



**Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa**

**“LAS VARIACIONES PROPORCIONALES: UNA
MODELIZACIÓN NECESARIA”.**

GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE
EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

DIAZ MENDEZ, CLAUDIA ALEJANDRA
MELIAN ARIAS, KATERINE ALEJANDRA

PROFESOR GUÍA:

CARLOS GOMEZ CASTRO

SANTIAGO, CHILE

AÑO 2013

RESUMEN

El estudio sistemático de las **Variaciones Proporcionales** se inicia en la Educación Básica y ahora interesa, profundizarlas para ser abordadas en Enseñanza Media, incorporando las relaciones entre las variables, la representación gráfica, las tablas de valores, las constantes de proporcionalidad y la modelización.

La proporcionalidad está presente en numerosas y variadas situaciones cotidianas; ha sido tema de estudio desde el tiempo de los griegos, y en la educación chilena, ha evolucionado desde la regla de tres simple al trabajo con igualdad de razones; desde la notación con dos puntos (:) y su lectura “*es a*” a la notación fraccionaria.

A partir de un problema planteado desde la fenomenología, se propone el análisis, para el primer cuadrante del modelo. Se continúa con este análisis, generalizando al modelo de la ecuación de la recta o de la hipérbola. Además se enmarca en el constructivismo de Vigotsky y el marco de proporcionalidad, y la reflexión pedagógica se refiere a la relación entre la proporcionalidad y su modelización matemática.

Palabras clave: modelación matemática, aprendizaje social, aprendizaje significativo, registros de representación, articulación de teorías, proporcionalidad.

ABSTRACT

The systematic study of Proportional Variations begins in Primary Education and now it is relevant to deep down it in Secondary Education, incorporating the relationships between the variables, graphing, tables of values, the constant of proportionality and modeling.

Proportionality is present in numerous and different everyday situations; it has been subject of study since the time of the Greeks, and Chilean education has evolved from the simple rule of the thumb to working with equal reasons, from the notation with colons (:) and the reading "it is to..." through fractional notation.

A problem states from phenomenology, it is proposed to be analyzed into the first quadrant of the model. It continues with the generalization of the models of hyperbola or the equations of a straight line. In addition, it is contextualized by the constructivism of Vigotsky and proportionality framework; on the other hand, pedagogical reflection refers to the relationship between proportionality and mathematical modeling.

Key Words: mathematical modeling, social learning, significant learning, representation register, theory articulation , proporcionalidad.

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo quisiera agradecer a mis padres por el cuidado y los afectos entregados para mi formación, ellos desde su experiencia han sabido transmitir lo importante que es la educación en estos tiempos, e incentivaron en mi la pasión por superarme.

Agradezco también a todos los profesores que alguna vez compartieron conmigo y fueron capaces de encender el vicio por aprender, algunos vivos y otros en un lugar mejor, aun así, ha quedado algo de ellos en mí.

A mi familia, a mi novio y a todos aquellos que hicieron posible cumplir mi primer sueño.....¡¡*Muchas Gracias!!*

Claudia Díaz M.

Agradezco a los profesores que me han formado como docente y sobre todo a los que nos ayudaron a finalizar este largo proceso.

A mis papas por estar siempre dispuestos cuando los necesitaba, con un empujón una palabra de aliento.

A mis hijos Fernanda y Miguel, ya que sin ellos hubiera desistido hace tiempo de lo que me propuse alguna vez.

Y no me puedo olvidar de la persona que me ha facilitado los horarios en el trabajo para poder terminar mis estudios.....¡¡*A todos ellos muchas gracias!!*

Katerine Melian A.

INDICE

<i>RESUMEN</i>	1
<i>ABSTRACT</i>	2
<i>AGRADECIMIENTOS</i>	3
<i>INTRODUCCION</i>	6
<i>CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</i>	7
<i>I.1 Problema de Investigación</i>	7
<i>I.2 Justificación</i>	9
<i>II.1 Objetivo general</i>	10
<i>II.2 Objetivos específicos</i>	10
<i>CAPITULO III: MARCO REFERENCIAL</i>	11
<i>III.2 Tipos de Evaluaciones en Chile</i>	12
<i>CAPITULO IV: MARCO TEORICO</i>	15
<i>IV. Constructivismo social</i>	15
<i>IV.1 Conocimiento interno a través de la interacción con otros</i>	15
<i>IV.2 El aprendizaje significativo, el proceso interno de aprendizaje en el estudiante</i> ...	16
<i>IV.3 El profesor como mediador</i>	18
<i>IV.4 Zona de desarrollo próximo (ZDP): desarrollo real y potencial</i>	19
<i>IV.5 La semiótica, interpretación y producción del sentido de los objetos matemáticos</i>	20
<i>IV.6 Modelación una opción viable con óptimos resultados</i>	23
<i>IV. 7 Marco Conceptual de la Proporcionalidad</i>	26
1. <i>Campos conceptuales</i>	26
2. <i>El campo conceptual de las estructuras multiplicativas</i>	26
3. <i>Razonamiento proporcional</i>	26
4. <i>Los roles de la razón</i>	27
5. <i>Razón como relator</i>	27
6. <i>Razón como operador</i>	28
7. <i>Propiedades de las transformaciones lineales:</i>	28
<i>Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria</i>	

8. Razón como correlator entre cantidades.....	29
9. Dos tipos de análisis.....	30
10. Análisis escalar.....	31
11. Análisis funcional.....	32
CAPITULO V: MARCO METODOLOGICO.....	33
V.1 Diseño Metodológico.....	34
V.1.1 Encuesta de Caracterización.....	34
V.1.2 Caracterización de la Muestra.....	35
V.1.3 Diseño del instrumento.....	38
CAPITULO VI: ANALISIS DE LA MUESTRA.....	51
VI.1 Análisis de la Evaluación de Diagnostico Aplicada a los Alumnos.....	51
CAPITULO 8: CONCLUSIONES GENERALES.....	92
BIBLIOGRAFÍA.....	94
ANEXOS.....	94

INTRODUCCION

A través de la presente investigación se pretende retratar si los cambios curriculares están generando reales cambios en los aprendizajes de los alumnos, y más precisamente si la educación matemática está apoyando de modo tangible que se cumpla el objetivo.

En el primer capítulo encontraremos el planteamiento del problema, donde se da a conocer las inquietudes de las investigadoras por conocer las realidades de los aprendizajes en el estudio de las variaciones proporcionales, se contrasta con las modificaciones al curriculum y se justifica por su falta de información en el sistema.

En el capítulo 2 se plantean los objetivos de esta investigación que hacen referencia al retrato del fenómeno que se piensa estudiar, por ende se plantea una reformulación de lo que significa mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

En el capítulo 3 se tiene el marco referencial el cuál define y enmarca la realidad de la educación en Chile, las pruebas de medición, las exigencias curriculares y los esfuerzos que se hacen por mejorarla.

En el capítulo 4 se encuentra el sustento teórico de la investigación, el que mediante la articulación de diversas teorías constructivistas sostiene que los aprendizajes no solo son generados por la acción social, sino que también por procesos internos en el individuo y que son potenciados por la tarea grupal, un ambiente de aprendizaje y un modelador o guía del aprendizaje.

El capítulo 5 contiene el marco metodológico y el diseño de la investigación exploratoria la que se define los instrumentos a utilizar, la confección de ellos y su pertinencia.

El capítulo 7 posee el análisis de las actividades realizadas por los estudiantes y los resultados de la investigación.

