UNIVERSIDAD CATOLICA SILVA HENRIQUEZ

FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias
Departamento de Educación Matemática

SECUENCIA DIDÁCTICA EN APOYO A DOCENTES CON ESTUDIANTES CARENTES DE APRENDIZAJES PREVIOS, PARA EL APRENDIZAJE DE LA UNIDAD DE NÚMEROS EN PRIMER AÑO MEDIO.

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
LOO RIBOT, CAROLA ANDREA
MENESES HERRERA, MARÍA FERNANDA
PEZOA PODEA, LEONEL ANÍBAL
SEPÚLVEDA MÉNDEZ, CLAUDIA ANDREA

PROFESOR GUÍA:
SERGIO TORRES BALCHEN

SANTIAGO, CHILE
2011

Agradecimientos

En esta página queremos plasmar nuestro aprecio y agradecimiento a todas aquellas personas que nos apoyaron y permitieron llegar a esta etapa de nuestras vidas, el ser estudiante es un camino largo y duro, sin embargo lleno de experiencias y grandes aprendizajes no solo en lo académico sino también en la vida.

"Agradezco a Dios, a mis padres y hermanos por el apoyo incondicional que me han brindado durante todo este tiempo, por entenderme y por todo el amor que siempre me han dado".

Carola Loo Ribot

"Debo decir que soy infinitamente afortunada, tengo todo lo que cualquier persona querría y es por esto que debo agradecer a todas aquellas personas que estuvieron presentes durante todo este proceso, no solo en la última etapa sino durante todos estos años. A mis padres, por esforzarse en darme una buena educación y principalmente por confiar plenamente en mis capacidades y en mi desempeño no solo como estudiante, sino también como persona. A ellos y a mis hermanos les agradezco por entregarme las palabras adecuadas en cada momento de agobio, y una sonrisa en los momentos de satisfacción, siempre prevaleciendo el amor en nuestra familia. A mi novio Manuel por su apoyo incondicional y sobre todo por su indisoluble amor. Finalmente y no menos importante, a Claudia, esa amiga que siempre está, que no abandona y que lucha codo a codo. ¡Gracias!"

María Fernanda Meneses Herrera

"Inicialmente quisiera agradecer a aquellas personas que no solo estuvieron junto a mí durante este proceso de titulación, sino que a aquellos que fueron mi apoyo durante todos estos años de mi educación superior, mi familia. También quisiera incluir un agradecimiento especial, a mi esposa Susana que fue mi pilar y apoyo durante este tiempo, como también mi hijo León que es mi motivación y mi sustento"

Leonel Pezoa Podea

"Muchos pueden decir que son felices porque tienen grandes casas, autos y muchas riquezas materiales, yo puedo decir que soy una mujer afortunada y feliz, porque tengo el apoyo y el amor de gente increíblemente valiosa. Quiero agradecer a mi familia por ser un apoyo incondicional en mi vida, por siempre tener un consejo y una palabra en los momentos difíciles, por darme la oportunidad de tener educación de calidad libre de deudas y darme el ejemplo de lucha y perseverancia en la vida, principalmente a mi madre quien fue la que me mostró la pasión de ser educador y ser un verdadero ejemplo de valentía y vocación en el mundo de la educación. A mi padre quien da su vida por su familia y a pesar de las dificultades que la vida le ha puesto, siempre ha seguido adelante. A mi novio Luis quien me a dado su apoyo y amor durante este proceso y siempre me incito a ser mejor estudiante y dar todo de mi en esta etapa de mi vida, por ultimo a mi gran amiga Fernanda que a sido mi compañera en este proceso y que a sabido luchar a la par y sin condición junto a mi".

Claudia Sepúlveda Méndez

"Como grupo queremos agradecer a nuestro querido profesor Sergio Torres Balchen por la entrega, el tiempo, la sabiduría, el cariño entregado durante este proceso, y sobre todo por hacer de cada reunión un momento agradable. Muchas Gracias".

Índice

Introducción

A continuación se presenta una investigación realizada por estudiantes de la Universidad Católica Cardenal Raúl Silva Henríquez, para optar al grado de licenciado en educación y al título de profesor de educación media en matemática e informática educativa.

En una primera instancia la idea de este grupo de estudiantes era lograr identificar una problemática que no se aborde actualmente en el sistema educacional a nivel nacional,además de contribuir con un apoyo al docente en su práctica y al aprendizaje de los estudiantes.

Se llegó al consenso de abordar el problema de los aprendizajes previos de los estudiantes al ingresar a primer año de enseñanza media. En este caso, este trabajo se interiorizará en el Eje Números, relacionado con el conjunto de los Números Racionales.Puntualmente se dio un enfoque en la introducción de este conjunto. Esto es debido a que durante las prácticas docentes de los investigadores en cuestión, un tema recurrente entre educadores es el desnivel con el que se presentan los estudiantes al llegar al primer año medio y la falta de apoyo en que se encuentran para lograr superar dicho obstáculo.

Como propuesta de solución a lo anteriormente mencionado se tomo la decisión de construir un guión didáctico que tiene como principal objetivo fortalecer los conocimientos pertenecientes al nivel 4 de los mapas de progresos definidos para esta área, que deberían poseer los estudiantes al momento de ingresar a la enseñanza media e introducir la unidad de números. En el caso particular, se desea lograr el primer aprendizaje esperado según los planes y programas entregados por el ministerio de educación.

Esta investigación se basó en distintas teorías, siendo la principal, la ingeniería didáctica, la cual entrega pautas para la creación de un guion didáctico, el cual valida una secuenciadidáctica, que es el producto final de la propuesta de solución.

1.- ELEMENTOS DEL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1.- Antecedentes teóricos y/o empíricos observados.

Universo de establecimientos:

Según cifras otorgadas por el ministerio de educación, hasta el año 2009 en Chile hay un universo de 12.116 establecimientos educacionales, de los cuales 5.829 son de dependencia administrativa municipal, 5.536 son particular subvencionado, 681 establecimientos pagados y 70 corresponden a corporación de administración delegada. Estas cifras no han sido actualizadas ya que el centro de estadísticas e indicadores del MINEDUC realizó la última actualización de estos datos en diciembre del 2010, correspondiente a los establecimientos educacionales en Chile en el año 2009.

Dependencia administrativa	Cantidad	Porcentual
Municipales	5.829	48,11 %
Particular subvencionado	5.536	45,69%
Particular pagado	681	5, 62%
Corporación de administración delegada	70	0,58%
Total	12116	100%

Analizando la tabla, se puede observar que solo el 48,11% de los establecimientos son municipales por lo cual gratuitos, menos de la mitad de todos los establecimientos del país, mientras que el resto es necesario cancelar un arancel anual o mensual para optar a educarse en estos y si se analizan cifras de años anteriores (que se pueden encontrar en el ministerio de educación), esta cifra baja anualmente, aumentan los colegios subvencionados y disminuyen los colegios municipales, por falta de demanda de matrícula o malos resultados.

Evidencias del problema:

En el SIMCE[1] 2010, donde se tomó la prueba de aprendizajes y competencias matemáticas, en los niveles de estudio 4º Básico y 2º Medio, establece un capítulo referente a la relación entre equidad y Resultados, en este capítulo se clasifican las familias chilenas en grupos socioeconómicos, según sus años de estudios e ingresos, obteniendo un índice de vulnerabilidad de los establecimientos al que pertenecen

Grupo Socioeconómico	Años de estudio		Ingreso del Hogar	Índice de vulnerabilidad del establecimiento
	Padre	Madre		
Bajo	Hasta 9	Hasta 9	$0 -$215.000	60,01% y más
Medio Bajo	10-11	10-11	$215.001-$325.000	42,01% - 60%
Medio	12-13	12-13	$325.001-$550.000	25,01% - 42%
Medio alto	14	14 - 15	$550.001-$1.200.000	5,01% - 25%
Alto	Más de 14	Más de 15	Más de $1.200.000	0% - 5%

Mediante estas categorías, mide el porcentaje de población de estudiantes de cada grupo que pertenece a los distintos tipos de establecimientos, veamos la siguiente tabla extraída del informe del SIMCE

[1]Mineduc (2011) *Resultados Nacionales SIMCE.* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

Grupo socioeconómico	Estudiantes			Establecimientos		
	MUN	PSUB	PPAG	MUN	PSUB	PPAG
Bajo	15%	6%	-	14%	8%	-
Medio Bajo	17%	20%	-	10%	16%	-
Medio	5%	18%	-	2%	21%	-
Medio Alto	1%	10%	1%	1%	13%	2%
Alto	-	-	7%	-	1%	13%
Nacional	**38%**	**54%**	**8%**	**27%**	**59%**	**14%**

Como se puede observar, existe una baja en el porcentaje de establecimientos municipales a nivel nacional, solo un 27% a comparación de la cifra que entrega el Mineduc en el 2009 en sus informes nacionales del 48,11%.

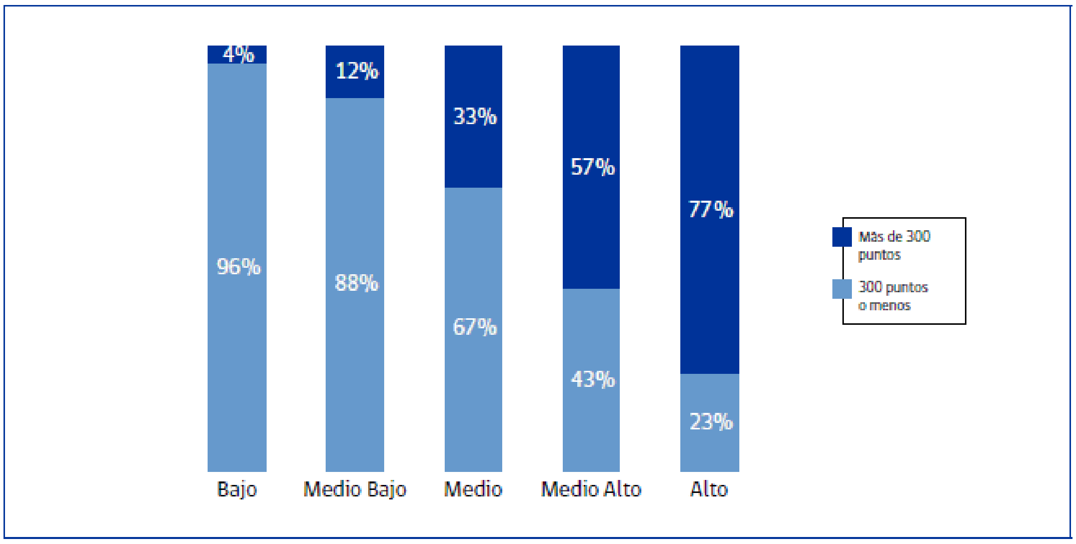
Además, solo el 38% de los estudiantes chilenos pertenecen a este tipo de establecimientos.

No existen estudiantes de grupo socioeconómico bajo en establecimientos particulares pagados y a su vez, no existen del nivel alto en establecimientos municipales.

De acuerdo con el último resultado de la prueba Pisa, elaborada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), Chile es el segundo país con mayor segregación en sus escuelas. Esto se traduce en que la posibilidad de que un niño se mezcle con otro de un nivel social distinto, es casi igual a cero. Y esto se ve claramente en este estudio, principalmente en niveles alto y bajo.

Otro análisis importante de la prueba SIMCE 2010, es en los puntajes obtenidos por los estudiantes según su nivel socioeconómico.
La Prueba SIMCE clasifica los resultados según niveles de logro, dependiendo del puntaje obtenido por el estudiante en esta prueba.

Tanto en el análisis de equidad y resultados de 4º Básico y 2º Medio, se deja en evidencia la relación entre el nivel socioeconómico tanto de los establecimientos como estudiantes, está directamente relacionado con el desempeño y resultados de la prueba, principalmente evidente en los puntajes superiores a 300, como se ve a continuación:



Por otro lado los mejores puntajes lo siguen teniendo los grupos socioeconómicos más altos que pertenecen a estudiantes de establecimientos particulares pagados como se apreciaen la siguiente tabla.

Grupo Socioeconómico	**Educación Matemática**		
	MUN	**PSUB**	**PPAG**
Bajo	213	(+)219	-
Medo Bajo	232	(+)243	-
Medio	(+)280	272	-
Medio Alto	(+)336	(+)301	285
Alto	-	-	329
Nacional	235	261	326

(+): Puntaje promedio significativamente superior al puntaje promedio de los establecimientos de otras dependencias para este grupo socioeconómico.
MUN: Establecimientos Municipales.
PSUB: Establecimientos Particulares Subvencionados.
PPAG: Establecimientos Particulares Pagados.
- : Indica que la categoría no tiene estudiantes o que tiene menos del 0,5% del total.
NOTA: El promedio total se calcula sobre la base de todos los estudiantes de cada dependencia y grupo socioeconómico, incluidos los alumnos y alumnas de categorías con menos del 0,5% del total.

Es claro que distintos factores, aparte del socioeconómico, influyen en la calidad de la educación y las grandes diferencias entre colegios municipales y particulares pagados. Pero si ambos tipos de establecimientos se encuentran bajo un mismo tipo de ley de educación, tienen que existir factores externos que afecten la educación.

Uno de estos factores que diferencian estos establecimientos, son los sistemas de selección que tienen para escoger sus estudiantes.

La Ley General de la Educación (LGE)[2], dictada en 2009, señala lo siguiente:

Artículo 12.- En los procesos de admisión de los establecimientos subvencionados o que reciban aportes regulares del Estado, que posean oferta educativa entre el primer nivel de transición y sexto año de la educación general básica, en ningún caso se podrá considerar en cada uno de estos cursos el rendimiento escolar pasado o potencial del postulante. Asimismo, en dichos procesos no será requisito la presentación de antecedentes socioeconómicos de la familia del postulante.

Artículo 13.- Sin perjuicio de lo señalado en el artículo anterior, los procesos de admisión de alumnos deberán ser objetivos y transparentes, asegurando el respeto a la dignidad de los alumnos, alumnas y sus familias, de conformidad con las garantías establecidas en la Constitución y en los tratados suscritos y ratificados por Chile.

En estos dos artículos, la educación sin selección, solo está garantizada hasta sexto básico, y en colegios con ayuda estatal. Por lo cual, los estudiantes desde séptimo básico en adelante, si no cumplen con los requisitos de admisión que el establecimiento educacional impone(nivel socioeconómico, religión, situación civil de los padres, nacionalidad, años de repitencia en niveles inferiores, prueba de selección, por nombrar algunas)no tienen derecho a matricularse en estos. Además, estudiantes que sí accedan a establecimientos con admisión selectiva, tiene que mantener ciertos requisitos para permanecer en el establecimiento (promedio de notas, no repetir, conducta, etc.), ya que después de sexto básico, el colegio puede expulsar a un estudiante por las causales que establecen los reglamentos respectivos.

¿Qué pasa con todos estos estudiantes? ¿En qué establecimientos son aceptados?

[2]Gobierno de Chile (2009) *Ley General de Educación (N° 20.370).* Chile: Diario Oficial.

De acuerdo con un estudio de Gregory Elacqua[3], director del Instituto de Políticas Públicas de la Universidad Diego Portales, entre 1990 y 2008 los establecimientos particulares subvencionados casi doblaron su número mientras los municipales disminuyeron en 7,1%. Estos últimos han perdido cerca de 400 mil alumnos desde 2001, cosa que se evidencia en los estudios del SIMCE que anteriormente se analizaron en este capítulo.

La baja de matrículas, ha causado que los colegios municipales deban aceptar a todo tipo de estudiante, especialmente aquellos derivados de colegios subvencionados y pagados. Por otro lado, a estos colegios se les dificulta implementar sistemas de selección en ningún nivel de enseñanza básica y media.

1.2 Justificación e importancia.

En los establecimientos sin selección o con sistema "escuela para todos", los cursos son formados por una diversidad estudiantil y por lo tanto no se conocen las capacidades, actitudes y destrezasque estos poseen,muchos no han adquirido los aprendizajes previos necesarios para su nivel de enseñanza. Oscar Arias, del Instituto de Investigación y Desarrollo Educacional de la Universidad de Talca, sostiene que *"Un colegio es bueno o malo según la capacidad que tenga de discriminar y seleccionar a sus alumnos. En definitiva los colegios buenos son los que desechan a los alumnos pobres, a los alumnos con problemas de aprendizaje y a los alumnos con mal rendimiento académico. Estos estudiantes van a parar finalmente a los colegios que no hacen discriminación, que son principalmente los municipales y algunos particulares subvencionados. Los llamados* ***establecimientos basureros****".*

Es aquí donde nace el problema que motiva esta investigación, estos establecimientos presentan bajos niveles de logro en pruebas de medición nacional, muchos de estos están intervenidos por empresas dedicadas a asistencias técnicas educativas (ATEs) teniendo un plazo de cuatro años para mejorar sus resultados o serán cerrados.

Las instituciones han implementado diversas medidas tales como, talleres de nivelación para estudiantes, apoyo en gestión, reforzamientos, etc. Como docentes, ¿es posible diseñar actividades de aprendizaje que permitan nivelar la insuficiencia de aprendizajes previos en el aula durante la enseñanza de un determinado contenido

[3]Elacqua, G. (2009) *El impacto de la elección de escuelas y la política pública sobre la segregación: Evidencia para Chile.* Chile: Centro de Políticas Comparadas de Educación-UDP

matemático?, que permitan que todos los estudiantes logren los aprendizajes mínimos obligatoriosen los plazos que estipulan los planes y programas nacionales.

Si estas estrategias fueran abordadas, desde que los alumnos ingresan al establecimiento, habría más alternativas para generar actividades que nivelen los conocimientos previos necesarios para mejorarel rendimiento de los estudiantes. De esta forma se cerrarían las brechas de inequidad educativa en nuestro país y todos los jóvenes y niños tendrían la oportunidad de acceder a una educación de calidad.

1.3 Definición del problema

En las diversas prácticas profesionales realizadas por este grupo, se detectó que los estudiantes que cursan primer año medio de algunos colegios particulares subvencionados y municipales, presentan diversos niveles de aprendizajes de los contenidos previos en la unidad de números.

Un interesante problema a investigar es una propuesta didáctica con la cual superar la insuficiencia en operatoria de números enteros, fracciones y decimales, que presentan los estudiantes del primer año de enseñanza media, para introducir la enseñanza de los números racionales.

Durante esta investigación se implementará un diagnóstico que busca evidenciar la existencia de este problema.

1.4 Limitaciones

El diseño didáctico que se realizará en esta investigación será sometido a juicio de expertos (profesores), con el fin de conocer sus opiniones respecto del aporte que hace el material,a la resolución de la problemática en la enseñanza de los números racionales, en primero medio.

La propuesta didáctica no será implementada para la enseñanza de los números racionales, por lo cual no se conocerá su incidencia real en el proceso de enseñanza.

2.- Objetivos generales y específicos.

2.1 Objetivo general

Diseñar una propuesta didáctica que permita introducir la enseñanza constructiva de los números racionales, superando las insuficiencias en operatoriasnuméricas básicas quepresentanlos estudiantes de primer año de enseñanza media, en el marco curricular vigente.

2.2 Objetivos específicos

- Diseñar actividades deaprendizajes constructivos para nivelar los conocimientos referidos a la operatoria de números enteros, fracciones y decimales indispensables para introducir los números racionales en el primer año de enseñanza media.
- Diseñar y aplicar una prueba de diagnóstico que permita conocer el nivel de logros alcanzados por los estudiantes del primer año de enseñanza media en operatoriade números enteros, fracciones y decimales.
- Someter a juicio de expertos la secuencia didáctica que se propone en esta investigación, mediante un cuestionario.

3.-Elementos del marco teórico.

El siguiente capítulo está diseñado con el fin de entregar la base teórica de esta investigación. Es aquí donde se dejarán evidencias de cómo se construyeron los cimientos de ésta. A grandes rasgos se presentará la teoría que nos permitirá constituir una metodología de trabajo clara, “La ingeniería didáctica”, que permitirá establecer cómo diseñar esta secuencia didáctica, qué pasos se deben seguir en su construcción para que ésta sea válida y acorde a la unidad que se tratará.

Además se abordarán otros elementos como los obstáculos didácticos de Brousseau, enfoques de aprendizajes y modelos educativos. Estas teorías pasaran a ser herramientas al momento de diseñar las actividades de la secuencia, la intencionalidad de cada actividad, el rol del estudiante y aprendizaje, qué elementos reforzar que son problemáticos para el estudiante, etc.
También estarán presentes los mapas de progresos los cuales contribuirán en el diagnóstico de los estudiantes, de tal forma que permitan establecer en qué nivel se encuentran éstos e identificar los niveles con menor logro durante el proceso de enseñanza, desde esta base se diseñará la secuencia realizando una toma de decisiones respectiva a su realidad y falencias, si están en el nivel acorde a su edad y si no es así, reforzar los niveles anteriores con el fin de que logren los objetivos de la unidad.Para determinar cuáles son los objetivos se basará la investigación en los planes y programas, para tener claridad de qué contenidos abordar, en base a qué objetivos debemos enfocar los logros del aprendizaje y qué habilidades se espera desarrollar en los estudiantes.

