

**ucsh**

**UNIVERSIDAD CATOLICA  
SILVA HENRIQUEZ**

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**

*Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias  
Departamento de Educación Matemática*

# **LA FUNCIÓN CUADRÁTICA EN LA DOCENCIA:**

**“La concepción del profesor de matemática de enseñanza media, en relación al comportamiento de los parámetros del registro algebraicos de la función cuadrática en la representación gráfica de la función”**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO  
EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PEDAGOGÍA  
EN MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

OPAZO ARELLANO, CLAUDIO ENRIQUE

MÁRQUEZ ORELLANA, FERNANDO ANTONIO

PROFESOR GUÍA:

GÓMEZ CASTRO, CARLOS ALBERTO

SANTIAGO, CHILE

2011

## *Agradecimientos:*

*El grupo de investigación, agradece a todos los que han sido parte de este proyecto, el cual dio como fruto, el reconocimiento de los valores centrales de nuestra formación y de nuestro espíritu formador, que hemos desarrollado en el tiempo.*

*De manera particular y afectuosa, agradecemos a nuestro profesor guía por ser un punto de referencia a lo largo de nuestra formación, inculcándonos el desafío de educar en conciencia y con entusiasmo, en virtud del desarrollo de nuestros alumnos.*

*Agradezco a mis padres, abuelos y novia por todo el apoyo entregado durante este largo proceso, además a todos los profesores que fueron partícipes de éste, en especial al profesor director de seminario por todo el apoyo y consejos durante el presente. (Fernando)*

*Quiero expresar mis sentidos agradecimientos a mi familia, en virtud de ofrendar y depositar en mí, la confianza suficiente para cursar con éxito el desarrollo de este proceso en mi vida. Junto con ello, expreso mis agradecimientos a dos grandes amigos, los cuales fueron parte de la construcción y desarrollo de este trabajo, con cariño a Alex y Melisa. Mi plenitud la encuentro en este trabajo, cuando observo la felicidad de mis padres como logro personal de mi formación. (Claudio)*

## ÍNDICE

RESUMEN .....	3
INTRODUCCIÓN.....	4
CAPITULO I: SOBRE EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	6
INTRODUCCIÓN.....	7
PRIMER ACERCAMIENTO DEL PROBLEMA.....	9
OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN.....	10
Objetivos específicos:.....	11
ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN, SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE .....	12
CAPITULO II: ACERCA DEL MARCO TEORICO .....	21
A MANERA DE INTRODUCCION.....	22
DESARROLLO CONCEPTUAL DE LA MATEMATICA EDUCATIVA.....	23
Perspectiva Socioepistemológica.....	25
Análisis teórico de la Función Cuadrática.....	27
Análisis Cognitivo .....	27
Análisis Didáctico de la función cuadrática.....	30
CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO .....	52
MARCO METODOLÓGICO .....	53
Estudio Exploratorio - Descriptivo .....	54
Diseño Metodológico.....	55
Ingeniería didáctica.....	55
Análisis Preliminar .....	58
Análisis a priori .....	63
Experimentación .....	67
Análisis a Posteriori .....	69
Consideraciones del Análisis a Posteriori.....	91
CAPITULO IV: CONCLUSIONES .....	94
CONCLUSIONES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN .....	95
Proyecciones de la tesis.....	102
CAPITULO V: BIBLIOGRAFÍA .....	103
Trabajos citados .....	104
ANEXOS .....	106

## RESUMEN

Como parte de nuestro proceso de formación, hemos tenido la oportunidad de evidenciar la dificultad que existe en relación al proceso de enseñanza – aprendizaje, del concepto de función, lo cual nos hace centrar las miradas en una en particular, cuya característica es ser enseñada por los docentes de nuestro país durante la formación escolar de nuestros alumnos.

En este contexto, declaramos que nuestra investigación tiene por objetivo establecer, analizar y evidenciar las competencias que los docentes de matemáticas de enseñanza media poseen sobre la función cuadrática. En este contexto, declaramos que el estudio se centra en la utilización y conocimiento que posean ellos, sobre el comportamiento de los parámetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  del registro algebraico de la función cuadrática en su representación gráfica.

Para cumplir con nuestro objetivo de investigación, se determinó desarrollar un análisis que permitiera sustentar ésta, lo cual implicó considerar la perspectiva teórica mediante la aproximación de la Socioepistemología, así como también, la realización de un análisis práctico, mediante la aplicación de un instrumento de recolección de información coherente y sustentable, que ofreciera la oportunidad de levantar conjeturas sobre su aplicación, lo cual indujo en nuestro trabajo, desplegar la ingeniería didáctica, como metodología en la aplicación y análisis de este instrumento.

La finalidad de este trabajo, es valorar la comprensión y utilización de los parámetros de la función cuadrática por parte de los docentes, en virtud de que sus concepciones, son trasladadas al alumno de forma directa en el proceso de enseñanza que éste guía, mediante el discurso escolar que genera en la formación de los estudiantes.

## INTRODUCCIÓN

Para dar inicio a la presente investigación nos hemos preguntado cuál es nuestro punto de referencia en torno a ella, de tal forma de guiar desde el primer momento la construcción de esta investigación y ofrecer una línea clara que permita en el tiempo dar sentido a los elementos que serán expuestos en ella, con el fin de argumentar teórica y prácticamente nuestro objetivo de investigación. A partir de lo anterior, hemos acordado realizar una investigación que permita determinar, analizar y evidenciar las competencias de los profesores de matemática de enseñanza media, en relación a la utilización y conocimiento que posean ellos sobre la relación entre los parámetros de la representación algebraica de una función cuadrática y el comportamiento de estos en su representación gráfica. Para ello, ofreceremos antecedentes teóricos y prácticos, con el objeto de analizar las distintas variables que están presentes en nuestra investigación.

Ahora bien, con el objeto de ofrecer un sustento práctico y teórico coherente con nuestra investigación, el cual nos permita brindar los antecedentes correspondientes para esta, hemos considerado aplicar un instrumento de investigación que ha sido diseñado a partir de un estudio sobre la dimensión de profesionalidad de la función docente en matemática, en profesores Mexicanos. Para el caso de nuestra investigación, se aplicará este instrumento en profesores chilenos, de tal forma de analizar las competencias que logran los profesores de matemática de enseñanza media, en torno a reconocer el comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática, en la representación gráfica de la función.

Al considerar lo anterior, destacamos que nuestro trabajo de investigación, el cual nos permite optar al grado de licenciados en educación, contempla la aplicación del instrumento de recolección de información, antes mencionado, cuya característica es de tipo exploratorio – descriptivo, con variables de estudio de tipo cualitativas – cuantitativas, el cual consta de tres actividades que tienen como objetivo recoger las concepciones que mantienen los profesores en relación a nuestra investigación.

En el caso del sustento teórico, el grupo de investigación se ha adherido a la aproximación Socioepistemológica de tal forma de ofrecer a partir de ella, ciertos antecedentes teóricos que nos permitan sustentar nuestra investigación. Esta aproximación teórica, es parte de la disciplina denominada Matemática Educativa, la cual considera como problemática fundamental la enseñanza o aprendizaje de las matemáticas, a partir del estudio de los fenómenos didácticos que suceden cuando se introduce un saber matemático al sistema de enseñanza, tal como lo expresa Cordero en sus estudios que dan cuenta de esta disciplina.

Ahora bien, es importante destacar en este contexto que la aproximación teórica de la socioepistemología contempla en ella, cuatro ejes o líneas que sustentan una mirada particular, en relación a como visualizar los elementos que están implicados e interactúan en el proceso de enseñanza – aprendizaje al ser parte del proceso educativo de nuestros estudiantes y de nuestro rol como futuros docentes.

Al inicio de nuestro trabajo, ofreceremos un conjunto variado de elementos y antecedentes que están en relación tanto a la aproximación socioepistemológica como a otras perspectivas, de tal forma de generar un primer acercamiento a nuestro problema de investigación, destacando que de la aproximación antes mencionada, será la perspectiva didáctica la cual tomará relevancia como antecedente, ya que es ahí donde encontramos, a nuestro parecer, las líneas de trabajo que permiten instalar en el alumno de enseñanza media la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en su representación gráfica, tal que ofrece la posibilidad de centrar nuestras miradas en las estrategias pedagógicas, que ofrecen los docentes que en la actualidad son parte del sistema educativo. Para ello, observaremos elementos importantes dentro de la vida profesional de un docente, como son el Marco Curricular Nacional y los textos escolares de matemáticas, dado que son dos elementos que a nuestro parecer están presentes en la enseñanza que brinda el docente, pero además, son instrumentos que permiten visualizar la existencia de la relación que hemos configurado como objetivo de investigación, en los documentos oficiales que han sido confeccionados y otorgados por el gobierno de Chile.

Por último, creemos importante destacar a nuestro parecer, la relevancia que existe hoy en torno al concepto de función, lo cual se evidencia en el último tiempo, en las investigaciones que giran sobre el estudio de este concepto, a partir de diferentes perspectivas o aproximaciones de investigación tanto a nivel de educación media, como también a nivel de enseñanza superior, situación que genera entonces nuestro primer interés en concentrar una mayor preocupación a un concepto que siempre esta presente como tal, en investigaciones que son parte de estudio que optan al grado de licenciado, magister o doctorado tanto a nivel nacional como internacional, lo cual nos permite considerar importante entonces, tratar este concepto en esta instancia, en virtud de lo anterior y de la valoración que ha tenido en nuestro proceso de formación docente, al ser un compañero transversal en este proceso, lo cual es sin duda un respaldo importante a considerar a la hora de pensar en un tópico a estudiar o analizar en un instancia tan decisiva como lo es nuestro trabajo final, que nos permite optar al grado de Licenciados en Educación.

**CAPITULO I:**  
**SOBRE EL PROBLEMA DE**  
**INVESTIGACIÓN**

## INTRODUCCIÓN

Cuando observamos la Educación Matemática chilena, vemos en ella como los estudiantes mediante la enseñanza de sus profesores realizan el estudio de un conjunto de conocimientos y conceptos matemáticos, que son parte de los contenidos mínimo obligatorios que todos ellos debieran tener como sustento a la hora de enfrentar las evaluaciones estandarizadas, que actualmente son parte del sistema de ingreso a las universidades de nuestro país, pero a la vez, son de gran importancia y necesarios para una futura educación. Es en este punto, donde entra en juego un concepto que, a nuestro parecer, cumple un rol importante dentro del Marco Curricular Nacional de la educación media y superior, dado que es ahí, donde se debe instalar el concepto como tal, en virtud de su importancia y trascendencia en la formación del alumno, nos referimos al concepto de función.

La importancia de dicho concepto, es en primer lugar el tránsito que éste realiza por todo el programa de enseñanza media, al estar presente en casi todas las disciplinas de esta formación, como lo son el caso de las ciencias naturales: de la física, la química y la biología. Sin embargo, su importancia también recae en la relación directa que lo vincula con otros temas, tales como límite, derivada e integral, tópicos que son fundamentales en la revisión de los cursos de cálculo en la educación universitaria, lo cual nos da señales claras, de que es de suma importancia el arraigar este concepto en los alumnos durante el proceso de formación que se dirige en la enseñanza media. Esto en virtud de manifestaciones concretas en torno a estudios que se han realizado al observar ciertos fenómenos en la educación universitaria, tal como lo afirma López Alonzo (2009):

*“Se dedica todo un semestre y una asignatura al estudio del concepto función, existen numerosas investigaciones que dan evidencia de un conjunto de dificultades presentes en el aprendizaje de los estudiantes y que distan de ser solucionadas cuando comienza la enseñanza del Cálculo”.*

La noción de función, tiene la capacidad de dar muestras en ella misma de su importancia, a partir de su devenir histórico como reflejo de los avances que han desarrollado y sostenido en el tiempo, lo cual sin duda nos decreta los cambios por los cuales ha transitado desde hace más de 4.000 años, cuando en sus comienzos se consideraba como parte del lenguaje cotidiano de las personas. Luego, pasando por las ideas más primitivas de relación y hoy vista como un objeto matemático imprescindible, lo cual es el mejor reflejo de que estamos en presencia de una noción o concepto que nosotros categorizamos como primarios dentro del mundo

educativo y erudito de la matemática, tal que “una buena parte de las Matemáticas, ha sido construida generalizando cada vez más la noción de función” (Farfán & Garcia, 2005).

Considerando lo mencionado sobre la importancia del concepto de función y sus dificultades en su aprendizaje, destacamos la relevancia que tiene la enseñanza por la cual pasan los alumnos de nuestras escuelas, a partir de las estructuras conceptuales con las cuales cuentan los maestros de dichas instituciones, las que son puestas en práctica en torno a un objetivo común, que es generar un pensamiento matemático coherente con las necesidades del ser humano. Esta importancia que logra la enseñanza, se manifiesta claramente en el proceso de adquisición de conceptos tales como el de función y en nuestro caso, la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función.

Tal como se manifestó al inicio de nuestro trabajo el grupo de investigación ha centrado su estudio a partir de consideraciones que han sido observadas a lo largo de nuestro proceso de formación, donde hemos dado cuenta de las dificultades presentes en el concepto de función y, específicamente, de la función cuadrática, ya que los docentes mantienen sus miradas centradas en los aspectos algorítmicos del análisis de esta función. Además, se puede encontrar en ellos, ciertas miradas rígidas en torno a la enseñanza de los tópicos matemáticos que están presente en los programas de estudios, lo cual llega al punto de despreciar la utilización de herramientas tecnológicas que en la actualidad están presentes en los centros escolares, como un recurso válido a la hora de permitir acercar el pensamiento matemático a los estudiantes en las distintas nociones que deben adquirir en relación a su proceso de formación escolar.

Posturas tan clásicas y rígidas sobre la enseñanza de las matemáticas, pero respetadas por nuestro grupo, es a nuestro parecer lo que impide en el alumno generar en el tiempo un tránsito entre los distintos tipos de registros que se pueden utilizar en la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática, lo que genera conflictos en la obtención de significados concretos en los estudiantes. No obstante, teniendo presente que este tránsito ofrece un trabajo que debe ser arraigado en el actuar del docente, de tal forma de generar de manera posterior una secuencia coherente al alumno, teniendo en consideración el obtener al final del proceso la competencia de trasladar su pensamientos por los distintos registros por los cuales puede pasar el concepto de función cuadrática.

Ahora bien, como parte de nuestro desarrollo profesional, a partir de nuestras prácticas tempranas o trabajos temporales en recintos educativos, hemos

evidenciado el dialogo cognitivo que mantienen los profesores con los estudiantes sobre el tema en cuestión y las dificultades que se generan a partir éste. Sin duda este trabajo de investigación nos permite aportar en nuestra disciplina, un estudio coherente, que apunte ha determinar la presencia de las competencias sobre la relación entre los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática y sus comportamientos en la representación gráfica de la función en los profesores de enseñanza media, teniendo presente elementos teóricos que se han realizado a partir de la búsqueda de ciertas respuestas, en torno a las inquietudes que van surgiendo en el desarrollo de este concepto.

## **PRIMER ACERCAMIENTO DEL PROBLEMA**

Declaramos que de los cuatro ejes que componen a la socioepistemología, hemos escogido a uno de los elementos que encontramos en ella, tal que nos permite aproximar éste a nuestro objetivo de investigación, el cual cumple con determinar, analizar y evidenciar la comprensión de los profesores de enseñanza media sobre la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de éstos en la representación gráfica de la función. El elemento del cual hacemos mención, considera en él una parte importante de nuestro futuro rol docente, tal que de éste se puede desprender la posibilidad de conocer la visión con la cual se esta difundiendo o adquiriendo la noción de función, en virtud de que en la actualidad investigaciones en el tema fecundan ideas, como la planteada por López Alonzo (2009):

*“Actualmente, la forma de tratamiento con el que se presenta el concepto función en el ambiente escolar, propicia la generación de ideas erróneas en el estudiante, generando de esta forma, que el entendimiento de éste concepto se convierta en un desafío. Esto se debe a que por lo general, en la enseñanza del concepto función, se centra la atención en el procedimiento, pero este énfasis no ha sido eficaz para la construcción de concepciones fundamentales y que son significativas para permitir la interpretación y la utilización de la función”.*

Este antecedente, nos permite ofrecer un primer punto de partida, en torno a nuestra investigación. Sin embargo, nos deja con la tarea de proporcionar aún más elementos que estén vinculados al concepto de función y función cuadrática, como por ejemplo, los aspectos cognitivo que están presente en este concepto, junto con aquellos que son parte del proceso de enseñanza-aprendizaje que se establecen

en las aulas de nuestras escuelas, como es el caso del Marco curricular Nacional y los textos escolares de matemáticas.

Con el objeto de dar cabida a las distintas miradas y preocupaciones que consideramos prudente enfrentar como registro de nuestro estudio, hemos adherido nuestro trabajo a un marco teórico que nos permita mantener durante nuestra investigación una visión periférica, pero robusta a la hora de encontrar en ella elementos contundentes y coherentes a las necesidades de nuestra investigación. Para ello, hemos considerado acoger a la aproximación teórica de la Matemática Educativa, como es la Socioepistemología.

La aproximación socioepistemológica tiene como interés la necesidad de centrar la discusión en las prácticas sociales, lo cual es sin duda una oportunidad sincera de obtener una mirada completa pero sistemática de los elementos presentes en el concepto de función cuadrática, ya que esta aproximación nos permite explorar y entender cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático considerando su entorno social, es decir, cómo desarrollan una manera matemática de pensar a partir de un entorno particular.

Sin embargo, como ya hemos mencionado, nuestras miradas estarán puestas en el aspecto de enseñanza de la relación que hemos mencionados como nuestro objeto de estudio, mediante la aplicación de un instrumento de investigación a los profesores de enseñanza media de diferentes colegios chilenos.

## **OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN**

Nuestra investigación tiene por objetivo determinar, analizar y evidenciar las competencias que logran los profesores de matemáticas de enseñanza media, entre la relación de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática y el comportamiento de éstos en la representación gráfica de la función.

Para cumplir con el objetivo planteado, se ha determinado establecer como punto de referencia de nuestra investigación, a profesores de matemáticas de enseñanza media, ya que son ellos los que imparten este tópico en la formación del alumno. Por lo cual, consideramos prudente aplicar en este contexto, un instrumento de recolección de información de tal forma de obtener nuestro objetivo antes mencionado. Éste, fue construido por María Ojilvie Terrones Arellano, en torno a observar la dimensión de profesionalidad de la función docente, en profesores

mexicanos, en virtud de observar una desvalorización profesional y económica de los profesores, a partir de la pérdida del status social de la figura de éstos en cuanto a su función como intelectual y en la percepción salarial de su trabajo.

Se ha considerado a este instrumento como parte de nuestra investigación, aún teniendo en cuenta que fue confeccionado para otro fin, ya que posee dentro de su estructura, elementos significativos para nuestro estudio como es, el análisis del comportamiento de los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática en la representación gráfica de la función, lo cual nos permite fundamentar nuestra investigación con elementos concretos en torno a la concepción que tienen los profesores de matemáticas de enseñanza media sobre nuestro objetivo de investigación.

Ahora bien, para cumplir con nuestro objetivo, nos hemos planteado el desafío de responder a:

¿Los profesores de matemática de enseñanza media, poseen como competencia la comprensión de la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función?

### **Objetivos específicos:**

Con el objeto de intentar dar cabida a nuestro objetivo de investigación, hemos considerado poder desarrollar las siguientes líneas de trabajo:

- Revisar y analizar el estado del arte, en torno a los antecedentes que dan cuenta de información concreta sobre elementos cognitivos en torno a la función cuadrática.
- Describir la literatura matemática escolar, a partir de tres textos escolares, los cuales son utilizados en el proceso de formación del estudiante.
- Estudiar y presentar evidencias del programa de estudio correspondiente al nivel de tercero medio, del Marco Curricular Nacional de Chile.
- Analizar la información recogida mediante la aplicación del instrumento de investigación, confeccionado por María Ojilvie Terrones Arellano.

Los objetivos específicos anteriormente declarados, son los elementos que se han escogidos con el objeto de dar un cuerpo coherente y sustentable a lo largo del desarrollo de nuestra investigación, pero a la vez, son elementos que utilizaremos como punto de referencia, de tal forma de responder a nuestra pregunta de investigación y cumplir con nuestro objetivo de la misma que es poder determinar, analizar y evidenciar la comprensión de la relación entre los parámetro de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función por parte de los profesores de matemática de enseñanza media .

## **ANTECEDENTES DE INVESTIGACIÓN, SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE**

Al dar inicio a la revisión de los antecedentes que existen en la actualidad sobre nuestro interés de investigación, queremos dejar constancia del hecho de que el foco estará puesto en el concepto de función, más que en el de función cuadrática, lo cual tiene su justificación, en que los estudio que se han realizado giran en relación al concepto macro, es decir, centran la atención del estudio sobre la enseñanza y aprendizaje del concepto de función como tal, teniendo en cuenta que las familias de ésta derivan dificultades y obstáculos propios del concepto de función.

La noción de función, tal como ya lo habíamos establecido anteriormente, en la actualidad cumple un rol preponderante dentro de la formación escolar media y superior en nuestro país, esto queda evidenciado en las prácticas continuas que se realizan de su conceptualización en los distintos ámbitos del sistema educativo, ya sea en las ciencias naturales, en la utilización de las tecnologías o en nuestra disciplina como objeto matemático.

Apelando a su status dentro del sistema educativo, se han realizado un sin número de investigaciones en torno a la búsqueda de ciertas respuesta o interrogantes que involucran la concepción del concepto de función y su aplicación en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Es por ello, que dentro de la mirada que nosotros hemos adherido, nos interesa dar cabida a ciertos elementos que han sido ya determinados en dichos estudios, de tal forma de poder construir una visión general acerca de cuáles han sido algunas de las líneas que se han desarrollado durante este proceso.

Un primer acercamiento, es la postura que ha considerado Vygostky al considerar “el conocimiento como el producto de la interacción social y cultural, concibiendo de esta forma, al individuo como un ser eminentemente social, y al conocimiento mismo

como un producto social” (Ferrari, 2001). Lo cual nos indica además, que los procesos psicológicos superiores (como la comunicación, el lenguaje y el razonamiento) se adquieren primero en un contexto social y luego se internalizan, tal como lo plantea Ferrari (2001) en su estudio, aludiendo a Vygostky al referirse que:

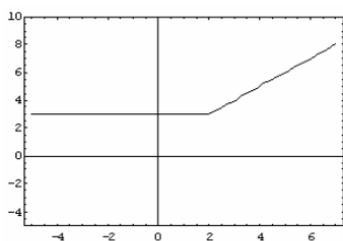
*“Un proceso interpersonal queda transformado en uno intrapersonal. En el desarrollo cultural del niño, toda función aparece dos veces: primero a escala social, y más tarde, a escala individual; primero entre personas (interpsicológica), y después, en el interior del propio niño (intrapsicológica). Esto puede aplicarse de igual forma a la atención voluntaria, a la memoria lógica y a la formación de conceptos. Todas las funciones psicológicas superiores se originan como relaciones entre seres humanos”.*

A partir de esta mirada psicológica y atendiendo a nuestro interés por considerar en este apartado referencias sobre algunas escuela que comparten concepciones en torno al cómo se genera el conocimiento, damos espacio a continuación a la exposición de éstas, a partir de consideraciones como las de Tall, Vinner y Ferrari (2001), los cuales plantean en sus investigaciones realizar una distinción entre el modo en el que un sujeto piensa sobre un concepto y la definición formal de éste, lo cual es la primera señal en alertar la existencia de un conflicto entre la estructura de la matemática y los procesos cognitivos para adquirir determinados conceptos.

En esta línea de trabajo, estos investigadores acuñaron el término imagen del concepto, para describir la estructura cognitiva que es asociada a él, la cual incluye todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados con el mismo. Además, establecieron la definición de concepto para describir formalmente a éste, con el objeto de explicar cómo el estudiante usaba dichas imágenes para resolver problemas que involucraban a la función. Esto, ya que los investigadores planteaban el hecho de que las personas recuerdan más los aspectos visuales de un concepto, que los aspectos analíticos del mismo, gracias a las representaciones e imágenes mentales, impresiones y experiencias asociadas de un determinado concepto.

Dentro de los aportes que ambos investigadores dejaron como legado, fue la presentación de ciertas referencias, en torno a las concepciones de los estudiantes en relación al concepto de función, presentadas en (Montiel Espinosa, 2005), donde:

Los estudiantes asumen como función sólo aquellas graficas que tengan forma regular.



(a)

*.. esto no es una función, porque primero está horizontal y luego empieza a crecer..*

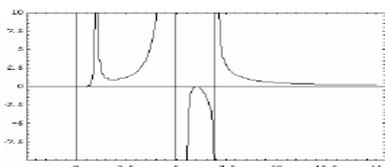
Una función definida por n intervalos, se asume como n funciones.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ -x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 10 \\ \text{sen } x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

(b)

*.. aquí tenemos 3 funciones de x...*

En la grafica de una función discontinua se consideran las partes como funciones distintas.



(c)

*... aquí hay 4 funciones...*

Dados los pares ordenados en una tabla, se asigna a cada par ordenado una función.

x	y
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

(d)

*...(-2, 4) es de la función ... (-1, 0) es de la función ...*

A continuación, ofreceremos como referencia en relación a investigaciones que se han realizado en torno a la enseñanza y el aprendizaje del concepto de función, a uno de los trabajos que se reconoce por su importancia en el medio, sobre todo por los fenómenos didáctico en torno a este concepto.

Montiel Espinoza (2005), presenta en su trabajo de investigación a Ruiz, quien es reconocido por presentar una visión sobre el plano epistemológico – didáctico, donde, si bien, hace un análisis exhaustivo de corte cognitivo de los resultados de otras investigaciones, caracteriza las concepciones que manifiestan los estudiantes sobre la noción de función, atendiendo a los distintos aspectos que configuran a dicha concepciones, tales como las propiedades invariantes que reconocen, las representaciones y las situaciones en las que se utiliza el concepto, como también, pone en manifiesto las condiciones y restricciones que ejerce sobre ellas el sistema de enseñanza, de la cual es parte el alumno.

