



**FACULTAD DE EDUCACIÓN**  
*Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias*  
*Departamento de Educación Matemática*

**“UN ESTUDIO DE CASOS SOBRE LA FUNCIÓN LOGARITMO Y SU  
COMPORTAMIENTO EN LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA, EN  
PROFESORES DE ENSEÑANZA MEDIA”.**

SEMINARIO PARA OPTAR AL  
GRADO DE LICENCIADO EN  
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO  
DE PROFESOR DE  
EDUCACIÓN MEDIA EN  
MATEMÁTICA E  
INFORMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTES:

SERGIO HERNAN CAYUPI PALMA  
CATHERINA ALEJANDRA FUENTES CRUZ  
MARIO ALEJANDRO GONZALEZ LOPEZ

PROFESOR GUÍA:  
CARLOS ALBERTO GÓMEZ CASTRO

SANTIAGO, CHILE

2011

## Índice

INTRODUCCIÓN.....	3
CAPÍTULO I.- PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	
Epistemología del Concepto.....	4
Un Primer Acercamiento al Problema.....	12
Pregunta de investigación.....	13
CAPÍTULO II.- MARCO TEORICO-REFERENCIAL	
Currículo y Logaritmo.....	14
Semiosis y Noesis.....	17
Un Respaldo a Nuestra Mirada.....	20
CAPÍTULO III.- MARCO METODOLÓGICO	
Metodología de Investigación.....	24
Estudio de Casos.....	26
Instrumento de Recolección de Información.....	27
CAPÍTULO IV.- ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	
Análisis Preliminar de las Respuestas Emitidas.....	34
Matriz de Respuestas y Reflexiones.....	41
Conclusiones.....	65
BIBLIOGRAFIA.....	70
ANEXOS.....	71

## INTRODUCCIÓN

La mayoría de las investigaciones que se realizan acerca de la educación matemática, presentan la interacción que se da entre el estudiantado y el cuerpo docente en relación al proceso de enseñanza aprendizaje en el que se desenvuelven.

Esta interacción está enfocada y hace referencia al plano teórico y metodológico en que se desarrolla la práctica docente, estudiando consigo lo procedimental para un mejor aprendizaje del alumno, aludiendo consigo mismo la utilización de ingenierías didácticas. Todas estas con el objetivo de obtener y beneficiar nuevas pedagogías de enseñanza.

También en este tipo de investigaciones se revisan los avances tecnológicos y el impacto que estos tienen en los procesos de formación matemática, siendo el estudiante el centro del enfoque y reflexión de los resultados de tales exploraciones.

Pues bien, lo que se acaba de mencionar señala el común denominador que emerge en las distintas investigaciones de matemática educativa, las cuales buscan la relación y la interacción que tiene el contenido con el estudiante.

Sin embargo, en la siguiente investigación proponemos un análisis a la forma en la que la enseñanza se está llevando a cabo, a partir de reflexiones que emergerán del análisis de los conocimientos que cierto grupo de docentes poseen, estudiando así, si estos benefician o no el proceso de enseñanza aprendizaje de los estudiantes, proyectando que éste será significativo en los estudiantes para el desarrollo de tareas fuera del ámbito escolar y herramientas totalmente útiles para su propia cotidianidad. Considerando dicha significancia, es que esta investigación se enfoca a analizar a través de un estudio de casos las diversas percepciones que tienen los profesores al momento de enfrentar la disciplina matemática, de modo particular la enseñanza de la Función Logarítmica, buscando con esto, analizar la manera en que desarrollan su clase, reflexionando de acuerdo a las diferentes posturas y diversas didácticas utilizadas para su enseñanza.

## CAPÍTULO I.- PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### Epistemología del Concepto

El paso de la Edad Media a los tiempos modernos estuvo marcado por transformaciones cuyos resultados generaron un nuevo estilo de vida. A fines del siglo XV, con la decadencia del feudalismo en Europa, aumenta el poder de una nueva clase social, la burguesía. Ésta comienza a otorgar préstamos a interés, condenados hasta ese entonces como usura. El advenimiento del capitalismo, que estimula la acumulación de riquezas y justifica el lucro, se ve afianzado, además, por los grandes descubrimientos geográficos, que permiten a algunos puertos europeos convertirse en pequeñas capitales financieras y bancarias. Son tiempos de grandes cambios culturales y, sobre todo, de un apasionado retorno a las fuentes antiguas. En cuanto a la ciencia, se origina un proceso de secularización de la misma, donde el científico es generalmente el burgués. El hombre comienza a observar la naturaleza, a experimentar, a usar su razón con verdadero espíritu de investigación.

La Matemática, prácticamente inactiva en Europa desde el siglo IV d.C. en que murieron Pappus y Diofanto, también reaparece en esta época.

Afortunadamente, los árabes, que habían traducido los antiguos manuscritos griegos, fueron durante más de medio milenio los leales guardianes de aquellos conocimientos, a los que agregaron sus propios descubrimientos. Italia abre el camino con Scipio Ferro (1465-1526), Niccolo Fontana -apodado Tartaglia- (1500-1557) y Girolamo Cardano (1501-1576). En Alemania surgen Stifel, Durero y Copérnico. La escena se traslada nuevamente a Italia con Galileo Galilei (1564-1642). Vive en esta época también el gran astrónomo alemán Johann Kepler (1571-1630). En la última mitad de siglo XVI Francia produce a François Viète, Escocia a John Napier y en Suiza nace Jobst Burgi.

A partir del siglo XVI, los cálculos que se precisaban hacer, debido principalmente a la expansión comercial y al perfeccionamiento de las técnicas de navegación, eran de tal magnitud que surgía la necesidad de encontrar algoritmos menos laboriosos que los utilizados hasta entonces, es decir, algoritmos de la multiplicación, de la división, etc. El descubrimiento de los logaritmos no se produjo aisladamente, por un único proceso. Dos caminos condujeron a su hallazgo: los cálculos trigonométricos para las investigaciones astronómicas aplicables a la navegación, y el cálculo de las riquezas acumuladas en lo que se refiere a las reglas de interés compuesto. Ambos caminos

inspiraron respectivamente a John Napier y a Jobst Bürgi en el descubrimiento de los logaritmos.

Henry Briggs, quien fue el primero que hizo las tablas logarítmicas en base 10, en el año 1631, en su obra *Logarithmall Arithmetike*, explica el objetivo de la invención de los logaritmos: "Los logaritmos son números inventados para resolver más fácilmente los problemas de aritmética y geometría... Con ellos se evitan todas las molestias de las multiplicaciones y de las divisiones; de manera que, en lugar de multiplicaciones, se hacen solamente adiciones, y en lugar de divisiones se hacen sustracciones. La laboriosa operación de extraer raíces, tan poco grata, se efectúa con suma facilidad... En una palabra, con los logaritmos se resuelven con la mayor sencillez y comodidad todos los problemas, no sólo de aritmética y geometría, sino también de astronomía."

Los orígenes del descubrimiento, o invención, de los logaritmos se remontan hasta Arquímedes, en la comparación de las sucesiones aritméticas con las geométricas.

Para comprender tal comparación escribamos, por ejemplo, las siguientes dos sucesiones:

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>64</b>	<b>128</b>	<b>256</b>	<b>512</b>

A los números de la primera sucesión, que es aritmética, los llamaremos *logaritmos*; a los de la segunda sucesión, que es geométrica, los llamaremos *antilogaritmos*. La regla de Arquímedes, según expresa Hoeben, dice que "*para multiplicar entre sí dos números cualesquiera de la sucesión de abajo, debemos sumar los dos números de la sucesión de arriba situados encima de aquellos dos. Luego debe buscarse en la misma sucesión de arriba dicha suma. El número de la sucesión inferior que le corresponda debajo será el producto deseado*".

Esta comparación de dos sucesiones vuelve a aparecer en el siglo XVI, en los trabajos de un matemático alemán, Miguel Stifel (1487-1567) ("*Arquímedes Caballero, Lorenzo Martínez, Jesús Bernardez (1976). Tablas Matemáticas. Esfinge, México*"), quien publicó en Nuremberg su "*Arithmetica integra*" en el año 1544. En esta obra se encuentra por primera vez el cálculo con potencias de exponente racional cualquiera y, en particular, la regla de la multiplicación:  $a^m \times a^n = a^{m+n}$  para todos los números racionales  $n, m$ . Stifel da también la primera tabla de logaritmos que existe, aunque en forma muy rudimentaria. Contiene sólo los números enteros desde -3 hasta 6, y las correspondientes potencias de 2:

<b>-3</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>64</b>

A los números de la sucesión superior los denominó exponentes. Pero para hacer realmente aplicables los logaritmos al cálculo numérico, le faltaba a Stifel todavía un medio auxiliar importante, las fracciones decimales; y sólo cuando se popularizaron éstas, después del año 1600, surgió la posibilidad de construir verdaderas tablas logarítmicas.

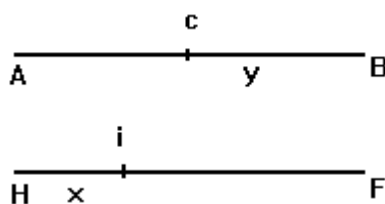
En una parte de su libro, Stifel hace la siguiente observación: "Se podría escribir todo un libro nuevo sobre las propiedades maravillosas de esos números, pero debo ponerme coto a mí mismo en este punto y pasar de largo con los ojos cerrados". Más adelante agrega: "La adición en la sucesión aritmética corresponde a la multiplicación en la geométrica, lo mismo que la sustracción en aquélla corresponde a la división en ésta. La simple multiplicación en la sucesión aritmética, corresponde a la multiplicación por sí mismo, potenciación, en la geométrica; y la división en la primera corresponde a la extracción de la raíz en la segunda, algo así como la división por dos, corresponde a la extracción de la raíz cuadrada".

Por ejemplo, si se tuviera que multiplicar 2 por 16, sólo se tendría que sumar los números de la sucesión aritmética que se hallan encima de éstos, es decir, 1 y 4, obteniéndose 5. Debajo de éste encontramos el número 32 de la sucesión geométrica, que es el resultado de la multiplicación. Para efectuar una división se realiza una sustracción. Así, 256 dividido 32, se hace  $8 - 5 = 3$ , debajo del cual se ve el número 8, que es el resultado de la división. La potenciación, llamada por Stifel "*multiplicación por sí mismo*", se efectúa por la suma "consigo mismo" del correspondiente número aritmético. Es decir, para hacer 64 se suma tres veces el número 2, que es el correspondiente en la sucesión aritmética al número 4. O sea,  $2+2+2 = 6$  o, debajo del cual encontramos el 64, lo que significa que este número es el cubo de 4. La radicación se obtiene mediante la división. Así, la raíz cúbica de 64, se obtiene dividiendo al número 6, que es el correspondiente número aritmético de 64, por 3. Es decir,  $6:3 = 2$ , debajo del cual encontramos el 4.

Durante la última parte del siglo XVI, Dinamarca llegó a ser un importante centro de estudios sobre problemas relacionados con la navegación. Dos matemáticos daneses, Wittich y Clavius (cuya obra *De Astrolabio* se publicó en 1593), sugirieron la aplicación de las tablas trigonométricas para abreviar los cálculos, mediante el uso de las fórmulas del seno y del coseno de la suma de dos ángulos. Este recurso de cálculo

servió probablemente de inspiración al escocés John Napier (1550-1617), cuyo nombre latinizado es Neper, en la deducción de un método sencillo para multiplicar senos de ángulos por un proceso de adición directa. El descubrimiento de Napier fue ávidamente acogido por los astrónomos Tycho Brahe y Johann Kepler. En el año 1614 en Edimburgo aparecen sus *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, o “descripción de la maravillosa regla de los logaritmos”, es decir, las primeras tablas de logaritmos; sin embargo, no se describe aquí la forma en que fueron construidas.

A inicios de 1619, dos años después de su muerte, aparece el procedimiento utilizado, bajo el título *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, es decir, “construcción de la maravillosa regla de los logaritmos”. Napier fue el inventor de la palabra logaritmo (del griego "logos", razón, y "arithmos", número: número de razones, pues en el caso de ser el logaritmo un número entero, es el número de factores que se toman de la razón dada (base) para obtener el antilogaritmo. Además, introdujo los logaritmos mediante una concepción cinemática, cuyo origen, según él se imaginaba, era un movimiento sincrónico, una especie de fluctuación entre dos sucesiones. A continuación se describe esta concepción. Sean un segmento  $AB$  y una semirrecta  $HF$ . Supongamos que los móviles  $c$  e  $i$  parten simultáneamente de  $A$  y  $H$  con la misma velocidad inicial y en dirección a  $B$  y  $F$ , respectivamente



Supongamos que el móvil  $c$  tiene una velocidad numérica igual a la distancia  $y$ ; además, el móvil  $i$  se desplaza con una velocidad uniforme numéricamente igual a su velocidad inicial. Napier definió la longitud  $x$  como el logaritmo de  $y$ .

Napier no usó una base tal como ahora se entiende pero, sus logaritmos, como factor de escala, funcionaban de manera eficaz con base  $1/e$ . Para los propósitos de interpolación y facilidad de cálculo, eran útiles para hallar la relación  $r$  en una serie geométrica tendiente a 1. Napier escogió  $r = 1 - 10^{-7} = 0,999999$  (Bürge eligió  $r = 1 + 10^{-4} = 1,0001$ ). Los logaritmos originales de Napier no tenían  $\log 1 = 0$ , sino  $\log 10^7 = 0$ . Así, si  $N$  es un número y  $L$  es el logaritmo, Napier calcula:  $N = 10^7(1 - 10^{-7})^L$ . Donde  $(1 - 10^{-7})^{10^7}$  es aproximadamente  $1/e$ , haciendo  $L/10^7$  equivalente a  $\log_{1/e} N/10^7$ .

Inicialmente, Napier llamó "números artificiales" a los logaritmos y "números naturales" a los antilogaritmos. Más tarde, Napier usa la palabra logaritmo en el sentido de un número que indica una proporción: λόγος (*logos*) el sentido de proporción, y ἀριθμός (*arithmos*) significado número, y se define, literalmente, como «un número que indica una relación o proporción».

Se refiere a la proposición que fue hecha por Napier en su "teorema fundamental", que establece que la diferencia de dos logaritmos determina la relación de los números a los cuales corresponden, de manera que una progresión aritmética de logaritmos corresponde a una progresión geométrica de números. El término antilogaritmo fue introducido a finales de siglo XVII y, aunque nunca se utilizó ampliamente en matemáticas, perduró en muchas tablas, hasta que cayó en desuso.

Recurriendo al cálculo diferencial e integral podemos escribir:

$$y = \text{velocidad de } c = \frac{dy}{dt} \quad \text{y} \quad \frac{dy}{y} = - dt$$

$$\text{Velocidad de } c \text{ en } A = \text{velocidad de } c \text{ en } i = \frac{dx}{dt} \quad \text{y} \quad dt = \frac{dx}{\text{velocidad de } c \text{ en } A}$$

Napier toma el valor  $10^7$  para la velocidad de  $c$  en  $A$ , con el objeto de eliminar la dificultad surgida al utilizar fracciones.

$$\frac{dy}{y} = - dt$$

$$\ln y = - t + C; \text{ si } t = 0 \quad \text{y} \quad C = \ln 10^7 \text{ (longitud trazo } AB)$$

$$\ln y = - t + \ln 10^7$$

$$dt = \frac{dx}{\text{velocidad de } c \text{ en } A}$$

$$dt = \frac{dx}{10^7} \quad \text{y} \quad dx = 10^7 dt$$

$$\frac{dx}{10^7} = - dt$$

$$x = 10^7 t$$

$$x = 10^7 (\ln 10^7 - \ln y)$$

$$x = 10^7 \left( \ln \frac{10^7}{y} \right)$$

$$x = 10^7 \log_{10} \frac{10^7}{y}$$



Hoy se sabe que el relojero y constructor de instrumentos suizo Jobst Bürgi (1552-1632), se hallaba en posesión de este conocimiento antes que Napier, incluso se afirma que concibió la idea del logaritmo ya en el año 1586, estimulado por las observaciones antes mencionadas de Stifel, y en el *Libro de cálculo* de Simón Jacob (1565). Pero, según se dice, fue por falta material de tiempo que no lo dio a conocer, motivo por el cual el astrónomo Kepler pudo echarle en cara el hecho de "haber dejado en el desamparo al hijo de su espíritu, en vez de educarlo para la publicidad". Se dice que así procedió, pues, como se le decía en latín, era un "secretorum suorum custos" (guardián de sus secretos). Hubo que esperar hasta el año 1620 para que Bürgi publicara en Praga sus tablas logarítmicas bajo el título *Arithmetische und geometrische Progress Tabulen*. Estas tablas se publicaron en circunstancias exteriores desfavorables, pues el 8 de noviembre de 1620 fue tomada Praga, y permanecieron desconocidas. Bürgi vió que el valor práctico de las sucesiones de Stifel es aplicable con provecho en el caso de que sus respectivos términos se aproximen uno al otro, lo más posible. A la vez observó que las propiedades logarítmicas no se extendían solamente sobre la sucesión de potencias de base dos, sino sobre sucesiones con cualquier razón racional  $q$ .

Existe la creencia general de que Napier ha sido el inventor de los logaritmos naturales, cuya base es el número  $e$ . Pero esto es absolutamente falso. Es sabido que Bürgi utilizó como base, aunque él mismo no lo supiera, el número

$$\frac{10^{10^4}}{10^4} + \frac{1}{10^4} = 2,7184593..... \text{ que está muy cercano al verdadero valor de } e = 2.718281828....$$

Bürgi partió de una progresión aritmética de primer término 0 y razón 10 y último término 32,000. Estos números, que serían nuestros logaritmos, los denomina *números rojos*. La progresión geométrica correspondiente empieza con el número  $10^8$  y la razón (que elige, al igual que Napier, cercana a la unidad, para lograr de este modo que los sucesivos términos de la progresión geométrica difieran muy poco entre sí) es  $1 + 10^{-4}$ . Estos son sus *números negros*. La tabla es de doble entrada, entrando con los números rojos, de manera que Bürgi construyó una tabla de antilogaritmos. Para poder comprobar el surgimiento del número  $e$  en el sistema de Bürgi, debemos multiplicar a cada término de la progresión aritmética por  $10^{-5}$ .

Las tablas de Napier, aparecidas en 1614, causaron un gran impacto en toda Europa, pero especialmente en Henry Briggs (1561-1630), profesor de geometría de Oxford.

Briggs visitó a Napier en Edimburgo y, después de una discusión, llegaron a la conclusión de que el logaritmo de 1 debía ser igual a 0, mientras que el logaritmo de 10 debía ser igual a 1.

