UNIVERSIDAD CATOLICA SILVA HENRIQUEZ

Departamento de Educación Matemática
Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias

UNA SECUENCIA DE ENSEÑANZA DE LA VARIACIÓN DESDE LA MODELACIÓN

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES
CERDA DIAZ, CARMEN SYLVIA
ESPINOZA ASTUDILLO, JOSE MIGUEL
HUECHACONA TOLOSA, MIGUEL ANGEL

PROFESORA GUÍA
DRA. LEONORA DIAZ MORENO

SANTIAGO, CHILE
2012

DEDICATORIA

A nuestros padres

A nuestros hermanos y hermanas.

A nuestros hijos

Los grandes pilares que nos mantienen vivo y que nos incentivan a cada momento.

Y queremos agradecer también a nuestra profesora Guía Dr. Leonora Díaz Moreno por su ayuda en esta experiencia como también a nuestros Profesores examinadores Jorge Ávila e Iván Castros.

AGRADECIMIENTO

En este pequeño espacio, pero con una gran significancia para mí, tengo la oportunidad de agradecer de forma pública a todas las personas que de una forma u otra son parte de mi vida y por ende de este proyecto. Quiero partir agradeciendo a Dios por darme una vida llena de bendiciones y alegrías, por permitirme ser parte de una hermosa familia, por haberme protegido, ayudarme en los estudios y por darme las fuerzas para levantarme día a día.

Quiero agradecer de forma muy especial a mi amado esposo "Luis Arturo Frías Nieto", por todo el apoyo infinito que me entregó en el momento de comenzar este proceso, por estar conmigo en aquellos momentos en que el estudio ocupo mi tiempo y esfuerzo, por la paciencia cuando tenía que estudiar, por contenerme en momentos adversos, por ser un gran apoyo y especialmente por todo el amor que me ha entregado siempre. Te veo.

Quiero agradecer de forma especial a mis hijos Vicente, Benjamín y Elías, por toda su comprensión, porque muchas veces tuvieron que soportar largas horas sin la compañía de su mamá, tratando de entender a su corta edad lo importante que era esto para mí. Aun así aprovechamos cada hermoso momento en los que una sola sonrisa me llenaba de ánimo y fuerzas. Son mi razón de vivir y los amo mucho.

Quiero agradecer a mi papá, Enrique Cerda Carvallo, a mi mamá, Bernarda Díaz Romero por darme la vida, apoyarme en todo momento, cuidar mi tesoro más preciado que son mis hijos y por todo su amor y apoyo incondicional en momentos difíciles, les amo mucho y gracias infinitamente.

Quiero agradecer también a mis hermanos y hermanas, Manuel, Jacqueline, Rolando, Ricardo y Rosa y a sus respectivas familias, por su apoyo y participación, directa e indirectamente, de mi formación. Sin ustedes esto tampoco habría sido posible. No puedo dejar pasar esta oportunidad sin decirles que les amo y agradecerles todo su apoyo.

Quiero agradecer también a mis hijos putativos de la universidad "Evelyn Elizabeth Reyes González." y "Luis Humberto Lira Ferrada" por su apoyo, por estar ahí conmigo en todo momento y darnos las fuerzas mutuamente en todos los momentos difíciles que tuvimos que enfrentar en todo este proceso.

A mis compañeros de tesis Miguel y José, por su apoyo, comprensión y amistad en todo momento, sobre todo en este último paso de nuestro proceso. Suerte en todo.

Atte. Carmen Sylvia Cerda Díaz

AGRADECIMIENTO

En este espacio de agradecimiento tengo la oportunidad de dar las gracias a las personas que siempre que fueron participe que este largo proceso personal y profesional de mi vida.

Primero a Dios por todas las bendiciones y por dar fueras para seguir en este camino, sin decaer en tentaciones.

De una forma muy especial quiero agradecer a mi esposa y amiga Madelaine Quiñones, por todo su apoyo y amor para poder terminar este proceso, y por darme unos hijos tan lindos que hacen mi vida más alegre.

A mis hijos Darling y Gaspar, gracias a ellos tuve fueras para seguir adelante y la motivación para poder ser un profesional.

A mis padres Irene y Mario, por todo lo que me han dado en mi vida y su rotundo apoyo en todas mis acciones personales.

A mis hermanos, Paula, Francisca, Melany, Boris y Antonella, estuvieron conmigo en este largo proceso y agradezco su apoyo.

A mis Suegros Juan y Rosita, por su preocupación y estar presente en mi vida y la de mi familia.

A mis cuñados Marcelo y Viviana, por todos esos momentos de alegria que compartimos por hacer mi vida mas alegre.

A mis amigos Ricardo (Pachuco) y Esteban (Mimo), siempre están preocupados por todo, y su gran apoyo que dieron en esta etapa de mi vida.

Al Profesor Jorge Ávila Contreras, por su apoyo durante todos mis años de formación, por la confianza y, muy especialmente, por ser parte de éste proceso de seminario, dando las indicaciones pertinentes para el buen desarrollo de éste.

Atte José Miguel Espinoza Astudillo

AGRADECIMIENTO

En este momento en que termina mi proceso Universitario, me nace expresar algunos agradecimientos a personas que han estado en este periodo de alguna forma significativa para mí. Para comenzar, quiero dales las gracias a mis amigos que estuvieron incondicionalmente en mi proceso de formación como profesor de matemática ya que siempre creyeron en mí y al momento de verme sin energía, fueron los que me daban la fuerza por medio de su sentido del humor. ***Gracias David Retamal, Ignacio González y Dixon Gonzales Puga,***

A las personas que han ido apareciendo en mi vida ya que me han ayudado a subir el ánimo en los momentos en que me encontré débil, supieron dar el mejor consejo y luego hacerme aterrizar. ***Muchas Gracias Michel García Ponce, Roger Ortega Donoso, Gonzalo Erickson, Soledad Munizaga, Felipe García, Miliptza Ramos, Claudia Martiz, Andrés García y Cristian Órdenes.***

A los equipos de Voleibol que, en algún momento de mi proceso de desarrollo profesional, he participado ya que han comprendido las faltas de asistencia que tuve por momentos en que me demandaba demasiado tiempo el estudio de pruebas y trabajos. ***Gracias Equipo Yeumen y Equipo CGD.***

A las personas que pasaron por mi vida ya que, de alguna forma, me ayudaron a ser mejor persona, gracias.

A mi padre que creyó en mí, se sacrificó para que, con sudor y lagrimas, pudiera tener lo que necesité en algún momento de mi carrera, ***Gracia José Alejandro Huechacona Bustamante.***

A mi hermana que estuvo en el proceso más importante de mi vida y me apoyo al 100 por ciento desde aquel momento y para toda la vida, ***Gracias Lissette Alejandra Huechacona Tolosa.***

A mis compañeros de tesis les quiero desear éxito en su vida profesional, gracias por todos los momentos agradables que me dieron y que aprendimos también de las situaciones difíciles pararnos. Éxito Carmen Cerda y José Miguel Espinoza

Y a mi madre, ***Delia Tolosa Rebolledo****, que estuvo desde el momento en que nací hasta ahora ayudándome en lo que necesité.* ***Gracias por todos esos esfuerzos y cariños que me diste mamá, no te imaginas cuanto te amo.***

Atte. Miguel Ángel Huechacona Tolosa.

RESUMEN

En este trabajo de investigación se aplicó una secuencia de enseñanza que privilegia la actividad de modelación a fin de recopilar información para el estudio de la variación lineal por medio de actividades de numerización, graficación y algebrización, determinando elementos que potencien la secuencia aplicada.

La investigación toma como evidencia los resultados publicados en los últimos estudios acerca del poco conocimiento que tienen los estudiantes sobre pensamiento variacional. Para ello se contó con el segundo Estudio Regional de Evaluación de la Calidad Educativa de la OREALC/UNESCO(2006).

El estudio se realizó en tres etapas, la primera consistió en identificar “la naturaleza de la variación”, con base en la bibliografía revisada que consideramos pertinente para el desarrollo del pensamiento variacional. Posteriormente se aplicó una secuencia de enseñanza a estudiantes de segundo medio de un colegio municipal, dado que uno de los investigadores se desempeña como docente novel en tal establecimiento. Finalmente se describió, se analizó y se contrastó nuestras conjeturas previas con las producciones realizadas por los estudiantes.

Profundizamos en el análisis de los procesos de cambio de tipo proporcional y la caracterización de la razón de cambio constante o pendiente en su figuración gráfica, dada la importancia de estos conceptos para el entendimiento del pensamiento variacional.

ABSTRACT

In this research we applied a teaching sequence that favors the modeling activity to gather information for the study of the linear variation through digitization activities, graphing and algebraization, determining the sequence elements that enhance applied.

The research takes as evidence the results published in recent studies that awareness of students about variational thinking. For this second study had the Regional Evaluation of Educational Quality OREALC / UNESCO (2006).

The study was conducted in three stages, the first was to identify "the nature of the variation," based on the literature review we consider relevant to the development of variational thinking. Sequence was then applied to teaching students in the second half of a municipal school, as one of the researchers she teaches novel in such an establishment. Finally, described, analyzed and contrasted with our previous conjectures productions by students.

Deeper analysis of the processes of change of proportional and characterization of the rate of change in slope constant or graphic figuration, given the importance of these concepts for understanding the variational thinking.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

A continuación se presentan los resultados de aplicar una secuencia de enseñanza a un curso de 36 alumnos de segundo año medio de un colegio municipal subvencionado situado en Santiago, específicamente en la comuna de Peñalolén.

Validan una secuencia didáctica para la enseñanza de la variación desde la modelación. Se aborda la investigación desde una perspectiva cualitativa, más específicamente desde la investigación acción.

Dados los magros desempeños que ostenta el estudiantado en el eje de pensamiento variacional, los que no superan el tercio de logro según estudios internacionales y que la modelación es uno de los cuatro procedimientos que establecen los planes y programas vigentes, interesó a este estudio.

Previo a ello, se necesitó recoger evidencias e información por medio de una prueba y de entrevistas a alumnos de: séptimo básico, octavo básico y primero medio; cuya finalidad fue comprobar si los estudiantes tenían interiorizado las facetas de fracciones, específicamente las de razón y medida según los planes y programas de estudios del Ministerio de Educación.

El presente trabajo considera ocho ámbitos. Parte con la Introducción de los elementos que componen al problema: antecedentes observados y justificación e importancia de la investigación para dar configuración al problema y presentar las limitaciones del estudio. Posteriormente se continúa con los objetivos generales y específicos.

En seguida se presentan los elementos del marco teórico procurando un hilo conductor para la comprensión; inicia con el acercamiento de la proporcionalidad, ya qu es el pie para abarcar la problemática junto con modelación. En efecto, una relación de proporcionalidad se caracteriza porque sus pares ordenados presentan una razón que es constante. Y los valores de antecedente y consecuente se han obtenido midiendo, en el marco de procedimientos de modelación.

Precursora de la actividad escolar con la proporcionalidad son las fracciones. Nos ocupamos aquí en especial de las facetas antes dichas de razón y medida.

En el marco metodológico se parte con el enfoque que tiene la investigación, luego se describe a los actores que participaron. Luego se describe el diseño de la ingeniería didáctica que se usó para el estudio.

La siguiente parte de la investigación se basa en la descripción de la implementación del diseño y luego se analizan los datos recopilados con respecto a las conjeturas presentadas por los investigadores. Por último proponen elementos para potenciar la secuencia aplicada.

En la última parte se concluye con una síntesis que abarca los principales aportes que arroja nuestra investigación para la enseñanza de la variación desde la modelación.

1. Planteamiento del problema

1.1. Antecedentes del problema

La presente investigación parte de la evidencia, de los resultados publicados en los últimos estudios sobre el poco conocimiento que tienen los estudiantes sobre pensamiento variacional. Para ello contamos con el segundo Estudio Regional de Evaluación de la Calidad Educativa de la OREALC/UNESCO (2006) el cual da cuenta que un 36% aproximadamente, del estudiantado chileno, domina en el tema variacional y el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo SERCE (2007), que evalúa y compara el desempeño alcanzado por los estudiantes latinoamericanos en el área de las matemáticas, indicó que Chile no obtuvo más que un 34% aproximadamente de respuestas correctas en el dominio[1] variacional

Con estos resultados nos hemos podido dar cuenta del poco conocimiento que manejan los estudiantes de Chile en el ámbito del pensamiento variacional, particularmente, en el estudio de fracciones y razones donde docentes de la educación básica han mostrado una tendencia hacia al desarrollo operativo en la práctica escolar de la enseñanza y del aprendizaje, generando una "dislexia" entre los enfoques aritmético y funcional de la matemática. Según Díaz (1998), esto se manifiesta en los planes y programas de estudios oficiales del Ministerio de Educación, donde han perdido importancia los temas de proporcionalidad. Principalmente, el estudio de la razón matemática que se muestra invisible como herramienta matemática en la matemática elemental, según Block (2001) desde las décadas de los años 60 y 70, con las reformas curriculares ocurridas en América Latina a través del movimiento de la "matemática moderna" dirigido hacia el desarrollo de recursos matemáticos considerados más eficientes, como la función lineal y el formalismo algebraico.

Estos antecedentes nos condujeron a cuestionamientos de nuestra investigación tales como: ¿Cuánto saben los estudiantes sobre fracciones y sus facetas de razón y medida? ¿Qué se entiende por pensamiento variacional? ¿Qué herramientas matemáticas favorecen el desarrollo del pensamiento variacional?, y por lo tanto, cómo incorporar problemas reales al discurso matemático del aula, induciendo el aprendizaje a partir de datos, el de plantear un modelo a través de observaciones e interpretaciones y así crear una transferencia desde procesos discretos a procesos continuos, construyendo conocimiento a través de su aprendizaje mediante la

[1] Dominio de lo Variacional (del cambio): Referido al reconocimiento de regularidades y patrones; a la identificación de variables, la descripción de fenómenos de cambio y dependencia; a la noción de función y a la proporcionalidad (caso de la variación lineal) en contextos aritméticos y geométricos.

modelación de fenómenos y construyendo interactivamente argumentos, herramientas y significados a partir de la interacción con el fenómeno a modelar (Arrieta, 2011).

De este modo buscamos en nuestra investigación que la clase de matemática sirva como espacio natural para el ejercicio de prácticas sociales de matematización, donde los estudiantes y profesorado participen en forma conjunta en las construcciones ligadas al saber matemático y desempeñen un papel fundamental en la construcción del conocimiento.

Es por eso que nuestro interés consiste en investigar fenómenos modelables mediante un proceso de matematización en el aula desarrollando nociones matemáticas ligadas a procesos de cambio y variación, donde buscamos identificar practicas donde se combina la intervención en la naturaleza, el trabajo y el experimento con la especulación matemática.

1.2. Justificación e importancia

Creemos que es importante comprender las facetas de razón de medida. Ya que estos conceptos están a la base del pensamiento variacional. Por su parte creemos que mediante la modelación se puede desarrollar el pensamiento variacional, por medio de la construcción de conocimiento en la interacción de los estudiantes. Esto en matemática implica preparar a los estudiantes para resolver problemas y tratar la información que reciben del medio, de manera que sean capaces de reconocer las estrategias para su solución y favorecer un mejor entendimiento e interpretación de la realidad y propiciar en el estudiante, la construcción de herramientas que favorezcan la integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento, interés en su aplicación, aprehensión de los conceptos matemáticos, la capacidad de leer, interpretar, formular y resolver situaciones problema, capacidad para trabajar en grupo (Arrieta, 2011). Mas específicamente interesa a este estudio validar una secuencia de enseñanza que atienda a los aspectos señalados

1.3. Definición del problema

Ante la contingencia educacional en nuestro país, frente a protagonistas tales como estudiantes secundarios, estudiantes universitarios congregados desde la CONFECH, profesorado del país y trabajadores, cabe preguntarse sobre el tipo de educación que queremos para lograr calidad y equidad en educación, lograr que nuestros estudiantes sean autónomos, ya sea en su aprendizaje escolar y personal (Cornejo 2011). Creemos que un pilar fundamental para lograr esto es con la interacción y sociabilización en el aula. Según Vygotsky (citado por Arrieta 2003) *"Esta interacción social es fundamental en el ámbito escolar ya que permite que los alumnos construyan el conocimiento, las actitudes y los valores en el medio sociocultural de la escuela y familia"*. En el ámbito de las matemáticas se refiere a compartir ideas, argumentar, debatir en el aula.

Por su parte los mismos estudiantes reparan en la falta de significado de la matemática que se enseña en las aulas, más particularmente, se critica su desconexión con el mundo de la vida y del trabajo.

Una línea de investigación y desarrollo didáctico que buscar superar este divorcio la viene desarrollando el doctor Jaime Arrieta, académico-investigador de la Universidad Autónoma de México, que consiste en privilegiar en el aula la enseñanza con base en la modelación para favorecer al estudiante la integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento, interés en su aplicación, aprehensión de los conceptos matemáticos, la capacidad de leer, interpretar, formular y resolver situaciones problema, capacidad para trabajar en grupo (Arrieta, 2010).

En el marco de favorecer el pensamiento variacional inicial, interesa conocer ¿Cuánto saben los estudiantes sobre fracciones y sus facetas de razón y medida? ¿Qué competencias de pensamiento proporcional despliegan los estudiantes? ¿De qué manera procesos de modelación favorecen el desarrollo del pensamiento variacional inicial en el estudiantado?, por lo tanto, cómo plantear un modelo a través de observaciones e interpretaciones que promueven la construcción de conocimiento matemático, por medio de la modelación de fenómenos en los que se construyen interactivamente argumentos, herramientas y significados a partir de la interacción con el fenómeno.

Asumimos entonces que la problemática de los aprendizajes significativos del pensamiento variacional puede abordarse desde diseños didácticos que privilegian la actividad de modelar

1.4. Limitaciones

El estudio está basado en una secuencia diseñada en el marco del proyecto de laboratorio virtual de ciencia del Doctor Jaime Arrieta (2010) de la cual se recopilan datos desde las producciones de los estudiantes.

Si bien es una secuencia que permite el aprendizaje de la matemática con base en el acto de modelar, una limitante a esta investigación fue el tiempo en el cual fue aplicada la secuencia, la que no alcanzó a ser desarrollada por el estudiante en todas sus partes

Otra limitante es la situación académica de los estudiantes a quienes se les aplicó dado que están cursando segundo año de enseñanza media, en que los contenidos que tratan la secuencia recién vienen siendo conocidos por ellos.

2. Objetivos Generales y Específicos

2.1. Objetivo General

Validar una secuencia de enseñanza que promueve pensamiento variacional, tendiente a la actividad de modelar.

2.2. Objetivos Específicos

- Con base en un experimento imaginado, estudiar la variación lineal por medio de actividades de numerización,
- Con base en un experimento imaginado, estudiar la variación lineal por medio de actividades de graficación,
- Con base en un experimento imaginado, estudiar la variación lineal por medio de actividades de algebrización.
- Determinar elementos que potencien la secuencia aplicada.

3. Marco Teórico

3.1. Acerca de lo proporcional

La importancia del estudio del pensamiento proporcional no es reciente ya que los problemas relacionados a su comprensión, se vienen arrastrando desde ya bastantes años. Piaget, según Almeida y Díaz (2011), en los estudios relacionados al pensamiento matemático de los niños, muestran el carácter abstracto y el orden cognitivo que exige el aprendizaje proporcional. Cabe mencionar que comprender el pensamiento proporcional da inicio a la construcción de varios conceptos matemáticos avanzados, como lo es la función lineal. Según Díaz (2009) constituye un eje transversal al desarrollo del pensamiento variacional.

" *Existe una deficiencia en el conocimiento general de razones y proporciones, no solo por partes de los alumnos, sino también, en alguna medida, por parte de los profesores lo cual conlleva a requerir un esfuerzo conjunto para mejorar la práctica en aula"*

En efecto, los profesores señalan que al enseñar las razones y las proporciones en las aulas en una tarea difícil para la docencia porque existe un alto porcentaje de estudiantes que presentan problemas al confundir las fracciones con razones matemáticas; además, ellos argumentan que el problema es porque ellos tienen una gran pobreza construida desde la práctica escolar (Díaz y otros, 2011).

3.2. Modelación

Consideramos que el conocimiento matemático en el aula es construido en la interacción entre profesor y estudiantes, confrontando y argumentando diferentes versiones dentro de un contexto social específico, donde la matemática no es "neutra", depende del contexto social. Según Arrieta (2003), la matemática cobra vida, tiene sentido, en contextos sociales concretos. Este contexto remite a diversas prácticas sociales escolares o no escolares, este contexto social es determinante en la utilización de las estrategias, herramientas y procedimientos para la actividad.

Para Arrieta (2003, p 118) "*modelación es el proceso de matematización en el aula como actividades que desarrollan interactivamente docentes y alumnos en una sala de clases, usando las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza confrontando y argumentando diferentes versiones, donde los modelos matemáticos son algo más que ecuaciones, son también las gráficas y las tablas* *numéricas, y la interacción de éstos a lo largo de la historia ha sido una práctica que está ligada a la construcción social del conocimiento."*

El modelo de un fenómeno es una herramienta para transformar, permite entender predecir el comportamiento del fenómeno, es una herramienta para interpretar e intervenir en un determinado contexto.

Arrieta (2003) distingue tres fases en la modelación: formación de modelos, tratamiento dentro de los modelos y elaboración de esquemas (articulación de los modelos articulando esquemas).

En el ámbito escolar existe una concepción tradicional de lo que es modelación matemática y de lo que es un modelo matemático. En estas se destacan dos aspectos importantes:

a) **Modelación** es referida a establecer vínculos entre fenómenos, situaciones o problemas y otras construcciones, llamadas modelos, para diferentes fines.

b) **Modelo matemático**, generalmente, se concibe como una ecuación o un sistema de ecuaciones.

La idea que identifica a los modelos matemáticos con las ecuaciones es ampliamente difundida en los medios escolares.

Subscribimos, en este estudio, a acepción de modelación como práctica social, en el sentido de actividad con la intención de comprender y transformar la naturaleza, la consideramos fuente que desarrolla procesos de matematización, donde el alumno construye argumentos, significados, herramientas y nociones relacionados con las matemáticas en la intervención con los fenómenos de la naturaleza.

A continuación se identifican algunas actividades involucradas, dentro de lo que se llama prácticas sociales de modelación, que son el foco de nuestra atención, a saber:

- Emplear herramientas específicas (las gráficas y/o las tablas numéricas) y formas particulares para describir los hechos (lo lineal, lo cuadrático, entre otro.), construyendo versiones de éstos.

- Construir argumentos a través de conjeturas y confirmaciones, basadas en la inducción como práctica.

- Argumentar y validar versiones utilizando una coordinación de múltiples herramientas.

- Desarrollar formas de predicción.

- Elaborar descripciones y explicaciones de nuevas experiencias utilizando conocimientos que tienen, derivados de otros contextos y frente a otras experiencias.

Podemos decir que la modelación es relacionar, comparar distintas entidades con un fenómeno. Ello permite que puedan decirse cosas de él, predecir, explicar mediante una a la otra. Informa sobre el fenómeno, sin tocarlo, verificando el modelo. En el modelo didáctico se usan tablas, gráficas y ecuaciones algebraica, en la cual la gráfica modela la tabla, la tabla modela sobre el gráfico, la tabla modela sobre la ecuación algebraica viceversa, lo gráfico modela lo ecuación algebraica y viceversa, por lo tanto la modelación ocurre cuando se logra la articulación de los modelos (Arrieta, 2010).

Para lograr la modelación, articulando los modelos señalamos que cuando las tablas de datos son muy grandes en lugar de recurrir al calculo de incrementos y razón e cambio, se grafican los datos, o buscan algún algoritmo para que este proceso no e realice manual. Al proceder así, los actores tienen a usar ecuaciones algebraicas y al transformar esta ecuación se presentan los estudiantes las problemática de lo numérico a lo algebraico.

A continuación se presenta a Gerard Vergnaud en su artículo: “Tiempo largo y tiempo corto en el aprendizaje del álgebra”, analiza ciertos aspectos a tener en cuenta en la transición entre el tratamiento numérico de una situación problemática a resolver y el tratamiento algebraico:

"El álgebra representa una doble ruptura epistemológica: por una parte, la introducción de un desarrollo formal en el tratamiento de problemas habitualmente tratados intuitivamente, por otra parte la introducción de objetos matemáticos nuevos como ecuación e incógnita, función y variable, monomio y polinomio. "

" Algunas de las dificultades que se presentan en la Introducción del álgebra en el nivel medio: la significación del signo de igualdad, la introducción de procedimientos matemáticos nuevos, la función del álgebra con respecto a la aritmética, el sentido que se le puede dar eventualmente a la solución negativa de una ecuación, las nociones de sistema y de independencia".

"... el equilibrio de la balanza permite dar sentido a la vez a las propiedades de simetría y transitividad del signo de igualdad y a las manipulaciones algebraicas que permiten resolver las ecuaciones con valores positivos".

"La aritmética consiste en elegir de manera intuitiva las incógnitas intermedias así

como los datos y las operaciones a utilizar para calcularlas, mientras que el álgebra consiste en extraer relaciones sin comprometerse en un cálculo, y después tratar las ecuaciones de manera casi automática sin tener en cuenta el sentido. Por otro lado, el álgebra exige más a menudo que se manipulen incógnitas, lo que es anti intuitivo: los alumnos rechazan razonar y operar sobre incógnitas o sobre números desconocidos".

Para Planchart (2002) la modelación esta relacionada con sistemas de representaciones que integra: símbolos, signos, figuras, gráficas y construcciones geométricas. Éstos expresan el concepto y suscriben en sí mismos el modelo con el cual es posible interpretar y predecir comportamientos de fenómenos.
Cuando se modelan situaciones reales u otras, se provoca que el estudiante analice y describa los siguientes elementos matemáticos: la significación de objetos: simbólicos, verbales, gráficos, algebraicos y numéricos. En el proceso de simulación y de modelación se produce la distinción de variables y la relación entre las variables, los cuales a su vez impulsa la construcción de otros registros de representación.
Al ser los estudiantes quienes llegan a alguna representación, dibujo o diagrama por sí mismos, tendrá para ellos mayor significación, que si se les hubiese entregado, de esta forma se hace más significativo el aprendizaje.

3.3. Razón, Medida, Fracciones y Proporcionalidad

Ahora desarrollaremos como lograr articular con las facetas de razón y medida ya que estas forman parte del itinerario para configurar el pensamiento variacional.
Para lograr esta articulación se debe potenciar, en el estudiantado, la significación y resignificación del concepto.

En un primer acercamiento, reconocemos en el megaconcepto de fracción dos dimensiones Díaz (1998):

<u>Una dimensión dinámica,</u> hace referencia a como fraccionar (cortar en partes iguales y seleccionar algunas), medir (comparar una dimensión de un objeto con un referente o unidad), comparar o relacionar cantidades y operar (aplicar un operador de la forma $\frac{a}{b}$ sobre una situación, o dividir dos números naturales o repartir equitativamente).

Una dimensión estática hace referencia a los productos o resultados de aquellas acciones: relación entre las partes y el todo fraccionado, la medida, el índice o razón o taza de comparación entre cantidades, el resultado de la operación.

Una razón es una manera de comparar dos magnitudes. En términos generales, una razón informa la comparación por división de dos números o de las medidas de dos cantidades. Hay razones que comparan partes de un todo. Por ejemplo el número de estudiantes mujeres (6) respecto del número de estudiantes hombres (9) de un curso. Otras razones comparan partes de un todo respecto del todo. Por ejemplo, el número de estudiantes mujeres (6) respecto del total de alumnos del curso (15**).**

Razones Internas: Comparan cantidades de magnitudes iguales. Definen un número que representa la medida de una de las magnitudes tomando como unidad a la otra. Dado que no salen de un dominio de magnitudes, también se nomina de " medidas locales " a las razones internas. Por ejemplo si se trata de partidos jugados, la razón 3/5 señala que se ganaron 3 partidos de un total de 5 jugados. En este caso se trabaja con un solo tipo de magnitud, por lo que suele omitirse esta magnitud, en la expresión escrita de la razón.

Razones Externas: Se trata de razones en que se comparan cantidades de magnitudes diferentes. Los distintos valores que puede tomar una razón externa pueden considerarse las medidas de una nueva magnitud.

Ejemplos de razones externas las magnitudes de velocidad y de densidad poblacional. La primera expresa la comparación entre una magnitud de espacio recorrido, respecto del tiempo ocupado en ese recorrido. La segunda indica la comparación entre el número de individuos de una población y las unidades de superficie en las que esos individuos habitan. Las razones externas cambian cuando se cambian las unidades de medidas.

En síntesis, podemos decir que la fracción es un fraccionamiento de magnitudes mediante la división, las cuales se pueden comparar por medio de la razón. Para determinar esas cantidades es necesario definir unidades de medida. Según sean las magnitudes, igual o de distinta naturaleza, se produce la razón, ya sea externa o interna. En una proporción intervienen dos razones. Si ambas razones arrojan un mismo valor entonces esa igualdad se llama proporción. Es decir, una proporción es una igualdad entre dos razones Aquí el valor que arroja esa igualdad es la razón de cambio, cuando ésta es la misma, no cambia, se inicia la proporcionalidad.

3.4. Las Fracciones y sus Significados

Según Flores (2010), durante los últimos 40 años, se ha afirmado que el conocimiento, con respecto a los números racionales, es muy complejo; por lo que diferentes autores han ido realizando investigaciones para notar lo que esconde el concepto de fracción, establecer una diferenciación entre fracción y un número racional, mostrar diferencias entre fracción y razón como también las demás relaciones con otras nociones.

Estudios recientes con respecto a los significados asociados a la noción de fracción, han determinado, según cada autor que lo ha realizado, una cierta cantidad de significados de la noción de fracción. Entre los autores que Flores presenta (2010), aparecen: Fandiño (2005) que a los 14 significados de la noción de fracción, Lamon (1999) quien determina 12, Kieren (1988) incluye 5 de los que tiene Lamon y le agrega un modelo teórico, mientras que Nesher (1988) se refiere a 3 principales dentro de un conjunto que han presentado los demás autores. En este trabajo nos enfocaremos en 5 nociones del concepto de fracción estudiados por Fandiño (2005) y que hemos utilizado en esta investigación:

a) <u>Faceta parte todo</u>

Según Fandiño (2005), para comenzar a explicar esta faceta, se debe considerar de qué forma estaremos viendo a la fracción, es decir, hay una gran diferencia entre si el todo (la unidad) está constituida por algo continuo o por un conjunto discreto, para ello se presentará a ésta faceta en sus dos visiones.

Si el todo lo vemos como una unidad continua, por dar unos ejemplos: la superficie de un rectángulo, la longitud de un segmento o el volumen de un cuerpo y se desea hallar la expresión a/b, esto se puede hacer siempre, pero cuando a>b (fracciones impropias) pierde sentido. La definición (dividir la unidad en *b* partes iguales y tomar *a* partes) pierde su significado intuitivo, por lo que se debe entender que hay veces en que la unidad es 1 y a veces más que 1; sin embargo, hay que entender que si existe más de una unidad del mismo elemento, la unidad seguirá siendo una.

Ahora bien, si vemos el todo como una unidad discreta, como por ejemplo: 12 personas, 12 juguetes o 12 bolitas; las fracciones propias están en riesgo de comprenderla ya que al querer encontrar a *b-ésimos* dependerá de la relación que hay entre 12 y b, es decir, si deseamos encontrar los 3/4 de 12 personas serian 9,

pero es imposible darle sentido concreto a los 3/5. Por lo que se debe saber distinguir cuando las fracciones tienen sentido ya que no todas, en esta faceta, la tienen.
Para poder solucionar estos casos, según Malet (2010), se debe encontrar una fracción equivalente para encontrar la cantidad que se desea saber; por ejemplo: si se quiere encontrar 6/8 de 12 personas, a simple vista no se puede debido a la imposibilidad de dividir 12 personas en 8 partes, pero si a 6/8 lo simplificamos, obtendremos la fracción equivalente que es 3/4 y de allí podremos encontrar os 6/8 de 12 personas.

b) Faceta como medida

En las botellas de vino, como lo menciona Fandiño (2005), aparece con frecuencia 0.75 cc que indica una cantidad, una medida con respecto a la unidad que es el litro.

En cualquier parte del mundo las personas podemos interpretar que aquel decimal es la expresión que le damos a 3/4 de litro, pero ¿se trata de una unidad-todo divida en 4 partes iguales de las cuales se puede tomar 3 de ellas? ¿O sólo es un número para expresar una cantidad? Debemos comprender bien esta diferenciación, ya que una cosa es tener una botella graduada de 1 litro y llenar las 3/4 partes y otra, muy distinta, es saber que aquel valor 0.75 c.c es la medida que tiene una botella con vino.

Según Escolano y Gairín (2005), hay que dejar en claro la diferencia entre la faceta de medida y la faceta parte- todo ya que una cosa es tener un total y ocupar una parte de él y otra muy diferente es tener una unidad que nos ayuda a comprender la magnitud que tiene algo.

Ahora bien, si se desea comprar 2 lápices que cuestan 0.75 pesos cada uno, es difícil pensar en transformar esta cifra a 3/4 de un peso, sin embargo así es. Para llegar al costo de los dos lápices se multiplica la cantidad de lápices por el costo de ellos para saber la cantidad que se pagará, sin tener que pasar las fracciones que podrían complicar inútilmente la cuestión.

En definitiva, la cantidad de vino y lo que costaría comprar 2 lápices son medidas, estas medidas a veces tiene sentido expresarlas como números racionales en tanto que en otras veces no son necesarias y se dejan como fracciones ya que existe una relación que consiste en que entre las dos existe una equivalencia, es decir, si se expresa como fracción daría lo mismo que expresarla en decimal ya que, como son equivalentes, su medida es la misma.

c) Faceta como cociente

Se entiende, según Escolano y Gairín (2005), que el significado de cociente, históricamente, viene de la idea del cociente partitivo, es decir, dada una unidad a, dividirla en b partes (siempre estas partes son congruentes y que se puedan cambiar de posición sin alterar la forma). Esta repartición puede ser por medio de a unidades repartidas en b personas o a unidades repartidas en b grupos iguales. Este reparto de unidades puede ser continuo y, por lo tanto, puede traer pocos problemas, pero también puede ser discreto, es decir, un conjunto de c elementos donde nacen los problemas de compatibilidad entre b y c, como lo menciona Fandiño (2005).

En definitiva, la expresión a/b indica el resultado del reparto, la cantidad de la magnitud considerada que corresponde a cada uno de los participantes.

d) Faceta como operador

Marlet (2010), menciona que, en esta faceta de operador, la fracción opera de forma multiplicativa, sobre un conjunto discreto, una cantidad de cierta magnitud o un número. Entendámoslo con un ejemplo que se usa comúnmente en la escuela:
“Encontrar los 4/5 de 20 manzanas” es decir, opera de la siguiente formas: (20 /5) x 4 manzanas ó (20 x 4) / 5.

Por su lado Fandiño (2005) menciona que la fracción como operador actúa sobre números puros más que sobre un conjunto de objetos, donde hay una operación combinada entre dividir y multiplicar.

e) Faceta como razón.

La razón es la facultad en virtud de la cual el ser humano es capaz de identificar, comparar y clasificar conceptos relacionando unos con otros según sus semejanzas y diferencias; cuestionando su significado y el sentido de su uso; hallando coherencias o contradicciones entre ellos y así inducir o deducir otros conceptos nuevos y distintos de los que ya conoce.

La razón en los textos escolares de enseñanza básico y media, se define como la relación que se establece entre dos cantidades por medio del cociente entre ellas, considerando, al compararlas, que múltiplo, parte o partes, es una cantidad de la otra. Usualmente se expresa la razón, de A a B, como A:B. Las cantidades A y B se llaman términos de la razón, al primer término se le llama *antecedente* y al segundo *consecuente* (Libro de matemática de Primer año Medio, Ministerio de Educación; año 2009). Por ejemplo las razones se expresan como división o como fracción, por tal motivo es posible darles el mismo tratamiento que a las fracciones comunes, es decir, se puede obtener razones equivalentes, ya sea en términos mayores (Multiplicación) o términos menos (por simplificación o división).

Díaz (1998) en su mirada en las distintas facetas de las fracciones, desde la perspectiva didáctica, en la Educación Media de Chile, señala:

Una razón es una mera de comparar dos magnitudes. En términos generales, una razón infirma la comparación por división de dos números o de las medidas de dos cantidades (página 51).

Por otra parte, Fandiño (2009) en su visión de las facetas de la fracción, nombra una de ellas como “relación”. Cabe señalar que Fandiño usa el termino relación porque la palabra razón fue sacada varios anos atrás de las aulas y de los textos escolares, por lo que ella remplaza la palabra razón por relación. Ella da sentido a la razón como la relación entre dos cantidades de magnitud que están entre ellas como *a* ésta a *b*. A veces la fracción *a/b* se usa explícitamente para indicar la relación entre a y b.

Block (2001), desarrolló una investigación denominada *la noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria,* en la cual señala que el término *razón* frecuentemente se can sustituye en el habla cotidiano por el de *proporción,* por ejemplo “la proporción de azúcar es de una cucharada por cada taza de agua”; “la proporción de hombre en la escuela normal es baja” etc.

Ahora bien, la importancia según Block de la noción de razón, de un proceso de aprendizaje, es cuando se puede dar una relación entre conjuntos cuando aún no se dispone del número que expresa a esta razón

4. Marco Metodológico

4.1. Paradigma o Enfoque de la Investigación

La presente investigación tiene un enfoque del tipo Cualitativo, de tipo investigación-acción, la cual estudia, explora una situación para mejorarla. Se centra en la resolución de problemas, resolviéndose a nivel metodológico con los pasos habituales de la investigación que pone a pruebas conjeturas o hipótesis, une la teoría y la práctica, el conocimiento y la acción, interpreta lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema, por ejemplo, profesores y estudiantes, profesores y jefes técnicos.

El proceso de investigación – acción constituye un proceso continuo, en espiral, donde se van dando los momentos de problematización, diagnóstico, diseño de una propuesta de cambio, aplicación de la propuesta y evaluación, para luego reiniciar un nuevo circuito partiendo de una nueva problematización(Buendía et al, 1998).

Las características de la investigación-acción

- Se plantea para cambiar y mejorar las prácticas existentes, bien sean educativas, sociales y/o personales.
- Se desarrolla de forma participativa, es decir, en grupos que plantean la mejora de sus prácticas sociales o vivencias.
- Metodológicamente se desarrolla siguiendo un proceso en espiral que incluye cuatro fases: Planificación, Acción. Observación y Reflexión.
- La investigación-acción se convierte en un proceso sistemático de aprendizaje ya que implica que las personas realicen análisis críticos de las situaciones (clases, centros o sistemas) en las que están inmersos, induce a que las personas teoricen acerca de sus prácticas y exige que las acciones y teorías sean sometidas a prueba, (Buendía et al, 1998).

4.2. Escenarios y Actores

El estudio se realizó a un grupo de estudiantes pertenecientes al segundo medio de un colegio municipal de Santiago, comuna de Peñalolen. El SIMCE de este colegio, en segundo medio, en el año 2008 tuvo un promedio de 211 puntos donde, si se compara con el año 2006, su promedio de SIMCE se mantuvo; ahora bien, si se compara con el promedio nacional del SIMCE 2008, el puntaje del colegio fue similar a los demás establecimientos municipales.

El colegio, dentro de los establecimientos municipales que existen en Peñalolen, es el que tiene mejor resultado de SIMCE, por lo que hoy se destaca por tener excelencia académica.