Ruiz parte en primer lugar, estableciendo las concepciones asociadas a la evolución histórica - epistemológica de la noción de función, lo cual es expuesto en Montiel Espinoza (2005):

- Identificación de regularidades en los fenómenos sujetos al cambio (relación entre cantidades variantes).
- Razón o proporción.
- Gráfica (visión sintética).
- Curva (analítico – geométrica).
- Expresión analítica.
- Correspondencia arbitraria (aplicación).
- Función como terna.

Con el objeto de establecer de manera más estructurada los antecedentes que están presente en el punto anterior, exponemos el siguiente cuadro que es presentado en el trabajo de investigación de Garcia Zatti (2007), el cual expone de manera detallada cada uno de los puntos presentados en la identificación de regularidades de los fenómenos sujetos al cambio:

Concepciones colectivas o epistemológicas	Caracterización de la concepción			
	Situaciones	Invariantes	Representaciones	Momento histórico
1) Identificación de ciertas regularidades en fenómenos sujetos al cambio: relación entre cantidades de magnitud variable	Todas las ligadas a los fenómenos naturales donde intervienen magnitudes físicas variables.	Establecimiento de regularidades entre las relaciones de causa-efecto.	Medidas de cantidades. Tablas.	Desde la matemática prehelénica, perdurando largo tiempo.
2) Razón o proporción	Todas las ligadas a las magnitudes físicas y en especial en dominios tales como la geometría o la astronomía.	Relaciones de comensurabilidad entre magnitudes homogéneas.	Las proporciones en principio expresaban retóricamente las relaciones establecidas, pasando posteriormente a expresiones $a:b::c:d$	Desde la matemática helénica, perdurando con matemáticos como resme y Galileo.
3) Gráfica (visión sintética)	Todas las ligadas a las magnitudes físicas en las que se intentaba representar gráficamente tanto la variación como la dependencia de dichas magnitudes.	Proporcionalidad entre magnitudes. Relación de dependencia cualitativa representada por medio de una figura describe la cantidad de una determinada cualidad en relación con otra de la cual depende.	Se usaban términos específicos: formas, latitud, longitud. Se representaba la dependencia por medio de gráficos que adquirían su significado de forma global (sintética)	Comenzó en las escuelas de Oxford y París en el siglo XIV y tuvo su representante más significativo en Oresme.
4) Curva (analítico-geométrica)	Se trataba de buscar un método de expresión de las relaciones numéricas establecidas entre determinadas propiedades de objetos geométricos, utilizando esencialmente el método de las coordenadas. Se establecen al tratar de conectar problemas de geometría y de álgebra.	Cuando una ecuación contiene cantidades desconocidas, hay un lugar correspondiente, y el punto extremo de una de esas cantidades describe un a línea recta o una línea curva.	Ejes cartesianos, coordenadas, representación algebraica.	Surgió a través de los trabajos de Descartes y Fermat (siglos XVI, XVII) y permanece en la matemática
5) Expresión analítica	Intramatemáticas (problemas del cálculo infinitesimal) y extratemáticas (problemas de la astronomía y la física)	Se identifican las cantidades variables con las expresiones analíticas. Funciones clasificadas en continuas y mixtas.	Términos como flujentes y fluxiones. Leibniz introduce el término función representándolo con $f(x)$ . Euler lo generaliza como una expresión analítica (desarrollo en serie)	Comienza con los estudios de Descartes y Fermat, prosigue con los trabajos de Newton y Leibniz (siglo XVII) y continúa con los de Bernoulli, Lagrange y Euler (siglo XVII, XVIII)

6) Correspondencia arbitraria: aplicación	Continúan surgiendo de las conexiones entre la física y la matemática. Se tratan también los problemas existentes respecto a la continuidad de las funciones.	Se llega a la noción de correspondencia arbitraria.	El término función se corresponde con la expresión $f(x)$ o bien con $y$ . A partir de la introducción de la teoría de conjuntos y el estructuralismo bourbakista se representa como $f: X \rightarrow Y$ o $x \rightarrow f(x)$ . Las representaciones gráficas siguen utilizando los ejes cartesianos y aparecen nuevas representaciones con fines didácticos: los diagramas de Venn.	Desde los últimos trabajos de Euler sobre funciones arbitrarias (siglo XVIII), continua con los trabajos de Fourier sobre series trigonométricas (siglo XIX) y se consolida con los trabajos sobre números reales de Cauchy, Dedekind, Lobachevsky, Riemann, Dirichlet.
7) Función como terna $f = (F; X; Y)$	Todas las de variación que deben ser modelizadas funcionalmente dentro de cualquier dominio científico.	$f = (F; X; Y)$ es función $\Leftrightarrow G \subset X \times Y, x \in X$ $y \in Y$ , tal que, $(x, y) \in G$ $R$ es una función $\Leftrightarrow x, y, z$ $(x, y) \in R$ y $(x, z) \in R \Rightarrow y = z$	En cuanto a la notación, la expresada anteriormente y en cuanto a las gráficas, se sigue utilizando los ejes cartesianos.	A partir de la estructuración sistemática y lógica de la teoría de conjuntos, principalmente cuando se la tomó como base y fundamento de toda la matemática (fines del siglo XIX y primeras décadas del XX)

Luego Montiel Espinoza (2005) expone en su estudio, tres clases de obstáculos epistemológicos que son parte del trabajo realizado por Ruiz:

- Obstáculos a nivel de creencias y convicciones:
  - *Obstáculo de la concepción estática.*
  - *Obstáculo de la disociación existente entre magnitudes y números.*
- Obstáculos a nivel de esquemas de pensamientos:
  - *Obstáculo de la razón o proporción.*
  - *Obstáculos de la homogeneidad de las proporciones.*
  - *Obstáculo de la concepción geométrica de las variables.*

- Obstáculo a nivel de conocimiento técnico:
  - *Obstáculo de la concepción algebraica.*
  - *Obstáculo de la concepción de la curva.*

Cuando Ruiz estudia el fenómeno de la trasposición didáctica<sup>1</sup> que sufre el concepto de función, realiza las siguientes distinciones, primero como objeto a enseñar, para ello analiza los programas oficiales del sistema educativo español, identificando la concepción de función como aplicación entre conjuntos numéricos, lo cual es presentado en Montiel Espinoza (2005) de la siguiente manera:

- Polinomios – Ecuaciones.
- Proporcionalidad de magnitudes.
- Cálculo Infinitesimal (sucesión, función, función derivada.....).
- Logaritmos (Función logaritmo).
- Trigonometría (Funciones trigonométricas).
- Estadística.
- Significado práctico de las funciones como descripción de fenómenos.

Ahora bien, cuando Ruiz se refiere al objeto de enseñanza, analiza el discurso presente en los libros de textos, donde caracteriza las siguientes nociones; de lo cual da cuenta Montiel Espinoza (2005):

- Expresiones algebraicas o formulas.
- Curvas representadas en un diagrama cartesiano.
- Aplicación entre conjuntos numéricos.

Por último, cuando se refiere como objeto enseñado, analiza los apuntes de los estudiantes, desde donde extrae fenómenos derivados de distintos tipos de contratos, tales como el didáctico, escolar, pedagógico y el de enseñanza en el que viven los alumnos, situación descrita en Montiel Espinoza (2005) a partir de la:

---

<sup>1</sup> Se llama transposición didáctica al proceso por el cual el saber se convierte en un objeto de enseñanza, es decir, ciertos contenidos seleccionados como aquellos que se deben enseñar en un tiempo y lugar dado son transformados en contenidos enseñables. (wikipedia)

- Programabilidad de los temas.
- Permanencia de las convicciones en los diagramas de Venn como soporte intuitivo primordial.
- Uso de herramientas Semióticas como objetos de enseñanza que no figuran en el saber sabio.
- Presentación y manipulación del concepto mediante la progresión: Criterio – formula- construcción de tablas – determinación de dominios-representación gráfica.
- La gráfica se concibe como un fin en si mismo, no como un instrumento del trabajo matemático del alumno.

El investigador agrega a los puntos ya descritos, la inducción que realiza el docente en situación de enseñanza, lo cual se describe en Montiel Espinoza (2005) como:

- Fórmula algebraica.
- Curvas representadas en ciertos ejes cartesianos.
- Aplicación entre conjuntos numéricos.

En sus conclusiones, Ruiz presenta las inconsistencias de los obstáculos didácticos y obstáculos a nivel de conocimiento de los alumnos, como se manifiesta en Montiel Espinoza (2005):

- Las concepciones locales y parciales de los alumnos tiene aspectos coincidentes con las concepciones determinadas en la evolución histórica.
- La enseñanza enfatiza el tratamiento de la función como un objeto de estudio en si mismo, minimizando su consideración como herramienta de la actividad matemática.
- El conjunto de restricciones del sistema de enseñanza induce concepciones muy limitadas y parciales entre los alumnos, las cuales se constituyen en obstáculos para la formación de una concepción más general y completa de la noción de función.

- Los alumnos utilizaron preferentemente otros criterios de decisión que reflejan estadios anteriores de la concepción epistemológica de la función como aplicación.

El trabajo de Ruiz, destaca en el medio investigativo por la capacidad de describir distintos escenarios donde esta involucrado el concepto de función, en torno al estudio de las diferentes componentes de los fenómenos didácticos, lo cual le permite vislumbrar una ampliación del problema, al tomar en cuenta las condiciones en que se lleva a cabo tal fenómeno.

Por último, destacamos el hecho de que investigadores como Cantoral y Farfán (s. f.) presenten la necesidad de observar con mayor detención los aspectos sociales vinculados a la construcción del conocimiento, aún cuando esto permita dejar de la lado en algún grado el ámbito propiamente escolar e incorporar otras prácticas de referencia. Situación que se ve reflejada en la aproximación teórica que incorpora a éste tipo de práctica, a partir de la dimensión epistemológica, cognitiva, didáctica y social, la cual recibe el nombre de aproximación Socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa.

**CAPITULO II:**  
**ACERCA DEL MARCO**  
**TEORICO**

## **A MANERA DE INTRODUCCION**

En el apartado anterior, hemos dado cuenta de nuestro objetivo, del acercamiento al problema y de investigaciones que están en torno a nuestro trabajo de investigación, lo cual permite contar con una mirada periférica sobre esta, pero además, permite visualizar los primeros indicios de ciertas líneas de trabajo, que se deben considerar en torno al concepto de función y función cuadrática, la cual es el centro de importancia e investigación.

Ahora bien, en este apartado denominado marco teórico, daremos espacio a conocer en profundidad diferentes acercamientos concretos que giran en torno a nuestro trabajo.

López Alonzo (2009) expone en sus investigaciones, el hecho de que todo problema de investigación debe, necesariamente, estar conectado con un marco teórico y con teorías específicas que permitan dar significado al mismo, de tal forma que los conocimientos aportados permitan contribuir a la comprensión de los fenómenos didácticos, lo cual es sin duda un punto relevante dentro de nuestra investigación, ya que es una oportunidad de acercar nuestras ideas a un punto concreto pero coherente desde la perspectiva teórica. Es entonces en relación a esto y considerando lo declarado en el primer capítulo, donde se menciona la búsqueda de una mirada sistémica pero coherente con nuestro trabajo de investigación, por lo cual damos cuenta, de la aproximación teórica de la Matemática Educativa. Esta, contempla cuatro líneas de estudio o análisis como son lo epistemológico, lo cognitivo, lo didáctico y el elemento que toma relevancia desde esta aproximación, en relación a la conformación del conocimiento matemático en los alumnos, nos referimos al elemento sociocultural presente en la aproximación antes mencionadas, mediante las prácticas sociales.

## **DESARROLLO CONCEPTUAL DE LA MATEMATICA EDUCATIVA**

Como grupo de investigación, nos hemos adherido a la disciplina denominada Matemática Educativa, nombre que se le entrega solo para ubicar este concepto en un lugar geográfico y conceptual, debido ha que está toma otros nombres de referencia, como por ejemplo, en Europa continental se considera como Didáctica de las matemáticas, versus en el mundo anglosajón, cuyo nombre de referencia es el de Mathematics Education, tal como lo expone (Gómez Osalde, Viramontes Acuña, & Cordero Osorio, 2009). Sin embargo, es importante reconocer que al hablar de estas disciplinas, ya sea por didácticas de las matemáticas o Matemática Educativa estamos haciendo referencia a la misma.

La Matemática Educativa, desde la mirada de autores como Cordero, tiene su problemática fundamental sobre la enseñanza de las matemáticas, o bien, su aprendizaje en virtud de la formulación de preguntas entorno al conocimiento matemático, las cuales oscilan entre su naturaleza, sus formas, condiciones de construcción y sobre las condiciones que se tienen que hacer los individuos, para que se dé tal conocimiento.

Teniendo en consideración lo anterior, se puede generalizar la exploración de esta disciplina a partir de una búsqueda permanente por dar alternativas de solución a problemáticas que están presente en el proceso de enseñanza – aprendizaje, lo cual se refleja en la finalidad que ella posee, al encargarse de:

*“ El estudio de los fenómenos didácticos que se suceden cuando los saberes matemáticos constituidos socialmente, en ámbitos no escolares, se introducen al sistema de enseñanza y ello les obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente tanto a su estructura como a su funcionalidad”* (Gómez Osalde, Viramontes Acuña, & Cordero Osorio, 2009). Fenómenos que a su vez, se entienden, modelan y estudian.

La Matemática Educativa con el tiempo, se ha transformado en una disciplina consolidada como campo de estudio, ya que posee como reconocimiento su preocupación por generar ambientes de enseñanza – aprendizajes, un tanto más efectivos y significativos, a partir del funcionamiento de los que hasta hoy se conoce como los principales actores de todo proceso educativo, nos referimos a: el maestro, el alumno y el saber, en torno a los cuales se han determinado ciertos fenómenos propios de este vínculo entre uno y otro, lo cual se ha esquematizado de mejor

forma en el triángulo didáctico, el cual se puede representar mediante el siguiente esquema:



Sobre los elementos que componen el triángulo didáctico, se han generado algunas teorías que permiten estudiar las relaciones que se establecen entre estos elementos y explicar a su vez, cómo se establecen dichas relaciones, de ahí que Ferrari (2001) recoge la idea de Chevallard al plantear que este sistema didáctico consiste en una relación donde interviene el saber, el alumno y el profesor, para lo cual sugiere que entre el saber y el profesor, se genera una transposición didáctica, luego, para la relación entre el saber – alumno se habla entonces acerca de los fenómenos didácticos<sup>2</sup> y entre el alumno – profesor, se genera un contrato didáctico<sup>3</sup>.

En relación a lo último, Ferrari (2001) expone a Brousseau al plantear que dicho contrato, es el conjunto de relaciones implícitas o explícitas que se establecen entre el profesor y el alumno durante el tratamiento escolar de un saber, con el objeto de dar sentido a la situación de aprendizaje y sistematizar las diversas situaciones propias del aula, generándose así, una responsabilidad recíproca entorno a la administración del conocimiento matemático.

Ahora bien, nos parece importante destacar como referencia, la valorización en el tiempo que ha tenido la disciplina a la cual hemos adherido como grupo de investigación, lo cual se evidencia en la preocupación o interés que ha logrado generar en torno a ella, a partir de la creación de departamentos universitarios que se encargan de un estudio formal de ésta, lo cual se ve reflejado en los cursos o programas de estudios que son dictados en estos departamentos, tales como las

---

<sup>2</sup> Se llama así, al fenómeno que sucede en el aula y que resulta ilusorio de aprendizaje. Usualmente ocurre por efecto de la transposición didáctica y por el contrato didáctico. (wikipedia)

<sup>3</sup> Es la relación implícita o comportamiento que se establece entre el profesor(a) y sus estudiantes, cuando está involucrado el conocimiento a aprender de por medio. (wikipedia)

maestrías o doctorados en Matemática Educativa, instancias que son de importante consideración en el mundo educativo e investigativo a partir de los diferentes marcos teóricos que se pueden contemplar en ella, como por ejemplo:

- Teoría antropológica de lo didáctico.
- Teoría de situaciones didácticas.
- Teoría ontosemiótica.
- Teoría de representaciones semióticas.
- Teoría APOE.
- Teoría Socioepistemológica.

Los cuales brindan una mirada sistemática a las distintas investigaciones que se dan en razón de esta disciplina, ya que el objetivo de los marcos antes mencionados, es brindar una mirada amplia de la Matemática Educativa, mediante reflexiones internas a partir de las mismas.

### **Perspectiva Socioepistemológica**

La Socioepistemología, marca la forma de hacer investigación en Matemática Educativa, ya que reconoce y estudia científicamente los mecanismos sociales de construcción del saber matemático, lo cual permite visualizar el análisis sobre la naturaleza de estas prácticas sociales y su papel en la construcción y difusión institucional del saber matemático, en conformidad al aspecto social en este tipo de estudio, en relación a la construcción de éste saber. Por lo cual, nos referimos a la socioepistemología, como una:

*“consideración de un enfoque de investigación que reconoce el carácter transpuesto del saber matemático que se encuentra en la escuela, la naturaleza sistémica de los fenómenos que producen en los procesos de adquisición del saber matemático y que además, toma en cuenta elementos de naturaleza epistemológica, cognitiva, didáctica y los escenarios socioculturales” (Lezama & Mariscal, 2008).*

Ahora bien, al considerar lo descrito por Lezama en relación al conocimiento matemático, entonces, quien cumple un papel importante dentro de esta teoría, es el aspecto social, didáctico, cognitivo y cultural donde se sitúa dicho conocimiento, por lo cual se considera entonces, que el énfasis socioepistemológico no está puesto en el objeto, sino en la práctica social, de tal forma de modelar situaciones para la

intervención didáctica, tal como lo expone Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez Sierra (2006) que implica poner su atención en la actividad humana.

La socioepistemología plantea que sus estructuras, “se basan en el análisis del conocimiento matemático, social, histórico y culturalmente situado, problematizándolo a luz de las circunstancias de su construcción y difusión” (Crespo Crespo, 2009), lo cual permite desprender el hecho de que esta teoría pone en el centro, más que al concepto, a las diferentes prácticas sociales que tienen asociadas a un determinado conocimiento matemático.

En resumen, podemos mencionar que *“la aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa, se ocupa entonces específicamente, del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional”* (Cantoral & Farfán, 2008).

Si bien hemos dado cuenta de los distintos aspectos positivos de esta aproximación, consideramos adecuado mencionar el problema al cual enfrenta, ya que encontramos en esto una oportunidad real de generar un antecedente conceptual sobre esta aproximación. La problemática que enfrenta, tiene relación con el cómo llevar a la práctica la postura sistémica para analizar las interacciones entre las cuatro dimensiones que la componen. Para ello, la solución clásica a este problema, es el establecimiento de unidades de análisis, cada una de las cuales cuenta con las propiedades significativas de todo el sistema. Dentro de estas unidades se encuentra: la resignificación y las prácticas sociales. Sobre esta última, debemos mencionar que se entiende por práctica social, a aquel conglomerado de supuestos socialmente compartidos, mayoritariamente implícitos, que norma la actividad, tal como lo presenta Garcia Zatti (2007). Un ejemplo de dichas prácticas sociales compartidas se puede encontrar en el trabajo realizado por Buendía Abalos (2004), donde explica la predicción, como parte de esta práctica, lo cual resulta finalmente, un argumento de lo periódico. En este contexto, destacamos que la socioepistemología contempla también como práctica social a la modelación y gráficación, como parte de ella.

Ahora bien, visto desde la socioepistemología, la práctica social, no es lo que hace en sí el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen, tal como lo presenta López Alonzo (2009).

## **Análisis teórico de la Función Cuadrática**

Para llevar a cabo el análisis teórico de la función cuadrática, realizaremos en primer lugar una revisión en torno a los aspectos cognitivo que el concepto de función presenta dentro de su estructura. El objetivo de esto, es establecer ciertas ideas en torno a los aspectos cognitivo que están presente en el proceso de aprendizaje de este concepto.

Luego, en segundo lugar, se presentará como línea de trabajo el desarrollo del aspecto didáctico de la función cuadrática, poniendo el interés de manera preponderante en nuestro objetivo de investigación, a partir de la revisión del programa de tercero medio, correspondiente al Marco Curricular Nacional y los textos de estudio que son utilizados generalmente por los docentes, como un apoyo en la construcción y desarrollo de sus clases. Esto nos permite tener como objetivo, dar cuenta del proceso de enseñanza que se brinda en relación a nuestro interés de investigación.

### **Análisis Cognitivo**

Cuando una persona se enfrenta al proceso de adquirir un nuevo conocimiento, debemos considerar en él, los aspectos cognitivos que están presentes en este proceso, de tal forma de establecer ciertos parámetros teóricos en torno al concepto mismo. Es por lo cual, hacemos mención entonces, a algunos de los que están presentes en relación al concepto de función, de tal manera de generar bases conceptuales con el objeto de acercarnos de manera más prudente a nuestro objetivo de investigación.

Es en este contexto, por lo cual realizamos un primer acercamiento considerando los aspectos que involucran los elementos cognitivos que están presente en los alumnos, ya que son ellos los que reciben de forma directa la enseñanza de sus profesores y por tanto, se puede desprender de su proceso de aprendizaje, ciertos elementos que de forma posterior, nos ayuden a establecer relaciones con la enseñanza que imparten sus docentes. Teniendo en consideración lo anterior, debemos destacar la necesidad de conocer, cómo los alumnos entienden el concepto de función, lo cual nos permitirá contar con una visión periférica sobre nuestro tema de investigación.

Con el objeto de conocer las representaciones conceptuales que logran generar los alumnos sobre un determinado concepto, debemos considerar investigaciones como las de Vinner y Tall (Ferrari, 2001), ya que en ellas, se acuñaron los términos de imagen de concepto y definición de concepto por estos investigadores, con el objeto

de explicar, cómo el estudiante usaba dichas imágenes para resolver problemas que involucraban a la función, teniendo en cuenta, que los estudiantes resuelven y desarrollan los problemas que se les presentan, desde ciertas imágenes de concepto que ellos crean y no desde la definición formal que es facilitada por el docente, o aquellas que están presentes en los textos con los cuales los alumnos desarrollan su formación. Esto nos permite desprender, la necesidad que existe en torno de crear una imagen en relación al concepto de función por parte del alumno, ya que:

*“Para estos autores apropiarse del significado de la noción de función implica formar una imagen de la misma, es decir, tener estructuras cognitivas que se asocien al concepto, incluyendo sus representaciones mentales, procesos y propiedades asociados, mas que la definición formal del concepto, con el cumulo de experiencias en el aula acercar las imágenes del concepto a su definición”* (Montiel, 2005).

En torno a las perspectivas que logran los estudiantes sobre el concepto de función, destacamos la caracterización que realiza Sierpinska a partir de este concepto en relación a los estudiantes, lo cual es expuesto en López Alonzo (2009) de la siguiente manera:

- Concepción Primitiva. Cuando una función es un desplazamiento de puntos sobre el plano o sobre una línea.
- Concepción de razón o proporción. Cuando en el desplazamiento de puntos sobre el plano, la nueva posición se puede describir en relación con la posición inicial por una razón de distancias desde un punto fijo.
- Visión Sintética. Cuando una función se identifica como una representación en el plano. Las funciones son pensadas como objetos geométricos y se clasifican de acuerdo con la forma de esos objetos.
- Tablas Numéricas. Cuando una función viene dada por su tabla de valores.
- Expresiones Algebraicas. Cuando una función se identifica por su ecuación.
- Visión analítica de la curva. Cuando las funciones son ente abstracto en unos ejes de coordenadas.
- Relación funcional. Cuando existe un tipo especial de relaciones que llamamos funciones.

En relación a las observaciones realizadas por este investigador, presentamos cinco obstáculos epistemológicos que Sierpínska expone en su estudio, teniendo en consideración los aspectos cognitivos que están presentes en la conceptualización del concepto de función en los estudiantes, lo cual es expuesto en López Alonzo (2009) de la siguiente manera:

1. Los objetos variables son aceptados en ciencias naturales o en aplicaciones, pero no en la matemática pura.
2. Las magnitudes son entidades cualitativamente diferentes de los números; la proporcionalidad es diferente de la igualdad.
3. Fuerte creencia en el poder de las operaciones formales con las expresiones algebraicas.
4. Lo más importante de la matemática es proveerse de un cálculo poderoso que permita a los científicos resolver sus problemas.
5. Los objetos geométricos son tomados implícitamente como un todo que contiene en él mismo sus longitudes, su área o su volumen.

De los aspectos cognitivos revisados en torno a las investigaciones presentes en este apartado, destacamos la importancia que se brinda al estudio de los aspectos cognitivos en torno al concepto de función por distintos investigadores, lo cual sin duda nos da señales de su importancia en el proceso educativo e interés en conocer aún más sobre aquello. Además, nos parece relevante considerar ideas tan clara como las expuestas por Sierpínska, en relación a la conceptualización que poseen los estudiantes en torno a este concepto, a partir de la caracterización de siete de estas concepciones, las que sin duda a nuestro parecer, se generan por las disposiciones pedagógicas que ofrece el docente en su enseñanza.

Por último, hacemos mención a lo expuesto en López Alonzo (2009) en razón de considerar y resaltar un elemento importante dentro del proceso educativo de todo alumno, nos referimos a las concepciones de quien enseña, tal que aquellas se trasladaran a las futuras concepciones de los estudiantes, lo cual implica en nuestra investigación, el hecho de que:

*“la enseñanza actual del concepto función deja a un lado los argumentos visuales, entre otras causas por no considerarlos como matemáticos, o bien, por la concepción que de la matemática y de la enseñanza se posea sin considerar, por ejemplo, la estructura cognitiva de los estudiantes.”*

## **Análisis Didáctico de la función cuadrática**

Para llevar a cabo el análisis didáctico de la función cuadrática, hemos considerado en esta oportunidad, establecer tres aspectos relevantes como líneas de trabajo, ya que los elementos que la componen son de relevancia en el sistema educativo. Primero, se hará mención a la importancia del docente dentro del proceso de enseñanza - aprendizaje, tal que es ahí, desde donde se puede desprender la importancia del discurso escolar que genera éste. Luego, se revisará el Marco Curricular Nacional, documento oficial con el cual cuenta el docente para orientar y fijar los contenidos mínimos obligatorios en la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, ya que ofrece un marco estandarizado sobre los contenidos a tratar a nivel nacional. Por último, se realizará una revisión de la literatura matemática escolar con la cual se vincula el docente de enseñanza media, de tal forma de extraer de esto una visión concreta sobre cómo abordan la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función.