Así nacen los logaritmos de "base vulgar" o *logaritmos de Briggs*. La tarea de construir la primera tabla de logaritmos en base 10 fue asumida por Briggs, puesto que Napier no poseía ya fuerzas para emprender un trabajo de esa envergadura.

En el año 1617, año de la muerte de Napier, Briggs publicó sus *Logarithmorum chilias prima*, que comprende los logaritmos de los números 1 a 1,000, con una precisión de 14 decimales. En 1624 en su obra *Arithmetica logarithmica*, ya aparece la palabra *característica* (parte entera). La palabra *mantisa* (parte decimal) fue utilizada por primera vez por Wallis en 1693. Las tablas que aparecen en la obra de Briggs contienen los logaritmos decimales de los números 1 a 20,000 y de 90,000 a 100,000, con 14 cifras decimales de precisión. Existen más de veinte obras sobre este tema publicadas entre 1614 y 1631, incluida una de Adrián Vlacq y E. Decker, quienes en 1628 publicaron en Holanda los logaritmos desde 1 a 100,000, aproximados hasta 10 cifras decimales. Edward Wright (1559-1615) publicó una traducción inglesa del tratado de Napier, aparecido en 1614, en la que se encuentran algunos logaritmos naturales. John Speidell, en una obra titulada *New logarithmes*, publicada en Londres en 1619, reajusta los logaritmos de Napier introduciendo, a partir de las funciones trigonométricas, los logaritmos naturales (de base  $e$ ). El inventor de la "Regla de cálculo", William Oughtred, establece las propiedades:

$$\log(m \times n) = \log m + \log n$$

$$\log \frac{m}{n} = \log m - \log n$$

$$\log x^n = n \log x$$

Como se vio anteriormente, Stifel propuso dos sucesiones: una aritmética (que llamamos logaritmos) y otra geométrica (que llamamos antilogaritmos). Pero esta primitiva tabla de logaritmos y antilogaritmos no es suficiente para poder llevar a cabo multiplicaciones y otras operaciones, a no ser que sea posible ampliarla y completarla de modo que comprenda todos los números cuyo producto se desea obtener. Para distinguir los logaritmos correspondientes a una determinada sucesión geométrica, de los logaritmos correspondientes a otra sucesión geométrica, designamos por  $a$  la base de la sucesión y escribimos esta  $a$  como adjetivo matemático en la parte inferior derecha, para señalar qué tablas de logaritmos estamos usando.

El logaritmo de un número  $p$  en una cierta base  $a$  es el exponente al que debe elevarse la base  $a$  para obtener dicho número  $p$ . Análogamente, si  $m$  es el logaritmo de  $p$  en una base  $a$ , entonces  $p$  es el antilogaritmo de  $m$  en dicha base.

**En símbolos:**

$$p = a^m \text{ } \text{ } m = \log_a p$$

$$p = \textit{anti} \log_a m$$

Pero para poder aceptar cualquier interpretación del logaritmo debe comprobarse que se cumpla la propiedad fundamental, por la cual el logaritmo del producto es la suma de los logaritmos de los factores; lo que puede demostrarse muy fácilmente. Este último análisis se corresponde también con el proceso histórico. En el año 1650, gracias a los adelantos en geometría analítica y en el cálculo infinitesimal, pudo llegarse a los resultados anteriores. Con estos descubrimientos, de principios del siglo XVII, se lograron efectuar operaciones que anteriormente ni siquiera podían pensarse. A inicios del siglo XVIII el gran matemático Leonard Euler descubriría las profundas relaciones entre la función exponencial  $a^x = b$  y su inversa En palabras de Egmont Colerus: *Sin embargo, aún no se sospechaba que el nuevo método calculístico, sobre todo en sus últimos principios constructivos, simultáneamente se transformaría en eje de toda la Matemática infinitesimal. Nadie pensaba aún en que la función logarítmica se habría de transformar en un puente tendido sobre el camino que lleva a la solución de integraciones, aparentemente insolubles. Y menos aún se pensaba en el futuro del mágico número e, para el cálculo de intereses y de probabilidades.*

## Un primer acercamiento al problema

Con el paso del tiempo, la enseñanza de la función logarítmica ha sido modificada de tal manera que sólo se lleva a cabo su aprendizaje mecánico, enfatizando propiedades y cálculos de ellos. Provocando un rechazo por parte del estudiantado, por no ver la construcción de ésta función, no identificar el sentido que conlleva su aprendizaje y la falta de contextualización de ésta, especialmente en lo que corresponde al modelamiento de situaciones fuera del contexto escolar y su vinculación histórica, que puede alcanzar otras áreas del saber matemático.

Asimismo, el estado chileno a través del Ministerio de Educación propone en el programa de estudio de matemática de cuarto año medio, que la enseñanza de la función logaritmo se debe llevar a cabo por medio del análisis y su correspondiente construcción, aludiendo a la historia de esta función, en donde abarca regularidades numéricas que fueron facilitadores de cálculos en distintas índoles, tanto en la navegación como en el comercio.

También, el Ministerio de Educación chileno realiza una Prueba de Selección Universitaria (P.S.U.), en la cual se observa una incongruencia entre lo preguntado por dicha prueba y lo propuesto por el programa de estudio emitido por el MINEDUC. En la P.S.U solo se busca que el estudiante aplique un par de propiedades de la función logarítmica y ojalá lo pueda realizar de la mejor manera posible, pero de ninguna manera se exhiben preguntas en donde el estudiante logre realizar un análisis a dicha función, ver gráficas de esta y sus respectivas variaciones.

A pesar de que el programa de estudio hace referencia al aprendizaje de estas propiedades de la función logarítmica, estas deben ser entregadas a través de un análisis sobre la función logarítmica.

## **Pregunta de Investigación**

Las funciones matemáticas a lo largo de la historia, han ido presentando diferentes cambios hasta llegar a cada uno de los modelos conocido hasta ahora y en este escenario, la función logarítmica no es una excepción.

Estos sucesos han hecho que el fondo de la enseñanza de esta función en la escuela nos haga realizar la siguiente pregunta.

¿Qué saberes dominan los docentes sobre la función logarítmica? ¿El profesor es capaz de construir la función logarítmica en la escuela?

## **OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS.**

### **Objetivo General:**

Analizar y reflexionar el tratamiento que profesores de enseñanza media dan a la función logarítmica, indagando en sus conocimientos sobre ella, contrastándola con una realidad propuesta, presentada por el programa de estudio de Ministerio de Educación de Chile, con la intención de acercarnos a una posible realidad de su enseñanza.

### **Objetivos específicos:**

- Verificar el saber matemático del grupo de docentes, sobre la función logarítmica, a través de una recolección de datos.
- Exteriorizar a partir de lo observado, reflexiones sobre un aspecto del saber matemático del docente con respecto a la función logarítmica, para acercarnos así al problema que genera un mal aprendizaje de esta.
- Identificar si lo evidenciado en una entrevista realizada a una muestra de docentes, es acorde y tiene relación a lo propuesto por el programa de estudio que presenta el Ministerio de Educación de Chile.
- Presentar las razones que causan que los docente no realicen todo lo propuesto por el programa de estudio en su determinadas prácticas

## CAPÍTULO II.- MARCO TEÓRICO-REFERENCIAL

### Currículo y Logaritmo

Para darle otra referencia a nuestro tema en cuestión, la cual involucre nuevos focos que asignen mayor información a la organización del, es importante ver como en nuestro país el currículo chileno se desarrolla, en relación a la función logaritmo. Analizando sus objetivos fundamentales y aprendizajes esperados, observando las actividades y la manera en que estos contenidos son presentados a los profesores para que ellos los utilicen como una propuesta más, dentro de su propio que hacer en las salas de clases.

Todo lo anteriormente mencionado, apunta a realizar un contraste entre lo que proponen el Ministerio de Educación y la forma en que los docentes presentan la función logaritmo a los estudiantes de cuarto año medio.

Al introducirnos en la currícula nacional, comenzaremos por señalar que en el programa de estudio de cuarto año medio, se presenta de la siguiente manera:

Unidad 1: Estadística y probabilidades

Unidad 2: Funciones potencia, exponencial y logarítmica

Unidad 3: Geometría

Dicha división nos muestra que no tan sólo está la función logaritmo, sino que va en conjunto con otras funciones.

Por otro lado, continuando con el plan de estudio, observamos en el siguiente cuadro (extraído de los planes de cuarto medio) un desglose completo sobre el desarrollo de las habilidades de razonamiento matemático, que los estudiantes debiesen tener para aprender tales contenidos:

- *Conjeturar, relacionar, establecer conclusiones; organizar y encadenar argumentos matemáticos; demostrar propiedades; reconocer regularidades numéricas, algebraicas y geométricas.*
- *Organización y estructuración de conceptos matemáticos:*
  - ✓ *Reconocer la noción o el concepto involucrado; reconocer equivalentes y establecer relaciones con otras nociones o conceptos; generalizar, particularizar.*
- *Comprensión y aplicación de procedimientos rutinarios:*
  - ✓ *Seleccionar y utilizar reglas, algoritmos, fórmulas y/o formas para realizar cálculos o transformar relaciones matemáticas en otras más sencillas o más convenientes de acuerdo al contexto.*

- *Conjeturar, relacionar, establecer conclusiones; organizar y encadenar argumentos matemáticos; demostrar propiedades; reconocer regularidades numéricas, algebraicas y geométricas.*
- *Organización y estructuración de conceptos matemáticos:*
  - ✓ *Reconocer la noción o el concepto involucrado; reconocer equivalentes y establecer relaciones con otras nociones o conceptos; generalizar, particularizar.*
- *Comprensión y aplicación de procedimientos rutinarios:*
  - ✓ *Seleccionar y utilizar reglas, algoritmos, fórmulas y/o formas para realizar cálculos o transformar relaciones matemáticas en otras más sencillas o más convenientes de acuerdo al contexto.” (Matemática, Programa de estudio, 4° medio, pp 46, Ministerio de educación, Republica de Chile, Segunda Edición, 2004).*

Cada punto expresado anteriormente, está intencionado según el programa de estudio, para que el estudiante de cuarto año medio alcance, a través del trabajo dirigido por el docente.

Sin embargo, nuestro centro de análisis en esta investigación no serán los jóvenes estudiantes, sino nuestro referente será el cómo los docentes realizan su trabajo frente al tema de la función Logaritmo.

Pues bien, continuando con el análisis del programa de estudio, nos trasladamos a los objetivos fundamentales de la unidad. Podemos decir que el contenido se propone de manera funcional, presentando una construcción que el profesor se le invita a realizar, haciendo un desarrollo analítico de la función, en donde el estudiante trabaje a partir de una modelación de situaciones de carácter social y/o natural que se representen por cualquiera de estas tres funciones.

Al docente según estos objetivos, se le sugiere hacer uso de la historia de la función, señalando con esto las variaciones que durante los años ha sufrido, a partir del uso de tablas para finalmente llegar al uso de la calculadora misma. En simples palabras, tratar el contenido desde una perspectiva epistemológica. De hecho el plan de estudio señala en “orientación didáctica”, que el tema de la función logaritmo necesita que se destaque el desarrollo para la mejoría de la aritmética, en donde habla de que sus propiedades fueron de ayuda para adelantos del siglo XVII en navegación y mecánica celeste.

Asimismo, en los objetivos se promueve que el profesor realice una enseñanza con sentido a la realidad, utilizando la función como un medio de acercamiento a otros ámbitos, como la química, física, arqueología y otras ciencias en general, estudiando

crecimientos, interés compuesto, etc.; Que utilicen la función como un modelador de situaciones que describa variados aspectos del mundo actual.

La propuesta es abordar la función de tal forma que los estudiantes lo asemejen con situaciones cotidianas, que lo relacionen con escenarios conocidos o que pueden en un futuro llegar a conocer.

Más adelante, se encuentra los aprendizajes esperados, en donde uno de los puntos nombrados, se describe de la siguiente manera:

*“Analizar el comportamiento gráfico y analítico potencia, logarítmica y exponencial.”* (Matemática, Programa de estudio, 4° medio, 2004) <sup>1</sup>.

Como se puede observar en lo anterior, los alumnos deberán ser capaces de analizar una función logarítmica, viendo sus componentes, analizar su dominio y recorrido, ver sus restricciones, etc. De esa forma, poder unir la gráfica de la función con su homólogo analítico, en pocas palabras el pasar de un registro visual, que es la gráfica de la función hacia un registro algebraico como el de  $F(x)=\text{Log}(x)$ , e inversamente. Esto se reafirma con la propuesta didáctica que se presenta en el documento. *“...se enfatiza la utilización del gráfico como una herramienta que apoya la aprehensión del tipo de crecimiento que modelan estas funciones”* (Matemática, Programa de estudio, 4° medio, 2004)<sup>2</sup>. Los alumnos al ver la gráfica, de ambas funciones, exponencial y logarítmicas, podrán conservar mejor el aprendizaje que se desea.

Llevándolo a la perspectiva docente, el profesor debe ser capaz de que los estudiantes interrelacionen los diferentes registros de una función. Que logren construir la gráfica, en donde se analice cada punto, cada línea, cada objeto dibujado. También, el programa de estudio introduce el tema de las nuevas tecnologías, como calculadoras, graficadoras y programas computacionales que ayudan a la modelación de estas funciones, siendo éstas, una ayuda para complementar el conocimiento.

Asimismo, otro aspecto dentro del programa de estudio, son las actividades que propone para el profesorado. Con el objeto de ver la coherencia de lo que se espera, con lo realizado en el aula misma.

En las actividades descritas, se desarrollan en base de situaciones que están modeladas por una función. Hay gráficas que presentan modelos matemáticos, en

---

<sup>1</sup> Matemática, Programa de estudio, 4° medio, pp 46, Ministerio de educación, Republica de Chile, Segunda Edición, 2004.

<sup>2</sup> R. Duval, 1995, Semiosis y Pensamiento humano, Peter Lang S.A Editions



donde al estudiante se le orienta y encamina por diversos medios para llegar a la correspondiente función trabajada.

También promueve la visualización que debe existir para detectar la relación entre la función logaritmo y la función exponencial, mostrando las restricciones en cada caso, los parámetros de cada función, y nuevamente manifestando situaciones cotidianas, simulando momentos reales, que las identifiquen.

En definición, el programa de estudio de matemática de cuarto año medio, presenta una estructura del contenido, que conlleva a construir el conocimiento de la función logaritmo, construcción que muestra un análisis del desarrollo algebraico de la función, de observar sus traslaciones y los cambios que en ella ocurren. Aquellas que son modeladas a partir de diferentes situaciones, o fenómenos cotidianos, desarrollando esta propuesta, con actividades que satisfacen a lo que se propone desde un principio en el programa, que desenrollan ideas que responden a los objetivos fundamentales y más aún, el querer lograr los aprendizajes esperados en los estudiantes. Donde indican que el docente, puede realizar una clase de funciones, utilizando diferentes registros que engloben el contenido, de tal forma que, en este caso, representen la gráfica de una función, como un comportamiento, que presenta traslaciones, movimientos y un desarrollo que justifica su forma algebraica.

### **Semiosis y Noesis**

Al recorrer el camino de la escolaridad, los individuos están rodeados de formas, estímulos, informaciones varias, que los van absorbiendo en su constructo cognitivo, formando distintas formas de ver estas nuevas informaciones, distintas perspectivas de analizarla y trabajarlas, para formar así una red de muchas maneras de poder abordar el tema. Cada una de estas diferentes formas de analizar y observar estas informaciones y estímulos, lo llamaremos representación.

*“No es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Luego de Descartes y de Kant, las representación ha sido el centro de reflexión que se preocupe por las cuestiones que tienen que ver con la posibilidad y la constitución de un conocimiento cierto. Y esto, porque no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación.”*

(R. Duval, 1995).<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> R. Duval, 1995, Semiosis y Pensamiento humano, Peter Lang S.A Editions scientifiques européennes, 1995, Universidad del Valle, Instituto de Educación y

Estas representaciones de una nueva información, la cual puede ser ostensiva o no-ostensiva, que se encuentran dentro de un sistema, en donde se hallan más representaciones de distintas informaciones, se transforman para crear nuevos sistemas de información. Broadbent es quien se plantea ciertas preguntas fundamentales para que esto ocurra:

*“¿En qué forma pueden entrar las informaciones que provienen del exterior, es decir, cuál descripción hecha con la ayuda de símbolos, susceptibles de ser utilizados por el sistema, permite captar las informaciones dadas por el exterior?”*

*¿Las transformación de entrada de las informaciones puede ser de tipo cálculo, cualesquiera que sean las reglas que le van a permitir la transformación...”*(R. Duval, 1995).<sup>3</sup>

Gracias a las representaciones, la información es trabajada e incorporada al constructo cognitivo de la persona. Esto implica que siempre que alguien quiera hacer la evocación de alguna información, debe esencialmente entrar a un sistema, para transformarla y así poder manipularla y transmitirla. Este tratamiento es una codificación de la información que se desea enunciar, la cual se realiza a través de símbolos internos que nos ayudan a externalizarla en representaciones internas, para que de esa manera, pueda ser trabajada, manipulada dentro del sistema al que entra.

Un tipo de carácter que aparece para la captación y tratamiento de una nueva información, o que ya existe, es lo que se denomina “Representación Semióticas”, ubicándose en sistemas, llamados “Sistemas Semióticos”.

*La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones “equivalentes” en otro sistema semiótico”* (R. Duval, 1995)<sup>3</sup>.

Estas representaciones, dependiendo del sistema semiótico en el cual se esté trabajando el objeto, tendrán distintas formas semióticas. Teniendo la característica de poder transformar esta información a otro sistema semiótico. Dicha particularidad, que ayuda a este traspaso, es una operación cognitiva de conversión de la

---

Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, GEM, Traducción: Myriam Vega Restrepo, 1999, primera edición 1999

<sup>3</sup>R. Duval, 1995, *Semiosis y Pensamiento humano*, Peter Lang S.A Editions scientifiques européennes, 1995, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, GEM, Traducción: Myriam Vega Restrepo, 1999, primera edición 1999

representación de un sistema, tratándose también, como un cambio de la información. En definitiva, se puede observar que la información de cierto sistema de representación semiótica, puede tener una forma diferente en un sistema semiótico distinto.

*“Traza la curva de una ecuación de segundo grado, o pasar del enunciado de una relación a su escritura literal, habrá de considerarse como el cambio de forma en que un conocimiento está representado”* (R. Duval, 1995).<sup>4</sup>

Podemos decir en otras palabras, que tales representaciones, corresponden a los signos utilizados para figurar cierta información. En donde, mientras mayor sea la cantidad de signos utilizados para la gráfica de cierta información, mayor será la concepción del sujeto frente a lo expuesto.