Se escogió este curso ya que los planes y programas, indican que los contenidos que se ven en segundo medio son:

a) Representación, análisis y resolución de problemas contextualizados en situaciones como la asignación de precios por tramos de consumo, por ejemplo: agua, luz y gas.

b) Función afín y función lineal.

c) Ecuación de la recta. Interpretación de la pendiente y el intercepto con el eje de las ordenadas. Condición de paralelismo y de perpendicularidad.

d) Función valor absoluto; gráfico de esta función. Interpretación del valor absoluto como expresión de distancia en la recta real.

e) Función parte entera.

f) Uso de algún programa computacional de manipulación algebraica y gráfica.

Por lo que los alumnos, en algún momento, debiesen haber tenido algún contacto con estos contenidos en el año.

El curso elegido contaba con 36 estudiantes de nivel socio económico medio y bajo. También se caracteriza por tener un nivel académico bajo, indisciplina y diversos problemas que afectan su aprendizaje. En cuanto a la asignatura de matemáticas estaban a cargo de un profesor novel[2] que es el que estaba en cada momento de la aplicación del diseño.

[2] Nuevo en el ejercicios de la profesión

4.3. La Ingeniería Didáctica

La ingeniería didáctica es una estrategia a la vez para el desarrollo de una investigación en la didáctica de la matemática y de construcción de secuencias didácticas que favorezcan el aprendizaje por parte del estudiantado de un saber en juego. Para su efectividad, entonces, presupone la necesidad de quebrar y reelaborar contratos didácticos establecidos en el aula que cristalicen formas específicas del desarrollo del pensamiento matemático, y posibilitar la emergencias de otras epistemes y prácticas escolares y, como dice Díaz (2005), el de promover "espacios de experimentación que favorezcan la construcción de *matemáticas vivas* y, al mismo tiempo, que tengan una experiencia de primera mano sobre la complejidad puesta en juego en su actividad en situación escolar, a fin de reconocer y valorar el uso de herramientas matemáticas que traen a escena en sus elaboraciones personales y a la vez en aquellas del trabajo colectivo, enfrentados a comunicar sus hallazgos en ambientes interactivos de aula".
La Ingeniería Didáctica como metodología de investigación comprende cuatro fases de actividades (Artigue, 1998; citado de Castro 2009): *análisis preliminares*; diseño de *secuencias didácticas* y *la elaboración de conjeturas* acerca de estas secuencias didácticas antes de ponerlas en funcionamiento; *experimentación* y *análisis a posteriori*, último que confronta las conjeturas establecidas durante el análisis a priori con las producciones estudiantiles.

En el marco de la matemática educativa y, particularmente, en la línea de trabajo de Díaz (2006), para los estudios previos, que corresponde a la *fase preliminar* de la ingeniería didáctica, se procura identificar las prácticas sociales que se van conformando en el desarrollo del pensamiento proporcional, y su institucionalización en prácticas escolares abordando tres estudios principales, teniendo presente para cada estudio el estado del arte. El estudio histórico-epistemológico se levanta a través del análisis socio-histórico con base en textos de historia de las matemáticas. En esta tarea se busca identificar obstáculos epistemológicos que puedan tanto dificultar como potenciar el aprendizaje de las proporciones. Con base en textos didácticos de antaño, textos escolares actuales, planes y programas, planificaciones docentes, medios de enseñanza y medios de evaluación usados por el profesorado, contractos didácticos identificables, pesquisa de sus concepciones sobre el saber a enseñar, su enseñanza y los aprendizajes, entre otras fuentes posibles, se lleva a cabo el estudio didáctico. Se ahonda en un tercer tipo de estudio previo referido a los entendimientos estudiantiles, con base en sus desempeños en instrumentos tales como cuestionarios y entrevistas clínicas así como en producciones previas que posean los profesores de sus estudiantes a lo que se añade una pesquisa de sus concepciones cotidianas y escolares del saber en cuestión.

En coherencia a lo anterior y como parte del *análisis a priori*, este estudio pretende usar una secuencia didáctica de la tesis doctoral del Doctor Jaime Arrieta(2003).
Es importante tener en cuenta que, dado que en la ingeniería didáctica se utiliza el análisis interno como forma de validación de la investigación, se debe en toda experimentación respetar las selecciones y deliberaciones hechas en los análisis a priori, para permitir la confrontación con las conjeturas hechas inicialmente.

Por lo tanto, el objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar, poscomportamientos de los estudiantes, los significados. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de conjeturas previas. La validación o refutación de las mismas parte de la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

La última fase corresponde al *análisis a posteriori*, en que se evalúan los resultados obtenidos y la validación, resultante de la confrontación de los análisis a priori y a posteriori, contrastando las conjeturas elaboradas en el inicio del análisis a priori, desde el análisis preliminar de la investigación con los desempeños exhibidos por el estudiantado. Este análisis a posterior, debe incluir la participación de los estudiantes, como parte del proceso de validación de la investigación característico de la ingeniería didáctica. Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, de las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, de las producciones de los estudiantes en el aula.

5. Resultados y Análisis de aplicar fases de una Ingeniería Didáctica.

5.1. Estudio Previo

Este estudio previo se realizó a tres estudiantes para saber qué conocimientos tenían ellos sobre las facetas de razón y medida. Este estudio nos confirmó la necesidad de indagar en la problemática que mostramos en nuestra investigación. A continuación mostramos nuestro estudio previo.

Descripción de los reactivos

Tomamos, de un conjunto de seis reactivos, de Gallardo, Quispe y González (2008) relativos a facetas de parte-todo discreta/continua, cociente, medida, razón y operador, los correspondientes a medida y razón. A saber:

Reactivo 1

De la observación de la figura. ¿Qué parte de a es b?

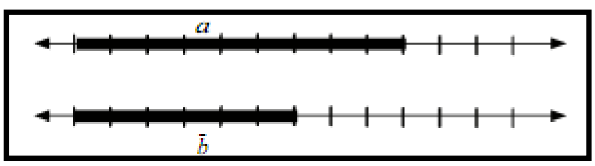


Imagen 1

En este primer reactivo y con base en la observación de las figuras que presenta se pide responder a la pregunta ¿Qué parte de a es b?.

Lo que se observa son dos figuras en las que dos segmentos geométricos son portados por dos rectas.

En cada recta se señala un patrón de medida arbitraria de longitud. El primer segmento portado por la primera recta tiene asignada la letra **a** y el portado por la segunda recta, tiene asignado la letra **b.** Se distingue, a simple vista, que el segmento **a** es de mayor longitud que el segmento **b**. En el segmento **a** se observan marcadas 9 unidades de medida de longitud arbitraria destacada, en cambio, en la recta **b** se observan 6 unidades de medida arbitraria de longitud destacadas.

En este reactivo sus autores buscaban poner en juego la faceta de medida. Sin embargo alertan que los estudiantes puedan responder recurriendo a otras facetas de fracción u otros saberes. A este hecho refieren como un reactivo que procura poner en escena la faceta de medida de modo no restrictivo.

Reactivo 2

En una mesa hay 9 libros de los cuales 5 son de matemáticas y 4 de investigación; ¿ Qué se puede decir del número de libros de investigación respecto al número al numero de libros de matemática?

Imagen 2

En el segundo reactivo no aparece una situación visual como en el reactivo anterior. Es una pregunta de enunciado. En ella se presentan sobre una mesa 9 libros. Se informa que 5 de ellos son de matemática (sin nombrar áreas específicas de las matemáticas) y que los 4 faltantes son de investigación (no se identifican tipos de investigación). Se pide responder a la pregunta ¿Qué puede decir del número de libros de investigación con respecto al número de libros de matemática?

De modo análogo que con el primero, en este reactivo se pone en juego de modo no restrictivo la faceta de razón, ya que debe realizar una comparación entre las cantidades de libros de investigración con respecto a la catidad de libros de matemática. Sin embargo los estudiantes prodrían privilegiar, al abordarlo, la faceta de parte-todo y cociente. En efecto pueden recurrir a la faceta parte-todo, ya que esta estableciendo una relación entre los libros de investigación y puede tomar la cantidad de libros de matemática como un todo. A la faceta de cociente haciendo la división entre la cantidad de libros de investigación y los libros de matemática y asi obtener un valor.

Levantamiento de Conjeturas a cerca de las respuestas Estudiantiles.

Antes de que los estudiantes realicen el desarrollo de los reactivos, se ha levantado una serie de conjeturas con respecto a cada uno de ellos donde se hace una afirmación, que se supone probable. Posteriormente se analizarán si alguno de los planteados concuerda con el desarrollo de cada uno de los estudiantes.

Conjeturas Reactivo 1

- Algunos estudiantes asimilarán las rectas del reactivo con dos rectas numéricas. Esto puede dificultar que los niños activen sus conocimientos de medidas de longitudes.

- Algún/os estudiante/s superpondrá/n el segmento pequeño al mayor y se percatará/n de que $\frac{b}{a} = \frac{6}{9}$ y luego de simplificar responder que a es $\frac{2}{3}$, que 2 partes de **b** son a tres de **a**

- También puede haber algún estudiante, que al superponer la figura pequeña sobre la grande, reparará que la parte libre en **a** corresponder a la mitad de **b**

- Algunos estudiantes recurrirán a entidades matemáticas externas a los significados de algunas facetas de fracción posibles de usar (parte todo, operador, cociente, medida, razón), tales como recurrir a la regla de tres o proporción con valor desconocido y obtener un resultado en porcentaje.

- Puede presentarse una dislexia común respecto de la comprensión de la frase **"Que parte de a es b"** y su correspondiente expresión matemática. Visualizar la faceta parte todo pudiera ayudar a superar esta dislexia.

- Algunos estudiantes podrán seguir el orden visual y plantear la razón de $\frac{a}{b}$, cuando la pregunta es **¿Qué parte de a es b?.**

- Algunos dividirán las longitudes de los segmentos, recurriendo a una cadena asociativa tal como **"a es a b"**$\equiv \frac{a}{b} \equiv \boldsymbol{a \div b}$**.**

Conjeturas Reactivo 2

- Algún estudiante dirá que hay más libros de matemática que de investigación.
- Algún estudiante podrá tomar del total de libros, los cuatro de investigación creando una razón de la forma $\frac{4}{9}$.
- Algunos estudiantes recurrirán a entidades matemáticas externas a los significados de algunas facetas de fracción posibles de usar (parte todo, operador, cociente, medida, razón), tales como recurrir a la regla de tres o proporción con valor desconocido y obtener un resultado en porcentaje.
- Algunos estudiantes podrán hacer la relación entre los libros de investigación con respecto a los de matemática y podrán hacer la razón de $\frac{4}{5}$, y darse cuenta que por cada cuatro libros de investigación hay cinco libros de matemática.
- Algún estudiante dirá que hay un libro más de matemática, realizando la resta 5-4=1.
- Algún estudiante, al no comprender la pregunta, podrá hacer la razón $\frac{5}{4}$, porque simple razón de que siga el orden del enunciado, en el que aparece en el reactivo.

Presentación de los Estudiantes

Los reactivos fueron aplicados a tres estudiantes, de ellos 2 eran varones y 1 niña y de diferentes escuelas, se nombrarán sus nombres y su nivel de estudio en el que están actualmente (2011).

Estudiante	Curso
Elias	Séptimo Básico
Vanessa	Octavo Básico
Eduardo	Primero Medio

Tabla 1: Nombre de los estudiantes y sus cursos correspondientes

Análisis de sus Producciones

Análisis del Primer Reactivo

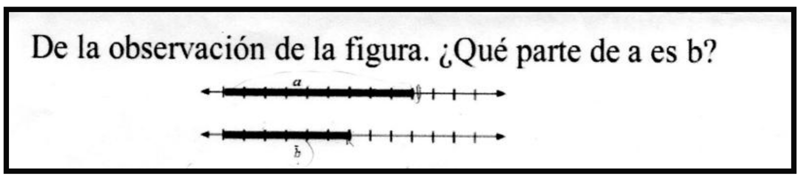


Imagen 3

Transcripción de Elías

Total A = 9 $\quad \frac{6^{(3)}}{9^{(3)}} = \frac{2}{3}$

Total B = 6

Imagen 4

Análisis de Elías

Contó segmentos y luego estableció la razón, respondió lo solicitado por medio del conteo, que es la fase previa a la medida.

Lo que midió no fueron medidas de longitud, sino que midió segmentos que es un momento del acto de medir.

Con base a lo producido por el estudiante, conjeturamos que recurrió a la faceta de razón obviando el momento inicial de medir longitudes, en su lugar contó segmentos como podría haber contado otros objetos abstractos.

Transcripción de Vanessa

$$\frac{10}{7}$$

Contando las rayas de cada fecha

Imagen 5

Análisis de Vanessa

Contó las rayas de cada flecha creando una fracción de la forma $\frac{10}{7}$ (cfr., anexo 4), realiza esta fracción por el orden de los gráficos.

Transcripción de Eduardo

$$\frac{9}{6} = \frac{100}{x}$$

600:9=66,6

60

6

El 66,6 % de **b** es **a**

Imagen 6

Análisis de Eduardo

El realizó una regla de tres o una proporción con valor desconocido, obteniendo como resultado un porcentaje, $\frac{9}{6} = \frac{100}{x}$, dando como resultado 66,$\overline{6}$% de **a** es **b,** si bien el resultado en porcentaje es correcto.

Con base en lo realizado por el estudiante podemos decir que tiene muy incorporado los porcentajes, ya que lo aplicó sin problemas, pero después en la entrevista él dice que se equivocó y arregla la parte que dice 66,6% de **a** es **b, por** 66,6% de **b** es **a,** produciéndose nuevamente la dislexia anteriormente mencionada.

Análisis del Segundo Reactivo

En una mesa hay 9 libros de los cuales 5 son de matemáticas y 4 de investigación; ¿ Qué se puede decir del número de libros de investigación respecto al número al libros de matemática?

Imagen 7

Transcripción de Elías

Total : 9 M= 5 $\qquad \frac{4}{5}$ I =4 Cada 4 libros de investigación hay 5 de matemática

Imagen 8

Análisis de Elías

Él realiza de forma correcta la razón $\frac{4}{5}$, teniendo claro que el antecedente que corresponde al numerador es quien se va a comparar con respecto al consecuente que corresponde al denominador.

Así el estudiante indica que el resultado es cada cuatro libros de investigación, hay cinco de matemática.

Transcripción de Vanessa

Que hay menos libros de investigación que de Matemáticas. Osea $\frac{9}{4}$

Imagen 9

Análisis de Vanessa

La estudiante observó la cantidad de libros de investigación y matemática y se percató que hay menos libros de investigación que de matemática, sin embargo ella plantea una razón de la forma $\frac{9}{4}$, indicando después en la entrevista:

…**Vanessa:** *"9 libros, pero me equivoqué"*

Equipo: *"¿Por qué piensas que te equivocaste?"*

Vanessa: *"Porque era 5 en vez de 9, y ahí seria 5 es a 4"…* (cfr.,Anexo 3)

En la entrevista, la estudiante comenta que no es 9 el número de libros en el antecedente de la razón, sino es 5 ya que se pregunta por la cantidad de libros de investigación con respecto a los de matemática.

Ahora bien, la estudiante expresa, en la entrevista (cfr., Anexo 3), la respuesta a la interrogante como 5/4 porque hubo una dislexia al leer el reactivo ya que se guió por el enunciado de la pregunta y no por la pregunta misma.

Transcripción de Eduardo

Con respecto a los de matematica son el 55, 5% del total y los de investigacion son 44,7%

$$\frac{9}{5} = \frac{100}{x} \qquad \frac{9}{4} = \frac{100}{x} \qquad \begin{array}{l} 400':9=44,4 \\ 40 \end{array}$$

Imagen 10

Análisis de Eduardo

El estudiante recurre a una regla de tres simple para obtener su resultado en porcentaje, tomando el total de libros que son 9 como el 100% y la cantidad de libros de investigación que son un total de 4, realizando una igualdad para sacar el porcentaje de libros de investigación, y análogamente realiza el mismo procedimiento para obtener el porcentaje de la cantidad de libros de matemática, en el cual responde "con respecto a los de matemática son 55,5% del total y los de investigación son 44,7%.

Esto ocurre porque el estudiante, al leer la información de la pregunta, se da cuenta que existen tres datos de la misma naturaleza, entonces como falta un dato, se usó la regla de tres siempre, ya que en los colegios se enseña, y se insiste, que si se tiene tres datos y falta uno, se recurre a esta regla (Arrieta 2010-2011).

Interpretaciones Didácticas de las producciones.

Interpretación Reactivo 1

Interpretación del Reactivo Elías

Se puede observar que de las rectas numéricas **a** y **b**, el estudiante analiza e interpreta los datos de la grafica señalando que en el **a** hay nueve segmentos, y en **b** hay con seis segmentos. Luego establece la relación entre **b** y **a** de las graficas del problema, obteniendo la fracción 6/9, luego simplifica obtenido una fracción irreductible 2/3.

El estudiante respondió a lo solicitado, pero la estrategia utilizada de base no es la medida, sino el conteo. No midió longitudes, midió segmentos que es un momento del acto de medir, pero no es medir.

Interpretación del Reactivo Vanessa

Se observa que en este reactivo la estudiante utilizó el conteo de rayitas, y no de segmentos que componen la gráfica, asociando a una recta numérica. Relaciona ambas gráficas y escribe la fracción 10/7, guiándose por el orden gráfico de la figura, señalando de forma escrita las rayitas de cada flecha.

La estudiante no respondió a lo solicitado, la estrategia utilizada de base no es la faceta de medida, sino el conteo de rayitas.

Interpretación del Reactivo Eduardo

El estudiante en este reactivo recurre a entidades matemáticas externas a los significados de algunas facetas de la fracción, posible de usar como la regla de tres o proporción con valor desconocido, obteniendo un resultado en porcentaje. Establece la regla de tres escribiendo que nueve es el cien porciento, y el porcentaje de seis es la incógnita. Desarrolla la regla de tres con valor desconocido, dividiendo entre seiscientos y nueve, dando como resultado, 66,6%. Luego escribe su resultado señalando que: el 66.6 % corresponde al porcentaje de **b** es **a**.

El estudiante no respondió a lo solicitado, porque la estrategia utilizada de base no es la medida, sino a las entidades externas, como la regla de tres, para obtener un resultado de forma de porcentaje.

Con base a lo producido por el estudiante, conjeturamos que tiene muy interiorizado el concepto de porcentaje ya que a respondido los dos reactivos con la regla de tres para dar un resultado en porcentaje.

Interpretación Reactivo 2

Interpretación del Reactivo Elías

El estudiante realiza la descripción de los datos, indicando que el total de libros que son nueve, de los cuales, cinco son de matemática y cuatro de investigación. Se observa la relación los libros de investigación con los de matemática, escribiendo la fracción 4/5. El estudiante respondió lo solicitado utilizando la estrategia de comparación entre las cantidades de libros. Con base por lo producido por el estudiante conjeturamos que recurrió a la faceta de razón, señalando textualmente que por cada cuatro libros hay cinco libros de matemática.

Interpretación del Reactivo Vanessa

En este reactivo la estudiante establece una relación entre el total de libros y la cantidad de libros de investigación, escribiendo la fracción 9/4.

Indicando con palabras que hay menos libros de investigación que de matemática. Por esto podemos conjeturar con base a lo producido por la estudiante, que no respondió lo solicitado, ya que ella sólo detalla de acuerdo lo que se solicita en el reactivo que hay menos libros de investigación que de matemática.

Interpretación del Reactivo Eduardo

Se observa que el estudiante vuelve a recurrir a la regla de tres con valor desconocido, y nuevamente llega a un porcentaje. Esta vez el realiza dos desarrollo, ya que saca el porcentaje del total de los libros de matemática y análogamente realiza lo mismo por los libros de investigación.

El señala con respecto a los de matemática es el 55.5% del total y de investigación son 44.5%.

El estudiante no respondió a lo solicitado, ya que recurre a la regla de tres para obtener porcentaje. Esta no es una solución deseable ya que el reactivo fue elegido porque pone en juego, de modo no restrictivo la faceta de razón.

Con base a lo producido por el estudiante podemos conjeturar que no recurrió a la faceta de razón, sino que recurrió a entidades externas de las facetas de las fracciones.

Contraste de Conjeturas Previas con las Producciones estudiantiles

Reactivo 1

Elías

Elías contó los segmentos que se encontraban en las rectas portadoras, escribiendo la fracción $\frac{6}{9}$, luego simplificó y llegó a una fracción irreductible de $\frac{2}{3}$.

El estudiante escribió esta fracción porque se guió por lo que pedía la pregunta "¿Qué parte de a es b?", esto deja de manifiesto que entiende fracciones y responde lo solicitado. Esto puede producirse por el trabajo que se realiza en el aula con las fracciones, que consiste en realizar operaciones básicas de cálculo de fracciones, sin embargo queda en evidencia que no se realiza el acto de medir, ya que esto se dejó de realizar en las salas de clases hace más de medio siglo. Este acto de medir consiste en la superposición de longitudes como uno de los pasos de la medida. El siguiente paso será contar un número de superposiciones considerando uno de los segmentos de la partición de las rectas portadoras, como patrón de medida.

Entonces superponerlo hasta cubrir sin solapamiento a cada segmento. Luego cuenta en cada caso la cantidad de superposiciones.

Con cada medición, ahora desde el enunciado debe distinguir la comparación pedida y proceder a expresarla como razón.

Con esto podemos ver el desconocimiento que existe en la actividad de medir realizadas en las aulas.

Con base a lo desarrollado por el estudiante, hemos podido constatar que una de nuestras conjeturas tuvo cierta validez ya que el estudiante contó segmentos mencionado en la entrevista, estableció la relación, escribió la fracción, simplificó y llegó a la fracción solicitada, pero no usó la faceta de medida ya que, si bien, contó segmentos que es el acto previa a medir, pero no utilizó la faceta de medida.

Vanessa

Vanessa contó las rayas de cada recta portadora de los segmento, escribiendo la fracción 10/7. Escribe esta fracción siguiendo el orden en que se presentan las rectas portadoras de cada segmento.

Es plausible conjeturar que la estudiante no tiene claro el concepto de medir. Esto no sorprende puesto que el pensamiento de la medida dejó las aulas hace más de medio siglo.

Por su parte, al contar las rayitas ilustra su experiencia escolar en el trabajo con la recta numérica. Así mismo desde el pensamiento numérico activa la acción del conteo.

Su actividad no considera la superposición de longitudes como uno de los pasos de la medida. El siguiente paso será contar un número de superposiciones considerando uno de los segmentos de la partición de las rectas portadoras, como patrón de medida.

Entonces superponerlo hasta cubrir sin solapamiento a cada segmento. Luego cuenta en cada caso la cantidad de superposiciones.

Con cada medición, ahora desde el enunciado debe distinguir la comparación pedida y proceder a expresarla como razón.

Una acción recurrente que funge como indicador del desconocimiento de la actividad de medir longitudes es partir “desde la primera rayita” para entregar un resultado. El estudiantado a menudo coloca la regla graduada desde el primer número marcado.

Aquí podemos ver que nuestras conjeturas no alcanzaron a prever lo que hizo el estudiante. Emerge como desempeño no previsto y que se compone de algunos aspectos anticipados en las conjeturas: se ubica en el contexto de la recta numérica y activa la práctica de medir con regla graduada aunque según una práctica que desconoce la actividad de medir remitiéndose a arrojar un resultado “tantas rayitas”.

Eduardo

Eduardo en el reactivo escribe que el 66,6% de b es a. En su desarrollo para llegar a este resulta utiliza regla de tres, con valor desconocido, indicando que 9 es el 100% y 6 es el porcentaje que calcular. Realizando la división de 600 dividido por 9, dando como resultado 66,6 periódico.

En su actividad no considera la superposición de longitudes, ni el conteo de segmentos portadores de la rectas , como algunos paso de medida.

Para llegar a este resultado la estrategia utilizada no es la medida, pero si utiliza el conteo, pero lo hace para contar segmentos para luego establecer la comparación entre cantidades, esto es un acto de porcentaje aplicado en la proporción y razón.

El porcentaje es una forma de comparar cantidades, es una unidad de referencia que relaciona una magnitud (una cifra o cantidad) con el todo que le corresponde (el todo es siempre el 100), considerando como unidad la centésima parte del todo.

Con base a lo realizado por el estudiante, podemos darnos cuenta que no hay presencia del concepto medida en las aulas, ya que al pedir calcular algún valor desconocido, los estudiantes proceden a usar regla de tres y porcentajes.

Aquí podemos ver que nuestras conjeturas previó lo que hizo el estudiante. Se pudo anticipar algunos aspectos en las conjetura, en la cual podría utilizaron entidades matemáticas externas a los significados de algunas facetas de fracción posibles de usar (parte todo, operador, cociente, medida, razón).

Reactivo 2

Elías

Elías escribió los datos que aparecen en el reactivo, el total de los libros, es igual a 9, de bajo escribe “m” refiriendo los libros de matemática, es igual a 5 y escribe una “í” refiriendo a los libros de investigación, es igual a 4. Después escribe “cada 4 libros de investigación hay 5 de matemática”.

Es posible conjeturar que la estudiante tiene noción el concepto de razón. Esto es porque la razón es un comparación entre cantidades, es decir, antecedentes respecto a consecuente, puesto a lo realizado por estudiante, él realiza una comparación entre el número de libros de investigación con respecto al número de libro de matemática.

Su actividad considera la comparación de cantidades como pasos de la faceta de la razón, donde debe haber una cantidad denominada antecedente y otra cantidad denominada consecuente, donde el antecedente es comparado con el consecuente.

Aquí podemos ver que nuestras conjeturas alcanzaron a prever lo que hizo el estudiante, por que el reactivo se pone en juego de modo no restrictivo la faceta de razón, ya que la pregunta requiere comparar las cantidades de libros de investigación con los libros de matematica.

Vanessa

En este reactivo Vanessa escribe que hay menos libros de investigación que de matemáticas, añadiendo la fracción 9/4.

Es posible conjeturar que la estudiante no tiene claro la faceta de razón, aunque realizó una relación pedido por el reactivo, pero no alcanzó a llegar a nuestras estimaciones propuestas en el inicio de la actividad.

En su actividad considera la relación entre libros de investigación y matemática. Pero no realiza la comparación de cantidad de los libros que es uno de los pasos para realizar una razón.

Aquí podemos ver la estudiante pudo anticipar algunos aspectos en las conjeturas previas, en la cual podría relacionar los libros de investigación con respecto a los libros e matemática.

Eduardo

En este reactivo el estudiante comienza a diferenciar, por medio de porcentaje, la cantidad de libro sobre la mesa concerniente a los libros de investigación y de matemática, escribiendo la cantidad porcentual del conjunto de cada tipo de libros respectivamente. Para ello utiliza la regla de tres, con valor desconocido, calculando un valor porcentual de la cantidad de libros de matemática con respecto al total de libros. Luego realiza el procedimiento para calcular el porcentaje de libros de investigación.

Por ello es posible conjeturar que el estudiante no recurre a la faceta de razón porque tiene apropiado la noción del concepto de porcentaje, ya que en la respuests de los reactivos el estudiante aplica regla de tres con valor desconocido para obtener un resultado.

En su actividad no considera la comparación de cantidades de los libros, ni la relación entre los libros de investigación con respecto a los libros de matemática.

Con base a lo realizado por el estudiante, podemos darnos cuenta que no tiene claro el concepto de razón, ya que recurre a otras entidades matemáticas externas a los significados de algunas facetas de fracción posible de usar (parte todo, operador, cociente, medida, razón).

5.2. El Diseño

Como señalamos anteriormente, nuestro estudio tiene un enfoque de investigación-acción, ya que tiene como finalidad estudiar y explorar una situación para mejorarla.

El diseño utilizado en este estudio de aprendizaje en la Modelación, está basado en la secuencia utilizada por el doctor Jaime Arrieta (2010) en su tesis doctoral y que forma parte de los módulos impartidos en el proyecto Laboratorio Virtual de Ciencia (cfr., Anexo 1). Esta secuencia se desarrolla en distintos momentos y con grado de focalización creciente.

Este diseño de aprendizaje está basado en la práctica de modelación lineal, se pretende que el estudiante modele linealmente la elasticidad de un resorte por medio de modelos, los cuales serán tablas que facilitarán el desarrollo de la secuencia en las preguntas 1 a 6 de la primera sesión la cual será inducida para lograr que los estudiantes encuentren la razón de cambio. Obteniendo la razón de cambio el siguiente paso será encontrar la ecuación algebraica el cual será el siguiente modelo usado en la secuencia para lograr esto se presentan las preguntas 7 a la 11. Finalmente el otro modelo usado es la gráfica, teniendo los datos anteriores, se les pide a los estudiantes que hagan la gráfica por medio de los datos de la tabla.

En este experimento tenemos un fenómeno que está asociado a distintos modelos que son una tabla que será el modelo numérico, una fórmula que será el modelo algebraico y una gráfica que será el modelo gráfico.
En este caso el fenómeno, lo modelado, es la elasticidad de los resortes, y se pretende que los estudiantes, mediante actividades, le asocien tablas de datos, gráficas y formulas, estos serán los modelos. Este diseño está estructurado en tres fases:

I. La Experimentación
II. El acto de modelar- La Predicción
III. La Graficación

En el desarrollo de este diseño, la fase de experimentación consiste en que los estudiantes entiendan cómo están relacionados los datos con el fenómeno. Para esto se pide que describan el experimento y que utilicen la tabla para responder las preguntas que se plantean. En esta fase se realizan tres preguntas, de las cuales la primera pide describir el experimento y las otras dos pide buscar según el valor del peso encontrar la posición del resorte, estas se responden solo con la observación directa de la tabla. Para que esto ocurra los estudiantes escogidos para realizar este experimento cursan segundo año de enseñanza media por lo tanto ellos según los planes y programas han tenido alguna relación con tablas y gráficos, los cuales se presentan en el contenido de ecuación de la recta.

Luego, en la etapa de modelar, consta de seis preguntas donde las preguntas 1 y 2 se pueden responder trabajando un poco más la tabla. Acá se pide encontrar la posición del portapesas al poner cantidad de gramos o posiciones que no están explícitos en la tabla, en este caso deberán elaborar nuevos cálculos, mediante la interpolación para encontrar los gramos o posición del portapesas, pedido.

La pregunta tres está hecha para que se produzca el quiebre en el comodín que ha producido el uso de la regla de tres, mostrando que en esta pregunta no funciona. Se pretende que los estudiantes logren predecir cuánto se estira el resorte por un gramo, con esto se encuentra la razón de cambio. Y así encontrar el algoritmo para poder construir el modelo algebraico.

Las preguntas cuatro a seis están hechas para poder ser usadas en el algoritmo encontrado anteriormente.

La última fase de la secuencia es la graficación, indicando qué gráfica es la que les resultó y por último se les pide calcular la posición del portapesas cuando tiene un peso específico, utilizando la gráfica.

5.3. Conjeturas Previas

Las conjeturas previas al desarrollo de la secuencia, levantadas por los investigadores, son las siguientes.

Conjeturas Reactivo nº 1

- Algunos estudiantes verán que existe una falta de relación entre el dibujo y la tabla, ya que observarán los dibujos de forma independiente, es decir, no relacionarán los valores de la tabla con los elementos del portapesas.
- Los estudiantes describirán detalladamente, con palabras, lo que muestran las figuras, dirán que hay un portapesas, regla, cuadrados de 20 y un tabla que indica el peso y posición del portapesas

Conjeturas Reactivo nº 2

- Los estudiantes sumarán las pesos de 20 hasta lograr los 60 gr y luego mirarán la tabla para ver en qué posición está el portapesas y verificarán que la posición es de 135mm.

Conjeturas Reactivo nº 3

- El o los estudiantes verificarán la tabla de datos del experimento y verán que, cuando la flechita este en la posición 75 mm, el peso agregado en el portapesa es 20 gr.
- Algunos estudiantes buscaran 75mm en la tabla y se preguntarán dónde está 75mm, ya que no está especificado la unidad de medida. Acá es importante que aparezca, de forma explicita la unidad de medida en ambas columnas de la tabla porque se genera un problema a la hora de identificar o buscar los datos en la tabla. Una vez aclarado esto, comparan 75mm con 20 gr.

Conjeturas Reactivo nº 4

- Algunos estudiantes verán que 50 gr, no aparecen en la tabla de datos del experimento; seguirán los siguientes procedimientos, estudiaran el comportamiento del resorte cuando se agregan 10 gramos al porta pesa, ya que cada 20 gr la posición cambia 30 mm, entonces 10 g, cambiara de posición del resorte 15mm.
- Puede ser que algunos estudiantes saquen un promedio entre los incrementos de los pesos y los incrementos de las posiciones.

- Pueden que los estudiantes grafiquen los datos y encuentren la ecuación de la recta y saquen la posición de la flecha reemplazando 50 gramos

- Los estudiantes dirán que 50gr no está en la tabla, otros se darán cuenta de la regularidad de pesas y posición y plantearan que se pesa la mitad de 20gr para lograr 50 gr, por lo tanto se estirar la mitad del resorte es decir 15mm.

<u>Conjeturas Reactivo nº 5</u>

- Ya estudiado el comportamiento del resorte, los estudiantes observan que cuando se agregan 10 gramos al porta pesas, el cual se estira 15mm. Ahora preguntan por la posición 85mm.Por lo tanto estudiaran el comportamiento del resorte cuando se agregan 5 gramos al porta pesas. Cuando se agrega 10 gramos se estira 15mm. Entonces 5 gramos se estira la mitad de 15m, que es 7,5mm. La posición de 80 gramos es 165mm, entonces a 85 gramos la posición será 165mm, más el 7,5 mm correspondiente a los 5 gramos agregados y sumados es 173,5mm

- Algunos estudiantes pueden que sepan que los datos pedidos lo pueden encontrar por medio de la ecuación de la recta al remplazar datos

<u>Conjeturas Reactivo nº 6</u>

- Ya estudiando el comportamiento de los datos de la tabla, notaran que cuando se agregan 1 gramo, entonces a 30mm se dividirá por 20 obteniendo 1,5. Por lo tanto cada un gramo agregado el resorte se estira 1,5mm con este dato multiplicaran 38,3 por 1,5 y encontraran el valor pedido.

- Encontrando la ecuación de la recta, y reemplazando encontrarían la posición

- Los estudiantes harán muchas preguntas porque no visualizaran de forma clara la razón de cambio. Comenzarán hacer regla de tres para calcular 38,3 y su posición.

Conjeturas Reactivo nº 7

- Los estudiantes obtenida la ecuación, lograran encontrar la posición pedida, multiplicando 62,2 gr por 1,5 y le sumaran 45mm que es la posición inicial del portapesas.
- Pueden que encuentre la razón de cambio sin que ellos sepan que es.
- Los estudiantes se darán cuenta que al tener la razón de cambio pueden saber cualquier posición del portapesas.

Conjeturas Reactivo nº 8

- En esta pregunta los estudiantes se confundirán con la letra p gramos.
- Entenderán que "p" puede ser cualquier peso agregado al porta pesas. Por lo que responderán que, por cada gramo agregado la posición varia en 1,5m y suman la posición sin peso de 45mm. Es decir al peso "p" lo multiplicaran por 1,5 y sumaran 45 por la posición inicial.

Conjeturas Reactivo nº 9

- Los estudiantes encontraran la fórmula: (p x 1,5) + 45= posición final
- Puede que los alumnos, con las coordenadas que tienen lleguen a la ecuación de la recta
- Puede que no recuerden la fórmula para sacar la ecuación de la recta y no podrán encontrar la ecuación.
- Los estudiantes al comprender la generalidad puede llegar a la ecuación.

Conjeturas Reactivo nº 10

- Ingresaran el peso a la formula encontrada anteriormente.

Conjeturas Reactivo nº 11

- Nuevamente los estudiantes ingresaran 125,9 a la formula encontrada.
- Puede que los estudiantes, encontrando una fórmula algebraica, accedan al dato que se les pide.

5.4. Una Descripción de la Aplicación de la Secuencia de Enseñanza de la Variación desde la Modelación.

La aplicación del diseño se planificó para que fuera trabajado en 6 sesiones, siendo cada una de ellas, de 90 minutos; donde las primeras cuatro de ellas, se trabajaría solamente con el diseño y posteriormente las dos restantes se basaría en plenarias.

Para el desarrollo de los diseños, el curso se dividió en grupos de 3 personas donde se pudo obtener 12 grupos de trabajos. La forma de agrupación no tuvo un requerimiento para formarse, por lo que fue a libre decisión.

Para el desarrollo del diseño fue dividida en 4 sesiones donde cada sesión tenía una cantidad de aproximadamente 4 preguntas de un total de 14. La primera sesión se entregó 4 preguntas aumentando el nivel de dificultad. Además, en cada sesión, al finalizar, cada grupo respondería dos preguntas de reflexión relacionadas al trabajo que han tenido durante la sesión, es decir, mencionaría cuales fueron las preguntas más fáciles que ellos encontraron y cuáles son las más complicadas, que como grupo, encontraron al ir desarrollando cada una de ellas. Estas preguntas sirven para ir observando cuales eran los obstáculos que tenían y así ir seleccionando las preguntas adecuadas para que, la próxima sesión, tuvieran el tiempo conveniente para reflexionar con respecto a las nuevas preguntas.

Posteriormente, las dos siguientes clases, cuando ya los grupos hubiesen contestado las preguntas que tiene el diseño, comenzaría las plenarias, donde cada grupo, de forma expositiva, con un material entregado (papel craft y plumón), respondería dos preguntas, de igual forma para todos. Estas son:

1. ¿Cuál es la relación que existe entre los datos de la tabla, el gráfico y la ecuación algebraica?
2. ¿Cómo realizaron los ejercicios cuando los datos no aparecían en la tabla?

Finalmente, en la última sesión, se realizaría una clase expositiva donde los alumnos observarían, por medio de una explicación, cómo podrían llegar a datos claves para poder responder cada pregunta del diseño. Esta exposición la realizaría un investigador guía, dentro de los tres que estaban en la sala de clases.

La secuencia estaría guiada por tres investigadores, la cual uno es el profesor novel de la asignatura de matemática, donde él daba las instrucciones de cada actividad que se debía realizar en cada sesión. Luego que los grupos comenzaran a realizar la secuencia, los investigadores se dirigían a cada grupo al azar y observan lo que ellos están reflexionando. Hay que dejar claro que los investigadores sólo ayudarán a los grupos a comprender lo que se le preguntará en cada sesión, no se podía dar ninguna idea de cómo se debe contestar, esa era la tarea de ellos, es decir, que cada grupo busque la forma de responder cada reactivo de la secuencia

5.5. Descripción de la Experiencia y de las Producciones Estudiantiles.

A continuación, se presentan evidencias de las soluciones planteadas por 12 grupos divididas en tres sesiones de desarrollo de la secuencia didáctica y tres de exposiciones donde deben, cada grupo, exponer el cómo realizaron las preguntas de la secuencia.

En la siguiente tabla se presenta la estructura general de las actividades, el tiempo y los instrumentos de observación previstos y se compara este plan con el de su realización durante la experimentación.

