Escuela de Educación en Humanidades y Ciencias
Departamento de Educación Matemática

ENFRENTAMIENTO DE ERRORES QUE COMENTEN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO MEDIO AL DESARROLLAR EL CUADRADO DE BINOMIO

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
ALTAMIRANO PÉREZ, VIVIANA
HAMATI REYES, RODRIGO

PROFESOR GUÍA:
TAMARA DEL VALLE CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE
2012

Índice

Agradecimientos

En este largo camino que hoy está llegando a su fin, para afrontar nuevos desafíos, quisiera darles las gracias a mis padres por su apoyo fundamental e incondicional que me han guiado con sus consejos y su cariño desde pequeño. También a mi esposa, quien en estos últimos años ha sido un pilar fundamental que me ha entregado su amor y comprensión y agradecer también a mi hijo que es la gran motivación que cada día me alimenta y me enseña que la vida es bella.

Quisiera también agradecer a la secretaria del DEM que siempre me brindo su ayuda, a los profesores que han guiado este proceso por sus consejos y la profesora guía que con su paciencia y consejos nos ayudó en este proceso de seminario. También al director de carrera Don Jorge Ávila que me recibió en esta casa de estudios y tuvo confianza en mis capacidades.

A todos ellos, muchas gracias.

Rodrigo Hamati Reyes

…Al final del viaje está el horizonte, al final del viaje partiremos de nuevo, al final del viaje comienza un camino, otro buen camino que seguir…

Es increíble darse cuenta que el camino que decidí elegir hace unos años atrás ya está finalizando. Han sido unos años con altos y bajos, pero hoy puedo decir que fueron años de crecimiento y madurez.

Quisiera agradecerle a mis papás y mi hermana, ellos me animaron día a día a seguir adelante en ese camino, a mi pololo que llegó en la última etapa de este proceso, pero que me alentaba con mucha fuerza. ¡A ellos los amo mucho!

Agradecerle a Dios por las personas que ha colocado en mi vida, a mi gran familia, amigos y compañeros de la universidad que juntos emprendimos este viaje. A los profesores que fueron parte de mi gran formación. A mi compañero de tesis que fue un verdadero "*partner*" en este tiempo y a nuestra profesora Tamara por el trabajo que realizó por nosotros, su dedicación y tiempo.

Viviana Altamirano Pérez

Introducción

El presente seminario está orientado a analizar factores que inciden en los estudiantes de primer año medio, al desarrollar erróneamente el cuadrado de binomio, para elaborar una propuesta didáctica que permita enfrentar al estudiante a dicho error. Entendiendo por enfrentar al estudiante a dicho error al hecho de reconocer el error, determinar sus causas (obstáculos) y organizar la enseñanza teniendo en cuenta dicha información.

La tesis se organiza en cinco capítulos, iniciándose con el "Planteamiento del problema", en el cual se presenta la descripción del problema, los antecedentes que respaldan la investigación de nuestra tesis y los objetivos, tanto general como los objetivos específicos, donde se mostrará evidencia de errores cometidos por estudiantes de primer y segundo año medio. También la justificación de nuestro estudio sobre la importancia que éste tiene y de la manera que este contribuirá para que los estudiantes puedan enfrentar el error.

En el segundo capítulo, el lector se encontrará con el "Marco teórico" donde se da a conocer en primera instancia cómo se enseña el cuadrado de binomio en el currículo chileno, a través de los planes de estudio que nos proporciona el MINEDUC[1], analizando brevemente el ajuste curricular del 2009, también se mostrarán diversos métodos utilizados para enseñar el cuadrado de binomio observados en textos de estudio, textos escolares, implementados por profesores, entre otros, mostrando seis métodos para enseñar el cuadrado de binomio, además el desarrollo de la teoría de la intuición de Fischbein como un posible factor que incide en el error. También, vemos el concepto de error y obstáculos desde el punto de vista de algunos autores que serán mencionados en dicho capítulo

En el capítulo siguiente, desarrollamos lo contemplado al marco metodológico que abordamos a través de una investigación con un enfoque de carácter cualitativo, de tipo exploratorio y con un diseño no experimental.

En el cuarto capítulo mostramos los resultados de la aplicación de una actividad didáctica donde los estudiantes deben plasmar mediante el álgebra y la geometría el

[1] MINEDUC: Ministerio de Educación de Chile

desarrollo del cuadrado de binomio, la cual nos aportará valiosa información para este seminario.

Para finalizar nuestro trabajo, realizamos en el último capítulo, una propuesta para los docentes o para el que lea este estudio, con el fin de superar el conflicto que presentan los estudiantes al momento de resolver un cuadrado de binomio. Lo que fundamentalmente caracteriza la propuesta es que mediante la comparación de los resultados que obtenga el estudiante que cometa un error supere su obstáculo, de manera que enfrente dicho error.

Capítulo I:

“PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA”

1.1. Descripción del problema

Mejorar la calidad de la educación en Chile ha sido un desafío constante por un largo tiempo, en el cual no se han logrado grandes avances. En la actualidad, la educación chilena está en debate público con las constantes manifestaciones que se han generado, llamando la atención de los líderes de opinión. Ahora bien, abocándonos al ámbito matemático, podemos decir que en el siglo XXI nos llama la atención que los errores matemáticos se sigan cometiendo de la misma forma que hace años atrás, es por eso que al ser este un tema tan amplio acotaremos el estudio a los errores que se cometen en el álgebra en específico, en el binomio al cuadrado.

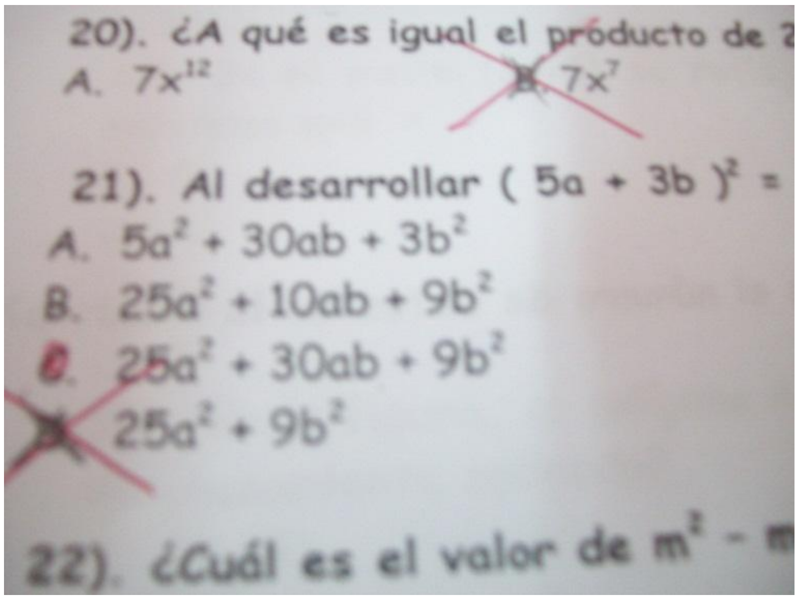
El presente trabajo de seminario tienen sus orígenes en la práctica profesional I, cuándo a apropósito de una situación de aula, en la clase de matemática en un primer año medio, curso donde debíamos observar y efectuar algunas clases, la profesora guía entregó las prueba de productos notables. Al observar los errores cometidos por los estudiantes en la prueba aplicada a los diferentes cursos de ese nivel, se verificó una constante equivocación en los estudiantes al responder un ejercicio de cuadrado de binomio.

Al iniciar nuestra práctica profesional II en los colegios designados por la universidad, nos encontramos al inicio del año con una prueba de diagnóstico realizada a los estudiantes de segundo medio. Al revisar las pruebas y observando sus resultados, encontramos que donde más se equivocaron los estudiantes fue en responder ante una pregunta de cuadrado de binomio. Es por eso, que nos vimos en la necesidad de reflexionar sobre el tema, y además, nos motivó a estudiar en los primeros medios como es la enseñanza y aprendizaje de los productos notables, especialmente en el del cuadrado de binomio.

Para tener una mejor comprensión de los hechos dedicamos nuestra investigación enfocada en los estudiantes de primero medio, ya que es en este nivel donde se entregan los contenidos del cuadrado de binomio después del ajuste curricular del 2009.

La prueba era de alternativas y tenía cuatro opciones de respuesta. En la pregunta de cuadrado de binomio, de las cuatro alternativas había dos donde los estudiantes contestaron erróneamente.

La primera respuesta más observada, fue en la que los estudiantes contestaron erróneamente la alternativa D), en ella se desarrolla el cuadrado de binomio de la siguiente forma: el cuadrado del primer término sumado al cuadrado del segundo término, obviando la multiplicación del doble del primer término multiplicado por el segundo término.



Asociamos la respuesta del estudiante a que intuye que la respuesta es como desarrollar la suma por su diferencia, podemos decir que el estudiante tiene claro que se eleva al cuadrado ambas expresiones de los términos, pero no realiza la multiplicación de 2 por el término 5a, por el 3b.

La segunda respuesta errónea, y más frecuente, fue la alternativa A), los estudiantes desarrollan el cuadrado de binomio, pero en el primer término solo elevan al cuadrado la letra y el número lo deja tal cual. Ellos realizan la multiplicación del doble por el primer término y por el segundo, pero el tercer término, nuevamente elevan al cuadrado la letra y no al número que acompaña la letra.

En este caso, podemos observar que tienen claro como realizar el cuadrado de "a", pero no asimilan que el número cinco que acompaña a la letra también debe ser elevada al cuadrado, los estudiantes realizan el segundo paso correctamente que es la multiplicación de 2 por el término "5a" y por el segundo término que es "3b", en el tercer paso, nuevamente se equivocan, ya que no ven el término "3b" como número, si no que ven por separado los términos.

Como se ve en los párrafos anteriores, esta situación se repitió en el presente año, en el transcurso de nuestra práctica profesional II, la cual fue una situación parecida a la de práctica I, pero esta vez en un curso de segundo año medio, cuando se les hizo entrega de la prueba de diagnóstico, revisando los desaciertos de los estudiantes, nos encontramos con el mismo error en el desarrollo de cuadrado de binomio. Estas dos situaciones nos llamó mucho la atención, lo cual nos llevó a preguntarnos ¿Por qué los estudiantes llegaron a esos resultados? Esto nos motivó a indagar en los errores y obstáculos.

Desde hace algún tiempo, se plantea la necesidad de un accionar desde un paradigma constructivista, que permita la producción del conocimiento como eje central del desarrollo intelectual del sujeto, lo cual implica un giro determinante respecto de la comprensión teorización y práctica de la educación como proceso que permite al sujeto adquirir las habilidades y destrezas necesarias para desenvolverse dentro de una sociedad que se encuentra en constante transformación global. A la luz de esta necesidad se realizó el ajuste curricular 2009, que generó cambiar los contenidos en los planes y programas, el cual nos hizo preguntarnos ¿Este cambio curricular afectó en el error cometido por los estudiantes?

1.2. Antecedentes de la Investigación

Siempre se ha sabido que las matemáticas no es un área de fácil manejo para los estudiantes, más aun cuando nos referimos a la enseñanza del álgebra. Esta área es una de las ramas de las matemáticas con mayores debilidades junto a la geometría, lo cual ha sido evidenciado por distintos docentes y nosotros lo presenciamos cuando estuvimos en el aula durante nuestra práctica. Existen autores, que han investigado en el área de la didáctica de la matemática y mencionan los reiterados errores que cometen los estudiantes a pesar del continuo estudio del álgebra, como por ejemplo Godino y Font (2003) que dicen "*en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se debe tener en cuenta que es natural que los estudiantes tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores.*"

Referente a nuestro tema de investigación Mata y Porcel (2008) analizan varios ejercicios sobre el cuadrado de binomio en una prueba de diagnóstico tomada en el año 2001, en él señalan que en una muestra de 751 estudiantes, el 42.5% escribió una expresión errónea al desarrollar el cuadrado de binomio. Además, caracterizan los siguientes factores que están involucrados en el error cometido al desarrollar un cuadrado de binomio:

- Distribución de la potencia con respecto a la resta. Un 52% de los estudiantes se equivocan en este proceso.

- Un 24 % de los estudiantes se equivocan, porque consideran que el exponente del binomio afecta sólo a uno de los factores del primer término, generalmente es el coeficiente, o sólo a uno de sus términos; el cuadrado de un número es igual a su doble.

- Una vez que operan con términos no semejantes, el 7% de los estudiantes cometieron el error de elevar al cuadrado únicamente el coeficiente del monomio obtenido o sólo su parte literal. Otro 7%, los estudiantes se equivocan al considerar el cuadrado de un número igual a su doble, operar sólo con coeficientes ignorando la parte literal.

•Un 10% de los estudiantes cometieron el error de considerar el binomio elevado a otra potencia y un 7% mas, los estudiantes se equivocan en el desarrollo con los signos

Mata y Porcel concluyen en su investigación que existen obstáculos que hacen que se manifieste en los estudiantes el error al desarrollar el cuadrado de binomio y estos obstáculos tienen que ver con un tema memorístico, de operación y por sobre todo el lenguaje algebraico. En la misma investigación, los autores señalan que los contenidos conceptuales que deben estar en el conocimiento de los estudiantes son: Cuadrado de un Binomio; Propiedad Distributiva de la Potenciación con respecto al Producto; Potencia de Potencia; Potencia de Exponente Par.

Otro estudio referente a nuestra investigación lo lleva a cabo Pérez y Rondero (2001), en ellos analizaron la caracterización de los errores algebraicos, en estudiantes del nivel medio superior en situación escolar, partiendo de dos obstáculos epistemológicos conocidos:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2,\ \sqrt{a^2+b^2} = a^2 + b^2$$

Pérez y Rondero señalan factores involucrados en el error cometido por los estudiantes al desarrollar el cuadrado de binomio:

- Los estudiantes tienen serias dificultades para darle significado a las representaciones numérica y gráfica, aun cuando tengan dominio sobre la representación algebraica-analítica.