Se destaca la relevancia que tiene el docente en el proceso de enseñanza – aprendizaje, principalmente por el hecho de encontrar en él, y en el discurso escolar que genera, una transcendencia mayor a la que se evidencia a simple vista dentro del sistema educativo, dado que quién tiene la responsabilidad de educar, es el adulto, aún cuando no lo quiera, lo cual implica que es él quién guía al joven, quién le trasmite lo que tiene o no tiene sentido.

En este contexto, al observar con detención las concepciones del docente, encontraremos en ellas, no sólo su importancia en el actuar bajo su actividad, sino también, observamos como estas se trasladan al alumno en el proceso de enseñanza que éste guía durante su formación. Lo cual se puede evidenciar, de manera concreta, al revisar las distintas evaluaciones de las cuales dan cuenta los alumnos en su formación, ya que es ahí, donde se manifiestan las concepciones de éste y como estas son el reflejo de las presentadas en el proceso educativo que dicta el docente. Esto se ratifica, mediante lo expuesto en Borello (2007) cuando expone la visión de Thompson, al plantear la existencia de una interacción entre las concepciones del maestro y las de sus alumnos, tal que es el docente el principal mediador entre el conocimiento matemático y sus alumnos. Esto toma aún más relevancia, cuando se consideran visiones como las de Crespo y Ponteville expuestas en Borello (2007), donde se presenta la siguiente idea: *“El docente de matemática, enseña la disciplina basándose en sus ideas acerca de ellas y en cómo debiera ser aprendida por los alumnos”*.

Cuando nos hemos referido al docente en este apartado, es en virtud de la consideración que cabe a nuestro parecer, en relación a que es éste uno de los agentes trascendentes dentro del sistema educativo, y por ello, sus concepciones, estrategias y decisiones son importante a la hora de exponer un tema determinado, ya que son un punto de referencia que debe ser mencionado, en virtud de que es ahí, donde se juega gran parte de lo que el alumno aprenderá de forma posterior. En relación a lo anterior, y al considerar la idea expuesta en Borello (2007) en torno a la importancia del docente cuando cita a Brousseau declarando que *“El profesor es quien sabe dónde llevar a los alumnos y cómo llevarlos, pero en el mismo tiempo, tiene que favorecer su libertad y creatividad a fin de propiciar el descubrimiento del sentido de los conocimientos”*, es para rescatar la importancia que tiene el discurso docente en los alumnos, tal que será en el tiempo que las concepciones de los maestros pasen hacer parte de ellos.

El segundo punto que hemos considerado, es la revisión del Marco Curricular Nacional, por el hecho de encontrar en el, un refugio y orientación de los temas por los cuales debe saber transitar el docente de matemática, pero a la vez, porque es éste un apoyo en la orientación de como enfrentar los contenidos presentes en dicho documento, a partir de sugerencias pedagógicas establecidas para el docente, lo cual permite al profesor guiar su clase y enseñanza de acuerdo a lo que el Ministerio de Educación busca otorgar al alumno, como conocimiento base para el futuro desarrollo de éste, en la enseñanza superior.

Ahora bien, hemos optamos por revisar el marco curricular, en virtud de ofrecer como garantía dos cosas. La primera de ellas, es contemplar el hecho de que al ser un documento oficial emitido por las autoridades del gobierno de Chile, brinda automáticamente un grado de seriedad en relación a los objetivos mínimos obligatorios y específicos que en él se plantean, por lo cual, es sin duda una pauta de comportamiento para el docente, coherente con las necesidades de los alumnos y con el interés social que el país busca desarrollar. En segundo lugar, éste documento permite generar un sentido de estandarización entorno a lo que debiera todo alumno de nuestro país, revisar y aprender de manera transversal como parte de su enseñanza en cualquier aula de Chile, no importando su condición social o económica.

Una vez habiendo destacado el por qué se ha considerado revisar el Marco Curricular Nacional, hacemos mención entonces, al hecho de considerar como documento oficial, aquel que en la actualidad se encuentra a disposición de los agentes educativos a lo largo de nuestro país, mediante la plataforma virtual con la cual cuenta el Ministerio de Educación. Asimismo desde donde se tomará como

referencia al programa de estudio de tercero medio, dado que es parte de la unidad curricular que ha sido confeccionada por el Ministerio de Educación de nuestro país, pero a la vez, corresponde al nivel al cual está centrado nuestro trabajo de investigación.

En este contexto, destacamos que el objetivo del programa correspondiente al nivel de Tercer medio, es buscar mediante sus objetivos, contenidos y actividades, responder a dos aspectos; por una parte, articular experiencia en el aprendizaje acorde con lo expuesto en el Marco Curricular Nacional en los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios, establecidos en el decreto N° 220 en mayo 1998 y por otra parte, ofrecer herramientas de apoyo pedagógico - matemáticos, que permitan al profesor, lograr poner en práctica sus estrategias en el aula. En este sentido, destacamos que el programa ofrece descripciones detalladas de los caminos pedagógicos que permiten lograr las nuevas metas que se han querido cubrir, tal que éste viene a impulsar, los nuevos requerimientos que el estado de Chile ha considerado para él. Esto ha implicado incluir en todos los programas de estudio, numerosas actividades, ejemplos con trabajos de experiencias concretas como por ejemplo, la utilización de herramientas tecnológicas, de tal forma de orientar el logro de los aprendizajes esperados por Chile.

Según lo planteado por el programa de Tercero medio, este vendrá a ofrecer una continuación en los procesos de construcción y adquisición de habilidades intelectuales, principalmente en torno a la abstracción, generalización, formulación de conjeturas, entre otros, tales como modelar y predecir el comportamiento de ciertos fenómenos que se dan en diversos contextos.

En este sentido y teniendo en consideración nuestro estudio de la función cuadrática, el programa plantea lo insuficiente que es el solo revisar la función lineal en segundo medio, por lo cual da paso al estudio de la función cuadrática, considerando su representación gráfica, la relación entre esta representación y los parámetros en su expresión algebraica, el tipo de crecimiento que modela y las soluciones de las ecuaciones que se le pueden asociar. Declaramos entonces en este contexto, que el programa de tercero medio se ha estructurado de la siguiente manera, con el objeto de dar cumplimiento a los objetivos descrito anteriormente:

- Unidad Uno:

Las funciones cuadráticas y la raíz cuadrática.

- Unidad Dos:

Inecuaciones Lineales.

- Unidad Tres:

Más sobre triángulo rectángulo.

- Unidad Cuatro:

Otro paso en el estudio de las probabilidades.

Son estas cuatro líneas de estudio por las cuales el presente programa debe transitar, con el objeto de dar cabida a la formación escolar de los estudiantes de tercero medio a lo largo de nuestro país.

A continuación, presentamos los Objetivos Fundamentales que dan sustento teórico al programa de Tercero medio, esto con el fin de observar cuales son los puntos que el Ministerio de Educación, como entidad desarrolladora de este programa, le interesa poder cubrir a partir de sus cuatro ejes bien definidos anteriormente, lo cual se expone de la siguiente manera, en Ministerio (2004):

### Objetivos Fundamentales

Las alumnas y los alumnos desarrollarán la capacidad de:

- Conocer y utilizar conceptos matemáticos asociados al estudio de los sistemas de inecuaciones de la función cuadrática, de nociones de trigonometría en el triángulo rectángulo y de variable aleatoria, mejorando en rigor y precisión, la capacidad de análisis, de formulación, verificación o refutación de conjeturas.
- Analizar información cuantitativa presente en los medios de comunicación y establecer relaciones entre estadística y probabilidades.
- Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.
- Resolver desafíos con grado de dificultad creciente, valorando sus propias capacidades.
- Percibir la matemática como una disciplina que recoge y busca respuestas a desafíos propios o que provienen de otros ámbitos.

Con el fin de describir cuales son los elementos cognitivos que están presentes en la primera unidad, llamada funciones cuadráticas y raíz cuadrada, es por lo cual se presenta a continuación, dichos elementos en consideración a lo expuesto en Ministerio (2004):

## Contenidos

- a. Raíces cuadradas y cúbicas. Raíz de un producto y de un cociente. Estimación y comparación de fracciones que tengan raíces en el denominador.
- b. Función cuadrática. Gráfico de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}y &= ax^2 \\y &= x^2 \pm a, a > 0 \\y &= (x \pm a)^2, a > 0 \\y &= ax^2 + bx + c\end{aligned}$$

Discusión de los casos de intersección de la parábola con el eje x.

Resolución de ecuaciones de segundo grado por completación de cuadrados y su aplicación en la resolución de problemas.

- c. Función raíz cuadrada. Gráfico de:  $y = \sqrt{x}$  enfatizando que los valores de x deben ser siempre mayores o iguales a cero. Identificación de  $\sqrt{x^2} = |x|$ .
- d. Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

A continuación, se describen los aprendizajes esperados para esta unidad, los cuales son de suma importancia en el proceso educativo del alumno, ya que permiten orientar de manera formal y concreta, la búsqueda pedagógica que debe realizar el docente, en torno a las experiencias que permiten dar significado al estudiante y a los elementos que se presentan en el Ministerio (2004) de la siguiente manera:

### Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

- Conocen y utilizan procedimientos de cálculo algebraico con expresiones en las que inter vienen raíces cuadradas y cúbicas.
- Plantean y resuelven problemas que involucran ecuaciones de segundo grado; explicitan sus procedimientos de solución y analizan la existencia y pertinencia de las soluciones obtenidas.
- Analizan la función cuadrática y la función raíz cuadrada en el marco de la modelación de algunos fenómenos sencillos, con las correspondientes

restricciones en los valores de la variable; reconocen limitaciones de estos modelos y su capacidad de predicción.

- Conocen la parábola como un lugar geométrico, reconocen su gráfica e identifican aquéllas que corresponden a una función cuadrática; identifican algunas de sus propiedades y aplicaciones en diversos ámbitos de la tecnología.
- Reconocen el potencial de las funciones estudiadas para reflejar distintos tipos de crecimiento y modelar diversos fenómenos.

Una vez habiendo registrado los aspectos más estructurales que se pueden observar en el programa de Tercero medio, hemos querido destacar, los antecedentes que dan cuenta de las orientaciones didácticas que son parte del programa de este nivel, cuya característica es ofrecer una guía a las prácticas docentes, de tal forma de generar sentido y coherencia en la construcción del concepto de función cuadrática, en los alumnos. Para ello, la orientación que manifiesta el programa de Tercero medio, es acercar el conocimiento de la función cuadrática, principalmente desde su representación, la parábola, a partir de distintos escenarios que permitan modelar situaciones de la vida cotidiana, tales como por ejemplo, el mundo de las comunicaciones, la energía y aspectos que en la actualidad son parte del discurso social y escolar, como es el caso de las diversas plataformas virtuales a las cuales los estudiantes se han adherido en el último tiempo, en virtud de encontrar en ellas, una oportunidad de aunar fuerzas y generar redes de contactos verídicas para su desarrollo personal.

El interés del programa de Tercero medio, al menos desde esta perspectiva, es dar sentido a los aspectos tales como por ejemplo, la relación que existe entre los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la parábola, en cuyo caso, el programa antes mencionado, procura extender la intercomunicación de los aspectos del proceso de aprendizaje del alumno no sólo a la disciplina de la matemática, sino a la vez, hacer interactuar a esta con otras, tales como por ejemplo, las ciencias naturales, a partir de experiencias científicas que implican modelar situaciones en torno a la función cuadrática, como es determinar la intensidad del sonido, calor, presión, temperatura, entre otros. Ahora bien, estos elementos deben interactuar de manera interdisciplinaria, mediante la utilización de computadoras, sensores y calculadoras que permitan registrar estas experiencias científicas, en razón de modelos que puedan ser determinados por los propios estudiantes, gracias a la utilización de estos elementos.

Con el objeto de conocer las orientaciones que están vigentes en el programa de estudio de Tercero medio, se presentará a continuación, una batería de ejemplos orientados a los profesores, tal como lo establece el Ministerio (2004), ya que son ellos los llamados a guiar el cumplimiento de los objetivos antes mencionado, en relación al programa de estudio de tercero medio correspondiente al Marco Curricular Nacional:

### Ejemplo B

En el Norte Chico se descubre una vertiente de agua subterránea que debe ser extraída con bombas. Se sabe que por cada nueva bomba que se conecte, la cantidad de  $m^3$  diarios que es posible extraer con cada bomba decrece en  $5 m^3$ , como puede apreciarse en la tabla siguiente:

Número de bombas	$m^3$ de agua extraída
1	60 (= 1 • 60)
2	110 (= 2 • 55)
3	150 (= 3 • 50)
4	180 (= 4 • 45)
...	...
...	...

I. Completar la tabla hasta un número de bombas que parezca razonable. Justificar su elección.

II. Graficar convenientemente la tabla anterior.

III. ¿Cuál es la máxima cantidad de agua que se puede extraer diariamente de la vertiente? ¿Con cuántas bombas se logra?

IV. ¿Con qué cantidad de bombas comienza a disminuir la cantidad de agua extraída?

V. ¿Cuánta agua se extraerá si se colocan trece bombas? ¿Tiene sentido colocar más bombas?

### Ejemplo C

Interpretan el gráfico que corresponde a la fórmula  $\frac{1}{2}gt^2s$  que representa el desplazamiento de un cuerpo en caída libre, en que g es la aceleración de gravedad y t el tiempo transcurrido.

- I. ¿Qué distancia recorre un cuerpo en caída libre en el primer segundo?
- II. ¿Qué distancia recorre un cuerpo en caída libre en el tercer segundo? Y, ¿en el décimo segundo?
- III. Si un cuerpo se dejara caer desde 2000 m de altura, ¿qué distancia recorrería en el último segundo?

Ya habiendo declarado el tipo de ejemplo que esta presente en el programa de estudio mencionado anteriormente, a continuación se presentará en consideración a lo expuesto en el Ministerio (2004), un grupo de actividades que están enfocadas a orientar la clase del maestro, en torno a nuestro objetivo de investigación:

#### Indicación al docente

Grafican funciones cuadráticas, determinan la relación entre el valor de algunos parámetros y las características del gráfico.

#### Ejemplo A

Graficar, en un mismo sistema de coordenadas, las funciones:

$$y = x^2 ; y = -x^2$$

$$y = 4x^2 ; y = -4x^2$$

Luego, establecer conclusiones relativas a la orientación de las parábolas y a la apertura de sus ramas.

#### Indicaciones al docente

Los estudiantes podrán constatar haciendo numerosos gráficos, de preferencia con un programa computacional adecuado, la relación entre la apertura de las ramas y el valor del coeficiente de  $x$ , por un lado, y la orientación de la parábola según el signo de este coeficiente, por otro.

#### Ejemplo B

Graficar, en un mismo sistema de coordenadas, las funciones:

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x^2 - 1$$

$$y = x^2 + 5$$

$$y = x^2 - 5$$

Es importante que los estudiantes puedan determinar la expresión gráfica de una función que tiene su vértice, por ejemplo, en el punto (0,-4), de tal forma de observar la familia de parábolas que son.

Interesa que los alumnos y alumnas relacionen la expresión algebraica con la gráfica en relación con el parámetro  $c$  de la función.

### Ejemplo C

Graficar, en un mismo sistema de coordenadas, las funciones:

$$y = (x + 2)^2$$

$$y = (x - 2)^2$$

$$y = -(x + 2)^2$$

$$y = -(x - 2)^2$$

### Indicación al docente

En este tercer ejemplo la parábola se desplaza horizontalmente sobre el eje de las  $x$ .

Además, es conveniente determinar las coordenadas de los puntos de intersección de la parábola con ambos ejes.

### Ejemplo D

Graficar, en un mismo sistema de coordenadas, algunas funciones cuadráticas cuya expresión algebraica sea factorizable, tales como:

$$y = x(x + 2) \qquad y = (x + 3)(x - 2)$$

$$y = x(x - 2) \qquad y = (x + 3)(x + 2)$$

$$y = -x(x + 2)$$

Con el objeto de cerrar el ciclo de la presentación de los elementos que son parte del Marco Curricular Nacional, es por lo cual a continuación, presentamos los elementos correspondientes al proceso de evaluación y de confección de ésta, en torno a la propuesta que el programa de Tercero medio ha establecido como objetivo en su estructura, de acuerdo al Ministerio (2004):

Analizan y comparan la gráfica de una función al variar el valor de alguno de los parámetros.

### Ejemplo A

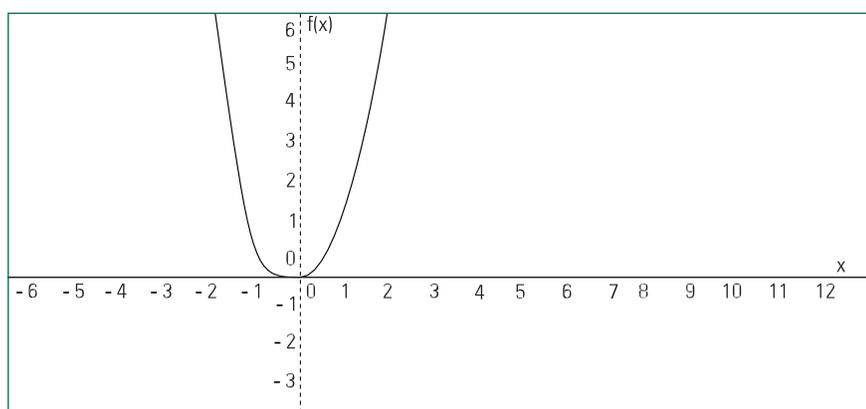
Graficar  $f(x) = kx^2$  para distintos valores de  $k$ : enteros, racionales e irracionales, positivos y negativos. ¿Cómo influyen los valores de  $k$  en el gráfico?

Observar si:

- I. Visualizan el rol del signo del parámetro  $k$ .
- II. Visualizan el rol, en términos de apertura de la parábola, de la magnitud del parámetro  $k$

### Ejemplo B

Considerar el gráfico siguiente que corresponde a  $f(x) = 2x^2$ .



Trace a mano alzada los gráficos de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} f(x) &= \pi x^2 \\ f(x) &= \frac{1}{2} x^2 \\ f(x) &= \sqrt{2} x^2 \\ f(x) &= (2x)^2 \end{aligned}$$

Observar si:

- I. Ajustan la apertura entre las ramas de la parábola con la relación de orden entre los coeficientes.
- II. Tienen o no dificultad con  $\pi$  o con  $\sqrt{2}$ .

Ahora bien, con respecto a la tercera perspectiva que hemos presentado como elemento a desarrollar, es decir, revisar y analizar los textos escolares de matemáticas con los cuales los alumnos desarrollan su proceso de formación, es principalmente por el hecho de encontrar en este tipo de documento, una referencia estandarizada e importante en la formación del alumno, y a la misma vez, por cumplir un rol significativo para el maestro, ya que es un material de apoyo cognitivo importante para él, en virtud de utilizar a estos, como instrumentos de apoyo logístico a partir de la extracción continua de sus aplicaciones tanto a nivel de problemas matemáticos específicos, como también, en torno a ejercicios que están presente en su estructura, lo cual permite entonces, considerar a estos textos escolares, como un soporte cognitivo en torno al aprendizaje de las matemáticas, fruto de encontrar en ellos la información requerida por los alumnos para su formación.

Para generar una referencia clara sobre los textos de literatura matemática escolar, hemos considerado revisar tres textos que son habituales en el proceso de formación por el cual transita un alumno de enseñanza media, teniendo en consideración que a su vez, estos son requerido como un apoyo o pauta de comportamiento cognitivo para el docente, en la construcción de su clase.

En este contexto, hemos considerado revisar en primer lugar, el texto que es otorgado por el gobierno de Chile, mediante el Ministerio de Educación a los colegios que están en la categoría de Municipales y Particular Subvencionado, donde encontramos en algunos de ellos, alumnos con necesidades económicas, motivo por el cual es el gobierno de Chile, quien entrega de forma gratuita este texto para el primer caso mencionado y como un apoyo para el segundo. Esto a partir, de que en el caso de los colegio Particulares Subvencionados, se realiza un aporte estatal por la mantención de cada alumno en este tipo de colegio, de tal forma de entender en él un aporte al proceso formativo de parte del estado a las familias que cuentan al menos con la posibilidad de cancelar una parte del valor real del arancel.

Destacamos que para los dos casos anteriormente mencionados, se hace llegar cada dos años, una nueva versión de los textos para cada nivel, de tal forma de ir renovando y actualizando la información y las estrategias pedagógicas que van surgiendo en virtud de las necesidades de nuestro país. Esta situación ha involucrado realizar grandes campañas internas en los colegios, en torno al cuidado de los textos escolares durante el período de su utilización.

El segundo texto que hemos considerado para esta revisión, pertenece a una editorial privada, el cual se puede encontrar a la venta en distintas librerías de nuestro país, a un valor relativo de treinta mil pesos, lo cual sólo permite tener

acceso a él, a un grupo de familias que pueden hacer tal inversión. Este texto, se utiliza de forma preferencial por alumnos de colegio particulares Subvencionados y Particulares, principalmente por el valor comercial que mantiene. En relación al presente destacamos además, las variadas ocasiones en las cuales nos ha tocado ver a distintos docentes utilizando dicho texto para el desarrollo normal de su clase, en virtud de considerar a éste, un instrumento cognitivo válido, a la hora de interactuar con elementos matemáticos que componen su estructura.

El tercer y último libro que hemos escogido para tomar como referencia, de los textos que están presentes en la formación de los estudiantes y que en la actualidad son utilizados por los docentes, ya sea para extraer de él ciertos problemas o ejercicios de PSU<sup>4</sup>, o bien, como apoyo o referencia teórica en su clase, es aquel que corresponde a la sección de matemática del preuniversitario CEPECH<sup>5</sup>, el cual tiene la misión de fortalecer las debilidades de los estudiantes, mediante la preparación de estos, en las distintas disciplinas para la evaluación estandarizada que se realiza año tras año en nuestro país.

Con el objeto de brindar de manera ordenada y estructurada la visión que logra presentar cada texto de estudio, en relación a nuestro objetivo de investigación, es por lo cual hemos estructurado, un cuadro que permite observar tres aspectos importantes para el grupo de investigación. El primero de ellos, es la presentación del tema. Luego, los ejercicios propuestos en relación al tema y por último, algún tipo de evaluación final que realice en torno siempre, a nuestro objetivo de investigación.

### **Presentación del Primer Texto**

<b>Título del texto:</b>	Matemática 3º Educación media
<b>Autor del texto:</b>	Sergio Muñoz – Florencia Darrigrandi
<b>Editorial:</b>	Santillana
<b>Año en que se imprime la edición:</b>	2011
<b>Tipo de alumnos que trabaja con el texto:</b>	Alumnos de tercero medio

<sup>4</sup> Prueba de Selección Universitaria (PSU)

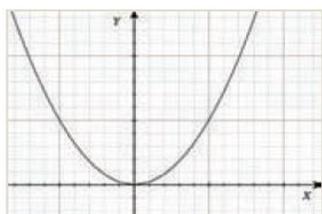
<sup>5</sup> Es un centro que prepara a los estudiantes de enseñanza media para rendir la PSU.

## Revisión del Texto

### Presentación del Tema:

El primer acercamiento que hace en relación al comportamiento de los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática, es mediante la siguiente manera:

*“Muchas situaciones son modeladas mediante una función que involucra el cuadrado de una variable, como el caso de la rana que efectúa un determinado salto. Este tipo de funciones son de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con  $a$  distinto de cero; se denomina función cuadrática y su gráfica correspondiente es una curva llamada parábola, como la de la figura”.*



Luego agrega:

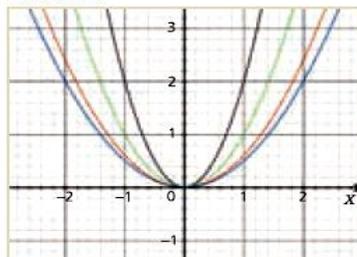
“Veremos en esta Unidad que para toda función cuadrática podemos graficar la parábola correspondiente y determinar su comportamiento a partir del análisis de los coeficientes de la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ”

Por otra parte expresa:

“Para poder estudiar mejor el comportamiento de la parábola, aprenderemos a escribir una función cuadrática de la forma en que está  $g(x) = (x + 2)^2 - 1$ , llamada forma canónica”

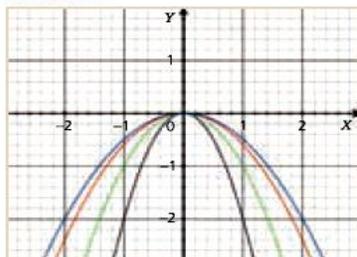
Ahora bien, el primer análisis concreto que realiza en torno al comportamiento de los coeficientes, se da en el contexto de la dilatación o contracción de la parábola. Para ello, presenta a modo de inducción, las siguientes graficas donde quien tiene la responsabilidad de variar es el coeficiente “a”:

Gráfico 1



$$\begin{aligned} f_1(x) &= 2x^2 \\ g_1(x) &= x^2 \\ h_1(x) &= 0,6x^2 \\ t_1(x) &= 0,5x^2 \end{aligned}$$

Gráfico 2



$$\begin{aligned} f_2(x) &= -2x^2 \\ g_2(x) &= -x^2 \\ h_2(x) &= -0,6x^2 \\ t_2(x) &= -0,5x^2 \end{aligned}$$

Agrega además en este mismo punto, las siguientes preguntas de reflexión:

- ¿Cuál es la principal diferencia entre las parábolas de los gráficos 1 y 2? Explica.
- En el gráfico 1, ¿Qué comparación surge de entre la gráfica de  $g_1(x) = x^2$  y la de las funciones restantes?
- En el gráfico 2, ¿Qué comparación surge entre la gráfica de  $g_2(x) = -x^2$  y las restantes?
- ¿ Por qué ocurre que para dos valores distintos de  $x$ , el valor de la función  $f(x) = ax^2$  es el mismo? Explica

Lo que presenta a continuación del punto anterior, es la descripción detallada del comportamiento del parámetro o coeficiente “a”, en la representación gráfica de la parábola, esto lo realiza de la siguiente manera:

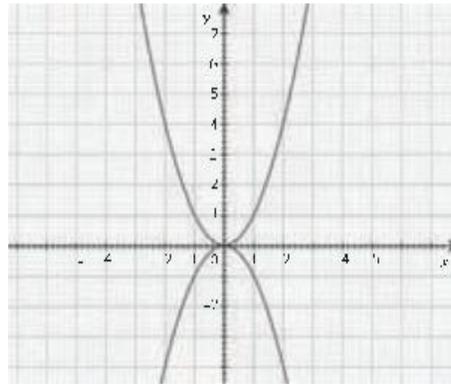
Ambos gráficos corresponden a parábolas con vértice en el origen, es decir, en el punto  $(0, 0)$ .