Esquema general de desarrollo de la experimentación				
Planificación		Implementación		Instrumentos
Actividades	Tiempo	Actividades	Tiempo	
Introducción y experimentación	1 Unidad Sesión 1	Introducción y experimentación	1 Unidad Martes 15 de Noviembre del 2011 (5º)	Grabación de video y producción escrita de los estudiantes.
Acto de modelar	1 Unidad Sesión 2	Acto de modelar	1 Unidad Miércoles 16 de Noviembre de 2011 (4º)	Grabación de video y producción escrita de los estudiantes.
Graficación	½ Unidad Sesión 3	Graficación	½ Unidad Jueves 17 de Noviembre de 2011 (3º)	Grabación de video y producción escrita de los estudiantes.
Graficación y Exposición de los estudiantes	1 Unidad Sesión 4	Graficación y Exposición de los estudiantes	1 Unidad Viernes 18 de Noviembre de 2011 (3º) y (2º)	Grabación de video, producción escrita y exposición de los estudiantes.
Exposición de los estudiantes y plenaria	1 Unidad Sesión 5	Exposición de los estudiantes y plenaria	1 Unidad Martes 22 de Noviembre de 2011 (2º)	Grabación de video y exposición de los estudiantes.
Exposición de los estudiantes.	1 Unidad Sesión 6	Exposición de los estudiantes.	1 Unidad Miércoles 23 de Noviembre de 2011 (2º)	Exposición de los estudiantes.

Tabla 2: Esquema general de desarrollo de la experimentación de las sesiones de la secuencia didáctica

En este esquema, la Unidad significa 90 minutos de clases. En la columna tiempo, de la implementación, se señala: el número de la sesión, la fecha y el número de preguntas que trabajaron los estudiantes.

Se tenia previstas 5 sesiones de trabajo, pero en total se efectuaron 6 sesiones por la lentitud con la que se fueron desarrollando las acciones. Durante toda la intervención hubo interrupciones constantes de personal vinculado a la institución, tanto para dar información relativa a alguna actividad escolar, como para solicitar la presencia de algunos estudiantes en otro lugar del colegio. Este hecho afectó, no solo el clima académico, sino el ritmo de trabajo, y por supuesto retardó las acciones que se tenían previstas.

Descripción de las sesiones

Las sesiones de trabajo se llevaron a cabo entre el 15 y el 23 de noviembre de 2011. Durante este periodo se trabajo con 36 estudiantes que se dividieron en 12 grupos de tres estudiantes de un curso de segundo medio de un colegio municipal. Para describir las sesiones se tuvieron en cuenta las grabaciones de video

Sesión número 1: (15 de Noviembre de 2011/ 5 preguntas) El profesor novel, encargado del curso, nos presentó como profesores de matemática y les comunicó a los estudiantes que íbamos a trabajar con ellos en algunas clases.
Según el plan previsto, se les informó a los estudiantes el tema que se iba a tratar en las siguientes clases la cual ellos se mostraron con interés en realizarla. Luego ellos comenzaron a trabajar en la secuencia haciendo preguntas las cuales los profesores de matemáticas respondían sin dar la respuesta ya que la idea de la secuencia era que cada grupo construyera su propia solución con los conocimientos que ellos poseen.

Sesión número 2: (16 de Noviembre del 2011/ 4 preguntas) Entregamos la segunda parte de la secuencia. Nuestra intensión era organizar los mismos grupos de trabajo, pero faltaron algunos estudiantes y los estudiantes insistieron en organizarse libremente. Las dudas de los estudiantes comenzaron a aumentar porque las preguntas, que debían desarrollar, tenían un nivel mayor de complejidad.
La ejecución del trabajo se vio interrumpida constantemente por las salida y entrada de varios estudiantes, quienes eran citados por la directiva del colegio.

Podemos concluir que, en esa sesión, se desarrollo de manera muy lenta, pues había grandes dificultades al encontrarse con valores que no aparecían de manera explicita.

Sesión número 3: (17 de Noviembre del 2011/ 3 preguntas) Nuevamente presentamos al última situación de la secuencia fotocopiada a cada grupo de trabajo. En esta se pudo observar que no hubo mayor dificultad porque los estudiantes trabajaron con el contenido visto en las últimas clases de matemática.

Algunos estudiantes comentaban que jamás había realizado ejercicios como los propuestos en la secuencia; mencionaban que era contenido de la asignatura de Física.

Sesión número 4: (18 de Noviembre del 2011/ 3 preguntas de la secuencia didáctica y 2 preguntas para todos los grupos que expondrían) Los estudiantes siguieron realizando las preguntas de la sesión anterior. Luego comenzaron a preparar las exposiciones los alumnos con un plumón y un papel craft.
Al momento de que los grupos comenzaron a preparar las exposiciones, se notaba que los nervios iban creciendo ya que ellos mencionaban que jamás los habían hecho disertar en la asignatura de matemática.

Sesión número 5: (22 de Noviembre de 2011/ 2 preguntas para todos los grupos que expondrían) Se continuó con las exposiciones de los alumnos respondiendo las mismas preguntas de la sesión anterior y finalmente se realiza una plenaria donde se centro en la identificación de las diferentes formas de representar los valores en la tabla dándole énfasis al cambio de una magnitud.
Los alumnos, al momento en que se realizaba la plenaria, se manifestaban mencionado que queda explícito que los estudiantes no tienen conceptualizados lo que es una razón y no logran ver el cociente de diferencias como una entidad conceptual que determina la razón de cambio.
Se realizaron dos plenarias, la primera fue realizada por los estudiantes en las cuales ellos responden dos preguntas relacionadas con el trabajo realizado. Una de ellas fue ¿Cuál es la relación entre los datos de la tabla, el gráfico y la ecuación algebraica? Y la otra ¿cómo realizó los ejercicios cuando los datos no aparecían en la tabla?

En las presentaciones de los estudiantes manifestaban que:

QUISPE: “*deben tener relación por algo están puestas”*

ALDANA*: “Si, creemos que hay relación, pero nosotros no la vimos.”*

ANGELO*: “Si, vimos la relación entre la tabla y el gráfico, porque de ahí sacamos los datos para graficar”*

Respuestas como estas son las que se repitieron en las presentaciones de la mayoría de los grupos, argumentaban que no supieron llegar a la ecuación, con la tabla lograron encontrar la variación entre las diferencias de las variables peso y posición y también les sirvió la tabla para llegar a la gráfica, podemos decir que los estudiantes lograron usar lo tabular para llegar a la gráfico, sin embargo fue la única articulación de modelos que lograron hacer los estudiantes.

En la segunda plenaria se dividió en dos partes, en la primera parte los estudiantes terminaron de exponer y la segunda parte fue uno de los profesores investigadores quien la realizó, en ella se propuso después de una conversación entre los investigadores detenernos un momento más en el trabajo con la tabla. Por lo tanto se comenzó preguntándoles a los estudiantes de que formas podían escribir los datos de la tabla y comenzamos a desglosar la tabla de la siguiente forma:

x	PESO	POSICION DEL PORTAPESAS	y	y
0	0	45	45	45
20	20	75	45+30	45+30
20+20	40	105	75+30	45+60
20+40	60	135	105+30	45+90
20+60	80	165	135+30	45+120
20+80	100	195	165+30	45+150
20+100	120	225	195+30	45+180

Tabla 3: tabla desglosada en plenario

De esta forma analizamos la tabla con los estudiantes, y ellos decían que visualizaban de forma más clara los incrementos de pesos y posición.

Luego comenzamos a buscar los valores de los reactivos cuando pedían la posición por 50 gr., en esta parte de la intervención los estudiantes participaban diciendo que se podía dividir ya que los 50 están entre 40 y 60 por lo tanto había que dividir por dos, la diferencia de los incrementos a ambos lados de la tabla, es decir interpolar entre los pesos y posición.

Luego cuando los reactivos pedían por 85gr., los estudiantes nuevamente participaban para responder, algunos estudiantes señalan que hay que dividir nuevamente por dos, es decir necesitamos la mitad de la mitad. En cambio otros estudiantes decían que es mejor dividir por cuatro, porque se está aumentando cinco gramos.

Con base a lo que ellos decían, comenzamos ver cuánto se estira el resorte por 10 gramos, realizando su procedimiento de interpolación, y después hicimos lo mismo para saber cuánto estira por cinco gramos. En este momento planteamos la pregunta ¿Cuánto estirará el resorte por un gramo?, y un estudiante, Ángelo dijo 1,5 y el modo que realizó fue:

"Cuando pedían en 50 gr, se dividió por dos los incrementos de ambas variables, cuando pidieron 85 gr, se dividió por cuatro los incrementos, entonces ahora que pide 1 gr, se debe dividir por veinte a ambos lados y así obtener por un gramo el resorte se estira 1,5 mm."

Luego se les explicó que el 1,5mm/gr que se había encontrado es la razón de cambio que significa como cambia la variable milímetros por un gramo.

Después de esto volvimos a la tabla para graficar los datos, se realizó la gráfica dando como resultado una recta. Luego preguntamos cómo podíamos sacra la ecuación de la recta y ellos expresan remplazando valores en la ecuación y=mx+n, entonces ellos dicen en la gráfica se puede obtener la pendiente tomando dos puntos, al realizarla se obtuvo lo siguiente:

$$\frac{135-105}{60-40}=\frac{30}{20}=\mathbf{1,5}$$

Nuevamente Ángelo dijo que esto era la pendiente y que es igual a la razón de cambio encontrada anteriormente, en este momento el profesor les menciono que de la tabla se podía haber encontrado la pendiente, obteniendo la pendiente podemos encontrar la ecuación generalizando

$$y=1{,}5\,x+n$$

Visualizando la gráfica ellos no ven el intercepto con el eje **y**, así es que reemplazamos un par de datos (20,75) y obtenemos:

$$75=1{,}5*20+n$$

$$75 = 30 + n$$

$$75 - 30 = n$$

$$45 = n$$

Ahí lograron visualizar que el 45 que indica la posición inicial del portapesas, es el intercepto con el eje **y.**

En este momento se terminaba la clase por lo que solo quedó expresado todo lo que se encontró, sin embargo la articulación de modelos que era lo esperado no se alcanzó a realizar por falta de tiempo.

Descripción de los reactivos en la primera sesión

Describe el experimento

Los grupos describen los elementos del experimento con palabras, un soporte, un resorte y portapesas o balanza, y al lado de estos elementos se encuentra una regla que mide la posición del portapesas. Además indican que cuando no hay elemento en el portapesa la regla marca 45 milímetros. Cada vez que se agrega una pesa de 20 gramos el resorte se estira 30 milímetros.

Además, los grupos nombran que aparece una tabla con datos donde se dan cuenta que estos van cambiando de forma constante y que si uno baja el otro dato también.

1. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

Todos los grupos señalan que la flechita estaría en la posición 135mm de la regla, porque verifican la tabla de datos de experimento.

Además 4 grupos indican la diferencia entre los incrementos de los pesos y de las posiciones del portapesas.

También 2 grupos indican que la posición del portapesas es de 45 mm cuando no tiene peso.

2. Si la fechita está en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

Se observa que 11 grupos responden que el peso que debe tener el portapesas, cuando la flechita marca la posición de 75mm, es de 20gr. porque verifican en la tabla de datos del experimento, de los cuales 5 grupos indican la diferencia entre los incrementos de los pesos y de las posiciones del portapesas.

3. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la flechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

Los grupos observan que el peso pedido no se encuentra en la tabla de datos del experimento.

En la pregunta, 10 grupos responden de la siguiente manera:

Como 50 gramos se encuentra en la posición media entre 40g y 60g en la tabla, recurren a sacar la posición media entre posición de 105mm y 1350mm, respondiendo 120mm.

Los otros 2 grupos calculan variación del resorte por 10gr agregados al porta pesas, dando como resultado 7,5mm. Luego suma está variación a 105mm correspondiente a 40gr, obteniendo como resultado 120mm cuando se agrega 50gr al porta pesas.

4. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la flechita del porta pesas?

Se observa que 7 grupos realizan un procedimiento parecido al anterior, en el cual buscan la posición 1/4, ya que el peso agregado en 5gr, equivalente a la cuarta parte de 20 gramos, obteniendo como resultado 7,5mm cada 5 gramos agregados al porta pesas.

Por otro lado 4 grupos calcularon la variación del resorte cuando se aplicaba 5 gramos en el porta pesas. Utilizan el siguiente procedimiento: a los 20 gramos quitaron la mitad o dividieron por 2, dando como resultado 10, siguen con el mismo procedimiento, al 10g quitan la mitad o dividen por 2 nuevamente, dando como resultado 5. Por lo que realizaron los mismo procedimiento para el cado de lo milímetros. A 30mm quitaron la mitad o dividieron por 2, dando 15. Luego nuevamente quitan mitad o dividen por 2, dando como resultado 7,5mm. Concluyendo que por cada 5 gramos aplicados al porta pesas el resorte varia 7,5mm. Por lo tanto a los 80 gramos que está en la tabla, suman 5 gramos y al 165 mm correspondiente a los 80 gramos, suman 7,5 mm correspondiente a 5 gramos, obtenido como resultado 172,5mm.

Descripción de los reactivos en la segunda sesión

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

Se puede observar que 3 grupos que deciden usar la regla de tres simple para poder encontrar la posición de la flechita en los 38,3 gramos. Un grupo realiza una regla de 3, indicando que 40 es a 105 y 38,3 es a x. Luego realiza la operación al multiplicar cruzado, 40 por X es igual a 38,3 por 105, dando como resultado, X es igual a 100,5375mm. Los otros 2 realizan lo mismo pero con diferentes valores.

Un grupo analiza la posición cuando se colocan 20gr, 10gr, 5gr, 1gr y 0,1gr, obteniendo: 30mm, 15mm, 7,5mm, 1,5mm, 0,15mm respectivamente.

Luego al resultado de 20 gramos que correspondía a 75mm le sumaron 15 por los 10 gramos. En seguida le suman 12,45 que corresponde a 8,3gramos. Lo cual les da como resultado que 38,3avanza hasta los 102,045 gramos.

Después de bajo del cuadro de respuesta realizan un análisis de los datos obtenidos: por cada 20 gramos avanza 30mm. Por cada 10 gramos avanza 15mm. Cada 1 gramos avanza 1,5mm. Al lado señalan que 20 gramos entonces está en 75. 30 gramos entonces está en 90mm. 38,8 entonces 102,045.

Otro grupo multiplica el peso pedido que es 38,3 por la razón de cambio que es 1,5. Pero no se observa como calculo el 1,5.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

Se puede observar que 4 grupos que deciden usar la regla de tres simple para poder encontrar la posición de la flechita en los 62,6 gramos. Realizan el siguiente procedimiento: 60 es a 135, como 62,6 es a X, luego multiplican cruzado, despejando x obtienen 100,5375mm.

Un grupo calcula la diferencia de incremento de peso con el valor más cercano de la tabla, en este caso 62,6-60=2,6. El valor obtenido por esta diferencia la multiplican por 1,5 que es la razón de cambio, más la posición inicial que es 45mm. Obteniendo 138,9mm.

Otro grupo multiplican 62 correspondiente al peso por 1,5 que es la razón de cambio, más la posición inicial que es 45mm, obteniendo 138mm.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

Se pudo observar que en un grupo al *p* gramos le da el valor de 89,4. Luego realiza la multiplicación de 89,4 por 1,5, más 45 obteniendo 179,1mm

Otro grupo realiza lo mismo, da un valor a *p*, que es 90, realiza los procedimientos y obtienen 180mm.

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

Sólo un grupo dejó expresado la ecuación de la recta que se puede construir por medio de dos coordenadas, a saber:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

Se observó que 2 grupos aplicaron regla de tres simple para obtener el resultado, realizando el siguiente procedimiento: 20 es a 75, como 18,45 es a x.

Un grupo analiza la posición cuando se colocan 20gr, 10gr, 5gr, 1gr y 0,1gr, obteniendo: 30mm, 15mm, 7,5mm, 1,5mm, 0,15mm respectivamente. Realiza el procedimiento que consiste en la suma por diferentes pesos, como es 18,45; realiza la suma: 15(10gr)+7,5(5gr)+1,5(1gr)+1,5(1gr)+1,5(1gr)= 72,675

Otro grupo multiplica el peso indicado por 1,5 más la posición inicial 45, obteniendo el resultado

6. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

Se observa que nuevamente los mismos grupos aplican regla de tres simple para obtener el resultado.

Un grupo calcula la diferencia de incremento de peso con el valor mas cercano de la tabla, en este caso 125,9-120=5,9. El valor obtenido por esta diferencia la multiplican por 1,5 que es la razón de cambio, más la posición inicial que es 45mm. Obteniendo 233,85mm.

Descripción de los reactivos en la tercera sesión

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

Tres grupos realizan el plano cartesiano indicando el peso en el eje de las abscisas y la posición del portapesas en eje de las ordenadas y en este plano solo marcan los puntos de la tabla donde la coordenada es el par formado por peso posición

Un grupo sólo realiza el plano cartesiano indicando el peso en la ordenada y la posición en las abscisas.

Siete grupos realizan el plano cartesiano indicando el peso en las abscisas y la posición en la ordenada, también marcan los puntos de la tabla y los unen.

2. ¿Qué gráfica es ésta?

Dos grupos indicaron sólo que es una línea recta.

Tres grupos señalan que es una recta con pendiente positiva o ascendente.

Tres grupos indican que es una línea recta creciente y constante

Un grupo indicó que es una unión de puntos.

3. ¿Cómo calculan la posición del portapesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

Esta pregunta la respondieron sólo tres grupos. El primero indicó la posición del portapesas multiplicando 1,5 al peso pedido.

Otro grupo realizó la diferencia entre 64 y 60 luego el resultado lo multiplicó por 1.5 dando como resultado 6, este se lo sumó a 135 y le dio como resultado final 141.

El otro grupo hizo aproximaciones en el gráfico haciendo rayitas hasta obtener el resultado.

5.6. Análisis de las Producciones Estudiantiles.

Se presenta el análisis de las producciones de los estudiantes realizadas en la secuencia.

Análisis de los reactivos en la primera sesión

En la pregunta 1 de la secuencia didáctica, los estudiantes recurren a lo visual nombrando los elementos del experimento que aparecen en el dibujo presentado. Podemos decir que, en las grabaciones, en las preguntas de reflexión y la información aportada por el profesor novel, los estudiantes manifestaban que sabían lo que pedía la pregunta, pero no sabían redactar. Esto pasa porque a los estudiantes les cuesta mucho trabajo plasmar, por escrito, sus resultados y no tienen mucho interés en ello.

Ahora bien, en el reactivo 2 y 3, los grupos responden lo solicitado ya que identifican que hay dos variables y que cada una de ellas tiene incrementos constantes, estos sucede porque en el nivel que se encuentran los estudiantes, han tenido alguna relación con tablas. Algunos ejemplos:

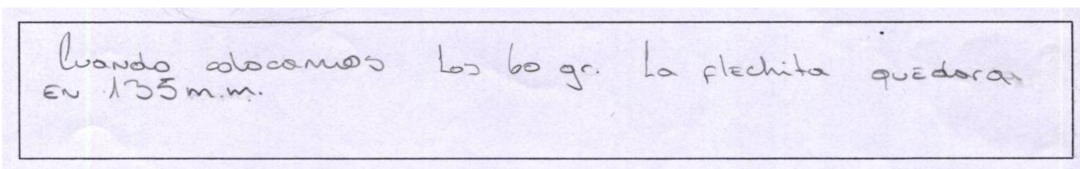

Cuando colocamos los 60 gr. la flechita quedara en 135 m.m.

Imagen 10

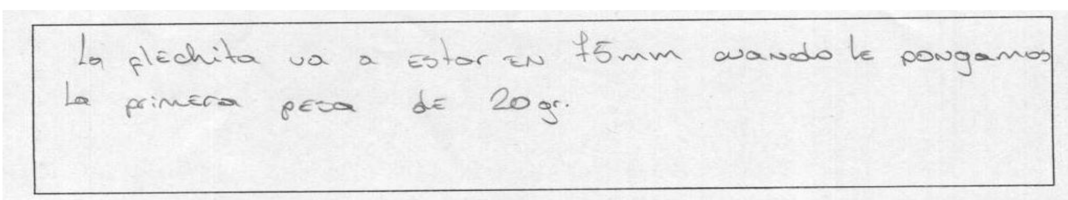

La flechita va a estar en 75mm cuando le pongamos la primera pesa de 20gr.

Imagen 11

Un porcentaje de estudiante, al observar la tabla, captan la diferencia del peso y las diferencias de las posiciones del portapesas colocando cada 20 gramos agregados al portapesas, el resorte se estira 30mm. Los estudiantes comienzan a identificar que la variación siempre es la misma cifra porque los incremento son los mismos explícitos en la tabla, pero no ven la razón de cambio que se presentan por medios de estas diferencia de peso y de posición. Es decir, no utilizan la faceta de razón de fracción para representar la razón de cambio, sino que hacen una comparación de cualquier par de cantidades que pueden utilizarse para representar una idea que no se puede expresar con un simple número. Unos son:

> Como vemos en la posición del porTapesas hay un desplazamiento constante de 30mm cada 20g y así vemos como llega al 135mm al peso 60g.

Imagen 12

> Es 20g porq desde al 0 la posición era 45mm y al poner 20K subio a 75mm porq cado 20g la posición del porTapesas aumenta 30mm.

Imagen 13

Los estudiantes, al ver que se piden valores que no se encuentran explícitos en la tabla, recurrirán a la interpolación que consiste hallar un dato dentro de un intervalo en el que conocemos los valores de los extremos, por lo tanto los estudiantes calculan los puntos medios de peso y posición, ya que saben que 50 está entre 40 y 60 gramos presente en la tabla, entonces realizan el mismo procedimiento con los datos relacionados con 40 gramos que es 105mm y con 60 gramos es 135, entonces sacan nuevamente la diferencia entre los datos de milímetros y calculan el punto medio, de forma análoga, arrojando el resultado de 120 mm.

Además los estudiantes recurrieron al punto medio porque el profesor novel, en la asignatura, a enseñado el contenido de función lineal, donde ellos han trabajado el cálculo de puntos medios de segmentos formados por coordenadas (x, y).

Un ejemplo de ello se puede apreciar en la imagen 14, que un grupo realizó un dibujo en momento que se estira el resorte cuando se colocan 50 gramos en el porta pesas, que sirve de ayuda visual para los estudiantes.

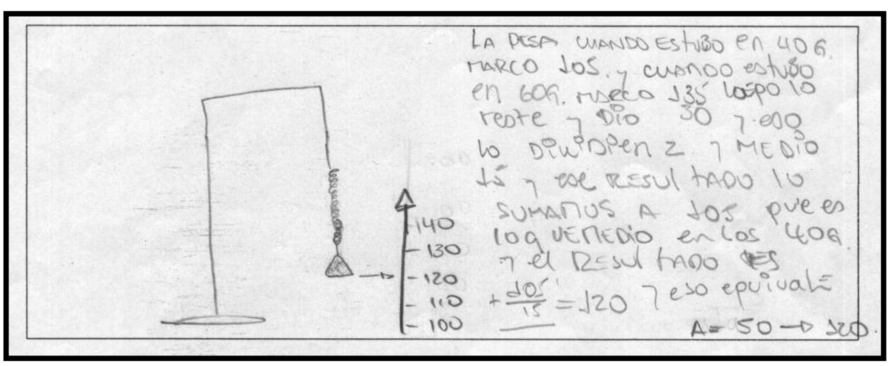


Imagen 14

Análisis de los reactivos en la segunda sesión

Podemos decir que en esta etapa hay grupos de estudiantes que acuden erróneamente a la regla de tres simple cuando aparecen números decimales. No dominan el uso de estos, entiéndase así como: suma, resta, multiplicación y división por lo que, como les dificulta, buscan una forma de solucionar los ejercicios de la forma que más manejan. Creemos que esto sucede ya que, en el discurso escolar, se enseña que si falta un dato, de cuatro, se recurre, como comodín, a la regla de tres simple porque los profesores tenemos la responsabilidad de esta mala práctica (Díaz, 2008).

También tomamos un texto de Santillana de séptimo donde se enseñan la razón y proporción y nos encontramos que en estos casos se calcula de forma mecanizada aplicando regla de tres cuando falta algún valor.

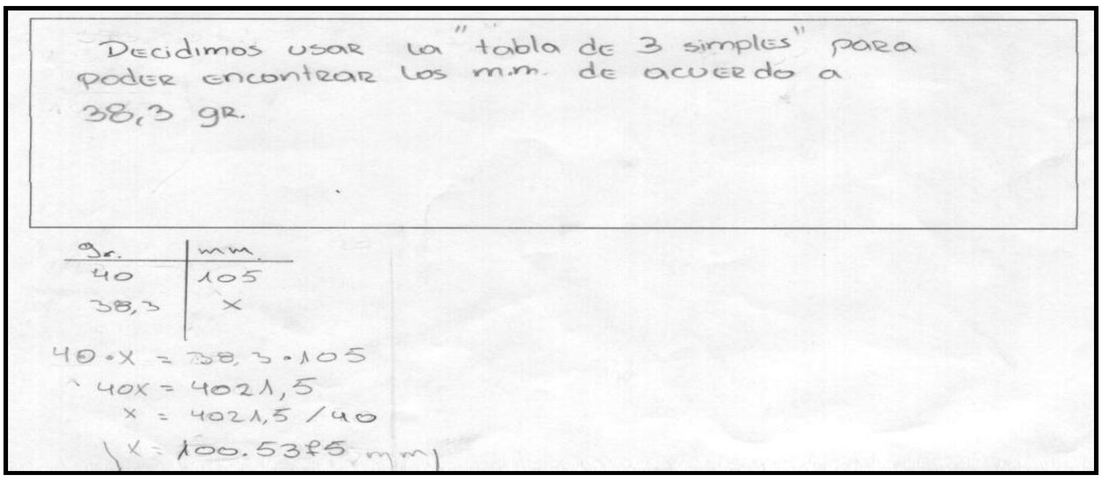


Imagen 15

También acuden a la interpolación calculando datos que se encuentran en los puntos medios en el caso de la mitad y luego nuevamente calculan puntos medios de los datos ya calculados en el caso de la cuarta parte, esto lo realizan porque es un concepto que ellos tienen nociones ya que los contenidos que estaba pasando el profesor era la ecuación de la recta, por lo tanto tenían nociones de puntos medios e interpolar.

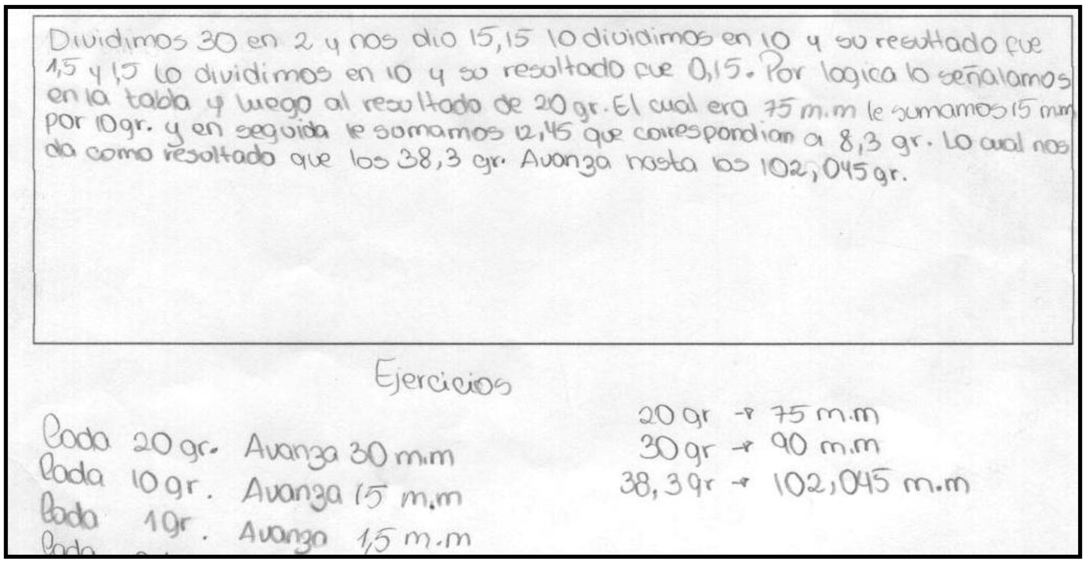


Imagen 16

También hubo estudiantes que encontraron la razón de cambio, sin saberlo. Se lo multiplican al peso y se lo suman a la posición inicial, obteniendo el resultado (Imagen 17).

Los estudiantes tenían luces de llegar a lo algebráico. Esto lo realizaron por comprensión, quizás tenían mayor conocimiento sobre ecuación de la recta, pero no logran llegar a la fórmula.

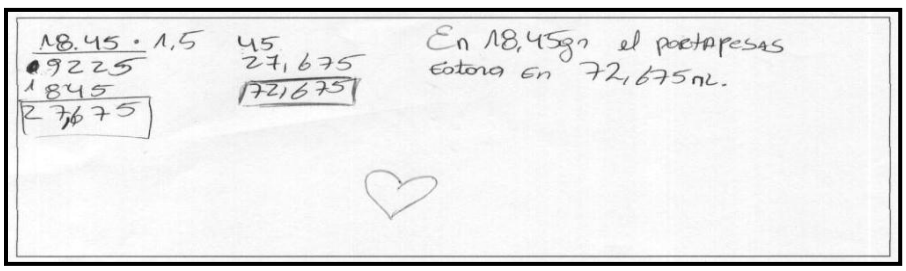
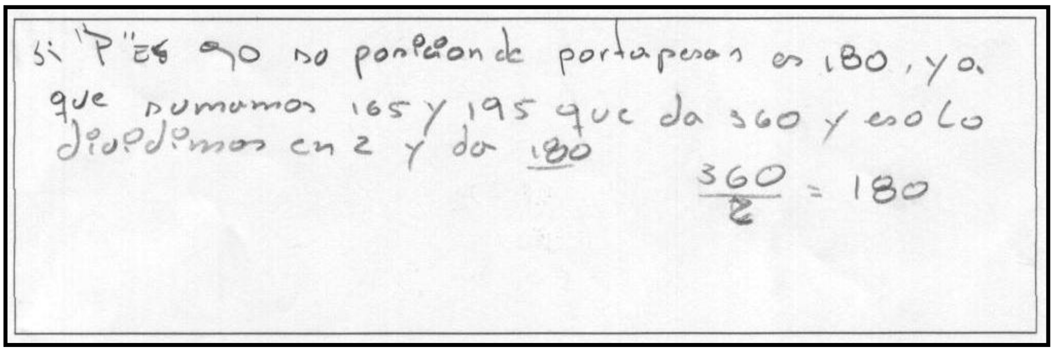


Imagen 17

En cierto reactivo se la secuencia se pregunta por el valor *p* gramos, muchos no supieron que hacer, esto pasa porque la secuencia no mostraba quizás una continuidad para que los estudiantes pudieran ver qué era p, es decir, existe una problemática de pasar de lo aritmético a lo algebráico porque los estudiantes rechazan razonar u operar sobre incógnitas o sobre números desconocidos (Rabino, Cuello y De Munno)[3] . Otros estudiantes le dieron valor a la variable *p* (Imagen 18),

[3] Rabino A, Cuello P, de Munno M; Aprehender álgebra utilizando contextos significativos. San Carlos de Bariloche, Providencia del Rio Negro (Argentina)

ya que ellos al saber que es una variable cualquiera saben que se le puede dar valores y encontrar lo pedido, ya que el profesor novel menciona que los estudiantes pueden que le hallan dado valor a p porque, en el contenido de función lineal, se les explicó qué eran las variables dependiende (y) y la variable independiente (x), y que si a la independiente se le designa un valor, entonces la variable dependiente tendrá otro valor, entonces como observan que en el reactivo aparece una letra p, lo asumen como variable y comienzan a darle valores.


si "P" es 90 no porcion de portapesos es 180, ya que sumamos 165 y 195 que da 360 y eso lo dividimos en 2 y da 180

$\frac{360}{2} = 180$

Imagen 18

Análisis de los reactivos en la tercera sesión

Al momento en que el estudiantado debe graficar datos que aparecen en tablas de algún fenómeno, comienza a aparecer dificultades tales como determinar cuales serán las variables dependiente e independiente. Esto ocurre porque aún no existe una claridad de cómo se determinan, sólo saben que al aparecer datos en alguna tabla, estos serían coordenadas en un plano cartesiano ya que la coordenada se componen de un par de datos: (x, y)

Luego de saber que existen variables, no hay claridad de cuál será la variable que irá en el eje de las abscisas y cuál en el eje de las ordenadas, entonces, al graficar los datos de la tabla, lo harán de forma que se les ocurra en es momento y la recta cambiaria completamente en el eje cartesiano (Imagen 19)

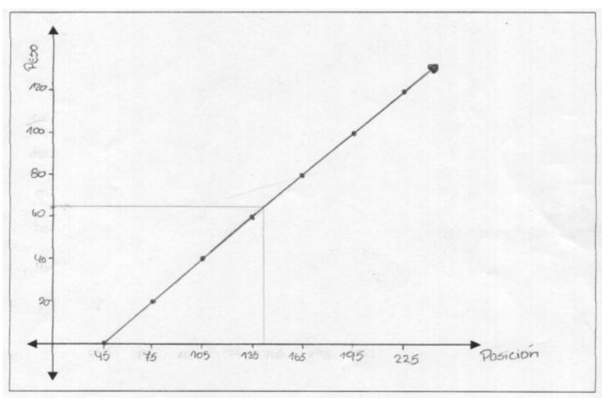


Imagen 19

Ahora bien, al momento de preguntar qué tipo de gráfico resulta al graficar los datos de la tabla, los estudiantes no tienen nociones de otros tipos de gráficos por el nivel que cursan. Sin embargo, ellos responden lo que ven en la gráfica, es decir, como saben que al unir los puntos se va formando una recta, lo responden tal cual: Una recta.

Luego de determinar que es una recta y observan que va creciendo. Los estudiantes responden así porque han practicado, por medio de ejercicios, el determinar la pendiente de una función y luego identifican si ésta es positiva o negativa. Entonces, como observan que la recta sube, determinan inmediatamente que la pendiente es positiva.

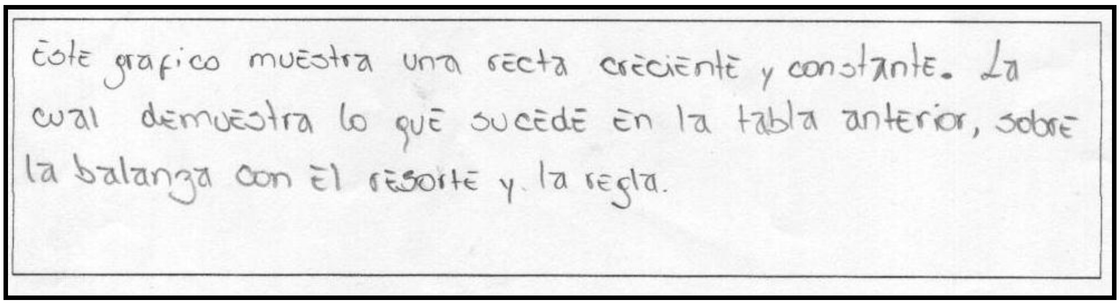

Este grafico muestra una recta creciente y constante. La cual demuestra lo que sucede en la tabla anterior, sobre la balanza con el resorte y la regla.

Imagen 20

Los estudiantes, al momento de querer encontrar un valor por medio de la gráfica, pues saben que lo pueden hacer siempre localizándose en el dato que le dan, de ahí tirar una recta perpendicular al eje del dato que le dan hasta interceptarse con la recta que se formó al unir los datos de la tabla y de ahí, trazar una nueva recta perpendicular al otro eje donde encontrarían el dato que se les pide. Saben que es así ya que desde un lado a otro, obtendrá una imagen de dato que desea buscar, pero al no aparecer de manera explícita el valor, comienzan a hacer aproximaciones entre los datos que tienen y viendo a cuál de ellos se acerca y se imaginan un valor aproximado, veámoslo por medio la imagen 21:

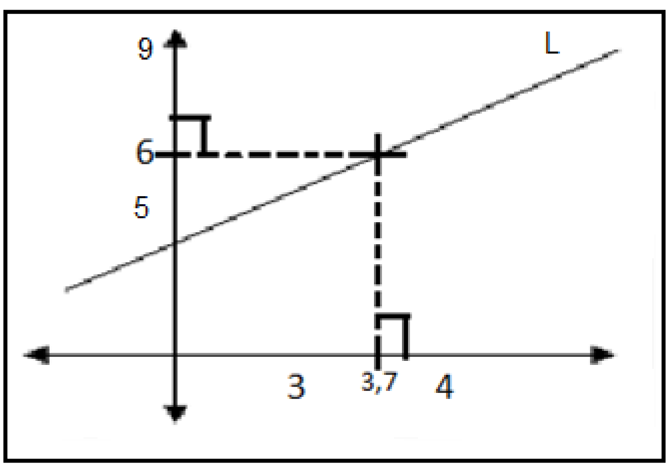


Imagen 21

Acá podemos observar que el 3,7 es más cercano a 4 por lo que se sitúa el 3,7 más cercano al 4 que al 3. Entonces, desde el 3,7; se traza una línea perpendicular al eje de las abscisas hasta llegar a la recta L, y desde ahí trazar otra línea que sea perpendicular y que intersecte al eje de las ordenadas. Finalmente, como no existe, de manera explicita un valor, pero si se encuentra entre medio de 5 y 9 se trata de dar una aproximación al resultado mencionando el 6 como dato más cercano a 5 que de 9.

.

5.7. Contraste entre las conjeturas a priori y los desarrollos Estudiantiles.

Reactivo 1

Los estudiantes lograron describir los elementos del experimento con sus palabras nombrando un soporte, un resorte, un portapesa o balanza y una regla que media la posición del portapesas.

Con base a lo anterior, podemos decir que ha coincidido una de las conjeturas previas realizas, ya que los estudiante, mediante la observación y diálogo de grupo, han llegado a la descripción del experimento.

Sin embargo, hubo grupos que señalaron que existe una variación de 20 gramos en los pesos y 30 milímetros en la posiciones; por lo que una de las conjeturas previas no alcanzó a proveer lo que hicieron los estudiantes que fue la diferencia de los incrementos.

Reactivo 2 y 3

Todos los grupos señalaron que la flechita estaría en la posición 135 mm ya que verificaron en la tabla de datos del experimento por lo que coincide con las conjeturas previas realizas anteriormente puesto que saben utilizar la tabla de datos para recoger información.

Ahora bien, nuevamente hubo grupos que observan que existe una diferencia entre los pesos y la posición del portapesas respectivamente, como también hay grupos que se dan cuenta que existe una posición inicial de 45mm cuando el portapesas no tiene peso. Esto ocurre mediante la observación y discusión de las características distintivas que tiene la tabla, es decir, a incrementos constante de una variable se obtienen incrementos constantes de la otra o la razón de estos incrementos es constante

En síntesis, el propósito de estos dos reactivos se cumple porque los estudiantes trabajan la tabla e identifican la relación que existe entre cantidades de medida, es decir, saber ubicar los datos explícitos en la tabla cuando preguntan por un dato específico.

Reactivos 4

Los grupos observaron que el peso no se encontraba en la tabla del experimento por lo que un porcentaje alto respondió que 50 gramos se encontraba en la posición media entre 40 y 60 gramos en la tabla, por lo cual recurrieron a sacar la posición media de 105 y 135 milímetro, respondiendo 120 milímetro.

Otros grupos calcularon la variación del resorte de 10 gramos dando como resultado 7,5 mm; luego suman esta variación a 105 mm correspondiente a 40gm, obteniendo como resultado 120mm.

Con base a lo realizado por los estudiantes podemos decir, que nuestra conjetura fue acertada, ya que en el trabajo de interpolación trabajado desde la tabla de datos es muy importante, porque caracteriza a la modelación. Es en este momento el estudiante utiliza la tabla de datos como un modelo del fenómeno, lo modelado, para responder situaciones del fenómeno.

Se esperaba que los estudiantes graficaran los datos para encontrar la ecuación de la recta ya que los contenidos previos a la secuencia, vista por el profesor novel, estaban relacionado al estudio de la función lineal.