- Se corrobora que la enseñanza tradicional del álgebra es estática, es decir, se le considera como un concepto acabado. El diseño de la situación de aprendizaje va en la dirección de propiciar una enseñanza dinámica. "a mí me enseñaron con representación algebraica, pero nunca con numérica, gráfica y algebraica al mismo tiempo"

- En la etapa de desarrollo de la investigación, hay evidencias que muestran el predominio de lo algebraico sobre lo numérico y gráfico que propicia en "anclaje cognitivo" que impide darle significado a los aprendizajes.

- Tomar en consideración en el diseño de la situación de aprendizaje a los obstáculos epistemológicos propicia el hacer entender a los estudiantes la necesidad de tener control y previsión sobre sus procesos matemáticos. "la figura me sirve como guía para el procedimiento numérico y algebraico"

Podemos apreciar que también es importante el cómo se enseña el cuadrado de binomio. Entonces, ya que comparando la investigación de Pérez y Rondero con lo que apreciamos en nuestras prácticas, el álgebra se está enseñando de manera nemotécnica[2], y no se están utilizando diferentes métodos de enseñanza.

[2]Nemotécnica: es el procedimiento de asociación mental de ideas, esquemas, ejercicios sistemáticos, repeticiones, etc. para facilitar el recuerdo de algo.

1.3. Pregunta de investigación

¿Será posible determinar los factores que inciden en los estudiantes de primer año medio al desarrollar erróneamente el cuadrado de binomio?

1.4. Objetivo General y Objetivos Específicos

1.4.1. Objetivo General:

Analizar qué factores inciden en los estudiantes de primer año medio al desarrollar erróneamente el cuadrado de binomio, para elaborar una propuesta didáctica que permita enfrentar[3] al estudiante a dicho error.

1.4.2. Objetivos Específicos:

- Estudiar posibles obstáculos que están presentes cuando el estudiante comete un error al desarrollar el cuadrado de binomio.
- Identificar cuál es la implicancia que puede tener el ajuste curricular en el aprendizaje del álgebra, y en especial, en el cuadrado de binomio.
- Identificar los diversos métodos de aprendizaje que utiliza el docente, o bien, que aparecen en los textos escolares sobre el desarrollo del cuadrado de binomio, para analizar sus falencias y/o virtudes, con el fin de que sean un referente al realizar la actividad didáctica
- Elaborar una actividad didáctica que contribuya al trabajo del aula del docente, donde el estudiante logre reflexionar sobre sus propios errores.

[3]Enfrentar el obstáculo: Que el estudiante se dé cuenta y analice los errores cometidos.

1.5. Justificación de la Investigación

El estudio de errores en el aprendizaje, ha sido una cuestión de permanente interés. Seminara (2006) recuerda a Weiner como el fundador de la investigación didáctica orientada al estudio de errores; en sus investigaciones trató de establecer patrones de errores que explicasen las equivocaciones individuales en todas las materias y para todos los grupos de edades escolares.

Estudios posteriores realizados en Alemania, la Unión Soviética, Estados Unidos y España, con anterioridad a 1960, consistieron fundamentalmente en recuentos del número de soluciones incorrectas y en el análisis de los tipos de errores detectados, para poder clasificarlos y de esta manera intentar examinar cómo surgen, y hacer inferencias sobre qué factores podrían haberlos provocado.

En la actualidad, el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje. Los investigadores en educación matemática sugieren diagnosticar y tratar seriamente los errores de los estudiantes, discutir con ellos sus concepciones erróneas, y presentarles luego situaciones matemáticas que les permitan reajustar sus ideas.

Después de haber estudiado errores y obstáculos en el aprendizaje de la matemática en el curso de Didáctica II en la Universidad donde cursamos nuestro pregrado, creemos que los errores son una oportunidad de aprendizaje y conocimiento del estudiante, si nosotros docentes mostramos una real preocupación cuando se manifiesta un error. Sistemáticamente aparecen errores en el proceso de construcción de los conocimientos en las matemáticas y este hecho para nosotros nos plantea un desafío en nuestra labor docente, ya que debemos incluir más procesos de los que a veces tenemos pensados. Cuando se presenten errores deberemos incluir criterios de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades que promuevan la ejercitación por parte de los estudiantes.

En este estudio veremos que el trabajar con los errores cometidos por estudiantes, contribuye a mejorar la mirada de los docentes con respecto al mismo error, ya que los docentes que tomaron la prueba de diagnóstico como se vio en la descripción del problema, no realizaron una reflexión o análisis sobre el error, sino que lo consideraron como el fracaso en el logro de los objetivos propuestos y solo midieron respuestas incorrectas. Por lo tanto la idea de nuestro estudio es contribuir a que los docentes analicen los errores y vean posibles obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes. El estudio resulta de gran utilidad para que el docente pueda organizar estrategias para superar el obstáculo y se dé cuenta que hay que trabajar con el error de los estudiantes, ya que mediante este proceso el estudiante enfrentara el error y cuando supere su obstáculo logrará el aprendizaje.

Capítulo II:

“MARCO TEÓRICO”

2.2. El Cuadrado de Binomio en el Currículo Chileno.

Para abordar el cuadrado de binomio en el currículum chileno fue necesario analizar los planes y programas de estudio de quinto año básico hasta segundo medio entregados por el MINEDUC, previo a los ajustes curriculares realizados en el año 2009 y los que se cursan actualmente con el ajuste curricular actualizado. Como investigadores, nos interesa la implicancia que puede tener el ajuste curricular en el aprendizaje del álgebra, y en especial, en el cuadrado de binomio.

Antes del ajuste curricular, podemos constatar que ni en quinto, sexto, séptimo y octavo año básico se abordaban los temas de álgebra. Luego, cuando el estudiante comenzaba la enseñanza media, en primero medio se introduce el lenguaje algebraico, donde el estudiante opera algebraicamente, reduce términos semejantes, etc. En segundo medio se aborda el tema de productos notables en la unidad de fracciones del lenguaje algebraico.

Posteriormente, en el 2009, el MINEDUC analizo el currículum en el ámbito de educación matemática de Australia y Canadá, tomando en cuenta las pruebas internacionales PISA[4] y TIMSS[5], como también se revisó literatura de nivel internacional en el ámbito de la Educación Matemática, la cual arrojó conclusiones de que muchos contenidos, donde los estudiantes chilenos tenían bajos resultados en la pruebas internacionales PISA Y TIMSS, se estudiaban inoportunamente en niveles superiores, y por tanto, surge la decisión de realizar el ajuste curricular. De esta manera, fue que éste tuvo incidencia en el ámbito del álgebra, lo que llevó a que se adelantaran contenidos que se veían en enseñanza media a niveles de enseñanza básica, de modo que se plasmó en el ajuste curricular que el álgebra debía ser incluido en los primeros niveles del segundo ciclo básico.

Por lo que se observa, a partir de quinto año básico la implementación de temas relacionados con el álgebra, donde ya en séptimo básico se ven reducción de términos semejantes y los productos notables, en específico el cuadrado de binomio se ve en primer año medio. Siendo esto una diferencia notable y significativo con respecto a los programas de estudios anteriores.

[4] PISA: Informe del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes o Informe.
[5] TIMSS: El Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias.

Es por lo anterior que es importante tomar en cuenta este ajuste curricular que se está aplicando desde el año 2011, puesto que los estudiantes de primero medio del 2012, solo llevan un año con ajuste curricular que es octavo básico. Por ende, tienen una desventaja, ya que la implementación temprana del álgebra viene de quinto básico, entonces estos estudiantes de primero medio del 2012 no vieron álgebra~~,~~ en los cursos de quinto, sexto y séptimo básico, afectando de gran manera en la forma de adecuarse al nuevo programa de estudio, ya que los productos notables y el cuadrado de binomio deberían verlos en segundo medio y lo están viendo un año antes que los estudiantes que no pasaron por el ajuste curricular y sin la preparación temprana que exige el mismo ajuste.

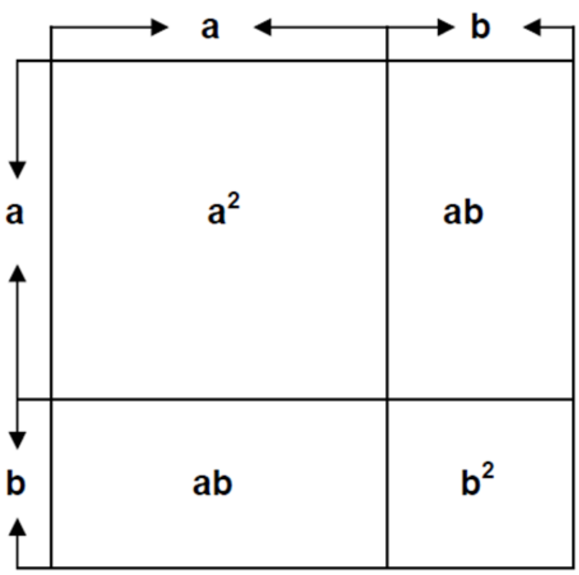
Por lo tanto, los estudiantes que el año 2011 cursaban quinto básico, comenzaron bien con el ajuste curricular, ya que se incorporan al estudio del álgebra de manera adecuada como lo plantea el MINEDUC. Este factor es importante y debe tomarse en cuenta ya que los errores que cometen los estudiantes también se ven acrecentados por estos ajustes, ya que tienen vacíos de contenidos que no vieron en cursos previos.

2.3. Métodos de Aprendizaje para la Enseñanza del Cuadrado de Binomio.

Para el trabajo del álgebra que realiza el profesor en el aula, han surgido variadas técnicas y métodos para facilitar el lenguaje algebraico, o bien, para que el estudiante tenga una mejor comprensión de éste. Es por lo anterior que fue necesario estudiar diferentes métodos empleados por los profesores de matemática, utilizados para enseñar productos algebraicos, o más específicamente, el del cuadrado de binomio. Así también, fue necesario estudiar cómo lo presentaban los textos escolares o los libros de apoyo para el docente.

A continuación, mostraremos seis métodos utilizados por docentes con experiencia o tratados en textos escolares de cómo resolver el binomio al cuadrado:

<u>**Primer método**</u>**:**



Podemos observar que en el libro de enseñanza media que entrega el MINEDUC para el plan de estudio de Matemática de primero año medio, sale la explicación de los productos notables. En específico, el que estudiaremos en nuestro estudio el cuadrado de binomio, la manera que utiliza el texto para llegar al resultado de la multiplicación del binomio por binomio, es de manera algebraica y también de manera geométrica utilizando el concepto de área de un cuadrado.

Este es un método geométrico, el cual sale en el libro de enseñanza media, específicamente de primero medio de la editorial McGraw-Hill (2012): El área del cuadrado de lado (**a** + **b**) es igual al área de un cuadrado de lado **a**, sumado con el área de dos rectángulos de lado **a** y **b**, más el área de un cuadrado de lado **b**, como veremos en la siguiente figura. Sumando las partes, nos queda la siguiente expresión algebraica:

$$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$

Este Método permite el desarrollo del cuadrado de binomio a través de la geometría, a nuestro juicio, es bastante bueno, ya que no es necesario aprenderse el cuadrado de binomio de memoria. Además, mediante la geometría se puede entender de manera más real el cuadrado de binomio, puesto que es intuitivo de sentido común ya que es posible aplicarlo en el área de un cuadrado, la ventaja es que es fácil de visualizar teniendo claro el concepto previo del área de un cuadrado, la desventaja es que para otras multiplicaciones algebraicas es muy complejo visualizarlo y ya no resulta intuitivo y puede generar un error mediante un obstáculo del estudiante.

<u>Segundo método</u>:º

Al memorizar un enunciado, donde los profesores apuestan a que el estudiante mediante una técnica de repetición logren memorizar que siempre: "*El cuadrado de la suma de dos números, siempre será igual al cuadrado del primero, más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo*", entonces generalizando la regla siendo el binomio $(a+b)^2$:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

Este método, nos parece poco adecuado para el aprendizaje del cuadrado de binomio, ya que el estudiante no sabe lo que algebraicamente o geométricamente está haciendo, sino que solamente lo puede lograr memorizando una frase, esto apunta a lo que Fischbein define como intuición de tipo secundaria, que mas adelante en su formación no tendrá sentido y en la mayoría de los estudiantes será olvidada y transformándose en un obstáculo didáctico.

<u>Tercer método</u>:

Este método fue visto en una de nuestras prácticas en los liceos y nos pareció interesante mostrarlo para tener distintas opciones: El cuadrado de la suma de dos números lo representamos algebraicamente así: $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ y realizamos la operación de esta manera: Multiplicamos por sí mismo el primer término y luego lo multiplicamos por el segundo; en seguida multiplicamos el segundo término por el primero, y luego por sí mismo, con lo cual obtenemos como productos parciales la siguiente expresión $\mathbf{a^2+ab+ab+b^2}$**.**Luego, procedemos a reducir los términos semejantes y obtenemos que el resultado del binomio al cuadrado $\mathbf{a^2+2ab+b^2}$**.**

$$\begin{array}{r}
a + b \\
a + b \\
\hline
a^2 + ab \\
ab + b^2 \\
\hline
a^2 + 2ab + b^2
\end{array}$$

Este método nos parece bueno e intuitivo ya que tiene un orden lógico de sentido común para sumar los términos. También podemos ver que el estudiante multiplica un monomio por un binomio y luego suma hacia abajo. Además los términos semejantes quedan ordenados al medio y facilitan la suma. La desventaja es que para algunos estudiantes puede resultar raro el método y puede confundirlos por la forma de multiplicar, lo que provocaría un obstáculo que desencadenaría en un error en el estudiante y un obstáculo ya que en Chile es poco usado.