3.1.- Obstáculos Didácticos

Brousseau formula que si el aprendizaje se tomara como una adaptación del medio, necesariamente causaría una ruptura en la estructura cognitiva, habría una acomodación y un cambio implícito en las concepciones del lenguaje y del sistema cognitivo.El propone un modelo centrado en la producción del conocimiento matemático

"Las ideas transitorias resisten y persisten. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el indirecto de los comportamientos de los alumnos (Brousseau, 1983)[4]".

Un obstáculo es considerado una barrera para el nuevo aprendizaje, el cual se revela a través de errores específicos que son constantes y resistentes.

El obstáculo se caracteriza por ser un conocimiento no una falta de ello, el alumno usa este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto pero al usarlas fuera de este contexto causa respuestas erróneas, por lo que el alumno resiste las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un mejor conocimiento.

Es importante identificar e incorporar el rechazo al saber nuevo y luego de haberlo notado con inexactitud, continúa manifestándose de manera esporádica.

Se distinguen tres tipos de obstáculos:

- **Obstáculos ontogenéticos también conocidos como obstáculos psicogenéticos** relacionados con el desarrollo del niño.
- **Obstáculos Didácticos** estos resultan de las elecciones didácticas realizadas para establecer la situación de la enseñanza.
- **Obstáculos Epistemológicos** esencialmente relacionados con el propio concepto.

[4]Brousseau, G. (1983) *Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas.* Francia: Recherches en Didactique des Mathématiques.

Dentro de la inclusión de los obstáculos en esta investigación cabe destacar el descarte de un tipo de obstáculo, el cual es el del tipo ontogenético, esto debido a que este no es un estudio de caso, sino más bien el de una población, por lo tanto se tendrán dos opciones, el problema tendría que ser que todos los estudiantes que llegan a primero medio tienen un problema relacionado con su desarrollo o más bien que este tipo de obstáculos no es relevante para el tema de investigación que tratamos. Ya que la probabilidad de la primera hipótesis es casi nula, se acogerá la hipótesis alternativa y sedescartará desde ya, que esté afectando algún tipo de obstáculos ontogenéticos.

Lo que lleva a concentrar las miradas en sólo dos perspectivas. Por el lado de los obstáculos didácticos, el cual se debe centrar en las estrategias utilizadas actualmente por docentes, no sólo de los años anteriores a primer año medio, sino que incluyendo la primera unidad de éste nivel de enseñanza, en este caso números: centrados en números enteros y números racionales. Por otro lado, en el concepto manejado por los estudiantes de este nivel, acerca de esta misma unidad, lo cual apuntaría a un obstáculo del tipo epistemológico.

Se adherirá con mayor firmeza a una de estas después de recoger la información, a través de entrevistas a docentes y estudiantes, pero a priori, por una relación causa efecto se obtiene una fórmula para nutrir las estrategias utilizadas por los docentes para que los estudiantes interioricen la concepción completa de los números racionales (significado y faces de la fracción y/o división) se podrá sortear la barrera de los obstáculos epistemológicos.

3.2.- Ingeniería Didáctica.

Brousseau[5] en el libro "la teoría de las situaciones didácticas en matemáticas" de 1997, señala que la ingeniería Didáctica, aparece en el año 1980, con el fin de formalizar tecnológicamente los hallazgos de la teoría de las situacionesy la teoría de la transposición didáctica (desarrollada por Chevallard en el año 1991)[6], estas teorías plantean la visión que la didáctica de las matemática estudia las relaciones e interacciones entre el saber, el sistema educativo y el alumno.

Artigue (1995)[7] menciona que: *"Se denomina ingeniería didáctica a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo".*

La ingeniería didáctica pasa a tener una doble función, primero como producciones para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, producto de una exhaustiva investigación y con la intencionalidad de entregar un conocimiento al estudiante, mediante actividades diseñadas por el profesor-ingeniero. La segunda función es una metodología de investigación, la que logra como producto la primera función.

Artigue (1995)[4]señala distintas dimensiones involucradas en procesos de elaboración y construcción de ingenierías didácticas:

- Dimensión epistemológica: asociada a las características del saber puesto en funcionamiento.
- Dimensión cognitiva: asociada a las características cognitivas de los alumnos a los que se dirige la enseñanza.
- Dimensión didáctica: asociada a las características del funcionamiento del sistema re-enseñanza.

---

[5]Brousseau, G. (1997) *La Teoría de las Situaciones Didácticas en Matemáticas. Dordrecht,* Holanda: Kluwer A. P.

[6]Chevallard, Y. (1991), *Teoría de la Transposición Didáctica.* Argentina: Aique

[7]Artigue, M. (1995), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica

Ingeniería Didáctica como metodología de investigación

Esta metodología es del tipo cualitativo, se caracteriza principalmente, porque sus productos son construidos a partir de un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, con fases experimentales bien marcadas y elaboradas, basadas en situaciones reales, basadas en la concepción, observación, realización y validación de secuencias de enseñanza, estudia casos, errores y problemas, genera actividades estratégicas que permitan lograr aprendizaje significativo en el estudiante. Tiene gran énfasis en la validación, el resultado de la investigación es un instrumento, una secuencia didáctica a aplicar en una situación de aprendizaje, la cual previamente es validada, probada y mejorada, con el fin de que su intencionalidad sea lo más asertiva posible.

La ingeniería didáctica se distingue en dos niveles de investigación, los cuales están relacionados y se diferencian en qué centrar su investigación, sin embargo se complementan. Estos niveles se definirán a continuación.

Nivel de micro-ingeniería: las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula, este nivel es más accesible a llevar a la práctica. Esta investigación pertenece a este nivel, ya que solo se enfoca en un tema específico (introducción a los números racionales) y en el análisis de una población específica (estudiantes de primer año medio).

Nivel de macro-ingeniería: son las que permiten componer la complejidad de las investigaciones de micro-ingeniería con las de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje, es mucho más complejo que el micro, sin embargo es de suma importancia.

Fases de la Ingeniería didáctica:

- Primera fase“Análisis preliminares”: en esta fase, se establece la base teórica de la investigación, el estado del arte respecto al tema a trabajar. Además se realizan ciertos análisis que se permiten establecer evidencias de la situación del entendimiento, entre estos, análisis etimológicos, análisis enseñanza tradicional y sus resultados, como enfrenta y presenta el contenido la escuela en sí, los planes y programas, análisis de aprendizajes relacionados, análisis de las concepciones de los estudiantes, sus dificultades, errores y obstáculos didácticos, se establecen los objetivos y las restricciones de la investigación.

- Segunda fase“Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas”: en esta fase, luego de tener bien claras las restricciones, se establecen las variables, en las cuales se trabajará en la investigación y de qué forma serán abordadas. Estas variables son diversas, entre las que distingue Artigue están, variables macro-didácticas y micro-didácticas. En esta etapa se levantan las hipótesis de la investigación y expectativas, se predice que resultados se pueden obtener y en base a esto se comienza a diseñar la secuencia didáctica.

- Tercera fase“Experimentación”: en esta fase se entra en contacto con el objeto de la investigación, con los estudiantes y profesor, el investigador pone en escena el diseño, y observa los sucesos a desarrollar, en esta experimentación se espera respetar las selecciones y deliberaciones del análisis a priori.

- Cuarta fase “Análisis a posteriori y evaluación”: en esta fase, se contrastan las conjeturas realizadas en el análisis a priori, con los resultados de la experimentación, se analiza si los objetivos son logrados y en que situaciones se desviaron los resultados de lo esperado, todo esto mediante las producciones de los estudiantes y por los registros de la experimentación. Esta etapa permite mejorar el instrumento, con el fin de que cada actividad tenga la intencionalidad adecuada, los objetivos se cumplan y que sea coherente con los objetivos que se desean lograr.

3.3.- Mapas de progreso

Los mapas de progreso es un documento de ayuda al docente los cuales describen la secuencia típica en que se desarrollan los progresos de aprendizaje de los estudiantes, en ciertas áreas en que se consideran fundamentales en la formación de éstos. También establecen una relación entre currículo y evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para describir cualitativamente el aprendizaje logrado.

Los mapas describen el aprendizaje en siete niveles, repartidos entre primer año básico y cuarto año medio, con excepción de inglés que inicia su enseñanza en quinto básico. Cada nivel se asocia a lo que se espera que los estudiantes logren en los años de escolaridad. A modo de ejemplo, el nivel 1 es el logro que se espera en niños que cursan segundo año básico, así como también en el nivel dos corresponde al termino de cuarto básico, y el ultimo nivel describe el nivel de un alumno transcurridos toda la etapa escolar, esto permite que el docente diseñe las acciones didácticas respecto a la realidad estudiantil que coexiste dentro del aula de determinado curso, que en definitiva es lo relevante dentro de esta investigación.

El currículo de matemática tiene como fin que los estudiantes adquieran los conocimientos básicos de la disciplina, desarrollando el pensamiento lógico, la capacidad de deducción, de precisión, de resolución de problemas y habilidades para modelar situaciones.

Los aprendizajes de matemática se han organizado en cuatro áreas: **númerosy operaciones, álgebra, geometría, datos y azar**. En este caso solo ahondaremos en el mapa de progreso de **números y operaciones.**

Los aprendizajes descritos por números y operaciones consideran tres dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada, estos son: comprensión y uso de los números, comprensión y uso de las operaciones y finalmente razonamiento matemático (Mapas de progreso, Mineduc)[8].

- Comprensión y uso de los números: se refiere a la comprensión del significado de los números, la forma en que se expresan y los contextos a los que pertenecen así como las aplicaciones y los problemas que los originaron.

[8]Mineduc (2009) *Mapas de progreso del aprendizaje: Sector matemática, mapas de progresos de números y operaciones.* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

- Comprensión y uso de las operaciones: se refiere a la comprensión del significado de las operaciones, los contextos numéricos en los que se realizan, relaciones entre ellas así como sus propiedades y usos para obtener nueva información a partir de una ya dada.
- Razonamiento matemático: involucra habilidades relacionadas para la resolución de problemas, la argumentación y la comunicación de estrategias y resultados, básicamente se refiere a la resolución de problemas con números y sobre números.

A continuación se muestran cada uno de los niveles a utilizar en la secuencia didáctica con una pequeña explicación de lo que se espera lograr de estos.

Mapas de Progreso
Números y Operaciones

Nivel 7
Comprende los diferentes conjuntos numéricos…

Nivel 6
Reconoce los números complejos cómo…

Este nivel es el que se espera lograr con la primera unidad de números y lo destacado es aquel objetivo que se desea alcanzar con la secuencia didáctica.

Nivel 5
Reconoce a los números racionales como un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no admiten solución en los enteros*, a los irracionales como un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no admiten solución en los racionales, y a los reales como la unión entre racionales e irracionales. Interpreta potencias de base racional y exponente racional, raíces enésimas y logaritmos, establece relaciones entre ellos y los utiliza para resolver diversos problemas. Realiza operatoria con números reales, calcula potencias, raíces y logaritmos y los aplica en diversos contextos. Resuelve problemas utilizando estrategias que implican descomponer un problema o situaciones propuestas en partes o sub problemas. Argumenta sus estrategias o procedimientos y utiliza ejemplos y contraejemplos para verificar la validez o falsedad de conjeturas.*

Los estudiantes al ingresar al primer año de enseñanza media, deberían ya haber alcanzado este nivel.

La secuencia busca llenar el vacío de saberes matemáticos que impide el paso al nivel superior.

Nivel 4
Reconoce a los números enteros como un conjunto numérico en donde se pueden resolver problemas que no admiten solución en los números naturales, reconoce sus propiedades y los utiliza para ordenar, comparar y cuantificar magnitudes. Establece proporciones y las usa para resolver diversas situaciones de variación proporcional. Comprende y realiza las cuatro operaciones con números enteros. Utiliza raíces cuadradas de números enteros positivos y potencias de base fraccionaria positiva, decimal positivo o entero y exponente natural en la solución de diversos desafíos. Resuelve problemas y formula conjeturas en diversos contextos en los que se deben establecer relaciones entre conceptos. Justifica la estrategia utilizada, las conjeturas formuladas y los resultados obtenidos, utilizando conceptos, procedimientos y relaciones matemáticas.

Nivel 3
Reconoce que los números naturales…

Nivel 2
Utiliza los números naturales hasta1.000…

Nivel 1
Utiliza los números naturales hasta 1.000…

3.4.- Planes y programas primer año medio

Unidad 1: números.

Propósito

En esta unidad se recogen los aprendizajes que los estudiantes ya tienen sobre números enteros, fracciones y decimales, para introducir los números racionales. Se espera que los estudiantes comprendan sus características y propiedades, y sean capaces de ordenarlos, transformar de fracciones a números decimales, justificando la transformación realizada, y operar con ellos. En esta unidad se introducen también las potencias de base racional y exponente entero, de modo que los estudiantes comprendan sus propiedades y las apliquen en la resolución de problemas.

Conceptos clave

Números racionales, potencias de base racional y exponente entero.

Prerrequisitos

· Operatoria de números enteros.

· Potencias de base entera y exponente natural.

· Propiedades de las potencias de base natural, fraccionaria y decimal con exponente natural.

Contenidos disciplinares

· Operaciones aritméticas con números racionales.

· Potencias de base racional y exponente entero.

· Propiedades de las potencias de base racional y exponente entero.

Habilidades

· Reconocer si un problema puede tener solución en los números enteros.

· Identificar los números racionales como un cociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero.

· Transformar números de notación decimal a fracción y viceversa

· Resolver situaciones en las que es necesario operar con números racionales.

· Conjeturar acerca de las propiedades de los números racionales

· Utilizar las potencias de base racional y exponente entero para representar situaciones.

Actitudes

· Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en diversos contextos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	***Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:***
Distinguir problemas que no admiten solución en los números enteros y que pueden ser resueltos en los números racionales.	· Indican si la solución de una ecuación de primer grado pertenece o no al conjunto de números enteros. · Reconocen cuando un problema, contextualizado, puede o no tener soluciones en el conjunto de los números enteros. · Establecen condiciones para que al dividir dos números enteros el Cuociente sea un número entero, y condiciones para que sea un número decimal positivo o negativo. · Dan ejemplos de la vida cotidiana en que la información numérica corresponde a números racionales negativos. · Identifican los números racionales como aquellos que pueden expresarse como un cuociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero.
Justificar matemáticamente Que los decimales periódicos y semiperiódicos son números racionales.	·Dan características del conjunto de los números racionales. · Justifican los pasos de un procedimiento para expresar como cuociente de enteros un número decimal periódico o semiperiódico. · Conjeturan acerca de la existencia de números que expresados como decimales no tengan período. · Conjeturan acerca de la existencia de números que no pueden ser expresados como cuociente de enteros.
Establecer relaciones de orden entre números racionales.	· Formulan estrategias para comparar números decimales semiperiódicos. · Comparan números periódicos. · Ordenan números racionales de manera creciente.

Representar números racionales en la recta numérica.	· Formulan estrategias para ubicar en la recta numérica números decimales periódicos. · Ubican en la recta numérica números racionales de acuerdo a restricciones dadas. Por ejemplo, ubican cinco números que se encuentren entre 0,01 y 0,02 de manera que la cifra de las milésimas sea un número par.
Utilizar la calculadora para realizar cálculos, reconociendo sus limitaciones.	· Sistematizan procedimientos de cálculo escrito con ayuda de la calculadora de las cuatro operaciones con números racionales. · Realizan aproximaciones de los resultados obtenidos, mediante redondeo y truncamiento. · Reconocen las limitaciones de la calculadora para aproximar decimales.
Verificar la densidad de los números racionales.	· Proponen algoritmos que permiten intercalar números entre dos números racionales dados. Por ejemplo, el promedio de los números dados. · Usan el valor posicional para mostrar que, por ejemplo, entre 0,1 y 0,2 se encuentran: 0,11, 0,12,…
Verificar la cerradura de las operaciones en los números racionales.	· Argumentan acerca de la cerradura de la suma y multiplicación en los racionales. · Establecen las operaciones que son cerradas en los números racionales y justifican matemáticamente sus resultados.
Comprender el significado de las potencias de base racional y exponente entero.	· Identifican situaciones que pueden ser representadas por medio de potencias de base racional y exponente entero. · Realizan operaciones de multiplicación y división de potencias de base racional y exponente entero utilizando sus propiedades. · Resuelven problemas, utilizando potencias de base racional y exponente entero.
Resolver problemas en contextos diversos que involucran números racionales O potencias de base racional y exponente entero.	· Explican los procedimientos empleados para resolver problemas que involucran números racionales. · Evalúan las soluciones de problemas con números racionales en función del

	contexto. · Aplican propiedades de las potencias de base racional y exponente entero en la resolución de problemas. · Emplean más de una estrategia para resolver problemas referidos a potencias de base racional y exponente entero.

Aprendizajes Esperados en relación con los OFT
Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en contextos diversos · Participa de manera propositiva en actividades grupales. · Es responsable en la tarea asignada. · Toma iniciativa en actividades de carácter grupal. · Propone alternativas de solución a problemas relacionados con números enteros y potencias de base natural y exponente natural en actividades grupales.

3.5.- Enfoques de aprendizaje

Los siguientes enfoques serán utilizados para la creación de actividades que estarán presentes en la secuencia didáctica.

Conductismo

La teoría conductista se desarrolla en EE.UU a inicio del siglo XX desde el año 1903,

Esta teoría nace cuando John B. Watson comienza a observar el comportamiento de los jóvenes estudiantes en una biblioteca y él como aprendían los contenidos de sus auditorías.

John B. Watson se centra en una visión de la psicología como una ciencia que estudia la conducta humana y busca predecir y manejar el comportamiento de las personas.

La teoría conductista reconoce dos corrientes de estudio: el condicionamiento Clásico y el instrumental.

La primera corriente "Condicionamiento clásico", surge en primera instancia por los aportes realizados por Sechenov, sin embargo esta corriente es desarrollada y comprobada por John B. Watson, cimentado en los estudios y experimentos de Iván Pavlov basados en las conductas de animales frente a diversos estímulos. Esta corriente centra principalmente su atención en la relación entre estímulo y respuesta, sosteniendo que si se ejercen los estímulos adecuados, se obtiene una respuesta predecible y deseada.

La segunda Corriente "el condicionamiento instrumental y operante", desarrollada principalmente por Skinner quien continuo los estudios de la teoría conductista basando su investigación en probar las teorías de Watson respecto al conductismo, entre sus acotaciones respecto a los aportes de Watson, Skinner sostiene que las personas no solo responden al ambiente como un acto condicionado, también intervienen y operan sobre él, con el fin de causar un impacto y consecuencias en este. Skinner también sostiene que nos comportamos de cierta manera, porque nuestras acciones ya han tenido alguna consecuencia en el pasado, por lo cual basamos nuestras acciones en lo que ya conocemos, esperando cierta recompensa o acción positiva en nuestra vida. También sostiene al igual que Watson que nuestra mente y sentimientos no determinan nuestras conductas, afirmando que nuestras acciones son “metáforas y ficciones” y que “la conducta es simplemente parte de la biología del organismo.” [9]

Según Gary DeMar[10] El conductismo admite los siguientes supuestos:

1. *El conductismo es naturalista. Esto significa que el mundo material es la última realidad, y todo puede ser explicado en términos de leyes naturales. El hombre no tiene alma y no tiene mente, solo un cerebro que responde al estímulo externo.*

2. *El conductismo enseña que el hombre no es nada más que una máquina que responde al condicionamiento.*

3. *Consecuentemente, el conductismo enseña que no somos responsables por nuestras acciones. Si somos meras máquinas, sin mentes o almas, reaccionando al estímulo y operando en nuestro ambiente para conseguir ciertos fines, entonces cualquier cosa que hagamos es inevitable. La sociobiología, un tipo de conductismo, compara al hombre con una computadora: Basura entra, basura sale.*

4. *El conductismo es manipulador. Busca no solamente entender la conducta humana, sino predecirla y controlarla. A partir de sus teorías Skinner desarrolló la idea de “dar forma.” Al controlar las recompensas y los castigos puedes dar forma a la conducta de otra persona.*

Como se observa el conductismo sostiene que el hombre actúa solamente por acción biológica, no tiene conciencia de sus actos y sus acciones son respuesta de ciertos estímulos, la repetición de esta se basa en la historia de la acción en situaciones pasadas donde tuvieron consecuencias favorables para la persona y de refuerzos consecutivos. El fin principal del conductismo es controlar, predecir y manipular la conducta humana en distintas áreas en que la persona se desenvuelve.

En la educación actual el conductismo no es una teoría la cual predomine en el proceso aprendizaje, ya que teorías posteriores como constructivismo y cognoscitivo

---

*9*Skinner, B. (1974/1977). “*Sobre el conductismo*” Barcelona: Fontanella

*10*DeMar, G.(1988)”*Sobreviviendo a la Universidad Exitosamente: Un Manual Completo para los Rigores del Combate Académico”* Primero Resources. EE.UU han señalado que el conductismo más que propiciar el aprendizaje, genera adiestramiento. Sin embargo es utilizado en la enseñanza de aprendizajes básicos como, tablas de multiplicar, aprendizaje de abecedario y en aplicaciones informáticas las cuales central la enseñanza en estímulos visuales y refuerzos positivos.