Reactivo 5

Se observa que siete grupos realizaron un procedimiento similar al anterior que consiste en buscar la cuarta parte de 20 gramos equivalente a los 5 gramos agregados al portapesas obteniendo como resultado 7,5 mm. Entonces, por lo realizado por los estudiantes, nuevamente vuelven a utilizar la tabla como modelo del fenómeno como se menciona en la conjetura.

Además se planteó que, para encontrar un dato no explícito en la tabla, podrían recurrir a la ecuación de la recta, sin embargo no se concreto porque los estudiantes no llegaron a la ecuación por lo que no se concreta la conjetura mencionada en el reactivo.

<u>Reactivo 6</u>

En esta etapa, tal como se había previsto en las conjeturas previas, los estudiantes comienzan con sus dudas al encontrarse con números decimales, entonces recurrirán a la regla de tres simple con valor desconocido, ya que en el discurso escolar se enseña de esa forma por la afirmación que los profesores le dan a esta aplicación: "*Todos los problemas se resuelven con regla de tres"* (Arrieta 2010). La intensión es romper con el uso excesivo de la regla de tres, ya que los estudiantes, en ocasiones, ya no se detienen a pensar cómo proceder, simplemente aplican esta regla.

<u>Reactivo 7</u>

De las conjeturas propuestas, en este reactivo los estudiantes trabajaron la razón de cambio sin saber que era la razón misma. Ellos trabajaron siempre con interpolación y así se dieron cuenta que por 1 gramo, el resorte se estiraba 1,5 milímetro y de esta forma los estudiantes fueron encontrando los valores de la secuencia.

Acá podemos ver que los estudiantes siguen trabajando con la noción de razón que indica Block (2001).

Otra conjetura que coincide con lo que los estudiantes realizaron es que al obtener l número relacionado a la razón de cambio, pudieron saber cualquier posición del portapesas.

<u>Reactivo 8</u>

En este reactivo podemos conjeturar, parte de lo propuesto anteriormente, que los estudiantes se confunden con la letra *p* ya que no entienden este "símbolo" y comienzan a darle sólo valores, luego lo multiplican por 1,5 y le suman 45 que es el valor de la posición inicial del portapesas. Por otra parte, los estudiantes no asimilan el *p* para llegar al modelo algebraico que le facilitaría encontrar los valores solicitados en la secuencia.

Reactivo 9

Acá los estudiantes ni siquiera se acercaron a alguna conjetura propuesta ya que no hay un grupo que encontrara la ecuación algebraica pedida, sin embargo uno de ellos intentó dejar expresado la fórmula de la ecuación de la recta por lo que podemos evidenciar que los estudiantes no usaron la tabla para poder construir la ecuación de la recta que es el otro modelo usado en nuestra secuencia para que los estudiantes lograran la articulación de modelo.

Reactivo 10 y 11

Finalmente en estos dos reactivos los estudiantes no llegaron a las conjeturas que previas, ya que su forma de desarrollar la secuencia siempre fue el mismo procedimiento que ocuparon en los reactivos anteriores, es decir, el valor pedido lo multiplican por 1,5 y le suman 45 que es la posición inicial.

5.8. Elementos que pueden Potenciar la Secuencia Aplicada

Al aplicar esta secuencia, nos hemos podido dar cuenta que hay ciertos elementos que debemos agregar a la secuencia para que hubiese tenido el resultado esperado.

Para ello partimos modificando el modelo original el cual la etapa de graficación se iba a desarrollar al final, se adelantó y se combinó con la segunda fase de algebrización para que los estudiantes pudieran relacionar ambos modelos con el fenómeno. Para ellos se podrían agregar preguntas más específicas que dieran luces a los estudiantes para lograr lo algebraico, como por ejemplo: preguntar ¿Cuánto se estira el resorte por 10 gramos?, ¿Cuántos se estira por 5 gramos? Y por último ¿Cuánto se estira por 1 gramo?

Por otro lado, se podría haber incluido otra actividad que consiste en realizar plenarias, por parte del profesor y los estudiantes, al término de cada sesión con el fin de que exista una reflexión y una retroalimentación del realizado en cada sesión

Otro elemento a tener presente es el tiempo en el cual fue realizada la secuencia. La implementación de la secuencia fue realiza en tres sesiones más dos de plenarias, por lo tanto sugerimos que esta secuencia debe realizarse con más elaboración y más tiempo ya que con lo que ocupamos no se pudo lograr articular entre el fenómeno y sus diferentes modelos: numérico, grafico y algebraico.

La secuencia usada del doctor Arrieta fue aplicada a terceros y cuartos medios, los cuales tienen cristalizados los conceptos de ecuación de la recta, gráficos y tablas; en cambio nuestra secuencia se aplicó a segundo medio de un colegio municipal que recién estaba relacionándose con el concepto de ecuación de la recta, entonces, con los elementos nombrados para potenciar la secuencia didáctica, facilitaría el uso de esta herramienta.

6. Conclusiones

El trabajo que se realizó pretende hacer contribuciones al campo de la Didáctica de las Matemáticas, a la construcción del pensamiento variacional en interacción con un fenómeno y a la modelación y que proponen los investigadores de pre-grado, estudiantes de Pedagogía en Matemática en informática Educativa de la Universidad Católica Silva Henríquez.

La elaboración de este trabajo permitió confirmar a los investigadores, que los estudios realizados por la OREAL/UNESCO (2006) sobre los dominios en el concepto de lo variacional, son fundamentales para los profesores de matemática. Se constituyen en una importante base para la construcción de vías de acceso a la conceptualización de un concepto dado. Se reconoce que este estudio marca la pauta para el trabajo con los estudiantes y proporciona elementos para contextualizar los temas y generar formas más significativas de tratamiento.

Sobre la aportes del pensamiento variacional a los planes y programas educacionales chilenos, se puede decir que los análisis realizados muestran que la organización de los planes y programas de matemática, no ha sido quizás la más acertada. Quizás exista una mejor ubicación para una mejora una enseñanza que promueva pensamiento variacional, por medio de la actividad numérica, gráfica y algebraica.

Por otro lado, ciertos registros (numérico, gráfico y algebraico) favorecen más que otros la actividad matemática de los estudiantes, ya que utilizan aquel con el que están más familiarizados. Así por ejemplo, la representación gráfica favoreció el estudio de la cuantificación de los cambios de las magnitudes variables, mientras que las representaciones numéricas y geométricas les permitió apreciar mejor la variable de razón de cambio de las magnitudes.

El énfasis en los registros de representación y en interacciones didácticas en donde los estudiantes sean los protagonistas, se debe ampliar en los contenidos de los planes y programas, en beneficio de procesos constructivos que permitan la conceptualización en lugar de la memorización.

Acerca del aporte de la línea de investigación que trabajaron los investigadores-estudiantes, es posible afirmar que el trabajo da continuidad a las propuestas realizadas hasta el momento por otros investigadores acerca del tratamiento del pensamiento variacional y la razón de cambio para introducir a los estudiantes al cálculo.

Respecto a la viabilidad de aplicar la secuencia didáctica, se afirma que el balance entre las conjeturas de los investigadores-estudiantes y los resultados realizados por los estudiantes, fue positivo en cuanto a la posibilidad de introducir el estudio sobre la razón de cambio a partir de un fenómeno dado y del apoyo de datos tabulados como instrumento mediador que permite el acercamiento de la secuencia implementada es importante, pues muestra la dinámica que subyace a una situación de cambio y aporta elementos para su análisis.

Sin embargo, para llegar a la comprensión que se tenía prevista y poder expresar la razón de cambio como un cociente de diferencia, cuyo numerador como la diferencia de las magnitudes, se identificó cuatro elementos fundamentales, en que los estudiantes presentaban dificultades:

i. Una conceptualización mejor estructurada de la razón, que permita verla como una entidad conceptual completa.

ii. Un acercamiento a la función desde la perspectiva de dependencia para que se supere la idea de esta como un conjunto de pares ordenados independientes unos de otras que no dan cuenta de una situación cambiante.

iii. Una noción estructural de pendiente, por lo menos desde un perfil algebraico operativo o geométrico.

iv. Un manejo apropiado correspondiente al álgebra de funciones.

En los alumnos que se aplicó la secuencia didáctica, los conceptos de razón, función y pendiente, que en este caso es la razón de cambio, alcanzaron el estado de prenoción, por lo que sólo usan en forma implícitas en diferentes situaciones y prácticas.

Los alumnos han demostrado tener una noción de razón muy aproximada, en el sentido de Block (2001). Lo que ha dificultado a los estudiantes poder ver la pendiente como una razón, que se planteó en un principio de la investigación, el tratamiento dado a la pendiente de la recta en los planes y programas de enseñanza media de matemática no aborda el perfil funcional de esta, pues no se ha insertando en contextos variacionales. El énfasis dado al algebra en los planes y programas de octavo y primer ano medio no da espacio al tratamiento de lo variacional. Desafortunadamente esta falta la base conceptual se añade a fallas de manejo mecánico del algebra.

Cabe señalar aquí que durante la aplicación de la secuencia didáctica, en la segunda sesión, se presentaron dificultades para que los estudiantes realizaran la articulación de lo numérico a lo algebraico. No parecen estar acostumbrado con este tipo de trabajo. Esto hace que el trabajo sea liderado por los estudiantes con mayor capacidad. Este hecho puede haber afectado los resultados y se constituye en un interrogante para futuros trabajos, en el sentido de buscar alternativas para estudiar la comprensión en estudiantes que no participaron en las discusiones y no presentan producción escritas.

La estrategia pedagógica que tradicionalmente se emplea, aun en forma muy generalizada en los planes y programas de matemáticas, propone abordar la comprensión mediante un planteamiento formal que oculta las dificultades fundamentales que están en la raíz de la comprensión de los conceptos. El tratamiento didáctico que se hace a los conceptos de razón, función y pendiente (razón de cambio) no puede abordarse en forma correcta mediante un tratamiento convencional formal, basado en representaciones algebraicas, que no reflejan los significados de aquello que están representando. Por esto proponemos un giro al tratamiento didáctico de los conceptos de pendiente y razón de cambio, teniendo en cuenta su complejidad conceptual. Para abrir vías hacia una comprensión y solución de problemas de representación y en un conocimiento claro, para lograr proporcionar una base consistente o solida para la formación de los estudiantes. Se recomienda hacer explicita la herramienta matemática para medir cambios, introducir la función como dependencia, profundizar en la razón y no dejar de lado el estudio de las funciones en contextos variacionales. Todos estos elementos pueden ser mucho mas profundizados y útiles para los estudiantes, que les permita una mejor vinculación con los resultados las matemáticas con las demás áreas de los planes y programas como física y química.

Finalmente, entre los objetivos formulados no se tenían previstos, en forma explicita, cambios en las actitudes de los estudiantes, y a pesar de una caracterización inicial del grupo bastante desalentadora, se pudo notar un cambio positivo en la dinámica del grupo. Gracias al ambiente de aprendizaje, a los instrumentos usados y al tipo de tareas propuestas, se fue logrando un clima favorable para la construcción conceptual a partir de la participación y negociación de significados.

Bibliografía

- Alme 17 (2004*). Acta latinoamericana de matemática educativa, volumen 17.* México*.* Editora: Leonora Díaz moreno. Edita: Clame

- Andonegui, M. (2001). *Fracciones I, concepto y representación.* Venezuela. Editorial: Beatriz Borjas.

- Arrieta, J; Buendía, G; Ferrari, M; Martínez, G; Suárez, L (2003). *Las prácticas sociales como generadoras del conocimiento matemático Cinvestav-IPN, UAEH, UAGRO*. ACTA LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA – VOL. 17 México.

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula.* Tesis Doctoral México.

- Arrieta J; Ferrari, M; Díaz, L(2010-2011) Implementación y funcionamiento del laboratorio virtual de ciencias en nivel medio superior del estado de guerrero.

- Block, D. (2001) *La noción de razón en las matemáticas de la Escuela Prim*aria. Un estudio didáctico. Tesis Doctoral: DIE CINVESTAV

- Block, D. (2006). *La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria.* México

- Block, D. (2006). *Se cambian fichas por estampas un estudio sobre la noción de razón "múltiplo" y su vinculación con la multiplicación de números naturales.* México. Editorial: Santillana.

- Buendía et al (1998). *Métodos de investigación en Psicopedagogía*. Madrid, España: Mc Graw Hill Interamericana

- Campos, E.(s.f) *Herramienta pedagógica de apoyo para el bachillerato. Departamento de publicaciones*. Guía de trabajo No3. Área de matemáticas, matemáticas, ciclo III. Bogota, Colombia

- Cantoral, R; Covian, O; Farfán, R; Lezano, J; Romo, A. (2008). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de los matemáticos: Un reporte iberoamericano*. Chile.

- Cantoral, R; Farfán, R. (1998). *Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis.*

- Castiblanco, A; Urquena, H; Acosta E. (2004). *Pensamiento variacional y tecnologías computacionales*. Colombia.

- Castro, I (2009). *Una socioepistemología de la Proporcionalidad,* proyecto de tesis doctoral defendido en el programa de doctorado en educación de la UMCE. Santiago de Chile

- Cornejo, M (2011) *Configuración de identidades del profesorado de Matemática. Un estudio de Casos.*Seminario de grado, Santiago, Chile.

- Díaz, L (2000). *coherencias cognitivas, matemáticas y culturales en la matemática de la variación*. universidad metropolitana de ciencias de la educación. Chile.

- Díaz, L (2005). *Profundizando en los Entendimientos Estudiantiles de Variación.* Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, julio, año/vol.8, número 002.Comite Antiamericano de Matemática Educativa, pp.145-168. México

- Díaz y otros (2009). Coherencias cognitivas, matemáticas y culturales en la matemática de la variación

- Díaz, L; Almeida, I. (2011). *Articulando prácticas para las fracciones con redes conceptuales*. Brasil. Edita: XIII CIAEM-IACME.

- Díaz, L., Gutiérrez, E., Ávila, J. y Carrasco, E. (2007) *Las representaciones sobre la variación y su impacto en los aprendizajes de conceptos Matemáticos*. Proyecto Fondecyt Nº1030413. En Actas ENIN 2007. Biblioteca CPEIP. Lo Barrenechea. Chile

- Escolano, R; Gairín, J. (2005). *Modelos de medidas para la enseñanza del número racional en educación primaria.* Revista iberoamericana de la educación matemática.

- Fandiño, M. (2005). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Colombia.* Editorial: Magisterio.

- Flores, R. (2010). *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*. México.

- Gallardo, J; Gonzalez, J; Quispe, W. (2008). *Interpretando la comprensión matemáticas en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de las fracciones.*

- Gil, S. (2010). *Desarrollando pensamiento variacional en estudiantes de la escuela normal superior oficial de Guanajuato*. México.

- Godino, J;Batanero C. (2002*).Proporcionalidad*. Proyecto Edumat-Maestros

- Lamon, S (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential Content knowledge and Instructional Strategies for Teachers.* Manquete University. Lawrence Erlbaum associates, publishers. Mahwah. New Jersey

- Libro de matemática de Primer año Medio, Ministerio de Educación; año 2009

- Malet, O. (2010). *Los significados de las fracciones: una perspectiva fenomenología.* Buenos Aires, Revista Nº 21 – Sección Matemática y Curriculum.

- OREALC/UNESCO (2006). *Segundo Estudio Regional de Evaluación de la Calidad Educativa.*

- Planchart, O (2005). *La modelación matemática: alternativa Didácctica de la enseñanza del precálculo.* México.

- Rodríguez, A; Pérez, J. (2003). *La noción de proporcionalidad*. Ethos educativo 28.

- SERCE (2007). *Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo*

- Valdemoros, M; Ruiz, E. (2008). *El caso de Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos;* Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, año/vol 11, número 001. México.

- Vracken, S; Engler, A; Müller, D. (2000). *La variación y el cambio: tópicos para el desarrollo del pensamiento matemático.* Argentina.

Anexos

Anexo 1: Secuencia De Experimentación y modelación

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

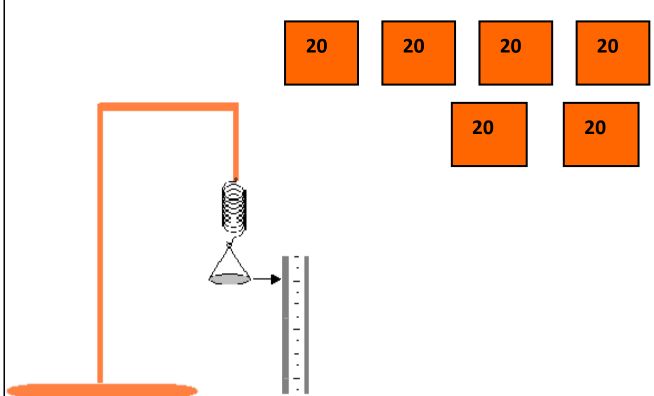
NOMBRE: ___________________________________ **Curso:** _________ **Fecha:** ________________

I. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta la elasticidad de un resorte.

Tenemos un soporte universal y un resorte colgando de él, en su extremo le colocamos un portapesas que tiene una flechita (indicador) que apunta a una regla y contamos con seis pesas de 20 gramos.

Entonces vamos colocando pesas en el portapesas y tomamos las posiciones de la flechita, con estos datos hacemos una tabla.



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

1. Describe el experimento

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

3. Si la flechita está en 75 mm, ¿qué peso tiene el portapesas?

II. EL ACTO DE MODELAR-LA PREDICCIÓN

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la flechita del portapesas? Expliquen bien cómo le hicieron para encontrar su resultado

5. Si colocamos 85 gramos, ¿en qué posición estará la flechita del portapesas?

6. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 38.3 gramos? Expliquen muy bien cómo le hicieron para encontrar su resultado

7. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 62.6 gramos?

8. ¿Cuál será la posición del portapesas sí se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

9. ¿Podrían dar una fórmula algebraica para expresar esto?

10. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 18.45 gramos?

11. ¿Cuál será la posición del portapesas si se colocan 125.9 gramos?

Anexo 2: Transcripciones a las entrevistas a los estudiantes de actividad previa.

Entrevista a Elías

<u>Primera Pregunta</u>

Equipo: "*Ya Elías, mira esta es tu pruebita que hiciste, yo quiero saber ¿cómo tu construiste tu desarrollo para llegar a tu resultado?, ¿cómo llegaste ahí?, ¿qué miraste?, ¿qué interpretaste?"*

Elías: "*La pregunta no ma"*

Equipo: "*A la pregunta ¿qué relación le diste?"*

Elías: "*mmm… no sé, yo solo dije, que parte de a, del total, es b;o sea, la parte b de a"*

Equipo: "*¿Por qué tomaste el 6 arriba y el 9 abajo?"*

Elías: "*Porque el total es a"*

Equipo: *"Entonces tú dices que el total es a total de b y ¿por qué no pusiste al revés lo números?, es decir, 9 de 6, a ¿qué te llevo colocar 6 de 9?"*

Elías: *"Porque yo pensaba que el total era a"*

Equipo: "*Y la pregunta dice eso, y con eso te ayudaste a comprenderla. ¿Pero entonces dices que el total siempre debe ir abajo y lo que se ocupará arriba de una fracción?"*

Elías: *"Si, el total siempre debe ir abajo, pero igual depende de la fracción"*

Equipo: *"¿Qué tipo de fracción es?"*

Elías: *"Es que si pongo el 9 arriba tengo que pasar a numero mixto"*

Equipo: *“¿O sea, tu entiendes qué son los numero mixtos y como se trabajan?”*

Elías: *“Si, lo sé”*

Equipo*: “¿Si hubieras trabajado con número mixto, para ti la respuesta hubiera estado correcta?”*

Elías: *“No creo que hubiera sido correcta”*

Equipo: *“Tu colocas 2/3, ¿2/3 de qué?*

Elías: *“2/3 de... es que simplifiqué la fracción”*

Equipo: *“Te lo pregunto porque en el enunciado dice que parte de a es b, y a ti te dio un número que fue 2/3, pero ¿qué significa para ti eso?”*

Elías: *“Indica el dibujo, pero con la pregunta me doy cuenta que “a” es el total y “b” es parte de “a”, porque cuando digo, que parte de “a”, ahí me doy cuenta que “a” es el total y el “b” es….como… hay no sé cómo explicarlo… “a” es el total… y “b” es una parte del total”*

Equipo: *“Entonces tu respuesta finalmente seria ¿qué cosa?, ya que 2/3 es un número… pero para ti, ¿qué significa ese número?”*

Elías: *“No sé cómo decirlo… eeh… es la parte de a”*

Segunda pregunta

Equipo: *“¿Viste la pregunta y la entiendes de inmediato?”*

Elías: *“Si”*

Equipo: *“¿Cómo construiste tu desarrollo para llegar a la respuesta?”*

Elías: *“Ya, lo que pasa es que el total de los libros es 9, de los cuales 5 son de matemáticas y 4 de investigación, ¿qué se puede decir del número de libros de* *investigación respecto a los libros de matemáticas?...que cada 4 libros de investigación hay 5 libros de matemáticas"*

Equipo: *"Acá escribiste una fracción, ¿qué significa para ti eso?"*

Elías: *"Eso… sólo una fracción"*

Equipo: *"Y ¿por qué no fue al revés los números en la fracción, en vez de decir 4/5, y no pudo haber sido 5/4?"*

Elías: *"Por la pregunta… ya que dice:¿qué se puede decir del número de libros de investigación"*

Entrevista a Vanessa

Primera pregunta

Equipo: *“¿Qué fue lo que pensaste para poder realizar el ejercicio?”*

Vanessa: *“Ya, conté los palitos de la línea, los conté desde el comienzo de la línea hasta el donde está marcado lo negrito”*

Equipo: *“¿Cuántos palitos hay?”*

Vanessa: *“Hay 10 palitos”*

Nosotros: “*¿Y abajo hiciste lo mismo?”*

Vanessa: *“Si, lo mismo”*

Equipo: *“Lo que pasa es que tu contaste los palito, no contaste la unidad”*

Vanessa: *“Aah ya, claro entonces de aquí a aquí hay uno”*

Equipo: *“Pero ¿por qué expresaste 10 es a 7?”*

Vanessa: *“Porque a estaba arriba y b estaba abajo”*

Equipo: *“Entonces tú sigues el orden que estaba la gráfica*
Vanessa: *“Así es”*

Equipo: *“¿Qué interpretas en la pregunta que se te presenta?”*

Vanessa: *“Ehmmm… qué parte de a es b”*

Equipo: *“Bueno, a ti te dio 10/7, ¿qué significado le das a 10/7?”*

Vanessa: *“Hay... no sé cómo explicarlo”*

Equipo: *“Y ¿por qué no se te ocurrió colocarlo al revés?”*

Vanessa: *“Porque lo hice por el orden de la gráfica”*

Equipo: *“Ok”*

Segunda pregunta

Equipo: *“¿Cuál fue tu primer paso para realizar el ejercicio?”*

Vanessa: *“Leí la pregunta, dije que los de investigación era 4 y los de matemáticas eran…no… si… eran 5”*

Equipo: *“¿Y ese 9 que te indica acá arriba?”*

Vanessa: *“9 libros, pero me equivoqué”*

Equipo: *“¿Por qué piensas que te equivocaste?”*

Vanessa: *“Porque era 5 en vez de 9, y ahí seria 5 es a 4”*

Equipo: *“¿Y por qué iría el 5 allá arriba?”*

Vanessa: *“Porque, qué se puede decir del números de libros de investigación con respecto al número de libros de matemáticas, no salen los libros completos”*

Equipo: *“¿Por qué no escribiste al revés los números, es decir, el4 arriba y el 5 abajo?*

Vanessa: *“O sea, podría haber sido, pero están preguntando de esta forma y yo lo tomé así para responder y así lo expresé”.*

Entrevista a Eduardo

Entrevista a Eduardo

Primera pregunta

Equipo: *“¿Cómo fue tu proceso para realizar el ejercicios?”*

Eduardo: *“Al leer, que parte de “a” es “b”, pensé que a lo podía contar como el 100% para saber cuánto “b” es parte de “a”, y por eso multipliqué cruzado y dividir así para llegar a la cantidad de porcentaje de “b” que pertenece a “a””*

Equipo: *“De qué b pertenece a “a”, y aquí tu tienes ¿qué?”*

Eduardo: *“El 66,6% de “b” es parte de “a””.*

Equipo: *“Pero mira acá ¿cómo está escrito?”*

Eduardo: *“Hay… me equivoqué en escribirlo”*

Equipo: *“¿Y por qué porcentaje? ¿No te vino otra idea?*

Eduardo: *“Si, fracción, que sería 6/9”*

Equipo: *“¿Por qué seria 6/9?”*

Eduardo: *“Porque la rayita la fui enumerando y esto sería 9, pero estaría en el denominador, porque en realidad, no alcanzaría a ser más de una parte de “a”, y si fuera una fracción seria 6/9 , porque seria 6 de 9 o también lo podría simplificar en 2/3”*

Equipo: *“Y 2/3 para ti ¿qué significa?*

Eduardo: *“Seria menor que un entero, puesto que “a” valdría como 9 casillas y “b” valdría 6 casillas, puesto que también vale el 66,6% porque se acerca también a entero ya que es mayor del 50%”*

Equipo: *“¿Sería sólo 2/3?*

Eduardo: *“Tendría que colocar una fundamentación, es decir, que el 2/3 de “a” es de b”*

Segunda pregunta

Equipo: *“¿Cómo fue tu procedimiento para tu respuesta?”*

Eduardo: *“¿Puedo ignorar la respuesta?”*

Equipo: *“Comienza con decirnos como llegaste a esto, a tu respuesta que expresas acá”*

Eduardo: *“Con razones y proporciones, pero me confundí en la pregunta ya que decía, con respecto a los libros de investigación con respecto a los de matemáticas y lo hice con respecto al total, así que ahí fue el error”*

Equipo: *“Entonces, ahora que nos dices que tu desarrollo esta malo, ¿cuál sería tu resultado correcto?*

Eduardo: *“Es que lo hice con proporción ya que dije que los 9 libro es el 100% y los de matemáticas son 4, entonces iba a sacar el porcentaje de libros de matemáticas que habían”*

Equipo: *“¿Y piensas que eso está mal?”*

Eduardo: *“Con respecto a la pregunta si”*

Equipo: *“¿Cuál sería la verdadera respuesta correcta?”*

Eduardo: *“Seria 4/5, puesto que, enumerándolo, matemática tienen una cantidad superior a una unidad y el de investigación menor y la expresión no se puede simplificar porque 5 es primo”*

Equipo: *“Y ¿por qué no puse haber sido 5/4?”*

Eduardo: *“Porque dice con respecto a los libros de investigación con los de matemática”*

Equipo: *Entonces interpretas el orden de la pregunta para expresar la fracción que nos mencionas. Y ¿por qué no seguiste el orden que decía que 5 son de matemáticas y 4 de investigación?”*

Eduardo: *“Porque la pregunta puede ser distinta, porque ahí nos están dando la información solamente”*

Anexo 3: Reelaboración de actividad Previa

Reactivo 1

Reelaborar la pregunta inicial

Observa los dos trozos de huincha, recorta e indica que parte de es b de a

Huincha a

Huincha b

¿Qué pensaste primero?

¿Cómo llegaste al resultado?

¿Qué estrategia usaste?

Reactivo 2

En una mesa hay nueve libros de los cuales 5 son de matemáticas y 4 de investigación, has la comparación e indica qué relación hay entre la cantidad de libros de investigación con respecto a los de matemática.

¿Qué pensaste primero?

¿Cómo llegaste al resultado?

¿Qué estrategia usaste?

Anexo 4: Historia de las Fracciones ¿De dónde vienen?

Fracción deriva del término latino “fractio” que significa “parte obtenida rompiendo”, es decir, “romper”. Por lo que, su significado etimológico, es que no necesariamente las partes obtenidas al romper sean iguales.

El símbolo m/n tiene un origen incierto, pero fue usado por Leonardo Fibonacci Posano (Fadiño 2009; Pág.38) en su líder Abaci del 1202; es ahí donde los números fraccionarios fueron denominados “rumpti” (rotos) o “fracti” (pedazos); Además, la rayita horizontal que se encuentra entre el denominador y el numerador es llamado “vingular” que significa bastoncillo (“virga”, bastón). Hoy en día, para indicar una cierta cantidad de euros que está entre dos enteros se expresa como “4 y rotos” lo que conocemos nosotros como “4 y fracción”.

Cajori (1928-1929) menciona que el bastoncillo fue usado anteriormente por un matemático árabe al-Hassar, casi un siglo antes que Fibonacci, mientras que un matemático hindú, mencionaba que sus orígenes serían aún más antiguos; posteriormente en el siglo I los griegos escribían el numerador sobre el denominador, pero sin bastoncillo.

La palabra numerador y denominador tienen un origen incierto, pero se afirmó el concepto a mediador del siglo XV en Europa.

La llamada “reducción de las fracciones a los términos mínimos” (a lo que conocemos como encontrar fracciones equivalente de una fracción) es bastante antiguo, es presentado por Luca Pacioli (1445-1515) y en Nicoló Fontana de Brescia llamado Tartamudo (1499-1557), bajo el nombre de dividir (schisare en italiano antiguo que significa exprimir) el máximo común divisor es denominado “divisor” (schisatore); finalmente, a mediado de la edad media, está operación es llamada “simplificación”

La operación contraria, es decir, la amplificación en ciertos lugares de América tiene un gran uso escolar que en Europa, que se termino de usar desde el siglo XIX.

Por lo demás (Fandiño 2009; Pág. 39), las fracciones “impropias” como “propias” es, apenas del siglo XVIII, un problema trabajarlas desde un punto de vista didáctico ya que es poco intuitiva entre una y otra, es decir, difícil saber cuándo es cual.

Hoy en día, si le preguntamos a la gente qué es una fracción, probablemente las respuestas que se pueden escuchar son: “ es una parte de un todo”, otros pueden decir: “ un par de números separados por una raya” y nos darán una serie de ejemplos para poder entender que entienden ellos como fracción; sin embargo, si se pregunta del por qué se deben estudiar las fracciones, la respuesta puede ser mas argumentada teniendo una como: “ se estudia porque en los planes y programas de educación se pide como mínimo enseñarlas ya que tarde o temprano, se usan en la vida cotidiana”

Indudablemente (Andonegui 2006), para encontrar una respuesta más satisfactoria requiere de indagar de dónde vienen las fracciones, cuál es la importancia de ellas para la humanidad, cuál es su importancia y que tanto nos pueden ayudar hoy en día en la vida cotidiana.

Los conocimientos matemáticos hallaron su forma de expresarse con los números naturales ya que eran los que facilitaban al conteo de cantidades y la medida de magnitudes y de los que se pueden operar con situaciones de la vida cotidiana, entiéndase así como: al calcular lo que falta, agregar, reunir, quitar, averiguar cuantas veces algo está contenido en algo; todo esto, por medio de las cuatro operaciones aritmética.

Pero también existieron otras situaciones en la vida cotidiana tales como el repartir herencias, tierras, diezmo e impuestos; donde las cantidades enteras aplicadas, aparecía un nuevo elemento a considerar: “Las relación entre la parte (el monto del impuesto pagado) y el todo (la superficie total de la tierra a repartir).

Entonces (Andonegui 2006; Pág. 7), como la parte y el todo se expresaban por medio de números naturales, se trató de buscar una forma de indicar la relación que existen entre estos dos números, nace el concepto de fracción que se define como la relación que existe entre la parte con respecto del todo donde cualquier representación que se requiera representar realice por medio de la fracción expresando que existe una relación entre ambos números naturales.

Los antecedentes más antiguos acerca de la resolución de operaciones con números fraccionarios, datan de Aryabhata, en el siglo VI d.C. y Bramagupta, en el siglo VII d.C. Posteriormente, Mahavira, en el siglo IX y Bháskara en el siglo XII, sistematizan la operatoria llegando al algoritmo actual.

Los árabes utilizaban una escritura similar a la egipcia para representar fracciones. Pero es a mediados del siglo IX dc cuando Muhammad ibn M usa Al Khw arizm adopta la notación india al redactar un manual sobre aritmética que recoge precisamente toda la tradición matemática india. No es sino hasta el siglo XII que la obra de Al Khw arizm es traducida al latín, y uno de sus grandes difusores -Leonardo de Pisa- comienza a hacer uso de la línea horizontal para representar divisiones originando la notación actual.

El concepto de fracción, tanto en las culturas antiguas como en la época moderna, ha estado vinculado a una relación parte-todo basada en el reparto equitativo y qué mejor ejemplo podemos explicarlo comenzado, alrededor de 3000 años antes de Cristo, con los egipcios donde crearon una manera de escribir algunos de los números que hoy llamamos fraccionarios. Sólo escribían números fraccionarios de la forma 1/n como por ejemplo: 1/2, 1/3 1/4, 1/5, 2/3 y 3/4 o las que pueden obtenerse como combinación de ella, donde así con estas combinaciones podían hacer cálculos de todo tipo

Fue para ellos necesario crear estos símbolos pues en el trabajo cotidiano, especialmente en las mediciones de los terrenos, aparecían cantidades que no eran enteros. Las mediciones de los terrenos de los agricultores que cultivaban la tierra ubicados en los alrededores del río Nilo tenían gran importancia en Egipto, puesto que anualmente, cuando el rio crecía inundaba la mayor parte de estos terrenos y borraba sus linderos. Después de la crecida, cuando el río volvía a su nivel usual, los funcionarios del gobierno hacían las mediciones necesarias para restablecer los linderos de cada parcela y en este oficio de medir hacía falta conocer muy bien los números incluyendo las fracciones.

Por su parte, los babilónicos (Kline 1992) desarrollaron un eficaz sistema de denotación fraccionaria que permitió establecer aproximaciones decimales realmente sorprendentes. Aquel método era relativamente fácil de trabajar ya que consistía en conseguir aproximaciones muy precisas en los cálculos que ellos necesitaban obtener. El método realizado por ellos era el único que existía hasta la época del Renacimiento. Posteriormente, esta evolución y simplificación del éste método fraccionario, permitió el desarrollo de nuevas operaciones que, de alguna forma, ayudaron a la gran comunidad matemática de los siglos posteriores a trabajar y hacer buenos cálculos de las raíces cuadradas por dar un ejemplo.

Siguiendo con la historia, en la China antigua, en la división de fracciones se exigía la reducción de común denominador para poder trabajarlas ya que los chinos conocían bien las operaciones con las fracciones donde ya podían encontrar el mínimo común denominador de fracciones y donde, a veces, trabajaban las fracciones como números decimales para aligerar, de cierta forma, la manipulación de las fracciones

Para los griegos, el dominio de las fracciones partió por los dotes de geometría que dominaban en cuanto a la construcción geométricas de segmentos cuyas longitudes las representaban por los números racionales. Como por ejemplo: Una representación de 3/2 en la recta numérica, es decir: (en la Imagen n°1)

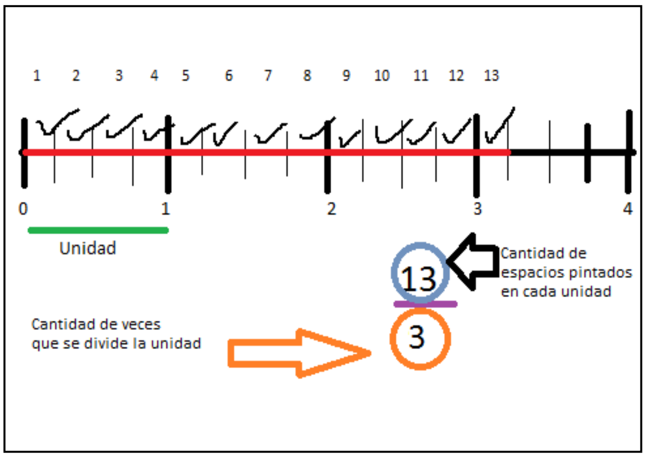


Imagen 1

Por lo que fracciones, en el lenguaje común, tiene bastantes visiones como: parte de un todo, como cociente, como razón, como operador, como probabilidad, en los puntajes, como número racional, como punto de una recta orientada, como medida, como indicador de una cantidad de elección en el todo, y como porcentaje.

Posteriormente, el concepto de fracción se consolidó al partir del renacimiento. Simón Stevin una definición de fracción como:

…"*número es aquello mediante lo que se explica la magnitud de alguna cosa"… (Ferreiros 1998, Pág. 8)*

Luego Newton crea su propia definición en 1707 de fracción argumentándola como:

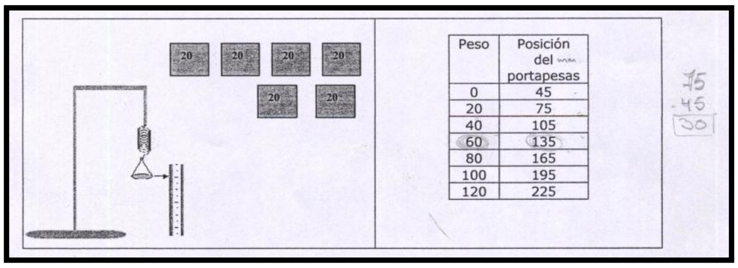
…" *entenderemos por número no tanto una multitud de unidades cuanto la razón entre una cantidad abstracta cualquiera y otra del mismo género que se toma por unidad"…*
*(*Andonegui 2006; Pág. 8; *citado en Ferreiros 1998; Pág. 8).*

Por lo que una fracción inicialmente representaba la relación entre la magnitud de la parte y la del todo que procedía, también se interpretaba como un número que mide el número de veces que la parte está contenida en el todo, considerando a éste como unidad"; por lo que, en definitiva, las fracciones y hasta los números irracionales (las raíces cuadradas por ejemplo) se convierten en *números-medida* de magnitudes comparadas por una unidad por lo que todos ellos se pueden expresar en la recta numérica.

Anexo 4: Descripción completa de las producciones de los estudiantes

Sesión 1:

GP1

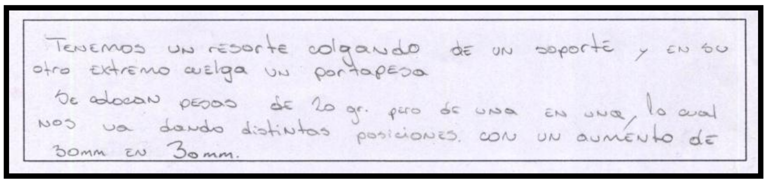


Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

75
-45
30

Imagen 2

7. Describe el experimento



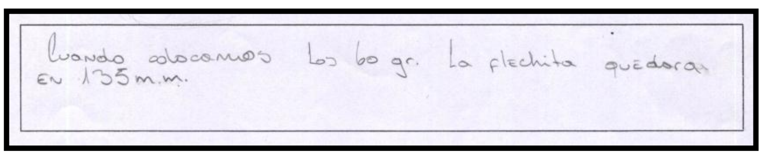
Tenemos un resorte colgando de un soporte y en su otro extremo cuelga un portapesa
Se colocan pesas de 20 gr. pero de una en una, lo cual nos va dando distintas posiciones, con un aumento de 30mm en 30mm.

Imagen 3

El grupo identifica los elementos del experimento y señala la posición de cada uno. Los nombra en orden de: resorte, soporte y porta pesas.

Además indican que al colocar pesas de 20g. De una en una, va dando diferentes posiciones el porta pesas, que van en aumento de 30mm. En 30mm.

8. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

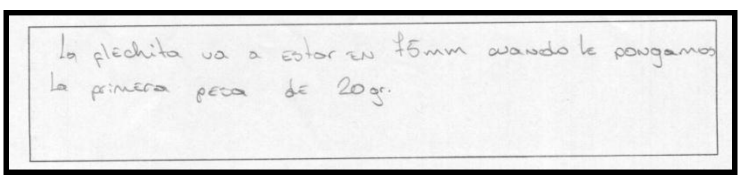


Cuando colocamos los 60 gr. la flechita quedaran en 135 m.m.