En el caso del gráfico 1, tenemos que si  $a > 0$  y  $(x, x^2)$  es un punto de la gráfica de  $f(x) = x^2$ , entonces  $(x, ax^2)$  es un punto de la gráfica de  $f(x) = ax^2$ , luego ambas coordenadas,  $x^2$  y  $ax^2$ , son positivas o cero, por lo que las dos parábolas se abren hacia arriba.

En cambio, si  $a < 0$  las coordenadas  $x^2$  y  $ax^2$  tienen distinto signo, obtenemos que la gráfica de  $f(x) = ax^2$  es una parábola que se abre hacia abajo.

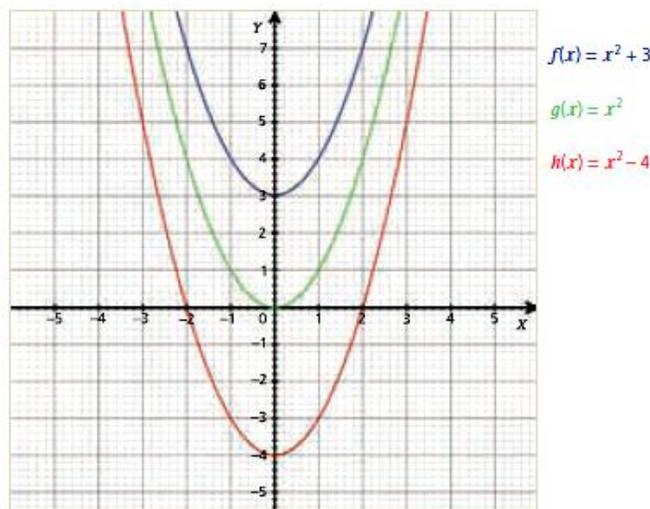
Podemos darnos cuenta también, a partir de ambos gráficos, que a medida que el valor de  $a$  se acerca a 0, la parábola es cada vez más abierta, o sea, se dilata, y mientras  $a$  se aleja de 0, la parábola es más cerrada, es decir, se contrae.

Observamos que si  $a > 0$ , la parábola que representa  $f(x) = -ax^2$  es una reflexión en torno al eje X de la parábola de  $f(x) = ax^2$ , también vemos que los valores de la función se repiten a cada lado del eje Y; esto ocurre porque para cualquier  $a$ ,  $x$  número real se cumple  $a(-x)^2 = ax^2$ .



A continuación del punto anterior, el texto presenta como referencia, el desplazamiento de la parábola se la siguiente manera:

*“Vimos qué ocurre al variar el valor de “a” en la función  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , cómo varía el gráfico de la parábola asociada a la función. Observa ahora las graficas para las funciones de la forma  $f(x) = ax^2 + c$ , es decir, cuando  $a = 1$  y  $b = 0$ ”.*



Donde además, agrega dos preguntas para reflexionar en relación al tema:

- ¿En qué se parecen los gráficos de  $g(x) = x^2$  y las funciones restantes?, ¿en qué se diferencian?
- ¿Hacia donde se movería la función  $f(x) = x^2 + 10$ ?, ¿y  $f(x) = x^2 + c$  ?

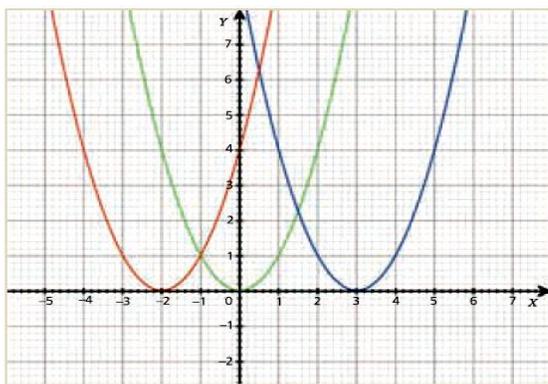
Luego, realiza la descripción formal del comportamiento del parámetro “c”, en la gráfica de la función cuadrática a partir de la representación algebraica de esta función, considerando lo siguiente:

“La representación gráfica de la función de la forma  $f(x) = x^2 + c$ , corresponde a un desplazamiento de  $g(x) = x^2$  verticalmente en  $|c|$  unidades, hacia arriba en caso que  $c > 0$ , y hacia abajo en caso que  $c < 0$ .

Esto se debe a que los puntos del gráfico de la función cuadrática  $f(x) = x^2 + c$  son de la forma  $(x, x^2 + c)$ ; es decir, solo se modifica la ordenada de los puntos  $(x, x^2)$  de la gráfica de la función  $f(x) = x^2$ .

Como ejemplo de esta situación, adjunta lo siguiente:

Observa ahora el gráfico de la función  $f(x) = x^2$ ;  $g(x) = (x - 3)^2$  y  $h(x) = (x + 2)^2$



Responde:

¿Cuál crees que es la parábola correspondiente a  $g(x) = (x - 3)^2$ ?  
¿Y a  $h(x) = (x + 2)^2$ ? ¿Por qué?

### **Ejercicios Propuestos por el Texto:**

Para ejercitar la dilatación o contracción de la parábola, presenta lo siguiente:

Construye un gráfico aproximado para las siguientes funciones cuadráticas, indicando si hay dilatación o contracción con respecto a  $f(x) = x^2$ .

a.  $f(x) = 2x^2$     b.  $f(x) = -0.1x^2$     c.  $f(x) = -2x^2$     d.  $f(x) = 0.5x^2$

En el caso del comportamiento del coeficiente “c”, el texto presenta la siguiente actividad para ejercitar:

A partir del gráfico de  $f(x) = x^2$ , realiza las representaciones gráficas aproximadas de las siguientes funciones cuadráticas. Indica en cada caso, como lo hiciste en cada caso:

a.  $f(x) = \frac{2}{3} - x^2$

e.  $f(x) = x^2 - \sqrt{2}$

i.  $f(x) = (x - 1)^2 + 3$

b.  $f(x) = -x^2 + 12$

f.  $f(x) = -x^2 - 10$

j.  $f(x) = -x^2 + 12x - 2$

c.  $f(x) = -5 + x^2$

g.  $f(x) = x^2 - 3$

k.  $f(x) = 2 - 3x - x^2$

d.  $f(x) = x^2 - 8$

h.  $f(x) = -(x - 2)^2$

l.  $f(x) = x^2 + x + 1$

### Evaluación del Tema Propuesta por el Texto:

Con el objeto de poder evaluar el progreso del alumno, a continuación presentamos, algunos ejemplos que el texto considera relevantes de evaluar mediante diferentes estrategias y aplicaciones, lo cual queda en evidencia a partir de la siguiente base de ejercicios de aplicación que éste presenta:

A partir de la representación gráfica  $f(x) = x^2$ , indica si hay contracción o dilatación con respecto a  $f(x) = x^2$ , y luego, gráfica las funciones reconociendo los desplazamientos de la función inicial.

a.  $f(x) = x^2 + 3x - 5$     b.  $g(x) = x^2 - 12x + 3$     c.  $h(x) = (x + 3)^2$

Gráfica en tú cuaderno, las siguientes funciones:

a.  $f(x) = x^2 - 8$     b.  $g(x) = x^2 + 3x + 1$     c.  $h(x) = 3 - x^2 + 2x$

La función que esta representada por la curva es :

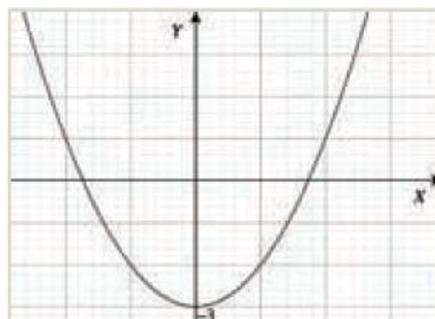
a.  $Y = x^2 + 3$

b.  $Y = x^2 - 3$

c.  $X = x^2 + 3$

d.  $X = x^2 - 3$

e.  $Y = -x^2 - 3$



## Presentación del Segundo Texto

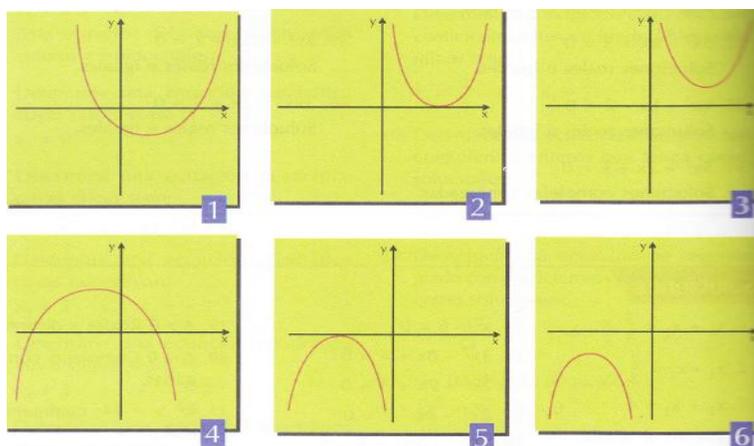
<b>Título del texto:</b>	Álgebra
<b>Autor del texto:</b>	Ximena Carreño C. –Ximena Cruz S.
<b>Editorial:</b>	Mc Graw Hill
<b>Año en que se imprime la edición:</b>	2011
<b>Tipo de alumnos que trabaja con el texto:</b>	Alumnos de enseñanza media (1º a 4º)

### Presentación del Tema:

El texto comienza declarando lo siguiente en relación a nuestro objetivo de investigación:

“La función cuadrática, corresponde a la expresión  $Y = ax^2 + bx + c$ , donde  $x$  es la variable independiente;  $y$  es la variable dependiente;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  son los coeficientes de la función”

Luego, indica la representación gráfica que tiene la función cuadrática (La parábola), de ella, bosqueja las seis posiciones relativas que puede tener esta.



A continuación, se describe de manera algorítmica, la importancia y valoración que tiene el coeficiente “ $a$ ” y “ $c$ ”, de la siguiente manera:

Se refiere al coeficiente “ $a$ ”, al establecer la concavidad de la parábola, manifestando que:

“Es la posición en que se abre, (hacia arriba o hacia abajo), está determinada por el signo del coeficiente de  $x^2$  en la función  $Y = ax^2 + bx + c$ , es decir, esta determinada por el signo de “ $a$ ”. Así:

Si  $a > 0$ , entonces la concavidad es positiva y la parábola se abre hacia arriba.

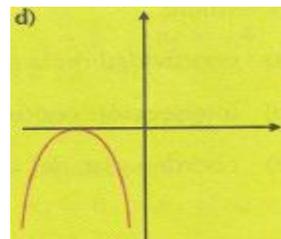
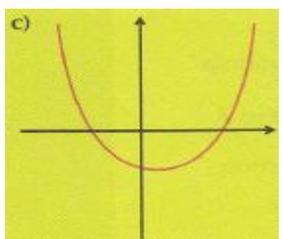
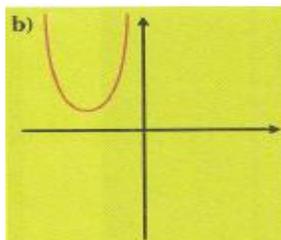
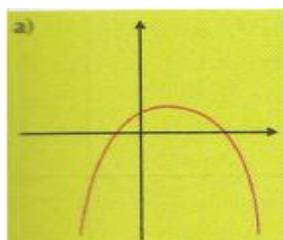
Si  $a < 0$ , entonces la concavidad es negativa y la parábola se abre hacia abajo.”

De forma posterior, se refiere al coeficiente o parámetro “c”, cuando describe la intersección de la parábola con respecto al eje Y, donde manifiesta, que ésta se obtiene a partir de  $x = 0$ , lo cual corresponde a  $Y = c$

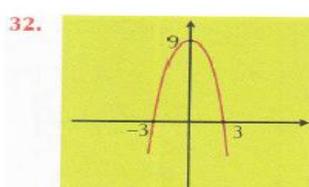
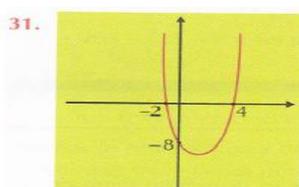
### **Ejercicios Propuestos por el Texto:**

Para ejercitar el comportamiento del coeficiente “a” de la representación algebraica de la función cuadrática, en la representación gráfica, el texto presenta lo siguiente:

Dados los siguientes gráficos, determine signo de “a”, (concavidad) y tipos de soluciones de la ecuación asociada:



Con el objeto de poder utilizar los coeficientes de la representación algebraica de la función cuadrática, presente una serie de gráficos, de tal forma de extraer información de ellos, y de esta manera poder determinar la función. Para ello, evidenciamos como ejemplo de esta situación, los siguientes gráficos:



### **Evaluación del Tema Propuesta por el Texto:**

El texto no ofrece al estudiante, ni tampoco como apoyo al docente, una evaluación de progreso de los diferentes temas presente en la unidad, ya que sólo centra su atención, en la ejercitación global del tema.

### **Presentación del Tercer Texto**

<b>Título del texto:</b>	Matemática
<b>Autor del texto:</b>	Dirección Académica Cepech
<b>Editorial:</b>	No especifica
<b>Año en que se imprime la edición:</b>	2006
<b>Tipo de alumnos que trabaja con el texto:</b>	Alumnos de enseñanza media

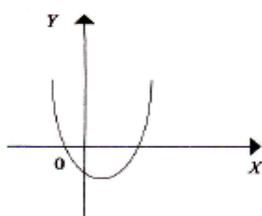
### **Presentación del Tema:**

Como primer acercamiento, el texto expone de la siguiente manera a la función cuadrática:

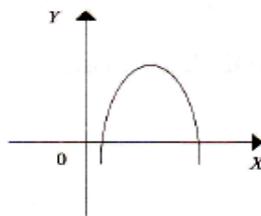
Son de la forma  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Gráfica: Siempre es una parábola, dependiendo de su forma y su ubicación de los coeficientes a, b, c.

Cuando el texto hace referencia a la concavidad de la parábola, es entonces, cuando establece de manera concreta el enfoque que ofrece como referencia, sobre los coeficientes de la representación algebraica. Aquí describe a la concavidad, indicando que el coeficiente "a", será quien indica si la parábola es abierta hacia arriba o hacia abajo. Para ello, ejemplifica cada caso a partir de lo siguiente:

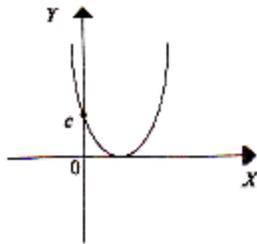


**$a > 0$ , Abierta hacia arriba**



**$a < 0$ , Abierta hacia abajo**

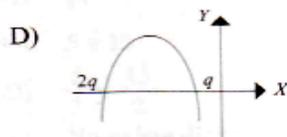
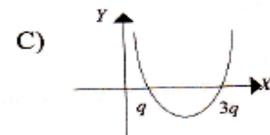
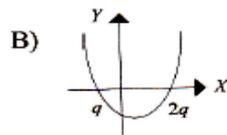
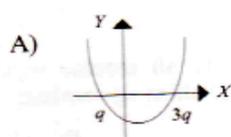
Como parte del análisis que realiza en torno a la función cuadrática, presenta como referencia la intersección de la parábola con el eje de las ordenadas, indicando, que el coeficiente “c”, nos da el punto en el cual la parábola corta al eje Y. Estableciendo además, que las coordenadas de este es: (0,c)



**Evaluación del Tema Propuesta por el Texto:**

Declaramos que el texto, presente ejercicios variados en esta unidad, ya que no solo analiza a la función cuadrática, sino a la vez, algunas otras funciones reales. Además, es importante destacar que el texto considera la ejercitación como parte del proceso de evaluación, tal que, este texto tiene una estructura cercana a un resumen, por ende, solo focaliza el entrenamiento en el ámbito de la matemática. De los ejercicios presente en esta unidad, solo se puede exponer el siguiente:

Si  $f(x) = \frac{-x^2}{q} + 4x - 3q$ , con  $q < 0$ , su gráfico corresponde a:



E) Ninguno de ellos

De los textos de estudio que se han presentado en este apartado, se puede considerar a modo de resumen, lo siguiente:

En relación al primer texto que fue expuesto, es decir, el documento oficial que es otorgado por el Ministerio de Educación, destacamos como elemento relevante en él, el hecho de presentar una perspectiva constructivista en la estructura pedagógica que desarrolla a lo largo del tratamiento del tópico, esto a partir de un análisis concreto y sistémico de cada uno de los parámetros que es parte de la expresión algebraica de la función cuadrática. Además, nos parece importante destacar, el apoyo visual que brinda el texto a los estudiantes, mediante la presentación de forma permanente de recursos visuales en el desarrollo del tópico, lo cual facilita y permite generar en el tiempo una perspectiva más clara y consistente en el aprendizaje del alumno, a partir de la presentación del registro gráfico de la función.

Ahora bien, con respecto al segundo texto, destacamos la mirada algorítmica que presenta como estructura en el desarrollo del tópico, lo cual se manifiesta en los elementos que pone en juego a la hora de enseñar la relación entre los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Esta perspectiva, nos permite levantar como conjetura, el hecho de considerar la enseñanza que guía el docente que utiliza este texto como apoyo, desde una perspectiva conductista, ya que basa su formación matemática, solo bajo la resolución de ejercicios de tipo algorítmicos, lo cual implica tener un acercamiento matemático totalmente escolarizante del análisis de los parámetros de la función cuadrática, mediante la formalización de dos de los parámetros de esta expresión.

Del tercer texto, consideramos que aún cuando su objetivo es solo desarrollar la capacidad de resolver ejercicios de PSU, éste de igual forma, debiera presentar una estrategia pedagógica distinta a la actual, ya que la perspectiva algorítmica no genera un aprendizaje significativo en el proceso de formación del estudiante, sino muy por el contrario, solo permite establecer avances superficiales en el aprendizaje de éste. Destacamos además, en relación a este texto, el hecho de que al igual que en el caso anterior, éste solo aborda dos de los parámetros de la función cuadrática, siendo ellos, el análisis de la concavidad que se realiza en torno al signo del parámetro "a", y la consideración que se establece en relación al punto de intersección de la parábola con respecto al eje de la ordenada del plano cartesiano, lo cual implica entonces el análisis del parámetro "c" de la expresión algebraica de la función cuadrática.

**CAPITULO III:**

**MARCO**

**METODOLÓGICO**

## MARCO METODOLÓGICO

Tal como lo habíamos planteado anteriormente, nuestra investigación tiene por objeto dimensionar y evidenciar las competencias que logran los maestros de matemática de enseñanza media, en torno al conocimiento de la relación que existe entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Para ello, se determino utilizar un instrumento de recolección de información que fue confeccionado por María Ojilvie Terrones Arellano, en el contexto de observar la dimensión de profesionalidad de la función docente, en profesores mexicanos.

Sin embargo, todo esto logra tener importancia, cuando se comprende el concepto de investigación tal como se presenta María Antonieta Tapia (2002):

*“el proceso, que utilizando el método científico, permite obtener nuevos conocimientos en el campo de la realidad social (investigación pura) o bien estudiar una situación para diagnosticar necesidades y problemas a efectos de aplicar los conocimientos con fines prácticos”.*

Desde esta perspectiva, nuestra investigación toma relevancia, ya que consideramos estudiar en ella una situación particular, que nos permita diagnosticar algunas necesidades o problemas que en nuestro caso esperamos evidenciar, a partir de la aplicación del instrumento que el grupo investigación ha recuperado del trabajo presentado por María Ojilvie Terrones Arellano en el contexto de la dimensión docente de profesores mexicanos. Ahora bien, este instrumento de investigación, será aplicado a un grupo de profesores chilenos, de tal forma de recoger de ellos, las percepciones que mantienen sobre nuestro objetivo de investigación, lo cual nos va a permitir, levantar conjeturas concretas de la enseñanza de la cual los docentes dan cuenta en las aulas de nuestro país. En este contexto, destacamos que el presente instrumento en consideración, cabe dentro del marco de investigación de tipo deductivo e inductivo, ya que se asocia a investigaciones de tipo cualitativa y cuantitativa como la nuestra, dado el tipo de información que éste nos propicia en su aplicación.

## **Estudio Exploratorio - Descriptivo**

Cuando hacemos referencia a un estudio de tipo exploratorio - descriptivo, primero debemos destacar de él el aspecto exploratorio, ya que normalmente se efectúa cuando el objetivo a examinar es un tema o problema de investigación poco estudiado o que no ha sido abordado antes. Es decir, que una vez realizada la revisión literaria, esta ofrece ciertas líneas de investigación que no han sido abordadas de manera concreta, pero de las cuales si existe algún tipo de registro. Ahora bien, el aspecto exploratorio del estudio, sirve para aumentar el grado de familiaridad con los fenómenos relativamente desconocidos, ya que no centra las miradas en si mismo, sino por lo contrario, permite determinar tendencias e identificar relaciones entre variables, de tal manera de establecer investigaciones que permitan generar en el tiempo, el desarrollo de conceptos, o bien, prioridades para futuros trabajos de investigación.

En segundo lugar, desde el punto de vista descriptivo, es importante considerar que el objetivo de esta perspectiva, es poder realizar la descripción de ciertas situaciones o eventos, es decir, determinar cómo es o se manifiestan determinados fenómenos, lo cual permite especificar las cualidades o atributos importantes de personas, grupos, comunidades, que puedan ser sometidas a algún tipo de análisis. En este contexto, es que nuestra investigación, bajo nuestro objetivo de investigación ya declarado, y teniendo en consideración el instrumento a utilizar como recurso para recoger información, es por lo cual, se adhiere a este tipo de estudio, con el fin de encontrar en él lo descrito anteriormente, teniendo en consideración que en nuestro caso, luego de realizar la revisión bibliográfica correspondiente para enfrentar nuestro trabajo de investigación, dimos cuenta de la no existencia de estudios concretos en torno al despliegue de las competencias de los maestros de matemática de enseñanza media, sobre la relación que se establece entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamientos de estos en la representación gráfica de la función.

## **Diseño Metodológico**

Para determinar el diseño metodológico de nuestra investigación, se considero buscar una metodología que nos ofreciera como referencia, mantener una línea coherente con lo presentado hasta este apartado, pero a la vez, una que nos permitiera contar con una estructura a la cual seguir como pauta de comportamiento, en virtud de encontrar en ella, una perspectiva orientada al análisis de los elementos que componen nuestro trabajo de investigación. Ahora bien, con el objeto de cumplir con los dos puntos antes mencionado, es por lo cual, se determino utilizar como diseño metodológico de nuestra investigación, a la ingeniería didáctica, en virtud de encontrar en ella, una oportunidad real de dar cumplimiento a las expectativas antes mencionadas.

Con el objeto de ofrecer un marco de referencia conceptual en torno a la ingeniería didáctica, es por lo cual a continuación, realizaremos una descripción de ésta teoría, de tal manera de permitir al lector contar con los principios generales que fecundan su estructura.

## **Ingeniería didáctica**

El termino ingeniería didáctica, surge en el seno de la escuela francesa a comienzo de los años ochenta, en analogía al quehacer en ingeniería, ya que ella se basa en el conocimiento científico, además de involucrar la toma de decisiones y el control sobre las inherentes componentes del proceso. De esta forma, tal como lo expone Garcia Zatti (2007), la ingeniería didáctica, se constituye como una metodología de investigación aplicable a los productos de la enseñanza o derivados de ella, como es la metodología de producción para guiar la experimentación en clase. Teniendo en cuenta lo anterior, dejamos como antecedente además, el hecho de que la ingeniería didáctica, se basa a su vez, en la teoría de la transposición didáctica y en la teoría de situaciones didácticas<sup>6</sup>.

En este contexto destacamos entonces, la relación que genera la ingeniería didáctica, con el ambiente escolar, al establecer ciertas analogías con el trabajo de un ingeniero, el cual considera como referencia en el desarrollo de éste, centrar su esfuerzo y dedicación en torno a un trabajo determinado, el que se basa en un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas de forma coherente, al igual que en el caso de un profesor. Ahora bien, esto viene dado para

---

<sup>6</sup> Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones para un génesis artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis que los mismos, no se construyen de manera espontánea. (wikipedia)

un proyecto de aprendizaje, de un contenido matemático para un grupo de alumnos concreto, el cual va evolucionando a medida que se crean diferentes interacciones entre el profesor y los alumnos, el que a su vez, se va creando a medida que los alumnos van reaccionando gracias a las diferentes elecciones que toma el profesor.

