño didáctico para la enseñanza de modelos no-lineales a partir de los conocimientos de modelos lineales.

Para cumplir este objetivo se considera todo el análisis de la información recogida, en donde se buscó las diferencias y similitudes entre los dos contenidos tratados, las conexiones que presentan los modelos junto con la percepción que poseían los profesores encuestados. También se pensó en que la propuesta fuera de calidad que considerara las competencias necesarias que deben poseer los alumnos y que a la vez respondiera a las necesidades de estos mismos, siendo estos la modelación. Para poder cumplir con esto se toma consideración la competencia modelar y representaciones semióticas de *R. Duval*, logrando así un aprendizaje que sea significativo y constructivista para el alumno.

VI.2 Alcances y Limitaciones.

Los alcances de esta investigación son enfocados a partir de la propuesta de actividades y sus intenciones como tal:

- En primera instancia el diseño de actividades como material bruto puede ser llevada a prueba con un grupo intencional para posibles investigaciones o trabajos de tesis.
- Considerar la metodología trabajada para aplicarla en otros temas por ejemplo geometría trigonométrica con función trigonométrica.

Las limitaciones presentes en esta investigación corresponden a:

- El número total de la muestra en cuanto a los alumnos y profesores, por motivo de disponibilidad de los colegios por presentarse en tomas o recesión post toma.
- Hubiese sido deseable haber implementado la propuesta de diseño en una experiencia piloto con estudiantes, para poder observar el impacto que provocaba el aprender de una forma distinta.

BIBLIOGRAFÍA

Libros y Tesis.

Alcalde, M. *Importancia De Los Conocimientos Matemáticos Previos De Los Estudiantes Para El Aprendizaje De La Didáctica De La Matemática*, 2010, España.

Dell'ordine, J.L. *Teoría Del Aprendizaje Significativo De David*, Argentina.

Ausubel, D. *Psicología Educativa: Un Punto De Vista Cognitivo*, 1983, México, Ed. Trillas.

Ausubel, D. *Adquisición Y Retención Del Conocimiento*, 2002, España.

Moreira, M.A. *Mapas Conceptuales Y Aprendizaje Significativo En Ciencias*, 1997, Brazil.

Rodríguez Palmero, M.L. *La Teoría Del Aprendizaje Significativo*, 2004, España, Ed. Pamplona.

Marquès Graells, P. *Calidad e Innovación Educativa en los Centros*, 2002, España, UAB.

Marquès Graells, P. *La Enseñanza. Buena Practicas. La Motivación*. 2001, España, UAB.

Ministerio De Educación, *Resumen de Resultados Pisa 2009 Chile*, 2009, Chile, Gobierno de Chile.

Rico, L. *La Competencia Matemática en Pisa*, 2005, España, Ed. Santillana.

Callejo, M.L. *La Gaceta De La Rsme, Vol. 9.1, Un Tema Crucial En La Educación Matemática. La Habilidad para Cambiar el Registro de Representación*, 2006, España.

El Nocedal S.A.C. *Aspectos Metodológicos En El Aprendizaje Del Algebra En Secundaria*, 2007, Perú.

Diccionario Virtual *La Real Academia Española*.

García Zatti, M. y Montiel Espinoza, G. *Rectificando el Concepto de Función Lineal en una Experiencia de Educación a Distancia*, 2007, Argentina.

Discovering Algebra: Una Guía Para Padres, 2007, Ed. Key Curriculum Press.

Links

Definición.De <http://definicion.de/semiotica/>

Modelos

<http://www.tecnun.es/asignaturas/ecologia/hipertexto/01intrcompl/1111model.htm>

<https://www.educacion.gob.es/teseo/imprimirficherotesis.do?fichero=17918#page=35>

http://www.alipso.com/monografias/teoria_del_aprendizaje/

<http://edusique.wordpress.com/2011/11/11/psicologia-educativa-un-punto-de-vista-cognoscitivo-de-ausubel/>

<http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasesp.pdf>

<http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>

<http://www.peremarques.net/calida2.htm>

<http://peremarques.pangea.org/actodid.htm>

http://www.simce.cl/fileadmin/documentos_y_archivos_simce/evaluaciones_inter/pisa_2009/resumen_resultados_pisa_2009_chile.pdf