Y por último en el capítulo 8 están las conclusiones sobre la incidencia de los cambios curriculares referentes a la proporcionalidad, postulando lineamientos para definir caminos a seguir.

CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

I.1 Problema de Investigación

Es interesante iniciar esta investigación preguntándose si ha habido cambios sustanciales en la aplicación de la modificación curricular en lo que respecta a la unidad de proporcionalidad.

“La propuesta formativa de la asignatura de Matemática se organiza en torno a cuatro Ejes: Números, Álgebra, Geometría y Datos y Azar, derivándose del enfoque curricular las habilidades de razonamiento lógico, la visualización espacial, el pensamiento analítico, el cálculo, el modelamiento y las destreza para resolver problemas que se espera logren todos/as los/as estudiantes¹”(MINEDUC, octubre 2012).

De acuerdo a esta cita las pretensiones en matemáticas recaerían en enseñar los contenidos enfocándolos en habilidades de razonamiento, visualización, pensamiento analítico, el aspecto formal del cálculo, *el modelamiento* y destrezas que les permitan resolver problemas en contexto.

Desde la modificación curricular para el eje de número y proporcionalidad, en la unidad de variaciones proporcionales, se han detectado deficiencias en el desarrollo de la unidad en cuanto al cómo se enseña, recalando sólo en aspectos operacionales: regla de tres ($a/b = c/d$) para la proporcionalidad directa y para la proporcionalidad indirecta, se obtiene multiplicando las magnitudes entre sí, y el resultado se mantendrá constante, la cual llamamos constante de proporcionalidad ($x*y = K$).

Una de las problemáticas que se conocen con respecto al acortamiento o la simplista forma de enseñar los conceptos de proporcionalidad proviene de los retrasos naturales que se originan durante el año escolar debido a las dificultades propias de las unidades que le anteceden a las variaciones proporcionales. Al ser la última

¹ Guías Didácticas para la Articulación de los Ejes Curriculares de Números, Álgebra, Geometría Asignatura: Matemática 1° a 4o año de Educación Media. MINEDUC, Octubre 2012.

² Proporcionalidad directa. La forma y el número. M. Luisa Fiol, Josep M. Fortuny. Octubre 2000.

unidad de primero medio, queda reducida al tratamiento aritmético perjudicando su aspecto geométrico y modelizable la cual mejoraría su comprensión². Esta problemática queda exenta de esta investigación debido a la cantidad de factores que podrían incidir durante un año escolar, pero es necesario hacer mención a ella debido a que es una realidad que viven los profesores al término de los años escolares.

Otro problema y que interesa, es lo relativo al propio conocimiento que tiene el profesor en aula sobre la proporcionalidad, las nociones de los tres niveles de lenguaje que involucra entender el concepto (lenguaje cotidiano, lenguaje gráfico, lenguaje formal). Además de ser capaz de relacionar los conceptos con sus respectivos modelos matemáticos (recta e hipérbola equilátera).

Los problemas y dificultades de comprensión en relación a las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, por parte de los profesores y profesoras en formación, y que se han ilustrado en el ítem precedente pueden tener, un triple origen:

- Procedentes de la propia dificultad de los conceptos de proporcionalidad involucrados.
- Procedentes de deficiencias cognitivas en variaciones proporcionales de los profesores.
- Procedentes de un concepto de modelización inexistente.

De estas tres opciones, se piensa que lo más natural y provechoso es tratar de actuar sobre la última de ellas puesto que una mejora en la relación entre las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, necesariamente debería tener en cuenta – para evitarla o suavizarla – la dificultad de los conceptos de variación proporcional implicados y también debería tener en consideración – para minimizar – las deficiencias cognitivas de los alumnos.

De los trabajos revisados para esta investigación; los dedicados a las variaciones proporcionales se centran principalmente en las dos primeras, sin entrar a relacionarlas con la modelización.

Es por todo lo expuesto anteriormente, que el equipo de trabajo encuentra una problemática, de la cual surge la siguiente pregunta:

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

“¿Se está favoreciendo la comprensión de modelos de Variaciones Proporcionales en los estudiantes?”.

1.2 Justificación

Las motivaciones en el tema de investigación nacen a raíz de las experiencias de las investigadoras como docentes de aula y como estudiantes de pregrado en la Universidad Católica Silva Henríquez.

Con los aportes independientes del cálculo diferencial (el estudio del cambio, el crecimiento y el límite) por parte de Newton y Leibniz en el siglo XVII, la matemática se convierte en un estudio integrado del número, la forma, el cambio y las relaciones. Los siglos XIX y XX vivieron diferentes explosiones del conocimiento matemático y del alcance de los fenómenos y problemas que podían tratarse mediante la matemática, especialmente los aspectos relacionados con la aleatoriedad y la indeterminación. Esto replantea la problemática que existe en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y sitúa a los profesores en un escenario bastante distinto, en donde el contextualizar y dar significado al objeto matemático es de real importancia, y si el enfoque curricular de nuestro país ya lo asumió como un cambio es necesario indagar si se está llevando a cabo.

Es por esto que tensionamos a la regla de tres y a la constante de proporcionalidad ya que sin el tratamiento de las variaciones proporcionales con una adecuada modelización, desaparece el significado de las operaciones aritméticas y se sustituye por la utilización de una técnica.

Como consecuencia directa y natural de lo anterior, el abandono del uso de los significados de las manipulaciones numéricas y la modelización con magnitudes se plantea la resolución de problemas como la aplicación de destrezas carentes de significado e incluso, a veces, de lógica.

Se considera que se produce un abuso de técnicas utilizadas en situaciones inapropiadas.

CAPITULO II: OBJETIVOS GENERALES Y ESPECIFICOS

II.1 Objetivo general

Diseñar propuesta metodológica que promueva la comprensión de modelos de Variaciones Proporcionales.

II.2 Objetivos específicos

Describir los aprendizajes esperados en la educación media respecto de la modelización en las variaciones proporcionales.

Identificar dificultades de los estudiantes de pedagogía en matemática en la comprensión de los modelos de variaciones proporcionales.

Conocer la percepción que tienen los profesores de matemática en su formación inicial de sobre de los tipos de modelización y la conexión con los contenidos de variación proporcional.

Proponer un diseño didáctico para la enseñanza de modelización de situaciones que involucren variaciones proporcionales.

Comparar el diseño propuesto con los modelos utilizados en cursos de enseñanza media en el sistema escolar.

CAPITULO III: MARCO REFERENCIAL

III.1 El contexto de la educación actual

Para hablar de educación matemática se debe necesariamente analizar la situación de la educación en Chile, para esto se debe hacer un análisis exhaustivo de las problemáticas a las cuáles se enfrentan los profesores, las cuáles no solo tienen que ver con la dificultad que significa el enseñar matemáticas, sino cuál es la situación en la que se encuentran nuestros estudiantes, tanto con sus debilidades como en sus fortalezas.

Por un lado se tiene al docente, quien lucha contra el sistema por entregar más que contenidos, como actitudes, habilidades, aplicación, enfrentado con la educación actual, netamente centrada en contenidos, así lo comprueban las grandes evaluaciones que se realizan para medir la calidad en Chile. El docente quiere ir más allá de un contenido, quiere hacer razonar al estudiante, que ocurriría si el estudiante logra razonar, que puedan inferir muchas ideas, que vean que las matemáticas se encuentran en todas las áreas, que lo acompañaran toda su vida.