El rol que ejerce el docente en el conductismo es tener competencias que le permitan identificar conductas que potencien el proceso de aprendizaje, generar estímulos que las refuercen, siendo en todo momento el emisor de los conocimientos. El papel del estudiante en este caso es ser un receptor de contenidos que el docente entrega, es un rol netamente pasivo ya que se somete a las indicaciones dadas por el profesor.

Esta teoría no será utilizada para diseñar la secuencia didáctica, sin embargo forma parte del marco teórico de esta investigación ya que es una teoría que nos permite comprender de mejor forma la evolución de los enfoques de aprendizajes.

Cognitivismo

El cognitivismo se desarrolla en el siglo XX, al igual que el conductismo y son teorías complementarias, el primero busca agregar elementos que el conductismo no tomo en consideración y ambos enfoques enfatizan el papel que juegan los factores ambientales en propiciar el aprendizaje.

El cognitivismo es una teoría psicológica que estudia el entendimiento de la mente. Pretende conocer como las personas comprenden la realidad en la que viven, para esta corriente el conocimiento es funcional ya que un sujeto ante un cierto acontecimiento ya procesado en su mente, puede saber con exactitud lo que puede suceder. También admite acciones complejas, como almacenar, comprender, organizar y utilizar la información recibida a través de los sentidos.

Este modelo asume que el aprendizaje se produce a partir de la experiencia, lo concibe como una representación de la realidad, poniéndole énfasis en el modo en que se adquieren estas representaciones del mundo, se almacenan y se recuperan en la estructura cognitiva.

Esta teoría se desarrolla bajo dos conceptos fundamentales, asimilación y acomodación.

La asimilación es el proceso en el cual el individuo se enfrenta a un aprendizaje nuevo e intenta relacionarlo con conocimientos anteriores, mientras que la acomodación es el proceso en el cual le otorga un significado a lo que asimilo.

El rol que el profesor adquiere en este enfoque de aprendizaje es ser un mediador en el aprendizaje actuando solo si es estrictamente necesario, centrando su desempeño en la construcción de experiencias didácticas para alcanzar los objetivos educativos.

El rol del estudiante es ser una persona crítica, reflexiva y constructora de su propio aprendizaje, siendo capaz de generar estrategias que le permitan facilitar este proceso (enseñanza-aprendizaje) y es competente en la resolución de sus problemas.

Los principales exponentes de esta teoría son Piaget y Bruner.

Esta teoría permitirá diseñar algunas actividades de la secuencia didáctica, que tienen como fin la adquisición de conceptos nuevos para los estudiantes.

Constructivismo

La teoría constructivista se basa en la construcción de la realidad, bajo tres autores principales, el primero es Jean Piaget que concibe el proceso de construcción en la interacción que tiene el sujeto con el objeto de estudio. LievVigotsky considera que la construcción se produce mediante la interacción social del individuo. Finalmente David Ausubel sostiene que las construcciones mentales se producen cuando lo que el individuo realiza es significativo para él.

El constructivismo es una corriente que surge al oponerse a la teoría conductista, esta pone énfasis en el desarrollo de la construcción que realiza cada persona de su propio conocimiento. En esta teoría no es tan importante el resultado sino más bien lo realmente relevante es el proceso realizado por el estudiante al momento de construir su propio conocimiento de tal forma que éste se va construyendo por medio de la adaptación de los conocimientos previos que estos poseen.

El constructivismo está basado en las estructuras cognitivas debido a que el estudiante es capaz de crear hipótesis y tomar decisiones mediante la selección y transformación de la información.

En cuanto al rol que posee el profesor, éste tiene la tare de cambiar la información de una forma adecuada para que sea comprendida por los estudiantes “transposición didáctica”, también debe realizar propuestas cognitivas, valorar experiencias anteriores y motivar las destrezas sociales.

Respecto al rol del estudiante, éste debe ejercer un rol activo ya que debe participar en las actividades propuestas, defender ideas, realizar preguntas, aceptar las ideas de otros e integrarlas y debe escuchar al docente y a sus pares. Por lo cual el estudiante es el protagonista del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La principal diferencia con el enfoque conductista es que la persona sí tiene conciencia de sus acciones, tiene que ser capaz de construir su aprendizaje a través de las experiencias, en cambio el conductismo la persona carece de conciencia y sus acciones son respuestas de estímulos y refuerzos o de acciones cuyas consecuencias son conocidas.

Esta teoría será fundamental en el diseño de las actividades de la secuencia didáctica, ya que existen actividades orientadas al rol protagónico del estudiante, y al descubrimiento de su aprendizaje.

3.6.- Modelos educativos

Un modelo o enfoque educativo es la orientación e intencionalidad que se le da a un proceso de enseñanza-aprendizaje, determinando el rol que cumple el profesor, el estudiante y el aprendizaje.

Existen tres tipos de modelos educativos, los cuales son:

- Centrado en el profesor
- Centrado en el alumno
- Centrado en el aprendizaje

El primer modelo educativo fue el modelo tradicional "centrado en el profesor", Durkheim[11] señala que *"Toda educación consiste en un esfuerzo continuado por imponer a un niño modos de ver, de pensar y de actuar, a los que no alcanzaría espontáneamente, y que le son reclamados por la sociedad en su conjunto y por medio social al que en particular está destinado"*, haciendo referencia clara de la visión de la escuela tradicional.

Este modelo promueve principalmente el "Conductismo" y su atención principal es que el profesor sea el emisor del conocimiento y el estudiante un simple receptor sin mayor participación.

Los modelos educativos que serán tomados en cuenta en la secuencia didáctica serán el centrado en el alumno y en el aprendizaje, dejando de lado el centrado en el profesor, ya que éste tomara el rol de guía o apoyo para el estudiante en las actividades y no el protagonista como lo plantea el modelo centrado en el profesor.

Modelo centrado en el alumno.

Este modelo pertenece a la tendencia de la teoría "Constructivista", busca como primer objetivo lograr que el estudiante desarrolle un pensamiento reflexivo y descubra su aprendizaje mediante la resolución de problemas contextualizados, proyectos o investigaciones.

En este enfoque el estudiante es el protagonista del proceso educativo, tiene un rol activo y es el principal procurador de su aprendizaje, se potencia la idea de que el estudiante no solo adquiera conocimientos si no también desarrolle habilidades y

[11]Durkheim, E. (1993) Las reglas del método sociológico. España: ed. Morata sexta edición

estrategias para enfrentar las diversas problemáticas, además de tener una autonomía para investigar, reflexionar, levantar conjeturas, buscar fuentes de información, etc.

El profesor pasa a tomar el rol de facilitador del aprendizaje, su labor principal en el aula es enseñar a aprender, proporcionar al estudiante las herramientas necesarias para desarrollar el proceso de aprendizaje, además de orientar y guiar al estudiante en el análisis de situaciones, localizar fuentes de información adecuadas, promover el trabajo en equipo con sus pares y el desarrollo de un pensamiento crítico y reflexivo.

Por último este enfoque enfatiza el proceso de aprendizaje individual del estudiante, sin embargo es esencial el trabajo en equipo y la relación con los otros, ya sea con sus pares o el profesor, ya que se espera que el estudiante sea un ente social activo, capaz de dialogar, discutir, reflexionar y construir un aprendizaje significativo.

Modelo centrado en el aprendizaje.

Hoy se promueve un modelo educativo centrado en el aprendizaje propiamente tal, el cual busca originar la participación activa de cada uno de los estudiantes en el acto educativo, siendo propiciado y guiado por el docente.

Al igual que en el modelo anterior, el estudiante tiene un rol activo, sin embargo los esfuerzos están enfocado en el aprendizaje.

Esta propuesta surge de la suma de elementos y su interacción recíproca en donde cada una se apoya en las otras. Estas son las motivaciones representaciones y estilos de aprendizajes del estudiante y el desarrollo de estrategias cognitivas.

Por esto mismo el rol que adquiere el estudiante es el de realizar las actividades, que orienta el docente, construyendo su propio aprendizaje, siendo más que activo, un individuo proactivo lo que significa que no solo toma la iniciativa en este proceso sino que asume la responsabilidad de lo que sucede en él y se autoevalúa.

A su vez el rol del profesor no solo ser un guía, sino responsable de delimitar el proceso de enseñanza-aprendizaje y diseñar actividades estratégicas que permitan lograr al estudiante la construcción del aprendizaje. Enseña a aprender, poniendo en práctica todo su profesionalismo y evaluando el proceso de aprendizaje en todo momento.

3.7.- Número Racional

Llamaremos número racional a cualquier número que puede expresarse como el cuociente entre dos números enteros, con el divisor distinto de 0. En otras palabras, son números racionales todos los números que pueden expresarse en la forma $\frac{a}{b}$, con a y b enteros y b distinto de 0. (Material unidad temática "los números racionales", educar Chile).

Expresado por extensión de la forma:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}\ , con a \text{ y } b \in \mathbb{Z} y b \neq 0\right\}$$

El conjunto de los números Racionales se representa con la letra$\mathbb{Q}$, teniendo las siguientes consideraciones:

- Si b =1; se tiene que $\frac{a}{b} = a$, para cualquier $a \in \mathbb{Z}$, tenemos que $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ ($\mathbb{Z}$ está contenido en$\mathbb{Q}$).
- si a y b son del mismo signo, $\frac{a}{b}$ es positivo.
- Si a y b son de distinto signo, $\frac{a}{b}$ es negativo.

Operaciones en $\mathbb{Q}$

Estas operaciones se definirán para números racionales expresados en su representación fraccionaria.

<u>Adición de números racionales</u>

Adición con denominador común: Se debe conservar el denominador común sumando los numeradores

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

Como por ejemplo:

$$\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2+3}{8} = \frac{5}{8}$$

Adición con distinto denominador: Se debe amplificar cada uno de los números racionales para obtener el mismo denominador, luego se debe operar como en el caso anterior.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Como por ejemplo:

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 9} + \frac{5 \cdot 4}{5 \cdot 9} = \frac{27 + 20}{45} = \frac{47}{45}$$

Hay que recordar que esto es posible gracias a las propiedades conmutativa y asociativa del producto de enteros.

También se debe tomar en cuenta que para trabajar con números grandes donde las multiplicaciones serían excesivas, es recomendable utilizar el trabajo del mínimo común múltiplo. Que consiste en encontrar el menor múltiplo de los denominadores, y luego amplificar los numeradores según el nuevo denominador, para sumar como se hizo en el primer caso.

$$\frac{13}{18} + \frac{17}{27} = \frac{39}{54} + \frac{34}{54} = \frac{39 + 34}{54} = \frac{73}{54}$$

Donde el mínimo común múltiplo de 18 y 27 es 54, ya que 18·3 = 54 y 27·2 =54.

Debido a que la definición y las propiedades son de directa consecuencia de la suma de los números enteros, aquí se incluyen todas las propiedades como propiedades de los números racionales

Clausura: $a , b \in \mathbb{Q}$ y $\mathrm{a} + \mathrm{b} = \mathrm{c} \rightarrow \mathrm{c} \in \mathbb{Q}$

Asociatividad: $a , byc \in \mathbb{Q} \rightarrow (a + b) + c = a + (b + c)$

Conmutatividad: $a , b \in \mathbb{Q} \rightarrow a + b = b + a$

Elementoneutro:$a \in \mathbb{Q} \rightarrow a + 0 = a$

Elemento inverso:$a \in \mathbb{Q}y - a \in \mathbb{Q} \rightarrow a + (-a) = 0$

Cancelativa:$a , byc \in \mathbb{Q}\ y\ a + b = a + c \rightarrow b = c$

Multiplicación de números racionales

Se entiende que el producto de dos números racionales es otro número racional, en el cual el numerador es el producto de ambos numeradores y de la misma forma el denominador es el producto de ambos denominadores, como lo mostramos de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 9} = \frac{15}{72}$$

Con el tema de los signos, se sigue con las mismas reglas que se trata en los enteros y en el caso que sean más de dos factores los que se estén tratando, el producto lo obtendremos de la misma forma:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \cdot \ldots \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot c \cdot e \cdot \ldots \cdot m}{b \cdot d \cdot f \cdot \ldots \cdot n}$$

De esto se desprende que si se tiene$\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} y \frac{a}{b} \neq 0$ quiere decir que $a \neq 0$ por lo tanto existe un $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$ de tal forma que:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

De la misma forma que en la operación de la adición se desencadenan las siguientes propiedades:

Clausura: $a , b \in \mathbb{Q} y$ a · b $=$ c $\rightarrow$ c $\in \mathbb{Q}$

Asociatividad: $a , byc \in \mathbb{Q} \rightarrow (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Conmutatividad: $a , b \in \mathbb{Q} \rightarrow a \cdot b = b \cdot a$

Elementoneutro:$a \in \mathbb{Q} \rightarrow a \cdot 1 = a$

Elemento inverso:$a \in \mathbb{Q} ya \neq 0 \rightarrow a \cdot a^{-1} = 1$

Cancelativa:$a , byc \in \mathbb{Q}\ ya \cdot b = a \cdot c \rightarrow b = c$

De ambas operaciones se encuentra la operación inversa, tanto en la adición como en la multiplicación.

4.- MARCO METODOLÓGICO

4.1.- Tipo de Investigación

Ésta investigación nace de la necesidad de incorporar nuevas estrategias metodológicas en el aula, para lo cual se ha basado en la lectura de libros, tesis, revistas, informes nacionales (MINEDUC), etc. por lo tanto, corresponde a una Investigación Documental.

Éste tipo de investigación constituye una estrategia en la cual se observa y reflexiona sistemáticamente sobre realidades teóricas, en este caso Ingeniería Didáctica, la cual indaga, interpreta y presenta datos e informaciones sobre un tema determinado, utilizando para ello una metodología de análisis, basándose en diferentes tipos de documentos.

En el libro "Introducción a la Metodología de la Investigación de Héctor Ávila (2006)[12], se encuentran las siguientes definiciones:

"…Baena (1988) la investigación documental es una técnica que consiste en la selección y recopilación de información por medio de la lectura y crítica de documentos y materiales bibliográficos, de bibliotecas, hemerotecas, centros de documentación e información…" (p.72)

"…Franklin (1997) define la investigación documental aplicada a la organización de empresas como una técnica de investigación en la que se deben seleccionar y analizar aquellos que contienen datos de interés relacionados con el estudio…" (p. 13)

Así, de las definiciones anteriores, se desprende que la investigación documental es una técnica que permite obtener documentos nuevos en los que se puede explicar, analizar y comparar las temáticas de interés a investigar.

Considerando que esta es una investigación donde se intenta identificar y describir las falencias previas en el eje de números de los estudiantes al ingresar al primer año de enseñanza media, es que se puede afirmar que se **tratará de una investigación cualitativa, transversal y exploratoria**.

[12] Ávila, H. (2006) *introducción a la metodología de la investigación.* México: Eumed.net

Carácter cualitativo del diseño:

Fraenkel y Wallen[13](1996) indican cuatro características básicas que detallan este tipo de estudio.

- El ambiente natural y el contexto en que se da el problema, es la fuente directa y primaria, y la labor del investigador constituye ser el instrumento clave en la investigación.
- Los investigadores enfatizan tanto los procesos como lo resultados.
- El análisis de los datos prioriza el modo inductivo.
- Se interesa por saber cómo los sujetos en una investigación piensan y qué significado poseen sus perspectivas en el asunto que se investiga.

La metodología utilizada es de tipo cualitativa, sin embargo, ha sido apoyada por algunos instrumentos de la metodología cuantitativa.

Esta afirmación se sustenta en Hernández Sampieri(2006) quien señala que *"la investigación cuantitativa debe ser lo más objetiva posible, evitando que afecten las tendencias del investigador u otras personas", mientras que la investigación cualitativa es "naturalista, fenomenológica, interpretativa [...] en la cual se incluye una variedad de concepciones, visiones...".* Y sin lugar a dudas que desde el planteamiento del problema y de los objetivos se aprecia que la pretensión de este estudio es diseñar una secuencia didáctica que ayude a nivelar a los estudiantes en el primer año medio y las aplicaciones cuantitativas sólo pretenden respaldar la existencia del problema.

Carácter transversal del diseño: El carácter transversal de esta investigación, según Hernández S. (2006)[14], se funda en el hecho de que el recogimiento de datos "…*se da en un solo momento, en un tiempo único: su propósito es describir variables y analizar su incidencia en un momento dado…".*

De acuerdo a lo anterior, este diseño considera la recolección de percepciones de los diversos actores (estudiantes y profesores).

[13]Frankel y Wallen (1996) *La investigación Cualitativa.* New York: M^{c}Graw-Hill

[14]Hernández, S. (2006) *Metodología de la Investigación*. México: McGraw hill4ª edición

Carácter exploratorio del diseño: Sabino C.(1996)[15]señala que "…*cuando se trata de un diseño en que el tema escogido ha sido poco estudiado hasta el momento y no existe sobre el mismo un conocimiento tal que permita formular hipótesis precisas y cuando aparecen, en un campo de estudios determinados, nuevos fenómenos que, o bien no se conocen aun exactamente, o bien no se comprenden a cabalidad sobre la base de las teorías existentes…"*, corresponde a un diseño de investigación de carácter exploratorio.

4.2.- Técnicas de Investigación

Por las particularidades del objeto de estudio se utilizarán dos tipos de técnicas de investigación: la entrevista en profundidad y la investigación documental.

La entrevista individual en profundidad:

Esta técnica conlleva la realización de preguntas, escuchar y apuntar las respuestas, a fin de realizar otras preguntan que aclaren o desarrollen el tema planteado. Se considera que es de carácter no estructurada (V.Ander Egg, 1972)[16], aquellas entrevistas que "…*no se guían, por lo tanto, por un cuestionario o modelo rígido, sino que se discurren con cierto grado de espontaneidad, mayor o menor según el tipo concreto de entrevista que se realice*…".

---

[15]Sabino, C. (1996). *El proceso de Investigación*. Argentina: Lumen Humanitas

[16]V. AnderEgg, E (1972).*Introducción a las Técnicas de Investigación Social*. Buenos Aires: Ed. Humánitas

4.3.- Diseño de Investigación

El desarrollo de esta investigación consta de las siguientes etapas:

1. En primer lugar se procedió a la recolección y revisión de literatura sobre las teorías utilizadas.

2. Luego se revisó el programa de estudio de primer año de enseñanza media y mapas de progreso del eje números, entregados por el Ministerio de Educación, para profundizar sobre la enseñanza actual del contenido.

3. Se realizó el análisis de actividades y ejercicios, en busca de los aprendizajes logrados y no logrados de los estudiantes en los contenidos previos respecto al nivel cuatro de los mapas de progreso. Además se identificó la presencia de errores y obstáculos didácticos.

4. Se realizó la propuesta didáctica, que consta del diseño de actividades focalizadas en el estudiante.

5.- GUIÓN DIDÁCTICO

Esta será la metodología que será utilizada para diseñar la secuencia didáctica que es el producto final de esta investigación, a continuación explicaremos en qué consiste la ingeniería didáctica y sus distintos elementos.

5.1.- Primera fase "análisis preliminares"

En Chile según planes y programas del MINEDUC, el estudio de los números racionales como conjunto se trata en primer año de enseñanza media. Esto oficialmente desde el año 2011. Previo a este nivel de enseñanza, se trabaja con el conjunto de los números naturales y enteros, sin embargo ya existe una noción con decimales y fracciones.

En primer año de enseñanza media, se tratan los contenidos organizados en aprendizajes esperados.

En esta secuencia solo trabajaremos el primer aprendizaje esperado, el cual se organiza en la educación tradicional, según planes y programas de la siguiente forma:

Prerrequisitos

· Operatoria de números enteros.

· Potencias de base entera y exponente natural.

· Propiedades de las potencias de base natural, fraccionaria y decimal con exponente natural.

Habilidades

· Reconocer si un problema puede tener solución en los números enteros.

· Identificar los números racionales como un cociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero.

Actitudes

· Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de problemas en diversos contextos.

Aprendizajes esperados	Sugerencias de indicadores de evaluación
Se espera que los estudiantes seancapaces de:	***Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:***
Distinguir problemas que no admiten solución en los números enteros y que pueden ser resueltos en los números racionales.	· Indican si la solución de una ecuación de primer grado pertenece o no al conjunto de números enteros. · Reconocen cuando un problema, contextualizado, puede o no tener soluciones en el conjunto de los números enteros. · Establecen condiciones para que al dividir dos números enteros el cuociente sea un número entero, y condiciones para que sea un número decimal positivo o negativo. · Dan ejemplos de la vida cotidiana en que la información numérica corresponde a números racionales negativos. · Identifican los números racionales como aquellos que pueden expresarse como un cuociente de dos números enteros, con denominador distinto de cero.

Estado del arte

En Chile actualmente la problemática de los aprendizajes previos es abordada a través de la nivelación restitutiva la cual fue desarrollada para que los docentes implementen de mejor manera el programa del ministerio de educación "Liceo para todos". Respecto a nivelar a los estudiantes de primero medio en la unidad de números, solo existe el documento "nivelación restitutiva" libro n° 5 operaciones con fracciones[17]. No existe otro esfuerzo por parte de esta institución para enfrentar el tema contingente.

Respecto a publicaciones encontradas por este grupo de investigación, no apareció una conexión entre educación primaria y secundaria, y se constató que en el mundo existen documentos que enfrentan fracciones y decimales o atacan directamente a los números racionales.