Ahora bien, existen dos tipos de ingenierías didácticas, la de investigación y la de producción. La de investigación, se considera una metodología de investigación y busca caracterizar a-priori una situación y confrontarla con un análisis a-posteriori de la realidad observada. La segunda es más estandarizada, pues cumple con todos los requisitos de una ingeniería, o sea, es eficaz, posee solidez y se adapta a diversos contextos.

La Ingeniería Didáctica cuenta con cuatro fases fundamentales para la elaboración de ésta, las cuales son descritas por López Alonzo (2009) de la siguiente manera:

- i) **Análisis preliminar:** En esta primera fase se deben analizar una serie de aspectos relacionados con el contenido. Entre ellos, se debe realizar un análisis epistemológico, con el objeto de considerar y realizar una revisión histórica - epistemológica de dicho contenido o concepto matemático. También se debe considerar un análisis didáctico, ya sea a partir de la revisión de textos escolares, marcos curriculares, con el fin de analizar la forma en que un contenido o concepto específico es tratado y desarrollado en este tipo de escenarios. Además, se debe realiza un análisis de tipo cognitivo, el cual consiste en obtener información sobre las nociones, conceptos e incluso dificultades cognitivas que están presente o se presentan en los estudiantes en torno a un determinado contenido. Esto se basa, ya sea a partir de investigaciones anteriores sobre el tema, o bien, sobre diseños didácticos a nivel experimental. Junto a lo anterior, se debe considerar también, un análisis contextual, de tal forma de conocer el entorno particular que se estudiara.
- ii) **Análisis a priori y diseño de la situación didáctica:** En este análisis lo que se debe tener en cuenta, por una parte, son las variables didácticas que entran en juego, y por otra, un conjunto de hipótesis que serán consideradas en el diseño de una secuencia didáctica de experimentación y recolección de datos.

- iii) Experimentación: En esta fase se destaca la puesta en escena de la situación diseñada, ya que es el investigador quien pone las condiciones para que la propuesta se desarrolle.
- iv) Análisis a posteriori y validación: En el análisis a posteriori se considera la revisión exhaustiva de la puesta en escena de la situación diseñada y la confrontación de estos con las hipótesis creadas en el análisis a priori, lo cual implica considerar a esta confrontación, como la responsable de hacer aparecer la validación de una determinada situación. Además, es importante reconocer, que los elementos obtenidos de los puntos antes mencionados, deben relacionarse con elementos del análisis preliminar, de tal forma de triangular las consideraciones realizadas en cada caso.

Considerando las distintas fases de la ingeniería didáctica y en razón de la aplicación del instrumento anteriormente mencionado, hemos optado por desarrollar las cuatro fases de la ingeniería, siendo estas, el análisis preliminar, el análisis a priori, la experimentación y análisis a posteriori, ya que encontramos en ellas cuatro momentos importantes de destacar y analizar en razón de nuestro objetivo de investigación y de los elementos antes mencionados. Debemos destacar además, que la ingeniería didáctica la entenderemos en este caso, como una metodología de investigación, en consideración a una de las formas de poder percibir a ésta.

## **Análisis Preliminar**

La ingeniería didáctica, presenta dentro de su estructura distintas fases que permiten organizar y formalizar el estudio acabado de un contenido específico desde distintas perspectivas. Dentro de estas fases, una que nos parece importante de desarrollar en nuestra investigación, en virtud de establecer en ella un parámetro de referencia sólido y coherente con lo presentado hasta este apartado, es el análisis Preliminar, a partir del análisis de textos escolares, ya que en ellos, se puede evidenciar de manera objetiva el trato y desarrollo que se da en torno a nuestro objetivo de investigación, por parte de los maestros de matemática de enseñanza media.

Ahora bien, ya habiendo declarado el porque de nuestro interés por contar con el desarrollo de esta fase, destacamos que el texto que será analizado en esta oportunidad, es el libro que es facilitado por el Ministerio de Educación de nuestro país, a los grupos de estudiantes ya mencionados en apartados anteriores.

En análisis de es este texto es principalmente porque en él encontramos dos elementos relevante de observar. El primero de ellos, es el hecho de que este texto ofrece la posibilidad de considerar a los elementos que son expuestos en él, como elementos estandarizados en la revisión del programa de matemática de tercero medio. Esto permite de forma posterior, levantar conjeturas de manera general, asumiendo que la utilización de éste se hace de igual forma por parte de todos los estudiantes y profesores que ven en él una oportunidad de aprender, o a la vez, un apoyo cognitivo y conductual a la hora de estructurar una clase. Luego en segundo lugar, esta el hecho de que el presente texto, nos permite evidenciar y establecer la visión que mantiene el estado de Chile sobre las concepciones matemáticas requeridas por los alumnos de nuestro país, en consideración de los nuevos desafíos académicos para estos, lo cual permite entonces analizar de forma directa dicha percepción y rescatar de ella, los elementos más trascendentales.

Para realizar el análisis de este texto, nos hemos planteado poner el foco de nuestras miradas en tres elementos que a nuestro juicio son claves a la hora de poner en juego un nuevo bloque cognitivo al alumno. El primero de ellos, es observar la introducción o inducción que el texto dispone y explicita en el tratamiento global del tema. Luego, nos es importante establecer con claridad la metodología o estrategia pedagógica que dispone el texto en conformidad a enseñar el contenido. Por último, hemos puesto el foco en el cierre del tema o de la unidad, de tal manera de observar como el texto recupera o evalúa el proceso de enseñanza en el alumno

y a la vez, cuales herramientas ofrece éste al docente, en relación a la utilización del texto como apoyo.

#### Análisis de la introducción:

De lo expuesto en el libro Santillana de Tercero medio (Muñoz Venegas & Darrigrandi Navarro, 2011), declaramos que nos parece atrayente el hecho de incorporar al alumno a un nuevo conocimiento, a partir de la interacción de situaciones de la vida cotidiana, o bien, a partir de fenómenos de la naturaleza como es en este caso. Esto nos llama la atención, pero a la vez nos hace pensar que la disposición de las personas que están encargadas de la confección de este tipo de instrumentos, es claramente abrir el abanico en distintas posibilidades de hacer interactuar un conocimiento matemático con el pensamiento del alumno, lo cual nos permite declarar que estos han logrado acreditar en el tiempo, la consideración de uno de los temas más controversiales en el discurso de un docente. Nos referimos al hecho de cómo acercar los temas disciplinares a los alumnos, lo cual en este caso, queda de manifiesto que se ha considerado el hecho de que pueden haber alumno cuyo interés no esta puesto en las matemáticas, pero si, en los fenómenos de la naturaleza como se manifiesta en el siguiente ejemplo que expone el texto:

*“Un zoólogo experto en anfibios modeló el salto de una rana mediante una expresión matemática y obtuvo la siguiente función:  $h(t) = 2t - t^2$ , donde  $t$  es el tiempo medido en segundo y  $h$  la altura en metros”.* (Muñoz Venegas & Darrigrandi Navarro, 2011)

Situación que sin duda, es una oportunidad de acercar un conocimiento matemático, mediante la utilización de una estrategia pedagógica sencilla y propia del gusto de los estudiantes que mantienen interés por este tipo de fenómenos.

Ahora bien, un punto relevante a mencionar sobre el primer acercamiento al conocimiento, es la utilización de preguntas abiertas en relación a lo planteado hasta aquí, es decir, realizar preguntas que induzcan reconocer en el comportamiento o modeló matemático expuesto en el texto, elementos cognitivos propios de la función cuadrática, sin ofrecer de ante mano, la formalización de aquellos, lo cual se puede evidenciar en el siguiente ejemplo:

- ¿Cuánto demora la rana en volver al suelo?, ¿de qué modo podrías determinarlo?
- ¿Cómo determinarías la máxima altura que alcanza la rana?

Esto nos permite entonces levantar como conjetura, el hecho de que existe una disposición pedagógica clara y coherente con las nuevas formas de acercar el

conocimiento al alumno, lo cual se refuerza, a partir de la puesta en escena de una serie de preguntas que están involucradas de manera directa o indirecta con nuestro objeto de estudio.

#### Análisis de la Metodología o estrategia pedagógica que presenta el texto:

Hay dos conceptos que nos parece que refleja de buena manera la forma de abordar el tema que se está estudiando, el primero de ellos es el orden, ya que durante el proceso por el cual guía el aprendizaje del estudiantes y a la vez apoya al profesor con elementos cognitivos sólidos, lo hace mediante una secuencia clara que permite llevar a cabo un proceso ordenado y ascendente en el aprendizaje y enseñanza de los distintos conocimientos que son parte de él. En segundo lugar, encontramos el concepto de estructura, dado que el texto ofrece tanto al estudiante como al profesor, la oportunidad de aprender a partir de una perspectiva doctrinal en relación a la enseñanza, lo cual se manifiesta al considerar que la estrategia del texto es la siguiente:

1. Siempre inicia un tema, realizando una referencia o explicación del por qué se está estudiando un determinado contenido, lo cual es importante desde nuestra perspectiva, ya que ofrece al alumno y al profesor, la posibilidad de conocer el fundamento de la enseñanza de la cual se es parte.
2. Luego, encontramos la formalización del contenido, lo cual se hace mediante explicaciones breves pero ajustada al entendimiento de los estudiantes, ya que el lenguaje y forma de expresión son acordes al desarrollo que debiera evidenciar un alumno de enseñanza media.
3. De forma posterior, establece un pequeño resumen en torno a los elementos más trascendentales del contenido, lo cual es aplaudido por el grupo, ya que nuevamente el texto da señales claras sobre la intención de enseñar que posee el libro para el caso del alumno y de facilitar elementos disciplinares concretos, en el caso de los profesores.
4. Por último, el texto presenta como estructura, dar cierre al tema que estudia, mediante la presentación de una serie de ejercicios y problemas que estén involucrados con elementos observados y estudiados en un determinado apartado de éste. Esta situación nos parece importante de mencionar, en virtud de que este proceso de auto evaluación es coherente con la forma de enseñar y de regular el aprendizaje de los estudiante, pero a la vez, de recoger información al profesor, en virtud de encontrar en estos ejercicios y problemas una posibilidad real de evaluar su enseñanza y el aprendizaje de sus alumnos. En este contexto, presentamos un ejemplo que ofrece el texto

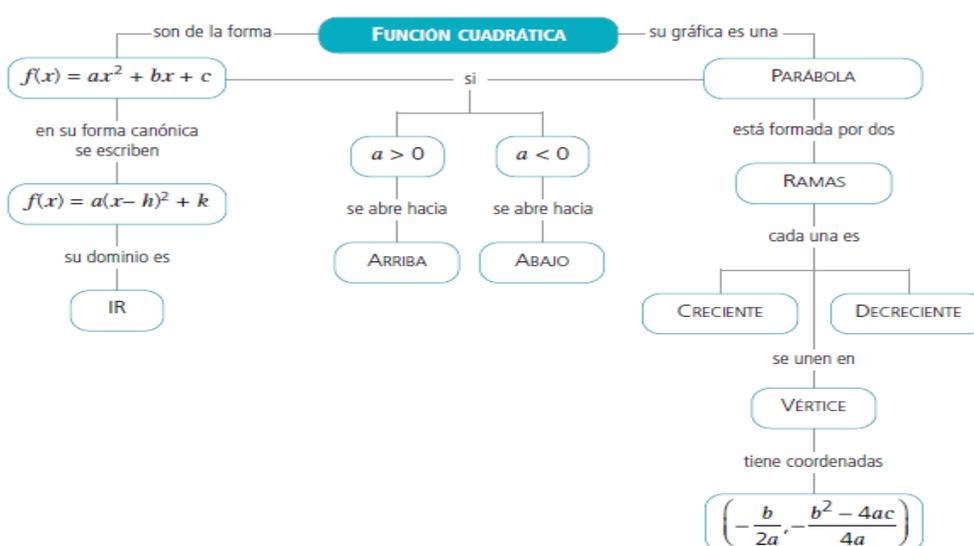
Santillana (Muñoz Venegas & Darrigrandi Navarro, 2011), en relación a lo declarado anteriormente:

1. Construye un gráfico aproximado para las siguientes funciones cuadráticas, indicando si hay dilatación o contracción con respecto a  $f(x) = x^2$ .
  - a.  $f(x) = 2x^2$
  - b.  $f(x) = -0,1x^2$
  - c.  $f(x) = -2x^2$
  - d.  $f(x) = 0,5x^2$
2. Una empresa multinacional ha estimado que anualmente sus ingresos en dólares están dados por la función  $f(x) = 28x^2 + 36\,000x$ , mientras que sus gastos (también en la misma moneda) pueden calcularse mediante la función  $g(x) = 44x^2 + 12\,000x + 700\,000$ , donde  $x$  representa la cantidad de unidades vendidas.
  - a. Determina la función utilidad de la empresa. Explica cómo lo hiciste.
  - b. ¿Cuánto es la utilidad si ha vendido mil unidades? Explica.
  - c. ¿Cuál de estas funciones es una contracción con respecto a  $f(x) = x^2$ ?

#### Análisis del Cierre de las unidades:

Cuando el texto cierra una unidad de aprendizaje, éste presenta dos ejes bien definidos y coherentes en relación a lo revisado como parte ésta. El primero de ellos, es la realización de un esquema general con los elementos transversales que se han presentado en un apartado específico de él, lo cual se manifiesta mediante un mapa conceptual, como por ejemplo, el que es presentado en la unidad que da cabida al comportamiento de los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática, en la representación gráfica de la función:

En el siguiente mapa conceptual se muestran algunos de los conceptos presentados hasta ahora en la Unidad.



Generar este tipo de esquema, es sin duda un factor relevante dentro del proceso de aprendizaje de todo alumno, ya que permite establecer un orden y estructura conceptual sobre un determinado contenido. Sin embargo, su importancia también

recae si lo analizamos desde el punto de vista del proceso de enseñanza que guía el docente, a partir de la utilización de este texto como herramienta de apoyo logístico y cognitivo, ya que podemos conjeturar la importancia que el maestro de matemática, brinda al proceso de formación del alumno, en virtud de ofrecer distintas posibilidades de reconocer y adjudicar el conocimiento a sus distintos alumnos, a razón de reconocer en ellos, un factor variable uno del otro.

En relación al cierre que ofrece el texto para sus unidades, destacamos finalmente la capacidad de recoger información que tiene éste sobre el proceso de aprendizaje del cual es parte el alumno, mediante la posibilidad de dar respuesta a un conjunto de preguntas estandarizadas en formato de PSU de un determinado tópico. Este segundo eje es relevante para nosotros, ya que establece la oportunidad de desarrollar la capacidad de resolver problemas que el día de mañana, son parte de pruebas estandarizadas de la cual nuestros alumnos deben dar cuenta.

Al considerar todo los elementos presentados en el análisis preliminar, queremos destacar este texto como una pauta a seguir por otros, en virtud de contemplar en él ejes pedagógicos bien definidos, como es el caso de la inducción que realiza sobre un determinado conocimiento. Así como también lo es la presencia de una estrategia pedagógica estructurada en fases identificables para un profesor que utilice este texto como apoyo en la construcción o desarrollo de su clase, tal que este texto incluye además la posibilidad de evaluar el proceso de formación del estudiante, mediante la presentación al cierre de cada unidad de un conjunto de problemas y ejercicios que son la oportunidad de reconocer el aprendizaje de éste, y a la vez, permitir al profesor recoger información de su enseñanza a partir de los resultados obtenidos por sus alumnos, al cual el texto guía al final del proceso, especificando el tipo de ejercicio y tema que trata, de tal forma de volver a revisar de manera específica las debilidades de éste.

## **Análisis a priori**

Es importante tener en cuenta, que este tipo de análisis considera declarar el conjunto de hipótesis referentes a los posibles resultados que se obtendrán, a partir de la implementación del instrumento de investigación, lo cual es relevante dentro de nuestra metodología, ya que nos ofrecerá la oportunidad de contrastar nuestras expectativas sobre los resultado del instrumento y los resultados finales de éste.

Ahora bien, para cumplir con el objetivo antes mencionado, hemos establecido realizar el presente análisis, a partir de la individualización de cada una de las actividades por separado, ya que esto nos permitirá realizar dicho análisis de manera más ordenada y estructurada.

### Actividad I:

Esta primera actividad tiene como objetivo, determinar las competencias con las cuales cuentan los docentes de matemática de enseñanza media, en torno a la relación que existe entre los parámetros “a” y “c”, los cuales corresponden a los coeficientes de la representación algebraica de la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$  y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Para ello, la actividad consta de dos gráficos, los cuales tienen en si representados una serie de funciones cuadráticas, con el objeto de que estas sean asociadas a una lista de funciones cuadráticas expuestas algebraicamente, las cuales están presente para cada uno de los gráficos (Ver anexo A, pág. 107).

### Hipótesis de la Actividad I:

Nuestro grupo de investigación, espera por parte de los profesores identificar y establecer la relación entre las representaciones algebraicas y las representaciones gráficas de las distintas funciones cuadráticas, que han sido expuestas para cada uno de los gráficos. Para ello, los profesores tendrán que lograr establecer la relación correspondiente entre los parámetros a y c, y el comportamiento de estos en las distintas representaciones gráficas de las funciones cuadráticas presentes. En este contexto, declaramos que los profesores debieran:

- Primero, contar con un abanico de estrategias que le permitan establecer dicha relación, dado que para el proceso de enseñanza del cual ellos son parte, debieran considerar al menos dos estrategias o metodologías distintas con la cual enfrentar la enseñanza de esta relación.

- Segundo, si consideramos que el profesor debiera dar cuenta de este tópico durante el nivel de tercero medio, de acuerdo al programa de estudio correspondiente al Marco Curricular Nacional, entonces podemos considerar que los docentes debieran saber cumplir con el objetivo de la actividad, ya que estos cuando enseñan las funciones cuadráticas dentro de sus clases debieran trabajar la relación de los parámetros o coeficientes de la representación algebraica y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función, tal que es parte del objetivo del programa de estudio del nivel antes mencionado.

Además, si consideramos que los profesores toman como apoyo para su instrucción las orientaciones didácticas que ofrece este programa de estudio, ellos tendrían que considerar en estas, la variación que otorga el parámetro “a”, a partir de la dilatación o contracción que genera en la parábola, dependiendo de los valores con que se considere este parámetro. De igual forma debiera ser la consideración en torno al parámetro “a”, al considerar el signo que tiene éste, ya que de ello, depende la concavidad de la parábola. Ahora bien, cuando nos referimos al parámetro “c”, consideramos al igual que en el caso anterior, el hecho de que los profesores debieran poder establecer su relación con la representación gráfica, ya que es parte de las orientaciones del programa de estudio antes mencionado, y es una de las consideraciones que establece el texto escolar que el docente mantiene como apoyo a su enseñanza.

### Actividad II:

Con el objeto de que los profesores pueden demostrar las competencias con las cuales cuentan, en torno a la relación del parámetro “b” de la representación algebraica de la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , y el comportamiento de este parámetro en la representación gráfica de la función, es por lo cual entonces en esta actividad, se presentan una serie de funciones cuadráticas expuesta de manera gráfica y algebraicamente, con el objeto de que el maestro pueda establecer los valores correspondiente a cada uno de los parámetros “b” de cada función presentada, de tal forma de que estas, cumplan entonces con la representación gráfica expuesta (Ver anexo B, pág. 108).

### Hipótesis de la Actividad II:

- Lo primero que consideramos en relación a este parámetro o coeficiente, es la dificultad que se podrá percibir en la resolución de la actividad por parte de los profesores, dado que en la actualidad, estos abordan solo dos de los tres parámetros como parte del proceso de enseñanza, siendo estos el “a” y el “c”, por lo cual, el grupo de investigación considera que los profesores no podrán realizar esta actividad desde un análisis visual, sino que tendrán que acudir a realizar un análisis algebraico de la función cuadrática, de tal forma de poder determinar el valor del parámetro “b”, con el objeto de que éste, coincida con la gráfica.
- Luego, si los profesores no tienen herramientas algebraicas para determinar el valor de “b”, entonces no serán capaces de resolver la actividad.
- Ahora bien, si consideramos la revisión de los texto que se realizo anteriormente y destacamos de él, que solo el 33 por ciento de los textos revisados, considera de manera formal el comportamiento del parámetro “b”, entonces, al entender a éste documento como un apoyo en el proceso de desarrollo y construcción de clase, podemos considerar entonces, que se les hará complejo el poder determinar a los profesores el valor del parámetro en cuestión, dado que no se encuentra del todo instalado en el discurso que ellos brindan en su formación a los estudiantes.

### Actividad III:

La presente actividad, tiene por objeto evidenciar las estrategias o metodologías de enseñanza que el docente considera como relevantes, o bien, benefactoras en el proceso de enseñanza, en relación al comportamiento de los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Para ello, la actividad cuenta con una situación particular, cuya intención es ofrecer la posibilidad al docente de exponer su baria de recursos, estrategias, metodologías u otros (Ver anexo C, pág. 108)

### Hipótesis de Actividad III:

- Primero, consideramos que una de las perspectivas con las que nos encontraremos será aquella arraigada o centrada en la parte algebraica y analítica, en torno a la resolución del problema, dado que desde nuestra experiencia como alumnos siempre hemos observado que se genera la noción de la función cuadrática desde estas perspectivas.
- En segundo lugar, creemos que se pueden encontrar respuestas más centradas en la construcción de esta relación que se puede establecer entre los coeficientes y la representación gráfica de la función. Dicha construcción, tiene que ver con las preconcepciones que los profesores mantienen sobre la disciplina, lo cual es un punto importante de destacar, ya que de ello más adelante se podrá levantar ciertas conclusiones.
- Un tercer punto, tiene que ver con las respuestas centradas en la utilización de las TIC'S, como por ejemplo, la utilización de software libre como lo son el Cabri y el Geogebra, cuyo rol a nuestro parecer en la formación del alumno es principalmente, poder permitir un acercamiento concreto del pensamiento matemático a él, ya que genera instancias de construcción de pensamiento, mediante la confección de graficas y la variación de las variables que la involucran.

## Experimentación

En este apartado, expondremos aspectos relevantes de la muestra que fue utilizada en nuestro trabajo de investigación, con el objeto de poder contextualizar la aplicación de nuestro instrumento de recolección de información.

Declaramos que el instrumento fue aplicado a profesores de nacionalidad chilena, de tal forma de considerar como muestra a las personas que están encargadas de formalizar el proceso de enseñanza dentro del sistema educativo chileno. Esta muestra, considero a un grupo de cuatro profesores de matemática de enseñanza media y a otros dos profesores que son de matemática y física, también de enseñanza media.

Los seis profesores, fueron seleccionados dentro del contexto de nuestras prácticas profesionales, en virtud de aceptar nuestra invitación a dar respuesta a nuestro instrumento de recolección de información, el cual consideraba ser resuelto de manera anónima, de tal forma de extraer de él, la mayor cantidad de información a partir del anonimato con el cual contarían los docentes.

Dentro de este contexto, destacamos que de la totalidad de los docentes, tres de ellos son parte de un colegio Particular y los otros tres corresponden a un Liceo Salesiano, el cual es considerado como un liceo particular subvencionado. La consideración que se tuvo en razón de optar por estos dos establecimientos fue principalmente ya que eran nuestros centros de prácticas, y por ende, nos pareció interesante poder realizar un estudio en ellos, dado que estos presentaban ciertas consideraciones educativas distintas una del otro, situación que nos lleva a exponer la misión y la visión de cada uno de estos colegios de tal forma de reconocer y evidenciar dichas diferencias:

- Colegio Particular:
  - Misión: Es una institución educativa cuya misión es formar personas integrales, competentes y responsables consigo mismas, con la sociedad y el medio ambiente.
  - Visión: Ser un colegio reconocido por la excelencia académica y formativas de sus estudiantes, cuyas familias participan colaborativamente y que está integrado con la comunidad.

- Liceo Particular subvencionado:
  - Misión: Educar y evangelizar con estilo oratorio en el marco de una animación – gestión de calidad al servicio de los niños y jóvenes, especialmente los más pobres.
  - Visión: Como presencia Salesiana en Chile, fieles a su fundador, aspiramos a formar buenos cristianos y honestos ciudadanos, como contribución a la iglesia y a la sociedad actual.

Finalmente, hacemos mención a las condiciones en las cuales fue aplicado el instrumento. En este contexto, mencionamos la falta de tiempo que en general los profesores nos manifestaron tener, en virtud de que se enfrentaban al último periodo del año escolar, y por ende, no era fácil para ellos poder juntarse en una misma sede a poder resolver el presente instrumento, ni tampoco, poder dar solución a él durante su horario de trabajo, es por ello entonces, que se determinó como grupo de investigación, el hecho de que los profesores contaran con un fin de semana para dar respuesta a éste, ya que para el grupo era de suma importancia poder recoger a partir de él la mayor cantidad y mejor calidad de información.

## **Análisis a Posteriori**

Al Considerar lo descrito en torno a la presente fase de la ingeniería didáctica y en relación a la presentación de manera formal de los resultados del instrumento de investigación, se declara el hecho de contrastar de manera formal y estructurada las evidencias que hemos recogido, mediante la aplicación del instrumento.

Para analizar la información recopilada, a partir del instrumento de investigación (Ver anexo pág. 107 -108) ya mencionado y descrito anteriormente, es por lo cual se han generado algunas tablas de análisis de información, con el objeto de hacer del instrumento un aporte sincero, y a la vez, una oportunidad real de poder extraer de él la máxima información que vaya orientada a nuestro objetivo de investigación. En este contexto, declaramos que las tablas de análisis fueron confeccionadas a partir de la condición de nuestro trabajo de investigación, en relación a su tipo exploratorio – descriptivo, de donde podremos considerar variables de tipo cualitativas y cuantitativas a la vez.

Un punto que destacamos de las tablas, es la oportunidad de realizar un trabajo detallado, en relación a considerar el estudio individual de cada uno de los profesores que han sido parte de la aplicación del instrumento de recopilación de información. En este contexto, declaramos el hecho de que los profesores no serán identificados con nombre, sino que se les ha considerado identificar mediante una numeración, de tal forma de cumplir con nuestro acuerdo, pero a la misma vez, cumplir con el objetivo de realizar un análisis claro y ordenado.