Imagen 3

Señalan que cuando se coloca lo 60gr en el porta pesas, la fechita baja y quedara en la posición 135mm de la regla.

9. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?



La flechita va a estar en 75mm cuando le pongamos la primera pesa de 20gr.

Imagen 4

El grupo señala que la fechita va estar en los 75mm de la regla cuando se ponga la primera pesa de 20gr en el porta pesas.

10. Si colocamos 50 gramos ¿En que posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

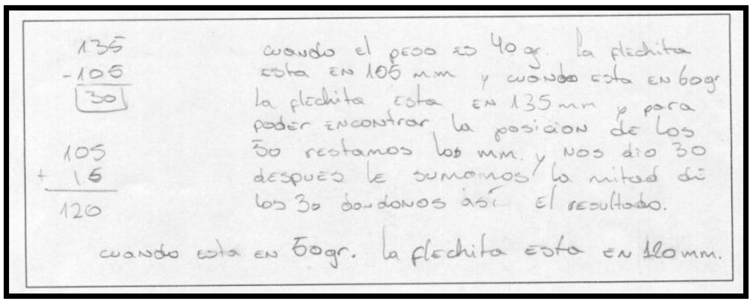


Imagen 4

Se puede observar (Imagen 4) en primera instancia que realizan algunos cálculos, la resta entre 135 y 105, obteniendo como resultado 30, abajo realizan la suma entre 105 y 15, obteniendo 120. Al lado es estos cálculos señalan que cuando el peso es 40 gramos, la flechita indicara la posición de 105mm en la regla, y cuando en el porta pesas se colocan 60 gramos, la fechita indicara la posición 135mm. Para encontrar la posición de los 50 gramos se debe restar los mm y nos dará la posición de 30mm en la regla. Después se suma la mitad de los 30mm dando así resultado. Indicando finalmente que cuando está en 50 gramos la fechita indicara la posición en la regla de 120mm.

11. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

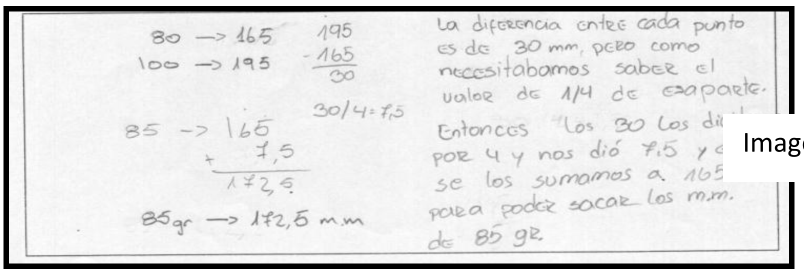
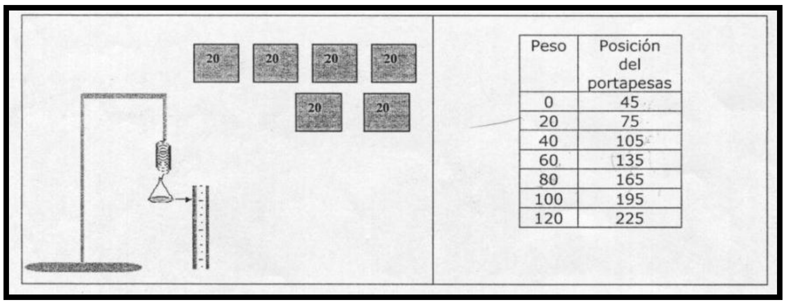


Imagen 5

Se observa que en el cuadro de respuesta está divido en dos. En el lado izquierdo realiza los cálculos referente a la pregunta, escribiendo un 80, indicando con una flecha el número 165, abajo realiza lo mismo pero con el número 100, y con una flecha indicando el número 195, a lado de esta realiza la resta entre 195 165, dando como resultado 30, debajo de esta resta, realiza una la división de 30 con 4, obteniendo 7,5. Más abajo nuevamente escribe el número 85, indicando con una flechita el número 165, y es este 165 realiza una suma con 7,5, obteniendo el número 172,5. Por ultimo señala que 85 gramos indica con una flecha el 172,5mm.

En el lado derecho escribe que la diferencia entre cada punto es de 30mm, pero como se necesita saber el valor de ¼ de esta parte. Entonces los 30 los dividimos por 4 y nos da como resultado 7,5, y estos se le suma a los 160 para poder sacar los mm de 85gr.

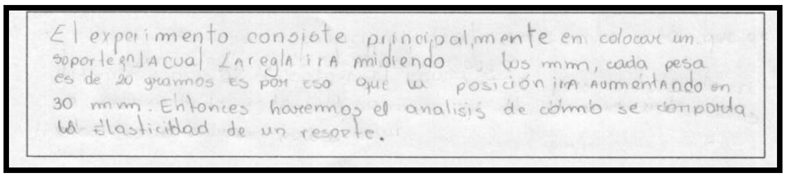
GP2



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 6

1. Describe el experimento

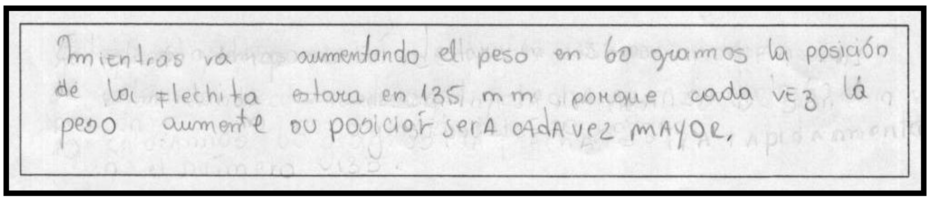


El experimento consiste principalmente en colocar un soporte en la cual La regla ira midiendo los mm, cada pesa es de 20 gramos es por eso que la posición ira aumentando en 30 mm. Entonces haremos el analisis de cómo se comporta la elasticidad de un resorte.

Imagen 7

El grupo explica que el experimento consiste en colocar un soporte en la cual la regla ira midiendo los mm, que para cada pesa de 20 gramos, y por eso la posición ira aumenta en 30mm. Entonces harán el análisis de cómo se corta la elasticidad de un resorte.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

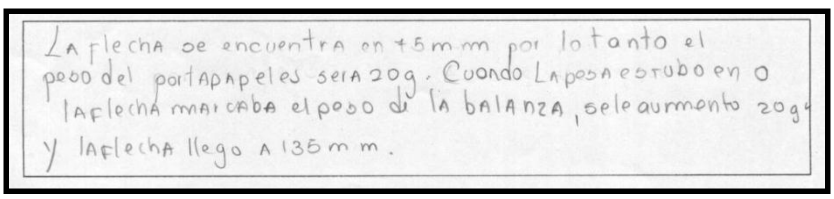


Mientras va aumentando el peso en 60 gramos la posición de la flechita estara en 135 mm porque cada vez la peso aumente su posición sera cada vez mayor,

Imagen 8

El GP2 señala que mientras se aumenta el peso en 60 gramos la posición de la flechita indicara la posición 135mm, ya que cada vez que el peso aumente su posición será cada vez mayor.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

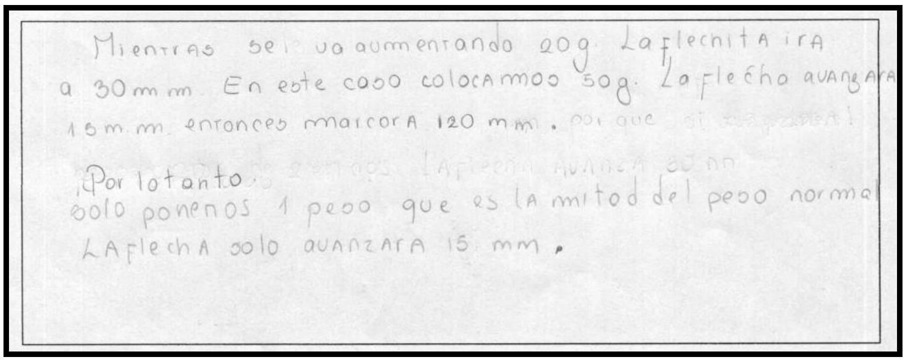


La flecha se encuentra en 75mm por lo tanto el peso del portapapeles sera 20g. Cuando La pesa estubo en 0 la flecha marcaba el peso di la balanza, se le aumento 20g y la flecha llego a 135 mm.

Imagen 9

El grupo señala que la flecha se encuentra en 75mm, que por lo tanto el peso que debe estar en el porta pesas es de 20 gramos. Añaden que cuando la pesa esta en 0 la flecha marca el peso de la balanza, y si se aumenta en 20 gramos la flecha llega a 135mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.



Mientras se le va aumentando 20g. La flechita ira a 30 mm. En este caso colocamos 50g. La flecha avanzara 15 mm. entonces marcara 120 mm.

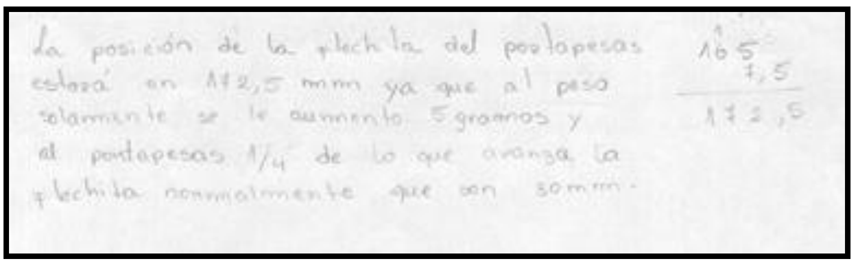
¡Por lo tanto solo ponemos 1 peso que es la mitad del peso normal LA flecha solo avanzara 15 mm.

Imagen 10

El grupo redacta si aumenta en 20 gramos, la flechita ira a 30mm. En este caso como la pregunta dice si se coloca 50 gramos, la flechita avanzara 15mm, entonces marcara 120mm.

Por lo tanto añaden, si se pone 1 peso que es la mitad del peso normal, la flecha solo avanzara 15mm.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?



La posición de la flechita del portapesas estará en 172,5 mm ya que al peso solamente se le aumento 5 gramos y al portapesas 1/4 de lo que avanza la flechita normalmente que son 30 mm.

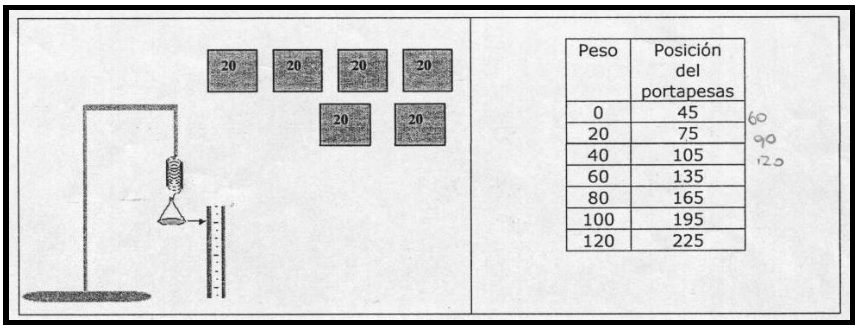
165
7,5
172,5

Imagen 11

Se observa que en una parte del cuadro de respuesta realiza una suma entre 165 y 7,5, dando como resultado 172,5.

Por otra parte el grupo escribe que la posición de la flechita del porta pesas estará en 172,5mm, ya que al peso solamente se le aumenta 5 gramos y al porta pesas ¼ de lo que avanza la flechita normalmente que son 30.

GP3

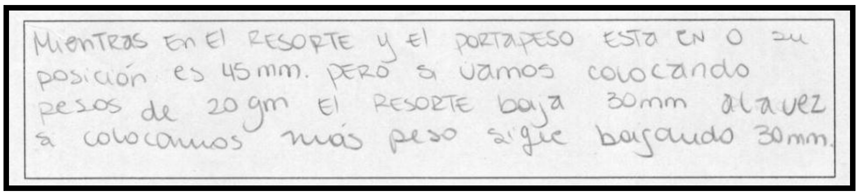


Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

60
90
120

Imagen 12

1. Describe el experimento

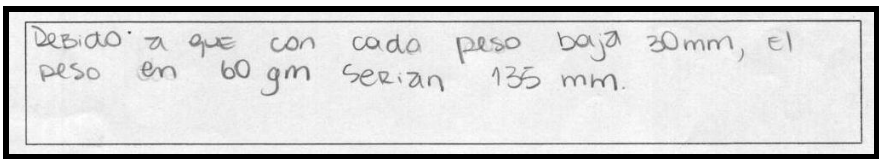


Mientras en el resorte y el portapeso esta en 0 su posición es 45mm. pero si vamos colocando pesos de 20 gm el resorte baja 30mm alavez si colocamos más peso sigue bajando 30mm.

Imagen 13

El grupo describe el experimento que mientras el resorte y el porta pesas esta en 0 su posición es de 45 milímetros, pero si se coloca pesos de 20 gramos el resorte baja 30 milímetros, y a su vez si se coloca más peso sigue majando 30 milímetros

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

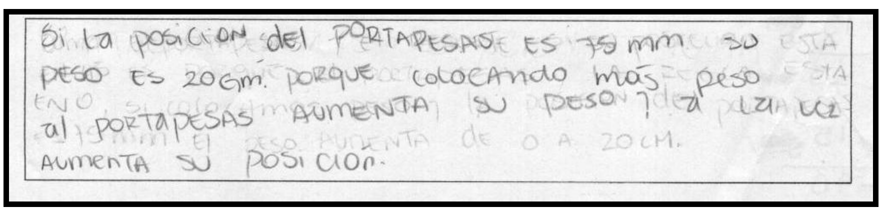


Debido: a que con cada peso baja 30mm, el peso en 60 gm serian 135 mm.

Imagen 14

Indican que con cada peso baja 30 milímetros, el peso en 60 gramos será en el porta pesas es de 130 milímetros.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

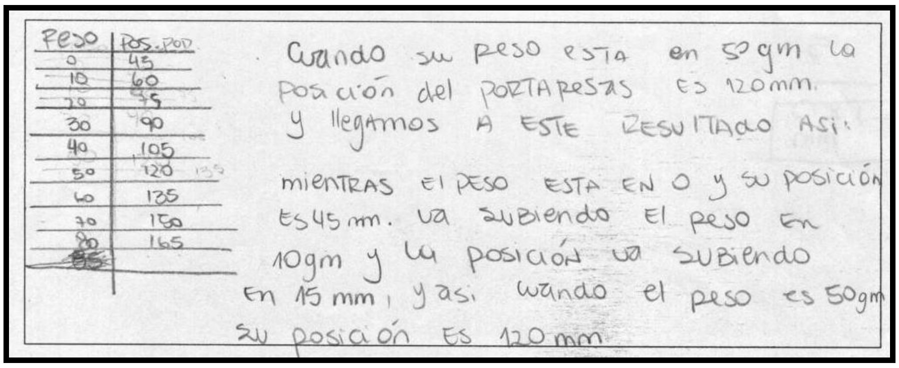


Si la posicion del portapesas es 75 mm su peso es 20Gm. porque colocando más peso al portapesas aumenta su peso y a la vez aumenta su posicion.

Imagen 15

Señalan que el peso que debe tener el porta pesas en la posición de 75mm, es de 20 gramos, porque más peso al porta pesa aumenta su peso y a su vez aumenta su posición.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.



Peso	Pos. Por
0	45
10	60
20	75
30	90
40	105
50	120
60	135
70	150
80	165
~~85~~	

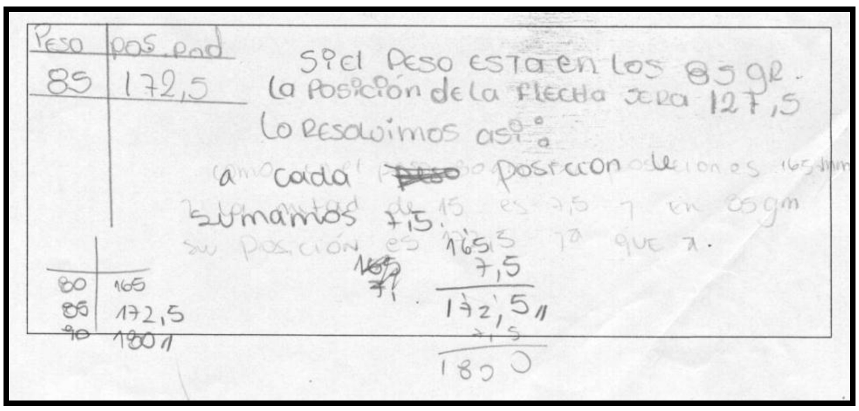
Cuando su peso esta en 50 gm la posición del PORTAPESAS es 120mm. y llegamos a este resultado así: mientras el peso esta en 0 y su posición es 45 mm. va subiendo el peso en 10gm y la posición va subiendo en 15 mm, y así cuando el peso es 50gm su posición es 120 mm

Imagen 16

Se observa (Imagen 16) que el grupo realizo una tabla de valores, con 2 columnas y 10 filas. En la primera columnas indican el peso, e inicia desde 0 hasta el 90, y que van de 10 en 10, en la otra columna indican la posición del porta pesas, iniciando desde 45 hasta el 165, y van de 15 en 15.

Al lado de la tabla escriben que cuando su peso esta en 50 gramos la posición del porta pesas es de 120 milímetros.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?



Peso	pos. pod
85	172,5

Si el peso esta en los 85 gr. la posición de la flecha sera 127,5 lo resolvimos así: a cada ~~peso~~ posición sumamos 7,5.

80	165
85	172,5
90	180

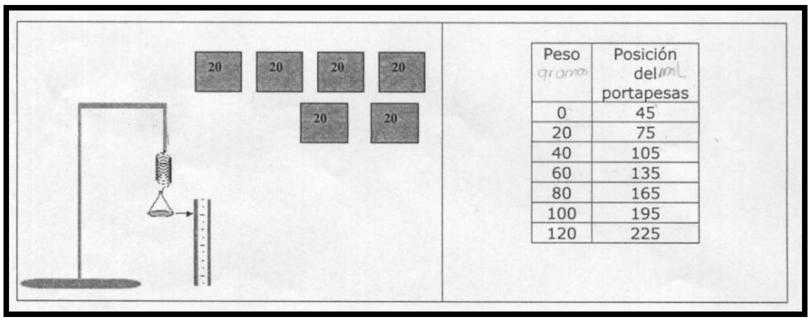
$$165 + 7,5 = 172,5$$
$$172,5 + 7,5 = 180$$

Imagen 17

Se puede observar (Imagen 17) que el grupo 3 realizo 2 tablas de valores. En una de ellas nombran el peso y la posición del porta pesas , indicando que en 85 gramos el porta pesas indica 172,5 militemos, en una segunda tabla escriben los valores de 80, 85 y 90 gramos, indicando la posición de 160 172,5 y 180 milímetros respectivamente. También realizan una cálculo donde suman 165 y 7,5, dando como resultado 172,5.

Además redactan si el peso esta en los 85 gramos, la porta pesas de la flechita es de 127,5. Luego describen el procedimiento realizado, señalando que a cada posición le suman 7,5.

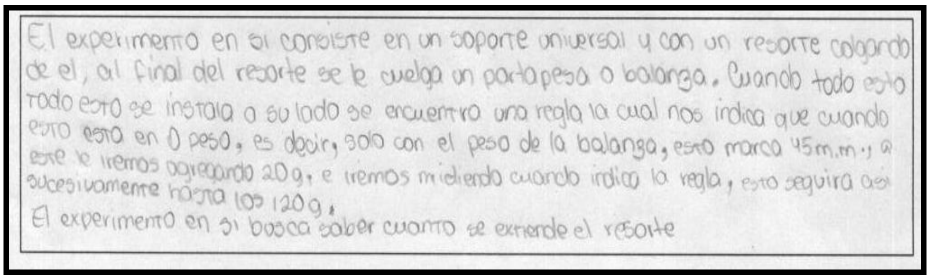
GP4



Peso gramos	Posición del mm portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 18

1. Describe el experimento



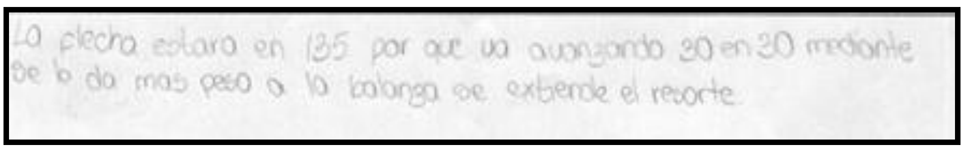
El experimento en si consiste en un soporte universal y con un resorte colgando de el, al final del resorte se le cuelga un portapeso o balanza. Cuando todo esto todo esto se instala a su lado se encuentra una regla la cual nos indica que cuando esto esta en 0 peso, es decir, solo con el peso de la balanza, esta marca 45m.m. y a este le iremos agregando 20g, e iremos midiendo cuando indica la regla, esto seguira asi sucesivamente hasta los 120g.
El experimento en si busca saber cuanto se extiende el resorte

Imagen 19

Los jóvenes describen los elementos del experimento, que es soporte, un resorte y porta pesas o balanza, y al lado de estos elementos se encuentra una regla, que indica que cuando no hay elemento en el porta pesa la regle marca 45 milímetros. La cual se van agregando pesas de 20 gramos hasta los 120 gramos. y la posición en la regla va variando.

El experimento consiste en saber cuánto se extiende el resorte.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

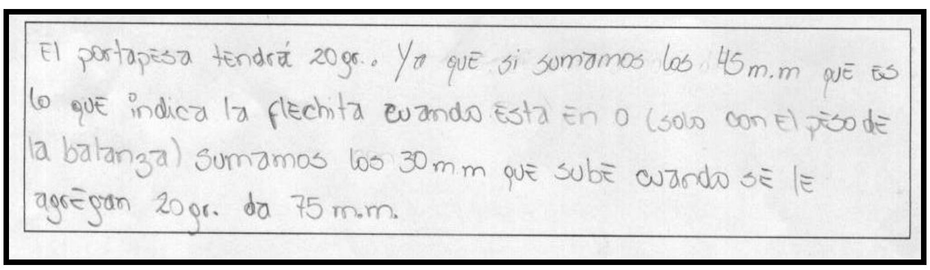


La flecha estara en 135 por que va avanzando 30 en 30 mediante se le da mas peso a la balanza se extiende el resorte

Imagen 20

Responden que la fecha estará en la posición 135, cuando se colocan 60 gramos, porque va avanzando 30 en 30, mediante se agregue más peso a la balanza se extiende el reposte.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?



El portapesa tendrá 20gr. Ya que si sumamos los 45m.m que es lo que indica la flechita cuando está en 0 (solo con el peso de la balanza) sumamos los 30mm que sube cuando se le agregan 20gr. da 75m.m.

Imagen 21

el grupo 4 contesta que el porta pesa tendrá 20 gramos cuando la flechita este en 75 milímetros, ya que si se suma los 45 milímetros que es lo que indica la flechita cuando está el porta pesas está vacío. El resorte se estira 30 milímetros cuando se agregan 20 gramos al porta pesas cuando está vacío y da 75 milímetros

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

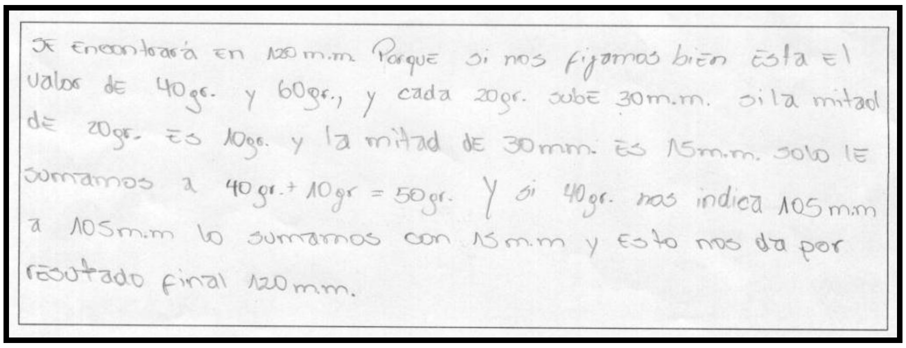

Se encontrará en 120 m.m Porque si nos fijamos bien esta el valor de 40gr. y 60gr., y cada 20gr. sube 30m.m. si la mitad de 20gr. es 10gr. y la mitad de 30mm. es 15m.m. solo le sumamos a 40gr.+10gr = 50gr. Y si 40gr. nos indica 105 mm a 105m.m lo sumamos con 15m.m y esto nos da por resultado final 120 m.m.

Imagen 22

Estará en 120 milímetros cuando se colocan 50 gramos en el porta pesas, porque si se ve en la tabla cuan=do el porta pesas tiene 40 gramos y 60 gramos, y cada 20 gramos el resorte se estira 30 milímetros. Si la mitad de 20 gramos es 10 gramos y la mitad de 30 milímetros es 15 milímetros. Debemos sumar a 40 gramos 10 gramos, que en total es 50 gramos, y por otro lado si a 40 indica la posición de 105 milímetros en la regla, a esos 105 se suma los 15 milímetros , esto nos da como resultado final que es de 120 milímetro.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

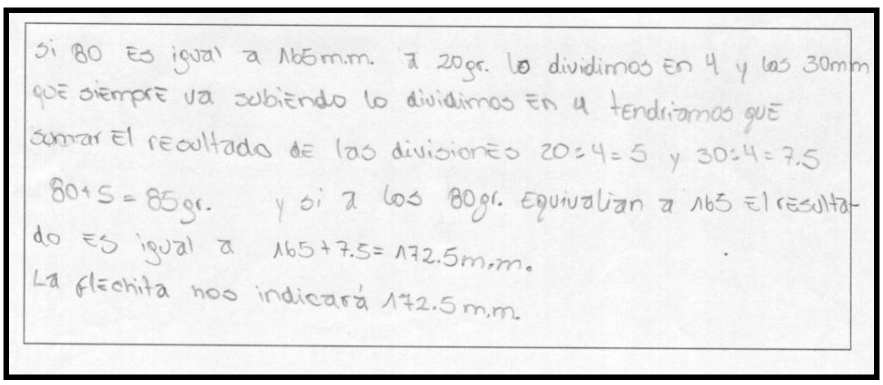
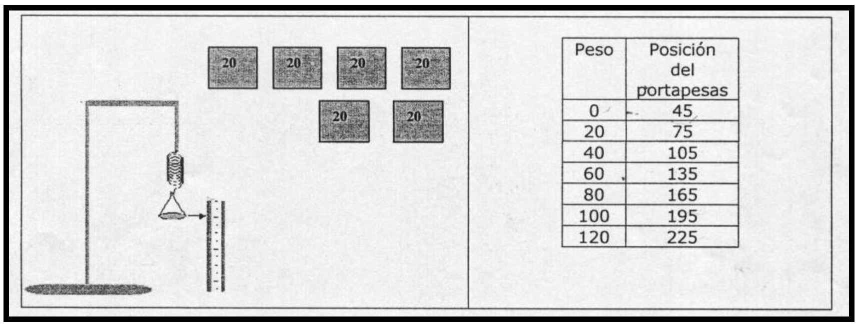

si 80 es igual a 165m.m. a 20gr. lo dividimos en 4 y los 30mm que siempre va subiendo lo dividimos en 4 tendriamos que sumar el resultado de las divisiones 20:4=5 y 30:4=7.5
80+5=85gr. y si a los 80gr. equivalian a 165 el resulta-do es igual a 165+7.5= 172.5m.m.
La flechita nos indicará 172.5 m.m.

Imagen 23

El grupo responde que si en el porta pesas se colocan 80 gramos la posición en la regla es de 165 milímetros. Explica su procedimiento de la siguiente manera: si a los 20 gramos y a los 30 mm los dividimos en 4, y sus resultados son 5 y 7,5 respectivamente. Sumamos 80 y 5, dando como resultado 85. Como a los 80 gramos equivale la posición 165, el resultado es igual a 165 + 7,5, dando como resultado 172,5. La flechita indicara la posición 172,5 si se coloca 85 gramos en el porta pesas.

GP5



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 24

1. Describe el experimento

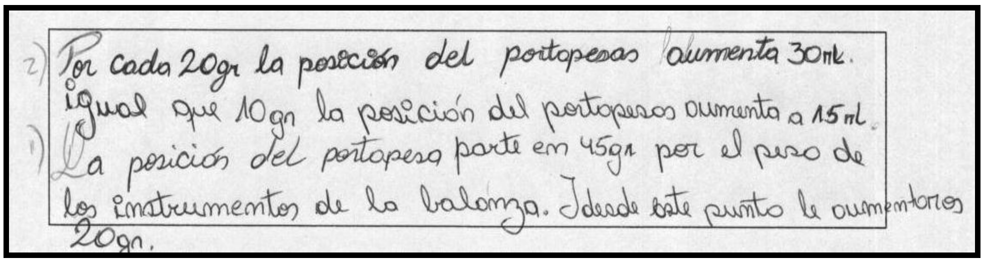


Imagen 25

El grupo separa en 2 la descripción del experimento, 1) parten señalando que el porta pesas parte en 45 mm, cuando no hay peso en el pota pesas. 2) Que por cada 20 gramos la posición del porta pesas aumenta en 30ml. Que si se agrega al porta pesa 10 gramos, la posición del porta pesas aumenta en 15ml.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

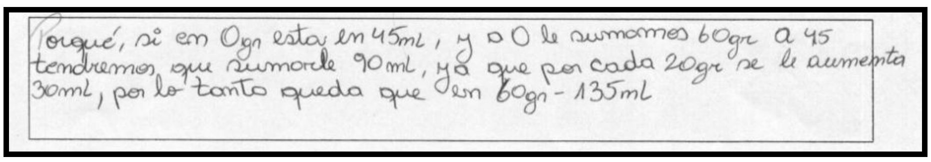


Imagen 26

Empiezan señalando si en porta pesas no tiene pesos, indican la posición 45ml. Si se colocan 60 gramos al porta pesas a 45mml se suma 90ml, ya que por cada 20 gramos se aumenta 30ml, por lo que queda en 60gramos-135ml.

3. Si la fechita está en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

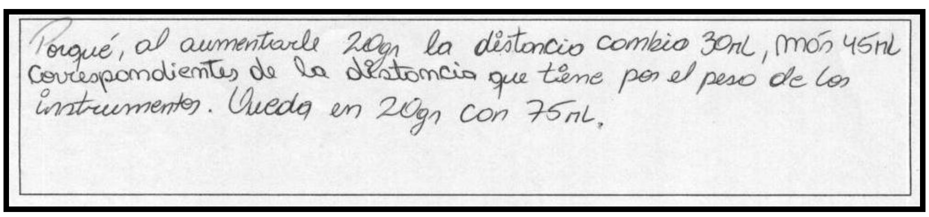


Imagen 27

Responden que se debe colocar 20 gramos para que la flechita esté en 75ml, porque l colocar 20 gramos al porta pesas la distancia cambia a30ml, mas 45ml correspondiente cuando no tiene peso en el porta pesas.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

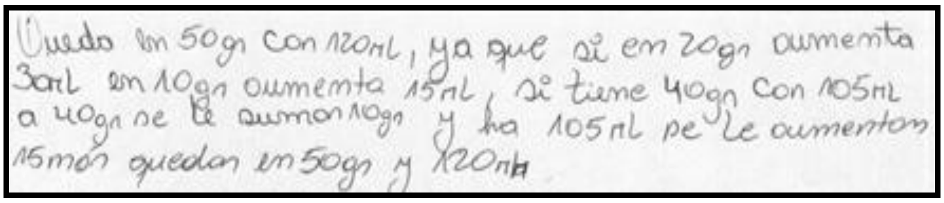

Queda en 50gn con 120ml, ya que si en 20gn aumenta 30ml en 10gn aumenta 15ml, si tiene 40gn con 105ml a 40gn se le suman 10gn y la 105ml se le aumentan 15más quedan en 50gn y 120ml

Imagen 28

Queda el porta pesa en la posición 120ml, ya que si en 20 gramos aumentar 30 ml, en 10 gramos aumenta 15ml, si se tiene 40 gramos en el porta pesas, en la tabla indica que está en la posición de 105ml, si a los 409 gramos se suma los 10 gramos para que quede en 50, y a los 105 se suma 15ml, finalmente nos queda en 50 gramos en la posición de 120ml.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

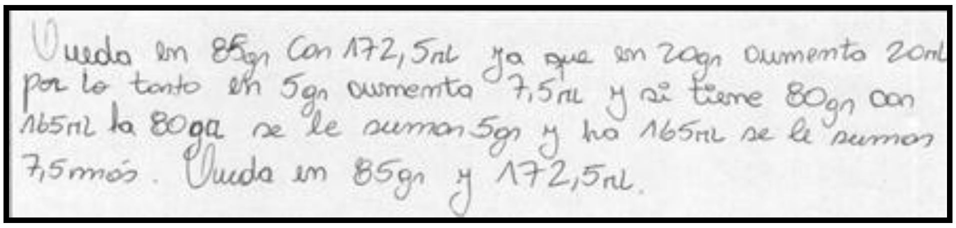
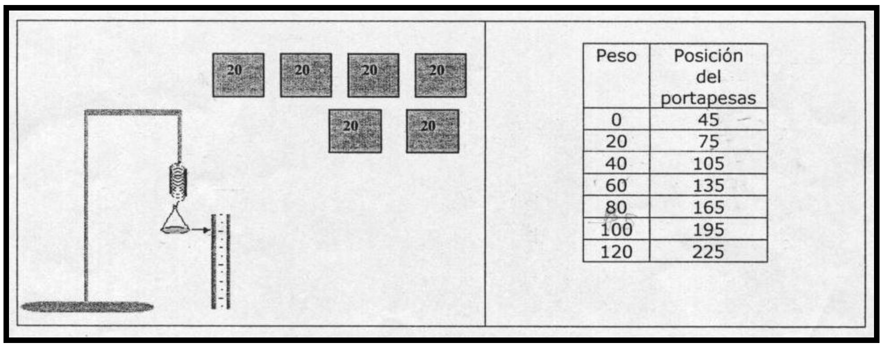

Queda en 85gn con 172,5ml ya que en 20gn aumenta 20ml por lo tanto en 5gn aumenta 7,5ml y si tiene 80gn con 165ml la 80gn se le suman 5gn y la 165ml se le suman 7,5más. Queda en 85gn y 172,5ml.

Imagen 29

Cuando se coloca 85 gramos en el porta pesas, su posición es de 172,5ml, ya que en 20 gramos aumenta 20ml, por lo tanto en 5 gramos aumenta 7,5ml, y si se coloca 80 gramos en el porta pesas su posición es de 165ml. Por lo tanto si se suma 5 gramos a los 80 gramos para completa los 85, y a los 165ml se sumas 7,5ml correspondiente a los 5 gramos. Queda en 172,5 si se coloca 85 gramos en el porta pesas.

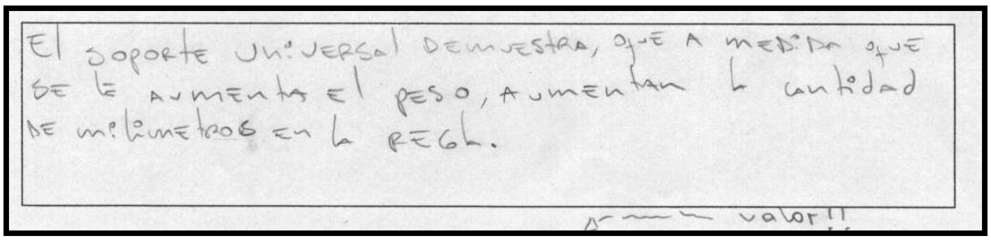
GP6



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 30

1. Describe el experimento



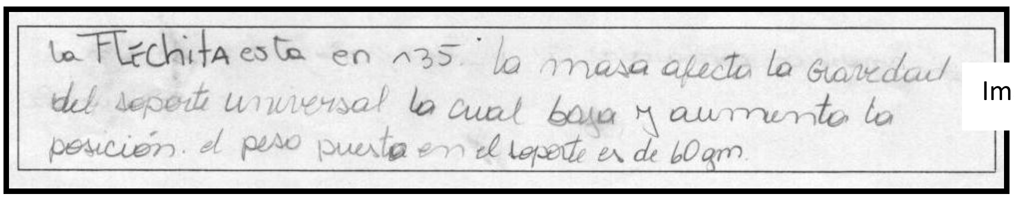
El soporte universal demuestra, que a medida que
se le aumenta el peso, aumentan la cantidad
de milimetros en la regla.

valor!!

Imagen 31

Explican que al soporte universal demuestra que a medida que se aumenta el peso al porta pesas, aumenta la cantidad de milímetros en la regla.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

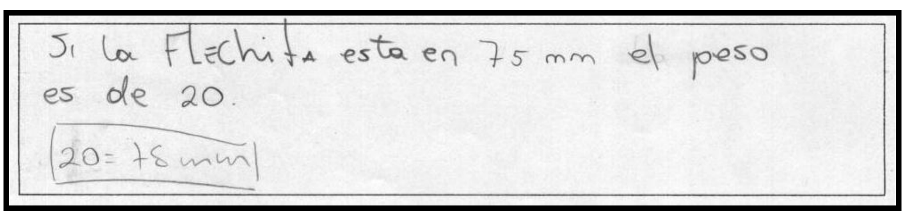


la Flechita esta en 135. la masa afecta la Gravedad
del soporte universal la cual baja y aumenta la
posición. el peso puesto en el soporte es de 60gm.

Imagen 32

Responde que la flechita estará en la posición 135 milímetros explicando que la masa afecta la gravedad del soporte, la cual baja y aumenta la posición. Por lo tanto señalan que el peso puesto en el soporte es de 60 gramos.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?



Si la Flechita esta en 75 mm el peso
es de 20.

20= 75 mm

Imagen 33

Señalan simplemente que si la flechita está en la posición de 75mm. El peso correspondiente es de 20 gramos. Encerrando en un cuadro 20=75mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

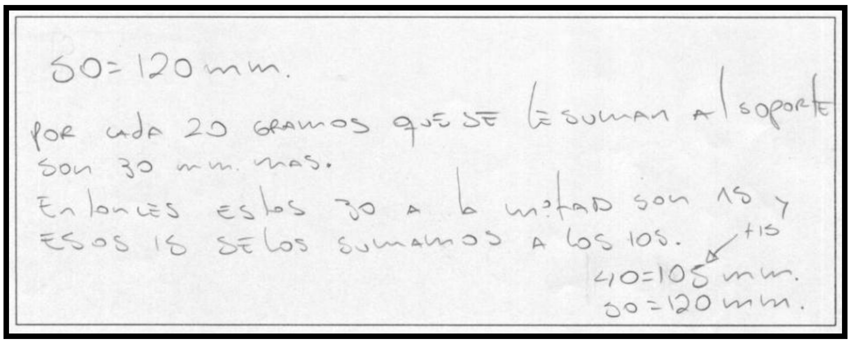

50= 120 mm.
por cada 20 gramos que se le suman al soporte
son 30 mm. mas.
Entonces estos 30 a la mitad son 15 y
esos 15 se los sumamos a los 105. +15
40=105 mm.
50=120 mm.

Imagen 34

Se observa (Imagen 34) que en primera instancia realiza la igualdad de 50=120mm.

Luego responde que por cada 20 gramos que se sume al porta pesas, son 30mm mas que aumenta la posición en el porta pesas.