<u>Cuarto método</u>:

Este método de distribución también es observado en el libro de enseñanza media de primer año medio de la editorial McGraw-Hill, donde utilizan la distribución para resolver el cuadrado de binomio, lo cual nos queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a(a+b)+b(a+b)=a^2+ab+ba+b^2}$$

Y reduciendo términos semejantes, nos queda el cuadrado de binomio:

$$\mathbf{a^2+2ab+b^2}$$

Este método en el libro sale explicado tal cual se muestra anteriormente, solo expresándolo algebraicamente, incluso omitiendo que hay que reducir términos semejantes, a nuestro juicio el método es bueno, pero no completamente práctico para el estudiante, ya que la multiplicación de términos no ha cobrado sentido para el estudiante, aplicamos bastantes pasos de álgebra que observamos anteriormente, como por ejemplo, multiplicar un monomio por un binomio, conmutatividad en la multiplicación y reducción de términos semejantes, el punto es que debe mostrarse en el libro estos pasos, ya que así será más clara y precisa la explicación, lo ventajoso es que no hay que aprenderse nada de memoria sino que solo se debe recordar las propiedades del álgebra y aplicarlas. La desventaja es que para otro productos algebraicos con signos negativos se vuelve más complejo y puede llevar a un error por parte de los estudiantes los cuales tendrían que repasar las propiedades de multiplicación de signos para superar el obstáculo que le causa la multiplicación de signos distintos.

<u>Quinto método</u>:

En este método se debe multiplicar término por término, lo cual después de reducir los términos semejantes nos da el cuadrado de binomio:

$$\mathbf{(a+b)^2} = (a+b)(a+b) = \overset{1}{a^2} + \overset{2}{ab} + \overset{3}{ab} + \overset{4}{b^2}$$

$$= \mathbf{a^2 + 2ab + b^2}$$

La ventaja de este método es que se multiplican solo monomios por monomios y también es bastante intuitivo para los estudiantes ya que la multiplicación término a término simplifica el resultado final, lo que hace el álgebra más sencillo de trabajar, la desventaja es que se puede equivocar, ya que si no se trabaja de forma ordenada se puede quedar algún término sin multiplicar o dejando de lados signos negativos que acompañan a estos monomios llevando al error al estudiante.

<u>Sexto método</u>

Este método se trabaja mediante una tabla de doble entrada, donde en la fila van los términos del binomio (**a**+**b**) y en la columna se ubican los términos del otro binomio (**a**+**b**)

$*$	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

Finalmente, nos queda sumar los términos semejantes que resultaron en la tabla y dejarlos como una única expresión:

$$\mathbf{a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2}$$

Este método resulta bastante sencillo e intuitivo, ya que es bastante autoevidente multiplicar estos monomios en la tabla, también lo bueno de este método es que el estudiante debe multiplicar solo monomios por monomios, lo que hace que no tenga que estar multiplicando expresiones algebraicas más complejas. También cabe mencionar que este método sirve para cualquier multiplicación algebraica y de una manera sencilla para su resolución a diferencia de los otros métodos, por lo que al estudiante le presta una utilidad al momento de multiplicar polinomios por polinomios, la desventaja de este método es que al estudiante se le olvide poner los signos negativos y solo trabaje con los términos algebraicos lo que llevaría un error.

2.4. La Intuición ¿Cómo interfiere el conocimiento autoevidente?

La Doctora Marcela Parraguez (2012) expone como Fischbein (1983) explica el conocimiento intuitivo, donde se habla de la intuición como algo muy ambiguo y abierto. De hecho cuando se habla de intuición en la psicología es considerado como un término primitivo e indefinible. En particular, cuando hablamos de intuición estamos desarrollando un "sentido común".

Fischbein (1998) afirma que en las matemáticas, y en general en las ciencias, existen dos tipos de conocimiento: uno es el conocimiento autoevidente y él otro se construyen paso a paso. Nosotros nos centraremos en el primero.

El conocimiento autoevidente, se refiere a que para una persona es evidente lo planteado, es decir, el estudiante comprende las cosas al instante. Fischbein (1998), presenta un ejemplo en el cual muestra cómo se desarrolla el conocimiento autoevidente:

> *"Un litro de jugo cuesta 5 pesos. ¿Cuánto costará 3 litros de jugo? Para resolver este ejercicio se hace presente la intuición, ya que por un hecho simple de multiplicación de 5 por 3, uno resuelve el ejercicio mentalmente."* (Parraguez, 2012)

D´Amore (1999) cita a Fischbein diciendo que la intuición es "*Traducible en una acción significativa desde el punto de vista del comportamiento*". Esto quiere decir que la intuición está estrechamente relacionada con una acción. Otro ejemplo que presenta es cuando un individuo se le presenta una división, él intuitivamente pensará en la subdivisión de un conjunto.

Para Fischbein, la intuición es uno de los aspectos que tienen que tomar en cuenta para el nivel de razonamiento matemático, con esto se refiere al grado de aceptación subjetiva de los conceptos o afirmaciones matemáticas como una cosa evidente o cierta.

Una de las características de un conocimiento intuitivo es la autoevidencia que Fischbein (1998) define como "*rasgo que le permite al individuo aceptar este conocimiento sin una necesidad extra de validación*" (Parraguez, 2012). En otras palabras, la auto-evidencia no se ve en la necesidad de demostrar, inclusive se comenta que realizar una demostración, puede resultar un obstáculo para el aprendizaje, ya que cuando algo no resulta autoevidente, puede ser frecuentemente olvidado.

No hemos querido presentar que la intuición es algo negativo para nuestra enseñanza y creación de los aprendizajes. Efectivamente, la intuición ayuda a nuestros métodos de razonamiento, ayuda a la toma de decisión para resolver problemas y además en los conocimientos analíticos que se adquieren de manera racional. De hecho, en aritmética suele ocurrir que intuitivamente los estudiantes cuando hablan de sumar se refieren a añadir, al hablar de restar se refiere a quitar, cuando hablan de multiplicar se "hace grande" y la división se hace pequeño.

Para Fischbein la intuición tiene una característica de búsqueda "necesaria" de la generalización de alguna propiedad a todos los objetos que están en una situación. Un ejemplo de estos, es "*cuando el estudiante siente la necesidad intrínseca de que para cada triángulo con dos lados congruentes, los ángulos opuestos a dichos lados son congruentes entre sí*" (Parraguez, 2012).

El conocimiento intuitivo genera conjeturas, se estructura en modelos que sirven para interpretar alguna situación, al sustituir un concepto complejo e inalcanzable, por una representación accesible.

Una intuición tiende a llevarse más allá de la información dada, más allá del soporte empírico, por ello que la intuición es parte de un proceso de búsqueda, y además, es parte de un proceso práctico. Cada vez que una persona se tiene que enfrentar con una noción que es intuitiva e inalcanzable, tiende a producir subtitulo de esa noción que es intuitivamente más accesible.

Fischbein presenta dos tipos de intuiciones: la primaria y la secundaria. Según lo tratado en este documento, creemos que el error al desarrollar el cuadrado de binomio se manifiesta en el secundario, ya que lo define como aquello intuiciones que "…*constituyen creencias cognitivas que el individuo desarrolla a través de un entrenamiento sistemático y prolongado, generalmente en un contexto educativo sistemático*" (Parraguez, 2012).

Creemos que el error pasa cuando entregamos los contenidos de una forma invariable, solamente ejercitando con la fórmula. En definitiva, la ejercitación de fórmulas algebraicas para la simplificación, factorización de expresiones, los productos notables, entre otros, condicen a que esté presente el conocimiento intuitivo en los estudiantes.

Podemos decir que cuando a nosotros nos enseñaron estos contenidos en la enseñanza media, hicieron de estos conocimientos un proceso de entrenamiento sistemático en condiciones instruccionales como habla Fischbein. Más aún, en nuestro tiempo de observación en nuestras prácticas, también nos dimos cuenta que los profesores trabajan con muchos ejercicios iguales, en donde los estudiantes después de haber desarrollado la cantidad solicitada por el profesor, realizan una repetición intuitiva de la fórmula.

La intuición secundaria, da manifiesto de la mecanización que se produce en los estudiantes, dejando de ser un método efectivo de aprendizaje significativo, ya que solo logra una suerte de entrenamiento para que desarrollen binomios al cuadrado. Y por lo visto en nuestras prácticas profesionales, esto provoca en los estudiantes un rechazo hacia la matemática, ya que los profesores del establecimiento en práctica solo les dan la fórmula y muchos ejercicios del mismo tipo.

La mecanización de los estudiantes, también se encuentra relacionada con la presión por los resultados del SIMCE[6] y PSU[7], donde el objetivo principal de estas pruebas pierde su foco, dejando de lado la idea de aprender el concepto o hacerlo significativo. El nuevo rol de los estudiantes es el de “máquinas” que solo están capacitados para resolver ejercicios.

Podemos reconocer que en la teoría de la intuición de Fischbein se observan componentes que inciden en el sistema educacional chileno. Coincidimos con Fischbein (1989) cuando comenta que las concepciones de los estudiantes se pueden modificar y orientarse en beneficio del aprendizaje de los estudiantes. Un primer paso para definir la estrategia que hará tal cambio es identificar los modelos tácitos en los estudiantes, con respecto al concepto de interés. Asimismo, es que es esencial que los vacíos entre los procesos formales e intuitivos sean tomados en cuenta, ya que son de suma importancia al momento de enseñar.

[6]SIMCE: Sistema de Medición de la Calidad de la Enseñanza.
[7]PSU: Prueba de Selección Universitaria.

2.5. Concepto de Error y Obstáculos.

Godino, Batanero y Font (2003) hablan de error cuando el estudiante realiza una práctica, que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar.

Las respuestas incorrectas, a los ejercicios que se les plantean a los estudiantes, son consideradas como señales deficientes e incluso fracaso en el logro de los objetivos propuestos. Los errores forman parte de las producciones de la mayoría de los estudiantes, y generalmente, constituyen un elemento estable en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, específicamente, en todos los niveles del sistema educativo. Como lo dice en la siguiente cita Cervantes y Martínez (2007):

> *"Los errores forman parte de lo que produce un estudiante en el proceso de aprender matemáticas y se constituyen, para muchos, en elementos estables dentro del mismo proceso, constituyéndose en señales de serias deficiencias en los desarrollos algebraicos llegando a convertirse, en muchos casos, en causa de fracaso académico"*

Los errores son la manifestación de la existencia de obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes, tomando un rol importante el aprender de los involucrados, ya que los errores no aparecen al azar, sino que surgen en un marco conceptual consistente, basados sobre conocimientos adquiridos previamente.

Engler y Gregorini (2004) para una revista de Argentina comenta que "*en el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos aparecen sistemáticamente errores y, por eso, dicho proceso deberá incluir criterios de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones*". De hecho, en las matemáticas están constantemente presentes los errores que comenten los estudiantes, y es por eso que para nosotros fue muy interesante y motivador estudiar el concepto de error. Los errores pueden emplearse como instrumento de motivación y como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas de los estudiantes.

Los errores en matemática no tienen un carácter accidental, sino que surgen por las estrategias y reglas personales empleadas en la resolución de problemas, y acontecen de experiencias particulares e interpretaciones realizadas con base en los conocimientos matemáticos iníciales. (Rico, 1995).

El análisis de errores sirve para ayudar al docente a organizar estrategias para un mejor aprendizaje, insistiendo en aquellos aspectos que generan más dificultades y contribuyen a una mejor preparación de instancias de corrección. El profesor debe saber que al manifestarse un error, es porque hay aprendizajes que conllevan a que el estudiante lo cometa y esos aprendizajes están correctos, pero el estudiante los está aplicando mal, o bien, intuye la aplicación de otra propiedad en un caso determinado. Cuando dichos aprendizajes le hacen cometer el error al estudiante, nos encontramos con los obstáculos.

Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas, pero que falla cuando se aplica a otros. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado, viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los estudiantes conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarlos a conseguirlo (Brousseau, 1983).

Según lo visto durante nuestro periodo de enseñanza en la universidad, al finalizar el curso de didáctica I, pudimos concluir que los obstáculos son parte del conocimiento, que por lo demás manifiestan un error, pero que no necesariamente debe ser algo negativo en la enseñanza.

Un obstáculo es un impedimento o limitación que afecta la capacidad de los individuos para construir el conocimiento real o empírico. Es por eso que hemos tratado el tema, ya que si el error y el obstáculo son trabajados en el proceso de enseñanza, con la elaboración de una actividad didáctica, procuraremos que el profesor enfrente al estudiante a dicho errores, y con ello se tendrá mayor posibilidad de descubrir el obstáculo que afecta al estudiante con el fin de que se adquiera aprendizajes significativos.

Brousseau (1983) da las siguientes características de los obstáculos:

• *Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento.*

• *El estudiante utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia.*

• *Cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente.*

• *El estudiante resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.*

• *Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.*

Entre los tipos de obstáculos nos encontramos con el obstáculo ontogenético[1], el obstáculo epistemológico[2] y el obstáculo didáctico[3]. Y hemos clasificado los errores sobre el cuadrado de binomio, evidenciados en nuestras prácticas, como un obstáculo de tipo didáctico, el cual resulta de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza (Brousseau, 1983).

Obstáculo ontogenético: se deben a las características del desarrollo del niño.

Obstáculo epistemológico: íntimamente relacionados con el propio concepto.

Obstáculo didáctico: elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza.

Capítulo III: “MARCO METODOLÓGICO”

3.1. Enfoque de la Investigación

El presente estudio tiene un enfoque cualitativo como lo menciona Sampieri, Collado y Lucio (2003, p.6) “Enfoque cualitativo: utiliza recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación”

Cuando se investiga acerca de una problemática educativa, necesariamente se está hablando de una investigación cualitativa como menciona Sandin Esteban (2003) *“la investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos*”, ya que en este estudio abordamos los errores cometidos por los estudiantes de primer año medio en el cuadrado de binomio, con el fin de diseñar una actividad didáctica que permita que los estudiantes se enfrenten a los errores cometidos y estudiar si es que la intuición es causal del porqué persiste estos errores.

3.2. Tipo de Investigación

“*Los estudios exploratorios tienen como objetivo esencial familiarizarnos con un tópico desconocido o poco estudiado o novedoso. Esta clase de investigaciones sirven para desarrollar métodos en estudios más profundos*” (Sampieri, Collado y Lucio 2003, p.133).