Al ya haber descrito la metodología de análisis de la información, damos pie a continuación, al desarrollo del análisis de cada uno de los profesores:

### **Análisis del profesor Uno**

**Primera tabla de análisis:**

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a	x		x		
Actividad I b	x		x		
Actividad II	x		x		
Actividad III	x		Sin juicio		

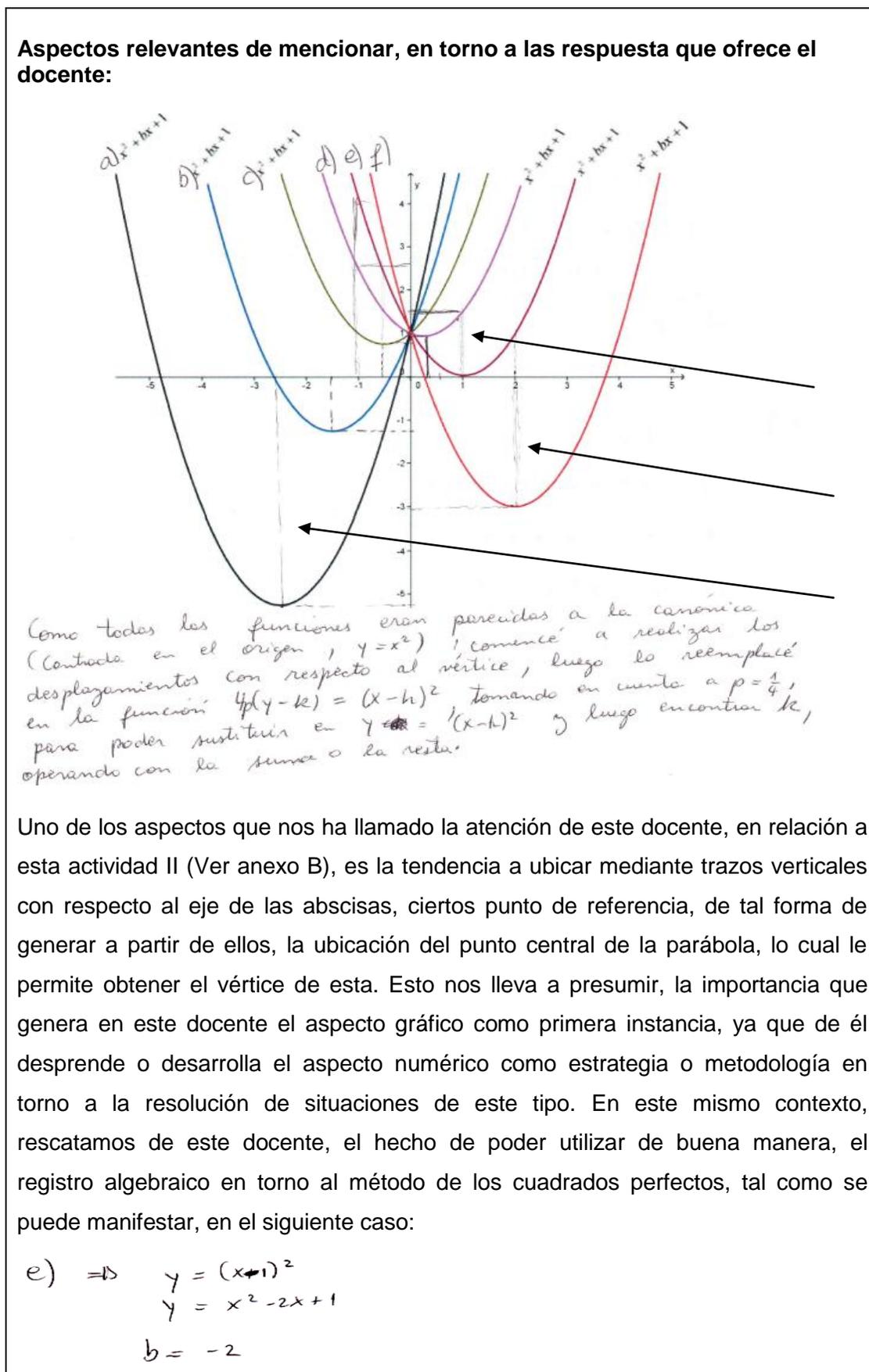
Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
<p><b>Actividad I a</b></p>	<p>El docente demuestra tener claridad en relación a la importancia de este parámetro, dado que reconoce de manera inmediata, el hecho de referirse a él, en torno a la contracción o dilatación de la parábola.</p>	<p>Para resolver la actividad, plantea aplicar como metodología, usar el método de los cuadrados perfectos, lo cual se ve reflejado en lo siguiente:</p> $\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 3x^2 + x - 1 = y \\ & 3x^2 + x = y + 1 \\ & 3\left(x^2 + \frac{x}{3}\right) = y + 1 \\ & 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = y + 1 + \frac{3}{36} \\ & 3\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \left(y + \frac{39}{36}\right) \\ & \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 3\left(y + \frac{39}{36}\right) \\ & \sqrt{\left(-\frac{1}{6}, -\frac{39}{36}\right)} \quad p=1 \end{aligned}$ <p style="text-align: center;"><math>\textcircled{2}</math></p> <p>Otro aspecto en torno a la metodología que menciona, es resolver la actividad, con la ayuda de la geometría analítica.</p>
<p><b>Actividad I b</b></p>	<p>El docente percibe el parámetro como el coeficiente de posición, que es el lugar del plano, donde la curva intercepta a eje "Y".</p>	<p>Como metodología, no especifica ninguna de manera concreta, sin embargo, destaca que al considerar a la variable x igual a cero, entonces se podrá conocer el número que no tiene variable, que en este caso, es el coeficiente "c".</p>
<p><b>Actividad II</b></p>	<p>Reconoce al parámetro "b", como aquel responsable del desplazamiento horizontal de la parábola con respecto al eje de las abscisas.</p>	<p>Declara como estrategia lo siguiente:</p> <p>Realiza ciertos desplazamientos con respecto al vértice de la función <math>f(x) = x^2</math>.</p> <p>Luego, dice reemplazar en la función: <math>4p(y - k) = (x - h)^2</math>, tomando a <math>p = \frac{1}{4}</math>, de tal forma de sustituir en: <math>Y = (x - h)^2</math> de tal forma de encontrar luego, el valor de k, operando con la suma o la resta.</p> <p>Un ejemplo de lo descrito anteriormente, es:</p>

		$b) \quad y = (x+1,5)^2 - 1,2$ $y = x^2 + 3x + 2,25 - 1,2$ $y = x^2 + 3x - 1,05$ $y+2 = x^2 + 3x + 1$ $\Rightarrow b = 3$
<p><b>Actividad III</b></p>	<p>En esta actividad, el docente demuestra contar con un amplio dominio del contenido en torno a los distintos parámetros que son parte de la representación algebraica de la función cuadrática. Esto se manifiesta, dado que el docente realiza una descripción detallada del comportamiento que tiene cada uno de ellos, en la representación gráfica de la función.</p>	<p>En esta actividad, el docente presenta como metodología, la revisión de todos los parámetros que son parte de la expresión algebraica de la función cuadrática, desde el punto de vista de su importancia en el comportamiento de la representación gráfica de la función.</p> <p>De la información que declara el docente, nos llama la atención la forma en la cual la expone, ya que nos encontramos como una visión clásica de la enseñanza de esta relación, lo cual sin duda nos da señales claras de que el proceso de enseñanza que éste guía sobre el tema en cuestión, en el proceso formativo de los alumno, esta en razón de esta estrategia o visión matemática.</p>

**Tercera tabla análisis:**

**Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:**



## Análisis del profesor Dos

Primera tabla de análisis:

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a	x		x		
Actividad I b	x		x		
Actividad II	x			x	
Actividad III	x		Sin juicio		

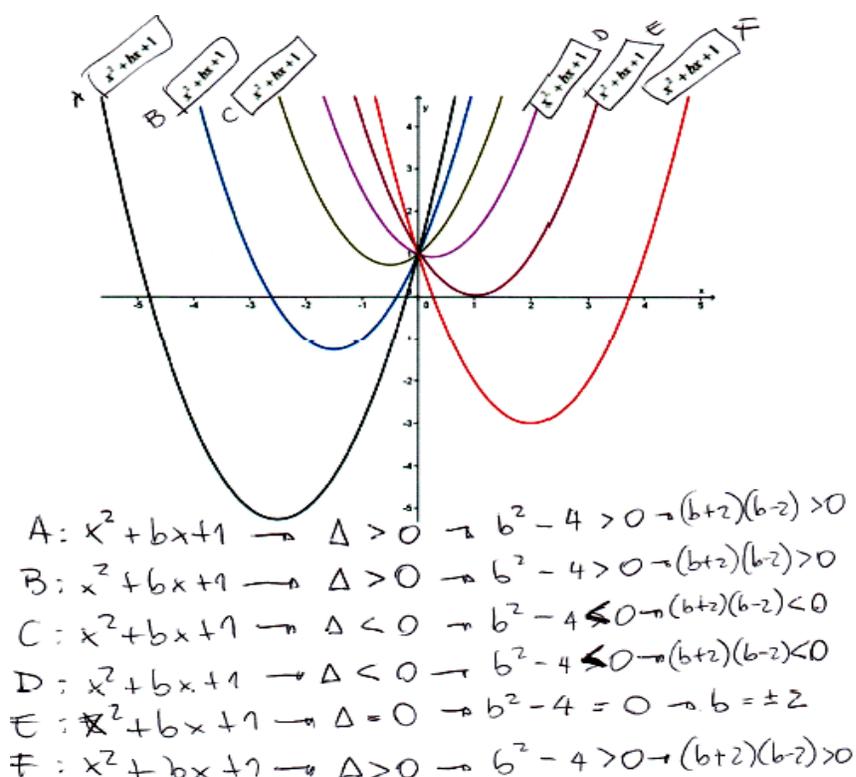
Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
<b>Actividad I a</b>	El docente, no expone o declara elementos que nos permitan levantar un juicio claro con respecto a la resolución de esta actividad, sin embargo, consideramos que de lo expuesto, se puede determinar que éste reconoce el comportamiento del parámetro "a" de la representación algebraica de la función cuadrática en la representación gráfica de esta función.	<p>Recogemos como estrategia en la resolución de esta actividad, la utilización del signo del parámetro "a", en torno a la concavidad que genera en la parábola a partir de si :</p> <p><math>a &gt; 0</math>, entonces la parábola abre hacia arriba.</p> <p><math>a &lt; 0</math>, entonces la parábola abre hacia abajo.</p>
<b>Actividad I b</b>	De lo expuesto por el docente, podemos determinar que éste presenta una perspectiva más bien analítica o algorítmica del parámetro "c", dado que manifiesta que el valor de "c", le permite encontrar la intersección de la parábola, con respecto al eje de las ordenadas.	<p>Para resolver la actividad, el docente es breve en su declaración de principios, en torno a como enfrentar ésta, sin embargo, es claro, ya que manifiesta que :</p> <p><i>En una función <math>f(x) = Ax^2 + Bx + C</math></i>  <i>El valor de C indica la <math>\pi</math> en el eje <math>y</math></i></p>

<p><b>Actividad II</b></p>	<p>A partir de lo expuesto por el docente, no podemos nuevamente realizar juicios más concretos, sin embargo, nos parece que el docente no reconoce la importancia de este parámetro, en el Comportamiento de la parábola en la representación gráfica de la función.</p>	<p>La estrategia o metodología que utiliza para responder parte de la actividad, esta centrada en el registro analítico - algebraico. Esta situación es evidente, ya que su desarrollo, esta basado en torno al valor que puede tomar el discriminante, el cual expone de la siguiente forma:</p> $b^2 - 4ac > 0$ $b^2 - 4ac < 0$ $b^2 - 4ac = 0$
<p><b>Actividad III</b></p>	<p>En consideración a lo expuesto por el docente, se puede determinar el hecho de que éste si percibe el comportamiento de los parámetros que son parte de la representación algebraica de la función cuadrática, en la representación gráfica de la función, dado que manifiesta por ejemplo, el concepto de variación de los parámetros, además, de invitar a realizar un análisis en cada uno de los casos. Ahora bien, si consideramos las respuestas de las actividades antes descritas, podemos reconocer una visión algorítmica del análisis del comportamiento de esta función, por parte del docente.</p>	<p>Como estrategia para ayudar a un joven que no logra establecer la relación entre los parámetros de la representación algebraica, con el comportamiento de estos en la representación grafica de la función, el docente recomienda en esta actividad, realizar un grupo de ejercicios, de tal forma de que el alumno, varíe los valores de cada uno de los parámetros de manera independiente, con el objeto de que éste, puede observar el comportamiento que logran, en la representación gráfica de la función. De forma posterior, el docente expone la necesidad de realizar un análisis general, en relación a dichos comportamientos, indicando poder identificar qué es lo que ocurre en cada caso.</p>

### Tercera tabla análisis:

Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:



De lo expuesto por el docente, se puede extraer de la metodología o estrategia utilizada para resolver esta actividad, un elemento matemático no menor, el cual nos permitirá en el futuro considerar la utilización de esta estrategia, en la forma de dictar su clase, dado que reconocemos a simple vista y de forma preponderante, la necesidad de extrapolar el problema de aproximar valores al parámetro "b" al ámbito de lo analítico, esto ya que no encuentra una aproximación real a los posibles valores que pudiese tener "b" para cada una de las funciones, desde una perspectiva distinta a la analítica o algorítmica.

Otro punto que nos parece importante de recalcar, es el hecho de lo próximo que se encuentra el docente a la utilización de estructuras algebraicas que permiten de forma rápida realizar el análisis de la función cuadrática, lo cual se manifiesta en este caso, en la utilización del discriminante ( $\Delta$ ).

Por último, destacamos el hecho de que solo el docente es capaz de aproximar los valores del parámetro "b" en el caso de que el discriminante sea cero, lo cual sin duda le facilita la tarea, ya que luego de realizar una simple operación algebraica, podrá determinar dos posibles valores para este parámetro, sin embargo, en los

otros casos, es decir, donde el discriminante es mayor o menor a cero, el docente no lo logra aproximar valores, dado que bajo nuestra perspectiva, la estrategia que utilizo no era la adecuada, tal que ella, le ofrecía como respuesta un conjunto de valores, pero no uno en específico.

### Análisis del profesor Tres

Primera tabla de análisis:

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a	x			x	
Actividad I b	x		x		
Actividad II	x		x		
Actividad III	x		Sin juicio		

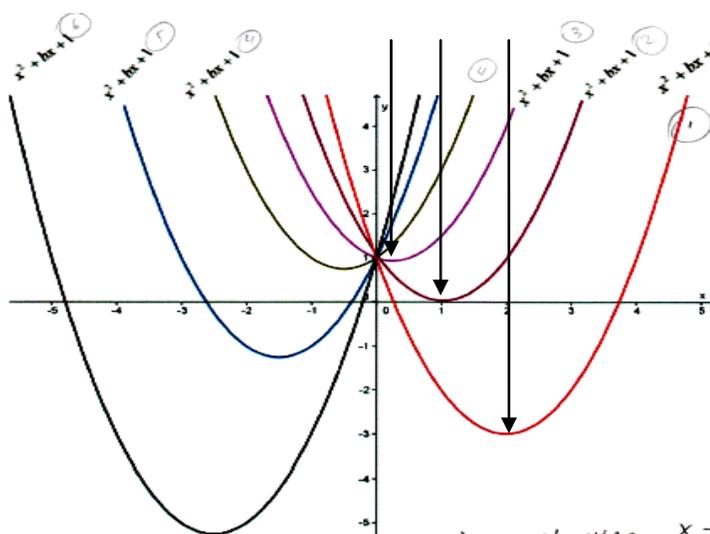
Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
Actividad I a	<p>En razón a lo expuesto por el docente, se puede determinar que éste mantiene una percepción en torno al parámetro "a", a partir de:</p> <p>a &gt; 0 es abierta hacia arriba</p> <p>a &lt; 0 es abierta hacia abajo</p> <p>Lo cual deja en evidencia, que asocia el signo que puede comprender el valor de "a" como referencia en torno a la variación de este parámetro.</p>	<p>La metodología que utiliza para asociar las expresiones algebraicas de la función cuadrática con su representación gráfica, se puede determinar a partir de la utilización en primer lugar, de la identificación que realiza de cada una de las funciones, mediante una numeración. Luego, utiliza el algoritmo del eje de simetría de la parábola, para determinar los valores de los coeficientes que la involucran y a la vez, el valor de este eje, situación que lo lleva a orientar su decisión final en torno a la actividad, a partir de este valor, como referencia en torno al eje de las abscisas, tal como se puede evidenciar en el siguiente ejemplo:</p> $y = \left(-\frac{1}{3}\right)x^2 + x - 1$ $x = \frac{-1}{2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{3}{2} = 1,5$

<p><b>Actividad I b</b></p>	<p>El docente declara abiertamente, su percepción del parámetro “c”, a partir de la idea del término libre, el cual va a representar el corte de la parábola con respecto al eje de las Y.</p>	<p>La metodología o estrategia utilizada por el docente, esta relacionada con un espíritu algorítmico del análisis de la función cuadrática, ya que considera a la variable independiente igual a cero, de tal forma de generar lo que él “llama término libre”.</p>
<p><b>Actividad II</b></p>	<p>Al considerar los elementos que nos ha aportado el docente, no estamos en condiciones de levantar un juicio claro sobre su perspectiva. Sin embargo, por como el docente resuelve la actividad, podemos mencionar bajo nuestro criterio, que éste, solo considera al parámetro “b” desde el punto de vista algorítmico.</p>	<p>La metodología que el profesor utiliza para dar solución a la actividad, consiste en ocupar al eje de simetría, como herramienta matemática frente al desafío.</p> <p>Teniendo en consideración lo anterior, lo primero que determina el docente, es el valor para el coeficiente “a”, que en este caso, corresponde al de una unidad.</p> <p>Luego, estima valores para la variable independiente, de tal forma de poder efectuar los cálculos que permiten aproximar valores para el coeficiente “b”, en razón de la posición del eje de simetría con respecto al eje de las abscisas, lo cual queda en evidencia en uno de los casos, tal que:</p> $\text{Al usar } x = \frac{-b}{2a}$ $x = 2 = \frac{-?}{2 \cdot 1} \Rightarrow b = -4$
<p><b>Actividad III</b></p>	<p>Al considerar la apuesta pedagógica y la exposición de los elementos cognitivos por parte del docente, es por lo cual, estamos en condiciones de manifestar que éste, se destaca por poseer una visión totalmente algorítmica del análisis del comportamiento de los parámetros de la función cuadrática.</p>	<p>La estrategia que expone el profesor con respecto a cumplir el objetivo de la actividad, es la siguiente:</p> <p>Primero, indica que la concavidad de la parábola, depende de si:</p> <p><math>a &gt; 0</math> ó <math>a &lt; 0</math></p> <p>Luego, manifiesta que al igualar la variable independiente a cero, se puede obtener el punto de intersección de la parábola con respecto al eje de la ordenada.</p>

**Tercera tabla análisis:**

**Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:**



- ①  $b$  debe ser un valor negativo; al usar  $x = \frac{-b}{2a}$  }  
 $x = 2 = \frac{-?}{2 \cdot 1} \Rightarrow b = -4$   
 ②  $x = 1 \Rightarrow 1 = \frac{-?}{2 \cdot 1} \Rightarrow b = -2$   
 ③  $x = 0 \Rightarrow 0 = \frac{-?}{2 \cdot 1} \Rightarrow b = 0$

En docente realiza el estudio del parámetro “b”, a partir de la utilización de un algoritmo matemático habitual en las clases que dan cuenta del análisis de la función cuadrática, en enseñanza media. Éste, dice tener relación, con el eje de simetría de la parábola, el cual se determina mediante la expresión, que ha sido distinguida por el paréntesis.

En el caso de este profesor, una vez que reconoce como estrategia la aplicación de este algoritmo, considera de forma posterior, valores para la variable independiente de la expresión, lo cual lo hace de manera visual, situación que hemos querido ratificar, mediante el caso de la función a la cual él se dirige asignando como número tres, tal que es ahí, donde se evidencia dicho comportamiento sobre la valorización de esta variable sólo desde una perspectiva visual. Es importante destacar, que sus aproximaciones en general no son objetivas, ya que en esta función, el docente considera que el eje de simetría, es cero, lo cual hace y genera alejar el valor final del parámetro “b”, en virtud de que esta consideración, es errónea al igual que en otros casos. Ahora bien, cuando enfrenta el desafío de determinar valores para los otro ejercicios, destacamos que la operación que ejecuta es exacta, dado que son números enteros y por tanto le son fácil de

evidenciar, lo cual permite entonces, no genera error en su determinación, sin embargo, cuando debe estimar valores decimales, esto lo hace aproximando valores conocido, por ejemplo 0.5, lo cual nos indica que el docente, suele trabajar con situaciones conocidas y cercanas a él, por tanto, no presenta como característica, el poder salir de ese campo.

### Análisis de profesor Cuatro

Primera tabla de análisis:

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a		x			Declara no haber tenido el tiempo suficiente para resolver la actividad
Actividad I b		x			Declara no haber tenido el tiempo suficiente para resolver la actividad
Actividad II		x			Declara no haber tenido el tiempo suficiente para resolver la actividad
Actividad III	x		Sin juicio		

Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
Actividad I a	De lo expuesto por el docente, consideramos que percibe al parámetro "a", bajo la perspectiva de la concavidad que genera en la parábola.	<p>El profesor describe tres elementos que le permitirían a él, responder la actividad.</p> <p>En el primero de ellos, indica la necesidad de encontrar el vértice de la parábola, de tal forma de asociar las funciones expresadas algebraicamente y gráficamente, a partir, de la siguiente expresión:</p> $V\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b+4ac}{4a}\right)$

		<p>Luego, considera el estudio de los parámetros “a” y “b”, indicando que ellos podrían tomar distintos valores, lo cual genera cambios en el comportamiento gráfico de la función.</p> <p>Por último, determina que es importante considerar la intersección del eje de las ordenadas, ya que ello, permitiría visualizar y distinguir también las funciones en su forma gráfica y algebraica. Para lo cual indica este punto, como (0, c).</p>
<b>Actividad I b</b>	<p>Reconoce al parámetro “c”, como aquel que permite determinar, el punto de intersección que tiene la parábola con respecto al eje de las ordenadas.</p>	<p>Si bien el docente no resuelve la actividad, declara que ella se puede resolver aplicando la siguiente consideración. En virtud de que todas las funciones presente en esta actividad, mantienen una concavidad cuya apertura es hacia abajo, dado que <math>a &lt; 0</math>, entonces, su interés debe centrarse en diferenciar el parámetro “c” en cada una de las funciones, de tal forma de poder optar de manera concreta por cada una ellas. Para ello, el docente indica que bastaría con hacer <math>x = 0</math>, de tal forma de generar el punto (0, c) lo cual permitiría entonces realizar la actividad, solo por una inspección visual, una vez determinado este punto.</p>
<b>Actividad II</b>	<p>El docente demuestra mediante algunos ejemplos que expone, contar con el dominio correspondiente en torno al parámetro “b”, de la expresión algebraica de la función cuadrática, dado que manifiesta el comportamiento que este parámetro comprende en la representación gráfica de la función, indicando que si su valor es positivo, la parábola se desplaza a la izquierda</p>	<p>El docente presenta como metodología para dar respuesta a la actividad, la utilización de la siguiente ecuación canónica <math>y = a(x - h)^2 + k</math>, donde el vértice es (h, k).</p> <p>Utiliza esta estrategia, principalmente para obtener el vértice de la parábola, y así poder determinar la cercanía o aproximación de ciertos valores para el parámetro “b”.</p>

	<p>en caso contrario lo hace a la derecha.</p>	<p>Luego, declara que conociendo el vértice de la parábola, si en este caso <math>h</math> es mayor que cero, entonces la parábola se desplaza hacia el lado izquierdo, en caso contrario, si <math>h</math> es menor que cero, entonces la parábola se desplaza hacia la derecha.</p>
<p><b>Actividad III</b></p>	<p>En general, destacamos en este punto, que el docente mantiene una mirada centrada más bien en lo que respecta al lenguaje algebraico y aritmético de los parámetros de la función cuadrática, esto se evidencia, cuando manifiesta el concepto de “Formulas”, para referirse a las expresiones algebraicas que le permiten determinar ciertas condiciones de la función cuadrática.</p>	<p>El docente declara enfrentar una situación de este tipo de la siguiente manera:</p> <p>Primero, él describe la utilización de una función cuadrática cualquiera, de tal forma de modificar su comportamiento a partir de la variación de los valores que pueden tomar los coeficientes de la expresión algebraica de esta función.</p> <p>En segundo lugar, considera la utilización de una serie de gráficos de funciones sencillas, de tal forma de que sea a partir de ello, el poder determinar el comportamiento de los parámetros de la expresión algebraica de la función cuadrática, en razón del comportamiento de la representación gráfica de las funciones.</p> <p>Como última consideración, manifiesta otorgar valores a los parámetros que están presente en el discriminante, en el vértice, en los ceros de la función, en la intersección con el eje Y, de tal forma de observar su variación en la función cuadrática a partir de la utilización de lo que él denomina como “formulas”.</p>

### Tercera tabla análisis:

Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:

#### Actividad II

Desarrollo de actividad II:

Con la ecuación canónica  
 $y = a(x-h)^2 + k$  donde  
el vértice es  $(h, k)$

por ejemplo: se expresamos

$$y = x^2 - 4x + 1$$

$$y = (x-2)^2 - 4 + 1$$

$$y = (x-2)^2 - 3$$

$V(2, -3)$  que sería  
la roja

La ecuación nos da el desplazamiento  
en el eje X si  $h > 0$  se desplaza  
hacia el lado izquierdo si  
es negativa hacia el lado  
derecho.

$$y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 1 \quad V\left(-\frac{3}{2}, -1\right)$$

→ se asocia con la  
ecuación azul

De la metodología que expone el docente para poder dar respuesta a la actividad, destacamos lo arraigado que él está, a la estructura que ha identificado como "formula", situación que si bien no es enjuiciable, podemos describir de ella la necesidad extrínseca de tener que recurrir a este tipo de estrategias o acercamientos matemáticos, de tal forma de generalizar ciertas situaciones.