Entonces añaden que a estos 30 a la mitad son 15 y esos 15 se suma a los 105. Luego realizan 2 igualdades, una de ellas es 40=105mm y la otra es de, 50=120mm.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

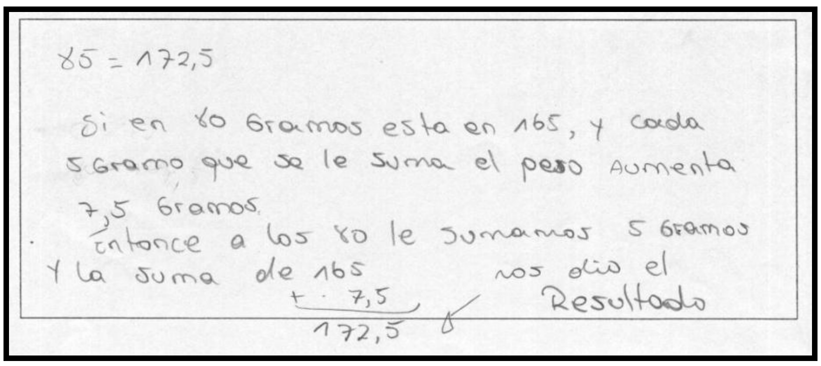

85 = 172,5
si en 80 Gramos esta en 165, y cada
5 Gramo que se le suma el peso Aumenta
7,5 Gramos.
entonce a los 80 le sumamos 5 Gramos
y la suma de 165 nos dio el
+ 7,5 Resultado
172,5

Imagen 35

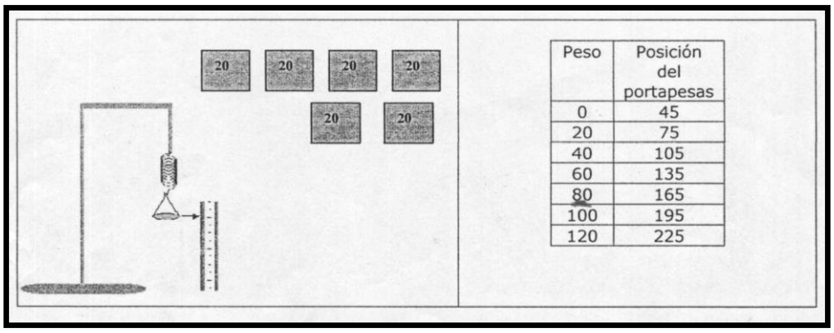
Realizan la igual de entre 85=172,5.

Luego explican si en 80 gramos esta en la posición en 165mm, y cada 5 gramos que se coloquen el peso aumenta 7,5.

Entonces a los 80 se suma 5 gramos, y la suma de:

Realiza la suma de 165 más 7,5, dando como resultado 172,5, indicando con una flecha que 172,5 es el resultado.

GP7



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 36

1. Describe el experimento

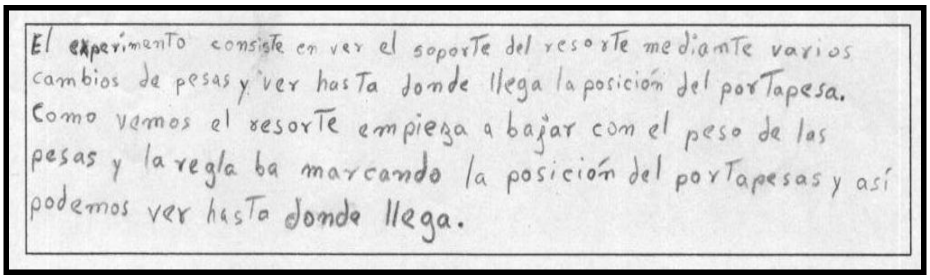

El experimento consiste en ver el soporte del resorte mediante varios cambios de pesas y ver hasta donde llega la posición del portapesa. Como vemos el resorte empieza a bajar con el peso de las pesas y la regla ba marcando la posición del portapesas y así podemos ver hasta donde llega.

Imagen 37

Explica que el experimento consta en ver el resorte mediante varios cambios de pesas, y ver hasta dónde llega la posición del porta pesas.

Ellos señalan que ven el resorte empieza a bajar a medida que se coloca peso en el porta pesas, y así se puede ver hasta dónde llega.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

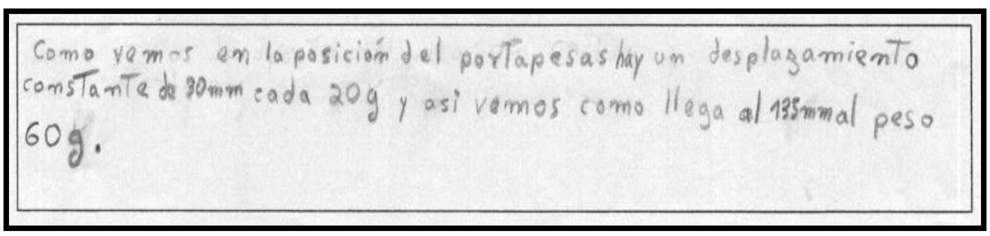

Como vemos en la posición del portapesas hay un desplazamiento constante de 30mm cada 20g y así vemos como llega al 135mm al peso 60g.

Imagen 38

su respuesta es que el porta pesas estará en la posición de 135mm si se coloca 60 gramos. Porque como se ve en la posición del porta pesas hay un desplazamiento contante de 30mm por cada 20 gramos.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

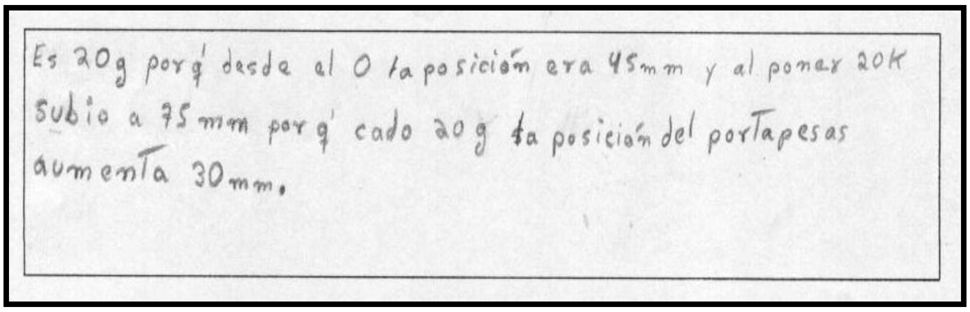

Es 20g porq' desde al 0 la posición era 45mm y al poner 20K subio a 75mm porq' cado 20g la posición del portapesas aumenta 30mm.

Imagen 39

Responden que el peso correspondiente a los 75mm es de 20 gramos, porque desde el 0 la posición es de 45mm, y al colocar 20 gramos en el porta pesas sube a la posición 75mm, porque cada 20 gramos la posición del porta pesas aumenta 30mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

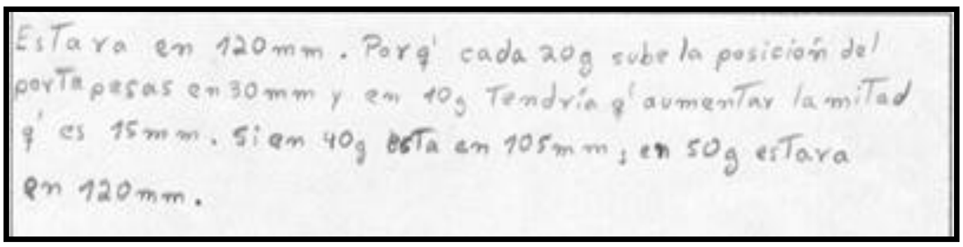

Estara en 120mm. Porq' cada 20g sube la posición del portapesas en 30mm y en 10g Tendría q' aumentar la mitad q' es 15mm. Si en 40g esta en 105mm; en 50g estara en 120mm.

Imagen 40

Responde que estará en la posición 120mm, porque cada 20 gramos sube la posición del porta pesas en 30 mm y en 10 gramos tendría que aumentar la mitad que es 15mm. Por lo tanto si en 40 gramos esta en la posición de 105mm y en 50 gramos estará en 120mm.

5. Si colocamos 85, ¿en que posición estará la fechita del porta pesas?

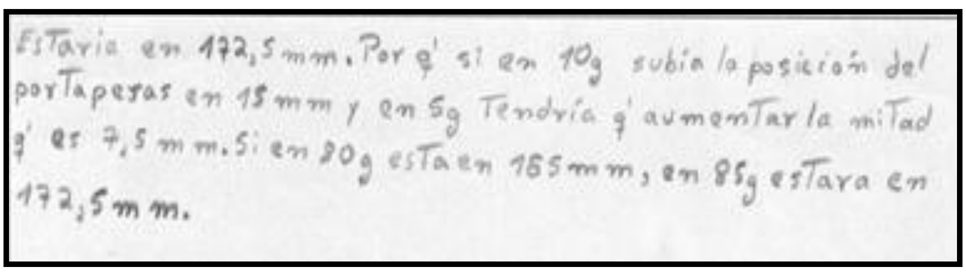
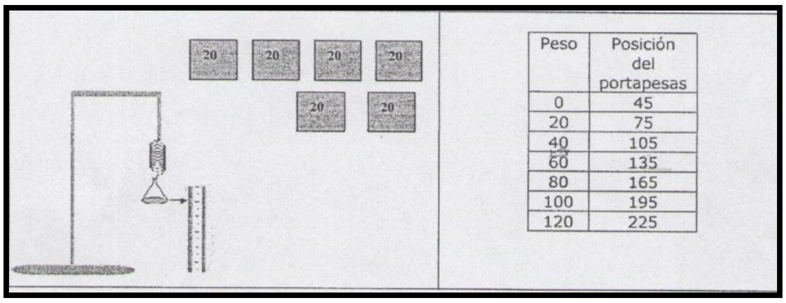

Estaria en 172,5mm. Por q' si en 10g subia la posición del portapesas en 15mm y en 5g Tendría q' aumentar la mitad q' es 7,5mm. Si en 80g esta en 165mm, en 85g estara en 172,5mm.

Imagen 41

Responde que estar en la posición 172,5mm, porque si en 10 gramos sube la posición del porta pesas en 15mm y en 5 gramos sube la mitad que es de 7,5mm. Por lo tanto si en 80 gramos esta en 165mm, en 85 estará en 172,5

GP8



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 42

1. Describe el experimento

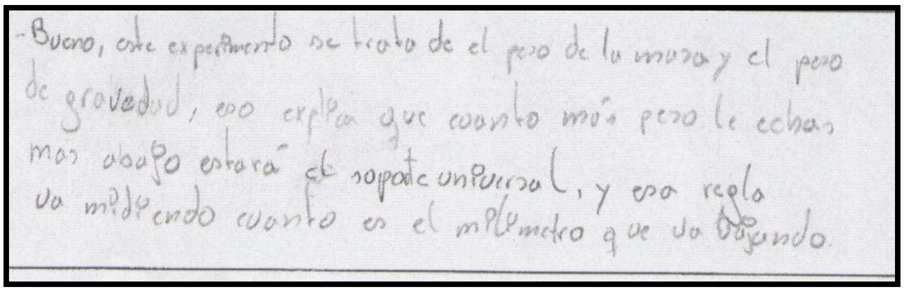

-Bueno, este experimento se trata de el peso de la masa y el peso de gravedad, eso explica que cuanto más peso le echas mas abajo estará el sopote universal, y esa regla va midiendo cuanto es el milimetro que va bajando.

Imagen 43

El grupo describe que el experimento trata del peso de la masa y peso de gravedad, explicando que entre más peso se agrega al porta pesas, más abajo estará el soporte. Además añaden que la regla mide cuantos milímetros va bajando.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

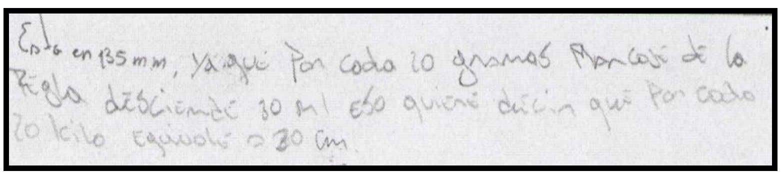

Esta en 135 mm, ya qué por cada 20 gramos marcasi de la regla desciende 30 ml eso quiere decir que por cada 20 kilo equivale a 30 cm.

Imagen 44

Responden que la posición será 135mm, explicando que por cada 20 gramos la regla marca el descenso 30mm. Esto quiere decir para ello que, por cada 20 kilo equivale 30cm.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

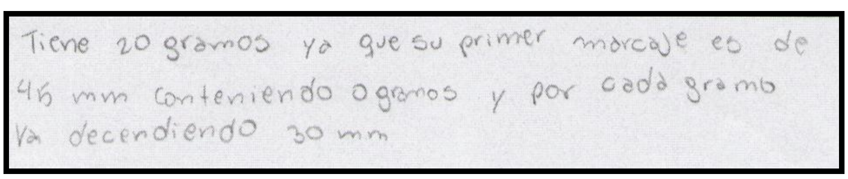

Tiene 20 gramos ya que su primer marcaje es de 45 mm conteniendo 0 gramos y por cadá gramo va decendiendo 30 mm

Imagen 45

El grupo explica que tiene 20 gramos ya que su primer marcaje es de 45mm. Además señalan que por cada 20 gramos va descendiendo 30mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

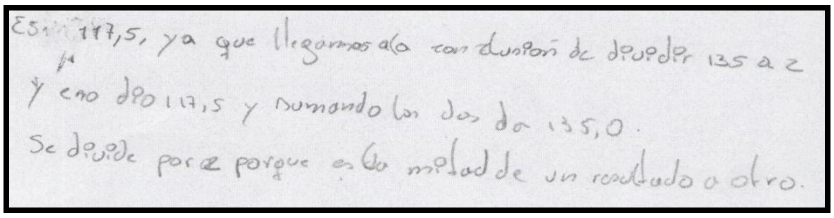

Es: 117,5, ya que llegamos a la conclusión de dividir 135 a 2 y eso dio 117,5 y sumando los dos da 135,0. Se divide por 2 porque es la mitad de un resultado a otro.

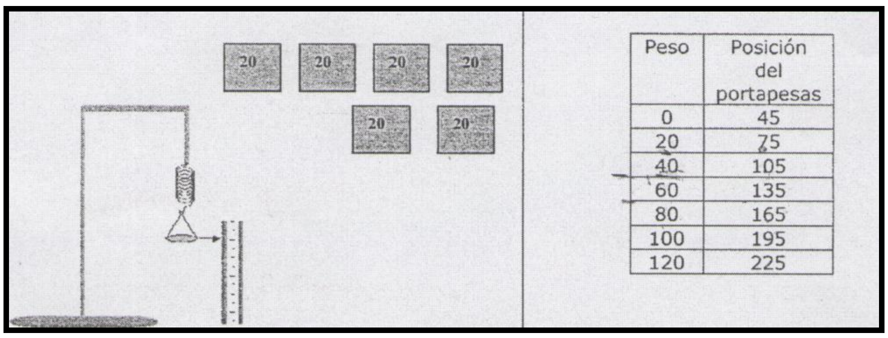
Imagen 46

Responden 117,5, ya que llegaron a la conclusión de dividir 135 en 2 y les dio como resultado 117,5 y sumando los dos da 135. Luego explican que se divide por 2, porque es la mitad de un resultado del otro.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

No responde a la pregunta!!!

GP9



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 47

1. Describe el experimento

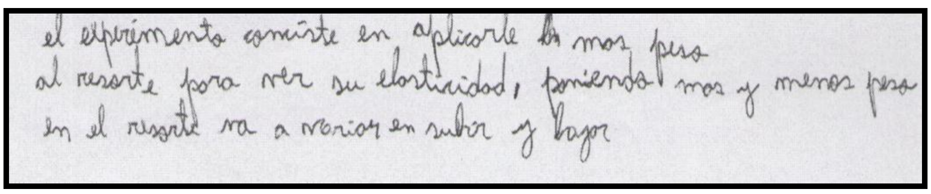

el experimento consiste en aplicarle más peso al resorte para ver su elasticidad, poniendo más y menos peso en el resorte va a variar en subir y bajar

Imagen 48

El grupo explica que consiste en aplicar peso al resorte para ver su elasticidad de, dependiendo del peso que se coloque el resorte puede subir o bajar.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

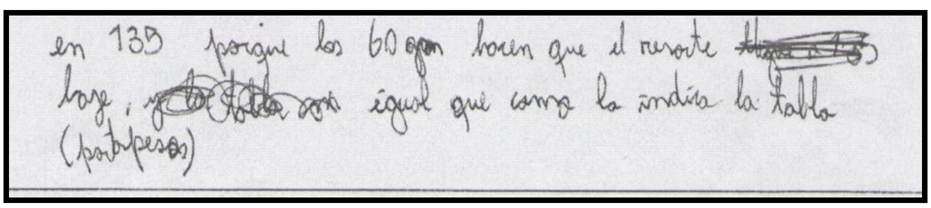

en 135 porque los 60 gram hacen que el resorte baje, será igual que como lo indica la tabla (portapesas)

Imagen 49

Responden que es 135mm, porque los 60 gramos agregados al resorte baja , indicando como lo indica la tabla.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿ qué peso tiene el porta pesas?

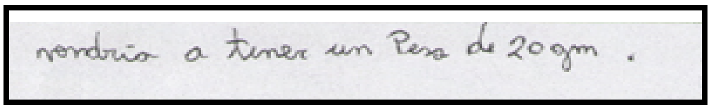

tendria a tener un Peso de 20 gm .

Imagen 50

El grupo solo responde que el peso que debe tener es de 20 gramos.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

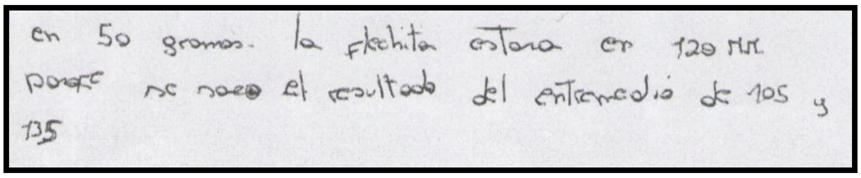

en 50 gramos. la flechita estara en 120 mm
porque se saco el resultado del entremedio de 105 y
135

Imagen 51

El grupo responde que en 50 gramos colocados en el porta pesas, la flechita estará en 120mm. Señalando que se sacó el resultado porque esta entremedio de 105 y 135.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

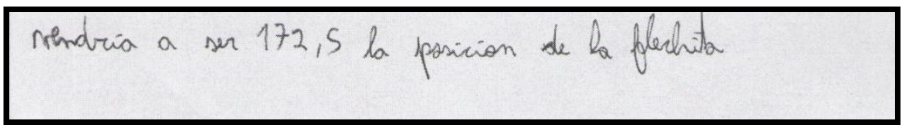
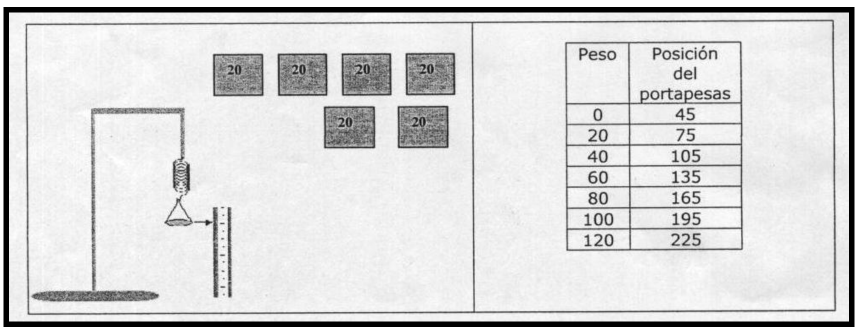

tendria a ser 172,5 la posicion de la flechita

Imagen 52

Responden que estará en la posición 172,5mm la flechita.

GP10



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 53

1. Describe el experimento

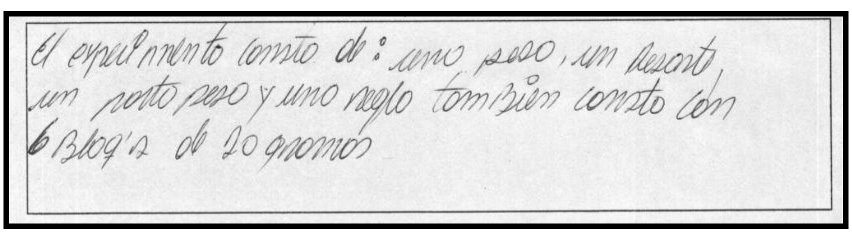
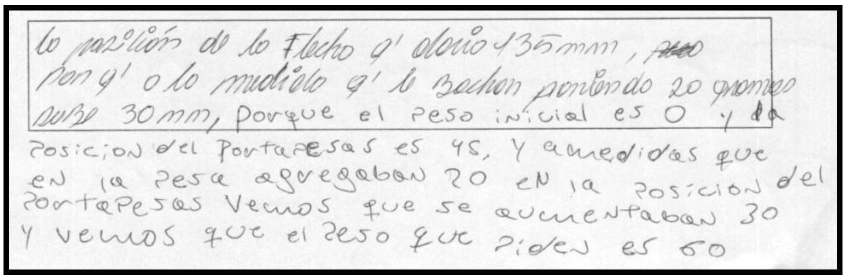

El experimento consto de: uno peso, un resorte,
un porta peso y una regla tambien consto con
6 Blog's de 20 gramos

Imagen 54

Describen los elementos del experimento, pesa, resorte , un porta pesa y una regla, también de 6 bloques de 20 gramos

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la flechita?

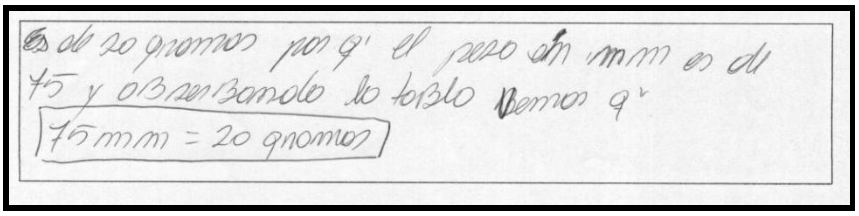


lo posición de la Flecha q' daria 135mm, ~~pues~~ por q' a la medida q' le Bachon poniendo 20 gramos sube 30mm, porque el peso inicial es 0 y la posicion del portapesas es 45, y amedidas que en la pesa agregaban 20 en la posicion del portapesas vemos que se aumentaban 30 y vemos que el peso que piden es 60

Imagen 55

Señalan que la flecha estaría en la posición 135mm de la regla, porque a medida que colocan 20 gramos sube 30mm en la regla. Explican que el peso inicial es 0 y la posición del porta pesas es de 45mm, que a medida que en la pesa agregan 20 gramos en la posición del porta pesa aumenta 30 milímetros.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

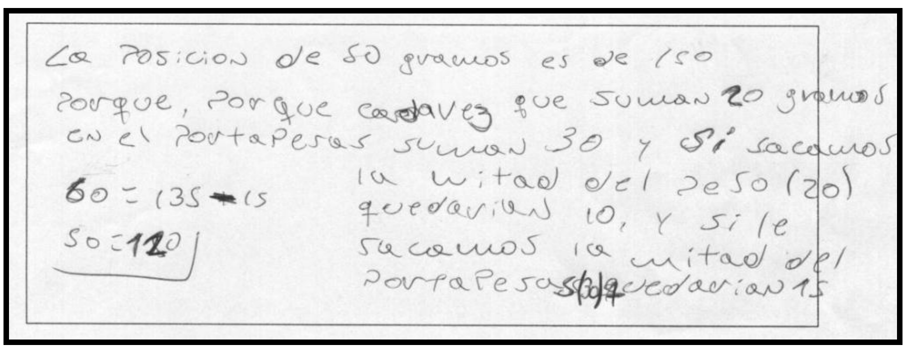


Es de 20 gramos por q' el peso en mm es de 75 y obserbando la tabla bemos q'
75mm = 20 gramos

Imagen 56

Responden que el peso que debe tener el porta pesa para que señale la fechita la posición 75mm, es de 20 gramos, porque el peso en observa la tabla 75mm corresponde a 20 gramos. Se aprecia que realiza una igualdad y la encierra en un cuadro, 75mm es igual a 20 gramos.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.



La posicion de 50 gramos es de 150 porque, porque cadavez que suman 20 gramos en el portapesas suman 30 y si sacamos la mitad del peso (20) quedarian 10, y si le sacamos la mitad del portapesas 5(30)quedarian 15

60 = 135 15
50 = 120

Imagen 57

Responde que la posición de 50 gramos es 150mm, porque cada vez que suma 20 gramos en el porta pesas suman 30mm y si sacamos la mitad del pero, y colocan entre paréntesis el número 20, quedarían 10, y se saca la mitad del porta pesas la quedaría 15mm. Se puede apreciar que realizan una operación, 135 menos 15, dando 60. Y 50 es igual a 120.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

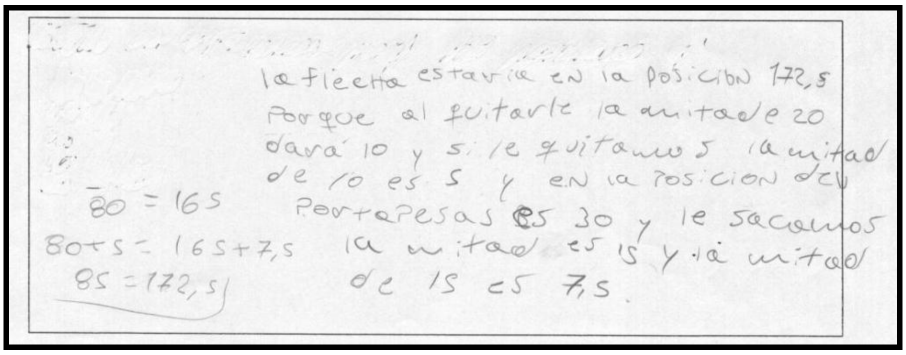


Imagen 58

Se observa que se realizan unos procedimientos aritméticos, poniendo que 80 es igual a 165, de bajo 85 más 5 es igual a 165 más 7,5, y terminan colocando que 85 es igual a 172.

El GP10 responde que la flecha estará en la posición 172,5 cuando se coloquen 85 gramos en el porta pesas, porque al quitar la mitad de 20 dará 10, y si se quita nuevamente la mitad queda 5, entonces la posiciones del porta pesas es 30 y si sacamos la mitad es 15, y nuevamente quitamos la mitad quedara 7,5.

GP11

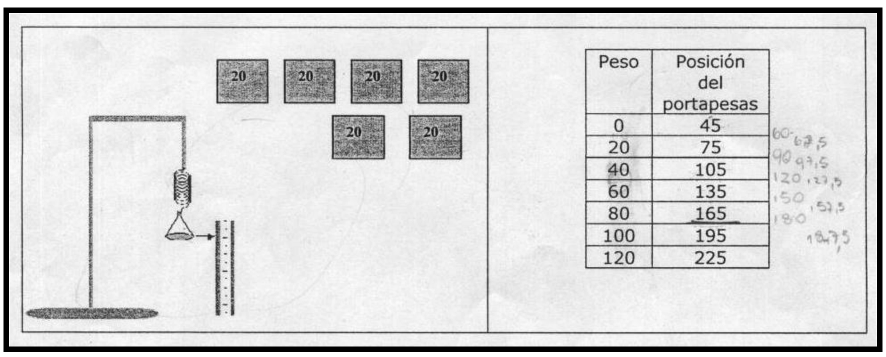


Imagen 59

1. Describe el experimento

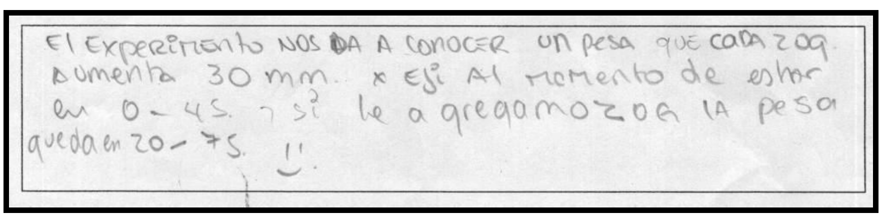


Imagen 60

El GP11 describe el experimento que da a conocer una pesa que por cada 20 gramos en el porta pesas, aumenta 30mm en la regla. Que cuando no hay presente en el porta pesas, la flechita marca 45mm, y si se agrega 20 gramos al porta pesas la flechita tiene la posición e 75mm.

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

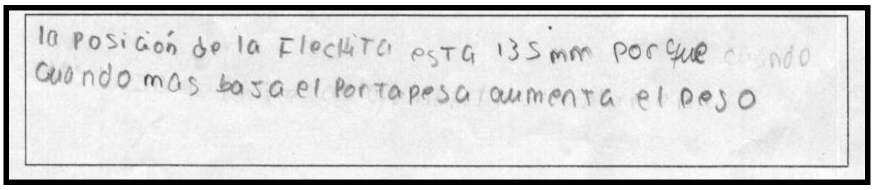


Imagen 61

Responde que la flechita estará en la posición 135mm de la regla, porque cuando más baja el porta pesas, aumenta el peso.

3. Si la fechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

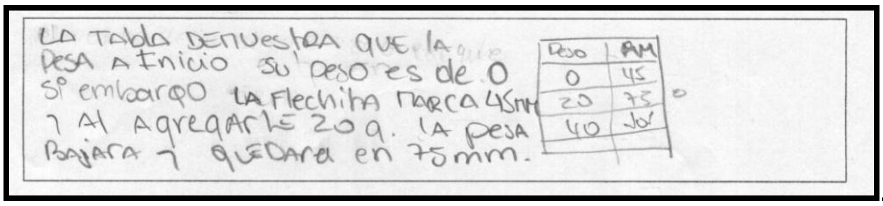


Imagen 62

Se observa (Imagen 62) que realizan una tabla de valores, en una de sus columnas indica el peso, y en la otra la posición del porta pesas. En la columna del peso están los valores desde el 0 hasta el 40, que va de 20 en 20. En cambio en la columna de la posición del porta pesas están los valores desde el 45 hasta el 105 que van de 30 en 30.

Responden que la tabla demuestra que la pesa al inicio su peso es de 0, sin embargo la flecha indica la posición de 45mm, y al agregar 20 gramos la posición baja quedando en 75mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

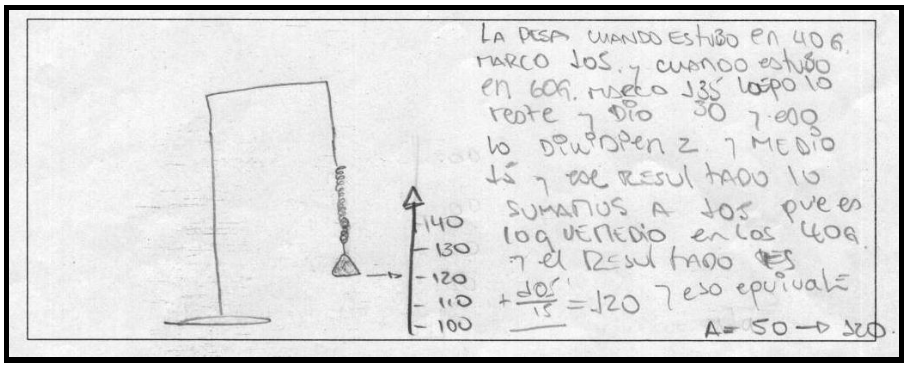


Imagen 63

Los alumnos del GP11 realizan el dibujo del soporte, el resorte y su porta pesas, el cual está indicando la posición de 120 en la regla, que inicia desde 100 hasta 140.

Luego responde que la pesa cuando estuvo en 40 gramos, marca los 105mm, y cuando estuvo en 60 gramos, marco 135mm. Después lo resta dando como resultado 30, ese resultado lo divide por 2, dando como resultado 15. Esas 15 unidades lo suma a los 105, porque es lo que indica la flechita cuando se colocan 40 gramos. Al final escribe con una "A" es igual a 50, señalando con una flecha el número 120.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del porta pesas?

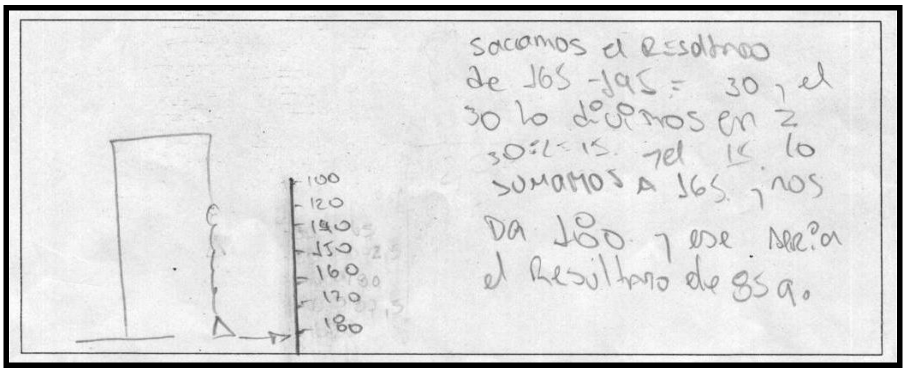
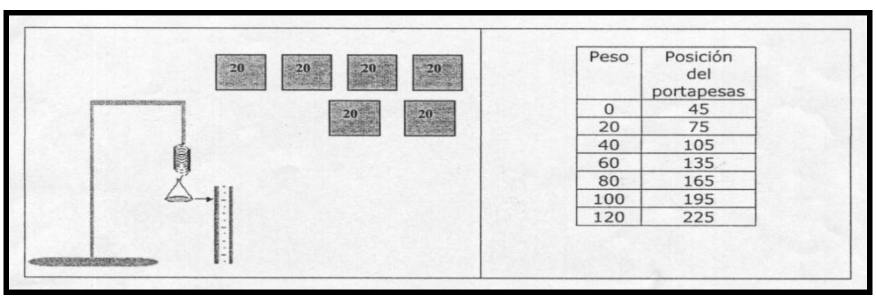


Imagen 64

Nuevamente dibujan los elementos del experimento, pero en este caso la flecha indica la posición de 180 en la regla.

Después escriben el procedimiento que realizaron para resolver el ejercicio, el cual señalan que sacaron el resultado de 165 menos 195, dando 30, el 30 lo dividen en 2, dando como resultado 15, el 15 lo suman al 165, dando 180, indicando que ese es el resultado.

GP12



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 65

1. Describe el experimento

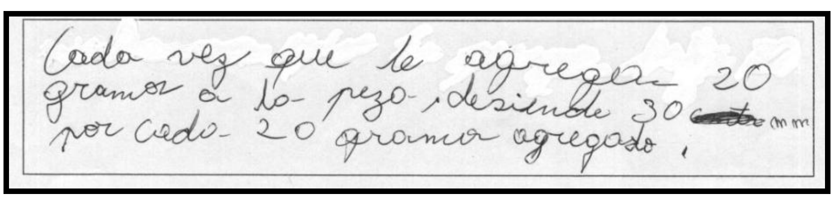


Imagen 66

El GP12 describe que cada vez que se agrega 20 gramos ala pesa, desciende 30mm .

2. Si colocamos 60 gramos, ¿en qué posición estará la fechita?

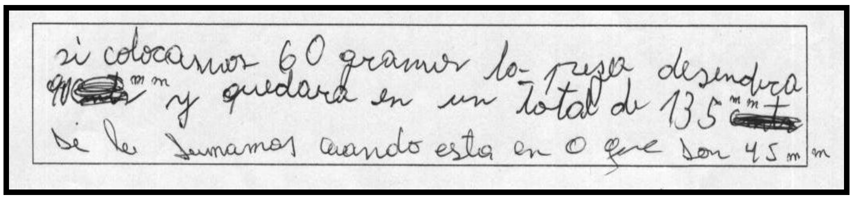

si colocamos 60 gramos la pesa desendera mm y quedara en un total de 135 mm se le sumamos cuando esta en 0 que son 45 mm

Imagen 67

Responden que la flechita quedara en la posición de 135mm, porque al colocar 60 gramos en el porta pesas descenderá hasta alcanzar la posición señalada.

3. Si la flechita esta en 75mm, ¿qué peso tiene el porta pesas?

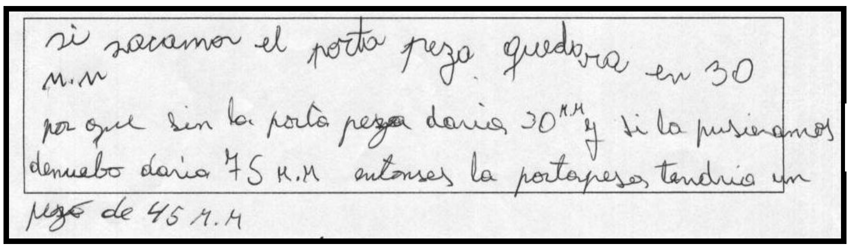

si sacamos el porta peza quedara en 30 M.M por que sin la porta peza daria 30 M.M y si la pusieramos denuebo daria 75 M.M entonses la portapesas tendria un pezo de 45 M.M

Imagen 68

El GP12 explica que si se saca el porta pesas queda en 30mm. Y si la vuelven a poner da 75mm. Por lo tanto la porta pesas tiene un peso de 45mm.

4. Si colocamos 50 gramos ¿En qué posición estará la fechita del porta pesas? Expliquen bien como le hicieron para encontrar su resultado.

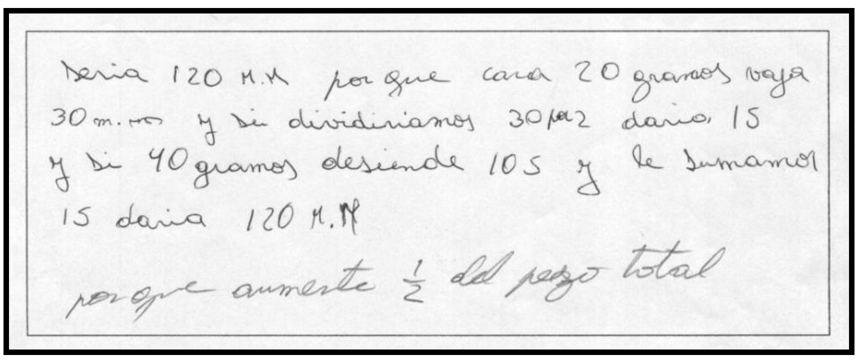

seria 120 M.M por que cada 20 gramos baja 30 m.m y si dividiriamos 30 /2 daria 15 y si 40 gramos desiende 105 y le sumamos 15 daria 120 M.M porque aumente ½ del pezo total

Imagen 69

Explica que la posición que tendría la flechita es de 120mm, porque cada 20 gramos bajo 30mm, y si se divide 30/2 daría el resultado 15. Y por otro lado a los 40 gramos desciende 10 gramos, se suma las 15 unidades, dando 120 mm. Terminan señalando que aumenta ½ del peso total.