Al contextualizarlo con la educación matemática, podemos ejemplificar dicha teoría con el caso de las funciones, ya que en su enseñanza, hay variadas formas de presentar el contenido, los signos utilizados varían en su forma algebraica, una gráfica y la tabla de valores. En donde se pueden relacionar como representaciones semióticas, ya que se encuentran en distintos sistemas, y se puede trasladar cambiando la forma del contenido, según como se desee significar.

Esto corresponde a la unión que existe entre la representación semiótica o vistos desde la perspectiva del sujeto, entre los signos manipulados. En donde la importancia que tienen, es la capacidad de poder pasar de un sistema a otro, con otros registros, con el objeto de tener una mejor conceptualización del objeto que se desea aprender.

Pues bien, si nos centramos en analizar los signos utilizados en la función logarítmica, podemos observar, al igual que en el resto de las funciones, que hay variables que se están relacionando, un “Y” y un “X”, que corresponderían a los signos que se utilizan para poder representar un suceso. Éstos, en la mente del sujeto, son las representaciones semióticas. En donde, se destacan  $Y=\log(x)$ , una tabla de valores o un gráfico, que identifican otras representaciones, otros signos que ayudan a una mejor apropiación del contenido de la función logaritmo. Definiendo así, la incorporación de estos signos a un sistema semiótico, como el acto de Semiosis.

---

<sup>4</sup> R. Duval, 1995, *Semiosis y Pensamiento humano*, Peter Lang S.A Editions scientifiques européennes, 1995, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, GEM, Traducción: Myriam Vega Restrepo, 1999, primera edición 1999

En otras palabras, para poder añadir nuevas representaciones a un sistema semiótico, debemos hacer Semiosis.

Ahora bien, ¿cómo podemos dar significado a estas representaciones adquiridas? Para lograr significarlas, esa apropiación que el sujeto haga del contenido, es decir de las representaciones semióticas, es lo que se denomina Noesis. Que es el momento en donde damos significancia a estas nuevas representaciones. Por lo tanto, podemos decir que tanto Semiosis y Noesis deben relacionarse, de tal manera que una implica a la otra, para la aprensión de un nuevo concepto.

### Un respaldo a nuestra mirada

*“En una gran cantidad de casos, la enseñanza de los logaritmos se realiza de manera algorítmica y descontextualizada. Generalmente se parte de la definición, se dan algunos ejemplos, luego se enuncian y ejemplifican las propiedades y finalmente se realizan los ejercicios.*

*Asimismo, los ejercicios suelen ser largas listas donde hay que calcular el logaritmo de un número – en diferentes bases – de manera directa o valiéndose de las propiedades; o bien, el cálculo de dicho número aplicando finalmente el antilogaritmo. En este sentido, acordamos con Lefort (2001) pues sostiene que aunque esta introducción sea matemáticamente satisfactoria, se halla bastante lejos de ser evidente para los estudiantes y su propiedad fundamental queda oculta...”* (Abrate,R & Pochulu, M, 2007) <sup>5</sup>

Al transcurrir los años en las aulas en donde se enseña la noción de logaritmos, el tratamiento de los contenidos ha ido sufriendo distintas modificaciones y no en su fondo (contenido), sino en su forma (enseñanza), y esto responde a distintas necesidades contemporáneas.

Justificadas o no las razones de estas modificaciones, en la diversidad de maneras de tratar el contenido, aparece un denominador común, el escaso entendimiento por parte de los estudiantes. Como se menciona en el extracto <sup>1</sup> *“la introducción es matemática satisfactoria, se halla lejos de ser evidente para los estudiantes”, ¿y para los profesores?, por una cuestión de conocimiento matemático puro, el profesor se logra manejar satisfactoriamente dentro de este “algoritmo descontextualizado” que*

---

<sup>5</sup> (Abrate,R & Pochulu, M, 2007, Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de matemática, Universidad de Villa María, Argentina).

llamaremos logaritmos, pero no podemos ni siquiera asumir sí el docente logra dominar de manera óptima la construcción epistemológica que este contenido tiene detrás de él.

Una posibilidad dentro de toda la gama existente es que el docente sí pueda desenvolverse de manera apropiada dentro de la construcción existente de esta noción y sí fuese así, ¿cuál sería el impedimento que hace que el docente no pueda trabajar esta noción como lo indican los programas de estudio?

Por la misma razón una de nuestras intenciones dentro de esta investigación es encontrar una aproximación de cuáles son las razones que motivan a los profesores a desarrollar esta función de manera alejada a como es propuesto por el programa de estudio.

Por medio de esta investigación entendemos que no somos los nuevos libertadores en la noción de este contenido pero sí plantear lineamientos en donde los estudiantes y el profesorado puedan “aterrizar y humanizar” los saberes matemáticos, como se menciona en <sup>1</sup>, además de no tan solo asignarle un sentido exclusivamente matemático, sino que poder interrelacionar dentro de las demás asignaturas contenidos que para el común de los actores educativos están aislados el uno con el otro.

*“...al enfoque histórico debiéramos anexarle su aplicación, no sólo a contextos intramatemáticos, sino también extra-matemáticos, para que el alumno pueda comunicarse mediante la Matemática y se apropie de diferentes visiones de esta ciencia, construyendo la suya propia. La integración de distintas áreas es uno de los aspectos que estimula el interés de los alumnos y por eso proponemos diseñar y planificar algunas actividades para ser llevadas al aula con este propósito, a la vez que colaboran en la construcción de nuevos conceptos.*

*Como lo expresa Schoenfeld (1985) “de bien poco sirve saber lo fundamental, si no se sabe cuándo ni dónde usarlo”, a lo que agregamos que, la posibilidad de usarlo requiere conocimientos previos que permitan conocer un concepto matemático en una situación no matemática.”” (Abrate,R & Pochulu, M, 2007)<sup>6</sup>.*

Se podrán evidenciar en distintos aspecto, en química con el ejercicio de determinar el nivel de concentración de acidez o alcalinidad en una disolución, en física para calcular la intensidad y magnitud que puede llegar a tener un movimiento telúrico, por nombrar algunos.

---

<sup>6</sup> Abrate,R & Pochulu, M, 2007, Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de matemática, Universidad de Villa María, Argentina.

En ambos extractos citados anteriormente se han evidenciado un denominador común, “la aplicación del logaritmo”, en la primera cita esta aplicación se enuncia exclusivamente al ámbito numérico del ejercicio matemático que consiste resolver un logaritmo determinado, en cambio en la cita posterior, la aplicación está basada a la contextualidad que el contenido de logaritmos responde frente a los problemas de la vida cotidiana, hecho que propicia un mayor esfuerzo en la enseñanza del concepto hacia el estudiantado, puesto que no tan solo alcanza con entregar una lista de ejercicios precedidos de una cantidad de propiedades que sirven para manejarse de manera eficaz en la resolución de estos ejercicios numéricos.

Para desarrollar esta “aplicación” desde el punto de vista de responder a situaciones contextuales se requiere abarcar más áreas del saber matemático, en pocas palabras, se necesita construir el conocimiento matemático abordando todas las aristas que estuvieron involucradas para el desarrollo final de la noción formalizada de los logaritmos, incluyendo en esto, la historia que antecedió el camino para lograr tan constituido conocimiento.

Pero nos podríamos poner a pensar, ¿será tan eficiente y significativo para un estudiante conocer además de la resolución numérica de los logaritmos otros aspectos dentro del contenido matemático que él desarrollará?

*“La ciencia y la matemática, no es un cúmulo de ideas que va aumentando su volumen con los nuevos descubrimientos, sino que va reestructurándose, mutando, madurando, sobreviviendo a rupturas y crisis que la fortalecen.*

*Rastrear la evolución de un concepto, dista de ser sólo la representación cronológica de la misma, la cual no deja de ser parcial, producto de la interpretación de historiadores, de la posibilidad de que los originales no se pierdan o se destruyan por ideologías contrarias o por accidentes, donde se dé cuenta de su evolución hacia ideas más abstractas, más distantes de las preguntas o necesidades que les dieron origen” (Ferrari, M. 2001)<sup>7</sup>.*

Una vez más se entrega otro punto de vista en donde se observa y la autora confirma que el trabajo matemático se debe dar no tan solo en el ámbito numérico, del simple hecho de calcular algo por la única razón de calcular sin sentido alguno.

---

<sup>7</sup> Ferrari, M. Una visión socio-epistemológica, Estudio de la función logaritmo. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, 2001, México.

Los conceptos y nociones en cualquier rama de la ciencia respondieron a necesidades que sin estos avances en cualquier área se habrían visto afectados tanto en tiempo como en aplicación, lo anterior alude también al concepto trabajado por nosotros, los logaritmos, ¿Cuántos docentes darán a conocer la evolución que los logaritmos han tenido a lo largo de la historia? Y sí lo hace ¿Con que objetivo?, ya que la intención de hacer algo también es considerable, como lo describe Ferrari, las distintas interpretaciones basadas en distintos factores pueden al final perjudicar en vez de favorecer la explicación histórica que un concepto matemático tiene con respecto a un desarrollo que persigue la reestructuración de las conexiones cognitivas de los estudiantes.

¿Cuánto nos serviría a los docentes movernos dentro de la historia que arrastra cada uno de los contenidos que revisamos junto a los estudiantes en nuestras aulas?

Solo con el hecho de imaginar la integración y conectividad que áreas como la historia y la matemática alcanzarían, los mismos estudiantes sentirían aún mucha más cercanía por cada una de las asignaturas trabajadas en los colegios y por fin entenderían aún más la típica frase “*la matemática está en todos lados*”, que tanto la escuchamos y tan poco consciente somos al respecto. Adjuntando lo expresado en la idea anteriormente expuesta, el conocer el proceder histórico de un concepto como el de los logaritmos, ayuda tanto al profesorado como al estudiantado a proporcionar ideas sobre el camino que siguió el concepto para ser catalogado y considerado como un saber aceptado por las organizaciones matemáticas ya establecidas en aquel momento.

¿Qué ocurriría si todos los contenidos en matemática trajeran consigo su procedencia socio-epistemológica al momento de ser enseñados y desde ahí comenzar por medio de una construcción las diferentes nociones en el que hacer matemático?

Es una incógnita a descubrir, pero sin duda si existirían profesores y estudiantes mucho más reflexivos y aún más, estos profesores entenderían la necesidad de que todos los contenidos pueden ser vistos desde el axioma que todo responde a una necesidad humana y que sus tratamientos deben ser contextualizados hacia las realidades de los estudiantes y no que los estudiantes se deban colocar en un supuesto del cuál ellos no son parte.

En el presente documento, nos acotaremos exclusivamente en el contenido de logaritmos, pero esto no quiere decir, que esto no funcionaría con otros contenidos dentro del sector de la matemática.

## CAPÍTULO III.- MARCO METODOLÓGICO

### Metodología de Investigación

Al llegar a este punto y ver que el marco teórico ya tomó una forma definida, es apropiado plasmar en un trabajo aplicado todas las ideas que hemos mencionado anteriormente, por lo que trabajaremos con un tipo de investigación cualitativo y exploratorio, debido a que es un primer acercamiento a este tipo de problemáticas, teniendo un carácter flexible, que describe las cualidades de un fenómeno, siendo alterable frente a toda información no identificada previamente. Así también, para llevar a cabo esta investigación, existen diferentes técnicas para su desarrollo, en donde utilizaremos la metodología de estudio de casos, que en general nos muestra la conducta de las personas involucradas en el fenómeno que se estudie, considerando la aplicación un instrumento para la recolección de información, que en esta investigación trata a (7) profesores de enseñanza media pertenecientes a liceos municipales de la comuna de Maipú, en la Región Metropolitana, que actualmente cursan un programa de post grado en la Pontífice Universidad Católica de Chile.

Este instrumento de recolección tiene en un principio un carácter exploratorio, puesto que desde este punto de vista queremos conocer una determinada realidad, para esto la entrevista realizada se mueve dentro de cuatro grandes focos los que nos proporcionarán una mirada real sobre el manejo de la función logarítmica en profesores de enseñanza media y tratando de responder a nuestra pregunta de investigación, la cual se centra en reconocer los conocimientos de los profesores entrevistados sobre la función logarítmica, las epistemologías y estrategias utilizadas para poder acercarnos al tipo de enseñanza que puedan realizar en las aulas.

La primera dimensión que abordamos en esta recogida de información, apunta a la opinión que el docente tiene sobre diversos ámbitos relacionados a la función logaritmo y su real consideración de estos en el proceso de enseñanza. Luego, como segunda arista, nuestro interés recae en la relación e importancia que el docente otorga para con los planes de estudios y textos escolares dentro del ámbito estudiantil.

Como tercer enfoque, apuntamos netamente al conocimiento matemático que el profesional posee frente al contenido de la función logarítmica y sí este es capaz de enlazarlo con la construcción epistemológica y los diferentes registros de representación semiótica.



Finalmente, la última dimensión se desarrolla con lo que respecta a los cambios de registros y representaciones semióticas señaladas por Duval, en donde se le pide al profesor que realice una breve observación y contextualización teórica del planteamiento del autor visto en la escuela sobre la función logaritmo.

Podrían surgir diversas preguntas a lo anteriormente mencionado, como por ejemplo el ¿Qué queremos lograr con esta encuesta?, ¿Será realizar una interpretación que nos lleve a explicar fenómenos generalizados en el tratamiento de la función logarítmica, buscando además relaciones existentes entre las diferentes variables que se encuentran en juego? O ¿Solo queremos describir una realidad puntual, sabiendo que se trata solamente de un estudio de casos sumamente acotado?

Pues bien, nuestro trabajo apunta a responder sí los profesionales de la educación en el área de la matemática, enseñan los contenidos de tal manera que exista una construcción del conocimiento, en este caso que haya una construcción de la función logarítmica, y dejar el tratamiento mecánico de ella, en donde su abordaje numérico, implique un olvido de la importancia que tiene la historia del concepto que puede ayudar a aplicar el contenido en diferentes áreas, además de la especialidad.

Por otro lado, de acuerdo a los diferentes enfoques que le asignamos, y las distintas reflexiones que esperamos recibir, es que nuestra propuesta de trabajo tomará una identidad de carácter cualitativo, siguiendo la estructura bien definida de un estudio de casos, para poder llegar a contestar nuestra pregunta de investigación.

El análisis de la información se llevará a cabo a partir del orden de ella, realizando tablas con rasgos generales para cada pregunta, la que ayudará a gestionar de forma general las dimensiones del tipo de respuesta de cada profesor encuestado. Luego de ordenar la información, para lograr una reflexión completa por cada pregunta desarrollada, utilizaremos una matriz de información, en donde se presenta la respuesta del docente a la pregunta designada comparándola con el plan de estudio, con el fin de observar sí lo que realizan los profesores en el aula, apuntan en la misma dirección a lo que presentan los planes de estudio. De esa manera, levantar un análisis completo de lo expuesto por los encuestados, analizando sus palabras y conceptos, con el fin de acercarnos a lo que realizan en su práctica docente, el poder dar un enfoque verdadero de lo que desarrollan sobre la función logaritmo en sus clases.

## Estudio de casos

Como ya lo planteamos en el marco metodológico, nuestra investigación se desarrolla a través del método de estudio de casos, por lo que en el siguiente apartado, explicaremos las características de esta técnica, en donde se observará la estructura y diseño de ésta.

En primera instancia, se crea una pregunta de investigación por quienes conforman el grupo de investigación, la que guiará el trabajo, seguida de un conjunto de objetivos a concretarse para lograr responder dicha pregunta. Una característica que tiene este tipo de metodologías, es que no se presenta un sistema de hipótesis, ya que al ser una investigación cualitativa, y en especial, exploratoria, no se refuta una teoría poniéndola en duda, si no que se quiere dar un primer acercamiento a una posible teoría.

Para continuar con el formato de un estudio de casos, se desarrolla un marco teórico, en el cual se presenta una bibliografía acorde a la investigación, la que ayudará a defender en la postura que se tenga sobre el tema. Luego, se construye un instrumento para la recolección de información, que será el eje en donde se plantean dos tipos de análisis, uno global, en el cual se presentan las respuestas de los encuestados y poder realizar grupos de respuestas, y otro análisis que consiste en reflexionar de manera más profunda la información, contrastando y comparando con el marco teórico diseñado.

Finalmente, se realiza un nuevo análisis, unas nuevas reflexiones, de acuerdo a lo desarrollado anteriormente, lo que significa triangular la información, sacándole provecho a todo lo expuesto en la investigación, dando un análisis más completo y definitivo al trabajo realizado.

Es importante decir, que la información expuesta anteriormente se complementa con la siguiente cita (*“Piedad Cristina Martínez Carazo, El método del estudio de casos, Estrategia Metodológica de la investigación científica, Estudiante de PhD en Administración, Universidad eafit; Magíster en Administración de Empresas, Universidad de los Andes; Administradora de Empresas, Universidad del Norte. Estudiante de Doctorado en Dirección y Administración de Empresas; Maestría en Creación, Estrategia y Gestión de Empresas y Diploma de Estudios Superiores Especializados (dese), Universidad Autónoma de Barcelona; Especialización en Gerencia de la Hacienda Pública, cecar; Especialización en Finanzas, Universidad de Cartagena; Licenciatura en Administración de Empresas, Corporación Universitaria del Sinú. Docente Fundación Universitaria de Bages (fub), España”*).

### **Instrumento de Recolección de Información.**

Como ya se mencionó anteriormente, el método de investigación utilizado es un estudio de caso, en donde se trabajó con una muestra de 7 profesores, que actualmente desarrollan su práctica docente en diferentes colegios de Santiago. Para la recolección de información, se les aplicó un instrumento, estructurado con 5 ítems, en donde cada uno presenta diferentes preguntas, preguntas que se plantean con el objeto de descubrir lo que ellos realizan en sus prácticas, lo que ellos utilizan para el desarrollo de éstas, y finalmente sin ningún tipo de juicio alguno sobre su práctica como tal, sólo queriendo indagar sobre lo que conocen y trabajan respecto a la función logaritmo.

Toda la información presentada, ayudará a la conformación de nuestras reflexiones, que a partir de lo que ellos presenten en cada una de las preguntas emitidas, contrastaremos con lo que nosotros presentamos en nuestra investigación, comparando con el marco curricular chileno, teorías que ayudan a un mejor entendimiento de lo que queremos indagar e información relevante que complementen nuestros conocimientos del tema planteado. Todo con el objeto de analizar y reflexionar el tratamiento que estos profesores de enseñanza media dan a la función logarítmica, conociendo sus conocimientos, contrastándola con una realidad propuesta, presentada por el programa de estudio de Ministerio de Educación de Chile, con la intención final de acercarnos a una posible realidad de su enseñanza. Dicho instrumento se presenta a continuación, siendo el formato real de lo que se les entregó a cada sujeto en cuestión, con una formalidad y seriedad que éste tipo de investigación amerita.