El único documento que se encontró que conecta los números racionales y sus conocimientos previos es, "análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones" (Carmen Cubillos y Tomas Ortega, 2003. México)[18]

Antecedentes de lo que aprenden:

Para tener una visión clara de qué aprenden y lo que no aprenden los estudiantes respecto a los aprendizajes previos de los números racionales, se aplicará un diagnóstico para evaluar los conocimientos logrados y no logrados, además para así identificar fácilmente cuáles son los errores más típicos y los obstáculos didácticos presentes en los estudiantes. Es necesario tomar en cuenta que este diagnóstico será aplicado a un grupo de estudiantes de primero a cuarto medio pertenecientes a los siguientes establecimientos: Colegio Polivalente Príncipe de Gales (Estación Central), Colegio Santa Isabel (Santiago) y Colegio Doctor Luis Vargas Salcedo (Cerrillos), siendo los dos primeros particulares subvencionados y el tercero municipal. Los cuales ya trataron los contenidos de números racionales.

---

[17]Mineduc (2003) *Nivelación Restitutiva Matemática, libro de trabajo 5 "Las cuatro operaciones con fracciones".* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

[18]Cubillos, C y Ortega, T (2003) *Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza aprendizaje del orden de las fracciones*. México: Santillana.

Aprendizajes esperados:

A continuación se muestra una tabla en donde están especificados los aprendizajes esperados en el diagnóstico y en que preguntas se encuentran presentes.

Aprendizajes esperados/ preguntas	Preguntas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Reconoce la existencia del conjunto de los números naturales y sus operaciones.	X				X				X
Reconoce la existencia del conjunto de los números enteros y sus operaciones.		X			X				X
Distingue diferencias entre los números naturales y enteros.		X							
Presenta una concepción clara del concepto de fracciones y número decimal y las operaciones de estos.			X	X	X				X
Comprende la relación de orden de los distintos tipos de números (naturales, enteros, fracciones y decimales).						X	X		
Reconoce la existencia del conjunto de los números racionales.								X	
Identifica que tipo de números pertenecen al conjunto de los números racionales.			X	X				X	
Son capaces de operar números de distintos conjuntos.							X		X

Respuestas esperadas del diagnóstico

1.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números naturales?

Los números naturales son los que se conforman de la suma reiterada del 1, también se pueden decir de ellos que son los números enteros positivos.

2.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números enteros?, ¿Cuál es la diferencia conlos números naturales?

Son el conjunto de los naturales, incluidos los opuestos de estos (números negativos)

3.- ¿Qué entiendes por fracción, a qué conjunto pertenece?

Es un cociente no efectuado entre dos números, pertenecen al conjunto de los racionales.

4.- ¿Qué entiendes por decimal, a qué conjunto pertenecen?

Son los números que resultan al dividir las fracciones donde el numerador es menor que el denominador, son números no enteros con una parte decimal. Pertenecen al conjunto de los números racionales e irracionales.

5.- Da tres ejemplos de:

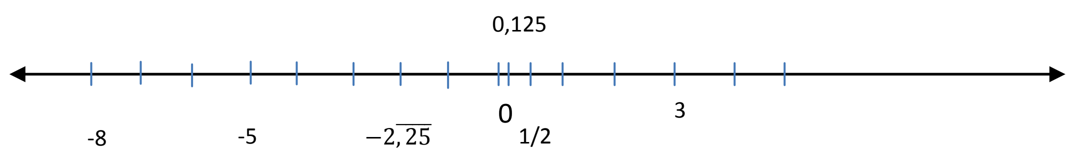
a) números naturales: 1, 2, 3

b) números enteros: -1,-5, 6

c) fracciones: $\frac{1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{1}{4}$

d) decimales: 0,3; -0,8; 0,125

6.- Ubica los siguientes números en la recta numérica: 3;-5; 0; ½; -8; -2,$\overline{25}$; 2/4; 0,125;



7.- Encuentra tres números que se encuentren entre 1/6 y 0,08

0,1; 0,9; 0,111

8.- ¿Qué tienen en común los siguientes números: $\mathbf{5}; \mathbf{-0,3}; \mathbf{-4}; \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}; \mathbf{8}; \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}; \mathbf{3,\overline{82}}$?
Son números racionales

9.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) 30 – 20 : 5 + 15 = 41

b)(6 + 9)[-5 – 4·(3 + -2)] = -135

c)$\frac{2}{4} - 0{,}1 + \frac{2}{4}$ = 0,9

d) $\frac{-48}{7} - -\frac{5}{12}$ = -6,44047619

e) $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{8} = \frac{139}{120}$

f) $\left(\frac{4}{5} - \frac{8}{15}\right) \div \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = \frac{4}{11}$

Análisis de diagnóstico

Respuestas obtenidas:

1.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números naturales?

- Son los números que se usan para contar elementos de un conjunto.
- Son los números positivos o no negativos.
- Son los números del 1 al infinito.
- Son los números del 0 al 9.
- Son cualquier número para contar.
- Son todos los números.
- Son los números normales.
- Son cualquier número.
- Es cualquier número para contar un conjunto y son positivos.
- Son los números donde se agrupan todas las clasificaciones de los demás números.
- Es el conjunto de los números pares los cuales se pueden resolver fácilmente.
- Son los números negativos.

En general no existió una respuesta que cumpliera 100% con lo esperado en el diagnóstico, esto es preocupante tomando en cuenta que se tomaron estas pruebas a estudiantes de enseñanza media los cuales ya tenían por pasado números naturales, por lo cual deberían tener dominio y una concepción clara de los contenidos, sin embargo se considera que habían respuestas que notaban una noción de números naturales, en general el entenderlos como enteros positivos, sin embargo se observaron dos respuestas que llamaron bastante la atención. En primer lugar la que expresaba que los números naturales eran pares, o que eran los números del 1 al 9, estas respuestas se repitieron en 12 ocasiones de un total de 47 estudiantes encuestados, en diversos cursos y establecimientos. Por lo cual esta noción es transversal al lugar donde se estudie.

2.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números enteros?, ¿Cuál es la diferencia con los números naturales?

- Son números exactos.
- Son aquellos números que multiplicados por otro te da ese.
- Cualquier número sea positivo o negativo.
- Son los pares, la diferencia es que va de dos en dos.
- Son números que no tienen decimales, la diferencia es que los enteros pertenecen al conjunto de naturales.
- Son los de 10 en adelante, la diferencia que del 1 al 9 son solos y del 10 ya llevan dos números.
- Son lo contrario de fracción, no tiene deferencia carece de ella.
- Son los números que no tienen decimal, la diferencia es que los naturales son solo positivos.
- Son los números mayores a 9.
- Son todos los números cuyo número es par del otro.
- Son todos los números que no son decimales, la diferencia es que un número entero se saca de una fracción.
- Son los números que no tienen coma, a diferencia de los números positivos que si pueden tener.
- Son todos los números.
- Son todos los números del 10 hasta todos los demás.

En general no se obtuvo una respuesta que cumpliera en un 100% lo que realmente son los números naturales, sin embargo se encontraron dos respuestas que se acercan un poco a la realidad, estas son: "*Son números exactos*", "*Cualquier número sea positivo o negativo*". En la mayoría de los casos las respuestas son erradas y estas se basan en que la noción equivoca que tienen de número natural. Con respecto a la diferencia de los enteros con los naturales, pocos respondieron, de estos en general establecieron una diferencia al compararlos con los números decimales o fracciones.

Como reflexión se cree que al no tener un concepto correcto de número natural, este arrastra a la equivocación de número entero, afectando la comprensión de los contenidos siguientes de la unidad.

3.- ¿Qué entiendes por fracción, a qué conjunto pertenece?

- Es una división abreviada.
- Es un número dividido por otro.
- Pertenece a los números naturales.
- Son los números que están partidos.
- Se forma al dividir dos números.
- Es una división, no pertenece a ningún conjunto, se ausenta de aquellos.
- Una fracción es parte de algo, una división, no pertenece ni a los naturales ni a los enteros.
- Es una manera de ver los porcentajes de un número.
- Una fracción son números que se caracterizan por tener un denominador y es partido en dos.
- Son una división de un número, pertenece al conjunto de los números racionales.

En esta pregunta, 41 de los estudiantes presento una respuesta cercana al concepto real de fracción, desde la perspectiva de la enseñanza básica (cuarto a séptimo básico). Considerando que estas respuestas son de estudiantes de enseñanza media, estos debieran tener un concepto desarrollado de lo que son las fracciones y al conjunto al cual pertenecen, ya que se enfrentaron a la unidad de numero en donde se formalizo este contenido (primero medio), los restantes 6 estudiantes no contestaron a la pregunta.

Con respecto a la pregunta de a qué conjunto pertenecen, solo uno de los estudiantes respondió adecuadamente, solo dos respondieron incorrectamente, y el resto no presento respuesta.

4.- ¿Qué entiendes por decimal, a qué conjunto pertenecen?

- Son los números que tienen una parte racional.
- Son no enteros y pertenecen a los decimales.
- Los números decimales son las cantidades no definidas.
- Son los números que vienen antes del cero.
- Son los números que tienen una parte decimales

- El decimales una forma de medir con exactitud un resultado
- Son números que están entre dos números enteros
- Cada número debe estar acompañado por un cero.
- Es lo que va después de la coma, y pertenecen al conjunto de los naturales.

En esta respuesta 39 estudiantes tenían una noción no errada del concepto básico de lo que es un número decimal, aunque se mantiene el problema de no reconocer a que conjunto pertenecen.

5.- Da tres ejemplos de:

a) números naturales: de los que contestaron, todos lo hicieron correctamente. (De un total de 47 solo 27 respondieron)

b) números enteros: de los que respondieron, todos lo hicieron correctamente aunque los ejemplos en su gran mayoría solo fueron de números enteros positivos. (De un total de 47 estudiantes, 29 contestaron enteros positivos, 6 enteros negativos y 1 los incluyo a ambos)

Se observa que en general todos los estudiantes que respondieron correctamente, utilizaron solo ejemplos en donde el numero fue positivo, excluyendo los negativos lo que deja evidencia suficiente para afirmar que si conocen los números enteros.

c) fracciones: de los que contestaron, todos lo hicieron correctamente. (De un total de 47 estudiantes, 39 contestaron)

Según sus respuestas, hay evidencias suficientes para establecer que si saben identificar una fracción y su forma correcta de representar, sin embargo ningún estudiante incluyo ejemplos de fracciones negativas.

d) decimales: de los que contestaron, todos lo hicieron correctamente. (De un total de 47 estudiantes, 39 contestaron)

Es importante señalar que todos los ejemplos entregados fueron decimales finitos positivos, no hubo otra clase de decimal expresado, lo cual deja en la duda si los estudiantes conocen en su totalidad los números decimales.

6.- Ubica los siguientes números en la recta numérica:

$$3;\ -5;\ 0;\ \frac{1}{2};\ -8; -2,\overline{25}; \frac{2}{4}\ ; 0{,}125$$

En la ubicación de los números de la recta numérica, de un total de 47 estudiantes 11 contestaron correctamente, 13 contestaron incorrectamente y 23 no respondieron.

10 de los 13 estudiantes con respuestas incorrectas solo ubicaron los números enteros, lo cual genera evidencias de que solo saben ubicar este tipo de números.

Respecto a los estudiantes que contestaron correctamente todos a excepción de uno, transformaron las fracciones a decimal, lo cual deja evidencias que los estudiantes entienden la fracción como el cociente entre dos números y saben ubicar decimales en la recta numérica.

7.- Encuentra tres números que se encuentren entre $\frac{1}{6} y\ 0{,}08$

De un total de 47 estudiantes, 17 contestaron correctamente, 11 respondieron incorrectamente y 19 no contestaron.

Respecto a aquellos que contestaron correctamente, todos transformaron la fracción al decimal, para encontrar los números solicitados.

8.- ¿Qué tienen en común los siguientes números: $5; -0{,}3;\ -4;\ \frac{1}{4}; 8;\ \frac{2}{3}; 3,\overline{82}$ **?**

- Son fracciones, hay decimales positivos y negativos, y si uno divide las fracciones tienes números decimales.
- Que pertenecen a los naturales.
- Pertenecen a un solo conjunto de números.
- Que todos son números.
- Son números racionales

De la totalidad de los estudiantes encuestados, tan solo dos fueron capaces de comprender la real relación que existe entre todos estos números.

9.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones:

a) 30 – 20 ÷ 5 + 15 = De un total de 47 estudiantes, 26 contestaron erróneamente, 2 contestaron correctamente y 19 no respondieron, siendo el error más frecuente el no respetar el orden de las operaciones

b) (6 + 9)[-5 – 4·(3 + -2)] = De un total de 47 estudiantes, 26 contestaron erróneamente, 2 respondieron correctamente y 19 no respondieron, siendo el error más frecuente no respetar operaciones , paréntesis y problemas con los signos.

c) $\frac{2}{4} - 0{,}1 + \frac{2}{4} =$ De un total de 47 estudiantes, 6 contestaron correctamente, 5 contestaron erróneamente y 36 no respondieron. Siendo el error más frecuente la operatoria con signos.

d) $\frac{-48}{7} - -\frac{5}{12}$ = De un total de 47 estudiantes, 6contestaron correctamente, 6 contestaron erróneamente y 35 no respondieron, siendo el error más frecuente, el transformar en números decimales y operarlos, además de restar numeradores con numeradores y de igual forma con el denominador, otros encontraron correctamente mínimo común múltiplo pero operaron mal los numeradores.

e) $\left(\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{8}$ = De un total de 47 estudiantes, 13 contestaron correctamente, 11 contestaron erróneamente y 23 no respondieron, siendo el error típico la operatoria de las fracciones, a pesar de que el mínimo común múltiplo está correcto.

f) $\left(\frac{4}{5} - \frac{8}{15}\right) \div \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5}\right)$ = De un total de 47 estudiantes, 0 contestaron correctamente, 2 contestaron erróneamente y 45 no respondieron, siendo el error más frecuente encontrar erróneamente el mínimo común múltiplo y no saber dividir fracciones.

Conclusiones generales:

A través del diagnóstico se puede visualizar que los estudiantes han logrado ciertos conocimientos o concepciones sobre los aprendizajes previos de los números racionales:

- Aprendizajes logrados:

  - ✓ Conocen características de los números naturales, pero no su definición formal.
  - ✓ Reconocen números naturales y manejan las operaciones básicas de estos.
  - ✓ Reconocen el orden en la recta numérica de los números enteros
  - ✓ Identifican diferencias entre números naturales y enteros con decimales y fracciones.
  - ✓ Comprenden la fracción como una división entre dos números
  - ✓ Distinguen entre números positivos y negativos.
  - ✓ Transforman decimales finitos a fracción
  - ✓ Tiene facilidad al trabajar con números decimales.

- Aprendizajes no logrados:

  - ✓ No saben comunicar con sus palabras definiciones matemáticas.
  - ✓ Carecen de elementos que den rasgos de conocimientos sobre números enteros, los confunden con números naturales.
  - ✓ No comprenden la relación de orden de números decimales y fracciones.
  - ✓ No asocian el signo menos al opuesto aditivo.
  - ✓ No respetan paréntesis
  - ✓ No reconocen el orden de las operaciones
  - ✓ No dominan operaciones básicas entre números decimales y fracciones.
  - ✓ Tienen dificultades en trasformar decimales periódicos y semiperiódicos a fracción.

Errores y obstáculos a sus entendimientos.

Al observar las reproducciones de los estudiantes se puede identificar los siguientes tipos de obstáculos didácticos:

- **Obstáculo didáctico:** respecto a este tipo de obstáculo se identificaron los siguientes errores en los estudiantes, los cuales dejan en evidencia la presencia de este obstáculo.

    i. Aquí se observan doserrores, uno de ellos es la simplificación las fracciones y luego al sumar, lo hace sumando numerador con numerador, y denominador con denominador, asimilando el mecanismo que se utiliza al multiplicar fracciones.

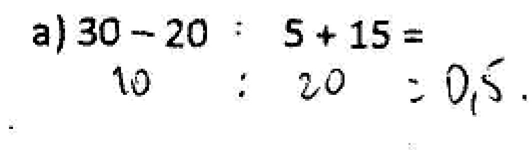
$$d)\ \frac{-\overset{4}{\cancel{18}}}{7} + \frac{5}{\underset{1}{\cancel{12}}} = \frac{-4}{7} + \frac{5}{1} = \frac{1}{8}$$

    ii. en la siguiente evidencia, se observa que el estudiante resuelve de forma incorrecta una división de fracciones , comprende el que debe multiplicar cruzado, pero multiplica extremos y los ubica en el lugar del denominador, los cuales ocupan el lugar del numerador. Esto es consecuencia de que los docentes enseñan estrategias de resolución y los estudiantes no las realizan correctamente y muchas veces no enseñan la división real de dos fracciones.

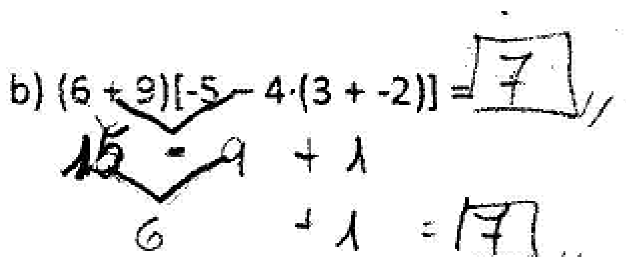
$$\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}\right) \div \frac{5}{8} = \frac{8}{15} + \frac{5}{8} = \boxed{\frac{75}{64}}$$

- **Obstáculo epistemológico:**

   i. La siguiente imagen evidencia un error claro del estudiante el cual no respeta el orden de las operaciones, esto se relaciona con este tipo de obstáculos ya que el estudiante no reconoce la importancia de respetar la prioridad entre operaciones

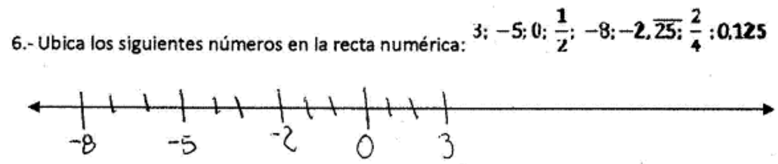


   ii. En este ejercicio, se ve claramente que el estudiante no respeta paréntesis, no entiende la operación de ejercicios combinados, donde lo primero que se debe realizar es eliminar los paréntesis, desarrollando el ejercicio de adentro hacia fuera, además tampoco respeta el orden de las operaciones, en el paréntesis con corchete, suma (-5-4), siendo que junto al cuatro esta la operación de multiplicación.

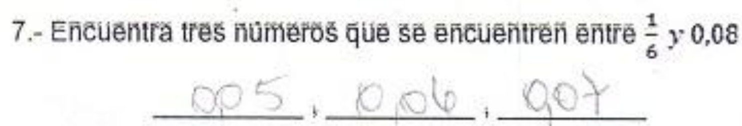


   iii. Se observa que el estudiante tiene dificultades para ubicar números decimales en la recta numérica, por lo cual a pesar de que ubico correctamente los números enteros, el ejercicio es considerado malo, tiene conocimientos de orden de números enteros, pero presenta dificultades en el orden de decimales y fracciones.

   Esto corresponde a este tipo de obstáculos, ya que el estudiante no es capaz de cuantificar cada uno de los números decimales ni fraccionarios.

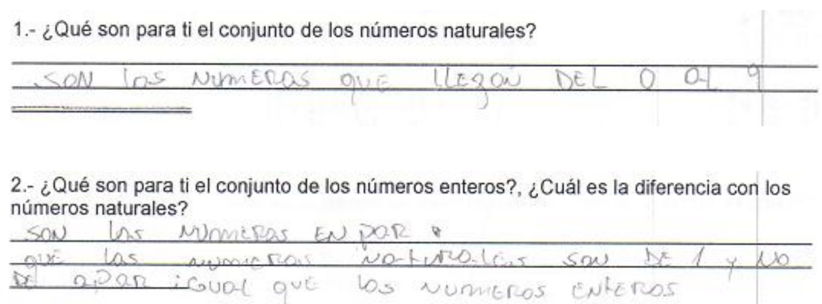

6.- Ubica los siguientes números en la recta numérica: $3; -5; 0; \frac{1}{2}; -8; -2,\overline{25}; \frac{2}{4}; 0,125$

iv. En la siguiente imagen se evidencia un error en el reconocimiento de magnitudes de números decimales, el estudiante indica valores menores del número decimal dado, suponiendo que es mayor que la fracción. Por parte del estudiante no existe una comprensión de la magnitud de número fraccionarios.


7.- Encuentra tres números que se encuentren entre $\frac{1}{6}$ y 0,08

005, 0,06, 0,07

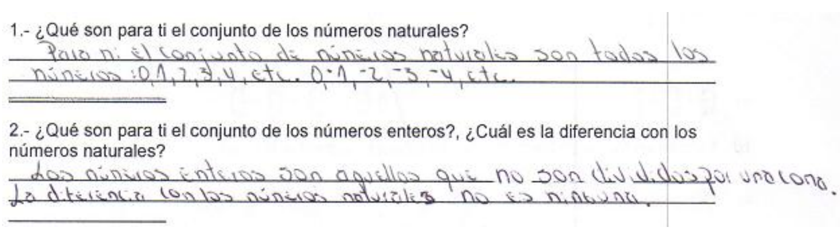
v. En las siguientes imágenes se evidencia las respuestas de los estudiantes respecto a la primera y segunda pregunta del diagnóstico, aquí se observa en reiteradas ocasiones que los estudiantes no tienen una concepción clara de los conceptos de conjuntos numéricos o enteros.