<http://www.pna.es/numeros2/pdf/rico2007la.pdf>

http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/gacetarsme_2006_9_1_05.pdf

http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf

<http://www.rae.es/rae.html>

<http://definicion.de/semiotica/>

<http://www.tecnun.es/asignaturas/ecologia/hipertexto/01intrcompl/1111model.htm>

<http://www.utn.edu.ar/aprobedutec07/docs/154.doc>

http://www.keypress.com/documents/da2/ParentGuideSpanish/DA_PGS_02.pdf

ANEXOS

UESA
UNIVERSIDAD DEL SAHARA
SILVIA MENDOZA
Pedagogía en matemática e informática educativa

Jouiera Gallinato Garrido
3.º M. A. Finalización

1) Dos amigos representa mediante unos calculos la distribución de compras de helados y barras de chocolate

Helado		Chocolate	
Kilos	precio en pesos	Kilos	precio en pesos
3	300	1,5	300
2,5	250	1,25	250
6	600	3	600
1	100	1	200

Si compro 0,85 kilos para ambos casos ¿Cuál es el valor correspondiente?

K	\$		K	\$
1	100	$100 \times 0,85 = 85$	1	200
0,85	X	\$ 85 cuesta los 0,85 K de helado	0,85	X
X = 85			X = 170	

$$200 \times 0,85 = 170$$

	1	1
	0	00
	0	00
	1	70
	1	70,00

\$ 170 cuesta los 0,85 K de chocolate

Indique ¿Cuál es el valor de la constante de proporción en los dos casos?

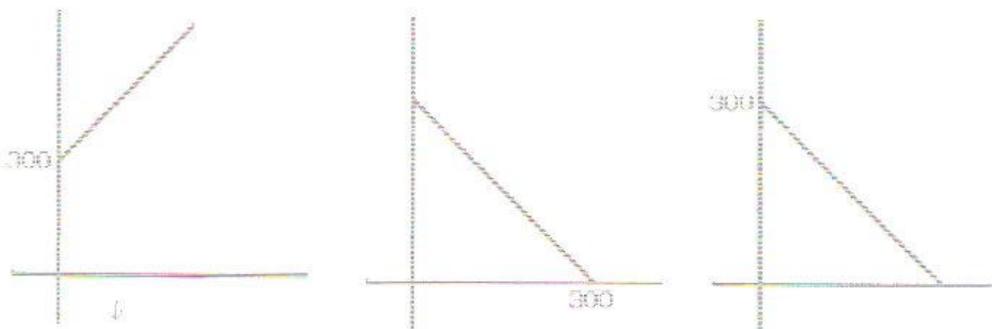
1 ; 100 para el helado

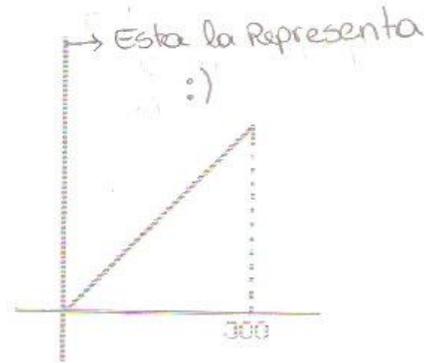
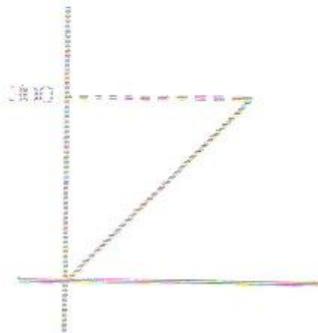
1 ; 200 para el chocolate

Defina a tu parecer ¿Qué es proporción directa?

la igualdad de 2 variables ej si una aumenta la otra igual como el precio del pan, + más pan + tendre que pagar.

De acuerdo a los 2 casos anteriormente ¿Cuáles es la mejor representación grafica?