**“Un estudio de caso sobre la función logaritmo y su comportamiento en la representación gráfica, en profesores de enseñanza media”**

A continuación presentamos un instrumento para la recolección de información, de un estudio enfocado en los profesores en ejercicio docente, denominado “Un estudio de caso sobre la función logaritmo y su comportamiento en la representación gráfica, en profesores de enseñanza media”. Toda información proporcionada por usted será administrada bajo completa discreción, sin exponer la integridad profesional del encuestado.

Esperamos que el desarrollo de la encuesta sea en función de un alto nivel de honestidad y profesionalismo.

De ante mano muchas gracias.

Grupo investigador, Pedagogía en pedagogía en matemática e informática educativa.

Universidad Católica Silva Henríquez

Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Pregunta 2

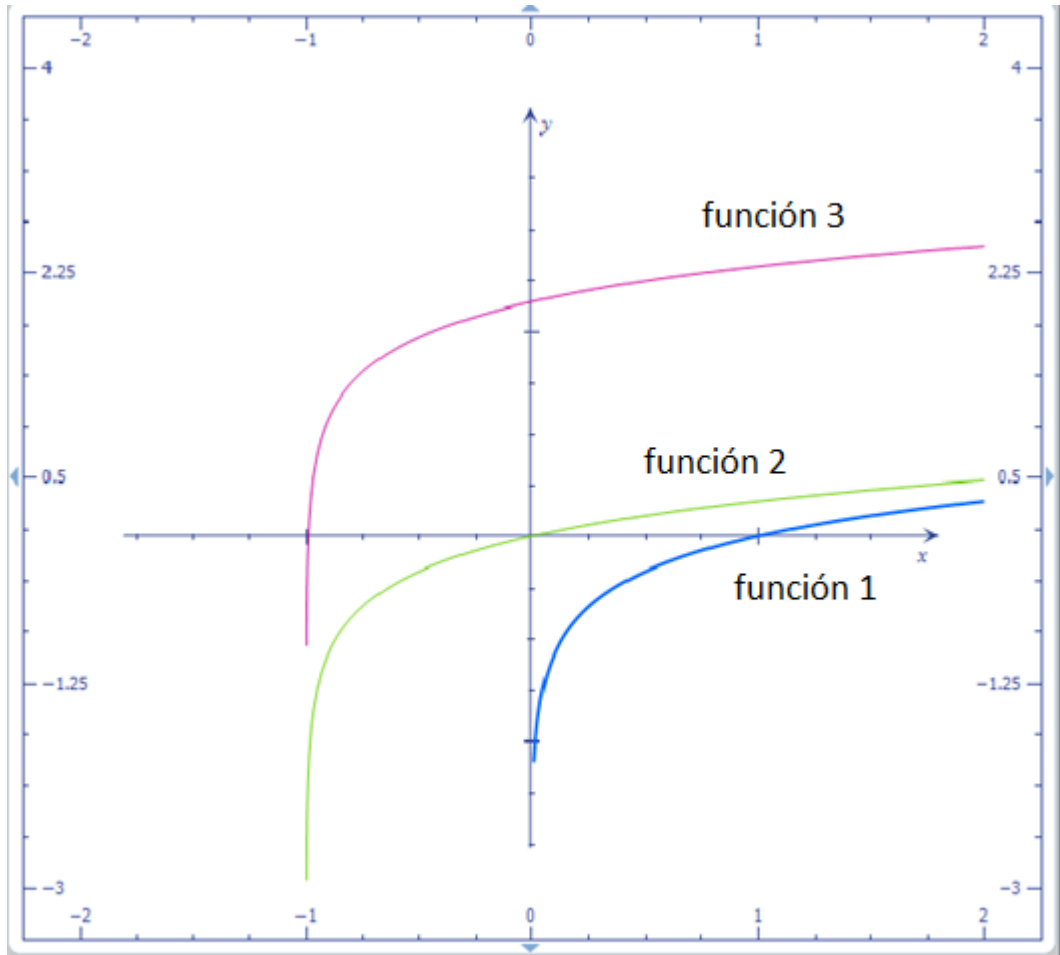
a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

Pregunta 3

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercera representación (función 3)?

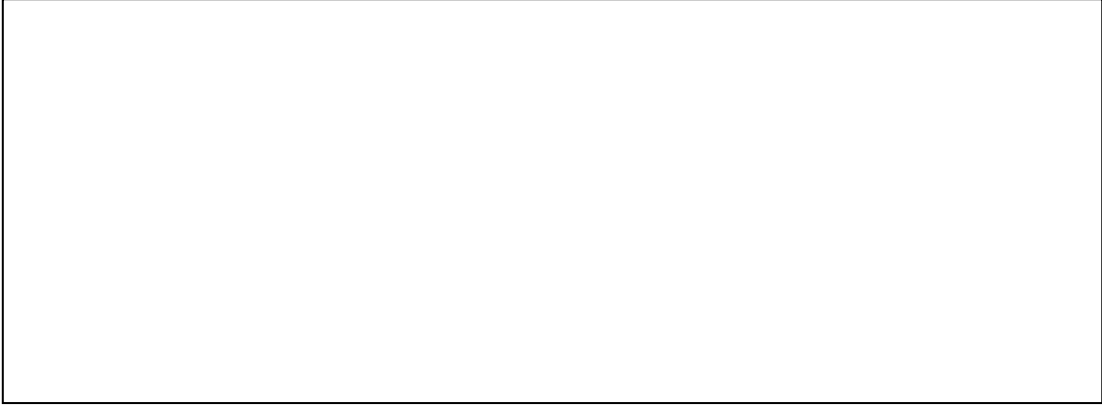


b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

#### Pregunta 4

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,"  
Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?



b)¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?



#### Pregunta 5

*Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.*



A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?



## CAPÍTULO IV.- ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

### Análisis Preliminar de las Respuestas Emitidas

#### Pregunta Número 1

a) ¿Usted enseña Función logaritmo, y en qué curso?

	I° Medio	II° Medio	III° Medio	IV° Medio	No contesta	Otros
P1				✓		
P2				✓		
P3					✓	
P4						✓
P5				✓		
P6				✓		
P7				✓		

En la primera pregunta realizada al grupo de profesores, la cual está enfocada a conocer en qué nivel de escolaridad es trabajada la función logarítmica, las respuestas en su gran mayoría tendieron a inclinarse por el último nivel de enseñanza escolar, cuarto año medio. Habiendo en esta situación solo dos docentes que se presentaron fuera de esta regularidad, uno no emitiendo respuesta y el otro respondiendo a otro nivel de escolaridad fuera de la enseñanza escolar.

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿En que se fija?

	O.F	Aprendizajes Esperados	Propuesta Didáctica	Sugerencia de Actividades	Sugerencias de Evaluaciones	C.M.O	Otros	No presenta Evidencia
P1			✓	✓	✓			
P2			✓	✓	✓			
P3								✓
P4							✓	
P5	✓	✓				✓		
P6						✓	✓	
P7				✓				

En la segunda pregunta del primer ítem el cual busca conocer en qué aspectos se preocupan los docentes a la hora de enseñar la función logarítmica, enfocada a la currícula nacional chilena y a sus prácticas en aula.

Sí bien, cabe señalar que la heterogeneidad de las respuestas docentes es notoria, sí se destaca que los profesores revisan a lo menos algunos puntos de la propuesta del Ministerio de Educación de Chile en lo que respecta a la función logarítmica, exceptuando tan solo un entrevistado el cual no presenta respuesta. Otro aspecto a destacar, es que el ápice de las respuestas fueron las sugerencias de actividades del programa con tan solo tres emisiones y en cambio aparece solo un encuestado que afirma revisar los Objetivos Fundamentales (O.F.).

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logaritmo?

	Muy Buenos	Buenos	Suficientes	Insuficientes	No presenta Evidencia	Otros
P1	✓		✓			
P2		✓		✓		
P3					✓	
P4						✓
P5	✓					
P6		✓		✓		
P7	✓		✓			

Señalar que dentro del primer ítem, la cual está compuesta por tres preguntas, esta es la pregunta que evoca mayor subjetividad por parte de los docentes entrevistados, ya que deben emitir un juicio de valor sobre las actividades que proponen en el programa de estudio.

Estos juicios de valor que son emitidos por los profesores entrevistados, en su gran mayoría dan a conocer una aceptación a lo propuesto por el programa de estudio y por el contrario aparece solamente dos contestaciones que catalogan de insuficiente las actividades propuestas.

Pregunta Número 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presentan los programas de estudio y los textos escolares sobre la unidad de función logaritmo, exponencial y potencia?

	Mucha Relación	Mediana Relación	Poca Relación	Ninguna relación	Otras	No presenta evidencia
P1				✓		
P2					✓	
P3						✓
P4					✓	
P5		✓				
P6		✓				
P7		✓				

Ya revisando el segundo ítem de preguntas realizadas a los docentes. Nos encontramos con dos preguntas que se asocian de una manera acentuada a la subjetividad del entrevistado, una de ellas es la que abordaremos a continuación.

Acá se buscó conocer sí el docente entrevistado considera sí los textos escolares tienen una relación con lo propuesto por el programa de estudios, encontrándonos con una notoria inclinación por parte de los docentes de afirmar que existe mediana relación entre los dos documentos comparados, además aparece como aspecto a destacar que ninguno de los docentes entrevistados señala que existe mucha relación entre los textos escolares y el programa propuesto por el MINEDUC. Otra respuesta que no queremos dejar de lado, es que un docente manifiesta el no encontrar ninguna relación en ambos textos anteriormente señalados.

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

	Mucha Relación	Mediana Relación	Poca Relación	Ninguna relación	Otras	No presenta evidencia
p1		✓				
p2			✓			
p3						✓
p4					✓	
P5		✓				
P6			✓			
P7		✓				

Al igual que en la pregunta anterior de este ítem, también toma alguna relación a analizar, en este caso, entre el programa de estudio y su práctica en el aula.

Como se puede observar, cinco de los encuestados afirman tener cierta relación entre lo propuesto por el programa de estudio y su práctica docente, algunos teniendo una mayor relación que otros. Cabe destacar que ninguno de los profesores encuestados afirma tener una gran relación entre lo que desarrollan en el aula con respecto a la función logarítmica, y lo propuesto por el Ministerio de Educación de Chile.

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento.

¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala

	Programa de estudio	Texto de estudio	Propia	Otras	No presenta evidencia
p1					✓
p2			✓		
p3				✓	
p4					✓
P5			✓		
P6			✓		
P7					✓

Cuando a los entrevistados se le realiza una pregunta de carácter tan personal como conocer cuál es su forma epistemológica de trabajar la función logarítmica, es de esperar que las respuestas sean expresadas, independientemente la naturaleza de estas, acá no habrá un juicio de valor, sino que tan solo conocer lo que el docente utiliza en sus prácticas pedagógicas, pero sin duda esto no ocurre.

De la totalidad de los docentes entrevistados tan solo tres expresan que utilizan una epistemología propia y por otro lado tres profesores no presentan ninguna respuesta. Expresando en esta realidad que ninguno se apoya en lo propuesto por el programa de estudio ni tampoco por lo expresado en el texto de estudio.

### Pregunta 3

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercera representación (función 3)?

	Traslación		Otras	No presenta evidencia
	correcta	incorrecta		
p1			✓	
p2		✓		
p3		✓		
p4				✓
P5	✓			
P6			✓	
P7				✓

En el tercer ítem se busca netamente conocer el dominio matemático que tiene cada uno de los docentes entrevistados con respecto a la gráfica de la función logarítmica.

En la primera pregunta se conduce al docente a señalar que traslaciones se aplicaron a una función dada para llegar a una tercera representación gráfica.

Como podemos apreciar, tan solo un docente logró contestar de manera acertada lo que se pregunta y dos profesores fallan en su respuesta. Por otro lado, existen dos entrevistados que abordan la pregunta desde otra mirada completamente diferente, alejados totalmente a lo gráficamente solicitado y por último dos profesores no presentan ninguna respuesta.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

	Si realiza	No realiza				Otras	No presenta evidencia
		Tiempo	Planificación	Colegio	otros		
p1	✓						
p2					✓		
p3				✓			
p4							✓
P5	✓						
P6	✓						
P7		✓					

Acá se hace relación con la pregunta antecesora, ya que se les consulta sobre sí lo realizado anteriormente, ellos lo realizan en el aula junto con sus estudiantes, explicando con esto las razones en el caso de que fueran negativas sus respuestas.

No realizaremos un análisis en profundidad en estos momentos, pero debemos señalar que tres de los entrevistados dicen que si realizan este análisis en conjunto con sus estudiantes en el colegio, pero sí lo contrastamos con la pregunta anterior, surgen muchas disyuntivas que acotar.

#### Pregunta 4

a) El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU, “Sí  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ”, Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

	Existe relación	No existe relación	Otras	No presenta evidencia
p1				✓
p2	✓			
p3			✓	
p4				✓
P5		✓		
P6			✓	
P7			✓	

En este ítem, al igual que en el anterior, se trata de analizar el conocimiento que los docentes tienen sobre la función logarítmica, aplicando un ejercicio numérico, pero desde una perspectiva gráfica.

Como se puede observar en este análisis, solo veremos si los docentes al contestar, ven una relación entre lo algebraico y lo gráfico.

Al analizar preliminarmente las respuestas emitidas, solo uno de los entrevistados afirma observar una relación en lo propuesto, contrastado con otro de estos que afirma no tener ninguna relación entre lo algebraico y lo gráfico.

El resto de los entrevistados contestan otro tipo de respuestas o simplemente no dan evidencia de lo presentado.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

	Si	No				otras	No presenta evidencia
		Tiempo	planificación	Contexto	otras		
p1							✓
p2					✓		
p3						✓	
p4						✓	
P5					✓		
P6				✓			
P7		✓					

Lo presentado por los docentes es similar como en una pregunta que se realizó anteriormente, se solicita contestar a cada docente si realmente lo contestado en la pregunta “a” lo aplica en las aulas.

Ninguno de los docentes realiza este análisis con sus estudiantes, solo dos docentes explican que por factor tiempo y el otro por el contexto en que se desenvuelve, pero el resto no expresa ningún juicio ni razón del porque no realiza este análisis.



## Matriz de Respuestas y Reflexiones

A continuación se presentará detalladamente las respuesta de cada ítem, comparándolo frente a lo que expresan los programas de estudio en la unidad de funciones logarítmica.

### Pregunta 1

#### 1A

¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	IV Medio	La propuesta que realizan los programas de estudios entregados por el Ministerio de Educación, señalan que los contenidos correspondientes a la función logarítmica, deben revisarse en IV año de enseñanza media, específicamente en la 2° Unidad, “Funciones Potencia, logarítmica y exponencial”.
P2	IV Medio	
P3	No contesta	
P4	En Educación Superior (Cálculo)	
P5	IV Medio	
P6	IV Medio	
P7	IV Medio	

Dentro de todas las respuestas a la pregunta 1, se manifiesta una proximidad en las respuestas y es que, están casi todas en concordancia con lo que expresan los programas de estudios, en donde se propone trabajar los contenidos de la función logaritmo en cuarto año de enseñanza media, lo que da a entender que se presenta un relativo orden en relación a estos indicadores propuestos por el Ministerio de Educación de Chile. Pero lamentablemente, las respuestas no son todas uniformes en este ámbito, puesto que apareció el caso de un profesor, el cuál contesto que enseñaba la función logaritmo, en cursos de álgebra e introducción al cálculo en forma algebraica y en los cursos de cálculo como aplicación del teorema fundamental del cálculo.

Sin duda, en nuestra reflexión no estamos cuestionando el saber matemático del docente que contesto lo anteriormente expuesto, pero debemos recordar que este estudio de casos está enfocado a la función logaritmo y su comportamiento en la representación gráfica de está, dirigido a profesores de enseñanza media, por lo que esto nos da muestras que la profesora no respondió a los solicitado en esta pregunta. Debemos asimismo recordar, que los programas de estudios rigen solamente en la educación escolar, no así en la educación superior en donde son regidos por otros estatutos.

1B

<p><b>Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?</b></p>	<p>Respuesta del profesor encuestado</p>	<p>Propuesta de los programas de estudio.</p>
<p>P1</p>	<p>Propuestas didácticas, sugerencias de actividades y sugerencias de evaluaciones.</p>	<p>La organización interna de cada unidad (incluyendo la que se refiere a la función logarítmica) invita a los docentes a poner hincapié en cinco puntos importantes a la hora de trabajar todo el contenido.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Contenidos</b> (señalados en el marco curricular), es necesario señalar que la idea de contenidos incorpora lo conceptual y lo procedimental.</li> <li>• <b>Aprendizajes Esperados,</b> expresan lo que el estudiante debe lograr en cada unidad considerando</li> </ul>
<p>P2</p>	<p>Propuestas didácticas, sugerencias de actividades y sugerencias de evaluaciones.</p>	
<p>P3</p>	<p>No presenta respuesta.</p>	
<p>P4</p>	<p>No presenta respuesta.</p>	
<p>P5</p>	<p>Objetivos fundamentales, aprendizajes esperados y contenidos mínimos obligatorios.</p>	
<p>P6</p>	<p>En que contenidos y que aspectos hay que considerar para ver la unidad de logaritmos</p>	
<p>P7</p>	<p>En las aplicaciones prácticas de la función</p>	

		<p>además el objetivo fundamental para cada año escolar, los aprendizajes esperados orientan el proceso pedagógico y dan una dirección al proceso de aprendizaje, determinando así los criterios de evaluación.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Orientaciones didácticas,</b> se adjuntan comentarios pedagógicos y su relación relativos al aprendizaje del tema con otros escenarios matemáticos.</li> <li>• <b>Actividades para el aprendizaje y ejemplos,</b> estas labores buscan el desarrollo de los aprendizajes esperados en los estudiantes, cabe mencionar que existe variadas dinámicas en donde se busca alcanzar la mayor cantidad de estos aprendizajes y son presentados progresivamente de</li> </ul>
--	--	--

		<p>acuerdo a su complejidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Actividades para la evaluación y ejemplos</b>, este momento es considerado dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante y donde el docente debe ser retroalimentado por el estudiante para lograr una referencia de lo logrado hasta el momento, con la intención de continuar, corregir y orientar futuras actividades.</li> </ul>
--	--	--

En este apartado, se manifiesta un fenómeno bastante singular dentro de las respuestas expresadas por los docentes. Por una parte y como inicio de este análisis, debemos mencionar que dos de los siete encuestados no dieron evidencia a lo solicitado, incluyendo a uno de ellos, el cual nos afirmó el no realizar clases en la enseñanza media.