En cuanto al currículum nacional para la Educación Media, se ha modificado a través del Marco Curricular y en instrumentos curriculares que lo operacionalizan. El propósito fundamental está orientado a definir el aprendizaje que se espera que todos/as los/as estudiantes desarrollen a lo largo de su etapa escolar. Su carácter es obligatorio, y constituye el referente, a través del cual se elaboran los Planes de Estudio, los Programas de Estudio y los Mapas de Progreso siendo el referente también para la construcción de los Textos Escolares y las Pruebas SIMCE y PSU.

“El Decreto Supremo de Educación No 254 de agosto de 2009 del Ministerio de Educación modificó el DSE No 220/1998 y estableció los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Media”². En este contexto, los Programas de Estudio presentan una organización didáctica de un ciclo de mejoramiento continuo (un año escolar) para el logro de los OF (objetivos

²Guías Didácticas para la Articulación de los Ejes Curriculares de Números, Álgebra, Geometría
Asignatura: Matemática 1° a 4o año de Educación Media.

fundamentales) y CMO (contenido mínimo obligatorio) y, además, definen aprendizajes esperados a desarrollar organizados por semestres y unidades de aprendizaje; ofrecen ejemplos de actividades de enseñanza y orientaciones metodológicas y de evaluación para apoyar el trabajo de los/as docentes en las aulas escolares, siendo siempre de carácter flexible, de manera que los/as docentes de las distintas asignaturas puedan adaptarlas a sus particulares realidades.

III.2 Tipos de Evaluaciones en Chile.

Para este primer análisis es primordial recurrir a las pruebas de medición que se realizan desde hace años hasta el 2013 en Chile: SIMCE, PSU, PISA Y TIMSS.

Por un lado tenemos el **SIMCE** (sistema de medición de la calidad de la educación) que tiene por propósito principal, contribuir al mejoramiento de la calidad y equidad de la educación, informando sobre el desempeño de los estudiantes en diferentes áreas de aprendizaje del Currículum Nacional, y relacionando estos desempeños con el contexto escolar social en que aprenden. Su carácter es censal y se hace al final de los dos ciclos de educación básica (4° y 8° básico) y al término de 2° medio. Esta prueba arroja que establecimientos públicos tienen menores rendimientos que aquellos que se encuentran clasificados como particular y particular-subvencionados. Cada año se lleva a cabo una evaluación en uno de estos niveles, lo que significa que todos se evalúan en un periodo de tres años.

Las pruebas SIMCE evalúan el logro de los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios (OF-CMO) del Marco Curricular vigente en diferentes sectores de aprendizaje, a través de una medición que se aplica a nivel nacional, una vez al año, a los estudiantes que cursan un determinado nivel educacional.

En la actualidad, el SIMCE de Matemáticas que rindieron los estudiantes de segundo medio del año 2012, se registran unos resultados históricos, llegando a subir 9 puntos en dicho año, cifra que se convierte en el aumento más significativo desde que se aplica esta medición.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

La prueba **PSU**, se realiza desde el año 2003, sirve para seleccionar a los estudiantes que ingresan a la educación superior, en las diferentes universidades del Consejo de Rectores y universidades particulares adscritas, desde el año 2011.

Las PSU es un instrumento de evaluación educacional que miden la capacidad de razonamiento de los postulantes egresados de la Enseñanza Media, teniendo como medio, los *contenidos* del Plan de Formación General de Lenguaje y Comunicación, de Matemática, de Historia y Ciencias Sociales y de Ciencias. Esta última incluye a Biología, Física y Química.

En Matemáticas, los contenidos que se miden en esta prueba corresponden a los Contenidos Mínimos Obligatorios del Marco Curricular, pertenecientes al plan de Formación General de primero a cuarto año de la Enseñanza Media.

Es así como, las preguntas que conforman la prueba se pueden clasificar desde dos puntos de vista: del Contenido y de la Habilidad Cognitiva que se requiere emplear para resolver el problema que se plantea.

Es importante destacar que en cada pregunta se produce una simbiosis entre Contenido y Habilidad Cognitiva, es decir, si una persona que maneja un tópico pero no ha desarrollado la competencia que necesita para llegar a la solución, no será capaz de responderla correctamente, y viceversa. Esta característica le da a la prueba el carácter de test de razonamiento matemático.

Para responder las preguntas de esta prueba, se requiere que los postulantes hayan desarrollado las siguientes Habilidades Cognitivas, es decir, sean capaces de: *Reconocer, comprender información en el contexto matemático, aplicar los conocimientos matemáticos, Analizar, realizar síntesis y evaluar.*

Prueba **Pisa**, (Programme for International Student Assessment; Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes) cual es nueva y se han realizado solo algunas evaluaciones, Es una prueba desarrollada por la OECD. Desde el año 2000, evalúa las competencias de los estudiantes en tres áreas: Lectura, Matemática y Ciencias Naturales y permite establecer promedios para cada área y porcentajes de estudiantes según niveles de desempeño. Su enfoque está orientado a la evaluación de competencias para la vida, por lo tanto no solo se refiere al currículum. PISA está diseñado para conocer las competencias, o, dicho en otros términos, las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades.

“En el caso de Chile, en tanto un 22% de los estudiantes se ubica bajo el primer nivel, es decir, que no domina las competencias más elementales. Para la OECD, este porcentaje corresponde a un 8%. En los niveles de más alto desempeño (5 y 6), Chile ubica un 1% de los estudiantes; mientras que para la OECD, ese nivel de desarrollo lo alcanza un 13% de estudiantes.” (educarchile.cl).

Evaluación TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study; Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias), es un estudio de carácter curricular. Chile ha tomado parte en la medición de 8vo básico en el año 1999 y 2003, en el año 2011 a la medición de 8vo se sumó la medición de 4º básico. Los objetivos de la prueba y los temas que cubre se explicitan en marcos de referencia. TIMSS evalúa en dos dimensiones: contenidos, que definen los temas específicos en matemáticas llamados subáreas (Números, álgebra, geometría, medición, estadísticas), y habilidades (Manejar conocimientos y procedimientos, usar conceptos, resolver problemas de rutina, razonar), que se refieren a conductas esperadas de los estudiantes en esta disciplina.

CAPITULO IV: MARCO TEORICO

Para situarse en el marco teórico de la investigación es primordial citar a los expertos que remiten en el proceso de mejoramiento constante en la educación, y es por esto que se consideran como orientadores de la enseñanza.

El problema de la educación de la matemática es tan sólo un factor de la real crisis que existe en temas de aprendizajes en Chile, las pruebas de medición de la educación (SIMCE), y selección universitaria (PSU) indican que algo pasa en los colegios, diversos factores ya se conocen, pero lo que interesa para esta investigación es: *que los estudiantes no están aprehendiendo los que se les enseña*. ¿Será que se derrumba el mito que para ser pedagogo se necesita “vocación” y saber los contenidos?, esta es la pregunta que motiva esta investigación, y la cual propone mejorar la enseñanza del contenido de proporciones directas e inversas con una modelación que mirada desde el curriculum nacional pretende ser adaptada a las situaciones de aula en las cuáles se trabaja en base a contenidos y objetivos previos, algunos podrían pensar que se pierde la esencia de la modelación (aprendizaje por descubrimiento) pero en si la pedagogía se basa en constantes aproximaciones de modelos para lograr que el estudiante se conecte con el contenido y es por medio de ideas, estudios y actores de la educación que se piensa que es posible y es necesario de hacer un modelamiento escolar.