Hablamos de investigación exploratoria puesto que el tema del presente estudio es relativamente desconocido o también si deseamos indagar sobre el tema desde otra perspectiva, a esto nos referimos nosotros con nuestro presente estudio, ya que si bien nuestra investigación tiene literatura con respecto a los errores en el álgebra y en especial con el cuadrado de binomio, no hay miradas claras de cómo enfrentar el error del binomio al cuadrado.

Si bien, nuestra investigación en esencia es exploratoria, también consta de un estudio explicativo, como vemos en los distintos métodos o técnicas que se pueden emplear para abordar el cuadrado de binomio. También se describe se manera breve los ajustes curriculares del año 2009, los cuales adelantan el álgebra desde quinto básico dejando muchos vacíos en los estudiantes de algunos los niveles intermedios.

3.3. Diseño de Investigación

Sampieri, Collado y Lucio (2003, p.289) define de esta manera a la investigación no experimental "*Es la que se realiza sin manipular deliberadamente variables independientes, y se basa en categorías, conceptos, variables, sucesos, comunidades o contextos que ya ocurrieron, o se dieron sin la intervención directa del investigador*", es decir, es una investigación en donde no hacemos variar intencionalmente las variables independientes, lo que se hace en la investigación no experimental es observar fenómenos tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos, como fueron los errores cometidos por los estudiantes de primero y segundo medio en relación al cuadrado de binomio.

3.4. Muestra

El universo en esta investigación fueron estudiantes de los cursos de primer año medio. Los cuales contestaron nuestro instrumento en el aula en el mes de Julio, ya que en estas fechas se abordaron en clases los contenidos que se tratan en esta investigación, esto es, el desarrollo del cuadrado de binomio.

La población considerada para el estudio de la aplicación de nuestro diseño fueron los cursos de un colegio particular subvencionado, modalidad científico humanista, de la comuna de la Granja. La muestra utilizada fue de 76 estudiantes, específicamente, 40 estudiantes del 1ºA y 36 estudiantes del 1ºC.

Características del Colegio	
Directora	Sra. Alicia Hernández.
Capacidad	850
Alumnos Matriculados	780
Número de Profesores	31 Docentes
Promedio SIMCE 2008 2º medio	265
Promedio SIMCE 2011 8vo básico	240

Capítulo IV:
“RECOGIDA DE INFORMACIÓN”

4.1. Diseño del instrumento

Santiago 4 de Julio, 2012

Actividad didáctica

El propósito de esta actividad es recopilar información para una investigación de seminario de grado, de la Universidad Católica Silva Henríquez. El instrumento, tiene como objetivo analizar el desarrollo empleado por los estudiantes al trabajar con el binomio al cuadrado, para identificar posibles obstáculos cometidos por éstos y, al mismo tiempo, mediar con el enfrentamiento de dichos obstáculos.

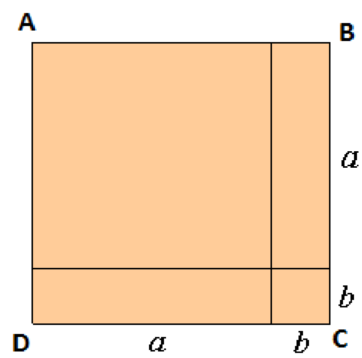
Instrucciones: Desarrolle las preguntas dadas a continuación, **use lápiz pasta** para el resultado. Piense antes de contestar. Si se llega a equivocar **no borre ni raye**, sólo encierre en un círculo. Tiempo para la actividad 30 minutos.

I. Desarrolle la siguiente expresión:
$(a+b)^2 =$

II. Desarrolle la siguiente expresión:
$(5p+3)^2=$

III. Desarrolle los siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

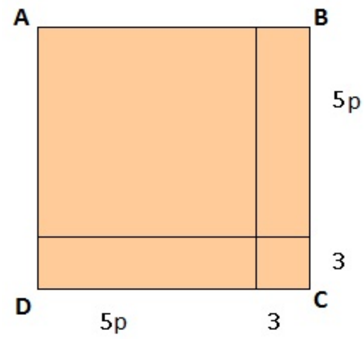


b) ¿Cuál es el lado del cuadrado ABCD?

c) Según el lado del cuadrado ABCD ¿Cómo se representaría su área?

IV. Desarrolle las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?



b) ¿Cuál es lado del cuadrado ABCD?

c) ¿Cómo representaría el área del cuadrado ABCD según el lado?

V. Compare los resultados obtenidos en el ítem **I** y **III** ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

VI. Compare los resultados obtenidos en el ítem **II** y **IV** ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

4.2. Justificación del Diseño.

Con el diseño que proponemos, buscamos que el estudiante se enfrente al error. Cuando hablamos de enfrentar el error nos referimos a que el estudiante se dé cuenta por sus propios medios de que se ha equivocado, a través del desarrollo del cuadrado de binomio de manera algebraica y geométrica. Si el estudiante tiene distintos resultados en alguno de los dos métodos, significa que se equivoco, por ello, al finalizar la actividad se les pide a los estudiantes que comparen sus procedimientos y puedan descubrir donde se produjo el error.

Por medio de esta propuesta, buscamos que el estudiante analicé y reflexione sobre sus resultados y procedimientos, donde reconozca su error, pero a diferencia de lo tradicional donde éste es mal calificado y a veces motivo de burla entre compañeros, la idea es que el estudiante sea capaz de trabajar a partir de ese error en el análisis, ya que para nosotros es importante trabajar con el error puesto que así logramos que el estudiante se cuestione y reflexione sobre sus ideas e inquietudes, en especial, en el caso del cuadrado de binomio, que es nuestro tema principal, y es por eso que nosotros proponemos la idea de trabajar con el error, es decir, con esto nos referimos con enfrentar el error.

En el Ítem I buscamos que los estudiantes desarrollen el cuadrado de binomio de forma algebraica, de la forma como describimos el segundo método en el capítulo II, ya que es una forma común que los profesores realizan al enseñar el cuadrado de binomio donde los estudiantes deben repetir y aprenderse la frase de memoria. Esta forma es también como los profesores representan el producto notable solo de manera algebraica, sin sentido y como es la forma más común de presentar el cuadrado de binomio.

En el Ítem II le presentamos a los estudiante un cuadrado de binomio ya con coeficientes, de la misma forma algebraica, como definimos en el capítulo II, el segundo método, ya que es la forma más común, pero es en este caso le agregamos coeficientes acompañando la “p” y en vez de “b” que es el más usado por profesores según el segundo método, donde le colocamos el número 3, de una forma distractora, pero no hemos querido alejarnos del segundo método.

Con las dos representaciones explicadas recientemente buscamos que el estudiante trabaje de la forma más común que el sistema tradicional de profesores utiliza para enseñar el cuadrado de binomio y es por eso que se presenta el cuadrado de binomio de esa manera. Además, es el método que conduce al estudiantes con mayor posibilidad al error, ya que se tienden a usar métodos memorísticos o la intuición les conduce a relacionar un binomio con esta propiedad de potencia de un producto, que está mal enfocada con por los estudiantes donde ocurre un obstáculo epistemológico $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

En el ítem III buscamos que el estudiante trabaje el cuadrado de binomio de la forma geométrica, Entonces le pedimos el área del cuadrado grande, allí esperamos que él calcule el área del cuadrado, de la forma que él estime conveniente o sacando el área de cada figura. Una vez calculada el área, le pedimos al estudiante que reconozca el lado del cuadrado grande (**a+b**).Por último, con el dato de que deberían obtener de él lado del cuadrado que es (**a+b**), le pedimos al estudiante que calcule el área del cuadrado y lo represente.

Nuestro interés en el ítem IV es que el estudiante trabaje de la forma geométrica el cuadrado de binomio del ítem II, Entonces le pedimos el área del cuadrado grande, allí él calculará el área del cuadrado, de la forma que él estime conveniente o sacando el área de cada figura. Una vez calculada el área, le pedimos al estudiante que reconozca el lado del cuadrado grande (5a+3b). Por último, con el dato de que deberían obtener del lado del cuadrado que es (5a+3b), le pedimos al estudiante que calcule el área del cuadrado y lo represente.

En el ítem V el estudiante debe comparar, analizar y reflexionar sobre los resultados del ítem I y III, en el cual se dará cuenta si llego al mismo resultado y debe justificar su respuesta y por eso mismo se da un recuadro amplio para que el estudiante entienda que no es solo poner sí o no. De este modo, el estudiante podrá explayarse en su respuesta (de los resultados obtenidos). Entonces, mediante esto el estudiante afronta el error y se cuestiona, lo que sirve para trabajar con el error, de manera distinta a lo tradicional donde el error es algo criticado y negativo.

Finalmente, en el ítem VI, el estudiante debe comparar, analizar y reflexionar sobre sus resultados del ítem II y IV, en el cual se dará cuenta si llego al mismo resultado y debe justificar su respuesta y por eso mismo se da un recuadro amplio para que el estudiante entienda que no es solo poner sí o no. De este modo, el estudiante podrá explayarse en su respuesta respecto a los resultados obtenidos. Entonces, mediante esto, el estudiante afronta el error y se cuestiona, lo que sirve para trabajar con el error, de manera distinta a lo tradicional donde el error es algo criticado y negativo.

4.3. Análisis de los Datos

En las preguntas del ítem I e ítem II encontramos variadas respuestas, donde se pudo apreciar distintos tipos de errores y también respuestas correctas. A continuación veremos el análisis de estas respuestas empezando por la pregunta del ítem I. $(a+b)^2$ Donde surgieron las siguientes respuestas:

Respuestas donde los estudiantes llegan al resultado correcto

- $a^2+2ab+b^2$
- $a^2+ab+ba+b^2$

El primer caso es el que más se repite en las respuestas del instrumento aplicado. El estudiante llega al resultado correcto pero no incorpora un desarrollo pertinente para identificar el método empleado, podemos suponer que hace uso de la fórmula de los productos notables, posiblemente el segundo método visto en el capítulo del marco teórico de nuestro estudio, el cual es de tipo nemotécnico esta fórmula es fundamental en la clase de estos estudiantes.

En el segundo caso al contrario del primero no es frecuente en los estudiantes. Sin embargo la respuesta es correcta y se puede apreciar posibles métodos que los estudiantes emplearon para el desarrollo del cuadrado de binomio, en este caso el método que suponemos que uso el estudiante es el cuarto método, el de distribución visto en el capítulo del marco teórico de nuestro estudio, el cual es tipo algebraico y que sale en el libro McGraw-Hill (2012)

Respuestas donde los estudiantes cometen un error de tipo potencia

- a^2+b^2
- $a+b^2+a+b^2$

En el primer caso suponemos que el estudiante intuye, que el cuadrado de binomio se desarrolla igual que la suma por su diferencia o que el binomio $a+b$ se trabaja de la misma manera que la potencia de un producto $a \cdot b$, donde posiblemente se evidencia un obstáculo epistemológico.

En el segundo caso el estudiante posiblemente se olvida del paréntesis del binomio $a+b$ y lo trabaja como $a+b^2$. De manera que al igual que el primer caso es un error de tipo potencia, que evidencia un obstáculo epistemológico.

Respuestas donde los estudiantes cometen un error tipo memorístico

- $a^2 \pm 2ab + b^2$
- $a^2 + ab + b^2$
- $a^2 + ab + b$

En estos casos podemos atribuirlo a algo memorístico, posiblemente en el primer caso el estudiante al no colocar desarrollo, llega a ese resultado producto del recuerdo de la fórmula nemotécnica, más aún al colocar doble signo al término 2ab, lo cual evidencia también la típica notación de los profesores, donde el doble signo lo usa para reducir en una expresión el cuadrado binomio positivo y el negativo. Lo que evidencia un obstáculo didáctico.

Los otros errores podríamos suponer que son por el olvido de esta fórmula nemotécnica, ya que en uno falta el doble del primer término por el segundo y en el otro el cuadrado del segundo término.

Respuestas donde los estudiantes cometen un error de tipo copia

- $(aa) + (bb)$
- $a + a + b + b$

Al analizar estos últimos errores y darnos cuenta de las incoherencias algebraicas que manifiestan, posiblemente son estudiantes que intentaron copiar resultados a otros compañeros y no lo pudieron realizar. Lo que llevo a que lo estudiantes no tengan un desarrollo adecuado del cuadrado de binomio.

Con respecto a la pregunta del ítem II $(5p + 3)^2$ surgieron las siguientes respuestas:

Respuestas donde los estudiantes llegan al resultado correcto

- $25p^2 + 30p + 9$
- $25p^2 + 15p + 15p + 9$

El primer caso es el que más se repite en las respuestas del instrumento aplicado. El estudiante llega al resultado correcto, pero no todos incorporan un desarrollo pertinente para identificar el método empleado, podemos suponer que hace uso de la fórmula de los productos notables, donde posiblemente el estudiante aplica la fórmula nemotécnica, la cual es un pilar fundamental en la clase de estos estudiantes.

En el segundo caso al contrario del primero no es frecuente en los estudiantes. Sin embargo la respuesta es correcta y posiblemente el método que los estudiantes emplearon para el desarrollo del cuadrado de binomio, es el de distribución.

Respuestas donde los estudiantes cometen un error de tipo potencia

- $25p^2 + 9$
- $18p^2 14$
- $10p^2 + 9p + 9$

En estos casos el estudiante posiblemente se enfrenta a un obstáculo epistemológico, ya que como podemos apreciar en el primer caso el estudiante desarrolla $(5p + 3)^2$ de la siguiente manera $10p^2 8p \cdot 8p6 = 18p^2 14$ se puede suponer que el estudiante en este caso cometió el error de $5^2 = 10$ multiplicando los números y no elevando el 5^2, luego hace lo mismo con el segundo término que es el 3, también tiene una posible confusión con los términos semejantes y es por eso que los opera de manera errónea.

En el primer caso suponemos que el estudiante intuye, que el cuadrado de binomio se desarrolla igual que la suma por su diferencia o que el binomio $5p + 3$ se trabaja de la misma manera que la potencia de un producto $5p \cdot 3$, donde posiblemente se evidencia un obstáculo epistemológico.