Otro aspecto que nos llama la atención, es la consideración de los puntos referenciales que el docente ha determinado, ya que en ambos casos, solo considera a valores racionales conocidos, como es el  $\frac{3}{2}$  y el 2, lo cual queda de manifiesto, en las dos únicas respuestas que otorga a la actividad. Esto nos lleva a pensar, a que el docente, no quiso aventurar o aproximarse a valores distintos de los que a él le podían ser cercanos, conocidos o fáciles de manipular en su metodología.

### Análisis del profesor Cinco

Primera tabla de análisis:

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a	x			x	
Actividad I b	x		x		
Actividad II		x			No declara el motivo.
Actividad III	x		Sin juicio		

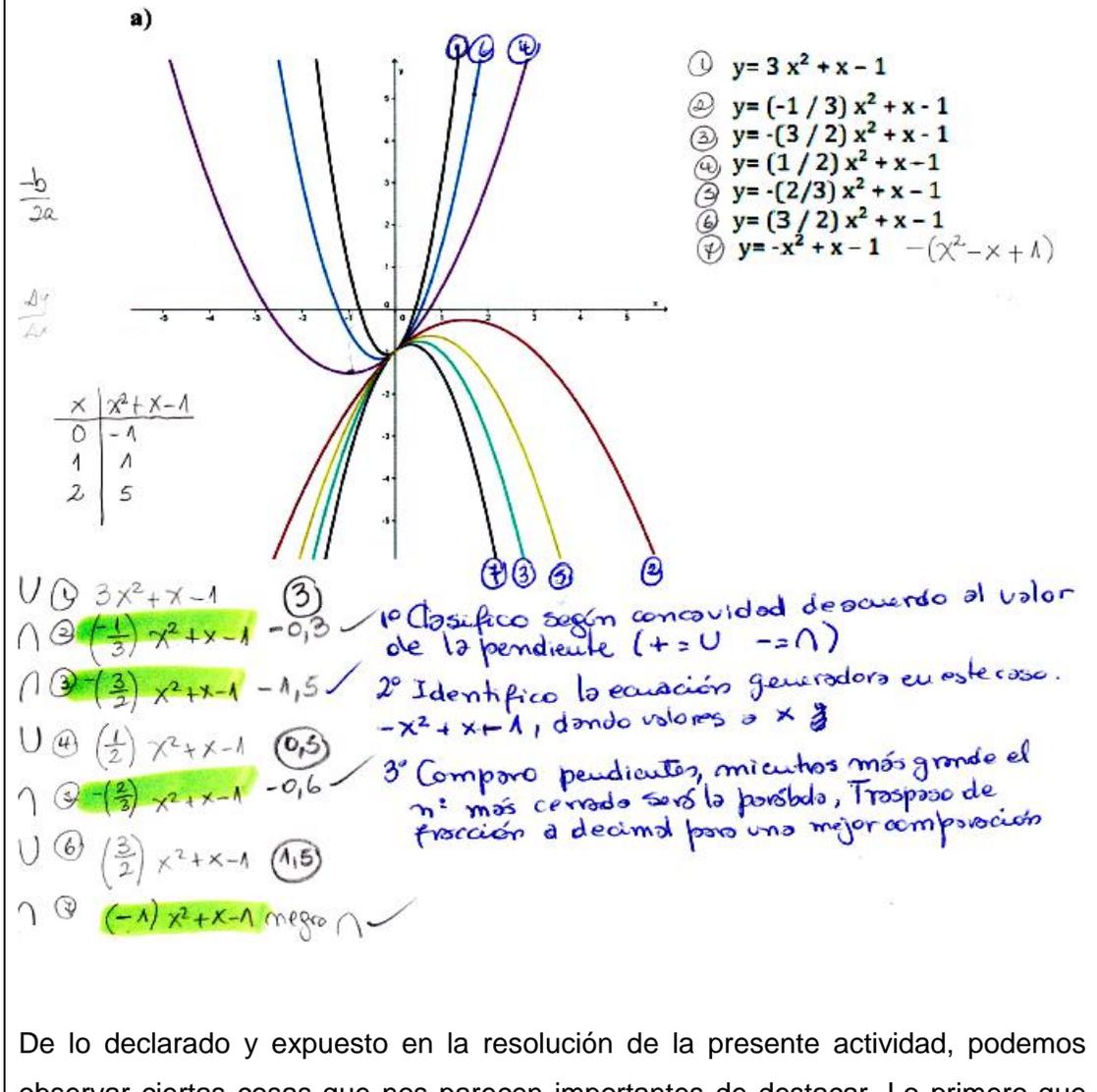
Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
Actividad I a	<p>Reconoce a este parámetro, desde dos punto de vista:</p> <p>Primero:</p> <p>Identifica de él el signo que mantiene el coeficiente, lo cual le permite determinar la apertura de la parábola.</p> <p>Segundo:</p> <p>Se evidencia el conocimiento que mantiene del parámetro "a", en torno a la dilatación o contracción que este puede determinar en la representación gráfica de la función cuadrática.</p>	<p>El docente describe tres pasos en la resolución de esta actividad:</p> <p>Primero:</p> <p>Clasifica según concavidad, esto de acuerdo al valor de la pendiente.</p> <p>Segundo:</p> <p>Considera la valorización de la ecuación con la cual va a trabajar.</p> <p>Tercero:</p> <p>Compara lo que ella llama, pendientes, y determina la contracción o dilatación de la parábola, dependiendo el valor del parámetro "a".</p>
Actividad I b	<p>El docente considera al parámetro "c", como el valor que indica donde corta la parábola al eje Y.</p>	<p>Primero:</p> <p>Describe que todas tienen concavidad negativa.</p> <p>Segundo:</p> <p>Realiza una inspección visual, para determina finalmente, cual función corresponde.</p>

<p><b>Actividad II</b></p>	<p>No mantiene ninguna percepción del parámetro "b", dado que no resuelve la actividad, declarando no saber.</p>	<p>No utiliza ninguna estrategia, ya que no responde la actividad.</p>
<p><b>Actividad III</b></p>	<p>Destacamos que el docente, manifiesta un conocimiento relativo en torno a los parámetros que involucran la representación algebraica de la función cuadrática. Hablamos solo de relativo, ya que en el caso del coeficiente "b", conoce y declara por escrito el comportamiento que tiene, sin embargo, en la actividad número dos, no logra aproximar valores a él, de tal forma de cumplir con la actividad.</p>	<p>Primero:</p> <p>Utiliza como punto inicial, el aspecto algebraico, ya que especifica llevar la función cuadrática a una forma canónica de tal forma de poder dejar en evidencia los valores que toma cada uno de los parámetros que componen la representación algebraica de la función cuadrática.</p> <p>Segundo:</p> <p>Una vez que logra expresar la función cuadrática en su forma canónica, realiza el estudio de cada uno de los parámetros o coeficientes, indicando el comportamiento que estos tendrán en la representación gráfica de la función.</p>

Tercera tabla análisis:

Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:



De lo declarado y expuesto en la resolución de la presente actividad, podemos observar ciertas cosas que nos parecen importantes de destacar. Lo primero que nos llama la atención, es la consideración que tiene en relación a la posición del -1.5 en la recta numérica, ya que eso causa error en la elección final sobre la parábola que corresponde en este caso a la que esta representada en color negro. Luego, destacamos la presencia de dos elementos que dan evidencia de lo cercano que se encuentra, a lo algorítmico de la función cuadrática, ya que aún desconociendo el por qué o para qué habría utilizado la expresión  $\frac{-b}{2a}$ , nos da señales de que su estructura cognitiva esta centrada en lo algorítmico. De igual forma ocurre cuando observamos la presencia del registro tabular, que realiza sobre la expresión  $x^2 + x - 1$ . Aquí nuevamente nos manifiesta la cercanía al

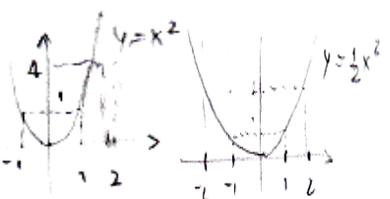
registro algebraico y sobre todo, la necesidad de utilizar recursos de tipo numéricos a la hora de enfrentar la identificación de la relación entre los parámetros de la expresión algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos, en la representación gráfica de la función.

**Análisis de profesor Seis**

Primera tabla de análisis:

Identificación de la Actividad	El profesor responde a la Actividad.		Si responde, lo hace de forma correcta.		De no responder, ¿Por qué no lo hace?
	Si	No	Si	No	
Actividad I a	x		x		
Actividad I b	x		x		
Actividad II	x		x		
Actividad III	x		Sin juicio		

Segunda tabla de análisis:

Identificación de la Actividad.	Percepción que el docente mantiene del parámetro.	Estrategia que utiliza para resolver la actividad.
Actividad I a	<p>El docente demuestra poseer una perspectiva clara sobre el comportamiento que logra tener el parámetro "a" en la representación gráfica de la función cuadrática, en virtud de la evidencia que hemos podido recoger del instrumento, donde declara que :</p> <p><math>0 &lt; A &lt; 1</math> La curva se "abre"</p> <p><math>A &gt; 1</math> La curva se "cierra"</p> <p>Aludiendo para el primer caso, el concepto de dilatación de la parábola, y en el segundo, sobre la contracción de esta.</p>	<p>Lo primero que rescatamos de la forma en la cual el docente enfrenta la actividad, es el hecho de probar de manera aislada, el comportamiento gráfico del parámetro "a" en la función, tal como por ejemplo:</p>  <p>Luego, identifica cada una de las funciones, utilizando letras del abecedario.</p> <p>Por último, declara lo siguiente:</p> <p><math>D &lt; F &lt; A</math> ;</p> <p><math>B &lt; E &lt; G &lt; C</math></p>

<p align="center"><b>Actividad I b</b></p>	<p>El docente, entiende al parámetro “c” como el punto de intersección de la parábola con respecto al eje de las ordenas, lo cual se evidencia, a partir de la siguiente consideración que establece:</p> <p>“Encuentro la intersección de cada una, con el eje Y”</p>	<p>El docente declara en el informe de la actividad lo siguiente:</p> <p>Primero, considera observar el coeficiente cuadrático “a” y en el lineal “b” de la parábola, con el objeto de verificar que sean los mismos valores.</p> <p>Luego, declara encontrar la intersección de cada una de las funciones, con respecto al eje de las ordenadas, a partir de lo siguiente:</p> <p>X=0</p> <p>Finalmente, ordena las funciones con letras del abecedario, de tal forma de generar un orden en sus análisis y a la vez, poder determina cual función corresponde en cada uno de los casos.</p>
<p align="center"><b>Actividad II</b></p>	<p>De acuerdo a lo expuesto por el profesor, no consideramos tener elementos suficientes para enjuiciar la percepción que mantiene sobre el parámetro “b”, dado que solo se limita a resolver la actividad, pero no declara su visión sobre el parámetro.</p> <p>Sin embargo, de igual forma declaramos en razón de lo expuesto por el docente, el hecho de que éste, si reconoce el comportamiento algorítmico del parámetro, ya que presenta una estrategia estructurada y definida para resolver la actividad.</p>	<p>La estrategia que utiliza para aproximar valores al parámetro “b” a cada una de las funciones presente en la gráfica, esta determinada por los siguientes pasos:</p> <p>Lo primero que determina, es la consideración de que los parámetros “a” y “c”, tienen los mismos coeficientes.</p> <p>Luego, establece como punto de referencia, el eje de simetría de la parábola, de tal forma que desprende mediante un trabajo sencillo <math>b = -2x</math>, tal que <math>a = 1</math>.</p> <p>Finalmente, por simple inspección del gráfico, determina valores para la variable independiente, en razón a los valores que se le pueden asimilar a esta, a partir del trazo de rectas perpendiculares al eje de las abscisas, lo cual le permite aplicar su expresión algebraica y aproximar valores para el parámetro “b”.</p>

<p style="text-align: center;"><b>Actividad III</b></p>	<p>A partir de los elementos que entrega el docente, podemos determinar que éste mantiene solo un conocimiento relativo en torno a los parámetros, dado que reconocer de manera muy clara, los dos parámetros más utilizados en la enseñanza media, es decir, el parámetro “a” y “c”.</p> <p>Para el caso del coeficiente “b”, solo manifiesta una perspectiva analítica de su comportamiento, ya que manifiesta abiertamente, determinar el eje de simetría de la parábola, de tal forma de poder obtener valores para este parámetro.</p>	<p>Lo primero que destacamos, es el hecho de que el docente manifiesta poder realizar una actividad parecida a la cual el se enfrenta, pero con un nivel más acorde al del estudiante.</p> <p>Luego, manifiesta como primera actividad a resolver por parte del estudiante, el poder realizar una serie de gráficas de funciones cuadráticas, a partir de la forma:</p> $y = x^2$ <p>Con el objeto de poder observar de manera concreta el comportamiento que mantiene el parámetro “a”, en la gráfica de la función.</p> <p>Como segunda actividad de intervención, el docente determinar presentar funciones con igual valor para los coeficientes “a” y “b”, de tal forma de poder observar el comportamiento de “c”, en la parábola.</p> <p>Por último, plantea buscar el eje de simetría y el vértice de la parábola, de tal forma de que a partir de ello, los alumnos, puedan determinar o aproximar valores para “b”.</p>
---	---	---

### Tercera tabla análisis:

**Aspectos relevantes de mencionar, en torno a las respuesta que ofrece el docente:**

Le ayudaría realizando una actividad parecida a la que se plantea aquí, pero adecuándola a su nivel; inicialmente lo haría con una a partir de la función  $y=x^2$  los gráficos de  $y=2x^2$  e  $y=\frac{1}{2}x^2$  para luego compararlos con  $y=-2x^2$  e  $y=-\frac{1}{2}x^2$  así lograría visualizar el cambio del parámetro cuadrático (a).

Luego, en una segunda actividad, le presentaría parábolas de igual (a) y (b) para identificar el coeficiente (c) con la intersección del eje y.

Finalmente en una última actividad haría que buscaran el eje de simetría y el vértice de la parábola para que lo asociaran con el parámetro (b).

Hemos querido rescatar de este docente, la presente respuesta de la actividad tres, tal que encontramos en ella elementos importantes desde el punto de vista pedagógico. El primero de ellos, tiene relación con una manifestación de principio profesional, lo cual se evidencia declarando brindar a un alumno la orientación que se le solicitaba mediante la expresión "Le ayudaría", esto es un punto importante de rescatar, ya que no podemos ni debemos olvidar, cuál es nuestra función como formadores de personas, ayudantes y correctores de las mismas.

Luego, el otro elemento que nos parece importante, es la forma en la cual él docente presenta su ayuda, dado que lo hace de manera estructurada y clara, lo cual sin duda permite al alumno, lograr un cierto orden en su estudio y aprendizaje.

Finalmente, hacemos alusión a un punto de consideración, en torno a la estrategia que propone el docente. Aquí, lo que destaca es la perspectiva analítica que éste logra manifestar en su apuesta pedagógica, siendo esto nuevamente llamativo para el grupo de investigación, ya que nos da sustento para indicar entonces, la utilización de un discurso matemático totalmente algorítmico en el proceso de enseñanza de esta relación que se puede establecer entre los parámetro de la función cuadrática y su representación gráfica.

### Actividad II

Desarrollo de actividad II: Las parábolas poseen igual coeficiente  $a$  y  $c$ ; recuerda que el eje de simetría viene dado por  $x = -\frac{b}{2a}$

En este caso  $a = 1$ , luego  $x = -\frac{b}{2} \Rightarrow b = -2x$

Por simple inspección del gráfico se tienen valores aproximados del eje de simetría:

$$A: -2,5 \Rightarrow b = -2 \cdot -\frac{5}{2} = 5$$

$$B: -1,5 \Rightarrow b = -2 \cdot -\frac{3}{2} = 3$$

$$C: -0,5 \Rightarrow b = -2 \cdot -\frac{1}{2} = 1$$

$$D: 0,5 \Rightarrow b = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$E: 1 \Rightarrow b = -2 \cdot 1 = -2$$

$$F: 2 \Rightarrow b = -2 \cdot 2 = -4$$

En relación a este último profesor, hemos querido compartir la solución de esta actividad, principalmente, por el hecho de encontrar en ella, un recurso poco utilizado en torno a determinar valores para el parámetro "b". Este recurso es de tipo algorítmico, tal como se señala en la imagen, en el cual se emplea un trabajo algebraico, de tal forma de despejar la variable a determinar, que en este caso es el parámetro "b". De forma posterior, considera el valor del coeficiente "a" igual en todas las funciones expuestas para el análisis, lo cual permite al docente realizar la aproximación de posibles valores para la variable independiente, de tal forma de generar mediante la expresión determinada, aproximaciones para el parámetro en cuestión.

De ésta metodología rescatamos el hecho de tomar valores para la variable independiente, a partir de la consideración de aproximaciones a valores que puede tomar esta variable, en torno a su eje de coordenada. Para ello, reconocemos en el trabajo que realiza el profesor, el trazo de rectas perpendiculares al eje de las abscisas, de tal forma de establecer un punto de referencia con respecto a este eje. En este contexto, destacamos que los valores que considera para esta variable, son aceptables para el caso de los valores enteros, sin embargo, cuando debe aproximar valores decimales, la aproximación del parámetro "b", se aleja de los valores considerados, tal que su aproximación con respecto a la variable independiente, se aleja del estimado por el grupo de investigación.

## Consideraciones del Análisis a Posteriori

En este apartado, desarrollaremos el contraste de información entre las hipótesis que el grupo de investigación levanto en relación a las respuestas que los docentes darían de las actividades y aquella información que se obtuvo de la aplicación del instrumento de recolección de información. Para realizar dicho contraste, se expondrá de forma genérica las respuestas esperadas por el grupo de investigación, en relación a cada una de las actividades, de tal forma de poder realizar por cada una de ellas, las consideraciones pertinentes a lo recogido como información.

La primera actividad del instrumento, debe considerar su análisis en dos etapas, ya que en la primera línea de trabajo, se estableció como hipótesis, desarrollar la actividad a partir de dos estrategias o metodologías, lo cual solo fue cubierto por el 16,7 por ciento de la muestra, versus el 83,3 por ciento restante que solo abarcó como estrategia el aspecto visual o analítico. Luego, se expuso como hipótesis la consideración en torno a reconocer el comportamiento del parámetro “a” de la expresión algebraica de la función cuadrática, teniendo en cuenta a este parámetro, como aquel que permitía analizar la contracción o dilatación de la parábola dependiendo del valor que este coeficiente tuviese asociado, a lo cual el 66,7 por ciento de los encuestados mostro reconocer lo planteado por el grupo de investigación, versus el 33,3 por ciento restante, cuya consideración estuvo centrada en el aspecto analítico del análisis de este parámetro. En este contexto, destacamos la necesidad que hemos evidenciamos por parte de los docentes, en torno a realizar un estudio analítico del parámetro, de tal forma de confirmar en algunos casos el comportamiento de éste en su representación gráfica y en otros, como medio de prueba para poder determinar dicho comportamiento.

Ahora bien, cuando consideramos la segunda etapa de la actividad, nuestra hipótesis en torno al parámetro “c”, era la resolución sin inconvenientes de la presente actividad por parte de los docentes, a partir de la consideración de que ellos debían dar cuenta del comportamiento de este parámetro en la representación gráfica de la función, dado que es parte de los objetivos que están presente en el Marco Curricular Nacional y en los texto escolares, como el desplazamiento de la parábola con respecto al punto de origen de esta en relación al eje de las ordenadas. Frente a ello, debemos manifestar que en un alto porcentaje esto si se cumplió, sin embargo, debemos destacar que la mirada que logran ejercer los docentes sobre este parámetro, esta más bien puesta al servicio de concebir a éste solo como el punto de intersección de la parábola con respecto al eje de las ordenadas, lo cual nos parece llamativo, pero a la vez, nos indica que su enseñanza esta en razón de una estructura cognitiva totalmente analítica de la función

cuadrática, por lo cual manifestamos nuestra preocupación sobre este hecho, sobre todo, al considerar que solo el 16,7 por ciento de los encuestado concibe a este parámetro como aquel que permite desplazar la parábola sobre el eje de las ordenadas, desde el punto de origen de ella. En este mismo contexto, declaramos que las estrategias más utilizadas por parte de los docentes, fueron el aspecto visual del parámetro “c” y el analítico, mediante la igualación de la variable independiente de la función a cero.

Considerando los dos puntos antes mencionados en relación a la primera actividad, destacamos la mirada escolarizante que manifiestan los docentes en torno a estos dos parámetros, esto a nuestro juicio es principalmente, porque su enseñanza esta basado en este tipo de mirada, por lo cual la presentación de la función cuadrática en el proceso de formación del estudiante, se hace bajo un alero totalmente algebraico, cuartando un análisis de mayor categoría, con elementos significativos para el estudiante, como es a nuestro juicio, una mirada centrada en una perspectiva constructivista.

En relación a la segunda actividad, la cual comprendía aproximar valores para el parámetro “b”, de cada una de las funciones cuadráticas que se presentaban de manera algebraica, con el objeto de que se generara la correspondencia con su respectiva grafica, nuestro grupo de investigación en el análisis a priori, considero como hipótesis a tener en cuenta sobre la resolución de esta actividad, el hecho de que existirá un complicación notoria en reconocer el comportamiento de este parámetro en la representación gráfica de la función, así como también, el lograr determinar dichas aproximaciones. En este contexto, el grupo estableció la necesidad de contar con elementos matemáticos de corte analítico y algebraico, por parte de los profesores.

Ahora bien, al considerar la información recogida por el instrumento, podemos dar cuenta de que nuestras hipótesis se ratifico, dado que del total de las muestras, el 16,7 por ciento de esta, dejo en evidencia el no poder resolver la actividad, lo cual es una señal clara para el grupo de investigación, de que el comportamiento de este parámetro no es del todo cercano al docente, aún cuando éste debe dar cuenta en el proceso de enseñanza del comportamiento del parámetro. En relación a lo último, podemos agregar además como antecedente, el hecho de que solo el 50 por ciento de los profesores que respondieron la actividad, lo hicieron de manera correcta, en cuyo caso se evidencia un trabajo de tipo algorítmico y analítico como metodología en la resolución de la actividad.

En la tercera actividad, se presentó una situación particular que ofrecía la posibilidad de poner en práctica por una parte, las metodologías o estrategias pedagógicas con las cuales cuenta o debiera contar un docente, en torno a explicar a un alumno la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función, y por otra, aproximar valores para estos parámetros, de tal forma de que las funciones expresadas de manera algebraica coincidieran con las representaciones gráficas.

En torno a esta última actividad, el grupo de investigación propuso como hipótesis, la utilización de herramientas tecnológicas por parte de los docentes, en virtud de percibir en ellas, una oportunidad real de acercar el conocimiento matemático a la estructura del pensamiento del alumno, mediante instrumentos y aplicaciones que hoy en día se encuentran disponibles en el mercado educativo. Junto con ello, se consideró dos perspectivas diferentes entre sí, la primera de ellas, estaba orientada a evidenciar elementos de tipo analíticos en las respuestas de los docentes, versus la otra, que estaba orientada a evidenciar aspectos más constructivos del proceso de enseñanza del cual el docente estaba dando cuenta.

Al considerar lo anterior, primero destacamos el hecho de no existir evidencia alguna en la información recogida por el instrumento, sobre la utilización de herramientas tecnológicas que permitan al alumno acercar sus procesos cognitivos, al desarrollo matemático. Lo anterior nos hace poner en tela de juicio la formación docente por la cual hoy en día los alumnos de pedagogía son parte, ya que al no considerar esta herramienta educativa, nos hace pensar que el docente, no ha adquirido las competencias mínimas y necesarias en torno a ellas.

Otro elemento importante en este mismo contexto, es el hecho de observar con detenimiento, la propuesta que realiza uno de los docentes de enseñanza media, al plantear como solución al problema evidenciado por el alumno, la resolución de un grupo de ejercicios de corte analítico, lo cual no mejora el proceso de enseñanza y mucho menos el de aprendizaje. Esto se debe a que al contar con este tipo de respuesta por parte de un guía como lo es el docente, nos lleva a pensar en la necesidad de revisar de manera muy minuciosa, los elementos pedagógicos que hoy en día se están ofreciendo como respuesta en los procesos de formación docente en nuestro país.

# **CAPITULO IV: CONCLUSIONES**

## CONCLUSIONES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación, contemplo como objetivo determinar, analizar y evidenciar las competencias en los profesores de matemática de enseñanza media, en torno a la comprensión del comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática en su representación gráfica, lo cual nos llevo a establecer la siguiente pregunta de investigación en torno a nuestro objetivo:

¿Los profesores de matemática de enseñanza media, poseen como competencia la comprensión de la relación entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función?

En consideración a dar respuesta a esta pregunta, es por lo cual se estableció un conjunto de objetivos específicos, de tal forma de encontrar en ellos un cuerpo coherente y sustentable en el desarrollo de nuestro trabajo de investigación. Sin embargo, declaramos que nuestro trabajo sustenta sus bases teóricas, a partir del desarrollo de la Matemática Educativa, específicamente en relación a la aproximación de la Socioepistemología, en virtud de observar en ella la perspectiva didáctica que ofrece como referencia en el estudio y análisis del comportamiento del maestro, en relación al discurso escolar que genera en su enseñanza.