5. Si colocamos 85, ¿en qué posición estará la fechita del portapesas?

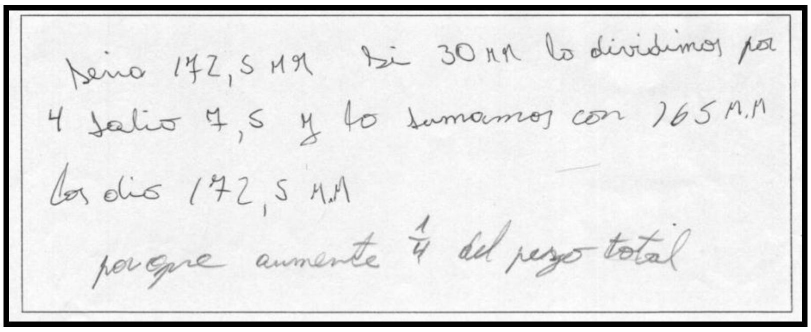

Seria 172,5 MM si 30 MM lo dividimos por 4 salio 7,5 y lo sumamos con 165 M.M los dio 172,5 M.M
porque aumente $\frac{1}{4}$ del peso total

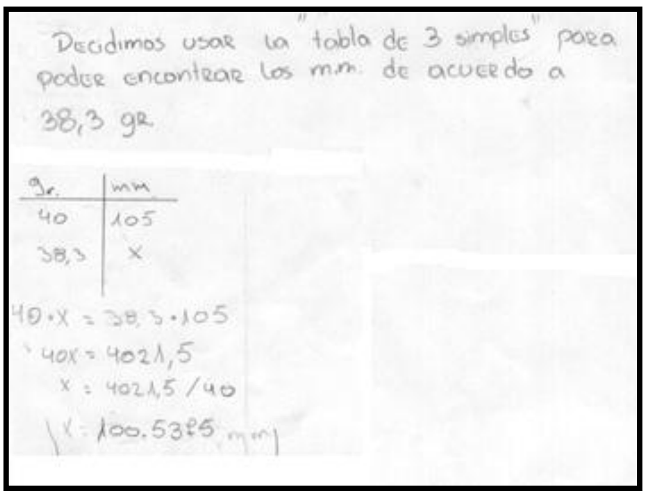
Imagen 70

Responde que a posición de la flechita es de 172,5mm, porque si 30 lo dividen por 4, da 7,5, y lo suman con el 165mm, da como resultado 172,5. Porque aumenta ¼ del total.

Descripción de los reactivos en la segunda sesión

GP1

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.


Decidimos usar la "tabla de 3 simples" para poder encontrar los mm. de acuerdo a 38,3 gr.

gr.	mm
40	105
38,3	X

$40 \cdot X = 38.3 \cdot 105$

$40X = 4021,5$

$X = 4021,5 / 40$

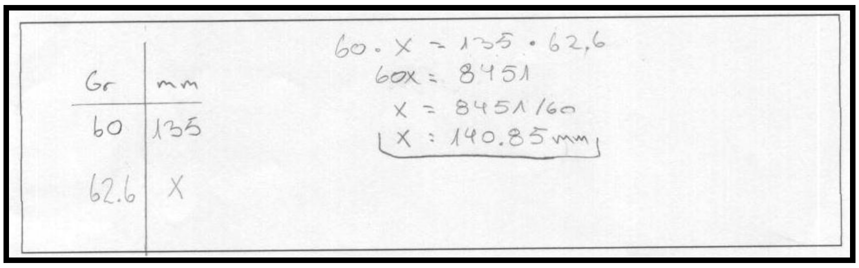
$X = 100.5375$ mm

Imagen 71

Explican que deciden usar la tabla de 3 simple para poder encontrar la posición de la flechita en los 38,3 gramos.

Después de bajo de cuadro de respuesta realiza una regla de 3, indicando que 40 es a 105 y 38,3 es a x. Luego realiza la operación al multiplicar cruzado, 40 por X es igual a 38,3 por 105, dando como resultado, X es igual a 100,5375mm.

12. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?



Gr	mm
60	135
62.6	X

$60 \cdot X = 135 \cdot 62{,}6$

$60x = 8451$

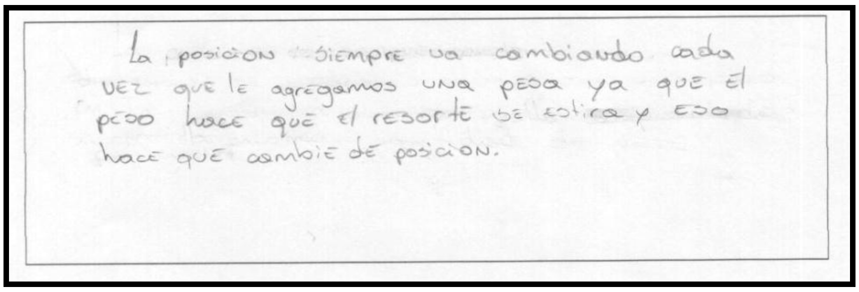
$X = 8451/60$

$\boxed{X = 140.85mm}$

Imagen 72

Nuevamente recurren a la regla de tres, señalando que 60 gramos es a 135 mm, y 62,6 gramos es a X. A lado realiza la operación al multiplicar cruzado 60 por X es igual a 135 por 62,6, dando como resultado, X es igual a 140,85mm.

13. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

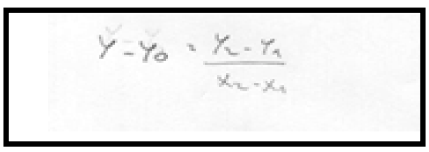


La posición siempre va cambiando cada vez que le agregamos una pesa ya que el peso hace que el resorte se estira y eso hace que cambie de posición.

Imagen 73

Explican que la posición siempre va cambiando cada vez que agregan una pesa, ya que el peso hace que el resorte se estira y eso hace que cambie de posición.

14. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?



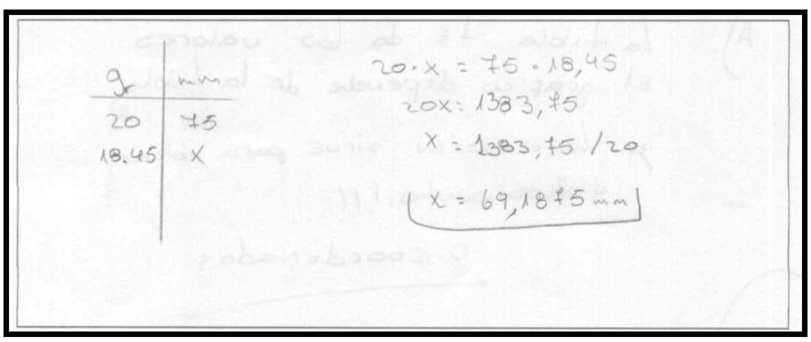
$Y - Y_0 = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$

Imagen 74

Se observa que el GP1 escribe la fórmula para determinar la ecuación de la recta.

Y menos Y sub 0 es igual a Y sub 2 menos Y sub 1, partido por X sub 2 menos X sub 1.

15. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?



g	mm
20	75
18.45	X

$20 \cdot x = 75 \cdot 18{,}45$

$20x = 1383{,}75$

$X = 1383{,}75/20$

$\boxed{X = 69{,}1875 mm}$

Imagen 75

Repiten para este ejercicio el procedimiento a utilizar en ejercicio 1 y 3, utilizando la regla de 3. Señalando que 20 gramos es a 75 y 18,45 es a x. Al lado realizan el procedimiento al multiplicar cruzado 20 por x, es igual a 75 por 18,45. Dando como resultado x es igual a 69, 1875mm

REVERSO.

En la parte de atrás de la hoja describen algunos datos referentes al experimento:

A) que la tabla da los valores. Que el grafico depende de la tabla. Y que la ecuación sirve para ubicar los puntos o coordenadas. B) explica que deciden utilizar la tabla de 3 simple (regla de tres con valor desconocido) para poder encontrar la cantidad que nos alcanzaba.

GP2

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

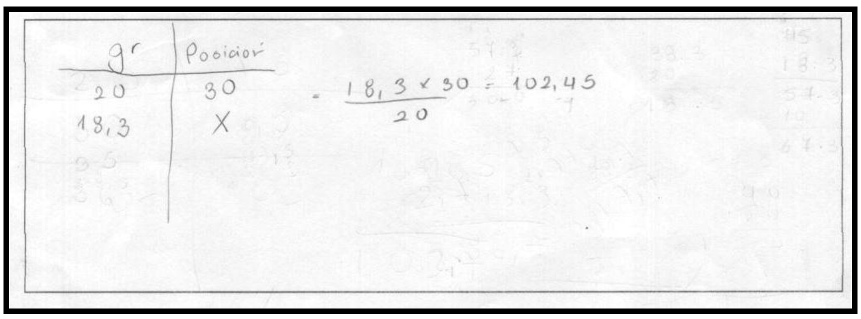


Imagen 76

El GP2 realiza una tabla para usar la regla de tres con valor desconocido, donde 20 gramos es a 30 y 18,3 es a x. Al lado realiza el procedimiento, multiplicando 18,3 por 30, partido por 20, todo eso es igual a 102,45.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

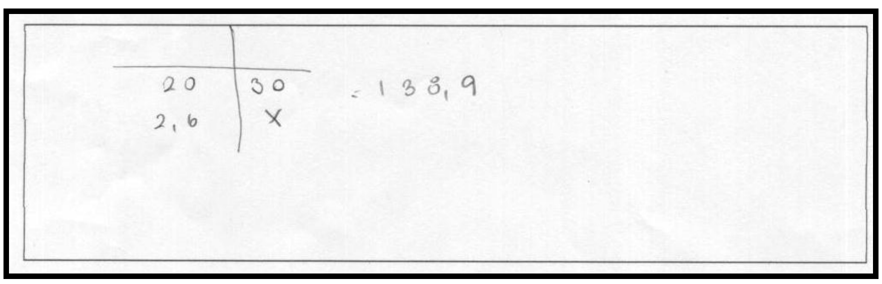


Imagen 77

Se observa que realizan una tabla donde 20 es a 30 y 2,6 es a X. Al lado escriben que es igual a 138,9

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

5. ¿ Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

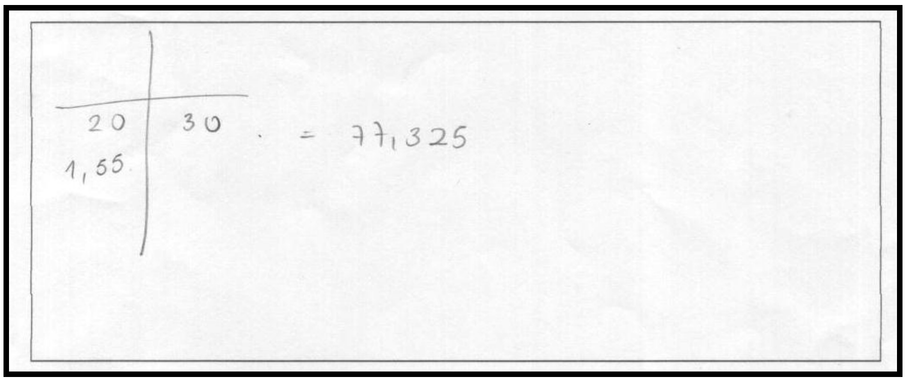


Imagen 78

el grupo repite el procedimiento que ha utilizado anteriormente, utilizando la regla de 3. Donde 20 es a 30, y 155 es….., al lado escribe que es igual a 77,325.

6. ¿cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

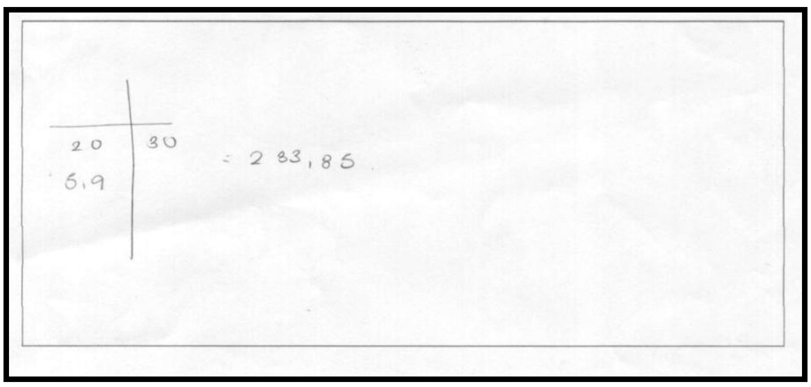
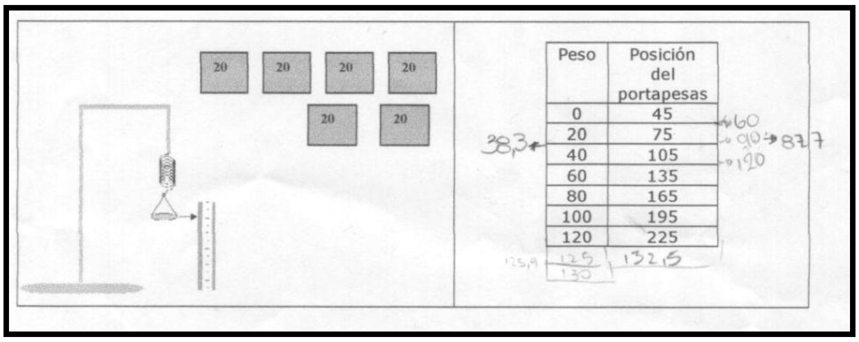


Imagen 79

Nuevamente utiliza el mismo procedimiento del ejercicio anterior. Donde 20 es a 30, y 5,9 es a …., al lado escribe que es igual a 283,85.

GP3



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225
125	132,5
130	

Imagen 80

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

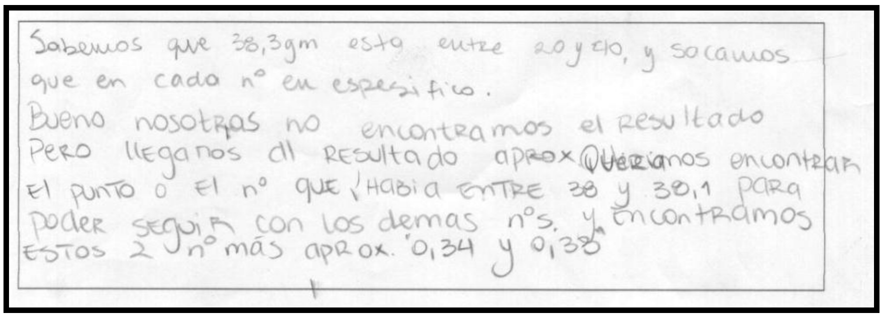

Sabemos que 38,3gm esta entre 20 y 40, y sacamos que en cada nº en espesifico.
Bueno nosotros no encontramos el resultado
Pero llegamos al resultado aprox Queriamos encontrar
el punto o el nº que había entre 38 y 38,1 para
poder seguir con los demas nºs. y encontramos
estos 2 nº más aprox. 0,34 y 0,33

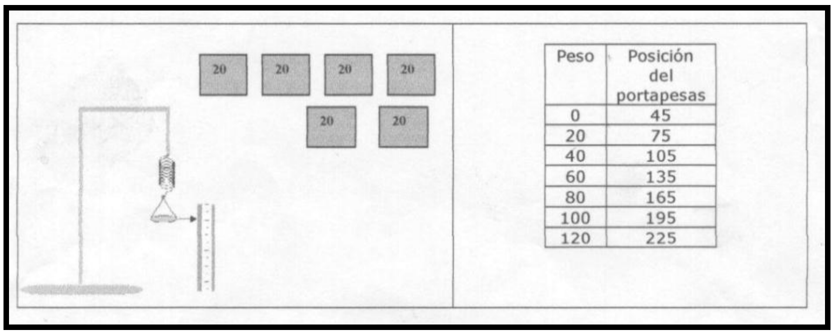
Imagen 81

Explican que saben que 38,3 gramos esta entre 20 y 40 gramos. Sacando que en cada número en específico.

Luego explican que ellos no encontraron el resultado, pero llegaron al resultado aproximado. Que ellos querían encontrar el punto o el número que había entre 38 y 38,1 para poder seguir con las demás números. Encontraron estos 2 números mas aproximados: 0,34 y 0,33.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?
3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?
4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?
5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?
6. ¿Cuál será; la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

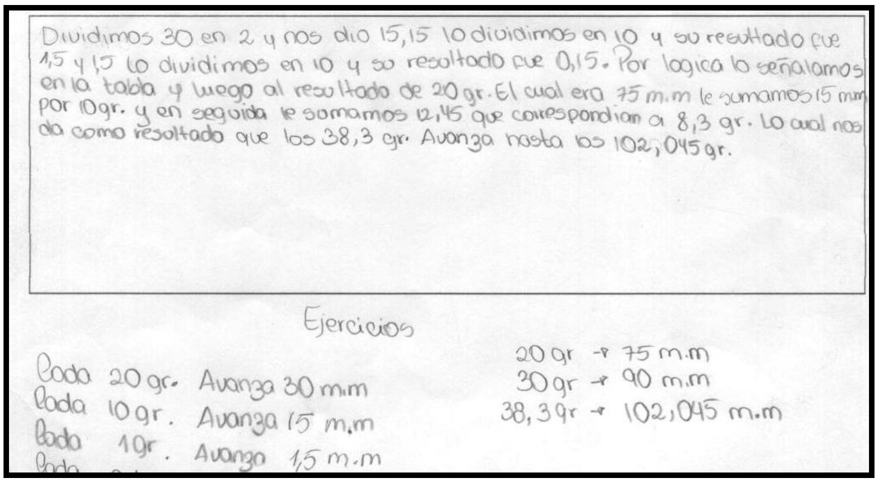
GP4



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 82

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.



Dividimos 30 en 2 y nos dio 15,15 lo dividimos en 10 y su resultado fue 1,5 y 1,5 lo dividimos en 10 y su resultado fue 0,15. Por logica lo señalamos en la tabla y luego al resultado de 20 gr. El cual era 75 m.m le sumamos 15 mm por 10gr. y en seguida le sumamos 12,45 que correspondian a 8,3 gr. Lo cual nos da como resultado que los 38,3 gr. Avanza hasta los 102,045 gr.

Ejercicios

Cada 20 gr. Avanza 30 m.m
Cada 10 gr. Avanza 15 m.m
Cada 1gr. Avanza 1,5 m.m

20 gr → 75 m.m
30 gr → 90 m.m
38,3 gr → 102,045 m.m

Imagen 83

El procedimiento utilizado por el GP4 fue dividir 30 en 2 y les dio 15,15. El resultado lo dividieron e 10, y su resultado que obtuvieron fue 1,5. El 1,5 lo dividieron nuevamente por 10, obteniendo 0,15. Explicando que por lógica señalan que en la tabla, y luego al resultado de 20 gramos que correspondía a 75mm le sumaron 15 por los 10 gramos. En seguida le suman 12,45 que corresponde a 8,3gramos. Lo cual les da como resultado que 38,3avanza hasta los 102,045 gramos.

Después de bajo del cuadro de respuesta realizan un análisis de los datos obtenidos: por cada 20 gramos avanza 30mm. Por cada 10 gramos avanza 15mm. Cada 1 gramos avanza 1,5mm. Al lado señalan que 20 gramos entonces está en 75. 30 gramos entonces está en 90mm. 38,8 entonces 102,045.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

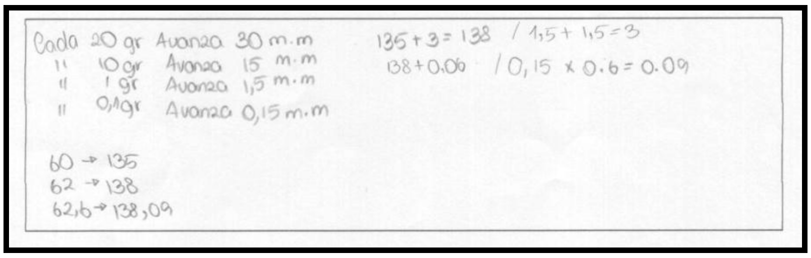


Imagen 84

Escriben los datos obtenidos:

Por cada 20 gramos avanza 30mm. Por cada 10 gramos avanza 15mm. Cada 1 gramos avanza 1,5mm. Por cada 0,1 gramos avanza 0,15mm. De bajo de estos datos escriben que 60 entonces es 135. 62 entonces es 138. 62,6 entonces es 138,09.

Al lado realizan unos procedimientos donde suma 135 y 3, dando como resulta 138, al lado con una barra (/) suma 1,5 y 1,5, que es igual a 3. Continua abajo que 138 más 0,06, separa con una barra (/) 0,15 por 0,6 es igual a 0,09.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?
4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

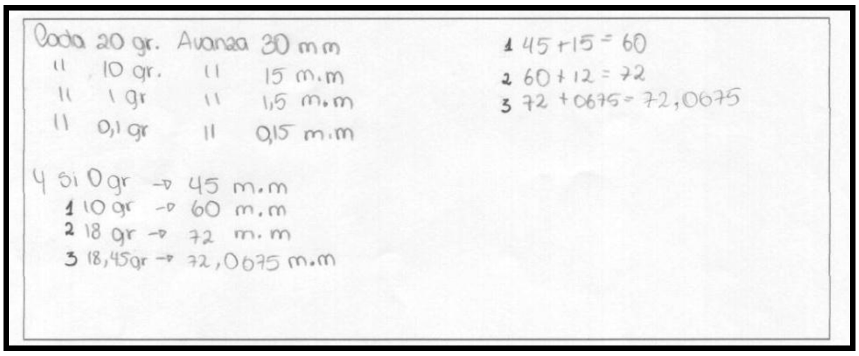


Imagen 85

Escriben los mismo datos que los ejercicios anteriores 1 y 2:

Por cada 20 gramos avanza 30mm. Por cada 10 gramos avanza 15mm. Cada 1 gramos avanza 1,5mm. Por cada 0,1 gramos avanza 0,15mm.

Después enumera los cados que aplica: 1) 45 más 14 es igual a 60;2) 60 más 12 es igual a 72; 3) 72 más 0,675 es igual a 72,0675; 4) en este punto señala que en 0 gramos está en la posición 45mm, con 10 gramos se encuentra en la posición 60mm, en 18 gramos está en la posición 72 y en 18,45 está en la posición 72,0675.

6. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

Cada 20 gr. Avanza 30 m.m
Cada 10 gr. Avanza 15 m.m
Cada 1 gr. Avanza 1,5 m.m
Cada 0,1 gr. Avanza 0,15 m.m

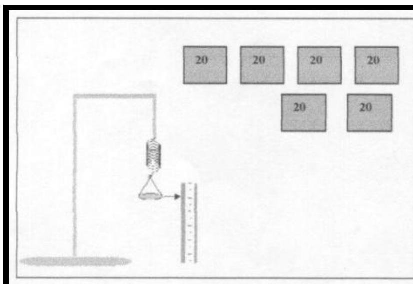
Si a los 120 gr → 225 m.m
125,9 gr → 232,635 m.m

Nuevamente escribe los datos:

Por cada 20 gramos avanza 30mm. Por cada 10 gramos avanza 15mm. Cada 1 gramos avanza 1,5mm. Por cada 0,1 gramos avanza 0,15mm.

Después señala que a los 120 gramos se encuentra en la posición 22 mm, y que en 125,9 está en la posición 232,635.

GP5



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 86

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

38,3 = 104,2
PRIMERO SACAMOS QUE DE 75 A 105 EN LA P. DEL PORTAPESAS ES 30 LO DIVIDIMOS EN 2, Y DIO 15 DESPUES EN DOS NUEVAMENTE Y DIO 7,5.

Imagen 87

En primera instancia señalan que 38,3 es igual a 104,2. Luego escriben el procedimiento donde primero saca que 75mm a 105mm, su diferencia es 30, lo dividen en 2, dando15. Después nuevamente en 2, dando 7,5.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

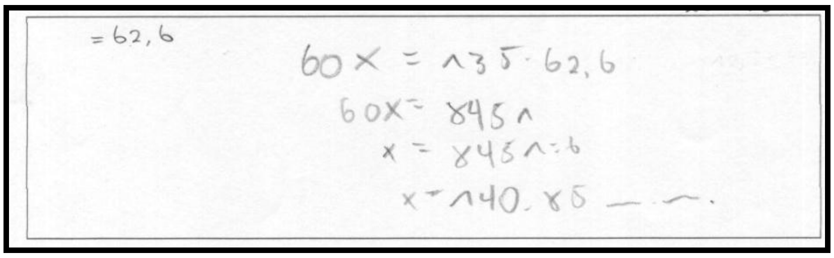


Imagen 88

Se observa que fuera del cuadro pone los siguientes datos: 0=45;10=60;15=67,5;20=75.

A dentro del cuadro resuelve una ecuación: 6x=135

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

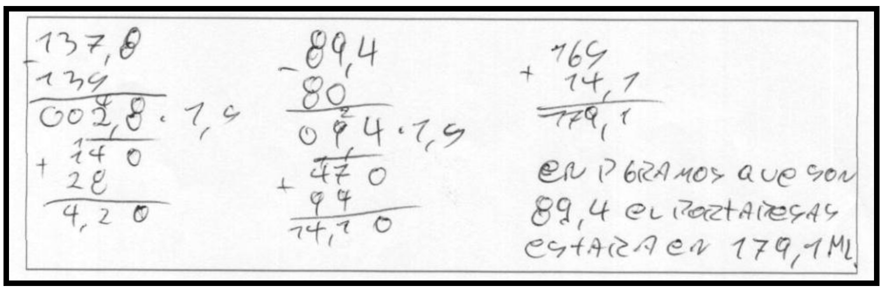


Imagen 89

Se observa que realizan tres líneas verticales de cálculos. En una resta 137,8 y 134, el resultado que es 2,8 lo multiplican por 1,5, dando como resultado 4,2. E otra línea de cálculo resta 89,4 y 80, y el resultado que es 9,4 lo multiplica por 1,5, obteniendo como resultado 14,1. En la última línea toma el 14,1 y lo suma con 165, dando como resultado 179,1. Luego expresa que en p gramos que son 84,4 el porta pesas va estar en 179,1ml.

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

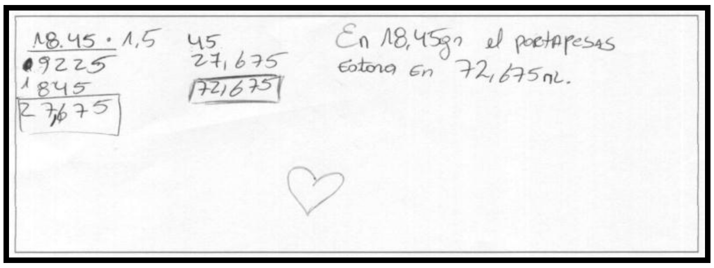


Imagen 90

Se observa que realiza la multiplicación entre 18,45 y 1,5, dando como resultado y encerrado en un cuadrado 27,675. Después toma el 27,675 y lo suma con 45, obteniendo como resultado 72,675.

Luego responde que 18,46 en el porta pesas estará en la posición 72,675 de la regla.

6. ¿cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

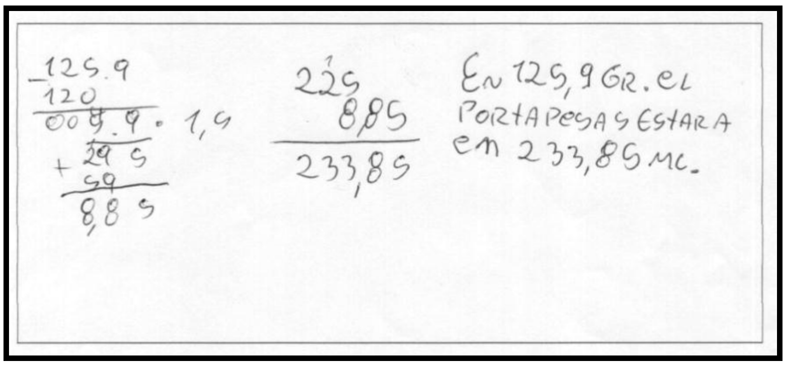


Imagen 91

Se observa nuevamente que realiza cálculos, restando 125,9 y 120, el resultado que es 5,9 lo multiplica por 1,5, dando como resultado 8,85. Después toma en 8,85 y lo suma con 225, dando como resultado 233,85.

Luego escribe que en 125,9 gramos el porta pesas está en la posición 122,85ml.

GP6

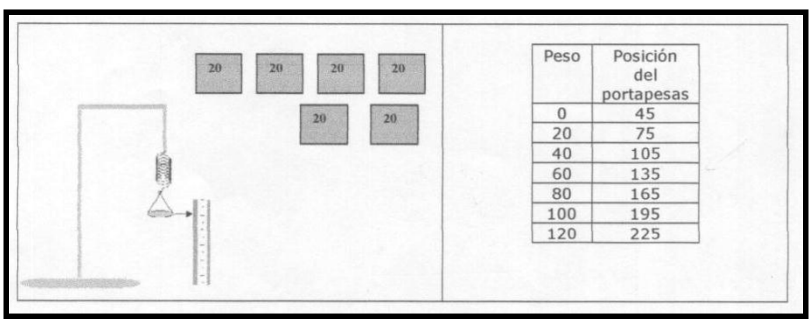
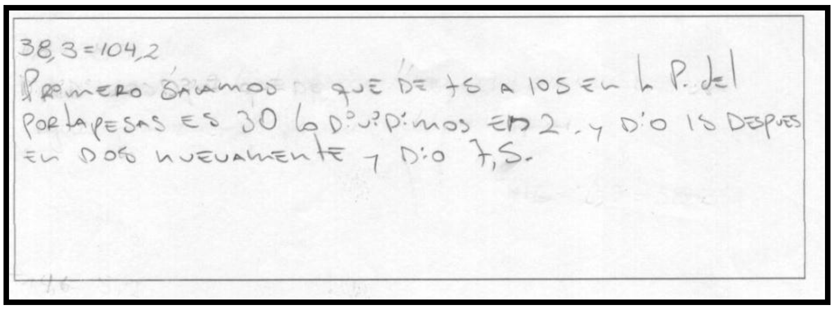


Imagen 92

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

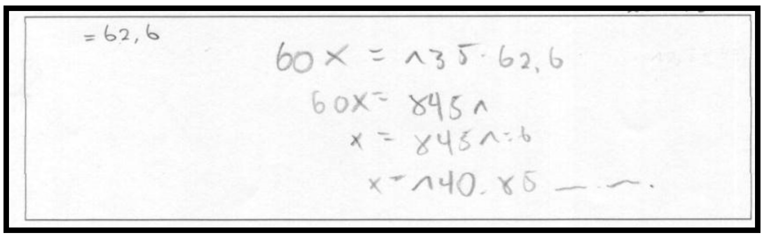


38,3 = 104,2
Primero sacamos de que de 75 a 105 en la P. del portapesas es 30 lo dividimos en 2, y dio 15 después en dos nuevamente y dio 7,5.

Imagen 93

En primera instancia señalan que 38,3 es igual a 104,2. Luego escriben el procedimiento donde primero saca que 75mm a 105mm, su diferencia es 30, lo dividen en 2, dando15. Después nuevamente en 2, dando 7,5.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?



= 62,6
60x = 135 · 62,6
60x = 8451
x = 8451 : 6
x = 140.85

Imagen 94

Se observa que fuera del cuadro pone los siguientes datos: 0=45; 10=60; 15=67,5; 20=75.

A dentro del cuadro resuelve una ecuación: 6x=135•62,6, resolviendo obtiene el valor de X= 140,85.

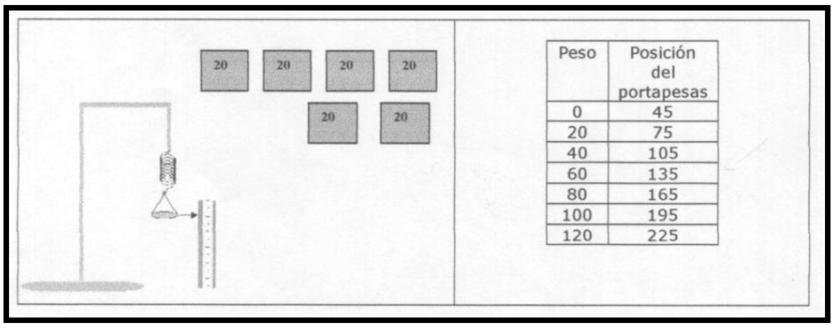
3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

6. ¿Cuál será; la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

GP7



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 95

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

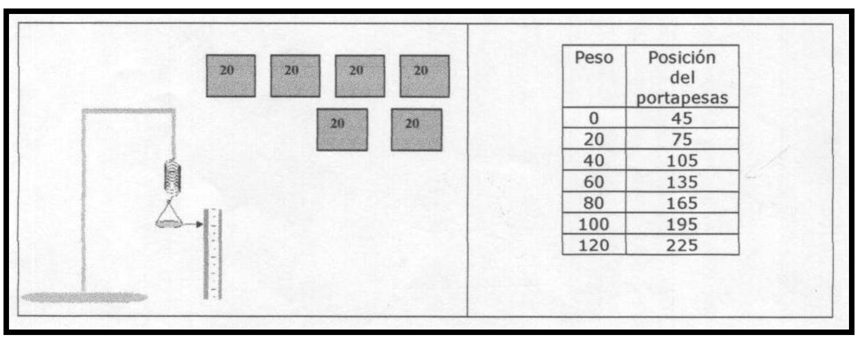
3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

6. ¿Cuál será ;la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

GP8



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 96

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

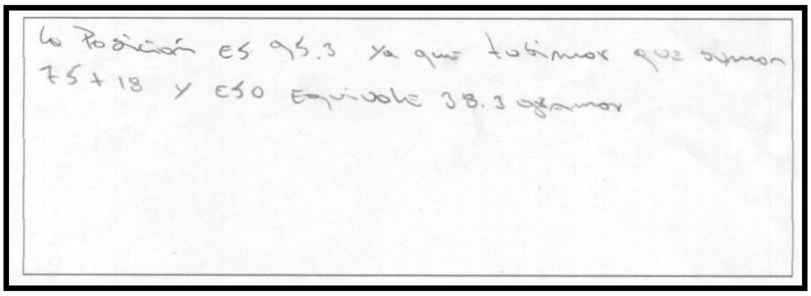


Imagen 97

Responden que la posición del porta pesa es de 95,3, porque sumaron 75 mas 18 y eso equivale a 38,3 gramos

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

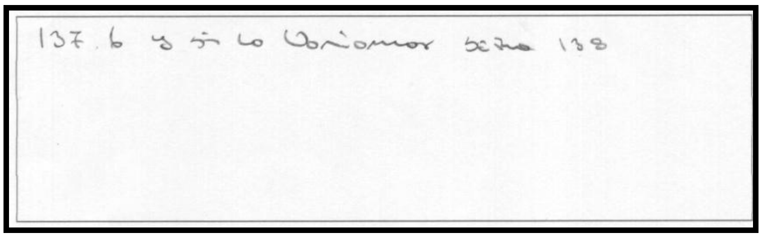


Imagen 98

Responden que la posición del porta pesas será 137,6, aproximado 138.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?

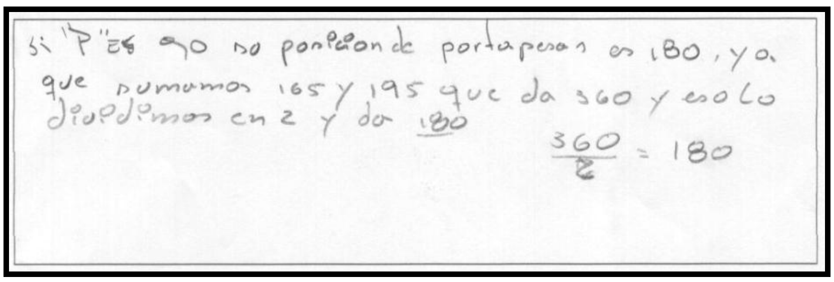


Imagen 99

Señalan que si " P" es 90, su posición de porta posas es 180, ya que sumamos 165 y 195 queda 360, luego lo dividen por 2, obteniendo 180. Se aprecia también que el cálculo 360/2 es igual a 180.

4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?

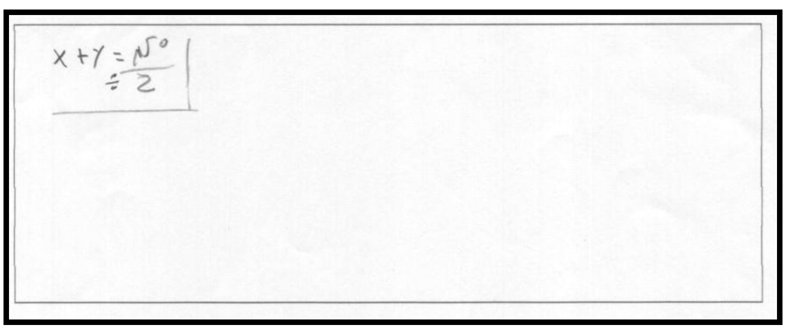


Imagen 100

La fórmula algebraica que realizan el GP8 para expresar los ejercicios es: x+y=n/2

5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?

6. ¿Cuál será; la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

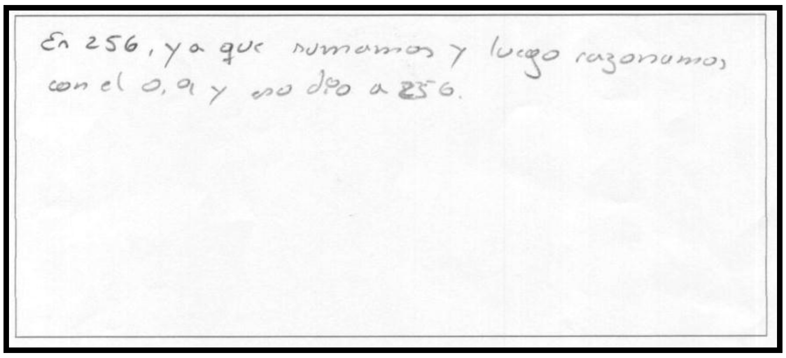
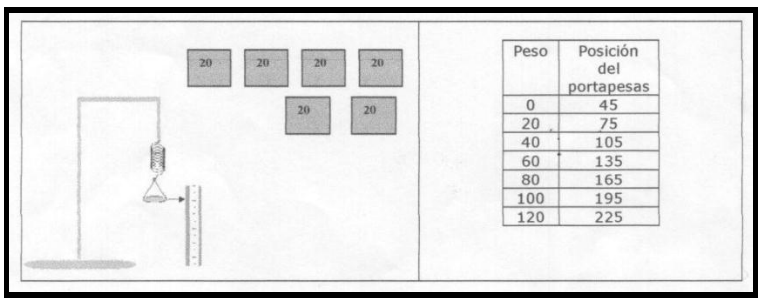


Imagen 101

Señalan que la posición del porta pesas es 256mm, cuando se colocan 125,9 gramos. Indicando que suman y después razona con el 0,9 y da como resultado 256.

GP9



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen 102

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

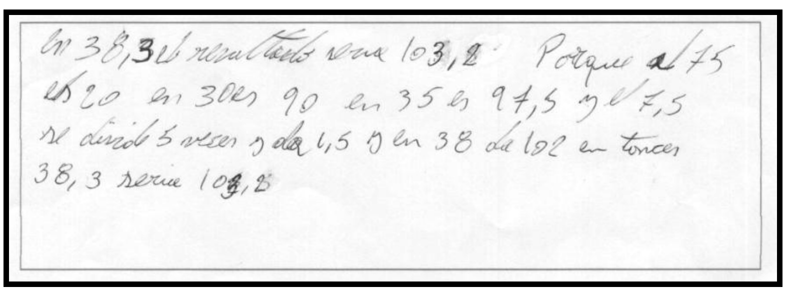
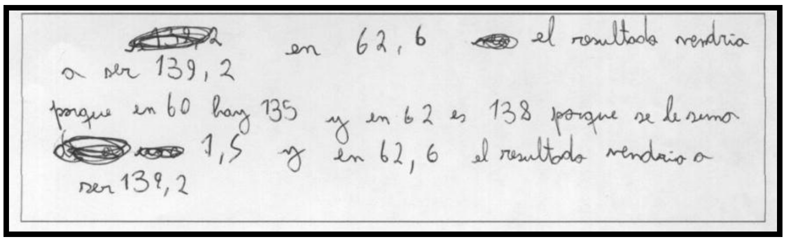


Imagen 103

Responde que cuando hay 38,3 gramos la posición del porta pesas es de 103,2m, porque cuando está en 75mm el peso es de 20 gramos, en 30 gramos la posición es 90mm, en 35 gramos la posición es 97,5mm. Resuelven que por 5 gramos el resorte varia en 7,5mm, por lo que dividen 7,5 por 5, dando 1,5. Por lo tanto responde que en 38 gramos el porta pesas esta en 102 entonces 38,3 será 103,2

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?