IV. Constructivismo social, conocimiento interno a través de la interacción con otros

El paradigma del trabajo en estudio es el constructivismo social del filósofo ruso Lev Semionovich Vygotsky (1896-1934) se concibe el aprendizaje como interacción social, la zona de desarrollo próximo como potencial de trabajo del profesor y su labor como mediador de los aprendizajes. El aprendizaje es una construcción de conocimiento por medio de la interacción social y se asume que nada viene de nada; es decir que un conocimiento previo da nacimiento a un conocimiento nuevo.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

“Los actores van agregando conocimientos a través de su historia y así mismo como ellos van asimilando y adaptando las nuevas estructuras, como un conocimiento interno pero a través de la interacción con los otros” (Vygotsky, 1932; 1934).

“Cada nueva información es asimilada y depositada en una red de conocimientos y experiencias que existen previamente en el sujeto, como resultado podemos decir que el aprendizaje no es ni pasivo ni objetivo, por el contrario es un proceso subjetivo que cada persona va modificando constantemente a la luz de sus experiencias “(Abbott, 1999).

Lo fundamental del enfoque de Lev Vygotsky consiste en considerar al individuo como el resultado del proceso histórico y social donde el lenguaje desempeña un papel esencial.

Y para esta investigación lo principal es entender que aunque el aprendizaje asociativo ha sido de gran ayuda hoy no es suficiente, si se quiere generar conocimiento es necesario complementar con actividades, que al ser desarrolladas en grupos propicien experiencias significativas¹ en donde los alumnos interactúen en contextos funcionales determinados por el guía o moderador que para el caso sería el profesor.

IV.2 El aprendizaje significativo, el proceso interno de aprendizaje en el estudiante

Un pensador matemático- Ausubel- propone que el aprendizaje significativo es una teoría psicológica, ya que, el énfasis está puesto en los procesos que ocupa el estudiante para lograr aprender. En esta teoría lo importante es lo que ocurre en el aula cuando el estudiante aprende; en la naturaleza y las condiciones necesarias para que se genere el aprendizaje; en los resultados y por consiguiente, en su cambio de registro que realiza el alumno.

El aprendizaje significativo es un proceso, en el cual se busca la relación entre la nueva información o conocimiento a adquirir y la estructura cognitiva que ya existe en el estudiante de forma no literal ni arbitraria. Por no literal ni arbitraria se debe

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un modelo, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición. Además, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que el estudiante posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. La estructura cognitiva no se puede considerar como un todo si no como conocimientos específicamente relevantes.

Se cree que es de suma importancia conocer la estructura cognitiva del estudiante de pedagogía en matemática; esto es mucho más que saber la cantidad de información que posee, sino que también los conceptos que maneja y el grado de solidez de los mismos y en particular en lo que respecta a la proporcionalidad. La labor educativa no se desarrolla con “mentes en blanco” ni que el aprendizaje comience de cero, si no que los estudiantes tienen una serie de conocimientos previos que juegan un rol fundamental en su enseñanza, los cuales pueden ser utilizados a favor de la misma.

La existencia de conceptos claros en el profesor es lo que da significado a la nueva información que va a entregar, al interactuar los conocimientos ya existentes con la nueva información. De lo anterior se desprende la característica más importante del aprendizaje significativo y es que produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones. Pero esto no es sólo una simple unión, sino más bien, es un proceso en el cual estos nuevos conceptos adquieren un nuevo significado en el estudiante y por consiguiente generan una transformación en su estructura cognitiva, haciéndolos mucho más sólidos y sustentables. Esto se ve favorecido a través de la modelización matemática.

“Unir el significado y el significante es una construcción de la mente humana nada trivial” (M.L Fiol, J.Fortunuy, Octubre 2000)

El significado que se obtiene con la nueva información son los resultados que se generan en la interacción de los conceptos con los modelos, que ya están presentes en su estructura cognitiva y los nuevos contenidos; al suceder todo esto, los nuevos conceptos son modificados y beneficiados, desarrollando así nuevos conocimientos

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

específicos relevantes mucho más potentes, que serán la base para nuevos aprendizajes.

IV.3 El profesor como mediador

El profesor de matemáticas en aula se ve enfrentado no sólo al desafío de la enseñanza de las matemáticas sino que también a la propia dificultad que implica el aprendizaje de ellas, hay algunos investigadores como Coie y otros (1993) que convergen en que existirían factores de riesgo para el desarrollo matemático los cuales en síntesis son todos aquellos acontecimientos que nos provoquen deterioros en: la emocionalidad, la vida familiar, relación académica, contexto social, etc. En fin cualquier cosa que afecte el desarrollo integral de la persona. No es un descubrimiento reconocer que si el individuo no se encuentra emocionalmente bien difícilmente pueda llegar a comprender el componente abstracto que tiene la matemática, pero como el fin del profesor es educar lo que intenta hacer en la sala es combinar aquellas dimensiones a las que hacen mención los psicólogos (estado social, emocional e intelectual) y analizarlas desde la conducta, la fisiología y lo cognitivo para así comprender como se produce el aprendizaje o por que no aprende el estudiante.

Además debe distinguir los aspectos computacionales de las matemáticas en donde figuran los algoritmos, reglas, cálculo..., lo conceptual como la heurística, resolución de problemas, y comprensión., y lo simbólico o figurativo relacionado con las representaciones de los conceptos, e intentar organizarlos para la enseñanza de los contenidos curriculares. Para esta situación en especial se contrasta con la influencia del profesor en la zona de desarrollo próximo (Vygotsky) del estudiante, la cual es conocida como la zona de desarrollo de habilidades superiores debido a la intervención de un tercero colaborador o adulto que se encarga de conectar los contenidos nuevos con los aprendizajes anteriores e ir construyendo nuevos aprendizajes mediante las interacciones con sus compañeros.

“La zona de desarrollo próximo, está determinada socialmente. Se aprende con la ayuda de los demás, se aprende en el ámbito de la interacción social y esta interacción social como posibilidad de aprendizaje es la zona de desarrollo próximo”. (Frawley, 1997)

Entonces el educador será un agente activo en el proceso de la educación, un ser capaz de integrar los contenidos a enseñar y organizar la enseñanza, por ende es necesario que se destaquen los distintos elementos que se están involucrando constantemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. También es importante que el profesor conozca los alcances de su instrucción y que reconozca las falencias de paradigmas anteriores que aunque hicieron aportes incalculables (paradigma academicista) ha llegado el momento de abrir pasó a otras maneras de enseñar mejorando la presentación del contenido, las reflexiones sobre el objeto matemático y las dificultades que presenta al ser estudiado por los alumnos.

IV.4 Zona de desarrollo próximo (ZDP): desarrollo real y potencial

Se indaga sobre el quehacer docente y hasta donde se es capaz de influir en el desarrollo del estudiante, por ende se hace la separación entre la zona de desarrollo real y la zona de desarrollo potencial.

La zona de desarrollo próximo es “la distancia en el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz”. (Vigotsky, 1988, p.133)

Es necesario precisar el lugar de acción del profesor y la labor que cumple el trabajo colaborativo. Se distingue la zona de desarrollo real en palabras simples como el lugar de desarrollo del aprendiz en donde él es capaz de solucionar problemas o mejor dicho la zona de trabajo cognitivo donde ya han madurado sus funciones.

La ZDP “define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y que ahora se encuentran en estado embrionario.” (Vigotsky, 1988, p. 133).