Ahora bien, debemos destacar a la ingeniería didáctica, como la metodología aplicada en nuestro trabajo de investigación, a partir de las distintas fases que componen su estructura, es decir, el análisis preliminar, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori. Desarrollar estas fases en cada uno de sus puntos, nos permitió recoger información concreta en relación a nuestro objetivo de investigación, a partir de la aplicación de un instrumento de recolección de información que fue confeccionado por María Ojilvie Terrones Arellano, en el contexto de conocer la dimensión docente en profesores mexicanos, situación que si bien no mantenía una relación directa con nuestro objetivo, cumplía con el perfil necesario para apoyar nuestra metodología, en virtud de encontrar en él una oportunidad de recoger información concreta referente a la concepción que mantenían los profesores de matemática de enseñanza media, sobre la relación entre el comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática y el comportamiento de esto en la representación gráfica de la función.

En consideración a los elementos antes mencionados, se establecerán las conclusiones finales de nuestro trabajo de investigación que nos permite optar al grado de licenciados en educación.

Al considerar la pregunta de investigación como referente inicial de nuestras conclusiones, es por lo cual determinaremos el haber cumplido o no, los objetivos específicos que se determinaron en nuestro trabajo, con el objeto de dar respuesta a dicha pregunta. En este contexto, haremos mención a cada uno de los objetivos específicos, de tal forma de levantar conjeturas sobre cada uno de ellos.

Nuestra primera tarea planteada en torno a la pregunta de investigación, fue revisar el estado del arte sobre los antecedentes que dan cuenta de información concreta referente a los elementos cognitivos que existen en la actualidad, fruto de las más variadas y distintas investigaciones que se han llevado a cabo, en relación al tema que hemos presentado en este trabajo. En este contexto, manifestamos que nuestra tarea fue cubierta de manera exitosa, ya que creemos haber expuestos elementos sólidos y coherentes a nuestra pregunta y objetivo de investigación, en virtud de que estos elementos logran tener hoy en día, un respaldo social importante, a partir del desarrollo que han tenido en mayor amplitud, por los distintos agentes educativos que han hecho de ellos un punto de referencia a lo largo del tiempo. Sin embargo, de igual forma manifestamos el haber querido abarcar aún más elementos que son parte de este estado del arte, como es el caso del aspecto epistemológico de la función y función cuadrática, ya que vemos en este aspecto una oportunidad de acercarnos de manera distintas en la comprensión de situaciones no siempre declaradas en el mundo educativo y mucho menos en las aulas de nuestro país, como por ejemplo, revisar la historia y el desarrollo que han tenido estos concepto.

Ahora bien, la revisión de tres textos escolares en nuestro trabajo de investigación, se fecundo en la idea de encontrar en ésta una oportunidad de observar la forma en la cual el alumno se acerca al conocimiento matemático, pero a la vez, ésta nos permitió conocer las metodologías o estrategias pedagógicas que ofrecían los textos, como elementos de apoyo cognitivos al trabajo realizado por el docente, ya sea para preparar su clase, o bien, como recurso de ésta. En este contexto, manifestamos haber cumplido nuestro objetivo, ya que presentamos una descripción de cada uno de ellos, mediante una estructura que nos permitió ofrecer la posibilidad de observar tres elementos, el primero es la presentación del tema. Luego, en segundo lugar, observamos con detención los ejercicios o problemas que exponían en torno al comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática, y por último, nos pareció importante integrar a la descripción, la evaluación que cada uno de los textos presentaba al cierre de la unidad, en virtud

de encontrar en esta etapa del proceso de enseñanza – aprendizaje, una oportunidad de observar las posibilidades que brindan este tipo de documentos a los estudiantes como herramienta a la hora de fortalecer el proceso de formación disciplinar. Pero a la vez, encontramos en estas evaluaciones, la posibilidad de conocer las metodologías de evaluación que ofrecen como apoyo al docente.

Sin embargo, manifestamos de igual forma, el hecho de explorar el campo de descripción a más de los tres textos que fueron presentados, es decir, al que es otorgado por el Ministerio de Educación, luego el que pertenece a una editorial privada como es el caso del Arrayan, y por último el que es utilizado por los estudiantes como apoyo al desarrollo de la resolución de ejercicios de PSU, ya que otros nos habrían permitido lograr abrir un abanico más amplio de descripción y por tanto de comparación en relación a nuestro interés.

El objetivo de analizar de forma particular en una de las fases de la ingeniería didáctica, el texto que es otorgado por el Ministerio de Educación, es principalmente, por el hecho de encontrar en él la posibilidad de considerar a los elementos que lo componen, como elementos estandarizados a nivel nacional, lo cual nos permitió establecer ciertas conjeturas en relación a la forma y estrategias que ofrecía tal documento. Además, tiene la característica de ser aquel texto oficial y representante de las perspectivas que el estado de Chile confiere a la educación y formación a sus estudiantes.

En este contexto, declaramos haber cumplido con nuestro objetivo, ya que fuimos capaces de establecer tres categorías de análisis para el presente documento, con el objeto de observar, primero la forma de inducir el conocimiento en la introducción que presenta el texto, situación importante en él, ya que demuestra contar con una preocupación por contagiar a la mayor cantidad de personas desde el punto de vista cognitivo, al momento de presentar por primera vez un nuevo contenido a los estudiantes, lo cual se puede evidenciar, en la exposición presentada del ejemplo sobre el cálculo que realiza un zoólogo, en relación al salto de una rana cuyo comportamiento describe una función cuadrática. En segundo lugar, analizamos la metodología que presentaba como estructura el texto, considerando de forma especial el estudio del comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática, en cuyo caso dimos cuenta de la estrategia pedagógica que ofrecía al docente como apoyo o desarrollo de su clase. Por último, presentamos la evaluación de progreso que exponía el texto al cierre de la unidad, dado que éste aspecto era relevante de establecer en virtud de observar ahí, la posibilidad de conocer la forma de medir cuanto ha aprendido un alumno, pero a la

vez, cuales son elementos y como debiera evaluar un docente de matemática en tercero medio.

El otro objetivo específico que se estableció, fue la revisión del programa de tercero medio correspondiente al Marco Curricular Nacional, con el objeto de observar las perspectivas que este documento emitido por el estado Chile, ofrecía en relación a nuestro interés de investigación. En este contexto, manifestamos que dicha revisión se llevo a cabo mediante la descripción de los elementos centrales de este documento, es decir, la presentación de los objetivos fundamentales, los aprendizajes esperados y las orientaciones pedagógicas que ofrece al docente, en relación a las metodologías de aplicación del comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática en la representación gráfica de la función. De acuerdo a lo anterior, declaramos haber dado cuenta de manera efectiva sobre nuestro objetivo específico, ya que éste nos permitió observar de manera concreta qué es lo que espera nuestro país en la formación brindada por los docentes que en la actualidad están en los distintos centro escolares, en función de organizar y aplicar los sistemas educativos.

El último de los objetivos específicos, tiene relación con recoger información mediante la aplicación de un instrumento de investigación, de tal forma de poder conocer de manera concreta y directa, la concepción de los profesores de matemática de enseñanza media, sobre la relación de nuestro interés de investigación. En torno a ello, declaramos haber cumplido a cabalidad con nuestro objetivo, ya que mediante la utilización de las distintas fases de la ingeniería didáctica, fuimos capaces aplicar y analizar mediante esta metodología, la información que nos ayudo a configurar las conclusiones finales de nuestro trabajo.

A partir de la pregunta de investigación, de los objetivos específicos que fueron descritos y analizados anteriormente, declaramos entonces, creer haber dado respuesta a nuestra pregunta, en virtud de encontrar en los elementos antes mencionados, consideraciones objetivas que permiten sustentar de manera clara y coherente, nuestra incertidumbre inicial expuesta en la pregunta ya declarada.

Finalmente, al triangular todos los elementos que hemos considerado en nuestra investigación, podemos conjeturar acerca de los procesos de enseñanza que en la actualidad se brindan en nuestro país, lo siguiente:

En la actualidad, los docentes que guían los proceso de enseñanza lo están haciendo bajo un paradigma pedagógico clásico - conductual, cuya característica se evidencia en el análisis algorítmico de la función cuadrática del cual dieron cuenta los docentes de enseñanza media, a partir de las estrategias o metodologías que se

apegan a la necesidad de contar con competencias o herramientas algebraicas y analíticas, que permitan dar respuesta a problemas como los presentados en el instrumento de investigación. Ahora bien, esta percepción tiene una trascendencia importante sobre nuestro trabajo de investigación, tal que nos permite reconocer de manera evidente el sistema, el lenguaje y el discurso estructural matemático que es puesto en escena en el proceso de formación escolar en nuestras aulas, lo cual queda en manifiesto en este caso, por ejemplo, en la concepción totalmente algorítmica del comportamiento del parámetro “c”, del cual solo se reconoce la virtud de ser el punto de intersección de la parábola con respecto al eje de las ordenadas, o bien, en el caso del parámetro “a”, donde la percepción manifestada en un alto porcentaje en el instrumento de investigación por parte de los docentes, es tener como punto de referencia a la concavidad de la parábola, en un problema que exigía reconocer la contracción o dilatación de ésta.

Son estos elementos, los que han permitido desprender aquello que hemos considerado como clásico, ya que logra tener sintonía con una matemática escolarizante, cuyo interés está puesto al servicio de una búsqueda permanente de resultados a corto plazo en virtud de encontrar en estos, un falso respaldo social, a partir de un número otorgado por pruebas estandarizadas y no de la visualización de un real proceso de formación escolar, lo cual implica desde nuestra concepción como alumnos cuya formación docente ha girado en un paradigma y estrategia pedagógica de un modelo más cercano a la construcción del pensamiento matemático, a partir de la valorización y consideración del entorno como referencia en el diseño y estructura de nuestra enseñanza, el hecho de modificar lo presentado en la actualidad por los docentes de matemática de enseñanza media, en virtud de lograr instalar competencias y elementos realmente significativos para el alumno y no elementos estandarizados propios de este tipo de evaluaciones.

Ahora bien, considerar los textos de estudio en el trabajo de investigación, fue bajo la concepción de que estos eran utilizados por parte de los docentes como un instrumento de apoyo a la construcción y al desarrollo de sus clases, lo cual nos ofrecía entonces, una concepción más objetiva de cuáles eran las estrategias pedagógicas y matemáticas que los profesores de enseñanza media colocaban en juego en el proceso de formación escolar. En este mismo contexto, declaramos en virtud de lo expuesto en los apartados anteriores, la concepción escolarizante y procedimentalista que brindan como alternativa el 66 por ciento de los textos revisados como parte de nuestro estudio, lo cual es una señal clara de que la percepción y el aprendizaje del alumno, queda sujeto a una referencia poco adecuada para su aprendizaje, en torno a la relación que existe entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el

comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Lo anterior es la manifestación concreta de abordar el tema solo desde una mirada puesta al servicio de este tipo de elementos, los cuales no generan un proceso cognitivo realmente trascendente dentro del proceso de enseñanza de los estudiantes, tal que si la clase del profesor, esta apoyada en esta institución cognitiva, nos permite conjeturar una inestabilidad cognitiva del docente y por tanto, del proceso de enseñanza que recibe el alumno.

Al percibir el instrumento de investigación como referente en torno al comportamiento del cual da cuenta el docente, en relación a su desempeño como tal en el proceso de enseñanza, es por lo cual destacamos de él, un aspecto que nos parece en la actualidad crucial de mencionar, ya que en el tiempo se han ofrecido los espacios y las herramientas tecnológicas en los distintos centros escolares de nuestro país. De esta manera, lo anterior se genera con el objeto de apoyar la inserción de los estudiantes a los nuevos elementos cognitivos que se van presentando en su proceso de formación, a partir de este tipo de herramientas.

En este contexto, destacamos que aún cuando no se especifica tener presente a este tipo de herramienta en una de las actividades de nuestro instrumento de investigación, de igual forma, creemos preocupante no encontrar ninguna respuesta ligada a la utilización de las TIC'S, como estrategia pedagógica por parte de los docentes que dieron cuenta del desafío expuesto en la actividad tres de éste, en virtud de conocer las estrategias o metodologías con las cuales enseñan el comportamiento de los parámetros del registro algebraico de la función cuadrática en la representación gráfica de la función.

La importancia y trascendencia de esta situación, radica en observar con mayor detención los planes de estudios que en la actualidad dan vida a la formación de los docentes de matemática, ya que ellos, deben contar con las competencias mínimas en la utilización de software libres como es el caso de Cabri, Geogebra u otro que permita al alumno generar un acercamiento al conocimiento matemático, tal como lo establece el Marco Curricular Nacional mediante su preocupación por la utilización de estas herramientas, a partir de la incorporación de diversas actividades y tareas en relación a esta orientación. Ahora bien, esta situación nos lleva a dejar en alerta a las autoridades académicas que son parte de la evaluación de este trabajo de investigación, en su calidad de formadores y constructores de futuros profesionales de la educación.

Cuando iniciamos el presente trabajo de investigación, dimos cuenta de la importancia que tendría para el grupo, considerar la perspectiva didáctica que ofrece la aproximación de la socioepistemología, en virtud de encontrar en ella un

conjunto de elementos que pueden ser analizados y que en nuestro caso serian parte importante de nuestro marco teórico es decir, la revisión del programa de estudio correspondiente al nivel de tercero medio del Marco Curricular Nacional y la revisión de la literatura matemática escolar, con la cual el docente apoya y organiza su clase. Al considerar a estos dos elementos, se toma necesariamente como referencia una estructura estandarizada a nivel nacional, dado que tanto el Marco Curricular Nacional y los textos de matemática de enseñanza media, perteneciente al nivel antes mencionado, son elementos que son aportados por el estado de Chile, en su calidad de garante de la educación de nuestro País. Al considerar lo anterior, destacamos entonces, la necesidad que existe por parte de los docentes de matemática de enseñanza media, en lograr ajustar su enseñanza, en torno a los objetivos que están planteados y determinados de manera formal por estos dos elementos, lo cual sin duda va a permitir no solo dar cumplimiento a los objetivos planteados, sino además, permitirá lograr en el tiempo generar aprendizajes significativos sobre relación que existe entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función. Esta situación es fruto de una mirada más bien puesta al servicio de lo presentado como objetivo por el Marco curricular Nacional y el texto de tercero medio entregado por el Ministerio de Educación, a partir de la mirada constructivista que presentan ambos como desarrollo del pensamiento matemático.

Por último, en consideración a los puntos mencionados en este apartado, junto con nuestro objetivo de investigación establecido como grupo del mismo y el instrumento que fue utilizado como fuente de recolección de información, podemos determinar entonces como conclusión del trabajo, del cual hemos dado cuenta, el hecho de no evidenciar las competencias matemáticas necesarias por parte de los docentes de enseñanza media, en torno a la comprensión de la relación que existe entre los parámetros de la expresión algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos en la representación gráfica de la función, en virtud de encontrar en las respuestas emitidas por docentes en el instrumento de investigación, un visión totalmente algorítmica, procedimentalista y clásica del comportamiento de los parámetros o coeficiente de la representación algebraica de la función cuadrática, en la representación gráfica de ésta.

## **Proyecciones de la tesis**

En torno a los elementos mencionados en el apartado anterior, el grupo de investigación presenta a continuación, futuras líneas de estudio y desarrollo en torno a las diferentes situaciones que han sido evidenciadas, durante la confección de este trabajo:

Lo primero que hemos considerado poder abordar, es la construcción de un documento oficial que vaya en apoyo al docente, en torno a la relación que existe entre los parámetros de la representación algebraica de la función cuadrática y el comportamiento de estos, en la representación gráfica de la función.

Luego, nos parece importante diseñar y desarrollar una situación didáctica, que apunte a mejorar el proceso de enseñanza – aprendizaje, por el cual debe transitar el alumno, y por cierto, el agente que nos ha interesado durante nuestro trabajo de investigación, nos referimos al docente de matemática de enseñanza media.

Por último, al considerar que nuestra formación profesional ha estado ligada de manera muy restricta a la informática educativa, consideramos que atendiendo a este aspecto poco destacado en nuestra carrera por los docentes en general, nos vemos en el desafío de instalar en nuestros futuros centro de trabajo, la utilización permanente de los recursos que nos brindan las nuevas tecnologías en torno a la utilización de estas herramientas, que permiten generar en el tiempo, un acercamiento concreto sobre el pensamiento matemático en el alumno.

En virtud de la valorización de la utilización de las herramientas tecnológicas, consideramos que estas deben estar necesariamente involucradas de manera directa, tanto en la construcción del documento oficial y en el diseño de la situación didáctica, de tal forma, de instalar esta competencia en el discurso pedagógico que se da en la formación de los estudiantes.

# **CAPITULO V: BIBLIOGRAFÍA**

## BIBLIOGRAFÍA

### Trabajos citados

- Borello, M. (Noviembre de 2007). *Prome*. Recuperado el Noviembre de 2011, de <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/>
- Buendía Abalos, G. (Junio de 2004). *Programa de Matemática educativa*. Recuperado el Septiembre de 2011, de <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/prome.html>
- Cantoral, r., & Farfán, r. m. (2008). SOCIOEPISTEMOLOGIA Y MATEMATICAS. *ALME 21* , 740-753.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., & Martínez Sierra, G. (2006). Socioepistemología y Representación: Algunos Ejemplos. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa* , 3.
- Có, P., Del Santre, M., & Panella, E. (2008). Prácticas docentes y errores de los alumnos. *Alme 21* , 527-537.
- Crespo Crespo, C. (2009). UNA CARACTERIZACIÓN DE LOS ESCENARIOS SOCIOCULTURALES DESDE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA. *ALME 22* , 1061-1069.
- Educación, M. d. (2004). Programa de Tercero Medio. En *Matemática* (pág. 20). Santiago.
- Estado y perspectivas de la enseñanza media técnico profesional en Chile: Un estudio sobre las orientaciones estratégicas predominantes en los actores, Proyecto FONIDE; Tercer Concurso 2008.*
- Farfán, R. M., & Garcia, M. A. (2005). El concepto de función: Un breve recorrido epistemológico. *Alme 18* , 489.
- Ferrari, M. (2001). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función Logaritmo.
- García Zatti, M. (Agosto de 2007). *Cicata*. Recuperado el Septiembre de 2011, de <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/>
- Gómez Osalde, K. M., Viramontes Acuña, I. D., & Cordero Osorio, F. (2009). ELEMENTOS DE ALGUNAS TEORÍAS EN MATEMÁTICA EDUCATIVA. UNA EXPERIENCIA DE ANÁLISIS: ¿ADHERENCIA O NUEVAS VISIONES? *ALME 22* , 375-382.
- Lezama, J., & Mariscal, E. (2008). DOCENCIA EN MATEMÁTICAS: HACIA UN MODELO DEL PROFESOR DESDE LA PERSPECTIVA DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA. *ALME 21* , 889-900.
- López Alonzo, S. G. (Julio de 2009). Un estudio sobre la noción de función constante. *Un estudio sobre la noción de función constante* . Yucatan, Mérida.
- Montiel Espinosa, G. (2005). *Cicata*. Recuperado el Agosto de 2011, de [www.cicata.com](http://www.cicata.com)
- Montiel, G. (2005). *Matemática Educativa*. Recuperado el 12 de Agosto de 2011, de <http://www.matedu.cicata.ipn.mx/prome.html>

Muñoz Venegas, S., & Darrigrandi Navarro, F. (2011). *Matemática 3º*. Santiago: Santillana.

Muñoz Venegas, S., & Darrigrandi Navarro, F. (2011). *Matemática 3º*. Santiago: Santillana.

Tapia, M. A. (2002). *Angel Fire*. Recuperado el 18 de octubre de 2011, de [www.angelfire.com/emo/tomaustin/Met/metinacap.htm](http://www.angelfire.com/emo/tomaustin/Met/metinacap.htm)

Terrones Arellano, M. O. (2010). *La dimensión de profesionalidad de la función docente en matemáticas. Una mirada socioepistemológica*. Distrito Federal .

*wikipedia*. (s.f.). Recuperado el 12 de Diciembre de 2011, de [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)

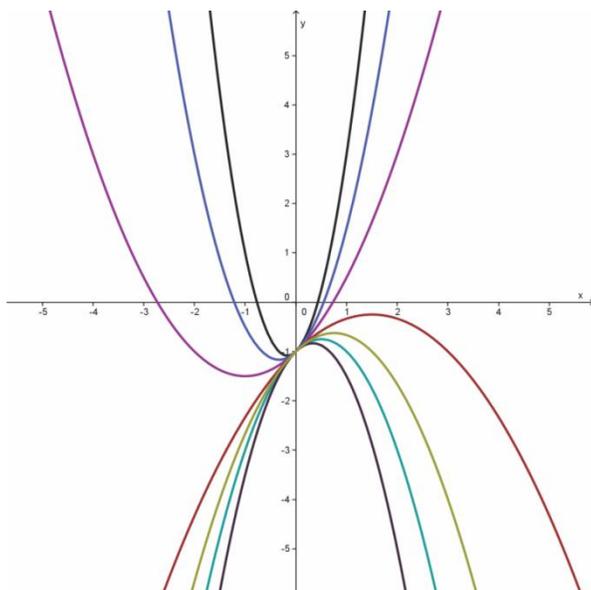
# ANEXOS

**Anexo A:**

**Actividad I**

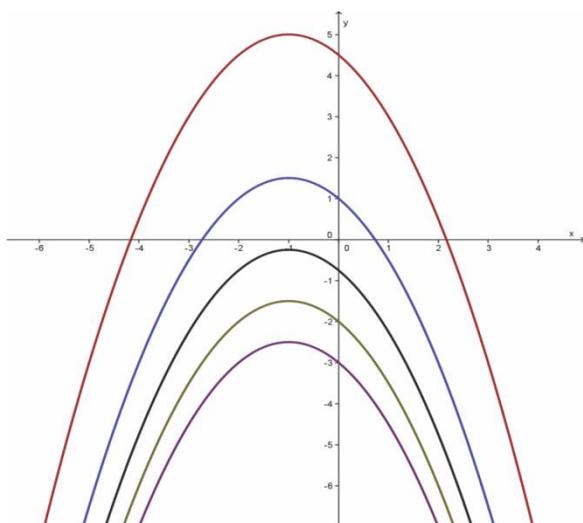
A partir de las siguientes gráficas, tanto para la actividad I a) y I b), le solicitamos señalar para cada una de ellas, la función que la representa. Además, lo invitamos a compartir las operaciones o estrategias que utilizo para resolver la presente actividad. En caso de no lograr resolver esta actividad, recuerde de igual forma explicar o describir, el por qué de esta situación, junto con, presentar alguna posible solución a este problema.

**a)**



- $y = 3x^2 + x - 1$
- $y = (-1/3)x^2 + x - 1$
- $y = -(3/2)x^2 + x - 1$
- $y = (1/2)x^2 + x - 1$
- $y = -(2/3)x^2 + x - 1$
- $y = (3/2)x^2 + x - 1$
- $y = -x^2 + x - 1$

**b)**

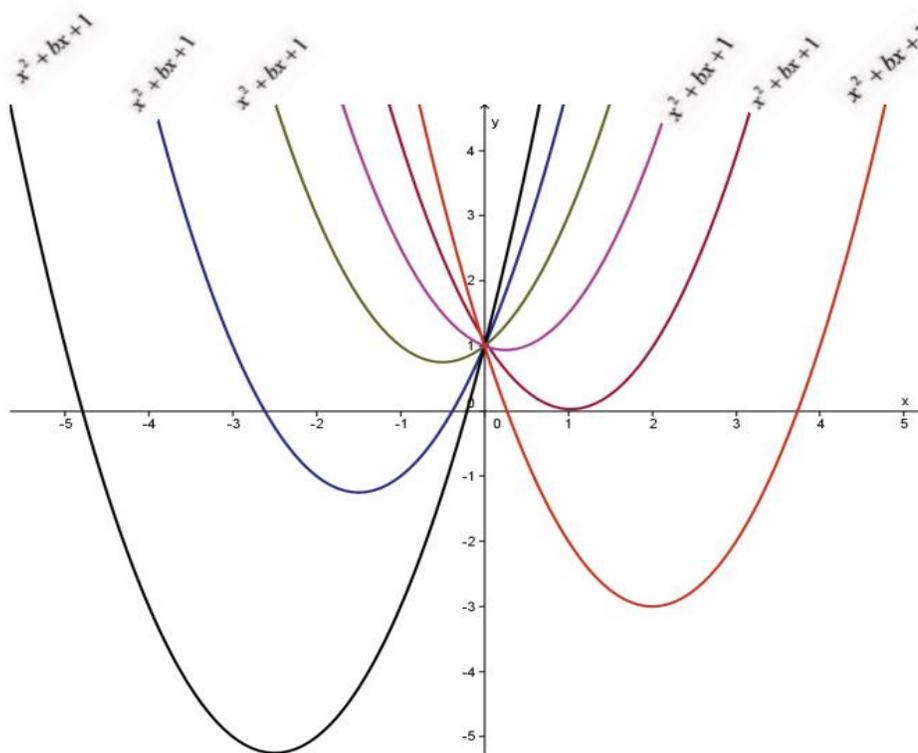


- $y = -(1/2)x^2 - x + 1$
- $y = -(1/2)x^2 - x - 3$
- $y = -(1/2)x^2 - x - (3/4)$
- $y = -(1/2)x^2 - x - 2$
- $y = -(1/2)x^2 - x + (9/2)$

**Anexo B:**

***Actividad II***

En esta actividad, usted debe proponer valores para “b” de manera que las funciones, correspondan con las gráficas que se muestran a continuación. Justifique su respuesta, mediante alguna estrategia o método que ha utilizado para determinar los valores de “b”. En caso de no poder resolver la actividad, recuerde de igual forma explicar o describir, el por qué de esta situación, junto con, presentar alguna posible solución a este problema.



**Anexo C:**

***Actividad III***

Considere funciones de la forma  $ax^2 + bx + c$ . Ahora imagine que un estudiante tiene dificultades para relacionar los coeficientes  $a, b$  y  $c$ , de la expresión algebraica, con las características de su gráfica. Es decir, el estudiante no percibe el cambio en  $a, b$  o  $c$  en su gráfica, pero además, no puede proponer valores para  $a, b$  y  $c$ , de manera que se correspondan las funciones, con sus respectivas gráficas. Cómo le ayudaría usted a este estudiante, para superar estas dificultades.