2) En la Shonen Jump (revista de publicaciones de mangas) diariamente llegan 125 mangas para la publicación

Mediante una representación algebraica (ecuación) modele el siguiente caso, además ejemplifíquelo mediante un gráfico.

125 · Días = Mangas. ∞ ∞

$125x = y$

$y = 125x$
 $x = 1 \rightarrow y = 125$
 $x = 2 \rightarrow y = 250$
 $x = 3 \rightarrow y = 375$
 $x = 4 \rightarrow y = 500$

Ahora bien el costo de producción de un manga conlleva como valor de inicio de 152 pesos por impresión y 10 pesos por cada hoja.

¿Cuál es el valor de un manga de 125 hojas? Y ¿el valor de 40 páginas? (20 hojas)

$1 - 152 + 10x = y$ $152 + 10 \cdot 20 = y$
 $1 - 152 + 10 \cdot 125 = y$ $152 + 200 = 352$
 $152 + 1250 = 1502$

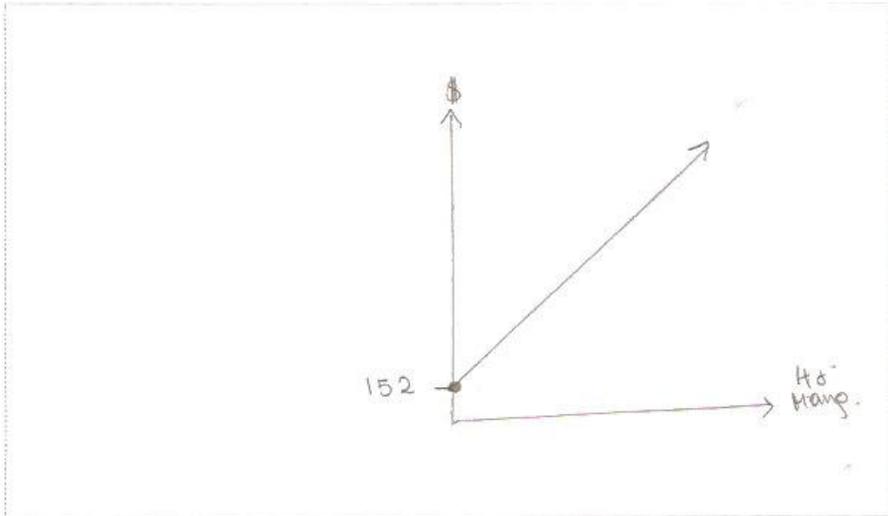
el valor de un manga es de \$1502, y de 40 pag. es de \$352

ICS1

SEMINARIO DE PEDAGOGIA
SEMESTRE HONORARIO 7

Pedagogía en matemática e informática educativa

Represente la situación anterior mediante una ecuación y su gráfica correspondiente.



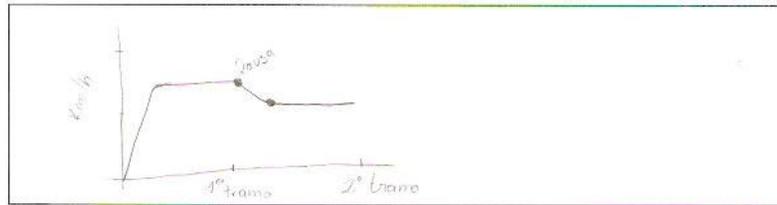
Evaluación 2

Durante un viaje dos amigos deciden realizar distintos recorridos para ir a la playa.

1 En el primer recorrido deciden ir con una velocidad constante durante el primer tramo del viaje, se detiene y decide disminuir la velocidad por presenciar a una patrulla de carabineros, manteniendo siempre la velocidad constante