Respuestas donde los estudiantes cometen un error tipo memorístico

- $25p^2 + 15p + 9$
- $25p^2 + 30p + 9^2$
- $25p + 10p + 9^2$

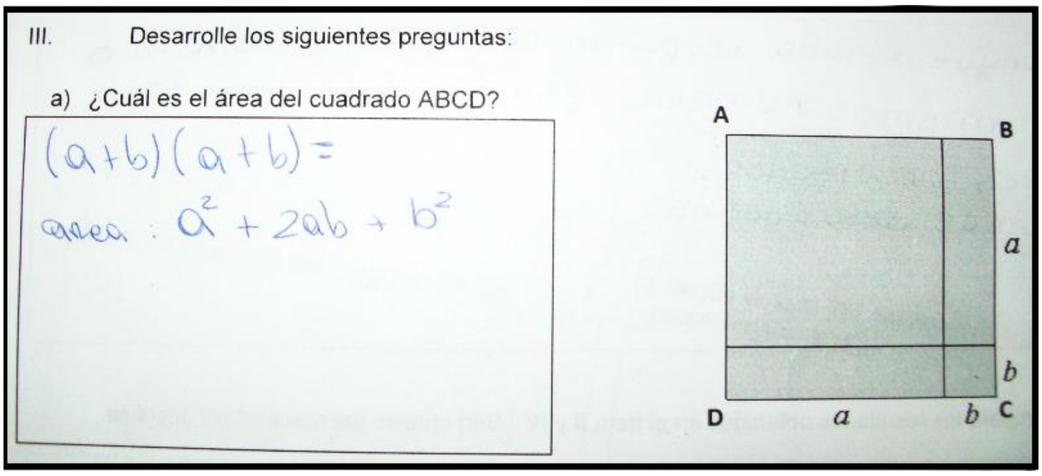
Los otros errores en estos casos podríamos suponer que son por el olvido de esta fórmula nemotécnica, ya que en la primera falta el doble del primer término por el segundo y en el otro el cuadrado del segundo término.

En la segunda respuesta como el primer término esta expresado al cuadrado, el estudiante intuye que el tercer término también tiene que estar expresado al cuadrado.

En el Ítem III e ítem IV encontramos las siguientes respuestas:

Ante la pregunta ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

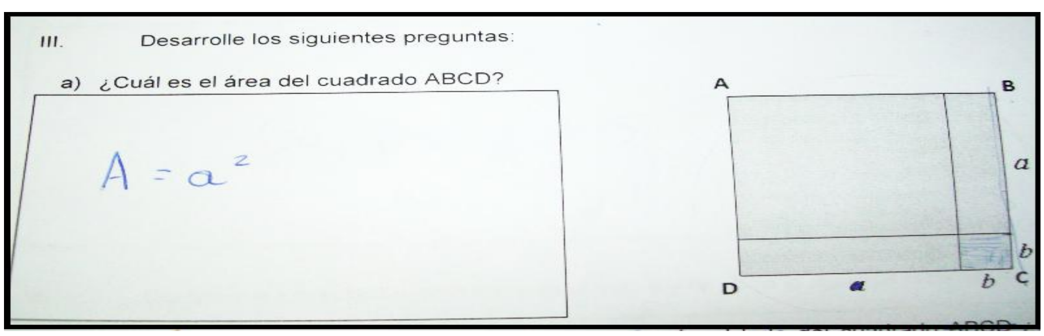
- $a^2 + 2ab + b^2$



La gran mayoría de los estudiantes en este ítem respondió correctamente, porque reconoce que el lado del cuadrado es $a + b$ lo que nos permite identificar que el estudiante recurre al recuerdo de la fórmula. También en algunos casos trabajaron el desarrollo paulatino o a través de la multiplicación de término con término, ya que como visualmente se evidencia que el área es $(a + b) \cdot (a + b)$ resulta intuitivo realizar por ese método. Por lo demás, no se evidenció resultados geométricos, donde el estudiante primero calculara el área de las figuras y luego sumara las partes, que era lo que pretendíamos que ellos hiciera, lo que nos lleva a pensar que en sus clases no han trabajado el binomio al cuadrado de manera geométrica, o como áreas de un cuadrado.

Ante la pregunta ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? Otra respuesta de los estudiantes fue:

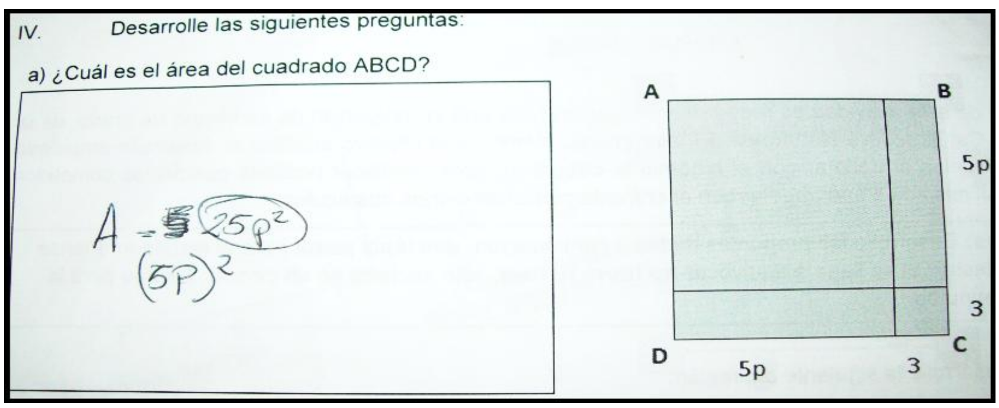
- a^2



Los estudiantes posiblemente tomaron en cuenta solo el cuadrado ABCD, donde se puede notar que es el cuadrado más grande el que toma en consideración y también que la fórmula del área $A = a^2$ queda como aprendizaje previo del estudiante, pero da cuenta del obstáculo epistemológico, ya que comete el error de prologar el lado a y tiende a completar la figura completa con ese lado y de ese modo recuerda la fórmula $A = a^2$. Como dice Fischbein en capítulos anteriores en su definición de intuición secundaria, también posiblemente los estudiantes al verse sometidos a un entrenamiento sistemático, al realizar anteriormente muchos ejercicios de tipo calcular área de un cuadrado, se vuelve monótono y memorístico, sin lograr un aprendizaje significativo del área.

Ante la pregunta ¿cuál es el área del cuadrado ABCD? Del ítem IV, se observa la siguiente respuesta.

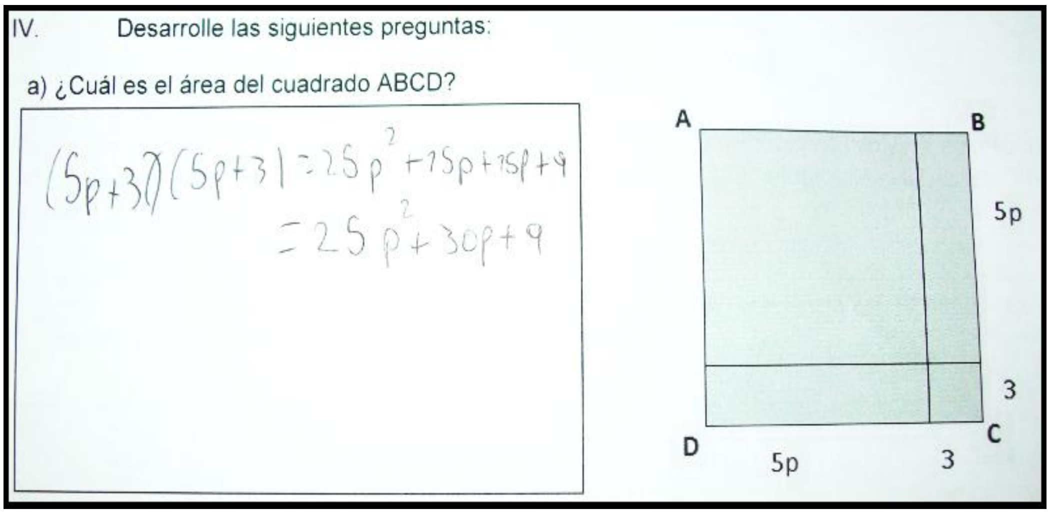
- $25p^2$



El estudiante en este caso al igual que el anterior, intuye que la respuesta correcta es solo el cuadrado ABCD, donde se puede notar que es el cuadrado más grande el que toma en consideración. También se aprecia que la estudiante encierra en un círculo su respuesta y luego abajo anota lo mismo, donde posiblemente considera que el lado del cuadrado ABCD es $5p$. Suponemos que el entrenamiento sistemático esta arraigado en los estudiantes, ya que el contexto donde se produce el aprendizaje es sistemático.

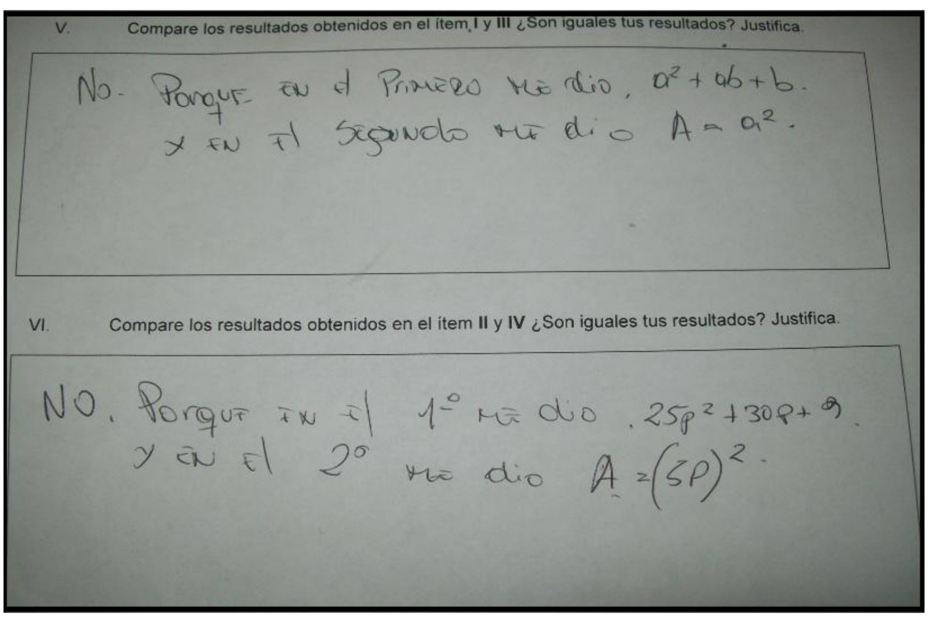
Ante la pregunta ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? Otra respuesta de los estudiantes fue:

- $25p^2 + 30p + 9$

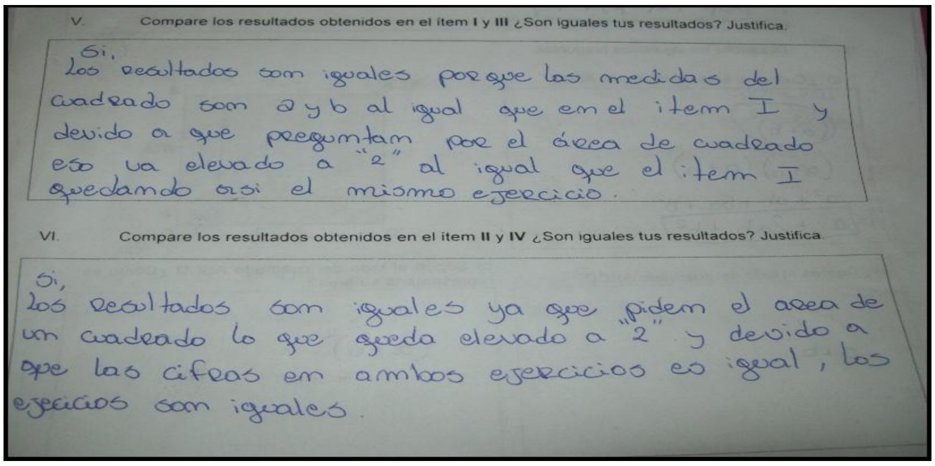


La gran mayoría de los estudiantes en este ítem respondió correctamente, porque reconoce que el lado del cuadrado es $5p + 3$ lo que nos permite identificar que el estudiante recurre al recuerdo de la fórmula. También, en algunos casos, trabajaron el desarrollo paulatino o a través de la multiplicación de término con término, ya que como visualmente se evidencia que el área es $(5p + 3) \cdot (5p + 3)$ resulta intuitivo realizar por ese método. Pero nuevamente, no se evidenció resultados geométricos, donde el estudiante primero calculara el área de las figuras y luego sumara las partes, posiblemente en sus clases no han trabajado el binomio al cuadrado de manera geométrica, o como áreas de un cuadrado, donde solo han aplicado la fórmula y mediante un entrenamiento sistemático.

Justificación de los estudiantes



Estas respuestas no están correctas y estudiar este caso es de mucha importancia para nosotros, ya que se presenta un error. Viendo las justificaciones de este estudiante podemos decir que hay un obstáculo didáctico, ya que posiblemente no reconoce el área del cuadrado con el cuadrado de binomio.

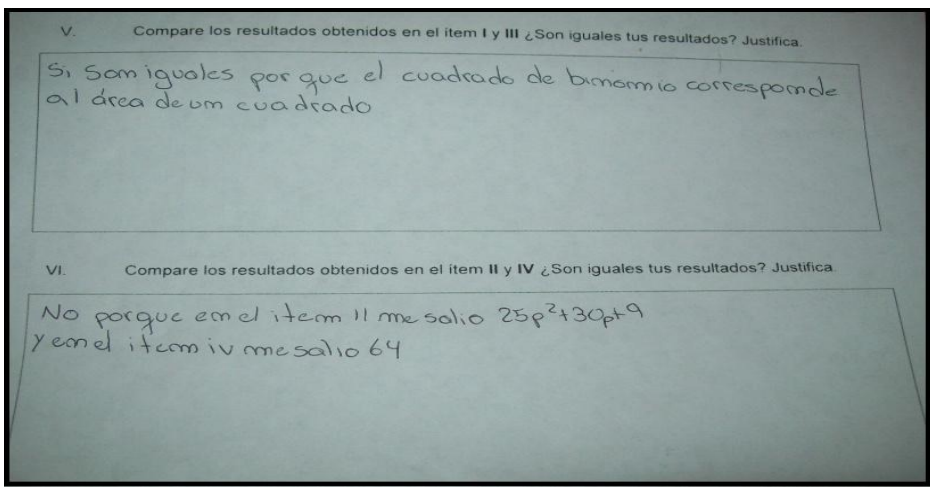

V. Compare los resultados obtenidos en el ítem I y III ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Si,
Los resultados som iguales porque las medidas del cuadrado som a y b al igual que en el item I y devido a que preguntan por el área de cuadrado eso va elevado a "2" al igual que el item I quedando asi el mismo ejercicio.