1.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números naturales?

son los numeros que llegan del 0 al 9

2.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números enteros?, ¿Cuál es la diferencia con los números naturales?

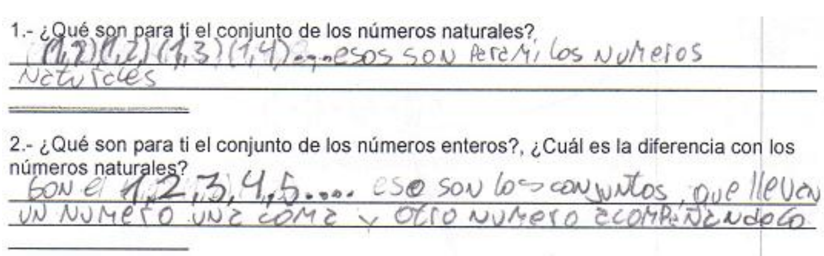
son los numeros en par que los numeros naturales son de 1 y no de a par igual que los numeros enteros


1.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números naturales?

Para mi el conjunto de números naturales son todos los números: 0,1,2,3,4, etc. 0,-1,-2,-3,-4, etc.

2.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números enteros?, ¿Cuál es la diferencia con los números naturales?

Los números enteros son aquellos que no son divididos por una coma. La diferencia con los números naturales no es ninguna.


1.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números naturales?

(1,2)(1,2)(1,3)(1,4)... esos son para mi los numeros naturales

2.- ¿Qué son para ti el conjunto de los números enteros?, ¿Cuál es la diferencia con los números naturales?

son el 1,2,3,4,5... eso son los conjuntos que llevan un numero una coma y otro numero ecomprendiendo

Objetivos de la secuencia didáctica:

Los objetivos que se pretenden lograr con la implementación de esta secuencia didáctica son los siguientes:

1. Nivelar a los estudiantes en sus aprendizajes previos, permitiéndoles así tener las competencias necesarias para enfrentar la unidad de números de primero medio.

2. Que los estudiantes logren el primer aprendizaje esperado de la unidad: "Distinguir problemas que no admiten solución en los números enteros y que pueden ser resueltos en números racionales".

3. Que la secuencia didáctica sea motivadora para los estudiantes.

4. Que sea una herramienta útil para el docente en sus clases, facilitando la entrega de contenidos al momento de enfrentar un aula con problemas de desnivel en aprendizajes previos.

5. Entregar una alternativa al docente la cual le permita nivelar los conocimientos previos de los alumnos sin recurrir a clases de reforzamientos, talleres de nivelación y mucho menos el retraso de los contenidos tratados durante primer año medio.

Restricciones de la secuencia didáctica:

- Esta secuencia no podrá ser implementada a estudiantes en el proceso de aprendizaje de la primera unidad "números".

- Esta secuencia solo será validada mediantejuicio de expertos. Se entregará el diseño a docentes los cuales contestaran un cuestionario en el cual registrarán sus impresiones y sugerencias.

- Esta secuencia solo abordara el tratamiento de contenidos del primer aprendizaje esperado de la unidad, además de los aprendizajes previos.

5.2.- Segunda fase “Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas”

La secuencia didáctica será diseñada específicamente para ser aplicadas en aulas donde se evidencie una desnivelación de aprendizajes previos. Por parte de los estudiantes, o una clara insuficiencia de estos saberes que son requisito para llegar a este nivel de enseñanza.

En esta secuencia didáctica se abordarán contenidos previos que debería presentar el estudiante al ingresar a primero medio, con el fin de alcanzar el nivel 4 de mapas de progresos que es el requisito para enfrentar la unidad de “números”. Además abordaremos contenidos para lograr alcanzar el primer aprendizaje esperado de dicha unidad, estos serán los siguientes:

Aprendizajes previos	**Contenidos del primer aprendizaje esperado**
✓ Conjuntos numéricos -Naturales (IN) -Enteros(Z) ✓ Números decimales y fracciones -Representaciones: Pictograma, lenguaje común, numérica. ✓ Operaciones básicas de los conjuntos numéricos. ✓ Propiedades de los conjuntos. ✓ Valor absoluto	✓ Resolución de problemas que no tenga solución en el conjunto de los números enteros. ✓ Formalización básica de la noción del conjunto de los números racionales.

Los aprendizajes expuestos en la tabla serán abordados mediante actividades que presentan las siguientes características:

- Diseñadas de acuerdo a un orden lógico de contenidos.
- Presentan un nivel ascendente de dificultad en cada clase.

- Diseñadas de acuerdo a dos enfoques de enseñanza, el constructivista y el cognoscitivo.
- Atrayentes para los estudiantes, las cuales motiven el trabajo personal y grupal de estos.
- Algunas de estas actividades requerirán la implementación de TIC´S en el aula, específicamente uso de computadores y apoyos audiovisuales.

Es importante señalar que esta secuencia es del tipo Micro-didáctica, ya que se enfocara en un objeto de estudio específico, que en este caso es la existencia de un conjunto que abarca los números enteros e integra elementos de las fracciones y decimales, este será el conjunto de los números racionales.

Hipótesis:

Previo al diseño de esta secuencia didáctica, se establecieron las siguientes predicciones y expectativas respecto a los resultados de la implementación de ésta:

- El estudiante logra establecer diferencias entre los distintos conjuntos.
- Logran relacionar la teoría de conjuntos con la cotidianeidad.
- Logran encontrar el nivel esperado de acuerdo a los mapas de progreso.
- Desarrollar el autoestima académica de los estudiantes de acuerdo al sub sector de matemáticas.
- Que los estudiantes sean protagonistas de su propio aprendizaje.
- Que se genere una motivación personal para el desarrollo de las actividades propuestas en el diseño.
- Familiarizar al docente con el uso de las Tecnologías de la información y comunicación.
- Favorecer el trabajo en equipo y la retroalimentación entre estudiantes.
- El docente opte por la utilización de esta secuencia didáctica sobre otras herramientas existentes.
- Lograr a cabalidad los objetivos previamente establecidos de la secuencia.

<u>Diseño de la secuencia:</u>

A continuación se verá el diseño de la secuencia previo a la validación por especialistas.

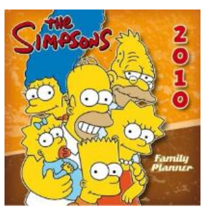
<u>Secuencia didáctica</u>

<u>Actividad nº 1: "¿A qué pertenecemos?"</u>

En nuestra vida podemos agruparnos de distintas formas (Conjuntos), según intereses, gustos, características físicas, creencias de toda índole, etc.

Por ejemplo: *programa de televisión, "thesimpsons"*

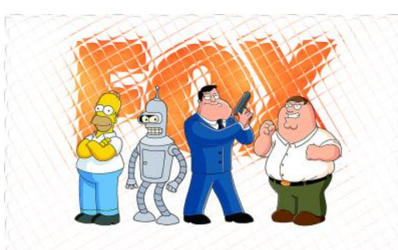
Una forma de agruparlos (lo que se llama subconjunto) seria:



Por apellido, en este caso, todos los que tienen el apellido Simpsons

Que sean hijos de Homero y Marge

Del mismo modo, como los conjuntos tienen subconjuntos, estos a su vez pueden ser subconjuntos de otros conjuntos que los agrupan, en este caso, el programa de televisión de "thesimpsons" pertenece al conjunto de dibujos animados de la cadena fox



¡Ahora Inténtalo Tú!

Identifica conjuntos y subconjuntos de las siguientes imágenes:

Imagen 1

Imagen 2

2)

Preguntas	Imagen 1	Imagen 2
¿Qué conjunto conforman los objetos de la imagen?	-	-
Nombra tres subconjuntos del conjunto que identificaste.	- - -	- - -
Si las imágenes fueran un subconjunto ¿de qué conjunto sería?, nombra dos.	- -	- -

Ahora busca conjuntos a los que consideras que tú perteneces, busca subconjuntos de estos y conjuntos de cuales el tuyo es un subconjunto.

Conjuntos:

____

____

____

Subconjuntos:

____

____

____

¿A qué conjunto pertenece, el conjunto al cual tú perteneces?

____

____

____

De los conjuntos a los que pertenezcas, busca subconjuntos de estos y conjuntos de cuales el tuyo es un subconjunto.

____

____

____

Actividad n° 2: “conjuntos numéricos”

Los números se pueden agrupar en conjuntos y subconjuntos, pero para estos existen ciertas condiciones. Comenzaremos con el conjunto numérico que conociste en los inicios de tu etapa escolar.

Números naturales ($\mathbb{N}$)

Los primeros números que el hombre inventó fueron los números naturales, los cuales se utilizaban para contar elementos de un conjunto.

El nombre “Números Naturales” seguramente surge debido a que estos números son los que aparecen por primera vez en el proceso natural de contar o enumerar los objetos de un conjunto.

Los números naturales son un conjunto de números de la forma: 1, 2, 3,…. que denotaremos con el símbolo$\mathbb{N}$, esto es:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5...\}$$

Si al conjunto de los números naturales se le une el número cero, este nuevo conjunto se denota con el símbolo $\mathbb{N}_0$, esto es:

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3...\}$$

Números enteros ($\mathbb{Z}$)

Si se requiere dar solución a la sustracción 4 – 9, es necesario encontrar un número que sumado a 9 de cómo resultado 4. Este número no existe en $\mathbb{N}_0$.

Para que la sustracción tenga siempre solución, se extiende la recta numérica hacia la izquierda, de modo que a cada punto que representa un número natural le corresponde un punto simétrico a él, ubicado a la izquierda del cero.

Cada uno de estos nuevos puntos ubicados a la izquierda de la recta numérica, respecto al cero, representa un número negativo.

Entonces, el conjunto de los números enteros es la unión del conjunto de los números naturales, el cero y los números negativos. Este conjunto se denota por$\mathbb{Z}$, donde:

$\mathbb{Z}$={..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

Considerando que ya conoces que son los conjuntos de los números naturales y enteros responde las siguientes preguntas:

1. ¿Qué similitudes encuentras entre el conjunto de los $\mathbb{N}$ y de$\mathbb{Z}$?

   ____

   ____

   ____

2. ¿Qué diferencias consideras que poseen estos dos conjuntos?

   ____

   ____

   ____

3. ¿Qué elementos tiene el conjunto $\mathbb{Z}$ que no pertenecen al conjunto$\mathbb{N}$?

   ____

   ____

   ____

4. ¿Qué elementos tienen en común estos dos conjuntos?

   ____

   ____

   ____

5. Da ejemplos de números que pertenecen al conjunto $\mathbb{N}$

   ____

   ____

   ____

6. Da ejemplos de números que pertenecen al conjunto $\mathbb{Z}$

   ____

   ____

   ____

¡¡Ahora pon aprueba tus conocimientos jugando!!

Une cada número con el conjunto al que pertenecen, si pertenece a más de uno, únelo a ambos.

$\mathbb{N}$

-10
98
0
100000000
-2589
-14
4
-896532

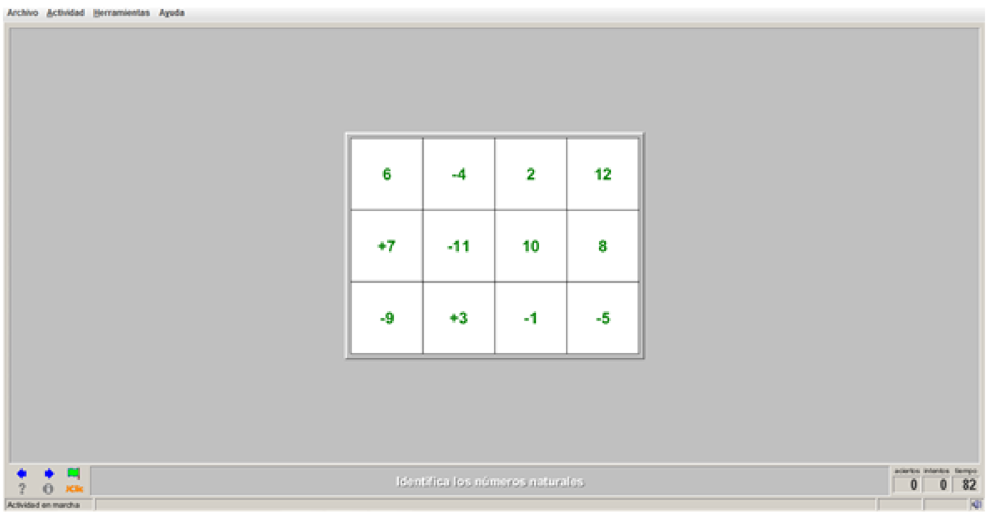
$\mathbb{Z}$

Actividad n°3: "jugando con los naturales y enteros"

Esta actividad se realizara en el laboratorio de computación, la idea es que compitas con el computador, él te pondrá a prueba de que tanto aprendiste sobre estos conjuntos, ¿te atreves?

Juego 1

El siguiente juego consiste en marcar los números que son naturales, tal como indica la aplicación son los que sirven para contar.

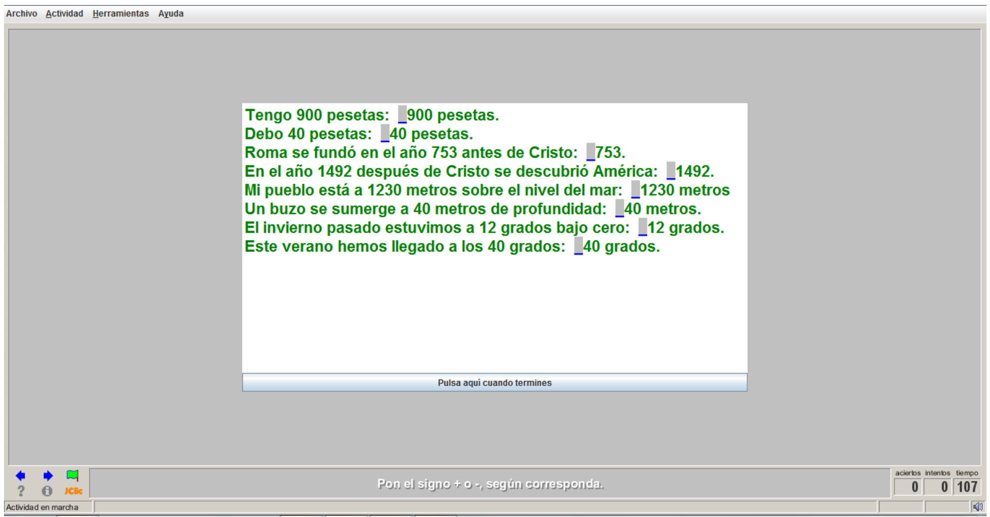


Juego 2

Este juego consiste en identificar los casos en que un par de números naturales no pueden restarse.

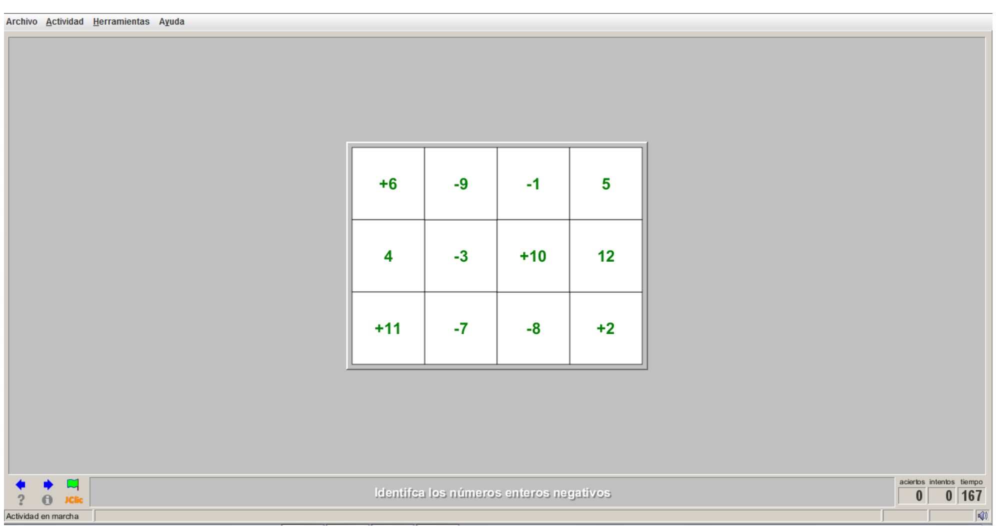
Juego 3

Como se expresó en el juego anterior hay que ampliar el conjunto de los números naturales para poder restar en algunos casos, es desde aquí que surgen los números enteros. En el siguiente juego debes marcar + o – según corresponda al contexto de la oración que ahí aparece.



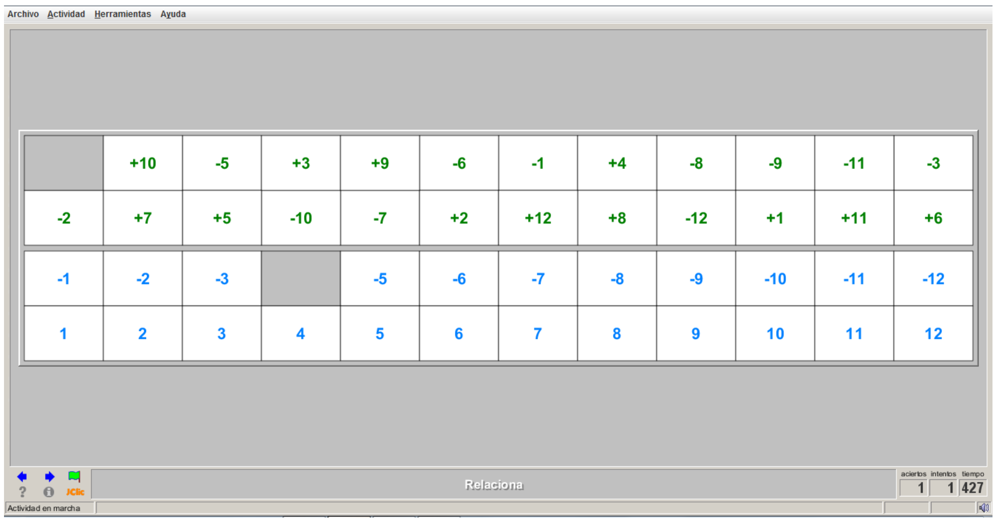
Juego 4

A continuación el juego introduce el signo en los números, ósea negativo y positivo, haciendo alusión a que los positivos pueden escribirse con signo o simplemente solo. Este juego trata justamente de marcar los números negativos.



Juego 5

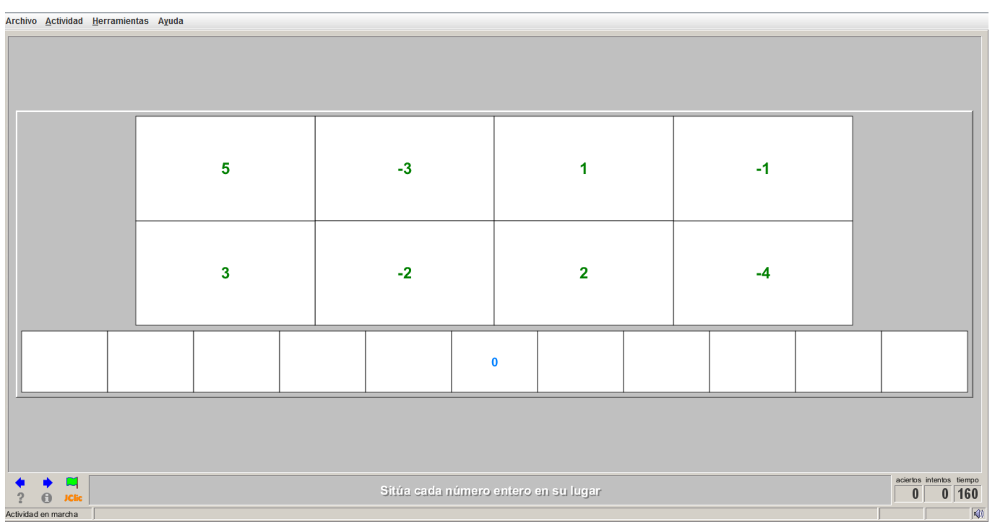
En este se especifica que en esta y las siguientes los números positivos se identificaran sin signo. Consiste en relacionar los números de la fila superior (verde) con los de la inferior (celeste)



Actividad Extra primera clase: "Sigamos jugando"

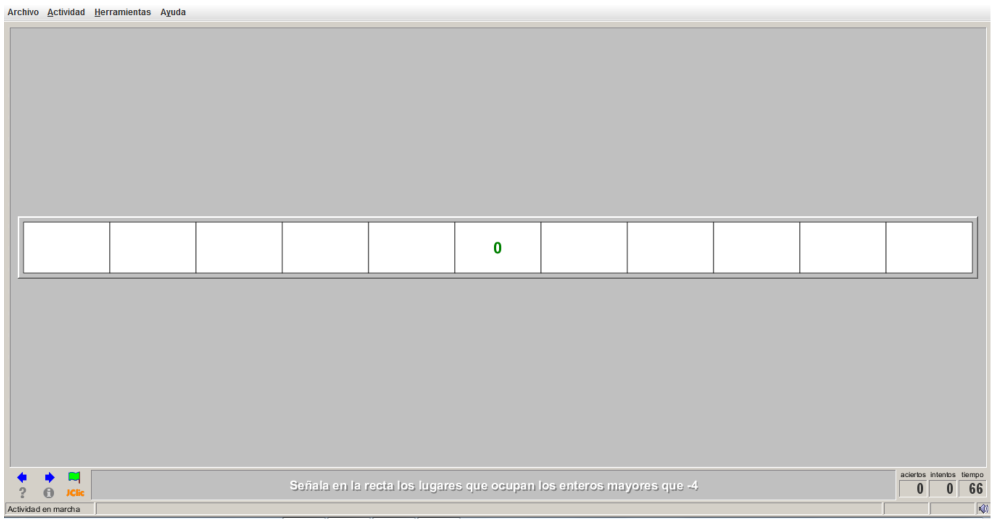
Juego 6

Este consiste en ubicar cada uno de los números enteros en los espacios que corresponda, siendo el 0 la ubicación central, a modo de patrón.