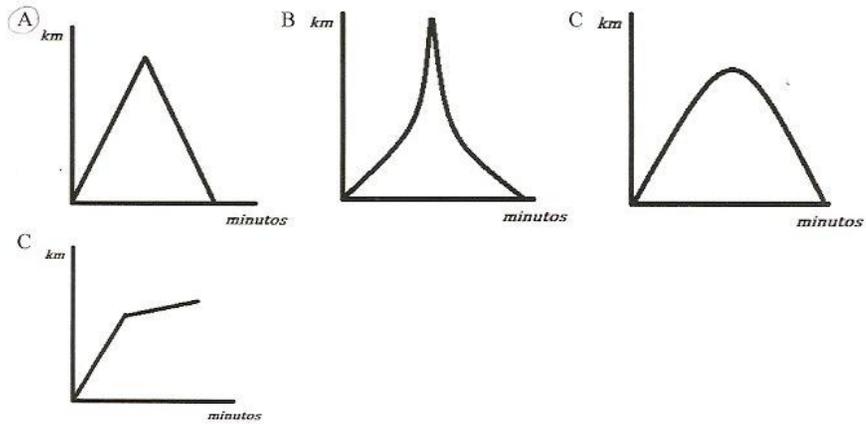
A) Representa la situación anterior con una grafica.

$t_1, t_2 + t_0$



2 El otro amigo como está muy obsesionado con la película rápido y furioso decide aumentar durante el transcurso del tiempo la velocidad de su auto, en el momento que alcanza la velocidad máxima una patrulla de carabineros aparece en una curva, obligadamente el amigo desacelera la velocidad para recibir un parte por carabineros.

¿Cuál de las siguientes representaciones graficas describe de mejor manera el caso anterior?
Y ¿Por qué?



1º que aumenta su velocidad constantemente hasta llegar a la velocidad máxima y luego que desacelerar obligadamente hasta detenerse.

- 3 Realiza una representación algebraica de estos sucesos a tu parecer. Y ¿Por qué?

1º recorrido:

tiempo total = tiempo del recorrido + la pausa

$$t_t = t_r + t_p$$

2º recorrido:

$$t_t = t_r + t_{\text{hasta detenerse}}$$

¿Qué que ven
parece 1/2?

Cuestionario sobre modelos lineales y cuadráticos

Nivel de estudio profesional

a) profesor b) licenciado c) ingeniero d) otro

¿Qué relación ve Ud. Entre los modelos lineales y los cuadráticos? (semejanzas y diferencias)

semejanzas: - La utilidad en representar situaciones de la vida real y pueden comportarse de manera similar en la utilización de variables dependientes e independientes.

diferencias: - fundamentalmente los gráficos son distintos (recta y parábola respectivamente).

Durante el ejercicio de su labor ¿ha trabajado con sus alumnos el concepto de "linealidad" y "no linealidad"?

Si

En el caso afirmativo, ¿que elementos de *linealidad* aplica en clase para realizar conexiones al significado de *no linealidad*?

Diferentes ejemplos y ejercicios donde se representa el gráfico de una línea recta y aquellos casos en que no se cumple.
Asociando valores a lo posible dependiente e independiente y algunos casos donde existe un valor nulo.

En el caso negativo, ¿Por qué no se trabaja estos conceptos?

Con respecto a los alumnos ¿Cuál es la dificultad más evidente al trabajar con modelos lineales y modelos cuadráticos?

- a) no manejan los conceptos de lineal y cuadráticos.
- b) no pueden modelar situaciones.
- c) no pueden resolver ejercicios.
- d) otros, especifique.

*Siempre ha sido un problema para los alumnos de-
scribir la matemática o aplicaciones de la vida cotidiana,
en esto también somos responsables los profesores.*

¿Utiliza un apoyo de textos u otros medios para abordar los modelos lineales y cuadráticos?
Especifique

*- Guías de trabajo
- Software Geogebra (este año no se pudo en el colegio
por problemas de fuerza mayor)*

Con respecto al trabajar con modelos lineales y no lineales, ¿Qué aspecto le otorga mas importancia de menor a mayor? y ¿Por qué?
Algebraica/Geométrica/numérica/verbal.

*Máxima importancia a la parte algebraica y
geométrica por su aplicación en pruebas textuales
como SIMCE y PSU.*

uesh

UNIVERSIDAD CATOLICA
SILVA HENRIQUEZ

Pedagogía en matemática e informática educativa

En el caso de trabajar con representaciones graficas ¿utiliza alguna TICS como medio de apoyo? Indique cada una de las TICS

- Geogebra
- Excel
- ppt.