Ya con respecto al resto de las respuestas emitidas por la muestra de profesores, podemos observar que no todos los docentes se fijan en los mismos aspectos al momento de analizar el programa de estudio, ya que podemos ver que este está conformado por distintas partes, las cuales nos ayudan y guían en todo momento del acto docente. Estos aspectos están bien definidos en el programa de estudio entregado por el Ministerio de Educación chileno, los cuales son los “Objetivos Fundamentales”, “Propuesta Didáctica”, “Sugerencia de Actividades”, “Aprendizajes Esperados” y “Sugerencia de Evaluaciones”.

Con lo que respecta a los Objetivos Fundamentales, solo uno de los entrevistados afirma utilizar los objetivos fundamentales para la realización de su práctica en el aula. Debemos señalar que este aspecto del Programa de Estudio corresponde al fin último de lo que se desea lograr en cada unidad trabajada, y por lo mismo, este es el que dirige al resto de los aspectos señalados.

Sí bien, el resto de los docentes se preocupa de los demás puntos anteriormente señalados, tan solo uno se destaca frente al principal foco de atención en el programa de estudio propuesto. Esto implica que la preocupación de los docentes está basada más al “cómo” llegar a transmitir un contenido, en vez de tener como fin último el “qué” se desea transmitir en realidad.

1C

¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	“Algunas se constituyen de forma pertinentes, otras no producen el atractivo necesario para aplicarla y desarrollarla”.	En los contenidos de la segunda unidad de cuarto año medio en el sector de matemática, las actividades que se
P2	No responde.	proponen en los programas
P3	“Algunos muy buenos para aplicar, otros poco atractivos”.	de estudios evocan sobre la función logarítmica y su gráfico correspondiente.
P4	“En los cursos en que yo los aplico están bien pensadas las actividades”	Modelación de fenómenos naturales y/o sociales a través de esas funciones.
P5	“Creo que abarca todo el concepto de función logarítmica, la llevan a una situación real, analizan sus gráficos y el comportamiento que pueden tener al cambiar	Análisis de las expresiones algebraicas y gráficas de las funciones logarítmicas. Historia de los logaritmos; de las tablas a las calculadoras.

	algunos coeficientes, propiedades, ecuaciones, etc.”	
P6	“Algunas son bastante interesantes, pero no acordes al tipo de alumno ni a su nivel de conocimiento”	
P7	“Son bastante acertadas, pero faltan ejemplos de aplicaciones en la vida, aparecen pero solo algunos”	

En las evidencias exhibidas que se refieren a la opinión que los docentes tienen sobre las actividades presentadas en el programa de estudio, muchas citan un concepto el cuál es necesario de analizar, ya que de los docentes entrevistados P1 y P3 catalogan al programa de estudio como algo poco atractivo, pero ¿qué entendemos por poco atractivo?, probablemente para algunos, algo poco atractivo que se podría adjuntar a algo tedioso y que no tiene tanta relevancia. Y si lo contextualizamos a lo que nos convoca, sería que los contenidos a trabajar, en su tratamiento en el aula, es simplemente poco preponderante para la intencionalidad final de lograr un aprendizaje.

Dichas respuestas, se contradicen frente a lo propuesto por el programa, que evidencia la intencionalidad de trabajar con los contenidos de función logarítmica de una manera íntegra, esbozando una modelación matemática en dirección a una realidad de fenómenos naturales y/o sociales.

En donde no se debe creer que el contenido de función logaritmo es exclusivamente tratado para revisarlo y entenderlo dentro del contexto de la clase de matemática, ya que el eje central y esencial, es trabajar la matemática para responder a situaciones y necesidades de cualquier ser humano. Y desde esa perspectiva, es que las actividades del plan de estudio, se enfocan en modelar situaciones, que el estudiante pueda analizar tanto algebraica como gráficamente la función a trabajar.

Por otra parte, lo señalado por P4, quien afirma “que en los cursos que están a su cargo, las actividades utilizadas están bien pensadas”, esta opinión es demasiado amplia, porque no responde a lo primordial de la pregunta, sino que su ángulo de análisis lo orienta en otra dimensión, la cual corresponde a la enseñanza superior.

Por otra parte, lo expuesto por P5, quien si bien es cierto, aborda su respuesta en lo que sujeta al análisis algebraico y gráfico, da señal de que hay un conocimiento previo y usado por el docente en la sala de clases.

Pregunta 2

2A

<b>¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?</b>	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	“En los textos no se presenta una gradualidad y consecución de ejemplos o actividades y suponen aprendizajes ya internalizadas por el estudiante”.	En los programas de estudio, presentan la función logaritmo, como aquella que puede modelar fenómenos naturales y/o sociales, mostrando sus graficas correspondientes.
P2	No responde.	Luego muestra el análisis algebraico de la función.
P3	“Las actividades de los textos no van en progresión en los planes y programas si lo hacen”.	También en el desarrollo del contenido, se presenta la historia de los
P4	“Me imagino que se refiere a enseñanza media y ahí yo no lo aplico”.	logaritmos, basándose en la idea del cambio que hubo desde las tablas al
P5	“En general, el texto de matemática Ed. Santillana; tiene bastante relación con lo pedido en el programa, en ambos aparece el análisis de los gráficos, comportamiento de las funciones, etc.	uso de la calculadora.

	Lo único que podría ser distinto que el programa tiene varios ejemplos de situaciones reales o más concretas que el texto santillana”.	
P6	“En algunos contenidos, hay bastante semejanza, pero en otros los textos no presentan una forma clara o didáctica a nivel de este tipo de alumnos”	
P7	“Difieren un poco en los ejemplos y aplicaciones, en los programas aparecen más ejercicios que aplicación”	

En esta pregunta es necesario tener una clara idea de lo que presentan los programas de estudio y los textos escolares, ya que de esa forma se podrá tener el argumento que sustente las semejanzas entre éstos.

Los profesores 1 y 3 (P1,P3) si bien no evidencian directamente que no hay semejanzas, exponen las diferencias entre ambas propuestas. De hecho, el profesor 1 (P1) señala esa falta de gradualidad y consecución que hay en la manera que se presenta el contenido en los textos escolares, ya que hay que decir que el texto escolar, inicia el tema función logaritmo, a partir de la ejecución de los logaritmos, su cálculo, demostraciones y ecuaciones que los involucre. Sn embargo, es necesario decir que hay un pequeño acercamiento a la historia, pero de muy poca claridad y bajo nivel de aprendizaje, ya que no muestran en su totalidad del cambio de las tablas de logaritmos a la calculadora, más aun cuando no hay un nexo con la función logaritmo, siendo esa información, a nuestro parecer es uno de las mayores divergencias entre lo que el plan de estudio presenta para trabajar en el aula frente a lo que los estudiantes tienen en sus textos, ya que en el programa de estudio el enfoque principal que se le da a este tema, parte de la función logaritmo, para luego ir desglosando otras ideas, como propiedades, cálculos, etc.



Información que no se evidencia en los textos escolares, ya que inician el contenido a partir de los logaritmos como tal, desarrollando su visión algebraica frente a un análisis más profundo de la función misma, contribuyendo enormemente lo que el profesor número 3 ( P3) desarrolla en su respuesta, ya que de la manera en que se ordena el contenido en los textos de trabajo, no hay progreso en el contenido, no así lo que ocurre con los programas de estudio.

No obstante, el profesor número 5 (P5) acierta con la semejanza identificada, ya que si bien hay discordancia en el orden de la información, en ambas posturas está el análisis del comportamiento gráfico de la función logaritmo. Aunque es necesario decir que ese mismo docente al señalar que “En general, el texto de matemática Ed. Santillana; tiene bastante relación con lo pedido en el programa”, está siendo general su juicio, lo que no es apropiado en este caso, ya que si bien, como se explica anteriormente, hay un semejanza, está claro que no es en su gran totalidad, por lo que las palabras utilizadas no fueron las apropiadas. Asimismo, al mencionar los ejemplos que según su criterio son más reales y concretas en el programa de estudio, es importante decir que el texto escolar si presenta aplicaciones de la función logaritmo, proyecta cierto acercamiento a la realidad, tal como el programa de estudio lo indica en su contenido. Por lo que el profesor número 7, demuestra cierta falta de información respecto a ambas epistemologías de desarrollo.

Por otro lado, la evidencia del docente numero 6 ( P6) nos produce poca claridad en sus conocimientos, porque solo manifiesta palabras al aire, sin dar detalle alguno, porque independiente de no existir semejanza, es necesario y profundiza más aun el tema, al dar un argumento completo e íntegro de lo que él sabe, o tiene información sobre ello. Más aun cuando continua afirmando lo siguiente: ” los textos no presentan una forma clara o didáctica a nivel de este tipo de alumnos”. Lo que demuestra una vez más, que no es claro con su postura, ya que no detalla lo que desea expresar con el nivel de aquel tipo de alumnos.

2B

De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	La relación que existe es de tipo referencial en virtud de las singularidades del tipo de estudiantes, es necesario reforzar contenido y aprendizajes previos, retroalimentar y en el desarrollo graduar y otorgar secuencia de complejidad para alcanzar los aprendizajes esperados, que muchas veces dista de los niveles de profundidad que las actividades planteadas promueven.	El programa de estudio propone que el profesor en el aula debe hacer que los alumnos visualicen los logaritmos desde una perspectiva histórica, siendo facilitadora del cálculo. Además si el profesor lo cree oportuno, utilizar las tablas de logaritmos y/o las reglas de cálculo como instrumento de apoyo para el trabajo con los logaritmos, principalmente, con los
P2	No responde	logaritmos base 10, por la
P3	Se utiliza referencial y apoyo, adecuando a la realidad y necesidades de los alumnos.	facilidad en los cálculos.
P4	Me imagino que se refiere a Enseñanza Media y ahí yo no lo aplico.	
P5		
P6	“En los contenidos que aparecen en el programa diría que el 40% no se trabaja realmente en el aula por la deficiencia que existe en los alumnos en	

	relación a los contenidos previos”	
P7	“Tiene relación con la metodología usada, pero en relación a mi trabajo, no se le da tanta prioridad a lo que son las funciones logarítmicas, más a la función potencia, puesto que solo tienen 3 horas semanales de matemática en nuestro liceo y es difícil abordar los contenidos en profundidad”	

Antes de comenzar a reflexionar, sobre lo contestado por los docentes, nos detendremos en tratar de vislumbrar las variadas ocasiones en que los docentes no han respondido a las diferentes preguntas, en esta ocasión se da en un contexto en donde al docente se le propone contrastar lo propuesto por el ministerio de educación, llámese programa de estudio frente a sus propias prácticas. Debemos aclarar que no se le sugiere al docente que se haga un cuestionamiento o que se evalúe frente a un “apócrifo” programa de educación matemática, sino simplemente utilice estas dos diferentes dimensiones (propias prácticas docentes y programa de estudio) que persiguen el mismo objetivo en común, lograr el aprendizaje en los estudiantes.

Una singularidad detectada a través de nuestra reflexión, es que los profesores toman como una referencia el programa de estudio, buscando que estos se adecuen a las distintas capacidades de los estudiantes pero solo como referencia y no como un objetivo final, pero en sencillas palabras, ¿A qué nos referimos?, sencillamente a que los profesores adecuan el programa para la enseñanza de los logaritmos, cuando lo que debiese corresponder es una acomodamiento de la clase y su forma de tratar los contenidos. En definitiva adecuan el fondo y no la forma.

Ajeno a esto, otra profesora (P5) sentenció de muy diferente forma, pues ella trata de abarcar lo mayor posible lo exigido en los programas, incluso proporciona una aplicación tecnológica con lo que respalda a su aplicación cotidiana de función logarítmica, pero lamentablemente eso queda limitado cuando el profesional de la educación emite un juicio que subestima la capacidad de sus propios estudiantes,

acto que es respaldado con la excusa que no profundiza porque prefiere dedicar sus esfuerzos a preparación P.S.U.

Recordemos sin embargo, que la Prueba de Selección Universitaria (P.S.U.), cuenta con una mínima cantidad de preguntas orientadas al contenido de la función logarítmica y a esto agregarle que estas preguntas son de tipo procedimental, en donde correcta aplicación de una cantidad de propiedades da la posibilidad de contestar correctamente el ejercicio numérico.

Debemos hacer notar que los programas de estudio no indican como “hay que hacerlo”, sino que en una instancia más, en donde se presenta una posibilidad del cómo trabajarlo, pero aquello que hay que trabajar no es lo que se modifica, puesto que ese contenido que está dentro de la función logarítmica y su construcción epistemológica no cambia.

2C

<p><b>Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.</b></p>	<p>Respuesta del profesor encuestado</p>	<p>Propuesta de los programas de estudio.</p>
<p>P1</p>	<p>Se constituye en la presentación de ejemplos genéricos y su desarrollo de forma colectiva, estimulando la participación de preguntas dirigidas. Ejercicios secuenciados y graduados en su nivel de complejidad. Además monitoreando, para retroalimentar y aclarar dudas.</p>	<p>En los programas de estudio el contenido se presenta de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Función logarítmica y exponencial, mostrando sus gráficos correspondientes.</li> <li>• Luego habla de modelar fenómenos naturales y /o</li> </ul>
<p>P2</p>	<p>No responde</p>	

P3	No responde	sociales por medio de estas funciones. Para continuar con el análisis de sus expresiones algebraicas. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Finalmente, se presenta la historia de los logaritmos, a partir del cambio dese las tablas a la calculadora.</li> </ul>
P4	Me imagino que se refiere a Enseñanza Media y ahí yo no lo aplico.	
P5	El aprender haciendo, que los estudiantes investiguen y construyan, que sepan de donde salen las cosas. Que pregunten mucho	
P6	“No uso la de los textos de estudio sino que las propias, con actividades visuales y desarrollo de habilidades”	
P7	“No presenta respuesta”	

Las explicaciones dadas por los docentes encuestados manifiestan una diversidad demasiado amplia, cada profesor proclamó cosas muy diferentes el uno a otro.

Por una parte existen dos docentes los cuales no presentan una respuesta, no ahondaremos en buscar una justificación hipotética de una respuesta que no hay. En cambio, el primer encuestado (P1) habla de ejemplos genéricos desarrollados de forma colectiva, ejercicios secuenciados según niveles de dificultad en donde se rastrean las diferentes dudas, pero por desgracia, no podemos inferir si estos ejercicios secuenciados hacen que el estudiante construya o no el conocimiento de la función estudiada, pero afirma que sigue una secuencia, la cual puede ser una propia, la presentada por el programa de estudio o seguirla secuencia que presenta el texto de estudio.

Por otra parte, la encuesta número cuatro (P4), la docente que anteriormente dijo que no revisaba este contenido en educación media, sino que en cursos de educación superior, señala lo siguiente: “Me imagino que se refiere a Enseñanza Media y ahí yo no lo aplico”, pero sí estuviéramos en el mundo de las posibilidades y poder en estos momentos, responder a este docente la pregunta que realizaríamos podría ser, entonces sí no aplica los contenidos por supuestamente acotarse solamente a la enseñanza media ¿Usted no utiliza ninguna epistemología? ¿No construye el contenido en conjunto con los estudiantes?

Una cosa no lleva a la otra, probablemente no se guíe al programa de estudio por ser parte de la educación secundaria, pero eso no quiere decir que en sus formas y maneras de trabajar el contenido de la función logarítmica construya esta noción, evocando consigo la faceta histórica de esta función o el trabajo transversal que se interesa lograr con los diferentes registros de representaciones semióticas.

Por otra parte, el quinto profesor encuestado, responde que su forma utilizada va de la mano con que el estudiante construya y aprenda haciendo. Lo que concuerda significativamente con lo que el programa de estudio intenta promover para que el aprendizaje del estudiante logre tomar surcos de alta significancia. En cambio, el sexto encuestado, manifiesta que no utiliza los textos de estudios, sino que su fuente de conocimiento surge exclusivamente desde su propio conocimiento, con actividades apoyadas desde lo visual y el desarrollo de habilidades, sin especificar a qué ámbito de registro de representación semiótica alude al señalar habilidades.

Pregunta 3

3A

¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función $f(x) = \log_a x$ (función 1) para llegar a la tercera representación (función 3)?	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	" $\log(x)$ $\log(ax)$ $\log(ax + b)$ "	Se sugiere enriquecer la comprensión de las propiedades de los logaritmos, graficando $\log(x)$ , $\log(10x)$ , $\log(100x)$ en un mismo sistema de coordenadas y comparar los tres gráficos. Además los programas de estudios proponen para complementar este tipo de análisis que se puedan trabajar distintas funciones con base Euler.
P2	" $\log(x)$ $\log(ax)$ $\log(ax + b)$ "	
P3	"Lo he realizado una vez, y fue muy difícil para los alumnos".	
P4	"No presenta respuesta"	
P5	" $f1(x) = \log_a x$ $f2(x) = \log_a(x + 4)$ $f3(x) = \log_a(x +$	

	4) + 4,5 ”	
P6	“Se aplicó un cambio de base”	
P7	“No presenta respuesta”	

En este apartado, el cual corresponde la traslación de la función logaritmo, pertenece a una habilidad que los estudiantes deben adquirir para poder realizar un análisis de la función, ver el cambio de su trayectoria y las variaciones que puede obtenerse al cambiar los valores de constantes que acompañen a la función.

Además, se puede ver gracias a la representación gráfica de este tipo de funciones, lo que sucede y qué cambio va sobrellevar la función a medida que se cambian dichos parámetros de las constantes de esta función. Sus cambios en el dominio y recorrido, los movimientos horizontales y verticales dentro del plano cartesiano y qué relación tiene este movimiento con respecto al conjuntos numéricos en que se mueve la función.

El programa de estudio propone y especifica este tipo de estudio, que debe ser abordado por el docente explícitamente en su práctica. Como podemos observar, en el ejercicio propuesto, solo uno de los encuestados pudo realizar de manera correcta el ejercicio y este fue el quinto profesor (P5) y aunque a pesar de que exactamente fue una aproximación, ya que la función no pasa por las constantes pedidas, sí es una respuesta correcta, ya que logra poder trasladar las funciones.