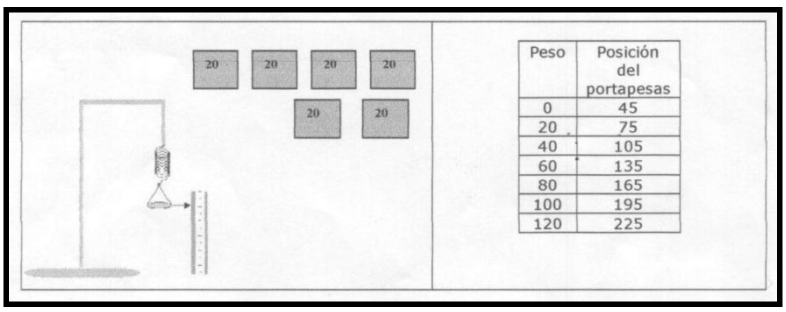
~~139,2~~ en 62,6 el resultado vendria a ser 139,2
porque en 60 hay 135 y en 62 es 138 porque se le suma 1,5 y en 62,6 el resultado vendria a ser 139,2

Imagen 104

Responde que en 62,6 granos el porta pesas esta en 139,2mm. Explican que por 60 gramos la posición esta en 135, en 62 esta en 138, por lo tanto 62,6 gramos está en la posición 139,2.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?
4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?
5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?
6. ¿Cuál será; la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

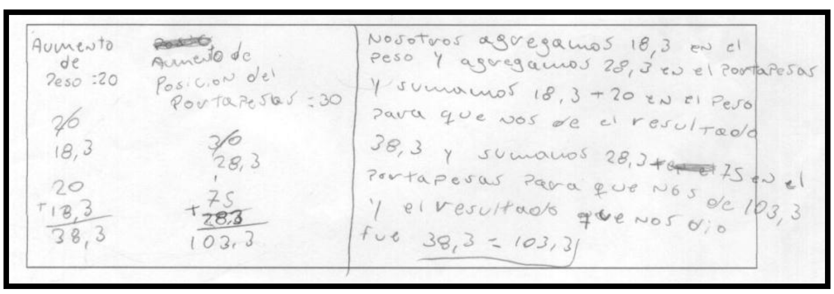
GP10



Peso	Posición del portapesas
0	45
20	75
40	105
60	135
80	165
100	195
120	225

Imagen105

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.



Aumento de Peso :20
Aumento de Posicion del Portapesas :30
2/6
18,3
20
+18,3
38,3
3/6
28,3
+75
28,3
103,3

Nosotros agregamos 18,3 en el peso y agregamos 28,3 en el Portapesas y sumamos 18,3 + 20 en el Peso para que nos de el resultado 38,3 y sumamos 28,3 + 75 en el Portapesas para que nos de 103,3 y el resultado que nos dio fue 38,3 = 103,3

Imagen 106

Se observa que el GP10 hace una línea divisoria en el cuadro de respuesta. En el lado izquierdo escribe que el aumento de peso es de 20 y que el aumento de posición del porta pesas es de 30. Luego realiza una suma de 20 mas 28,3, obteniendo 38,3 y al lado suma 75 más 28,3, obteniendo 103,3.

En el lado derecho, explica el procedimiento utilizado. Donde agregaron 18,3 en el peso y agregaron 28,3 a la posición del porta pesas. Luego suman 18,3 más 20 en el peso para que del resultado de 38,3. Por otro lado en la posición suman 28,3 más

75 en la posición para que de 103. Por lo tanto el resultado que obtienen es de 38,3= 103,3.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

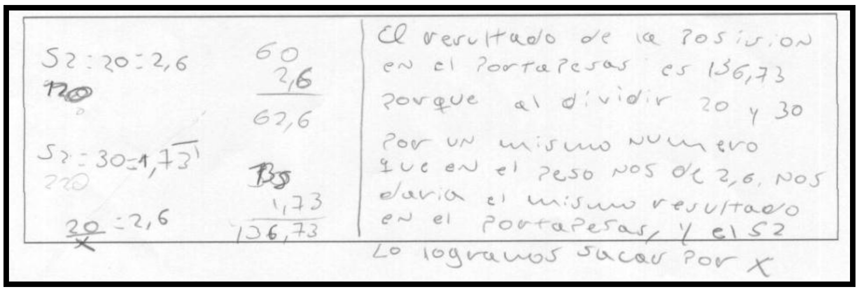


Imagen 107

Nuevamente hace una línea divisoria en el cuadro de respuesta, en el lado izq. Realiza los calculo y el der. Explica el procedimiento.

En el lado izquierdo realizan la división de 52:20, obteniendo el resultado es 2,6. Toma el 2,6 y los suma con 60, obtiene 62,6. Más abajo realiza la división entre 52 y 30, obteniendo 1,73. Al 1,73 le suma 135, obteniendo como resultado 136,73.

En el lado derecho escribe que el resultado que obtienen es 136,73mm, porque dividen 20 y 30 por un mismo número.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?
4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?
5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?
6. ¿cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

GP11

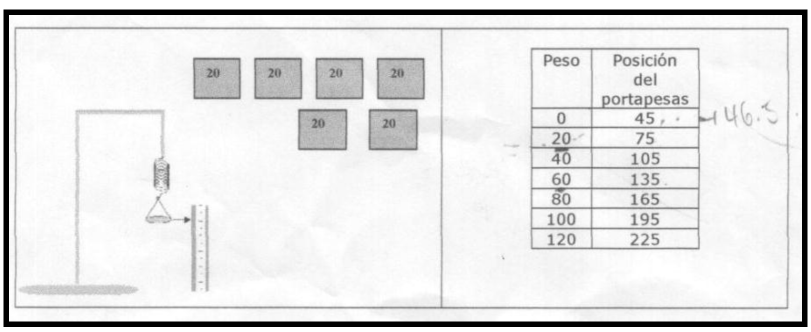


Imagen 108

1. ¿Cuál será la posición del porta pesas se colocan 38,3 gramos? Expliquen muy bien como le hicieron para encontrar su resultado.

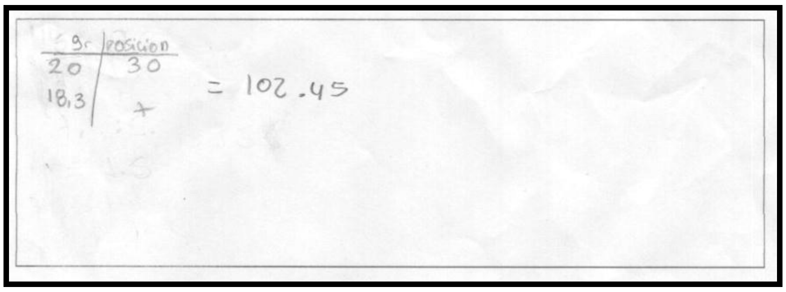


Imagen 109

Se observa que utiliza la regla de tres con valor desconocido en este ejercicio, colocando que 20 es a 30 y 18,3 es a X, luego escribe que es iguala 102,45.

2. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 62,6 gramos?

Imagen 110

Se observa una tabla de valores, en el lado izq. Están los valores de los gramos, y el otro las posiciones.

3. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan *p* gramos? ¿Por qué?
4. ¿Podrían dar una formula algebraica para expresar esto?
5. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 18,45 gramos?
6. ¿Cuál será la posición del porta pesas si se colocan 125,9 gramos?

7.1.4. Descripción de los reactivos en la tercera sesión

GP1

16. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

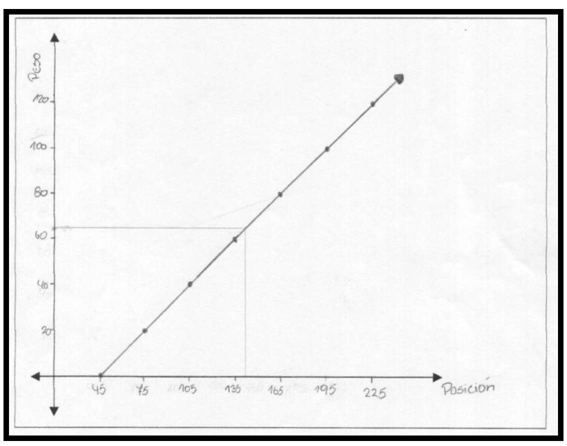


Imagen 111

Se observa (Imagen 111) que realizan la gráfica de una recta en un plano cartesiano, donde el eje de las abscisa es la posición del porta pesa, y el eje de las ordenas es el peso. La recta comienza desde el punto (45,0) en eje de las abscisas. Los valores que tiene eje de la posición del porta pesas empieza en 45 , que aumenta de 30 en 30 hasta el 225. En el eje del peso inicia del 20, que aumenta de 20 en 20 hasta llegar a 100.

17. ¿Qué grafica es esta?

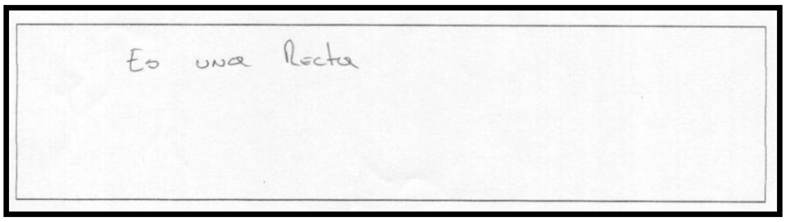


Imagen 112

Contestan que la gráfica es una recta.

18. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP2

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

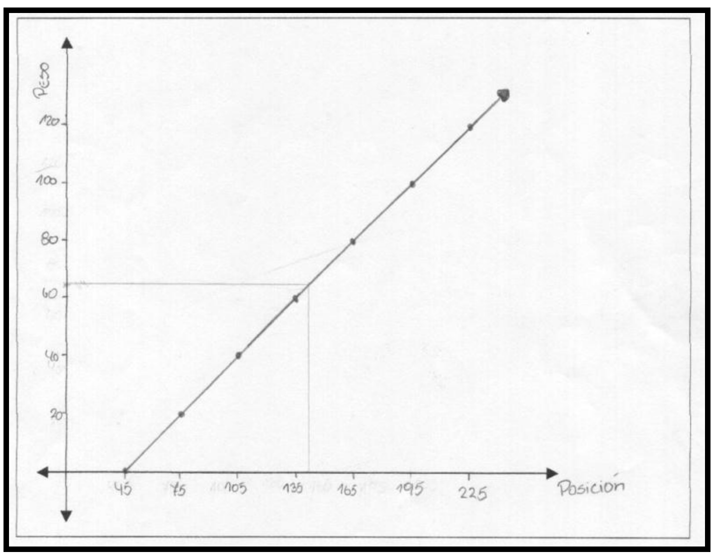


Imagen 113

Se observa (Imagen 113) que realizan la gráfica de una recta en un plano cartesiano, donde el eje de las abscisa es el peso, y el eje de las ordenas es la posición del porta pesas. La recta comienza desde el punto (0, 45) en eje de las ordenadas. Los valores que tiene eje de la posición del porta pesas empieza en 45 , que aumenta de 30 en 30 hasta el 225. En el eje del peso inicia del 20, que aumenta de 20 en 20 hasta llegar a 100.

2. ¿Qué gráfica es esta?

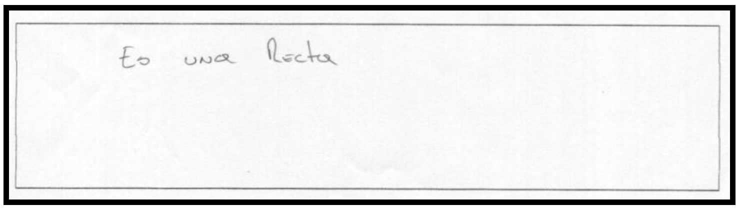


Imagen 114

El GP2 nombra 3 características que tiene el gráfico. Especificando que el peso aumenta en 20 gramos: el porta pesa varia en 30mm: y describen que es un plano cartesiano y la pendiente de la recta es ascendente.

3. Cómo calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP3

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

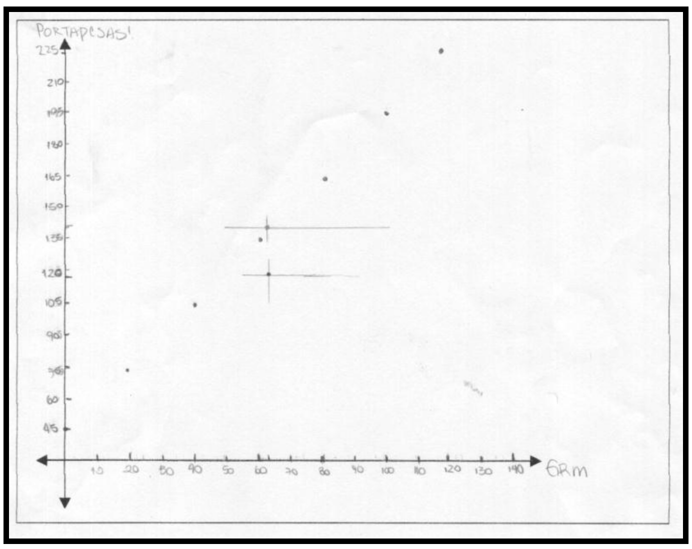


Imagen 115

Se observa (Imagen 115) que en el eje de las abscisas, las denomina gramos (grm), y el eje de las ordenada las denominan porta pesas. En el eje de los gramos ingresa valores que inicia del 10, que aumentan de 10 en 10, hasta llegar al 140. En el caso de las ordenas, inicia del 45, que aumenta de 15 en 15, hasta llegar al 225.

Además se observa que colocan los puntos en el plano en forma creciente. Sus ubicaciones son: (20,75) ;(40,105) ;(60,135) ;(80,165) ;(100,195) ;(120,225).

2. ¿Qué grafica es esta?

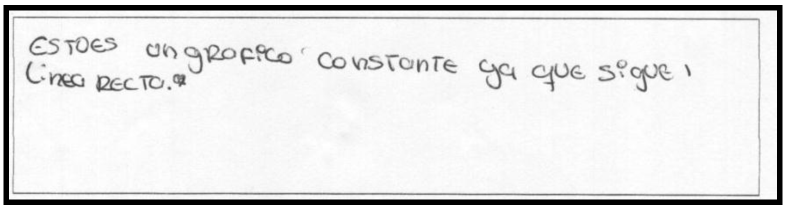

Es to es un grafico constonte ya que sigue linea recto.

Imagen 116

Contestan que el gráfico es constante, porque sigue una línea recta.

3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

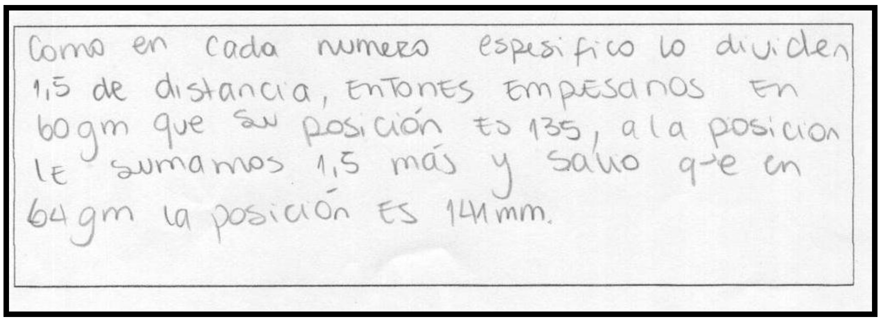

Como en cada numero espesifico lo dividen 1,5 de distancia, entones empesamos en 60gm que su posición es 135, a la posicion le sumamos 1,5 más y salio q-e en 64gm la posición es 141mm.

Imagen 117

Especifican que dividen por 1,5 de distancia, por lo cual empiezan desde el 60 gramos que su posición es de 135, a esa posición le suman 1,5, dando como que en 64 gramos la posición es de 141mm.

GP4

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

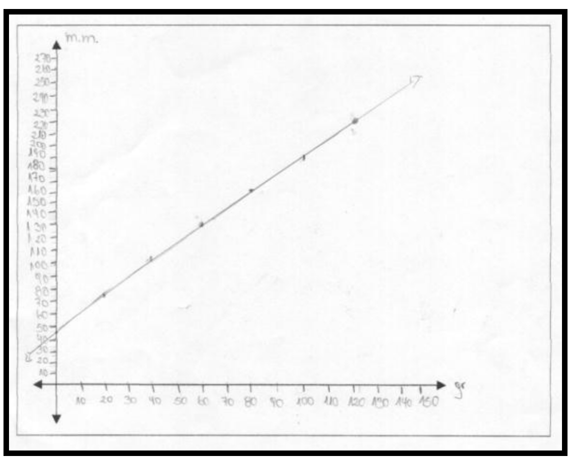


Imagen 118

Se observa (Imagen 118) que en el eje de las abscisa lo denomina con los gramos, colocando valores de inicia de 10, que aumenta de 10 en 10 hasta llegar a 150. En el eje de las ordenas lo denominan como mm(milímetros), colocando valores que inicia de 10, que aumenta de 10 en 10 hasta llegar a 270. Además se observa que coloca puntos guiando por la tabla del experimento, formando una recta creciente.

2. ¿Qué grafica es esta?

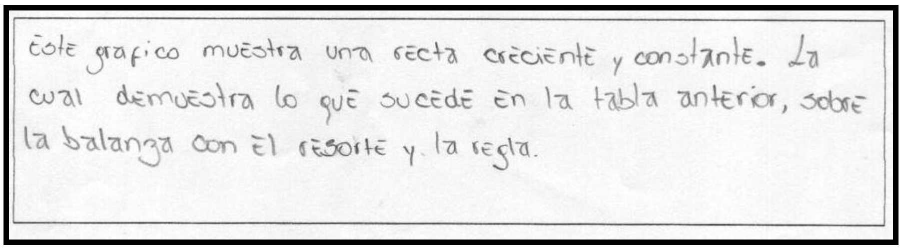

Este grafico muestra una recta creciente y constante. La cual demuestra lo que sucede en la tabla anterior, sobre la balanza con el resorte y la regla.

Imagen 119

Identifican que es una recta creciente y constante. Añadiendo que demuestra lo que sucede con la tabla del experimento.

3. ¿Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP5

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

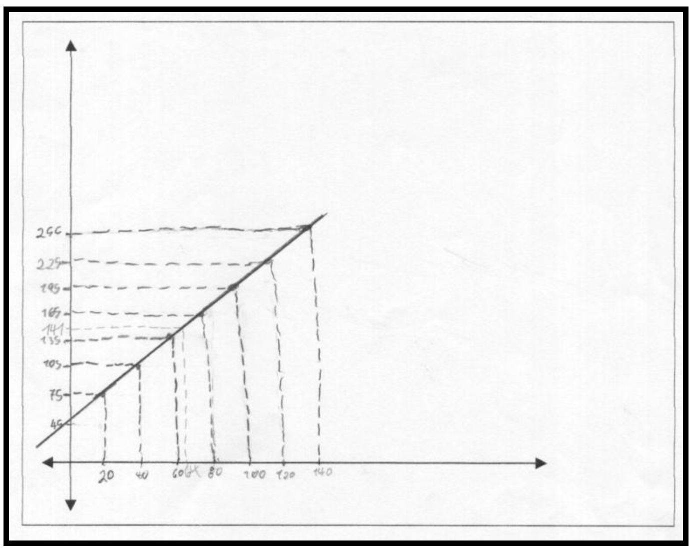


Imagen 119

Se observa que en el eje de la abscisa coloca valores que inicia con el número 20, y van aumentando de 20 en 20 hasta llegar al 14. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 45, que van aumentado de de 30 en 30 hasta llegar a 255. Luego pone los punto que se en la tabla, formando una recta creciente.

2. ¿Qué grafica es esta?

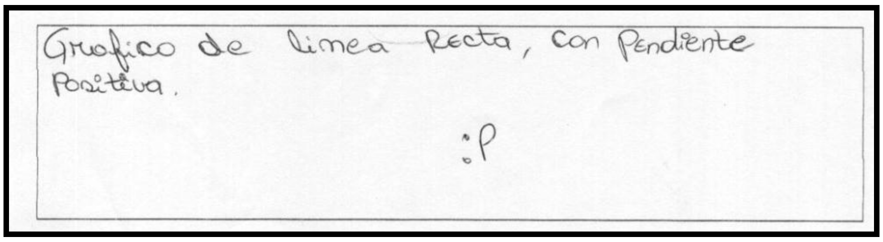


Imagen 120

Especifican que el grafico es una línea recta con pendiente positiva.

3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

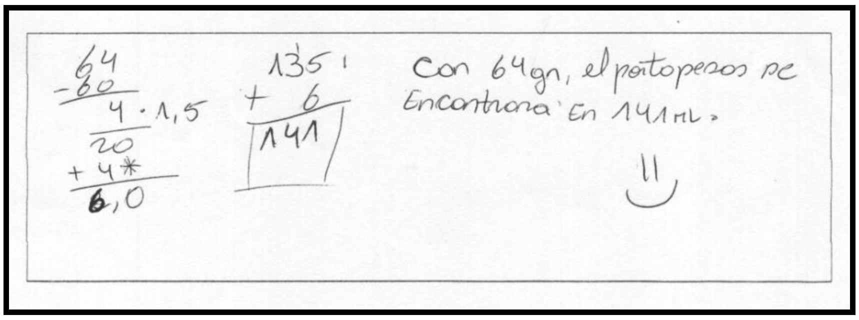


Imagen 121

Se observa (Imagen 121) que realizan una resta entre 64 y 60, y el resultado que es 4 lo multiplica por 1,5, dando como resultado6, al 6 lo suman con 135, obteniendo el 141.

Por otro la escriben que con 64 gramos el porta pesas está ubicado en 141ml.

GP6 17

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

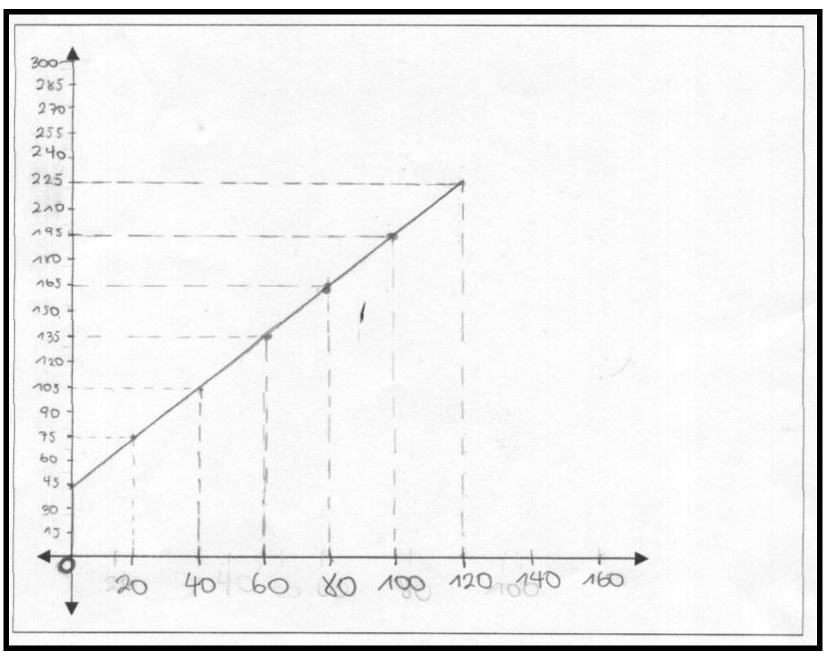


Imagen122

Se observa (Imagen 122) que en el eje de las abscisa coloca valores que inicia con el número 20, y van aumentando de 20 en 20 hasta llegar al 160. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 45, que van aumentando de 15 en 15 hasta llegar al 300. Luego pone los punto que se en la tabla, formando una recta creciente.

2. ¿Qué grafica es esta?

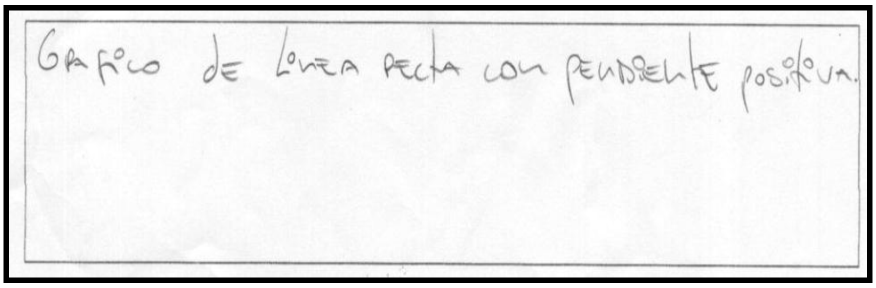


Imagen 123

Especifican que el grafico es una línea recta con pendiente positiva.

3. ¿Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP7

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

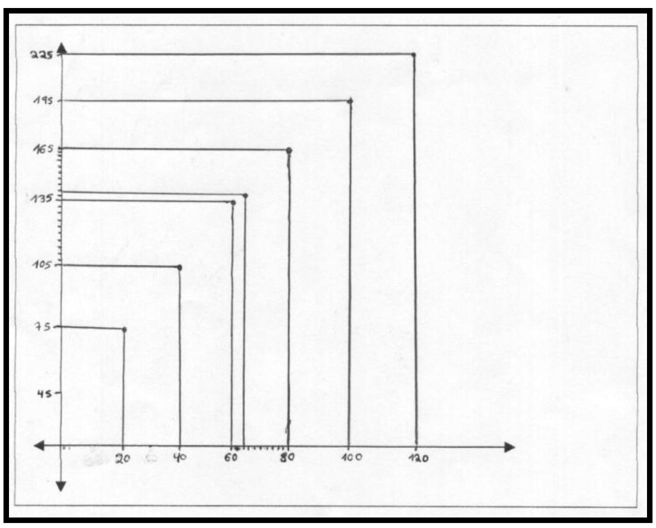


Imagen 124

Se observa (Imagen 124) que en el eje de las abscisa coloca valores que inicia con el número 20, y van aumentando de 20 en 20 hasta llegar al 120. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 45, que van aumentando de 30 en 130 hasta llegar al 225. Luego pone los punto que se presentan en la tabla, se observa también se aproxima un valores en el gráfico, pero no pone el valor.

2. ¿Qué grafica es esta?

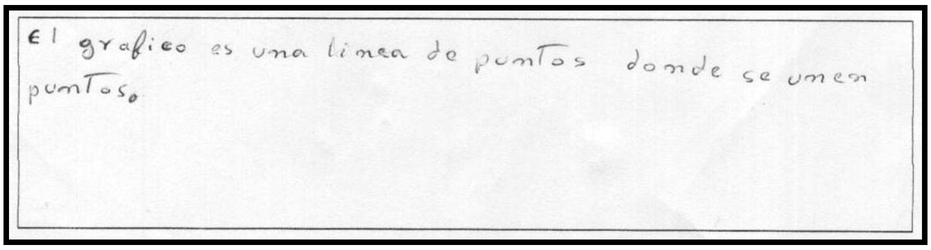

El grafico es una linea de puntos donde se unen puntos.

Imagen 125

Especifican que la gráfica es una línea de puntos, donde se unen puntos.

3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

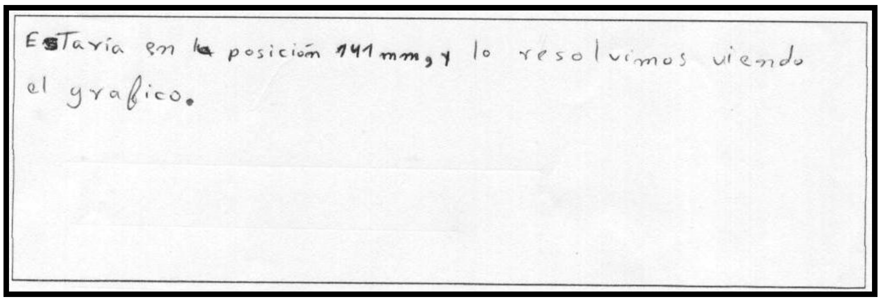

Estaria en la posición 141 mm, y lo resolvimos viendo el grafico.

Imagen 126

Responden que con 64 gramos en el portapesas, su posición es de 141mm, indicando que lo resolvieron observando el grafico.

GP8

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

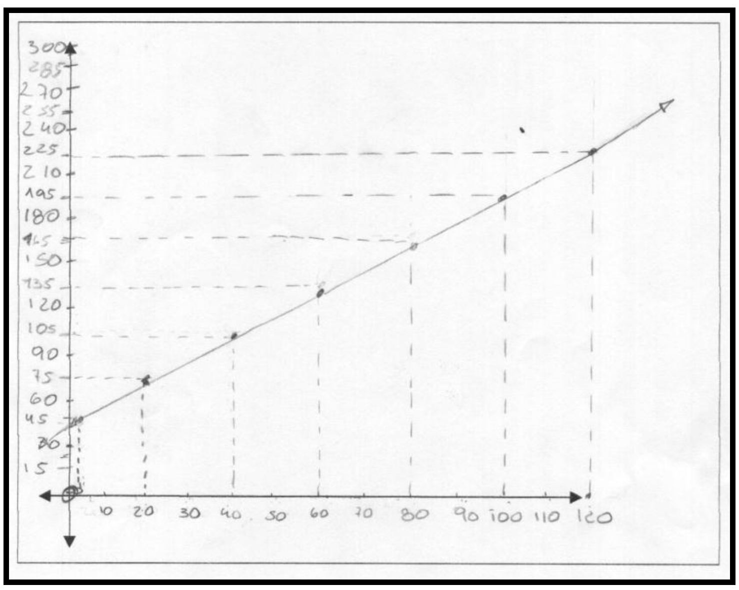


Imagen 127

Se observa que en el eje de las abscisa coloca valores que inicia con el número 10, y van aumentando de 10 en 10 hasta llegar al 120. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 15, que van aumentando de 15 en 15 hasta llegar al 300. Luego pone los punto que se presentan en la tabla, uniendo los punto formando una recta creciente.

2. ¿Qué grafica es esta?

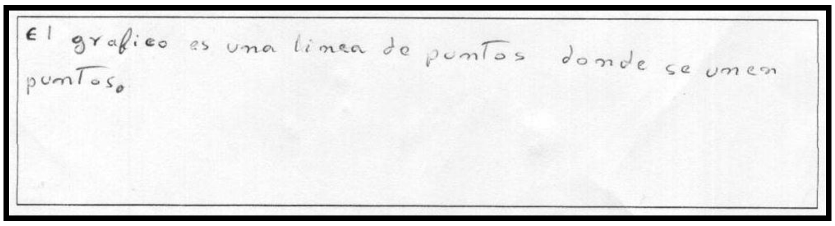

El grafico es una linea de puntos donde se unen puntos.

Imagen 128

Indican que la gráfica es una línea recta.

3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

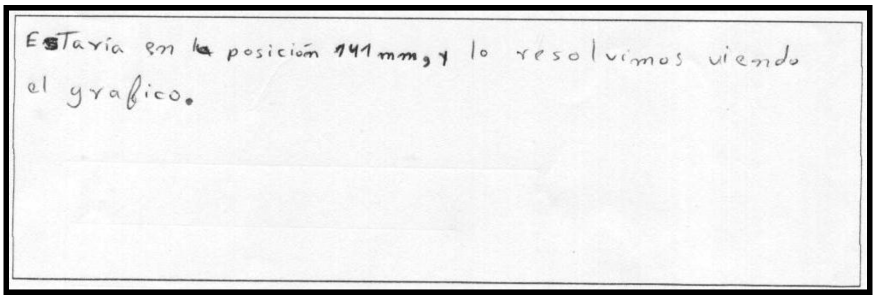

Estaría en la posición 141 mm, y lo resolvimos viendo el grafico.

Imagen 129

GP9

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

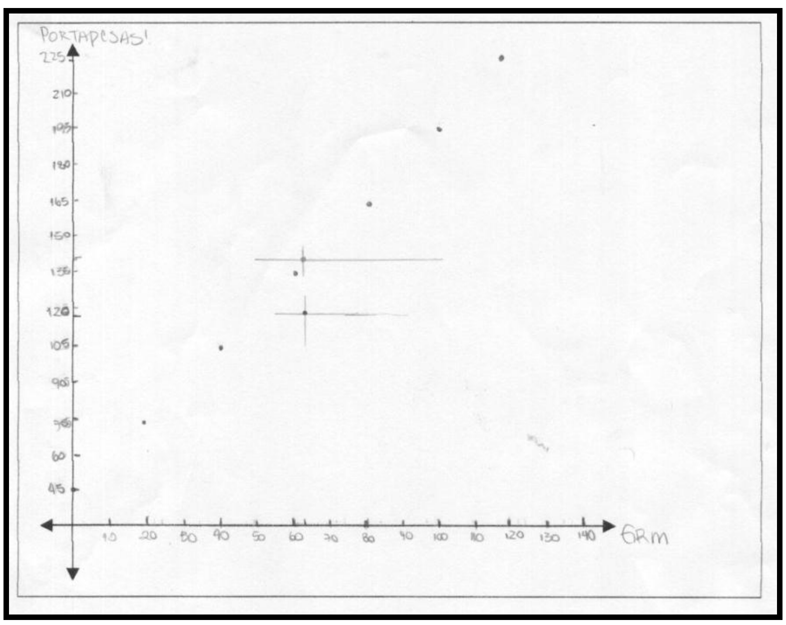


Imagen130

Se observa que en el eje de las abscisas, las denomina con una letra P, y el eje de la ordenada las denominan P.P. En el eje de los gramos ingresa valores que inicia del 20, que aumentan de 20 en 20, hasta llegar al 120. En el caso de las ordenas, inicia del 45, que aumenta de 30 en 30, hasta llegar al 225.

Además se observa que colocan los punto en el plano en forma creciente.

2. ¿Qué grafica es esta?

3. ¿Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP10

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

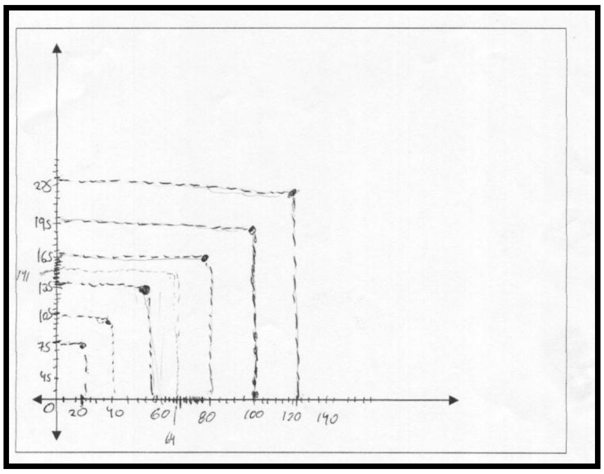


Imagen 131

Se observa (Imagen 131) que en el eje de las abscisa coloca valores que inicia con el número 20, y van aumentando de 20 en 20 hasta llegar al 140. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 45, que van aumentando de 30 en 130 hasta llegar al 225. Luego pone los punto que se presentan en la tabla, se observa también se aproxima un valores en el gráfico, que es la posición 64, y su imagen es el 141.

2. ¿Qué grafica es esta?
3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP11

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

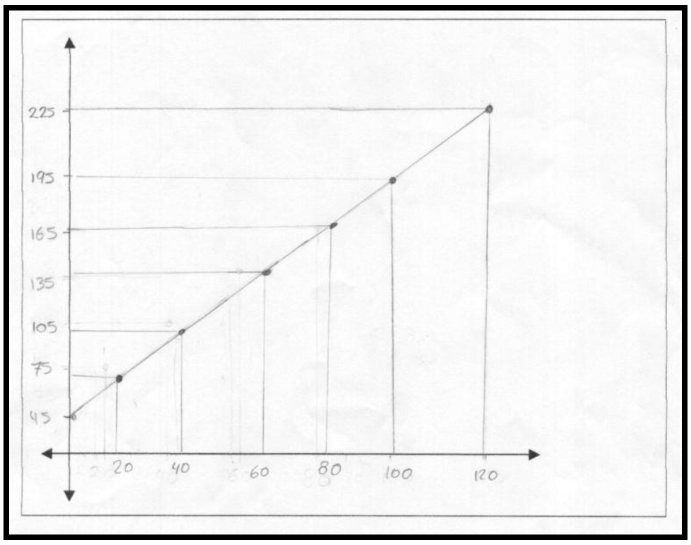


Imagen 132

Se observa (Imagen 132) que en el eje de las abscisa coloca valores que inicia con el número 20, y van aumentando de 20 en 20 hasta llegar al 120. En el eje de las ordenas escribe valores que empiezan del 45, que van aumentando de 30 en 130 hasta llegar al 225. Luego posiciona los punto que se presentan en la tabla..

2. ¿Qué grafica es esta?

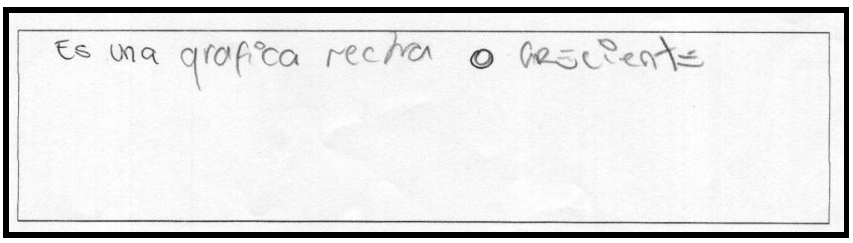


Imagen 133

Responden que la gráfica es una recta y creciente.

3. ¿Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la gráfica?

GP12

1. ¿Cómo graficaría los datos de la tabla?

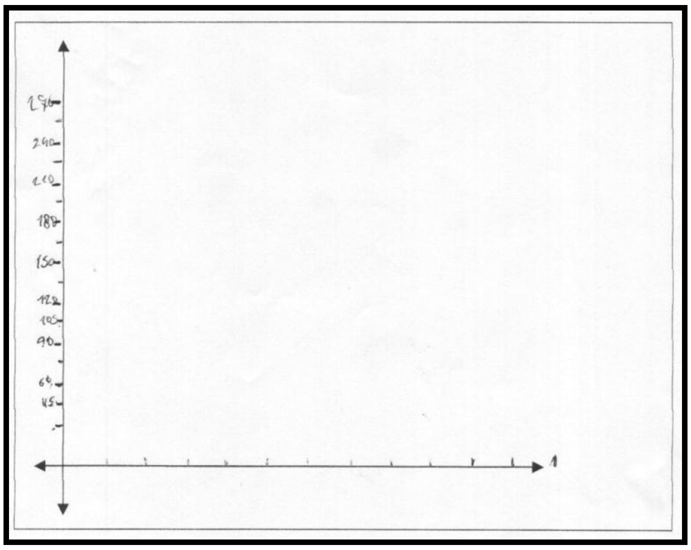


Imagen 134

Se observa que marca patrones iguales en el eje de las abscisas. En cambio en eje de las ordenadas escribe valores iniciando del 45, que van aumentando de 30 en 30, hasta llegar 255.

2. ¿Qué grafica es esta?
3. Como calculan la posición del porta pesas después de colocar 64 gramos utilizando la grafica?