Juego 7

Se propone ubicar y marcar en la recta los lugares que ocupan los números mayores que -4.

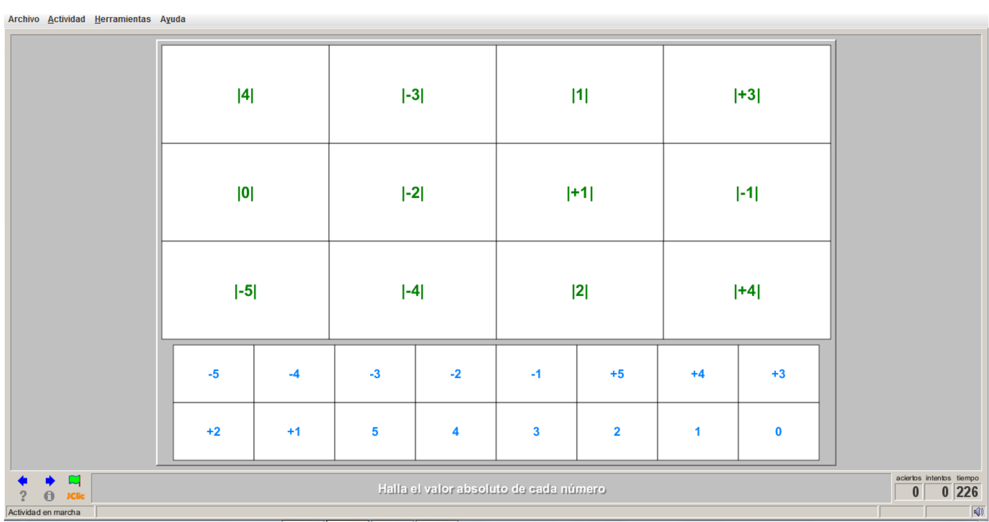


Juego 8

El juego 8, trabaja el valor absoluto de un numero entero como un numero natural, calculándose solamente al quitarle el signo al número entero, se entiende también como la distancia que hay desde este al cero, como por ejemplo:

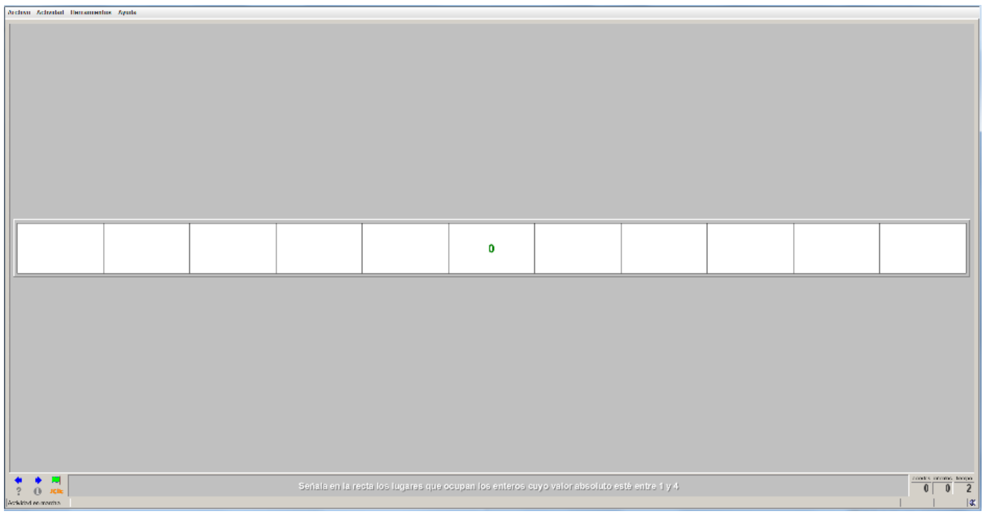
$$|-3| = 3, \qquad |+25| = 25$$

Particularmente este consiste en unir los números en valor absoluto de la fila superior (verde), con los de la fila inferior (celeste).



Juego 9

Este juego pretende ubicar en la recta los lugares que ocupan los enteros cuyo valor absoluto está entre 1 y 4.

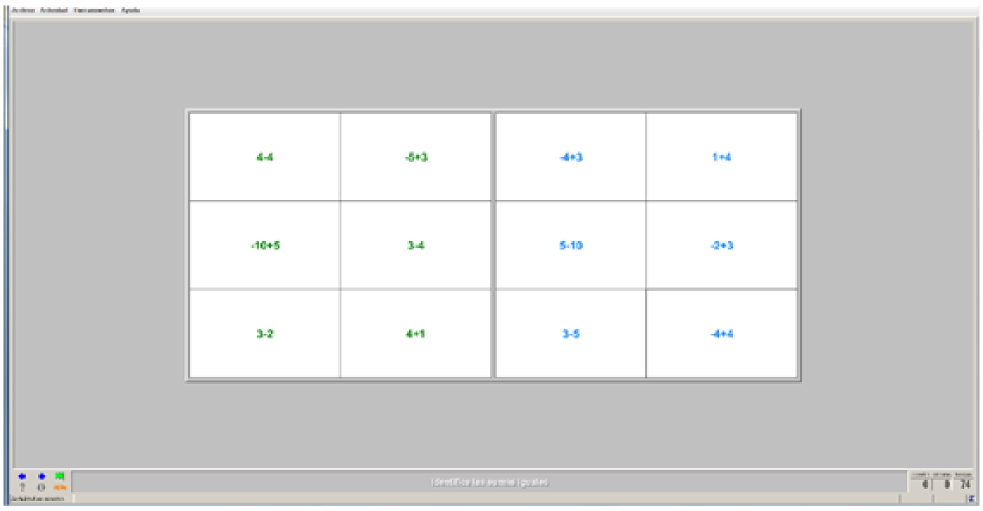


Juego 10

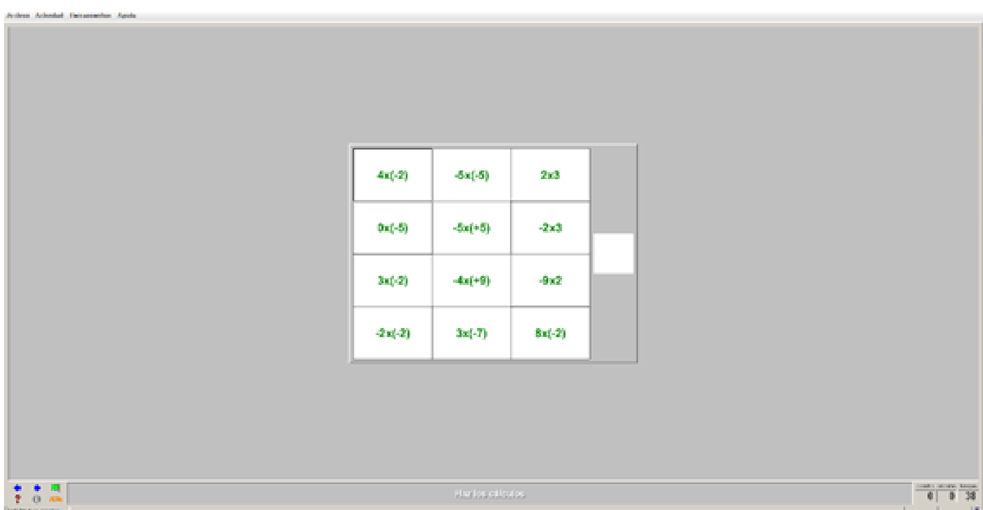
El siguiente juego se enfoca a entender el opuesto aditivo de los números enteros, explicándose que estos se calculan cambiándole el signo a cada número, ej.: (-3) + 3 = 0. En este caso se deberá unir cada uno de los nueros enteros con su opuesto aditivo.

Juego 11

Este juego trabaja la suma de los nueros enteros, indicando que esta es conmutativa ósea que (-4) + (+7) = (+7)+ (-4). Se pretende identificar los pares de sumas que son iguales, los de la columna derecha (verde) con los de la columna izquierda (celeste).



Juego 12
Se trabaja con la multiplicación de números enteros y la regla de los signos, en este juego se introduce en el espacio en blanco el resultado final de la multiplicación de cada uno de los pares de números enteros.



Actividad n°4: “Es hora de convivencia”

Trabajemos en conjunto, y tengamos en cuenta los siguientes escenarios:

a) Deseamos hacer una convivencia con estudiantes del curso, para lo cual trajimos para beber una bebida de 2.500cc, un néctar de 400cc, un agua mineral de 250cc y un jugo de 125cc.

i) Si en la convivencia participarán dos personas ¿de qué forma repartiríamos estos bebestibles?

ii) ¿Y si en vez de 2 fuesen 4 personas? ¿Cómo lo harías?

iii) ¿Cada persona recibe la misma cantidad de refresco?, ¿Cómo podrías repartirlo en partes iguales?

Lo más seguro, para hacer una repartición sencilla seria en el caso de dos personas entregarle dos productos a cada uno, y en el caso de ser 4 personas, se le entregaría un producto a cada uno

b) ¿No crees que sería un poco injusto que a una persona le toque un jugo pequeño, mientras tanto otra obtenga una bebida familiar?

   i) ¿Cómo arreglaríamos este dilema?

   ii) Y si fuese otro número de integrantes en la convivencia, ¿cuál sería la forma más pertinente de repartir estos refrescos?

   iii) ¿Cada persona bebería la misma cantidad de refresco?

A Trabajar en grupos…

c) Supongamos que la cantidad de personas aumentara a 30 personas.

   i) ¿Cómo repartirían los bebestibles?, generen una estrategia para solucionar este problema y encontrar la solución.

ii) ¿Repartieron de forma equitativa? ¿todos recibieron partes iguales?

iii) ¿Ayudaría tener implementos extras en esa situación?, nombra cuales y porque.

d) Si el número de personas es 17, y agregamos como implemento vasos de 250 cc para repartir los bebestibles.

i) ¿Cómo repartirían ahora los refrescos?,

ii) ¿Cuánto recibió cada uno?, ¿repartieron en partes iguales?

iii) Si no lo repartieron en partes iguales, ¿qué estrategia utilizarían para lograrlo?

e) Para demostrar tus conocimiento en la repartición de bebestibles completa la siguiente tabla:

Cantidad de niños	Bebida que desean	¿Cuántos cc será para cada uno?
6	Agua mineral	
8	Bebida	
2	Jugo	
7	Néctar	
3	Jugo	
4	Agua mineral	
16	Bebida	

Actividad extra segunda clase:

Resuelve las siguientes preguntas con lo aprendido durante la clase.

1. Calcula qué fracción de la unidad representa:
   i) La mitad de la mitad.
   ii) La mitad de la tercera parte.
   iii) La tercera parte de la mitad.
   iv) La mitad de la cuarta parte.

2. Elena va de compras con $180.000. Se gasta 3/5 de esa cantidad. ¿Cuánto le queda?

3. Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los 5/11 del trayecto cuando el B ha recorrido los 6/13 del mismo.
   ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

4. Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los 2/3 de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

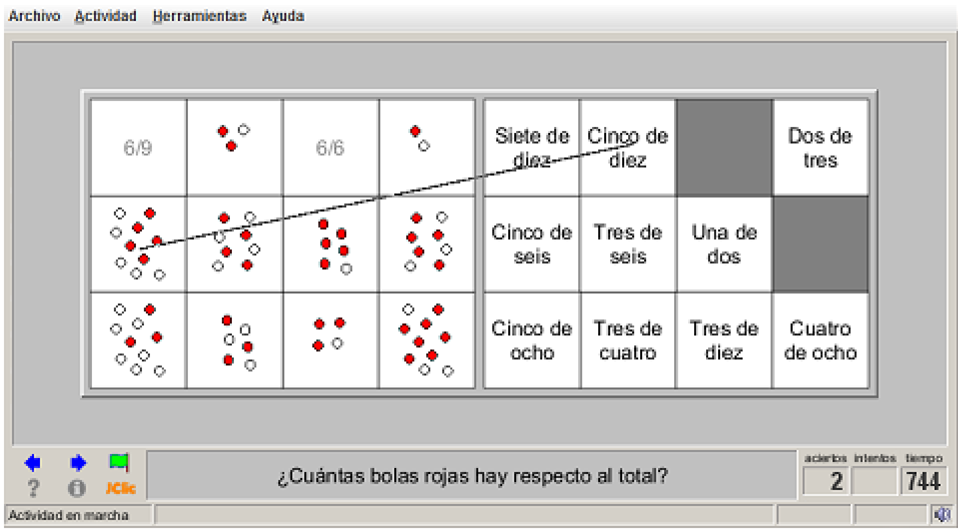
5. En las elecciones locales celebradas en un pueblo, 3/11 de los votos fueron para el partido A, 3/10 para el partido B, 5/14 para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:
   i) El número de votos obtenidos por cada partido.
   ii) El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa 5/8 del censo electoral.

6. Un padre reparte entre sus hijos $1800. Al mayor le da 4/9 de esa cantidad, al mediano 1/3 y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

<u>Actividad nº 5: “reflexionando con los racionales”</u>

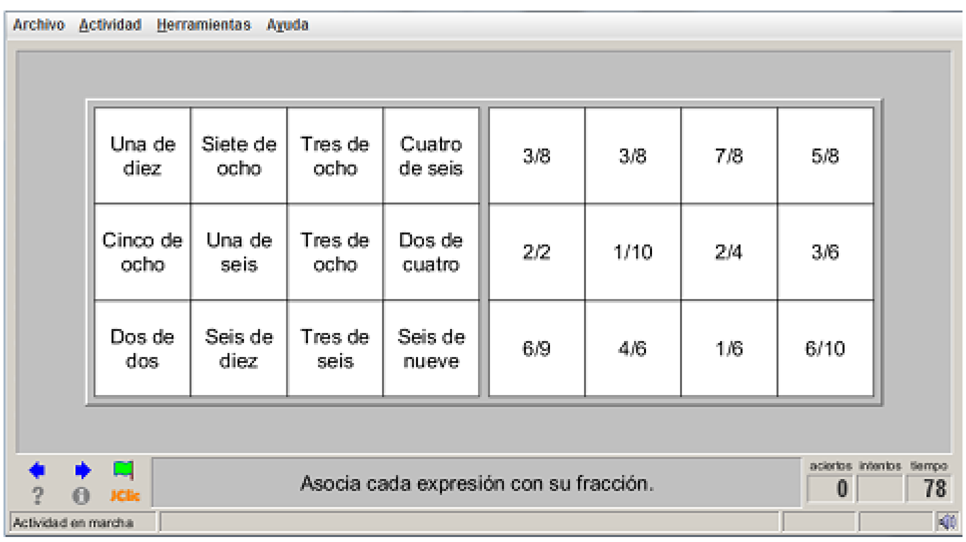
Juego 1

En este juego consiste en que el alumno identifique la cantidad de bolas rojas respecto al total uniendo el pictograma al respectivo cuadro en lenguaje común.



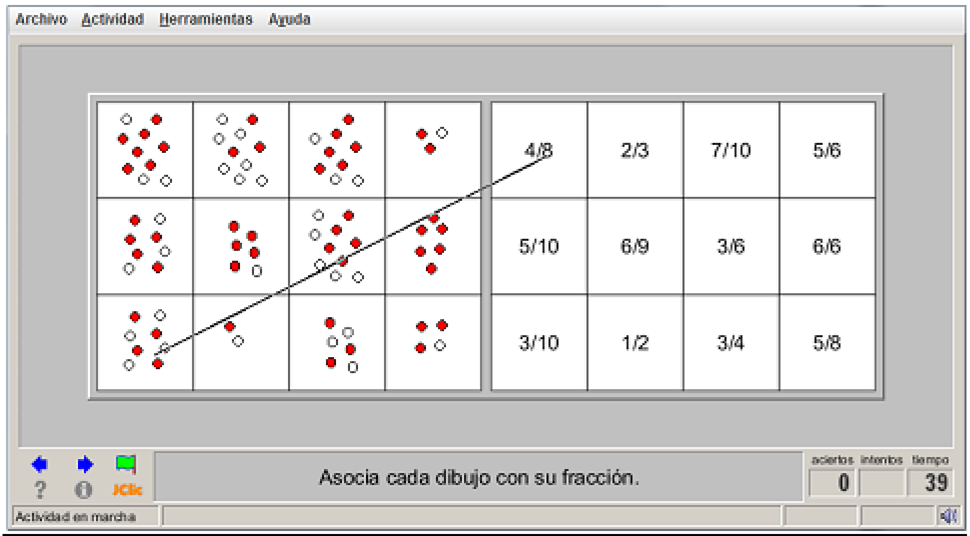
Juego 2

Ya que en el juego anterior se muestra cual es la relación de bolas rojas respecto al total, como fracción, ya se encuentran capacitados para poder relacionar el lenguaje común directamente con estas fracciones.



Juego 3

En este juego se pretende que seas capaz de asociar cada dibujo con la fracción que le corresponde y unirla.



Como puedes notar no todos los problemas tienen solución en el conjunto de los números naturales o enteros. En la vida cotidiana en reiteradas ocasiones se tiene la difícil tarea de separar o repartir distinto tipos de cosas de tal forma que aquella repartición no sea exacta y para esto debemos recurrir a la fragmentación de dichos objetos.

Como por ejemplo, la intención de repartir dos panes entre tres niños, lo cual hace imposible entregar a cada uno un pan ya que nos faltarían.

Para esto se debió recurrir a un nuevo conjunto numérico, el cual recibe el nombre de números racionales y es denotado con la letra $\mathbb{Q}$. Este conjunto contiene a $\mathbb{Z}$ y añade números de la siguiente forma.

$$\frac{a}{b}, con b \neq 0$$

Ahora que ya conoces el conjunto de los números racionales, estas capacitado para responder las siguientes preguntas:

1. ¿Por qué consideras importante la existencia del conjunto de los números racionales?

2. ¿Qué numero pertenece a este conjunto y no pertenece a l de los números enteros?

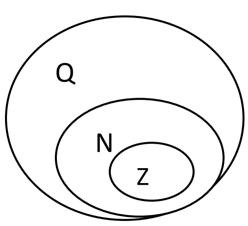
3. ¿Qué cantidad de números racionales existen?

4. Escribe cinco números que pertenezcan a todos los conjuntos antes vistos

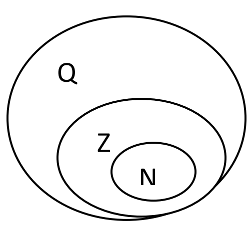
   ___, ___,___,___,___.

5. Identifica cuál de las siguientes imágenes concuerda con la teoría de conjuntos numéricos

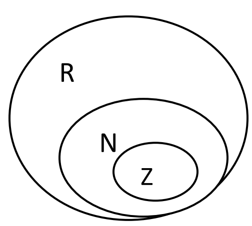
a)



b)



c)



Actividad extra tercera clase:

En caso de utilizar en la clase 3 la actividad extra, se formalizara el concepto de número racional, a través de un video explicativo.

<u>Objetivos de cada actividad:</u>

Clase 1: “recordar aprendizajes previos”

Actividad 1: Que los estudiantes adquieran la noción de conjunto y subconjunto, además que identifiquen estos en su vida cotidiana.

Actividad 2: formalizar el conocimiento de los conjuntos numéricos tratados en la enseñanza básica ($\mathbb{N}$y $\mathbb{Z}$), establecer diferencias y similitudes entre estos conjuntos

Actividad 3: Los estudianteslogran aplicar lo aprendido en la actividad 2, utilizando operaciones básicas de los conjuntos y ubicarlos en la recta numérica.

Actividad extra: Los estudianteslogran aplicar lo aprendido en la actividad 2, utilizando operaciones básicas de los conjuntos y ubicarlos en la recta numérica (continuación actividad 3).

Clase 2: “introducción a los números racionales”

Actividad 4: Los estudiantes constatarán situaciones problemáticas que no tengan cabida en los conjuntos ya tratados y reflexionarán posibles soluciones para este tipo de caso.