Por otro lado tenemos la zona de desarrollo próximo o potencial que es la zona donde el profesor interactúa en el estudiante, es decir es el lugar con el potencial para adquirir conocimiento y que es conducido en este caso por el profesor. El guía tiene pleno conocimiento sobre un concepto que el estudiante desarrollará e internalizará en un futuro próximo.

“El desarrollo de los conceptos espontáneos del niño procede de modo ascendente, y el de sus conceptos científicos en forma descendente hacia un nivel más elemental y concreto (...) un concepto científico comprende desde el principio una actitud ‘mediatizada’ hacia el objeto”. Esto no sucede con el espontáneo que se origina en las experiencias cotidianas del niño pero su evolución “debe haber alcanzado un determinado nivel para que el niño pueda absorber un concepto científico afín”.(Vigotsky, 1995, p.148).

“Lo que crea la zona de desarrollo próximo es un rasgo esencial de aprendizaje; es decir, el aprendizaje despierta una serie de procesos evolutivos internos capaces de operar cuando el niño está en interacción con las personas de su entorno y en cooperación con algún semejante.”(Vigotsky, 1988, p.138).

Definido lo anterior es que se propone a la modelación como una actividad necesaria y viable en el aula.

IV.5 La semiótica, interpretación y producción del sentido de los objetos matemáticos

En el NCTM (National Council of Teachers of Mathematics- Consejo Nacional de maestros en matemáticas) organización norteamericana y canadiense consideran que: los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia, de los conocimientos previos y de la modelización.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Dentro del trabajo con modelos, se consideran que las representaciones son un ente fundamental para la enseñanza de la matemática, ya que la visualización de un problema enfocado de un solo sentido, acota el desarrollo del pensamiento y no provoca un trabajo de relacionar las distintas representaciones que puede tener un mismo objeto, para poder abarcar más el tema de las representaciones se postula que “los registros de representaciones semióticas, tienen una alta incidencia en el aprendizaje de nociones matemáticas”. Duval (1993, 1995).

Algunos sostienen que la semiótica incluye a todas las demás ciencias que se dedican al estudio de los signos en determinados campos del conocimiento. La semiótica, en este sentido, aparece como una ciencia del funcionamiento del pensamiento, destinada a explicar cómo el ser humano interpreta el entorno, crea conocimiento y lo comparte.

Entonces la semiótica es lo que le da sentido a lo que se observa en el entorno o al contexto al cual se está inmerso, por lo tanto en la matemática la semiótica cumple un rol importante por lo que los signos y cualquier tipo de representación que se exprese tendrá un sentido, además la semiótica como ciencia del funcionamiento del pensamiento es una herramienta que se puede y se debe utilizar para la producción de aprendizaje significativo. Por ende debemos dar a conocer los procesos fundamentales que sustentan esta teoría, por un lado está la Semiosis que con palabras simples es el proceso natural de percepción del signo y que finaliza con la presencia en la mente del objeto del signo, y por otro lado tenemos la Noesis que es un acto cognitivo como la aprehensión conceptual de un objeto.

Afirmado esto concluimos con las mismas palabras de Duval: “no existe noética sin semiótica”.

Las representaciones semióticas serán entonces aquellas producciones constituidas por el empleo de un enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico o una figura geométrica, que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias reglas y significados. Es decir, el medio del cual dispone un individuo (en este caso nuestro profesor en formación) para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Existen

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

tres tipos de registros de representaciones semióticas: registro de la lengua natural, registro gráfico y registro algebraico.

Se rescata que una representación mental no es igual a la representación semiótica, la mental es algo interno del individuo por tanto la semiótica es la que externaliza lo que se está pensando, esta externalización se puede representar por un lenguaje natural, algebraico y/o gráfico. La transformación de la representación de un registro de representación semiótico o de un sistema, refleja la transformación del registro de representación de partida con una frase o un enunciado en el modelo donde la gráfica es el modelo en correspondencia o de llegada.

Con respecto a los conceptos matemáticos se pone atención en lo que es el tratamiento y la conversión que son los tipos de transformaciones que tiene un objeto matemático. Es el tratamiento y la conversión desde la perspectiva matemática, ambas transformaciones ayudan a la resolución de problemas, pero el tratamiento es esencial, por el hecho de entregar la mejor opción de cambio de registro para la resolución de problemas.

Convertir es cambiar la forma por la cual un objeto es representado, o sea, es la transformación de la representación de un objeto que está en un registro en una representación del mismo objeto en otro registro.

El trabajo del profesor con los registros de representación facilita que el estudiante identifique al objeto en todos los registros, ya que se emplean en forma indistinta para simbolizarlo, buscando desarrollar en él, comportamientos matemáticos y cognitivos.

En definitiva es que si los estudiantes de la escuela tienen un buen cambio de registro podrán controlar y examinar sus resultados, por esto es que el aprendizaje significativo se logrará a través del cambio de registro, ya que analizan más lo que están desarrollando, logrando incluso “comprobar” si se realiza un segundo cambio de registro, además tienden a una mayor reflexión con respecto a lo que están realizando.

IV.6 Modelación una opción viable con óptimos resultados

De forma general se dice, que la competencia matemática está compuesta por tres componentes: aspectos procedimentales, aspectos conceptuales y simbólicos. Esto enmarca a la enseñanza de las matemáticas como un cuerpo estructurado en donde el todo suma más que sus partes por lo que su individualización de las estructuras sólo va en desmedro de la comprensión de ellas.

Se sabe que en el campo de las estrategias didácticas de las matemáticas, uno de ellos, que ha acarreado numerosas investigaciones puesto que tiene su génesis en la relación entre los problemas que se enseñan en la escuela y el mundo real, es la modelación matemática.

“Hablar de modelación en la enseñanza es referirse a proporcionar problemas que sean suficientemente abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego su conocimientos previos y sus habilidades creativas, todo ello para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión en términos matemáticos y mediante la revisión, reflexión y aplicación de sus conocimientos y la comunicación de resultados”. Trigueros (2006).

En la competencia de modelización, se incorporan varios elementos de evaluación, que es necesario considerar : se debe estructurar el campo o situación que va a modelarse, se debe traducir la realidad a una estructura matemática, se tiene que Interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático, se necesita reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados, para comunicar acerca de un modelo y de sus resultados- incluyendo sus limitaciones- y finalmente como profesor se debe dirigir y controlar el proceso de modelización.

“La definición de competencia de modelación matemática se refiere a la habilidad de identificar preguntas relevantes, variables, relaciones o suposiciones en una situación del mundo real dada, trasladar éstas a las matemáticas e interpretar y validar la solución del problema matemático en relación con una situación dada, así como la

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

habilidad de analizar o comparar modelos dados mediante la investigación de las suposiciones hechas, revisando propiedades y ámbitos del modelo proporcionado (Niss y Blum, 2007).

“El término modelo se refiere a la generalización conceptual que se abstrae de un grupo de experiencias con el propósito de categorizar y sistematizar nuevas experiencias” (Von Glasersfeld & Steefe, 1987, citado en Steefe, 1991, p.190). Modelar, por lo tanto, una situación o acción requiere de la aplicación de un modelo que imite o reproduzca de mejor manera el comportamiento de algunas situaciones, que permitan conocer a priori y posteriori los sucesos que el modelo sustente y será todo aquello utilizado para entender, predecir o intervenir en el comportamiento de un fenómeno, que incluye contextos gráficos, numéricos, algebraicos u otros.