VI. Compare los resultados obtenidos en el ítem II y IV ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Si,
Los resultados som iguales ya que piden el area de un cuadrado lo que queda elevado a "2" y devido a que las cifras en ambos ejercicios es igual, los ejercicios son iguales.

En este caso el estudiante responde correctamente los ítem, ósea, calcula el área del cuadrado y obtiene el cuadrado de binomio, pero por sus desarrollos creemos que no reconoce que sacar el área de un cuadrado es lo mismo que sacar el cuadrado de binomio, ósea no reconoce que son lo mismo y que en un caso es la forma geométrica para trabajar el cuadrado de binomio.


V. Compare los resultados obtenidos en el ítem I y III ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Si som iguales por que el cuadrado de binomio corresponde al área de um cuadrado

VI. Compare los resultados obtenidos en el ítem II y IV ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

No porque em el item II me salio $25p^2+30p+9$ y em el item IV me salio 64

Esta respuesta nos llama mucho la atención ya que, como suponíamos, el estudiante responde correctamente cuando se le pregunta por el área del cuadrado lado (a+b) o el cuadrado de binomio de (a+b), pero en el segundo caso, cuando se cambian las letras y se le agregan valores a los términos del binomio al estudiante no le dan los mismos resultados en el ítem II y IV.

Capítulo V:
“PROPUESTA DIDÁCTICA”

En esta sección se expone la propuesta didáctica diseñado bajo la mirada de la teoría del error y obstáculo. Uno de los elementos más importante para nosotros es trabajar con el error, que el estudiante se enfrente a sus equivocaciones, ya que para nosotros es valioso.

Esta propuesta incluye:

1. El diseño de la clase, donde se presenta el aprendizaje esperado, la actividad y el desarrollo de la clase según cada momento.

2. Las orientaciones al docente sobre los elementos que tienen que tener en cuenta para que lleve al estudiante a enfrentar el error, en el caso de que algún estudiante se equivoque.

3. Desarrollo de la actividad que el docente debe utilizar en una de sus clases de la unidad para presentar el contenido, donde el énfasis se encuentra en la detección de errores, en promover el enfrentamiento del error por parte del estudiante, para contribuir de mejor manera en el aprendizaje del estudiante.

5.1. Diseño de la clase

CLASE	
Aprendizaje: Esperado:	Los estudiantes identifican y resuelven el binomio al cuadrado de manera algebraica y geométrica.
Tiempo:	90 minutos.
Habilidad Cognitiva:	Identificar y aplicar.
Actividades Claves:	Identifican un cuadrado de binomio, comprenden el concepto del área de un cuadrado, aplican el binomio al cuadrado en la geometría.
Contenidos:	Cuadrado de binomio
Objetivo de la clase:	Comprender el cuadrado de binomio de manera algebraica y. geométrica

Descripción de la clase	Materiales
Inicio: El profesor introduce la clase, recordando el concepto del cuadrado de binomio, planteando un ejemplo para aplicar el cuadrado de binomio. Desarrollo: Se presenta la actividad didáctica donde el estudiante debe resolver los ejercicios dados en el ítem V y VI los estudiantes comparan los resultados, los estudiantes que llegan a resultados distintos, ha cometido un error. En ese momento el docente los invita reflexionar y a enfrentar el error. Cierre: El profesor nuevamente enseña el cuadrado de binomio y clarifica las dudas de los estudiantes, haciendo hincapié en lo importante de enfrentar el error en cualquier ejercicio matemático.	Pizarra Plumón Borrador Actividad didáctica Lápiz pasta

5.2. Indicaciones al Docente

El docente en la actividad didáctica propuesta debe dejar que los estudiantes resuelvan los ejercicios de cuadrado de binomio, para luego de terminar la actividad orientar a la reflexión del error si fuera el caso, ya que mediante ese proceso determinado cual es el obstáculo que los llevó a cometer este error, los estudiantes trabajarán con él y podrán lograr el aprendizaje. También cabe recalcar al docente que comente a los estudiantes lo importante que es trabajar con el error y que equivocarse es parte del conocimiento que se quiere lograr.

5.3. Actividad

1.- Desarrolle la siguiente expresión de cuadrado de binomio:

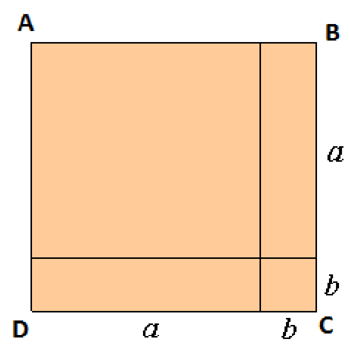
1) $(a + b)^2 =$
2) $(5p+3)^2=$

Solución: Los estudiante deberá ser capaz de reconocer en ambos casos, qué valor tiene el primer término y que valor corresponde al segundo término y realizar aplicando la fórmula o de memoria.

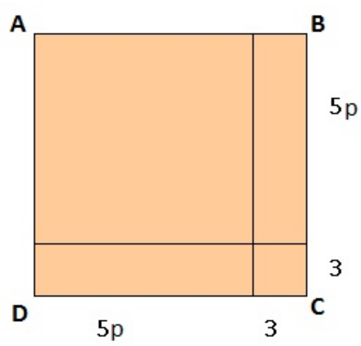
Con estas dos preguntas intentamos que el estudiante desarrolle el cuadrado de binomio de forma algebraica primero, ya que reconocimos que este es el método más utilizado y no quisimos inicialmente alejarnos de esta realidad.

2.- Desarrolle las siguientes preguntas

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?



b) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?



Solución: Los estudiantes deberán recordar la fórmula del área del cuadrado y responder a las dos preguntas que se les pide. Hay dos formas de responder en esta situación:

I.- Calculando el área de cada figura que componen el cuadrado ABCD o

II.- Si los estudiantes reconocen que el cuadrado ABCD tiene lado (a+b) y en el segundo caso (5p+3) podrán sacar el área del cuadrado de forma más directa como el lado al cuadrado o lado por lado.

Con estas dos preguntas intentamos que el estudiante desarrolle el cuadrado de binomio de forma geométrica, un método que al estudiante más adelante pueda comparar los resultados.

3.- Compare los resultados obtenidos de las preguntas 1 y 2

a) $(a + b)^2$ y ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? ¿Son iguales tus resultados? Justifica.
b) $(5p+3)^2$ y ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD? ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Solución: En esta situación los estudiantes tienen la opción de responder dos cosas:

I.- Que no les dio el mismo resultado al desarrollarlo algebraicamente y geométricamente. Las justificaciones pueden ser diversas entre ellas que es diferente lo que le pregunto en la primera parte y en la segunda parte.

II.- La respuesta puede ser positiva, que si les dio lo mismo. La justificación puede ser porque algunos estudiantes puedan reconocer que el desarrollo algebraico y geométrico da lo mismo.

En esta parte de la actividad queremos lograr que los estudiantes puedan reconocer sus resultados, reflexionar si se equivocaron. Algunos estudiantes podrán reconocer que el desarrollo es el mismo. ¿Pero, qué sucede con en el estudiante que no le dio lo mismo?

4. Enfrentamiento del error

En este momento queremos responder a la pregunta que nos realizamos anteriormente.

Sabemos que al estudiante debería darle lo mismo. Si no le da lo mismo: ¿Dejamos pasar el error?, ¿El profesor le responderá: el ejercicio esta malo? Por tratar de corregirle el profesor, finalmente el profesor le dará la respuesta y el estudiante seguirá sin entender.

En esta parte de la actividad queremos que el profesor motive a que el estudiante revise sus resultados, que el profesor le diga, que tendría que haberle dado lo mismo, para que el estudiante se enfrente al error, descubra por si solo donde se equivoco.

CONCLUSIÓN

Al finalizar este trabajo de investigación en el cuál tratamos de dar respuesta a nuestra interrogante, ¿Será posible determinar los factores que inciden en los estudiantes de primer año medio, al desarrollar erróneamente el cuadrado de binomio? Con esta pregunta buscamos analizar y categorizar estos factores para así elaborar una propuesta didáctica que permita al estudiante enfrentar el error

Con el análisis desarrollado en esta investigación se pudo constatar con respecto a la teoría de obstáculo y error, que al hablar de obstáculo no es referirse a una falta de conocimiento, sino más bien a un conocimiento llevado a un contexto diferente, manifestándose un error, por medio de los obstáculos que existen.

Al analizar se pudo apreciar al momento de revisar sus respuestas que los errores mayoritariamente se debían a que estos utilizarán, métodos memorísticos, los cuales si bien estaban en conocimiento pero son fácilmente olvidados, también la confusión de propiedades de potencia, las que claramente tienen solución, ya que como avala la teoría el conocimiento está solo que hay un obstáculo de por medio. Es por esto que analizamos el ajuste curricular en el aprendizaje del álgebra y en especial los contenidos que tienen relación con la enseñanza del cuadrado de binomio

También al momento de identificar los diversos métodos de aprendizaje del cuadrado de binomio, se puede apreciar en el planteamiento del problema que los métodos para la enseñanza de esté son siempre memorísticos, no tomando en cuenta el método geométrico que nos muestra el libro de primero medio de la editorial, también la confusión de propiedades de potencia, las que claramente tienen solución, ya que como avala la teoría el conocimiento está solo que hay un obstáculo de por medio. Además se pudo apreciar, que los profesores ven el error como algo negativo como un fracaso.

El desarrollo de esta investigación propone incorporar la actividad didáctica planteada en el desarrollo de nuestro trabajo, para ser desarrollado en estudiantes de enseñanza media en el nivel NM1 para el contenido de cuadrado de binomio, Esta actividad contribuirá al trabajo del aula, del docente donde el estudiante logre reflexionar sobre sus propios errores.

A modo final vemos que si es posible trabajar con el error y también con la intuición del estudiante, ya que aunque cometa un error, es posible trabajar con él y lograr aprendizaje. También cabe destacar que el esfuerzo debe venir por parte de los docentes ya que ellos son los llamados a promover cambios en la educación.

BIBLIOGRAFÍA

- BROUSSEAU, G. (1983), 'Los Obstáculos epistemológicos en los problemas de matemáticas', Recherches en Didactique des Mathématiques, 4(2), 165-198.

- Cervantes y Martínez (2007) "Sobre algunos errores comunes en desarrollos Algebraicos" Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación. Universidad del Norte. nº 8 diciembre, 2007. ISSN 1657-2416

- Danhke (1989) "metodología de la investigación" McGraw-Hill, México 1991.

- D'Amore B. (1999). Elemento de la Didácticade la Matemática. Bologna, Pitagora.

- Engler, A.; Gregorini, M. I.; Muller, D.; Vrancken, S.; Hecklein, M. (2004): "Los errores en el aprendizaje dematemática". Revista Premisas. Buenos Aires, Argentina. Ed: SOAREM. Año 6, Vol. 23. pp. 23-32

- Fischbein (1998) Conoscenza intuitiva e conoscenza logica nell'attività matematica.Bolonia, Italia: Pitagora Editrice.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-6-2.

- Godino, J. D. y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-7-0. [61 páginas; 1,8 MB]

- Libro de primer año medio de matemáticas, entregado por el MINEDUC. Editorial McGraw-Hill (2012)

- María G.- Porcel, Eduardo A.- Mata, Liliana. (2008). Análisis de los errores cometidos en el desarrollo del cuadrado de un binomio por ingresantes a laFa.C.E.N.A. Universidad Nacional del Nordeste.

- Parraguez (2012) Doctora en Matemática Educativa, Instituto Politécnico Nacional, México, 2009. Directora Ejecutiva del Programa Doctorado en Didáctica de la Matemática.