Actividad extra: Los estudiantes lograran dar respuesta a situaciones que involucran elementos del conjunto de los números racionales.

Clase 3: “formalizando la concepción de racionales”

Actividad 5: lograr la reflexión de los estudiantes respecto a la importancia del uso de los números racionales en la vida cotidiana, identificar los números que pertenecen a este conjunto y establecer la concepción de la teoría conjuntista. Los estudiantes relacionan la representación numérica de los racionales con su representación gráfica y lenguaje común.

Actividad extra: Los estudiantes formalizan y estructuran sus aprendizajes respecto a los números racionales.

5.3.- Tercera fase: "Experimentación"

En esta fase se realiza la validación de la secuencia didáctica, esta no entrará en contacto con estudiantes, como se señaló en las restricciones, solo será sometida a juicio de expertos (ocho docentes). Para esto, se diseñó un documento de evaluación, el cual registrará las impresiones, juicios y sugerencia por parte de los expertos. Esto se contrastará con las expectativas y objetivos planteados en la segunda fase.

A continuación se presenta el documento, anteriormente detallado.

Análisis de expertos "Secuencia didáctica"

Estimado profesor:

El presente documento es un material didáctico el cual está diseñado con el fin de tratar los contenidos de la unidad de números, en primero de enseñanza media.

Este instrumento tiene como primer objetivo nivelar a los estudiantes en sus aprendizajes previos, permitiéndoles así tener las competencias necesarias para enfrentar esta unidad. En segundo lugar, pretende que los estudiantes alcancen el primer aprendizaje esperado de la unidad:

"Distinguir problemas que no admiten solución en los números enteros y que pueden ser resueltos en números racionales".

La idea es que se logre este aprendizaje y a la vez se llenen los vacíos de aprendizajes no logrados en años anteriores y necesarios para la comprensión de los números racionales, en el mismo tiempo destinado para este aprendizaje esperado planteado por el ministerio de educación.

Es importante destacar que esta secuencia está diseñada para un tiempo de 7 horas pedagógicas, distribuidas en tres clases de dos horas y una hora extra utilizada según el orden lógico de la secuencia, esta clase será señalada en el documento como "clase extra", el profesor tiene la posibilidad de escoger una y en qué momento del tratamiento de contenidos utilizarla. Algunas de las actividades están diseñadas para ser desarrolladas en un computador, y se adjuntan a este material en un CD.

De antemano agradecemos su disposición por revisar el documento y darnos su opinión como experto, a continuación le adjuntaremos un cuestionario en el cual puede registrar sus observaciones.

Yo__________________________________ Autorizo a utilizar la información entregada en el cuestionario de revisión del documento a los estudiantes de seminario de la Universidad Católica Silva Henríquez.

____

Firma

Cuestionario de observaciones respecto a la secuencia didáctica

Con respecto a las actividades:

1) ¿Considera que están bien estructuradas?

____

____

____

1) ¿Cree que existe una continuidad en las actividades presentadas?

____

____

____

2) Las actividades presentadas ¿Son acordes para introducir la unidad de números racionales?

____

____

____

3) ¿Considera que las actividades son atractivas y motivadoras para la edad de los estudiantes de primero medio?

____

____

____

4) ¿Encuentra necesario agregar elementos a las actividades?

___

___

___

5) ¿Considera necesario eliminar algún elemento de las actividades presentadas?

___

___

___

6) ¿Cree que la secuencia logra los objetivos planteados anteriormente?

___

___

___

7) ¿Considera que el instrumento es una herramienta útil para su práctica docente?

___

___

___

En este espacio puede agregar sugerencias y reflexiones personales respecto al documento:

___

___

___

___

___

___

___

___

___

Análisis de las respuestas de los expertos

Para poder validar la secuencia didáctica presentada se realizó una encuesta a ocho expertos en la materia, profesores de enseñanza media en matemáticas en ejercicio,(perteneciente a los establecimientos en los que fue empleado el diagnostico a los estudiantes) y a continuación se presenta el análisis de lo realizado.

1) ¿Considera que esta bien estructurada?

7 de los 8 expertos observan una buena estructuración de las actividades debido a que se presentan con un nivel de dificultad de menos a más.

2) ¿Cree que existe una continuidad en las actividades?

De acuerdo a las respuestas de los docentes, estos abalan que existe una continuidad y un orden lógico en lo que respecta a los contenidos presentes en las actividades

3) Las actividades presentadas ¿Son acorde para introducir la unidad de números racionales?

Se manifiesta que las actividades están enfocadas a cumplir con el reforzamiento de conocimientos previos necesarios para introducir los números racionales, por lo que se puede concluir que si son acordes para esta unidad.

4) ¿Considera que las actividades son atractivas y motivadoras para la edad de estudiantes de primer año medio?

Puede observarse que en general las actividades son atrayentes para los estudiantes debido al uso del computador ya que es una herramienta que ellos saben utilizar con facilidad, en cuanto a las actividades tradicionales, estas presentan elementos que son familiares para los jóvenes es por ello que de igual manera es atrayente.

5) ¿Encuentra necesario agregar elementos a las actividades?

Se cree necesario agregar actividades enfocadas para estudiantes que se encuentren en un nivel más avanzado y además sumar actividades que estén relacionadas con multiplicación y división de fracciones y decimales.

6) ¿Considera necesario eliminar algún elemento de las actividades presentadas?

En general los expertos indican que no es necesario eliminar ninguna de las actividades presentes en esta secuencia, ya que todas cumplen con los objetivos propuestos.

7) ¿Cree que la secuencia cumple con los objetivos planteados anteriormente?

Se considera que la secuencia presentada sí cumple con los objetivos planteados, debido a que se observa que las actividades están orientadas a reforzar los conocimientos previos y a su vez termina realizando la introducción a esta unidad.

8) ¿Considera que el instrumento es una herramienta útil para su práctica docente?

Es útil porque es una buena herramienta ya que apunta a los conocimientos previos que se necesitan para introducir los números racionales, a su vez se considera un buen elemento para nuestras prácticas docentes.

Sugerencias y Reflexiones:

Se sugiere integrar actividades orientadas a estudiantes con mayores capacidades debido a que estos pueden concluir las actividades antes del tiempo estipulado, lo cual puede causar algún tipo de desorden en el aula además para potenciar sus talentos. Otras sugerencias entregadas por los expertos fueron integrar nuevas actividades relacionadas con las operaciones básicas de fracciones y decimales, ya que se cree que esta es una de las mayores falencias de los estudiantes al ingresar a primer año de enseñanza media, lo cual se evidencia en el análisispreliminar y no es tomado en consideración en el diseño de la secuencia didáctica.

Contrastación de las respuestas de los expertos con las selecciones y deliberaciones del análisis preliminar y a priori.

Contraste entre objetivos planteados y análisis de los expertos: A continuación evaluara si los objetivos establecidos previamente, fueron logrados según las opiniones de los expertos

Objetivos:	1	2	3	4	5
Nivel de logro	L	L	L	L	L

*L: logrado

Se consideran apropiados los objetivos planteados en el análisis preliminar, por lo cual se conservan y no se rediseñan.

Respecto a los otros puntos expuestos en el análisis preliminar, se expresó por los expertos incluir en el diseño actividades de operaciones básicas de fracciones y decimales, los cuales crean gran conflicto en los estudiantes, este punto será incluido en el rediseño ya que había sido analizado en la identificación de errores y obstáculos del análisis preliminar, hay evidencias suficientes para incluirlo.

5.4.- Cuarta fase "Análisis a posteriori y evaluación"

Contrastación de las hipótesis y predicciones del análisis a priori con el análisis de los expertos

Previo al diseño de esta secuencia didáctica, se establecieron hipótesis respecto a los resultados de la implementación de la secuencia, estas no serán modificadas y se levantara juicio respecto a que tan pertinentes son, ya que como se estableció en las restricciones, la secuencia didáctica será implementada, no se conoce su real incidencia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Rediseño de la secuencia

A continuación se presentará el rediseño de la secuencia, el cual fue modificado según las opiniones de los expertos y la contrastación de los análisis preliminares y a priori.

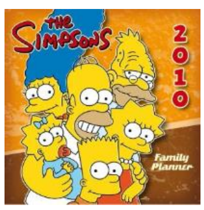
Clase 1

Actividad nº 1: "¿A qué pertenecemos?"

En nuestra vida podemos agruparnos de distintas formas (Conjuntos), según intereses, gustos, características físicas, creencias de toda índole, etc.

Por ejemplo: *programa de televisión, "thesimpsons"*

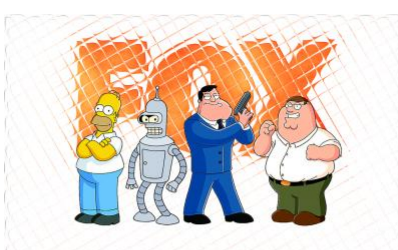
Una forma de agruparlos (lo que se llama subconjunto) seria:



Por apellido, en este caso, todos los que tienen el apellido Simpsons

Que sean hijos de Homero y Marge

Del mismo modo, como los conjuntos tienen subconjuntos, estos a su vez pueden ser subconjuntos de otros conjuntos que los agrupan, en este caso, el programa de televisión de "thesimpsons" pertenece al conjunto de dibujos animados de la cadena fox



¡Ahora Inténtalo Tú!

Identifica conjuntos y subconjuntos de las siguientes imágenes:

Imagen 1

Imagen 2

2)

Preguntas	Imagen 1	Imagen 2
¿Qué conjunto conforman los objetos de la imagen?	-	-
Nombra tres subconjuntos del conjunto que identificaste.	- - -	- - -
Si las imágenes fueran un subconjunto ¿de qué conjunto sería?, nombra dos.	- -	- -

Ahora busca conjuntos a los que consideras que tú perteneces, busca subconjuntos de estos y conjuntos de cuales el tuyo es un subconjunto.

Conjuntos:

____

____

____

Subconjuntos:

____

____

____

¿A qué conjunto pertenece, el conjunto al cual tú perteneces?

____

____

____

De los conjuntos a los que pertenezcas, busca subconjuntos de estos y conjuntos de cuales el tuyo es un subconjunto.

____

____

____

Actividad n° 2: “conjuntos numéricos”

Los números se pueden agrupar en conjuntos y subconjuntos, pero para estos existen ciertas condiciones. Comenzaremos con el conjunto numérico que conociste en los inicios de tu etapa escolar.

Números naturales ($\mathbb{N}$)

Los primeros números que el hombre inventó fueron los números naturales, los cuales se utilizaban para contar elementos de un conjunto.
El nombre “Números Naturales” seguramente surge debido a que estos números son los que aparecen por primera vez en el proceso natural de contar o enumerar los objetos de un conjunto.

Los números naturales son un conjunto de números de la forma: 1, 2, 3,…. que denotaremos con el símbolo$\mathbb{N}$, esto es:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5...\}$$

Si al conjunto de los números naturales se le une el número cero, este nuevo conjunto se denota con el símbolo $\mathbb{N}_0$, esto es:

$$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3...\}$$

Números enteros ($\mathbb{Z}$)

Si se requiere dar solución a la sustracción 4 – 9, es necesario encontrar un número que sumado a 9 de cómo resultado 4. Este número no existe en $\mathbb{N}_0$.

Para que la sustracción tenga siempre solución, se extiende la recta numérica hacia la izquierda, de modo que a cada punto que representa un número natural le corresponde un punto simétrico a él, ubicado a la izquierda del cero.

Cada uno de estos nuevos puntos ubicados a la izquierda de la recta numérica, respecto al cero, representa un número negativo.

Entonces, el conjunto de los números enteros es la unión del conjunto de los números naturales, el cero y los números negativos. Este conjunto se denota por$\mathbb{Z}$, donde:

$\mathbb{Z}$ ={..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

Considerando que ya conoces que son los conjuntos de los números naturales y enteros responde las siguientes preguntas:

7. ¿Qué similitudes encuentras entre el conjunto de los $\mathbb{N}$ y de$\mathbb{Z}$?

____

____

____

8. ¿Qué diferencias consideras que poseen estos dos conjuntos?

____

____

____

9. ¿Qué elementos tiene el conjunto $\mathbb{Z}$ que no pertenecen al conjunto$\mathbb{N}$?

____

____

____

10. ¿Qué elementos tienen en común estos dos conjuntos?

____

____

____

11. Da ejemplos de números que pertenecen al conjunto IN

____

____

____

12. Da ejemplos de números que pertenecen al conjunto Z

____

____

____

¡¡Ahora pon aprueba tus conocimientos jugando!!

Une cada número con el conjunto al que pertenecen, si pertenece a más de uno, únelo a ambos.

$\mathbb{N}$

-10
98
0
100000000
-2589
-14
4
-896532

$\mathbb{Z}$

Identifica el signo que se le otorga a las siguientes oraciones:

_________ Tengo $1800 para comprar un juguete

_________América se descubrió en el año 1492 d.C

_________ Un pez se encuentra a 350 mts. de profundidad

_________Tengo una deuda de $5000 con mi amigo Juan

_________ la cumbre del cerro está a 5000 mts. sobre el nivel del mar.

_________ Estoy escondida en el subterráneo de la casa

_________Hay 0° de temperatura

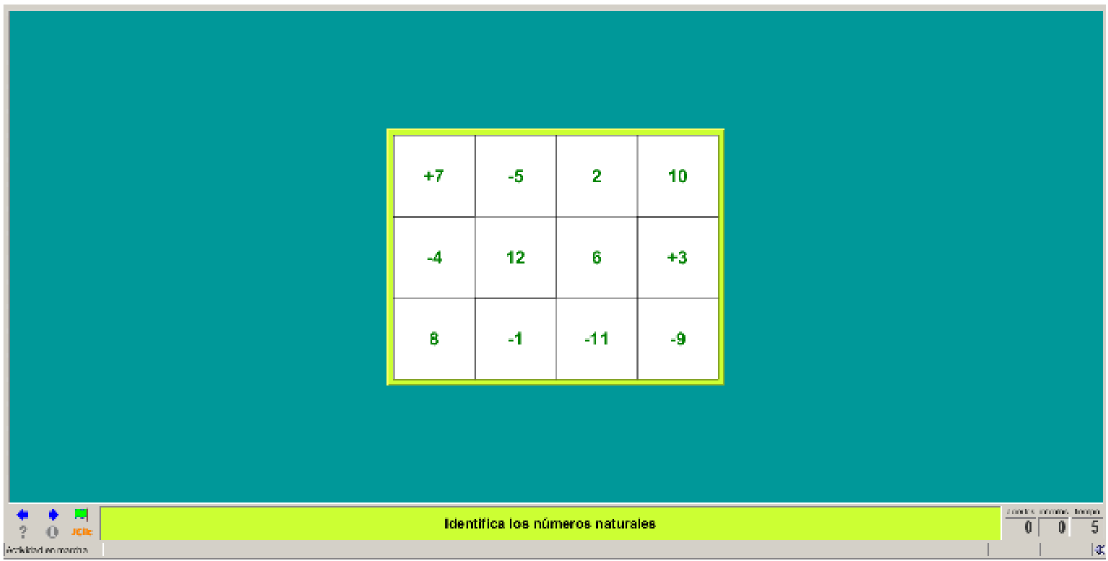
_________la temperatura mínima del día fue de 4 grados bajo cero.

Actividad Extra primera clase: “Sigamos jugando”

Esta actividad se realizara en el laboratorio de computación, la idea es que compitas con el computador, él te pondrá a prueba de que tanto aprendiste sobre estos conjuntos, ¿te atreves?

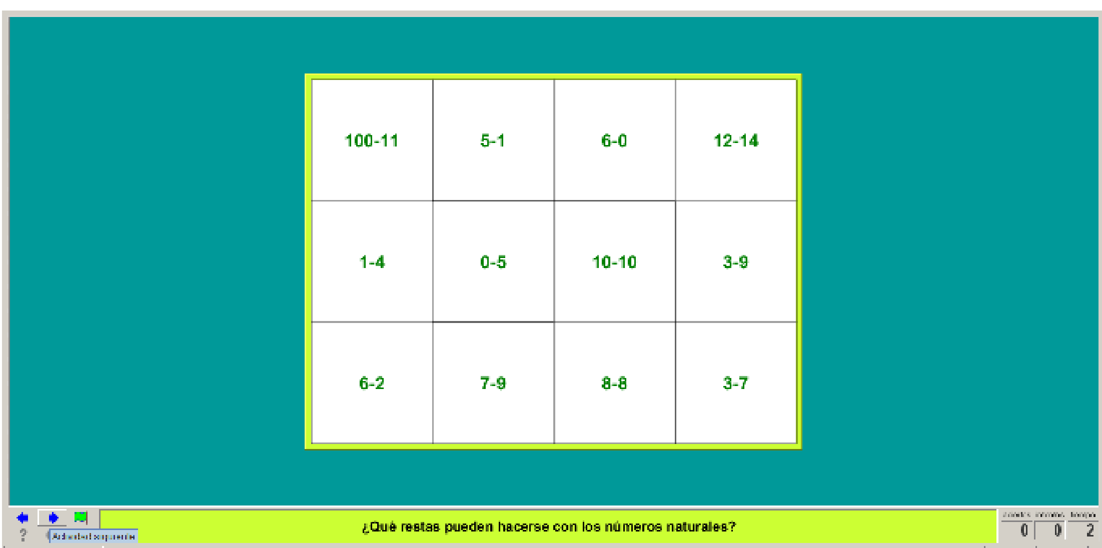
Juego 1

El siguiente juego consiste en marcar los números que son naturales, tal como indica la aplicación son los que sirven para contar.



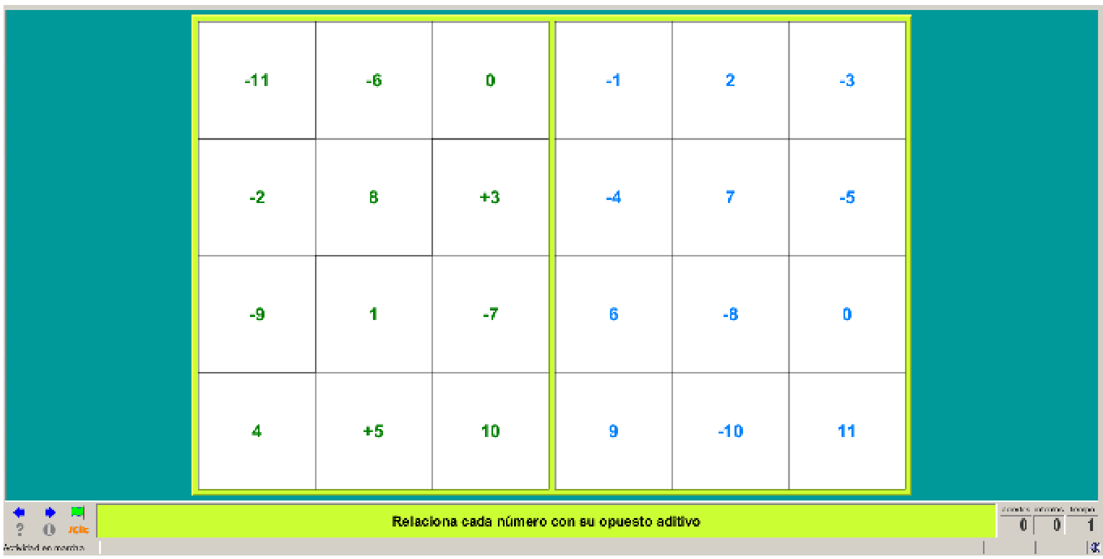
Juego 2

Este juego consiste en identificar los casos en que un par de números naturales no pueden restarse.



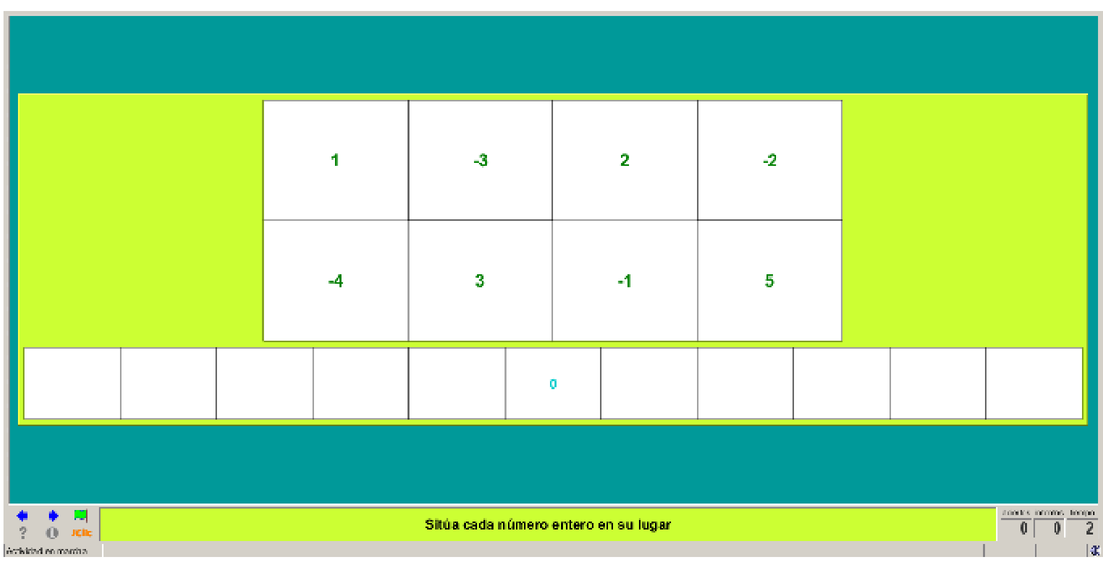
Juego3

El siguiente juego se enfoca a entender el opuesto aditivo de los números enteros, explicándose que estos se calculan cambiándole el signo a cada número, ej.: (-3) + 3 = 0. En este caso se deberá unir cada uno de los nueros enteros con su opuesto aditivo.