Para modelar una situación de la vida cotidiana sugiere una aplicación de un modelo, una estructura matemática que pueda predecir los comportamientos del suceso a modelar pero este modelo llevado a una acción de modelación generara distintos tipos de registros o representaciones en que el suceso se puede manifestar.

Como el modelo proporcional alude el trabajo de una función, este se puede interpretar en distintos registros e intenciones por parte del estudiante, con el fin de enmarcar estos registros el instrumento para la recogida de información posee secuencias didácticas que permitirían las distintas representaciones de un modelo proporcional.

La proporcionalidad directa puede ser modelizada en diferentes contextos y mediante situaciones explicitadas como en el punto anterior, se verifican en primera instancias las variables, Si tenemos dos variables, el valor de la variable dependiente depende del valor de la variable independiente, es decir, la variable independiente determinará el valor de la variable dependiente.

Los elementos gráficos incorporan tanto la ubicación de las variables existentes en el plano cartesiano. Cada una de las representaciones de un modelo

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

lineal engloba las aplicaciones que puede tomar en una determinada situación de la vida cotidiana.

Un modelo cuadrático es uno de los modelos no lineales de las cuales no mantiene una de las características fundamentales de los modelos lineales que es la proporción directa.

Enfocando en los distintos registros del modelo cuadrático se encuentra en primera parte el registro algebraico.

Se tiene en cuenta que el profesor de matemáticas es capaz de modelar porque conoce el objeto de estudio y sus registros de representación, por ende debe ser enseñada de manera que se incorpore como una competencia del tutor.

En el caso de las variaciones proporcionales es adecuado pensar en una modelación por la estructura del contenido.

IV. 7 Marco Conceptual de la Proporcionalidad

1. Campos conceptuales.

Para Vergnaud (1990) un campo conceptual es un conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar una serie de situaciones. Este conjunto de conceptos y de teoremas están presentes de manera informal y a nivel previo en los sujetos a través de lo que Vergnaud (1983) denominó teoremas y conceptos en acto o en acción, definidos como relaciones matemáticas que son tomadas en cuenta por los estudiantes al seleccionar una operación o una secuencia de operaciones para resolver un problema.

2. El campo conceptual de las estructuras multiplicativas.

Vergnaud (1983, 1990, 1991, 1994, 2007) la define como el conjunto de situaciones que requieren una multiplicación, una división o una combinación de tales operaciones. Igualmente, le considera, como el conjunto de conceptos (proporción simple y compuesta, función lineal, múltiplo, combinación lineal, fracción, divisor, razón, etc.) y teoremas (propiedades de isomorfismo de la función lineal y su generalización a las relaciones no enteras, propiedades que se refieren al coeficiente constante entre dos variables linealmente ligadas, y algunas propiedades específicas de la bilinealidad) que permiten analizar estas situaciones.

3. Razonamiento proporcional.

Según Lamon (2007) este tipo de razonamiento tiene que ver con el aporte de argumentos que permitan soportar las enunciaciones hechas y que establecen las relaciones estructurales entre cuatro cantidades. Estas enunciaciones están hechas en contextos que al mismo tiempo involucran la covariación entre cantidades y la invariancia de razones o productos. Por tanto el razonamiento proporcional podría ser considerado como la habilidad que no sólo permite diferenciar la relación multiplicativa entre dos cantidades, sino, también como la capacidad de poder extender dicha relación a otro par de cantidades.

4. Los roles de la razón.

En determinadas situaciones la razón puede jugar tres diferentes papeles: como relator, como operador o como correlator entre cantidades. Las definiciones que a continuación se presentan fueron tomadas de (Obando, et al., 2009).

5. Razón como relator.

Dadas dos magnitudes M_1 y M_2 , y dos cantidades de magnitud a_1 y b_1 que pertenecen a M_1 y M_2 respectivamente.

Se determina una cantidad $\rho = R(a_1, b_1)$ entre las dos cantidades de magnitud dadas. Esta relación, R , es de carácter cuantitativo y se puede expresar como sigue:

$$R : M_1 \times M_2 \rightarrow Q$$

$$(a_1, b_1) \rightarrow \frac{a_1}{b_1} = \rho = R(a_1, b_1)$$

Se debe tener en cuenta que si M_1 y M_2 son magnitudes homogéneas entonces ρ es una cantidad numérica que expresa la relación parte - todo entre las dos cantidades comparadas. En este caso Q es el conjunto de los números racionales o más generalmente, los reales. Si M_1 y M_2 son magnitudes heterogéneas, entonces ρ es una cantidad con unidades, que expresa la cantidad de unidades de por a_1 cada unidad de b_1 , en cuyo caso Q puede ser una nueva cantidad.

6. Razón como operador.

La razón puede ser usada para ampliar o achicar y será vista como un operador. Sean M_1 y M_2 dos magnitudes y a_1 y b_1 dos cantidades de magnitud que pertenecen a M_1 y M_2 respectivamente luego existe una operación unitaria, O , de la forma:

$$O: M_1 \rightarrow M_2$$

$$a_1 \rightarrow O(a_1) = \rho \times a_1 = b_1$$

Si M_1 y M_2 son magnitudes homogéneas entonces ρ es una cantidad numérica que expresa la relación factor de ampliación o reducción que, aplicado sobre la cantidad de magnitud a_1 produce la cantidad de magnitud b_1 . Ahora, si M_1 y M_2 son magnitudes heterogéneas, entonces ρ es una cantidad con unidades que actúa como operador transformando la cantidad de magnitud a_1 en la cantidad de magnitud b_1 .

7. Propiedades de las transformaciones lineales:

Una transformación lineal es una función f de un espacio vectorial real M_1 en un espacio vectorial M_2 que asigna a cada vector $a \in M_1$ un único vector $af \in M_2$ y que satisface las siguientes propiedades:

i. Homogeneidad con respecto a la suma:

$$f(a_1 + a_2) = f(a_1) + f(a_2)$$

ii. Homogeneidad con respecto a la multiplicación por un escalar:

$$f(\lambda a) = \lambda f(a)$$

$$\text{iii. } \forall a \in M_1, \frac{f(a)}{a} = a$$

Las anteriores propiedades pueden enunciarse así:

Dadas M_1 y M_2 dos magnitudes relacionadas en un sistema lineal, a_1 una cantidad de magnitud de M_1 y b_1 una cantidad de magnitud de M_2 se cumple que:

- Cuando la cantidad de magnitud a_1 aumenta al doble, al triple, ..., la cantidad de magnitud b_1 , aumenta al doble, al triple, ...
- Cuando la cantidad a_1 disminuye a la mitad, a la tercera parte, ..., la cantidad b_1 disminuye a la mitad, a la tercera parte, ...