- Planes y programas de estudio área de matemáticas, nivel primer año medio. MINEDUC

- Pérez y Rondero (2001) “Acerca de las relaciones entre errores algebraicos y obstáculos epistemológicos”. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. UAEH – MEXICO

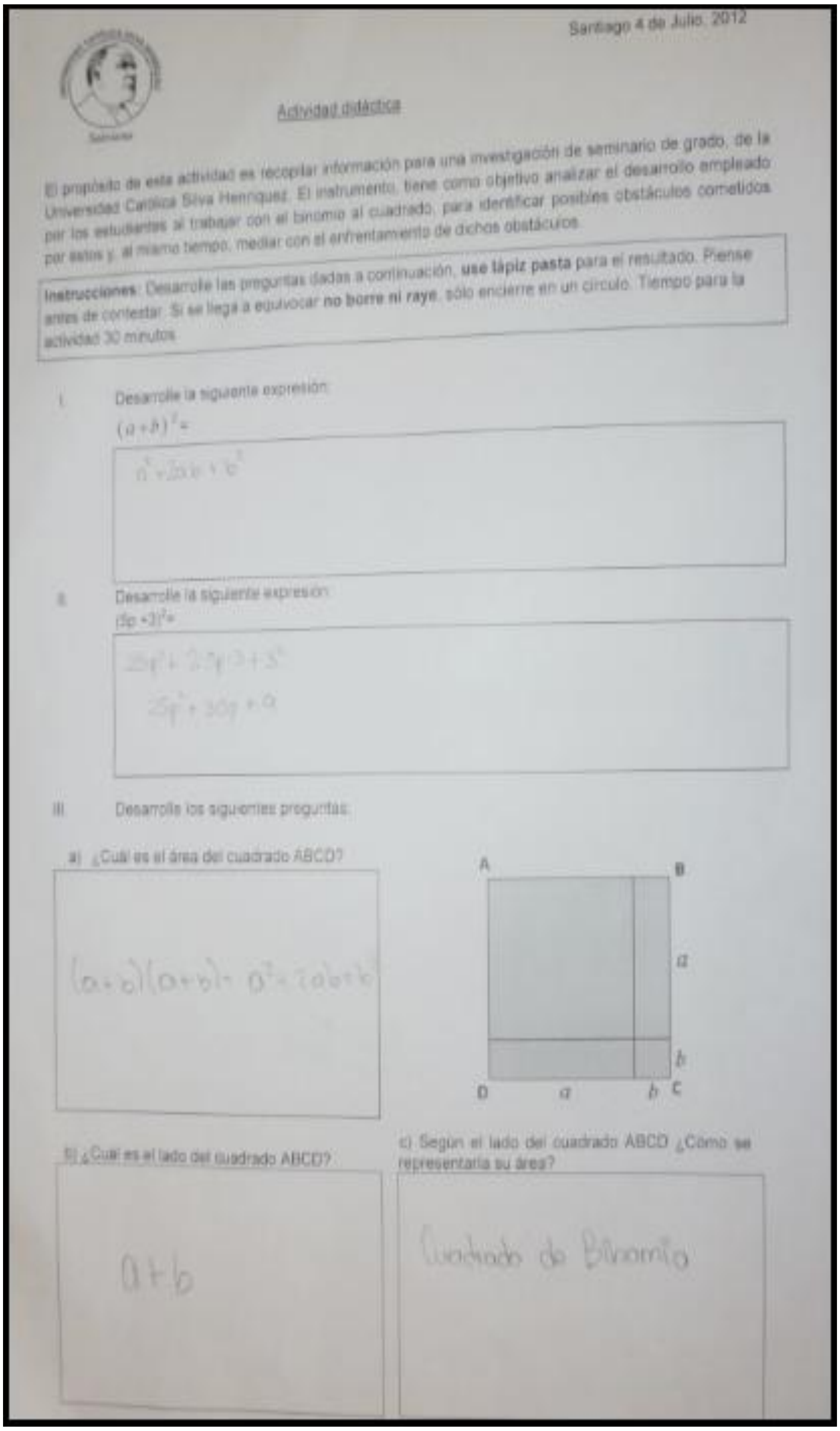
- RICO, L. (1995) “Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas”, cap. 3. pp. 69-108, en KILPATRIK, J.; GÓMEZ, P., y RICO, L.: Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica, Méjico.

- Sampieri, Collado y Lucio: Publicaron el libro METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN. México. McGraw-Hill, 2003

- Sandin Esteban (2003) Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones. Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana

- Seminara (2006) “Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas” Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653)

ANEXOS



Santiago 4 de Julio, 2012

Actividad didáctica

El propósito de esta actividad es recopilar información para una investigación de seminario de grado, de la Universidad Católica Silva Henríquez. El instrumento, tiene como objetivo analizar el desarrollo empleado por los estudiantes al trabajar con el binomio al cuadrado, para identificar posibles obstáculos cometidos por estos y, al mismo tiempo, mediar con el enfrentamiento de dichos obstáculos.

Instrucciones: Desarrolle las preguntas dadas a continuación, **use lápiz pasta** para el resultado. Piense antes de contestar. Si se llega a equivocar **no borre ni raye**, sólo encierre en un círculo. Tiempo para la actividad 30 minutos.

I. Desarrolle la siguiente expresión:

$(a+b)^2=$

$a^2+2ab+b^2$

II. Desarrolle la siguiente expresión:

$(5p+3)^2=$

$25p^2+2\cdot 5p\cdot 3+3^2$

$25p^2+30p+9$

III. Desarrolle las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$(a+b)(a+b)=a^2+2ab+b^2$

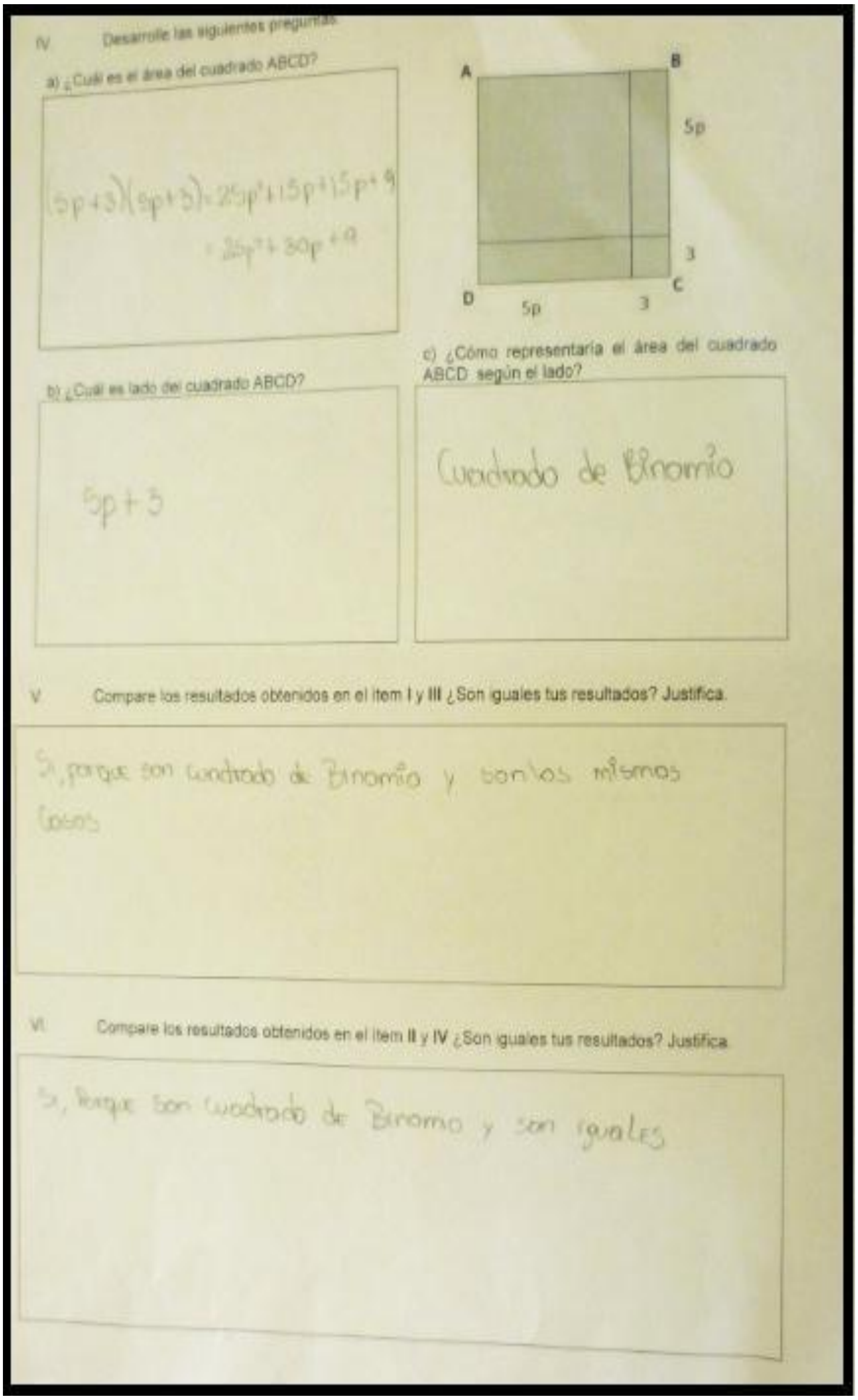
A B a b D a b C

b) ¿Cuál es el lado del cuadrado ABCD?

$a+b$

c) Según el lado del cuadrado ABCD ¿Cómo se representaría su área?

Cuadrado de Binomio


IV Desarrolle las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$(5p+3)(5p+3)=25p^2+15p+15p+9$

$=25p^2+30p+9$

c) ¿Cómo representaría el área del cuadrado ABCD según el lado?

Cuadrado de Binomio

b) ¿Cuál es lado del cuadrado ABCD?

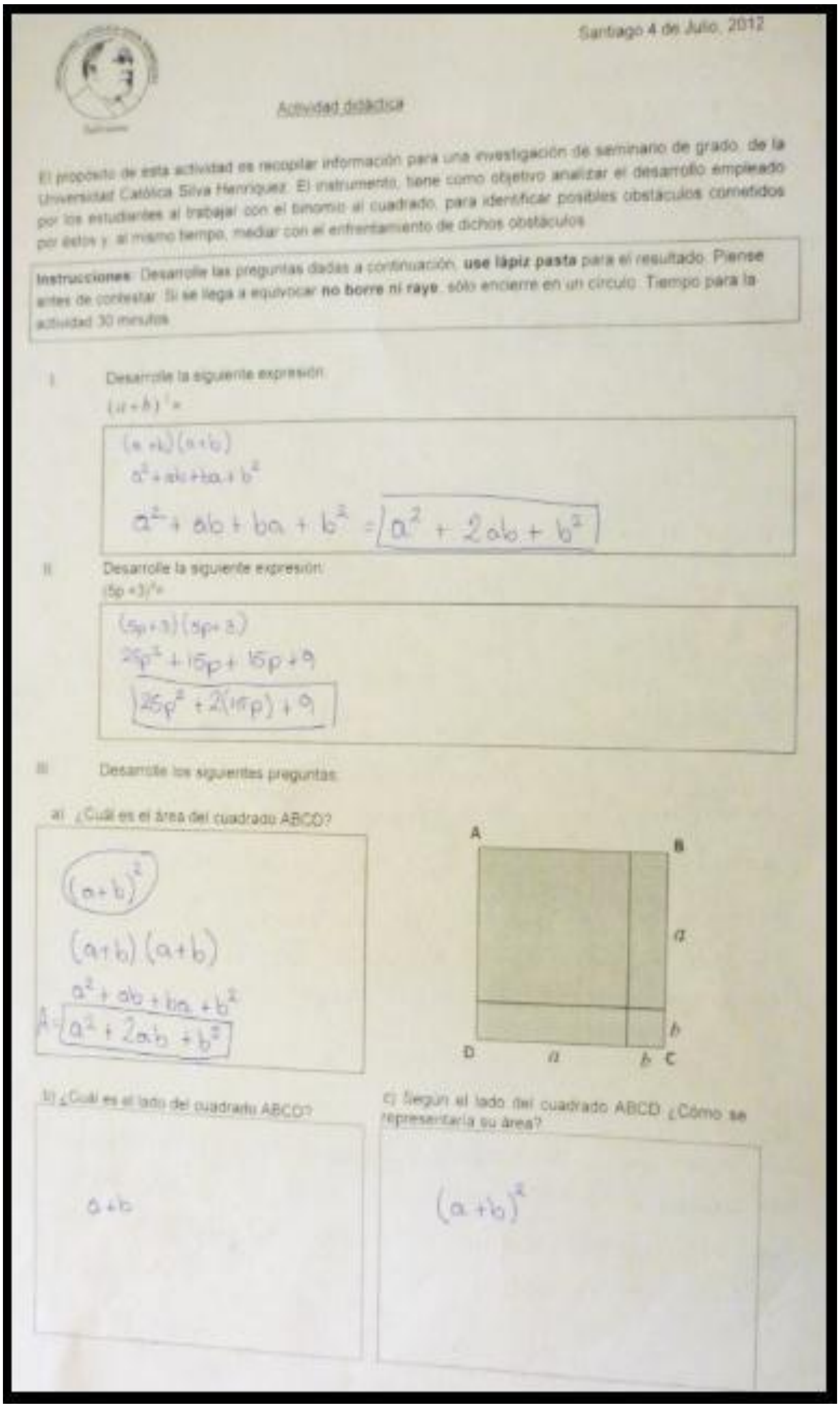
$5p+3$

V Compare los resultados obtenidos en el ítem I y III ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Si, porque son cuadrado de Binomio y son los mismos casos

VI Compare los resultados obtenidos en el ítem II y IV ¿Son iguales tus resultados? Justifica.

Si, Porque son cuadrado de Binomio y son iguales


Santiago 4 de Julio, 2012

Actividad didáctica

El propósito de esta actividad es recopilar información para una investigación de seminario de grado de la Universidad Católica Silva Henríquez. El instrumento, tiene como objetivo analizar el desarrollo empleado por los estudiantes al trabajar con el binomio al cuadrado, para identificar posibles obstáculos cometidos por éstos y, al mismo tiempo, mediar con el enfrentamiento de dichos obstáculos.

Instrucciones: Desarrolle las preguntas dadas a continuación, **use lápiz pasta** para el resultado. Piense antes de contestar. Si se llega a equivocar **no borre ni raye**, sólo encierre en un círculo. Tiempo para la actividad 30 minutos.