Se ve que el resto de profesores tienen ideas sobre traslación, ya que realizan dicho cambio y movimiento dentro de la función dada, pero no llegando a la traslación pedida. Hay que destacar, que en una de las respuesta se ve un error importantísimo de analizar, el de la profesora número 6 (P6), la cual presenta que la propiedad de cambio de base de la función logaritmo produce un cambio en su traslación, pero esta propiedad no hace ningún cambio en su gráfica, ya que esto es una igualdad, no produciendo cambio alguno.

Es de suma importancia lo objetado por el sexto profesor encuestado, más aun debemos pensar entonces, que sí este docente comete un error el cuál a nuestro juicio lo encontramos como preponderante en el contenido de la función logarítmica,

es el mismo docente que enseñará a los estudiantes desde un foco equivocado y por consecuencia de esto, a nivel sociedad habrá proseguido errores que son totalmente superables, pero poco descubiertos y trabajados.

3B

<p><b>¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?</b></p>	<p>Respuesta del profesor encuestado</p>	<p>Propuesta de los programas de estudio.</p>
<p>P1</p>	<p>“No, este tipo de estudio con la función logarítmica nunca lo he realizado. La verdad que nada lo impediría ya que en forma análoga este tipo de estudio se realiza con la función lineal, cuadrática y en cuarto medio con la función potencia”.</p>	<p>Este tipo de preguntas genera en los estudiantes otras reflexiones relativas al mismo tema, con la intención que sepan que la imagen que puede obtenerse con la ayuda de algún graficador en la que las gráficas parecieran intersectar el eje es equívoca; esto se puede aclarar utilizando implementos de carácter científico para constatar qué valores toma y en cada caso, para valores de <math>x</math> positivos, próximos a cero.</p>
<p>P2</p>	<p>“No se realiza este tipo de análisis, por el tipo de alumnos que hay en el colegio”.</p>	
<p>P3</p>	<p>“Si, es importante que el alumno observe el error y corrija”.</p>	
<p>P4</p>	<p>“No presenta respuesta”.</p>	
<p>P5</p>	<p>“si, porque creo que el comportamiento de la función logarítmica lo podemos ver e investigar, de esta forma los alumnos y alumnas aprenden más”.</p>	
<p>P6</p>	<p>“Si lo realizo pero con</p>	



	ayuda de un programa computacional”	
P7	“No por el tiempo”	

Los docentes en este caso, solo tenían dos posibilidades de poder contestar esta pregunta, el ver si realizan este análisis en la función o simplemente que no lo realizan en su práctica, pero como lo vimos en la pregunta anterior, es necesario y obligatorio por el programa de estudio que se realice este análisis con la función, ya que análogamente se ve en segundo medio con la función lineal y a fin. Se afirma que sirve para la reflexión del conocimiento que van adquiriendo los alumnos, pero si es tan necesario, ¿por qué no todos los docentes lo realizan?

Como podemos observar, que el 42,5% aproximadamente de los docentes encuestados afirman realizar este tipo de análisis en sus prácticas, afirmando que es necesario que los estudiantes puedan ver las variaciones y cambios que sufre la función. Pero debemos rescatar al docente número 6 (P6), que en la pregunta anterior, afirma que la propiedad cambio de base produce una traslación en la función, lo cual esta erróneo, lo cual muestra debilidades en este procedimiento y análisis que se puede realizar al trasladar la función.

Ya con el otro 42,5%, aproximadamente, de los encuestados contestó que no lo realizaba por diversas causas, tiempo, tipo de alumnos a los cuales se les realiza clases.

Pregunta 4

4A

<b>El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: “Sí <math>\log_3 3 + \log_3 27 = 4</math>” Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente? ¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?</b>	Respuesta del profesor encuestado	Propuesta de los programas de estudio.
P1	“La resolución gráfica de este tipo de ejercicios, no es una práctica habitual. La resolución gráfica contextualiza de mayor grado el ejercicio”.	Es importante que los estudiantes resuelvan estas ecuaciones recurriendo a otros tipos de procedimientos, el utilizar cambios de registros amplía aún más el dominio y manejo de un contenido determinado, en este caso, con lo que respecta a la función logaritmo. En los programas de estudios por ejemplo, se proponen ejercicios similares.
P2	“Es un ejercicio de mayor complejidad”	
P3	“No presenta respuesta”.	
P4	“No presenta respuesta”.	
P5	“Como cada uno es un entero, y el resultado es un entero, el gráfico es sobre la recta numérica. Creo que no es tan necesario, a menos que queramos reafirmar que el logaritmo tiene solución real”. (ver anexo, profesor 5)	
P6	“En primer lugar debo haber visto la función logaritmo y sus variaciones, con los cambios de base, luego	

	intentar sumar 2 funciones logaritmo usando este mismo programa. Usar la misma función evaluada en los puntos vistos”	
P7	“Los alumnos de nuestro establecimiento los resuelven de manera numérica, por lo explicado anteriormente en relación al tiempo, puesto que no se trabaja con gráficos de logaritmo pero si el cálculo de ellos”	

En este ejercicio ocurrieron situaciones y comentarios demasiados variados, la gran mayoría de los encuestados no logró responder a la pregunta planteada, esto significa que no fueron capaces de encontrar una relación precisa entre la resolución numérica y su correspondiente dictamen gráfico. Por ejemplo, el primer docente (P1) ni siquiera se da la oportunidad de esbozar una respuesta a esta interrogante, este encuestado afirma que la resolución gráfica es una situación de mayor complejidad añadiendo que la gráfica contextualiza de mejor manera la situación, pero no es capaz de presentar un diseño de respuesta en donde la misma igualdad sea representada en un plano cartesiano.

El segundo docente encuestado (P2) sigue la misma línea del anterior educador, pero mucho más tajante es su respuesta puesto que simplemente afirma que es un ejercicio de mayor complejidad, pero ¿Para quién? ¿Para el estudiante o para el docente que responde esta pregunta?

Debemos mencionar que esta pregunta no va enfocada a cómo los estudiantes resuelven un ejercicio de esta estructura, sino que este cuestionamiento va enfocado con la clara intención de verificar si el docente maneja o no los diferentes cambios de registros de representación semiótica en la función logarítmica.

Lo presentado por el quinto profesor, es quien más se acerca a presentar una aproximación cercana a lo que nosotros solicitamos, este docente presenta un desarrollo en una recta numérica (ver anexo) representado el resultado de  $\log_3 3$  y le agrega tres unidades, pero es eso solamente.

No existe evidencia más que lo relatado anteriormente, más aún, el docente dice que no cree necesario realizar este tipo de análisis con los estudiantes lo que claramente se contradice con lo presentado por el programa de estudio que señala que este tipo de análisis amplía el dominio de las diferentes facetas de representación semiótica.

Estos tipos de respuestas, que señalan que el estudiante realiza este tipo de tratamiento de manera numérica, dan cuenta que los docentes miran el enfoque numérico de la función logaritmo, tal cual como lo refleja el séptimo encuestado quien dice que por culpa del factor tiempo no puede cambiar el enfoque numérico de lo trabajado en esta función. Así también, el decir que no es una práctica habitual, y no registrar evidencia dentro de esta pregunta, nos indica una lejanía de la representación gráfica de este contenido.

Para finalizar este extenso análisis, el sexto docente presenta falencias profundas en el dominio del contenido de la función logarítmica, señalando que lo sucedido es por un cambio de base, pero ¿Es verdaderamente un cambio de base lo que sucede?

Evidentemente acá es presentada una ecuación que se debe representar en un plano cartesiano, los valores que cambian no son precisamente la base, sino que su argumento. Por lo que ya desde este punto sí el docente enseña de esta manera los contenidos, se están los estudiantes formando alrededor de una mala concepción de la función logarítmica.

4B

<p><b>¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?</b></p>	<p>Respuesta del profesor encuestado</p>	<p>Propuesta de los programas de estudio.</p>
<p>P1</p>	<p>“No, el tratamiento abarca procesos elementales y directos. Se presentan otros ejes temáticos de mayor relevancia por lo que se prioriza en función</p>	<p>Es importante que los estudiantes diferencien los distintos tipos de crecimiento; en este caso, diferenciar el crecimiento lineal o aritmético del</p>

	a los requerimientos de las pruebas externas como PSU”.	geométrico. Más aún cuando, la contextualización en distintos registros son una solicitud por parte de los programas de estudios.
P2	“No presenta respuesta”.	
P3	“No presenta respuesta”.	
P4	“No presenta respuesta”.	
P5	“El último ejercicio $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ no lo veo gráficamente, porque son números enteros o reales y no creo que sea necesario, no veo la intención de graficarlos”.	
P6	“No lo realizo porque los alumnos tienen graves deficiencias en sus conocimientos previos y solo les enseño las variaciones y el comportamiento de las funciones en general pero de manera gráfica sin pasar por un análisis posterior”	
P7	“Si”	

Como podemos observar, este tipo de preguntas es muy necesario que los alumnos puedan observar al momento de ver la función logaritmo, ya que se aplica la relación entre su dominio y su recorrido, viendo que uno es una progresión geométrica, el cual corresponde al dominio de la función, y su recorrido, siendo una progresión aritmética.

Si bien, al resolver el ejercicio, se puede ver gráficamente y numéricamente la propiedad de la suma de logaritmos de igual base, convertirse en una multiplicación de sus argumentos, lo cual nos indica, en las respuestas de los docentes, que solo ven esta propiedad numéricamente, alejada de su registro gráfico, ya que todos los profesores, no presentan respuestas o contestan que no realizan este procedimiento con los alumnos, este juicio de valor indicado anteriormente está apoyado y fundamentado por lo que se propone en el programa de estudio del MINEDUC, el cual

indica que el docente debe ser capaz de lograr en el estudiante la competencia de poder moverse entre los distintos sistemas de representación semiótica, en este caso sería el trasladar de un sistema numérico a uno gráfico y señalar posteriormente la relación existente. Pero uno de los docentes contesta que si realiza este tipo de análisis con los estudiantes, pero presenta una contradicción enorme, ya que al momento de hacer que realice el ejercicio, no lo realiza y afirma no ver el registro gráfico con los estudiantes, solo el numérico. Esto se evidencia en la pregunta anterior.

Pregunta 5

<p><b>Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis. A partir de lo expuesto. ¿De qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?</b></p>	<p>Respuesta del profesor encuestado</p>	<p>Propuesta de los programas de estudio.</p>
<p>P1</p>	<p>“En la medida que se diversifica las formas de presentar el concepto se amplía el grado de internalizarlo efectivamente”.</p>	<p>Los programas de estudio muestran un mayor enfoque a la utilización del grafico como herramienta de aprehensión, para representar el crecimiento</p>

P2	“No presenta respuesta”	de este tipo de funciones. Haciendo uso, además, de la tecnología, llámese calculadoras científicas, graficadoras o programas computacionales. También indican, que para darle mayor importancia, acuden a su origen, vinculándolo con que su creación fue pertinente para el desarrollo de la cultura humana, en este caso mencionando que los logaritmos se crean en función de una necesidad matemática, con el objeto de mejorar la aritmética, por sus destacada propiedades que facilitaron el cálculo, siendo un cambio importante en adelantos del siglo XVII en navegación y mecánica celeste.
P3	“No presenta respuesta”	
P4	“No presenta respuesta”	
P5	“Creo que al mostrar a los alumnos distintas representaciones, algebraica y gráfica, de la función logarítmica da la opción de que más alumnos entiendan el comportamiento del logaritmo, que con ayuda de software puedan investigar la función, si sube, baja, se mueve a la izquierda o derecha, etc. Creo que es muy importante abrir todas las ventanas para que los alumnos aprendan”.	
P6	“Con los problemas de la vida real en números inconmensurables”	
P7	“Toda enseñanza en las matemáticas no tiene solo una forma de abordar y resolver, es por ello que los logaritmos tienen más de un camino de solución como por ejemplo el visual y deductivo de los gráficos o el de cálculos vistos en ejercicios”	

Si bien, no todos los entrevistados contestan la pregunta, pero podemos realizar un análisis con la evidencia expuesta por lo docentes, ya que especialmente en este ítem no existen respuestas buenas o malas.

Por otro lado, tanto el Profesor 5, 6 y 7 (P5,P6 y P7) abordan su opinión en base de que los estudiantes deben tener conocimiento de diferentes registros, comprendiendo lo que queremos proyectar con el contexto de la pregunta, indicando lo que Duval presenta. En donde él le da sentido a las diferentes representaciones, que *corresponden a signos que se unen al objeto matemático*. Por lo tanto, los profesores dirigen sus opiniones hacia lo que Duval desarrolla, relacionándolo con la enseñanza de los logaritmos.

Asimismo, uno de los docentes cita lo siguiente “Creo que es muy importante abrir todas las ventanas para que los alumnos aprendan”, lo que nos indica que existe una conciencia real sobre el uso de estas variadas representaciones, que el docente reconoce que hay importancia en que los estudiantes aprendan de diferentes maneras, utilizando calculadoras, calculadoras graficadoras o algún programa computacional. Sin embargo, a pesar de existir una estrecha relación entre la opinión de los profesores y la idea de Duval, no hay evidencia de la importancia que puede tener el registro histórico de la función logaritmo, que no existe entre las respuestas, una arista que indique la importancia del origen que tienen los logaritmos, aquella que es otra representación de este contenido, que señala que su construcción se basó en satisfacer necesidades y que de alguna u otra manera, repercutieron en adelantos del siglo XVII.



## CONCLUSIONES

Luego de transitar dentro de cada instancia de esta investigación, en donde lo presentado por los docentes en el instrumento de recolección de información, fue analizado, de tal manera que se llevó a cabo un contraste con lo que el Programa de Estudio chileno propone, y en conjunto además con las teorías presentadas en nuestro marco teórico, es momento de reflexionar y concluir de acuerdo a lo que en un comienzo nos planteamos como grupo investigativo, siendo nuestra intención el responder a las preguntas propuestas en un principio, y siguiendo los objetivos.

Para evidenciar si existía conocimiento sobre el contenido matemático de la función logaritmo, nos basaremos en las preguntas 3 y 4, ya que el objetivo de estas, era conocer los saberes que dominan sobre el tema. Pudimos observar que el conocimiento que ellos tienen, considera en su gran mayoría lo algebraico de los logaritmos, alejándose a la relación de lo que respecta a la forma gráfica de esta. De hecho, al enfocarnos en la pregunta 3, que habla de traslaciones de una función logarítmica, si bien la mayoría de las respuestas son equívocas de acuerdo a lo que se les pide, muestran conocimiento de la generalidad de trasladar una función, se conoce y entiende que hay un estudio detrás sobre propiedades que ayudan a los cambios en la gráfica, ya que los docentes muestran una propuesta, la cual al desarrollarla, se logra hacer una traslación en la gráfica de la función, pero incorrecto a lo que se les pide. Así, y contrastándolo con lo propuesto en el marco teórico, mostrado por el Programa de estudio chileno y por la Teoría de Duval, es necesario que el docente pueda pasar entre los distintos registros de representación de la función, para de esta forma ser transmitido al estudiantado correctamente.

Asimismo, en la pregunta 4, que habla de mostrar la siguiente igualdad  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$  de manera gráfica, relacionando lo numérico con una representación gráfica, no hubo éxito alguno en este planteamiento, la primera parte de la pregunta apuntaba a mostrar la manera gráfica en que se puede desarrollar esta interrogante, para luego el lograr relacionar que lo obtenido con aquel desarrollo, conlleva a una correspondencia entre el dominio y el recorrido de esta función. Sin embargo, por lo que se evidencia, parte del profesorado argumenta que es de mayor complejidad, por lo que no lo realizan en el aula; por otro lado, otro testimonio habla de supuestos que no tienen relación con lo que realmente se desarrolla en este tipo de preguntas, así también se argumenta que en la escuela se enseña de manera numérica, y que los estudiantes dominan el aspecto mecánico de este tipo de ejercicios. Lo que nos acerca poco a poco a dar respuesta a la problemática que nos convoca, ya que verificamos de cierta forma uno de nuestros objetivos específicos, que habla de verificar el saber

matemático que ellos poseen del tema en sí. Y más aún, nos acercamos al tema de construcción que trata nuestra investigación, que así como lo mencionamos en nuestra problemática, poder reflexionar si los docentes son capaces de realizar una construcción de esta función, refiriéndonos que de acuerdo a lo emitido en ambas interrogantes mencionadas, los profesionales de la educación se alejan del tema epistemológico que tiene la función logaritmo. Más aun observando respuestas como:” no lo veo gráficamente, porque son números enteros o reales y no creo que sea necesario, no veo la intención de graficarlos” ( P5); “No lo realizo porque los alumnos tienen graves deficiencias en sus conocimientos previos y solo les enseño las variaciones y el comportamiento de las funciones en general pero de manera gráfica sin pasar por un análisis posterior”(P6).

Además en esta investigación, quisimos identificar la relación existente entre lo que estos profesores realizan en su práctica frente a la propuesta del programa de estudio al momento de enfrentarse al contenido de función logaritmo, según esto, nos pudimos dar cuenta que los docentes sí están al tanto de la propuesta del Ministerio de Educación chileno y la consideran frente a sus prácticas, pero sólo ligándose a una parte de él. Aquel ámbito, de acuerdo a lo que ellos presentan en sus evidencias, son las actividades propuestas en el programa de estudio, aquellas que lideran dentro de lo más observado por los profesores, dejando de lado en la mayor parte de los casos, el Objetivo Fundamental del contenido, que es en realidad lo que más importancia se le debe asignar, puesto que es a lo que se pretende llegar junto con el estudiante. Sin embargo, no es menor señalar que todos los docentes, al utilizar las actividades del programa, nos demuestran que si revisan el programa de estudio, lo que refiere a conductas preocupadas de profesores que están a disposición de enseñar. No obstante, es interesante saber que el programa de estudio es más que actividades para lograr “aprendizaje” entre los estudiantes, es necesario saber lo que se pretende con el contenido, para que el mismo alumno sepa el porqué de lo aprende,

Lo que respecta al saber matemático que los profesores dominan, en relación a la función logarítmica, se observa que el conocimiento de la función como tal, es poco trabajada. Aspectos en donde se reconoce este saber menor, es en el caso de las preguntas que se enfocaban en dar una respuesta que fuese centrándose en la gráfica, por ejemplo en aquella que habla de mostrar las traslaciones que tiene una función a partir de  $f(x) = \log(x)$ , en donde no hubo registros que no fuesen algebraicos, así también aquella pregunta que indicaba el mostrar cierta igualdad logarítmica en otro tipo de representación, con el objeto de mostrar otra forma de enseñar que no fuese con la utilización de logaritmos, más bien con la relación que existe en la progresión aritmética y geométrica. Pues bien, todo esto nos lleva a decir que los profesores utilizan poca diversidad de variaciones en su presentación del contenido, que la

representación geométrica de la función logaritmo no es mayormente utilizada por ellos, de acuerdo a las condiciones en las que se encuentren. Ahora bien, si continuamos con el enfoque representativo del contenido, y llevándolo a lo que el estudiante está adquiriendo, de acuerdo a lo que el profesor le presenta, podemos decir que siguiendo la idea de Duval en su teoría de Semiosis y noesis, el estudiante no será capaz de lograr apropiarse de este contenido. Que si de alguna u otra forma, la concepción geométrica que los docentes tengan de la función logaritmo, ampliarían el horizonte del alumno a la hora de aprender, ya que mientras haya una mayor cantidad de representaciones sobre cierta información, mayor será la manera en que se adhiera al conocimiento del estudiantado, dándole significancia a esto por medio de lo que ya hemos definido en nuestra investigación como Noesis. Así también, podemos decir que no hay duda que las evidencias presentadas por este grupo de docentes, nos dan la información necesaria para dar respuesta a lo que como grupo investigativo nos hemos planteado, así es como podemos responder a otra interrogante ¿Por qué los docentes no realizan todo lo propuesto en el programa de estudio con respecto a la construcción de la función logarítmica?