Juego 4

Este consiste en ubicar cada uno de los números enteros en los espacios que corresponda, siendo el 0 la ubicación central, a modo de patrón.

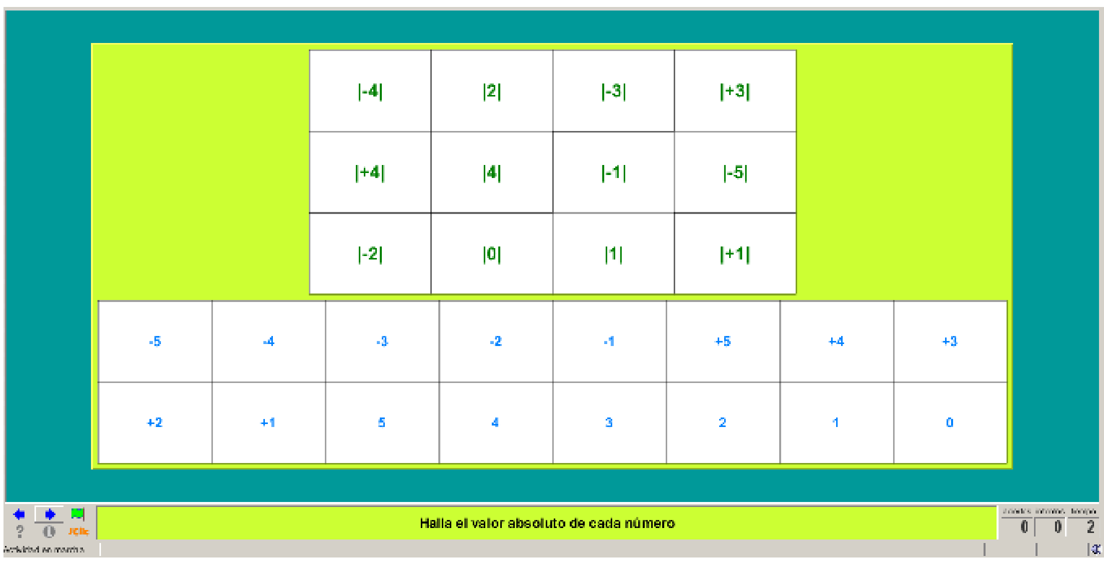


Juego 5

Trabaja el valor absoluto de un número entero como un numero natural, calculándose solamente al quitarle el signo al número entero, se entiende también como la distancia que hay desde este al cero, como por ejemplo:

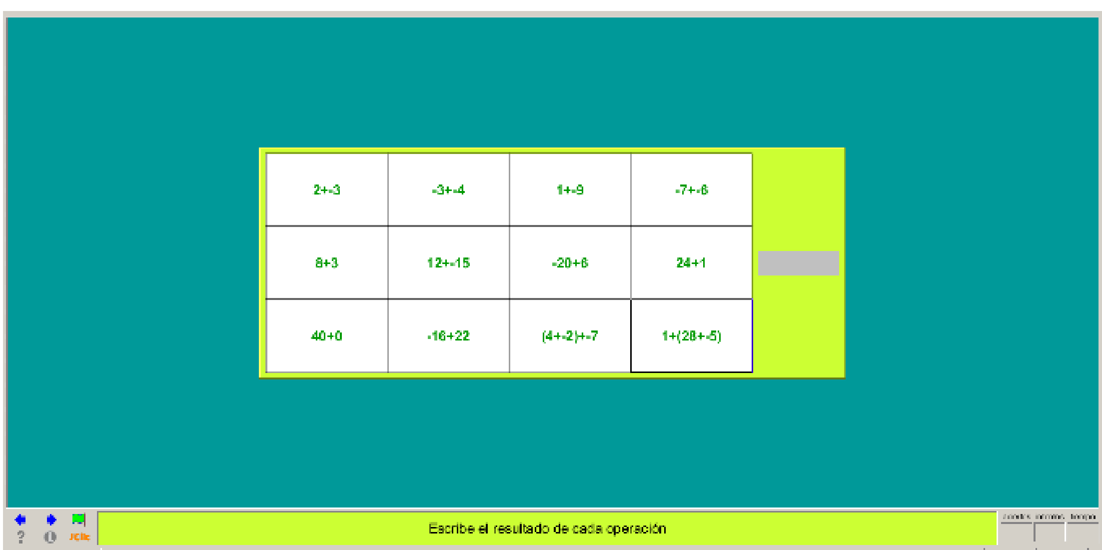
$$|-3| = 3, \qquad |+25| = 25$$

Particularmente este consiste en unir los números en valor absoluto de la fila superior (verde), con los de la fila inferior (celeste).



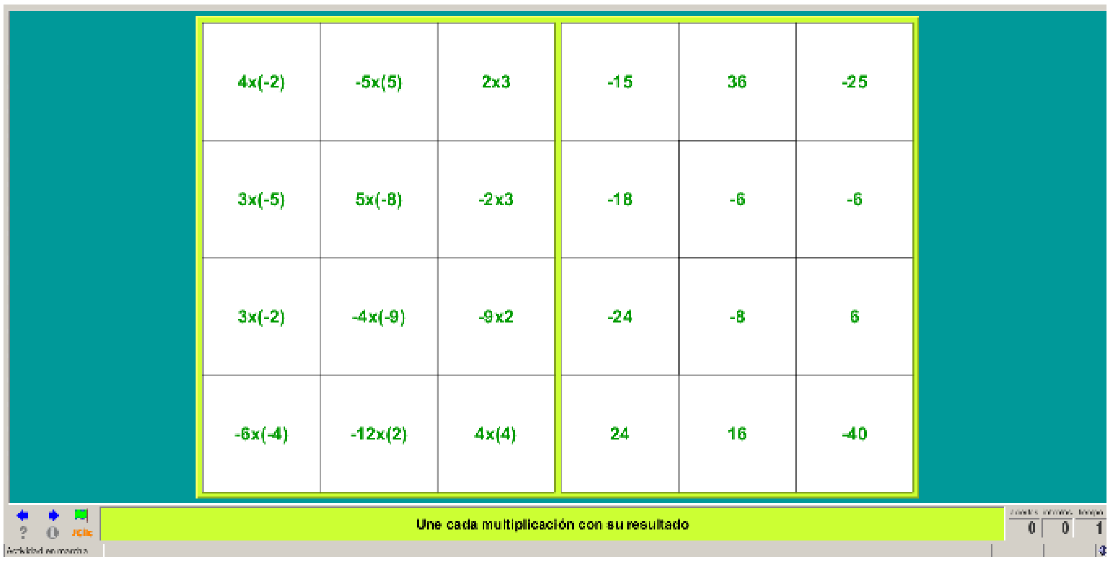
Juego 6

Este juego consiste en escribir en el espacio disponible, cada uno de los resultados que corresponden a la operación indicada.



Juego 7

Se trabaja con la multiplicación de números enteros y la regla de los signos, en este juego se introduce en el espacio en blanco el resultado final de la multiplicación de cada uno de los pares de números enteros.



<u>Clase2</u>

<u>Actividad n°4: “Es hora de convivencia”</u>

Trabajemos en conjunto, y tengamos en cuenta los siguientes escenarios:

a) Deseamos hacer una convivencia con estudiantes del curso, para lo cual trajimos para beber una bebida de 2.500cc, un néctar de 400cc, un agua mineral de 250cc y un jugo de 125cc.

i) Si en la convivencia participarán dos personas ¿de qué forma repartiríamos estos bebestibles?

ii) ¿Y si en vez de 2 fuesen 4 personas? ¿Cómo lo harías?

iii) ¿Cada persona recibe la misma cantidad de refresco?, ¿Cómo podrías repartirlo en partes iguales?

Lo más seguro, para hacer una repartición sencilla seria en el caso de dos personas entregarle dos productos a cada uno, y en el caso de ser 4 personas, se le entregaría un producto a cada uno

b) ¿No crees que sería un poco injusto que a una persona le toque un jugo pequeño, mientras tanto otra obtenga una bebida familiar?
   i) ¿Cómo arreglaríamos este dilema?
   ii) Y si fuese otro número de integrantes en la convivencia, ¿cuál sería la forma más pertinente de repartir estos refrescos?
   iii) ¿Cada persona bebería la misma cantidad de refresco?

A Trabajar en grupos…

c) Supongamos que la cantidad de personas aumentara a 30 personas.
   i) ¿Cómo repartirían los bebestibles?, generen una estrategia para solucionar este problema y encontrar la solución.

ii) ¿Repartieron de forma equitativa? ¿todos recibieron partes iguales?

iii) ¿Ayudaría tener implementos extras en esa situación?, nombra cuales y porque.

d) Si el número de personas es 17, y agregamos como implemento vasos de 250 cc para repartir los bebestibles.

i) ¿Cómo repartirían ahora los refrescos?,

ii) ¿Cuánto recibió cada uno?, ¿repartieron en partes iguales?

iii) Si no lo repartieron en partes iguales, ¿qué estrategia utilizarían para lograrlo?

e) Para demostrar tus conocimiento en la repartición de bebestibles completa la siguiente tabla:

Cantidad de niños	Bebida que desean	¿Cuántos cc será para cada uno?
6	Agua mineral	
8	Bebida	
2	Jugo	
7	Néctar	
3	Jugo	
4	Agua mineral	
16	Bebida	

Actividad extra clase 2:

Resuelve las siguientes preguntas con lo aprendido durante la clase.

1. Calcula qué fracción de la unidad representa:
   i) La mitad de la mitad.
   ii) La mitad de la tercera parte.
   iii) La tercera parte de la mitad.
   iv) La mitad de la cuarta parte.

2. Elena va de compras con $180.000. Se gasta 3/5 de esa cantidad. ¿Cuánto le queda?

3. Dos automóviles A y B hacen un mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los 5/11 del trayecto cuando el B ha recorrido los 6/13 del mismo.
   ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno?

4. Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los 2/3 de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro?

5. En las elecciones locales celebradas en un pueblo, 3/11 de los votos fueron para el partido A, 3/10 para el partido B, 5/14 para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:
   i) El número de votos obtenidos por cada partido.
   ii) El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa 5/8 del censo electoral.

6. Un padre reparte entre sus hijos $18.000. Al mayor le da 4/9 de esa cantidad, al mediano 1/3 y al menor el resto. ¿Qué cantidad recibió cada uno? ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero?

Clase 3

Actividad nº 5: "reflexionando con los racionales"

Como puedes notar no todos los problemas tienen solución en el conjunto de los números naturales o enteros. En la vida cotidiana en reiteradas ocasiones se tiene la difícil tarea de separar o repartir distinto tipos de cosas de tal forma que aquella repartición no sea exacta y para esto debemos recurrir a la fragmentación de dichos objetos.
Como por ejemplo, la intención de repartir dos panes entre tres niños, lo cual hace imposible entregar a cada uno un pan ya que nos faltarían.

Para esto se debió recurrir a un nuevo conjunto numérico, el cual recibe el nombre de números racionales y es denotado con la letra $\mathbb{Q}$. Este conjunto contiene a $\mathbb{Z}$ y añade números de la siguiente forma.

$$\frac{a}{b}, con b \neq 0$$

Ahora que ya conoces el conjunto de los números racionales, estas capacitado para responder las siguientes preguntas:

6. ¿Por qué consideras importante la existencia del conjunto de los números racionales?

   ____

   ____

   ____

7. ¿Qué numero pertenece a este conjunto y no pertenece a l de los números enteros?

   ____

   ____

   ____

8. ¿Qué cantidad de números racionales existen?

   ____

   ____

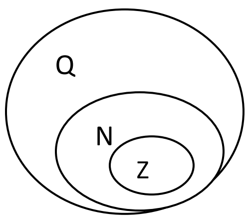
   ____

9. Escribe cinco números que pertenezcan a todos los conjuntos antes vistos

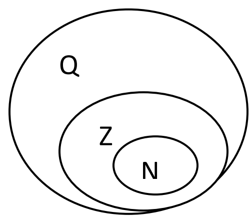
   ___, ___,___,___,___.

10. Identifica cuál de las siguientes imágenes concuerda con la teoría de conjuntos numéricos

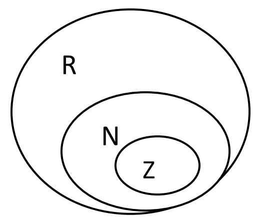
a)



b)



c)



Operaciones con decimales y fracciones

Actividad n° 6: "decimales y fracciones en la web"

La siguiente actividad consiste en realizar en reforzar tus conocimientos de operaciones con decimales y fracciones, el primer paso que debes seguir es ingresar el siguiente link en la barra de navegacion:

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/openumdec/openumdec_p.html

aquí podrás sumar, restar, multiplicar y dividir con números decimales, junto a la ayuda de estos simpáticos amigos.

Luego de haber trabajado con los números decimales abordarás la operatoria de fracciones, para ellos se utilizará al igual que en la actividad la misma metodología, donde deberás ingresar el siguiente link en la barra de navegacion:

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_e/fracciones_ej_p.html lo ideal de esta actividad es que tu distingas que temas son los que menos dominas (clicleando en ellos) y tengas la oportunidad de reforzarlos.

Actividad extra tercera clase:

En caso de utilizar en la clase 3 la actividad extra, se formalizara el concepto de número racional, a través de un video explicativo (el video se adjunta en CD).

Ahora que ya viste el video, reflexiona junto a tu compañero de puesto y construye una red conceptual sobre los conceptos claves tratados en el video.

Actividad para estudiantes aventajados

Las matemáticas en su esencia buscan el razonamiento lógico de las personas, una forma de poner a prueba si esto se logra es resolviendo desafíos matemáticos, ahora inténtalo tú.

1. En una fiesta hay 100 personas de los cuales hay dos hombres más que mujeres, ¿Qué números de hombres y mujeres hay en la fiesta?
2. En una cena hay 100 personas, la mitad mas uno son adultos el resto son niños y niñas. Hay una mujer más que hombres y hay una niña más que niños, ¿Cuántos mujeres, niños y niñas hay en la cena?
3. Iba un campesino quejándose de lo pobre que era, dijo: daría cualquier cosa si alguien me ayudara. De pronto se le aparece el diablo y le propuso lo siguiente:

   Ves aquel puente, si lo pasas en cualquier dirección tendrás exactamente el doble del dinero que tenias antes de pasarlo. Pero hay una condición debes tirar al rió 24 pesos por cada vez que pases el puente.

   Paso el campesino el puente una vez y contó su dinero, en efecto tenía dos veces más, tiro 24 pesos al río, y paso el puente otra vez y tenía el doble que antes y tiro los 24 pesos, paso el puente por tercera vez y el dinero se duplico, pero resulto que tenia 24 pesos exactos y tuvo que tirarlos al río. Y se quedo sin un peso. ¿Cuánto tenía el campesino al principio?
4. Una viejecita llevaba huevos al mercado cuando se le cayó la cesta.

   ¿Cuántos huevos llevabas? - le preguntaron,

   No lo sé, recuerdo que al contarlos en grupos de 2, 3, 4 y 5, sobraban 1, 2, 3 y 4 respectivamente.

   ¿Cuántos huevos tenía la viejecita?

6.- Conclusiones

Al finalizar esta investigación podemos señalar que hemos logrado una mayor comprensión de la Ingeniería Didáctica, la que nos permitió elaborar un guión didáctico que satisface la intencionalidad de la investigación, la cual es sortear la barrera de la desnivelación con la que se encuentran los estudiantes al ingresar al primer año de enseñanza media, respecto a el eje de números, específicamente a los aprendizajes previos para afrontar el estudio de los números racionales.

En definitiva las conclusiones se basarán en el logro del objetivo general y de los objetivos específicos.

El primer objetivos especifico propuesto, es *"Diseñar actividades de aprendizajes constructivos para nivelar los conocimientos referidos a la operatoria de números enteros, fracciones y decimales indispensables para introducir los números racionales en el primer año de enseñanza media".*

Este objetivo ha sido logrado plenamente puesto que las actividades de la secuencia didáctica fueron diseñadas en base a los aprendizajes establecidos en el nivel cuatro de los mapas de progreso del eje de número. Lo anterior es refrendado por los juicios de los expertos, quienes expresaron que las actividades de la secuencia presentan un orden lógico en cuanto a contenidos previos abordados en su totalidad, existe una progresión adecuada en los niveles de dificultad de las actividades de la secuencia, abordando los conocimientos previos menos dominados por parte de los estudiantes y consideran una adecuada contextualización de las actividades de acuerdo a los intereses y realidades culturales de los estudiantes, con pertinentes aplicaciones tecnológicas de la información y comunicación.

El segundo objetivo especifico planteado fue, *"Diseñar y aplicar una prueba de diagnóstico que permita conocer el nivel de logros alcanzados por los estudiantes del primer año de enseñanza media en operatoria de números enteros, fracciones y decimales".*

La prueba de diagnóstico fue un instrumento necesario para constatar que el problema a investigar es una realidad existente en diversos colegios de educación media. Por lo tanto la propuesta del guión didáctico es un aporte para la enseñanza del eje de números en primer año medio.

El último objetivo especifico consiste en, "*Someter a juicio de expertos la secuencia didáctica que se propone en esta investigación, mediante un cuestionario"*.
Además de todas las opiniones positivas entregadas por los expertos, uno de ellos manifestó que las actividades de la secuencia no eran pertinentes para la enseñanza de los números racionales. Sin embargo, él utilizaría la secuencia en su práctica en el aula.

Finalmente podemos concluir que en base al cumplimientos de los objetivos específicos anteriormente planteados, se ha logrado plasmarel objetivo general de esta investigación, *"Diseñar una propuesta didáctica que permita introducir la enseñanza constructiva de los números racionales, superando las insuficiencias en operatorias numéricas básicas que presentan los estudiantes de primer año de enseñanza media, en el marco curricular vigente".*

Recomendaciones

1. Sería interesante que esta secuencia didáctica sea aplicada contextualizada, en futuras tesis de estudiantes de pedagogía en matemática para validar la real incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje.

2. Como grupo hemos observado que existen profesores en ejercicio que necesitan actualizaciones en la didáctica de la matemática. Las universidades deberían tener un rol activo en este tipo de perfeccionamiento.

Bibliografía

Libros

Mineduc (2011) *Resultados Nacionales SIMCE.* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

Gobierno de Chile (2009) *Ley General de Educación (N° 20.370).* Chile: Diario Oficial.

Elacqua, G. (2009) *El impacto de la elección de escuelas y la política pública sobre la segregación: Evidencia para Chile.* Chile: Centro de Políticas Comparadas de Educación-UDP

Brousseau, G. (1983) *Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas.* Francia: Recherches en Didactique des Mathématiques.

Brousseau, G. (1997) *La Teoría de las Situaciones Didácticas en Matemáticas. Dordrecht*, Holanda: Kluwer A. P.

Chevallard, Y. (1991), *Teoría de la Transposición Didáctica.* Argentina: Aique

Artigue, M. (1995), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica

Mineduc (2009) *Mapas de progreso del aprendizaje: Sector matemática, mapas de progresos de números y operaciones.* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

Ávila, H. (2006) *introducción a la metodología de la investigación.* México: Eumed.net

Frankel y Wallen (1996) *La investigación Cualitativa.* New York: McGraw-Hill

Mineduc (2003) *Nivelación Restitutiva Matemática, libro de trabajo 5 "Las cuatro operaciones con fracciones".* Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

Cubillos, C y Ortega, T (2003) *Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza aprendizaje del orden de las fracciones*. México: Santillana.

Carretero, Mario. (1993). *Desarrollo cognitivo y procesamiento de la información, en Constructivismo y educación.* Buenos Aires: Aique.

Brooks, J.G., y Brooks, M.G. (1999). *En busca de la comprensión: El caso de las aulas constructivistas.* Alexandria, VA: Asociación para la Supervisión y Desarrollo Curricular.

Jonassen, D.H. (1994). *Pensando en la tecnología: hacia un modelo de diseño constructivista*. E.E.U.U: Tecnología Educativa

V. AnderEgg, E (1972). *Introducción a las Técnicas de Investigación Social*. Buenos Aires: Ed. Humánitas

Hernández, S. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw hill 4ª edición

Sabino, C. (1996). *El proceso de Investigación*. Argentina: Lumen Humanitas

Páginas web

http://www.mineduc.cl/DirectorioMineduc/Directoriomineduc.html

http://www.mineduc.cl

http://www.educarchile.cl

http://www.sectormatematica.cl

http://ponce.inter.edu/cai/reserva/lvera/investigación_caulitativa.pdf

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/openumdec/openumdec_p.html

http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/todo_mate/fracciones_e/fracciones_ej_p.html

http://www.youtube.com/watch?v=LY9Y_yRplkk