I. Desarrolle la siguiente expresión:

$(a+b)^2=$

$(a+b)(a+b)$

$a^2+ab+ba+b^2$

$a^2+ab+ba+b^2=\boxed{a^2+2ab+b^2}$

II. Desarrolle la siguiente expresión:

$(5p+3)^2=$

$(5p+3)(5p+3)$

$25p^2+15p+15p+9$

$\boxed{25p^2+2(15p)+9}$

III. Desarrolle las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$(a+b)^2$

$(a+b)(a+b)$

$a^2+ab+ba+b^2$

$A=\boxed{a^2+2ab+b^2}$

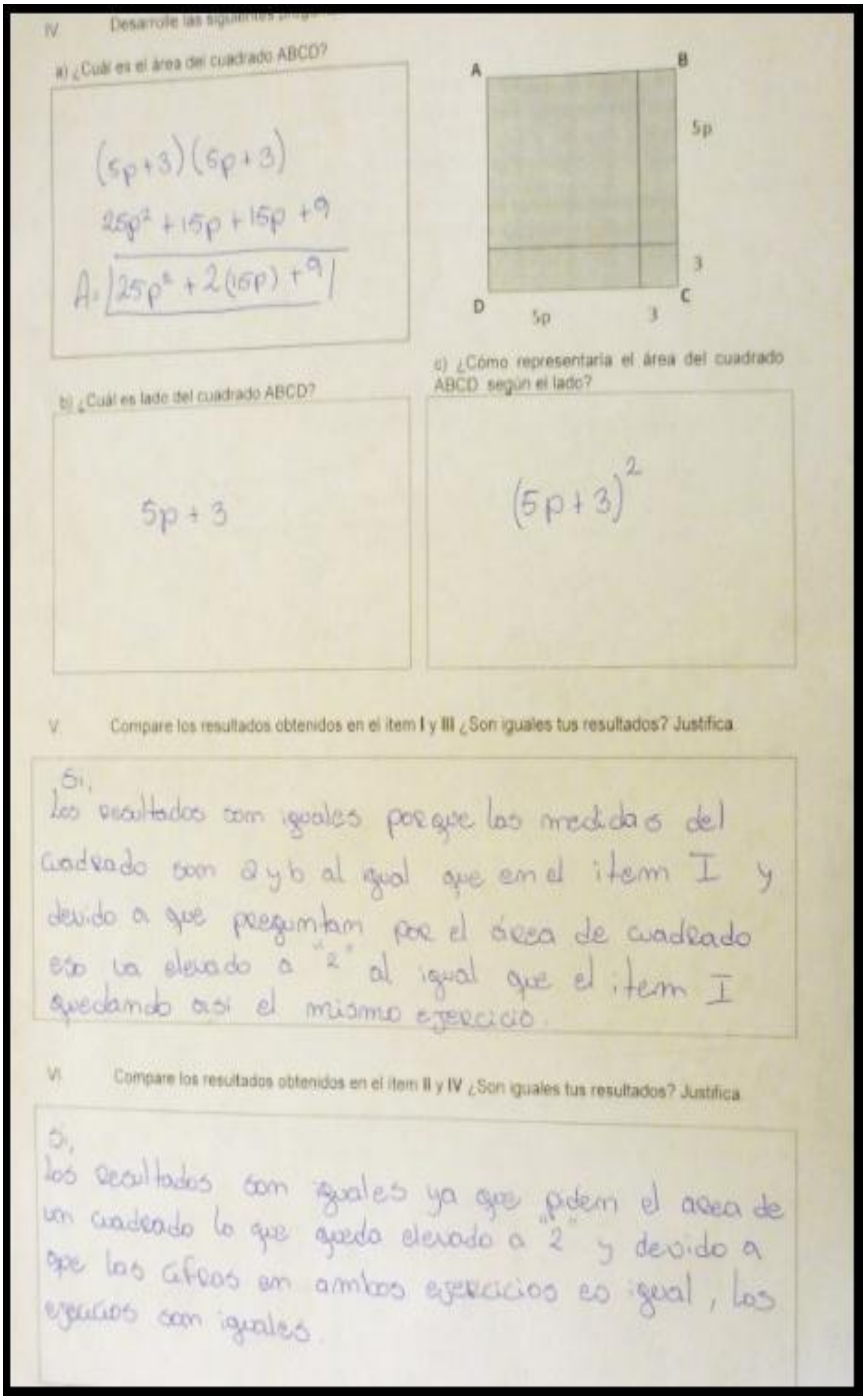
A B a b D a b C

b) ¿Cuál es el lado del cuadrado ABCD?

$a+b$

c) Según el lado del cuadrado ABCD ¿Cómo se representaría su área?

$(a+b)^2$


IV Desarrolle las siguientes pregu...

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$(5p+3)(5p+3)$

$25p^2+15p+15p+9$

$A: \boxed{25p^2+2(15p)+9}$

b) ¿Cuál es lado del cuadrado ABCD?

$5p+3$

c) ¿Cómo representaría el área del cuadrado ABCD según el lado?

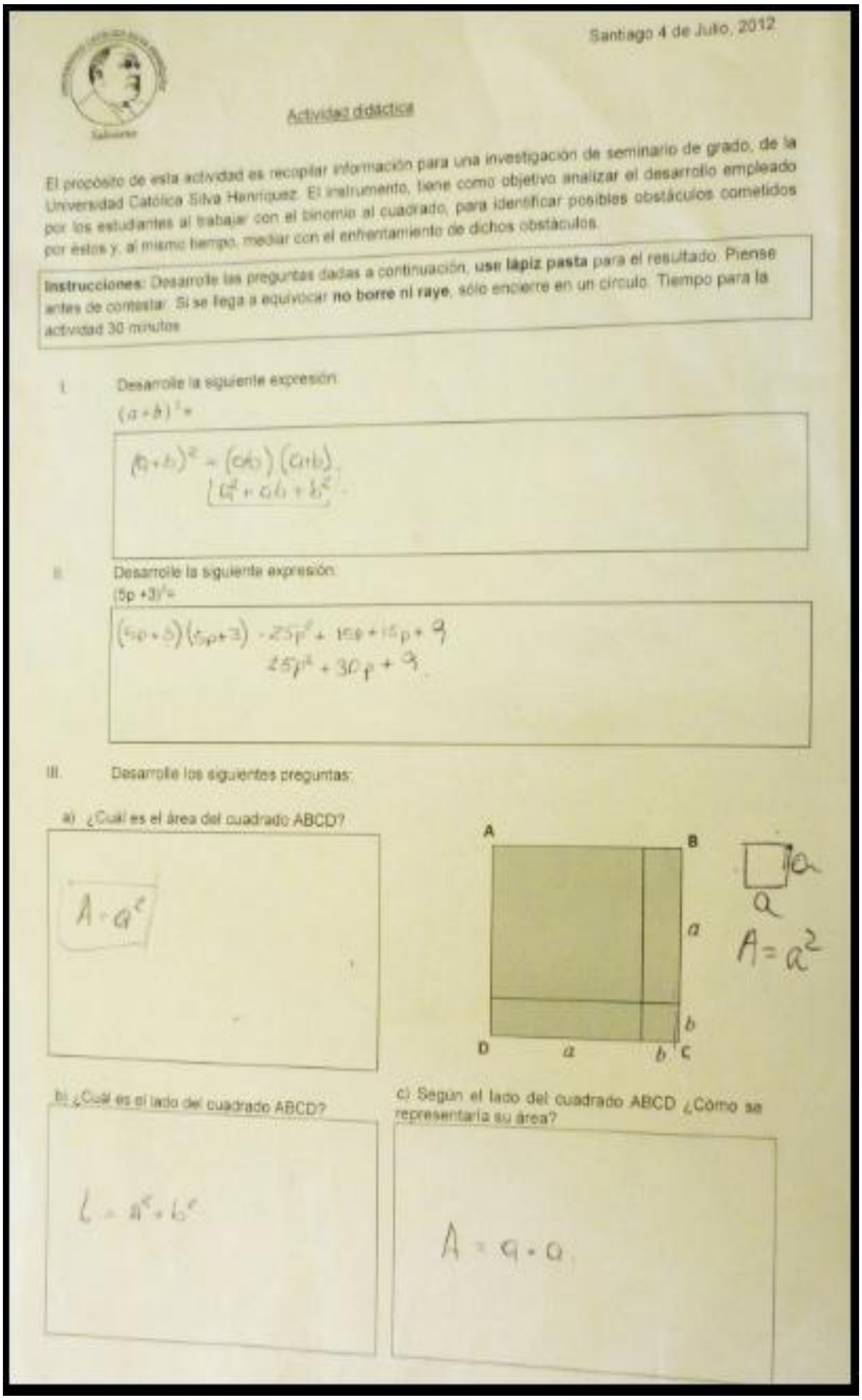
$(5p+3)^2$

V. Compare los resultados obtenidos en el ítem I y III ¿Son iguales tus resultados? Justifica

Si,
Los resultados son iguales porque las medidas del cuadrado son a y b al igual que en el item I y debido a que preguntan por el área de cuadrado eso va elevado a "2" al igual que el item I quedando así el mismo ejercicio.

VI. Compare los resultados obtenidos en el ítem II y IV ¿Son iguales tus resultados? Justifica

Si,
los resultados son iguales ya que piden el area de un cuadrado lo que queda elevado a "2" y debido a que las cifras en ambos ejercicios es igual, los ejercicios son iguales.



Santiago 4 de Julio, 2012

Actividad didáctica

El propósito de esta actividad es recopilar información para una investigación de seminario de grado, de la Universidad Católica Silva Henríquez. El instrumento, tiene como objetivo analizar el desarrollo empleado por los estudiantes al trabajar con el binomio al cuadrado, para identificar posibles obstáculos cometidos por estos y, al mismo tiempo, mediar con el enfrentamiento de dichos obstáculos.

Instrucciones: Desarrolle las preguntas dadas a continuación, **use lápiz pasta** para el resultado. Piense antes de contestar. Si se llega a equivocar **no borre ni raye**, sólo encierre en un círculo. Tiempo para la actividad 30 minutos.

I. Desarrolle la siguiente expresión
$(a+b)^2 =$

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$
$a^2 + ab + b^2$

II. Desarrolle la siguiente expresión
$(5p+3)^2 =$

$(5p+3)(5p+3) = 25p^2 + 15p + 15p + 9$
$25p^2 + 30p + 9$

III. Desarrolle las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$A = a^2$

A B a b D a b C

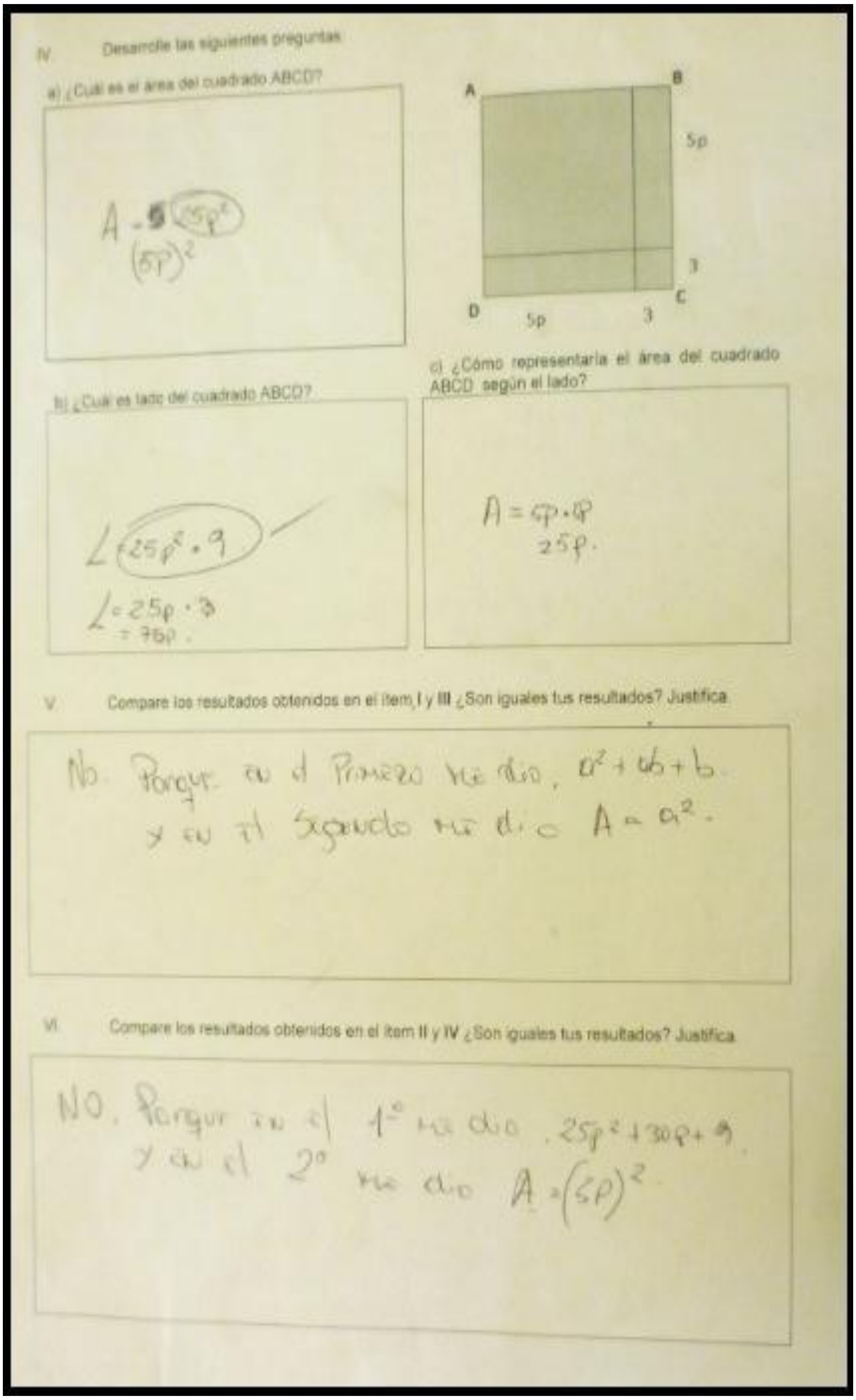
$A = a^2$

b) ¿Cuál es el lado del cuadrado ABCD?

$l = a^2 + b^2$

c) Según el lado del cuadrado ABCD ¿Cómo se representaría su área?

$A = a \cdot a$



IV. Desarrolle las siguientes preguntas

a) ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

$A = 5\ 25p^2$

$(5p)^2$

b) ¿Cuál es lado del cuadrado ABCD?

$L = 25p^2 \cdot 9$

$L = 25p \cdot 3$

$= 75p$.

c) ¿Cómo representaría el área del cuadrado ABCD según el lado?

$A = 5p \cdot p$

$25p$.

V. Compare los resultados obtenidos en el ítem I y III ¿Son iguales tus resultados? Justifica

No. Porque en el Primero me dio, $a^2 + ab + b$.
y en el Segundo me dio $A = a^2$.

VI. Compare los resultados obtenidos en el ítem II y IV ¿Son iguales tus resultados? Justifica

NO. Porque en el 1° me dio $25p^2 + 30p + 9$.
y en el 2° me dio $A = (5p)^2$.