Según lo contestado por ellos mismos en toda la entrevista, se logra afirmar que los docentes sí dominan el aspecto numérico de la función logarítmica, pero lo que respecta netamente al análisis de esta noción y los otros tipos de representación que se pueden utilizar para su enseñanza, aparecen ahí docentes que no son capaces de plasmar sus conocimientos en dicha entrevista.

Sí este análisis, que es mencionado en el párrafo anterior, lo contrastamos con la prueba de medición nacional PSU, nos encontraremos que los aspectos evaluados son exclusivamente del ámbito numérico y no cercano a un análisis gráfico, por lo que surge una concordancia con lo contestado en las entrevistas hechas a los profesores, los cuales mencionan el factor P.S.U. como una causal de realizar la enseñanza de la función, mucho más cercana a la operatoria numérica que al análisis gráfico mismo del contenido.

Otro aspecto que es mencionado en reiterados momentos por los docentes en las entrevistas realizadas, es el factor tiempo. Esto es argumentado a través de la gran cantidad de contenidos que se deben revisar en tan solo una unidad, lo que hace (según los profesores) que no se pueda realizar el tipo de tratamiento que es planteado en esta entrevista, o sea, los docentes afirman que el análisis del traspaso de registros en las representaciones matemáticas no es posible en gran parte por causa del tiempo.

Para ir cerrando este trabajo de investigación, en donde ya se han observado los diferentes focos de análisis, llámese currícula nacional y las distintas teorías presentadas, llevaremos a cabo la respuesta a las interrogantes que nos llevó a realizar esta investigación. Respecto a la primera pregunta **¿Qué saberes dominan los docentes sobre la función logarítmica?** Podemos decir que los profesores tienen los saberes matemáticos, reconocemos que hay un conocimiento numérico, algebraico y gráfico. Sin embargo, y respondiendo a la segunda pregunta que surgió **¿El profesor es capaz de construir la función logarítmica en la escuela?**, los docentes independiente de ese conocimiento que dominan, no logran trasladar de un registro a otro, impidiendo que haya una construcción del saber matemático, presentando de manera aislada cada uno de ellos. Surgiendo una contradicción frente a lo que los programas de estudio proponen. Y además, contrastándolo con lo que la Doctora Marcela Ferrari nos presenta en su investigación, podemos decir que se reafirma lo que en el programa de estudio se propone, construyéndole el conocimiento, no dándole un ámbito numérico, sino que entregándole información sobre la historia de éste, para luego ver su representación gráfica, y transversalmente contextualizado a través de diferentes problemáticas, en los que se observe el comportamiento de la función logarítmica.

Ahora bien, el aporte que entrega esta investigación apunta a la idea de que la posible realidad a la que nos quisimos acercar, habla de que el tratamiento gráfico de la función logaritmo no se contempla en lo que los profesores realizan a la hora de enfrentar este contenido. Por el contrario, le dan un sentido numérico, no considerando lo que el programa de estudio propone, quien realiza una clara construcción de este. Esta investigación nos deja como pensamiento, de acuerdo a lo que Duval presenta, la importancia de las diferentes representaciones en las que se puede tratar cierto tema matemático, y más aun con la base teórica que nos presenta la doctora Marcela Ferrari en su trabajo, quien afirma que se puede realizar una construcción de la función logaritmo. Con todo esto, es que nuestra investigación toma sentido e importancia, puesto que la muestra seleccionada refleja lo que nosotros como futuros docentes, no debemos realizar. Que debemos considerar dicha epistemología, ya sea la que el ministerio de educación chilena propone, o con base de otras teorías estudiadas, para así llevarlas a nuestro ejercicio profesional, el que nos proporcionara, una mayor significancia del contenido, que el tomar cierto tema y desarrollarlo de tal manera que se puedan observar sus diferentes representaciones y lograr ligarlas en un contexto determinado.

Así también, dejamos abierta la idea de seguir indagando sobre ese tema, por ejemplo aumentando la muestra, realizando este tipo de análisis en otras funciones, con el objeto de observar el tratamiento que los profesores hacen de ellas y verificar

si se realiza una construcción del tema. Además, el poder desarrollar a partir de este trabajo una ingeniería didáctica para la enseñanza socio epistemológica de la función logarítmica, basándose en la información que los docentes entregan, y de esa forma proponer otras estrategias frente a la función logaritmo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Matemática, Programa de estudio, 4° medio, Ministerio de educación, Republica de Chile, Segunda Edición, 2004.
- R. Duval, 1995, Semiosis y Pensamiento humano, Peter Lang S.A Editions scientifiques européennes, 1995, Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, GEM, Traducción: Myriam Vega Restrepo, 1999, primera edición 1999.
- Apuntes de Historia de las Matemáticas, Vol.2, N° 2, Mayo 2003- Historia de los logaritmos – M.O. Francisco Javier Tapia Moreno.
- Una visión Socioepistemológico. Estudio de la función Logaritmo, Centro de Investigación y de estudio avanzados del Instituto Politécnico Nacional- Departamento de Matemática Educativa- Dra. Rosa María Farfán Márquez- Mayo 2001- México D.F.
- Un Estudio Socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos- Marcela Ferrari, Rosa María Farfán.
- Texto del estudiante, cuarto año media, Año 2011, Edición especial para el ministerio de educación.
- Metodología de investigación, Cuarta edición, Roberto Hernández Sampieri, Carlos Fernández, Collado, Pilar Baptista Lucio, Abril 2006.

## ANEXOS

### Profesor 1

#### Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

Cuarto Medio

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

- Actividades genéricas
- Sugerecias Metodológicas
- Evoluciones

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Algunas se constituyen en forme pertinentes. Otras no producen el efecto necesario para aplicarle y desarrollarlas.

**Pregunta 2**

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

En los textos no se presenta una graduación y consecución de ejemplos o actividades y suponen aprendizajes ya internalizados por el estudiante

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

La relación es de tipo referencial en virtud a las singularidades de los estudiantes con los cuales trabajo, es necesario reforzar contenidos y aprendizajes previos, retrospectivamente y en el desarrollo graduar y otorgar secuencia de complejidad para alcanzar los aprendizajes esperados que muchas veces dista de los niveles de profundidad que los retos planteados promueven.

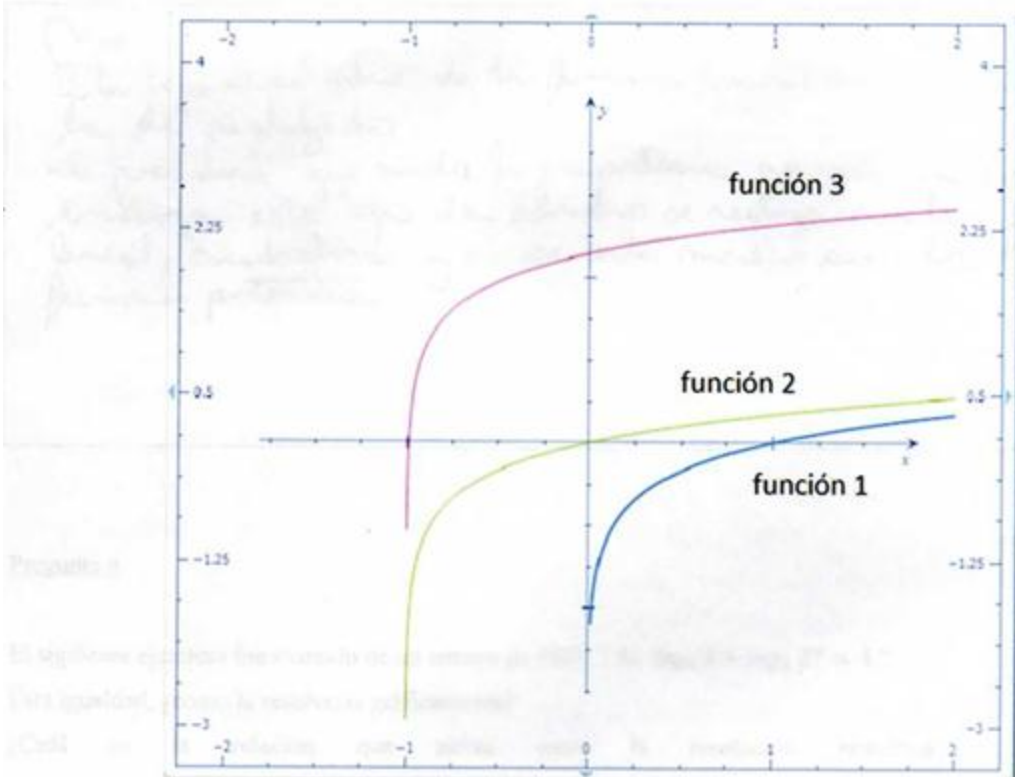
c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

Básicamente se constituye en la presentación de ejemplos genéricos y su desarrollo en forma colectiva estimulando la participación a través de preguntas dirigidas. Posteriormente se propone de guías estructuradas con ejercicios secuenciados y graduados en su nivel de complejidad. A través del monitoreo se retrospectivamente y retroalimenta.



**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercer representación (función 3)?



$f(x) = \log(x)$   
 $f(x) = \log(ax)$   
 $f(x) = \log(ax + b)$

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

No.  
Este tipo de estudio de la función logarítmica nunca lo he realizado.  
La verdad que nada lo impediría ya que en forma análoga este tipo de estudio se realiza con la función lineal, cuadrática y en cuarto medio con la función potencia.

**Pregunta 4**

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

La resolución gráfica de este tipo de ejercicios no es una práctica habitual.  
La resolución gráfica contextualiza de mayor grado el ejercicio.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

No.  
El tratamiento abarca procesos elementales o directos.  
Se presentan otros ejes temáticos de mayor relevancia por lo que se prioriza en función de los requerimientos de los pruebas externas como PSU.

**Pregunta 5**

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

En la medida que se diversifica las formas de presentar el concepto se amplía el grado de internalizarlo efectivamente.

Profesor 2

Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Pregunta 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

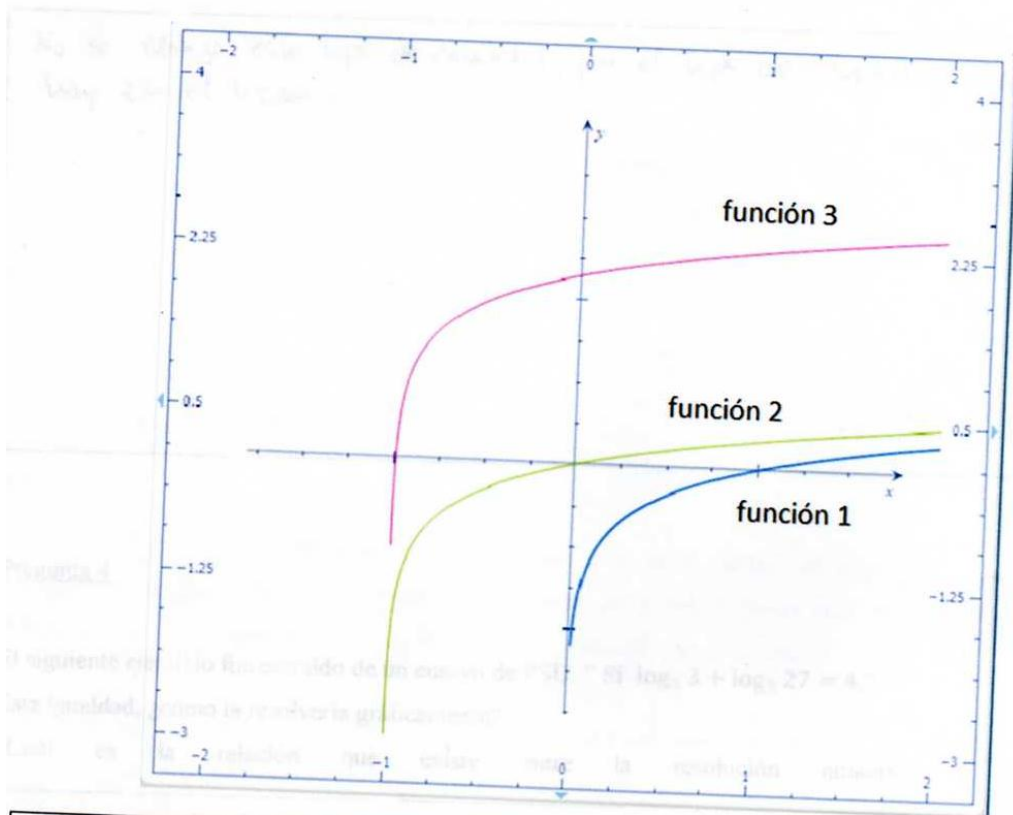
b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

representación (función 1)?

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar a la tercera representación (función 3)?



$f(x) = \log(x) \rightarrow A30$   
 $f(x) = \log(ex) \rightarrow \text{verde}$   
 $f(x) = \log(2x+b) \rightarrow \text{Rojo}$

NOVIEMBRE 2011  
b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

No se realiza este tipo de análisis, por el tipo de alumnos que hay en el liceo.

**Pregunta 4**

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

Es un ejercicio de mayor complejidad.

NOVIEMBRE 2011  
b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

[Empty response box]

**Pregunta 5**

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

[Empty response box]

### Profesor 3

#### Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

Si en 4º Medio

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

- En las sugerencias metodológicas y actividades  
- Tipo de evaluaciones en el plan y programa, o  
- Las bien sugerencias de preguntas a resolver

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Algunas muy buenas para aplicar, otras poco atractivas

#### Pregunta 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

Las actividades de los textos no van en progresión en los planes y programas si lo hacen

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

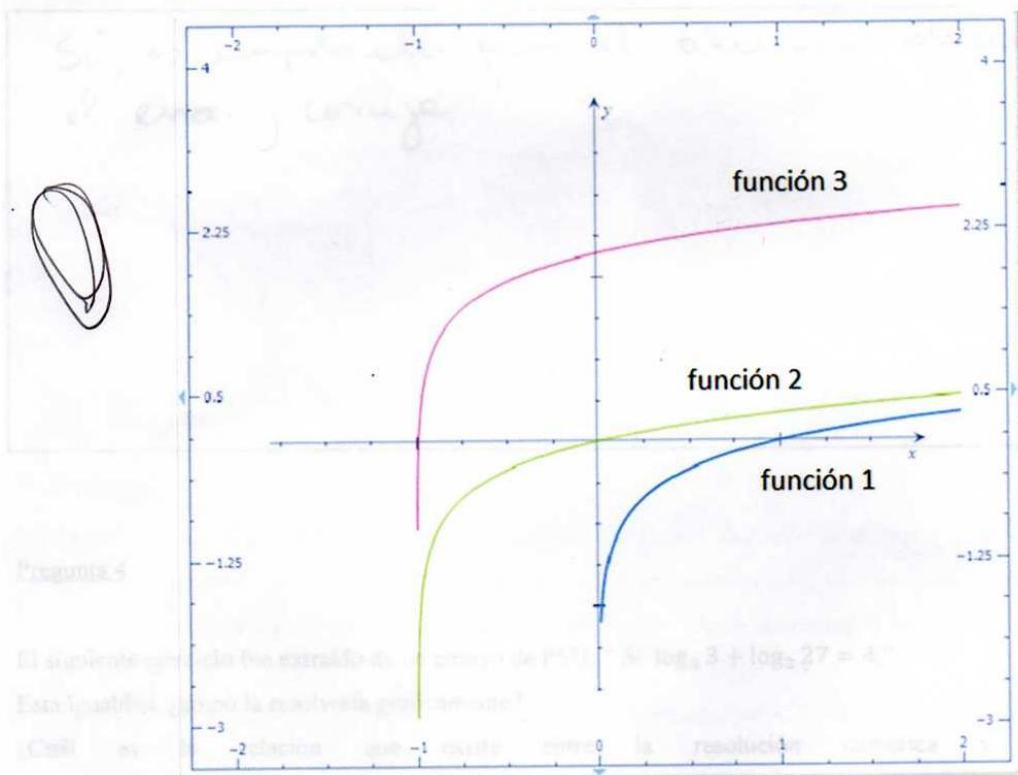
Se utiliza referencial y apoyo, adecuando a la realidad de los alumnos y necesidades

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Describala.

representación (función 3)

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercera representación (función 3)?



so se redujo, solo una vez. y fue muy difícil por lo demás

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

Si, es importante que el alumno observe el error y corrija

#### Pregunta 4

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

#### Pregunta 5

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?



## Profesor 4

### Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

Si, en los curso de Álgebra e Introducción al Cálculo en forma algebraica y en los curso de Cálculo como aplicación del Teorema Fundamental del Cálculo.

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

En que en general como se ve en forma algebraica las propiedades se dan por sabidas y rara vez se demuestran.

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

En los cursos en que yo los aplico están bien pensadas las actividades.

### Pregunta 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

Me imagino que se refiere a Enseñanza Media y ahí yo no lo aplico.