A partir de esta definición de transformación lineal y de la enunciación de sus propiedades se establece una relación con la proporcionalidad simple directa en el sentido que se cuenta con dos magnitudes y sus respectivas series de cantidades de magnitud que se correlacionan linealmente mediante una relación funcional de la forma:

$$f : M_1 \rightarrow M_2$$

$$a_1 \rightarrow f(a_1) = k \times a_1 = b_1$$

Donde k es la llamada constante de proporcionalidad y f es una función lineal que representa tal proporcionalidad. Bajo este sustento teórico se da la siguiente definición de uno de los roles de la razón:

8. Razón como correlator entre cantidades.

La razón puede expresar una propiedad invariante a dos series de cantidades de magnitud, que se pueden poner en correspondencia uno a uno, y donde la razón es el operador lineal que permite definir la función que correlaciona ambos conjuntos, esto es, a través de la razón se puede establecer una correlación entre dos cantidades de magnitud. Dadas dos magnitudes M_1 y M_2 y dos series de cantidades de magnitud M_1 y

$A = \{a_i \in M_1, i = 1, 2, \dots, n\}$ y $B = \{b_i \in M_2, i = 1, 2, \dots, n\}$, con $A \subseteq M_1$ y $B \subseteq M_2$

que cumplen con la condición que para todo $a_i \in A$ existe un único $b_i \in B$ tal que

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \dots = \frac{b_n}{a_n} = \rho$$

entonces existe una función F tal que:

$$F: A \rightarrow B$$

$$a_i \rightarrow F(a_i) = \rho \times a_i = b_i$$

Donde se tiene que para todo $a_i \in A$ y para todo $b_i \in B$ $\rho = \frac{b_i}{a_i}$

La razón ρ es un transformador lineal que aplicado sobre cantidades de magnitud de A, produce cantidades de magnitud correspondientes en B. Al igual que en la razón como relator o como operador las series de cantidades de magnitud A y B, pueden ser homogéneas o no. En el caso de ser homogéneas ρ será un número real, mientras que si son heterogéneas será una cantidad con unidades.

9. Dos tipos de análisis.

Al enfrentar situaciones de proporcionalidad es posible que se realicen análisis en una magnitud y luego sean transferidos a otra o que se establezca una relación funcional entre las cantidades de magnitud de una magnitud y las cantidades de magnitud de la otra. Estos análisis han sido definidos por (Obando, et al., 2009) como sigue.

10. Análisis escalar.

Pone en relación las variaciones de una de las magnitudes con respecto a las variaciones de otra (o cuando se analizan las relaciones entre las cantidades de la misma magnitud). El análisis escalar se basa en las dos primeras propiedades de la función lineal.

i. Homogeneidad con respecto a la suma:

$$f(a_1 + a_2) = f(a_1) + f(a_2)$$

ii. Homogeneidad con respecto a la multiplicación por un escalar:

$$f(\lambda a) = \lambda f(a)$$

Permite la realización de procedimientos de gran utilidad en el tratamiento de las situaciones, ya que centran su estudio en los procesos de variación, esto es, determinan cómo varían las cantidades de magnitud de una de las magnitudes para luego trasladar dicha variación a las correspondientes cantidades de magnitud de la magnitud faltante. El análisis escalar implica reconocer que dadas M_1 y M_2 dos magnitudes, a_1 , a_2 dos cantidades de magnitud de M_1 y b_1 una cantidad de magnitud de M_2 si: $f(a_1) = \lambda a_1$ y si $b_1 = \lambda a_1$ entonces,

$$f(b_1) = f(a_1) + f(a_2) \text{ y } f(b_1) = \lambda f(a_1)$$

respectivamente. En este caso λ es un número racional sin unidades, denominado factor escalar, el cual resulta del cociente entre cualesquiera dos cantidades de magnitud de una misma magnitud y puede ser interpretado como una razón.

11. Análisis funcional.

Se debe reconocer que para cualquier par de valores a_1 , $f(a_1)$ se tiene que $f(a_1) = \lambda a_1$, donde λ es un número racional con unidades, llamado constante de proporcionalidad. En este caso se pretende establecer una relación funcional entre las cantidades de magnitud de una magnitud y su correspondiente valor en la otra magnitud.

CAPITULO V: MARCO METODOLOGICO

En cuanto a la Metodología que se utilizara en la investigación:

“El diseño de la investigación es el planteamiento de una serie de actividades sucesivas y organizadas que debe adaptarse a las particularidades de cada investigación y que nos indican los pasos y pruebas a efectuar y las técnicas a utilizar para recolectar y analizar datos” (Tamayo y Tamayo ,1999)

La presente investigación se realizó en base al diseño metodológico de una investigación exploratoria, es decir, tiene por objetivo documentar y examinar experiencias y/o problemas que no han sido abordados aún por estudios similares.

Es por este motivo, que no existe un marco metodológico establecido, caracterizándose por ser flexible en cuanto a la indagación, permitiendo abordar los datos de manera cualitativa y cuantitativamente.

Se pretende, entonces, que dicha indagación genere datos, hipótesis o sugerencias que permitan aportar información relevante a futuras averiguaciones acerca de si los mejoramientos curriculares en variaciones proporcionales tienen un debido tratamiento en el aula, ya que la revisión literaria no ha permitido lineal de manera consistente el tema abordado.

Esta investigación se realizó bajo un diseño de investigación exploratoria, es decir, tiene por objetivo documentar ciertas experiencias, examinar problemas poco estudiados o que simplemente no se han estudiado. Se investigan algunas tendencias o relaciones, entre variables establecidas, sirviendo así el estudio para dar conocer fenómenos que se relacionan con el aprendizaje de modelos en proporcionalidad.

En esta investigación exploratoria, se obtuvo información en un contexto particular de la vida real obteniéndose información sobre el contexto particular que se lleva a cabo en las realidades de las salas de clases.

Se pretende que a raíz de esta investigación se generen datos e hipótesis que servirán de aporte a futuras indagaciones acerca del tema.

Es por este motivo, que no hay un marco metodológico establecido, es decir, se caracteriza por la flexibilidad que ofrecen los estudios exploratorios, siendo de carácter cuantitativo y cualitativo.

V.1 Diseño Metodológico

Con este diseño, se dará a conocer los resultados de la actividad que fue tomada a 32 alumnos, de primer semestre de la carrera de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa en la Universidad Silva Henríquez.

La actividad fue diseñada en cuatro formas diferentes. Dos formas eran sobre proporcionalidad directa y dos de proporcionalidad indirecta, pero con el mismo grado de finalidad, con el objetivo de determinar la capacidad de análisis que tiene el estudiante de inferir más allá del contenido, a través de los datos y de las tablas para poder llegar a un modelamiento matemático.

Con este instrumento de medición, las investigadoras podrán establecer si se está implementando correctamente la modelación matemática en los colegios y si los estudiantes son capaces de resolver un problema.

En la última parte de cada actividad, se unieron las tres preguntas finales para determinar si tuvieron concordancia y si se realizó un buen análisis.

V.1.1 Encuesta de Caracterización

La finalidad de conocer, el contexto en el cual se encuentran los estudiantes de la muestra. Los puntos de la encuesta fueron conocer edad, tipo de educación media que habían recibido, caracterización de la muestra es importante, por eso se creó una encuesta con la si habían estudiado otra carrera, esto último para saber si tenían más conocimientos que los aprendidos en el colegio, también se preguntó sobre los términos de la investigación es decir si conocían proporcionalidad directa e inversa.

Figura 5.1 Encuesta Aplicada

Nombre _____ Edad _____

Marque con una X

1. ¿Qué tipo de colegio estudio?

Particular

Particular subvencionada

Municipal

2. ¿Qué tipo de educación recibió en enseñanza media?

Científico-humanista

Técnico Profesional

3. ¿Has estudiado otra carrera antes?

No

Sí, ¿Cuál? _____

4. ¿Viste alguna vez en el colegio proporcionalidad directa o inversa?

Sí

No

5. ¿Recuerdas algo de proporcionalidad directa e inversa?

V.1.2 Caracterización de la Muestra

Esta caracterización se realizó a través de los resultados de una encuesta, que fue tomada a los estudiantes de primer año de pedagogía en matemática e informática educativa del año 2013, en la universidad Católica Silva Henríquez. Estos estudiantes tienen un promedio de 19 y 20 años de edad.