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

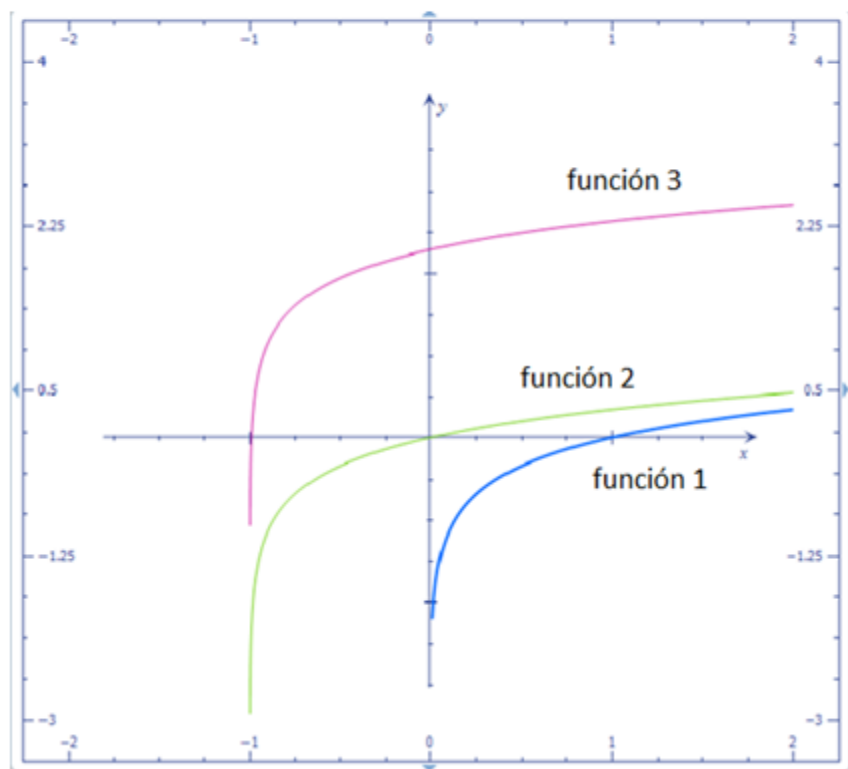
Lo mismo que en a).

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Describala.

Lo mismo que en a).

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercera representación (función 3)?



b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

**Pregunta 4**

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: "Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

**Pregunta 5**

*Según Dujal para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.*

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

## Profesor 5

### Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

Si, en IV° Medio.

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

- En Objetivos Fundamentales, aprendizajes esperados y contenidos mínimos obligatorios.

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Creo que abarca todo el concepto de función logarítmica, la llevan a una situación real, analizan su gráfico y el comportamiento que pueden tener al cambiar algunos coeficientes, propiedades, ecuaciones, etc.

### Pregunta 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

En general, el texto de Matemática Ed. Santillana, tiene bastante relación con lo pedido en el programa, en ambos aparece el análisis de los gráficos, comportamiento de las funciones, etc.  
Lo único que podría ser distinto que el programa tiene varios ejemplos de situaciones reales o más concretas que el texto Santillana.

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

Trato de abarcar lo más posible todo lo exigido por el programa. El análisis de la función es posible por ~~la~~ sala enlace y el laboratorio móvil utilizando "Graphmatica".

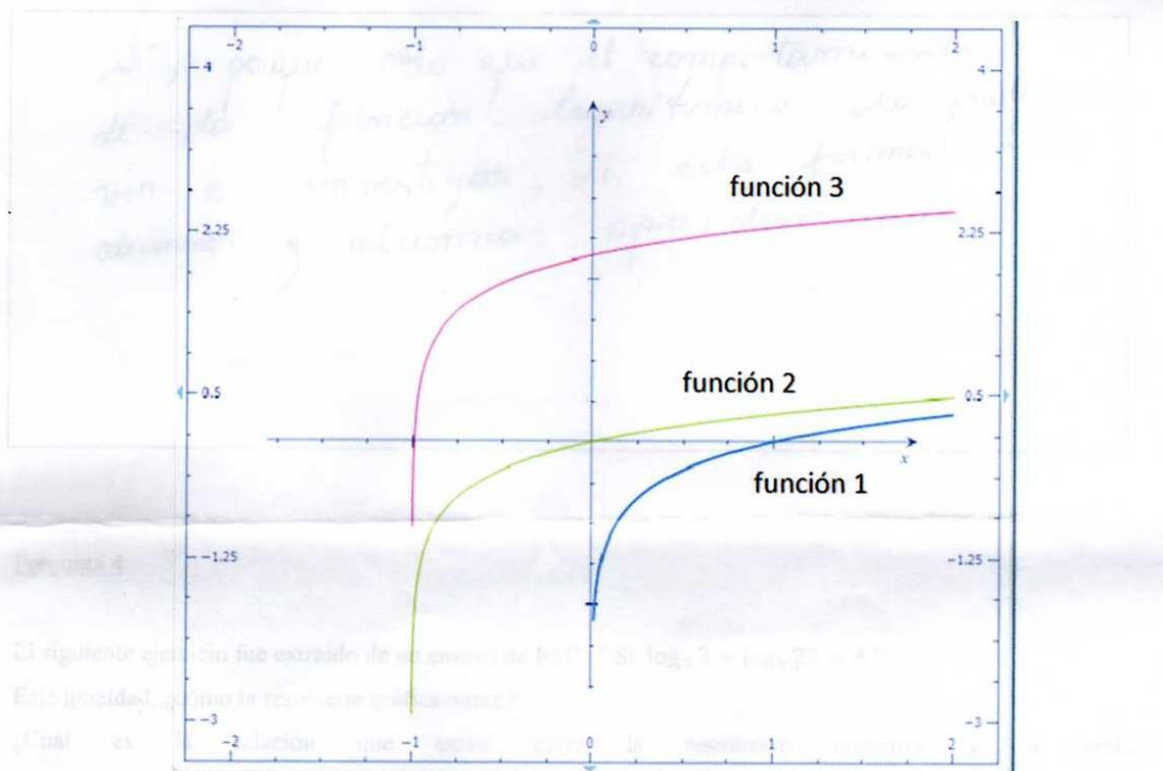
Creo que lo que más cuesta es llevar a los alumnos a situaciones reales y que hagan un análisis de éstas, por lo tanto no profundizo mucho y me dedico a lo que entra en el P50 de logaritmo (propiedades, ecuación, etc)

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

Como epistemología, creo que el aprender haciendo, trato de que mis alumnos investiguen y construyan, que sepan de donde salen las cosas, que pregunten mucho.

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar la tercera representación (función 3)?



De función 1 a función 3.  
 $f_1(x) = \log_a x \rightarrow f_2(x) = \log_a(x+4) \rightarrow f_3(x) = \log_a(x+4) + 4,5$   
 La función 1 se corre a la izquierda 4 espacios  
 y 4,5 espacios hacia arriba.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

Si, porque creo que el comportamiento de la función logarítmica lo podemos ver e investigar, de esta forma los alumnos y alumnas aprenden más.

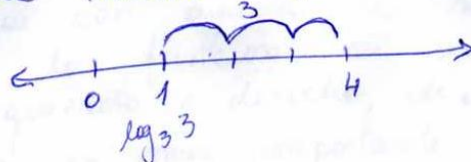
#### Pregunta 4

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_3 3 + \log_3 27 = 4$ ,

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

Como cada uno es un entero, y el resultado es un entero, el gráfico es sobre la recta numérica.



$$\log_3 27 = 3$$

Creo que no es tan necesario, a menos que queramos reafirmar que el logaritmo tiene solución real.

### Pregunta 5

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

Ortega y Gasset, Pedagogía de la investigación — [consultar en línea](#) — [ver más preguntas](#)

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

Creo que al mostrar a los alumnos distintas representaciones, algebraica y gráfica, de la función logarítmica da la opción de que más alumnos entiendan el comportamiento del logaritmo, que con ayuda de software puedan investigar la función, si sube, baja, se mueve a la izquierda o derecha, etc.

Creo que es muy importante abrir todas las ventanas para que los alumnos aprendan.



Profesor 6

Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

Si, en 4° medio

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

En que contenidos y que aspectos hay que considerar para ver la unidad de logaritmos

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

Algunas son bastante interesantes pero no acordes al tipo de alumnos ni a su nivel de conocimientos

Pregunta 2

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

En algunos contenidos, hay bastante semejanza, pero en otros los textos no presentan una forma clara o didáctica a nivel de este tipo de alumnos.

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

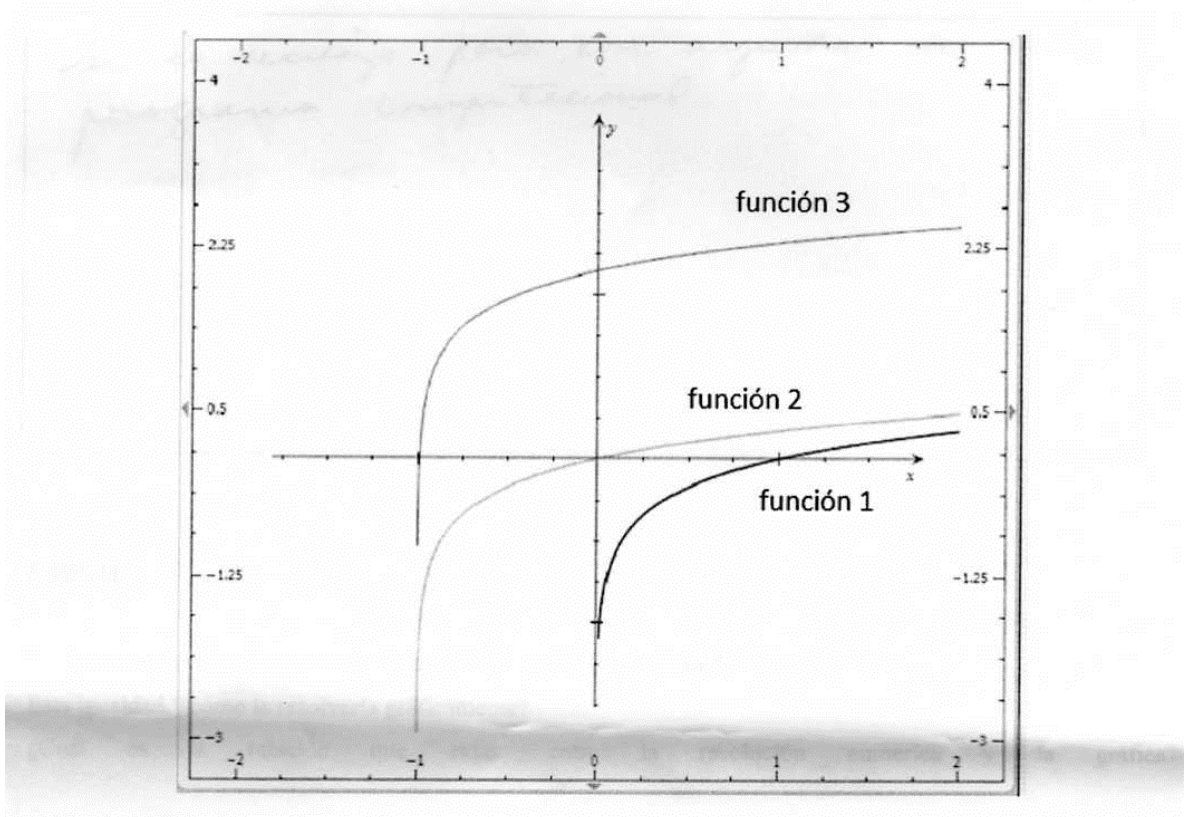
En los contenidos que aparecen en el programa diría que el 40% no se trabaja realmente en el aula por la deficiencia que existe en los alumnos en relación a los contenidos previos

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

~~No~~ uso la de los textos de estudio sino que las propias, con actividades visuales y desarrollo de habilidades

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar a la tercera representación (función 3)?



Se aplicó un cambio de base

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

Si lo realizo pero con ayuda de un programa computacional.

#### Pregunta 4

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_2 3 + \log_2 27 = 4$ ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

En 1er lugar debo haber visto la función logaritmo y sus variaciones con los cambios de base., luego intentar sumar 2 funciones logarítmicas usando este mismo programa (~~con la misma base~~).  
Usar la misma función evaluada en los puntos vistos.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué lo impide?

no lo realizo porque los alumnos tienen graves deficiencias en sus conocimientos previos y solo les enseño las variaciones y el comportamiento de las funciones en general pero de manera gráfica sin pasar por un análisis posterior

#### Pregunta 5

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

Con los problemas de la vida real en números irracionales.

Profesor 7

Pregunta 1

a) ¿Usted enseña función logarítmica, y en qué curso?

SI EN CUANTO MEDIO

b) Cuando revisa los programas de estudio para la enseñanza de la función logaritmo, ¿en qué se fija?

EN LAS APLICACIONES PRACTICAS DE LA FUNCION

c) ¿Qué opinión tiene sobre las actividades que se presentan en el programa de estudio sobre la función logarítmica?

SON BASJANTE ACENTADAS PERO FACILAN EJEMPLOS DE APLICACIONES EN LA VIDA, APARECEN PERO SOLO ALCUNOS.

**Pregunta 2**

a) ¿Qué semejanzas cree usted que existen entre lo que presenta los programas de estudio y los textos escolares, sobre la unidad de funciones logarítmicas, potencia y exponencial?

DIFIEREN UN POCO EN LOS EJEMPLOS Y APLICACIONES,  
EL LOS PROGRAMAS APARECE MAS ESENCIAS QUE APLICACION

b) De acuerdo a lo que el programa de estudio propone, ¿Qué relación existe entre éste y lo que usted trabaja en el aula?

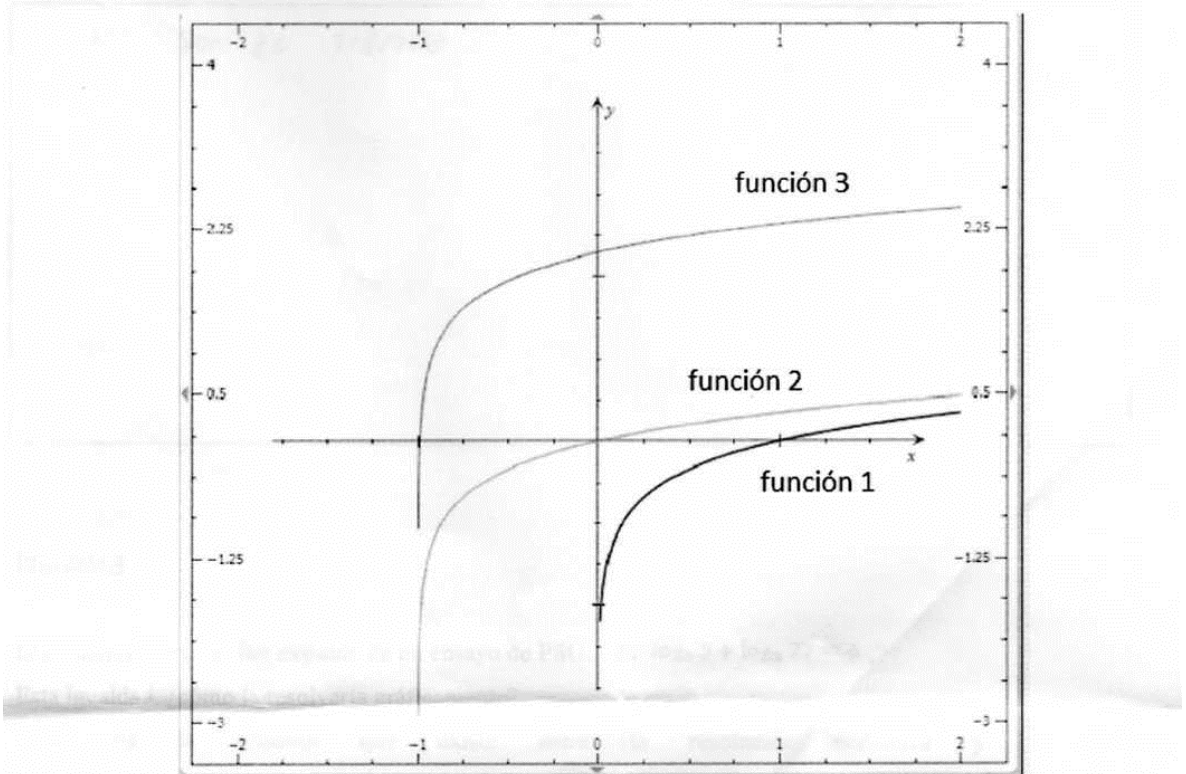
TIENEN RELACION CON LA METODOLOGIA USADA, PERO  
EN RELACION A MI TRABAJO, NO SE LE DA TANTA  
PRIORIDAD A LO QUE SON LAS FUNCIONES LOGARITMICAS,  
MAS A LA FUNCION POTENCIA, PUESTO QUE SOLO  
TIENEN 3 HAS SEMANALES DE MATEMATICA EN  
NUESTRO LICEO Y ES DIFICIL ABRANDAR LOS CONTENIDOS  
EN PROFUNDIDAD.

c) Entendiendo que la epistemología es la construcción del conocimiento. ¿Utiliza alguna epistemología, ya sea la presentada en los textos de estudio, en el programa de estudio o alguna propia? Descríbala.

Epistemología (función 3/3)

**Pregunta 3**

a) ¿Qué traslación se aplicó a la gráfica de la función  $f(x) = \log_a x$  (función 1) para llegar a la tercera representación (función 3)?



b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

NO POR EL TIEMPO.

**Pregunta 4**

El siguiente ejercicio fue extraído de un ensayo de PSU: " Si  $\log_2 3 + \log_2 27 = 4$  ,"

Esta igualdad, ¿cómo la resolvería gráficamente?

¿Cuál es la relación que existe entre la resolución numérica y la gráfica?

LOS ALUMNOS DE NUESTRO ESTABLECIMIENTO LOS RESUELVEN DE MANERA NUMÉRICA, POR LO EXPLICADO ANTERIORMENTE EN RELACION AL TIEMPO, PUESTO QUE NO SE TRABAJA CON GRAFICOS DE LOGARITMO PERO SI AL CALCULO DE ELLOS.

b) ¿Realiza este tipo de análisis con los estudiantes en la escuela?, ¿Por qué? Y si su respuesta fuese negativa ¿qué se lo impide?

Si

**Pregunta 5**

Según Duval para adquirir un conocimiento matemático se debe disponer de distintas representaciones que corresponden a signos que se unen al objeto matemático, definiendo lo que es una representación semiótica. En donde, el proceso cognitivo de darle significancia al signo utilizado, se denomina Noesis.

A partir de lo expuesto, ¿de qué forma se contextualiza con la enseñanza de los logaritmos?

TODA ENSEÑANZA EN LAS MATEMATICAS NO TIENE SOLO UNA FORMA DE ABORDAR Y RESOLVER, ES POR ELLO QUE LOS LOGARITMOS TIENEN MAS DE UN CAMINO DE SOLUCION COMO POR EJEMPLO EL VISUAL Y DEDUCTIVO DE LOS GRAFICOS O EL DE CALCULOS VISTO EN EJERCICIOS