Se escogieron a estos estudiantes, ya que, vienen recién saliendo del colegio, y poseen sus conocimientos de enseñanza media recientes. Y permitiendo reflexionar sobre la formación docente.

Pregunta 1, Tipos de colegios:

Colegio	Cantidad	%
Particular	0	0
Particular Subvencionado	25	78,125
Municipal	7	21,875

Tabla 5.1

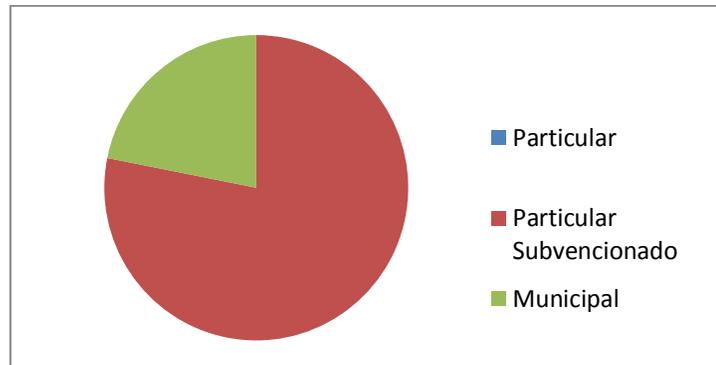


Figura 5.2 Gráfico de dependencias educacionales

La tabla nº1 muestra la dependencia de educacional de los estudiante; el mayor porcentaje vienen de colegios Particular- Subvencionado (78,125%), el resto, viene de colegios municipales (21,875), dejando fuera a los particulares (0%).

Pregunta 2, Tipo de educación media:

Tipo de educación	Cantidad	%
Científico Humanista	29	90,625
Técnico Profesional	1	3,125
Ambos	2	6,25

Tabla 5.2

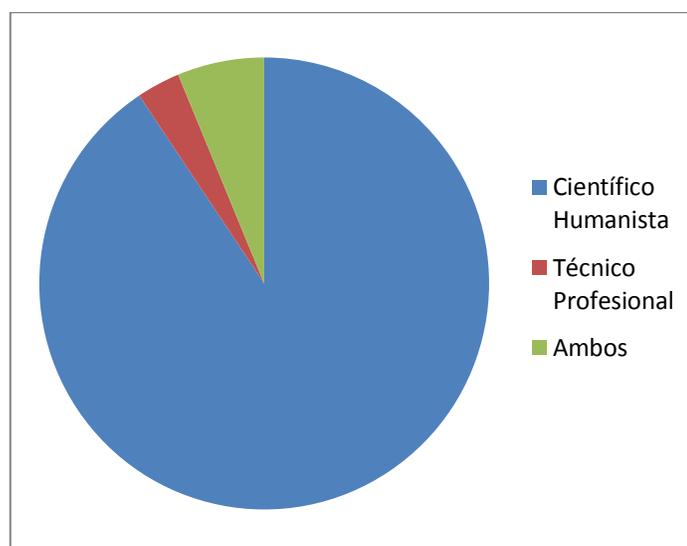


Figura 5.3 Tipo de Enseñanza

En la tabla n°2 se muestra que, la mayor tendencia de la educación que recibieron estos estudiantes, fue Científico – Humanista, con un 90,625%, siguiendo con aquellos que recibieron una educación mixta, y solo con la educación Técnico Profesional con un 3,125%.

Pregunta 3, Estudios superiores anteriores:

	Cantidad	%
Si	8	25
No	24	75

Tabla 5.3

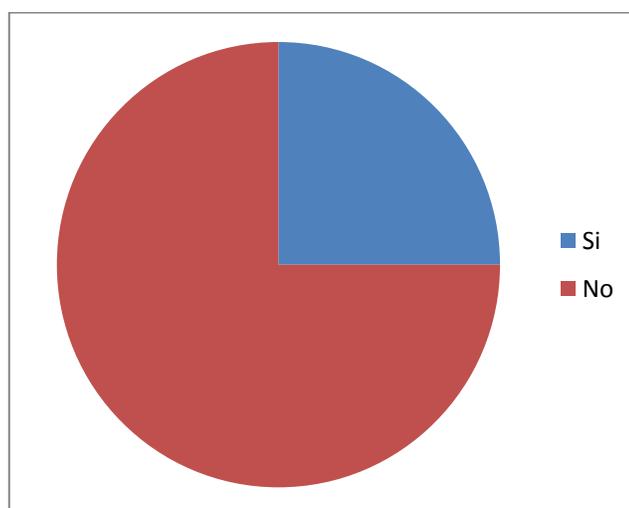


Figura 5.4 Gráfico Estudios Superiores Anteriores

Como se observa en la tabla n°3, el mayor porcentaje de los estudiantes, declara no tener haber estudiado antes una carrera de educación superior (75), mientras que solo el 25 % restante ya había estudiado antes.

Pregunta 4, Conocimientos de la proporcionalidad directa e indirecta:

d	Cantidad	%
Si	31	96,875
No	1	3,125

Tabla 5.4

Con esta pregunta se muestra que la gran mayoría de los estudiantes de la muestra si tenía conocimiento de lo que era una proporcionalidad (96,875), solo un estudiante, no sabía lo que era una proporcionalidad (3,125).

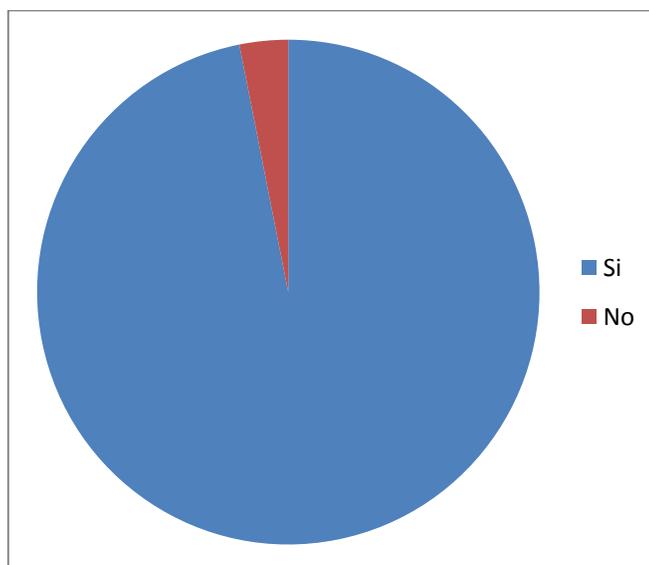


Figura 5.5 Gráfico Conocen la temática de proporcionalidad

Con esta pregunta, de los que respondieron tener conocimiento acerca de proporcionalidad, fue que la proporcionalidad directa, aumentan o disminuyen las dos, y la proporcionalidad inversa, una aumenta y la otra disminuye. Esa fue la respuesta universal.

Pregunta 6, Conoces Estrategias de enseñanza:

Esta Pregunta es de carácter cualitativo, se les pregunto si sabían de estrategias de enseñanza, la mayoría contestó a cerca de didáctica, TICS, ejercicios de contexto social, etc. Pero la pregunta no iba apuntada hacia la enseñanza en general, sino más bien, estaba dirigido a las estrategias de enseñanza en la proporcionalidad, por lo tanto que nula esa pregunta.

V.1.3 Diseño del instrumento

El instrumento de recogida de información se crea a partir de:

1. Actividades relacionadas con la lectura e interpretación de un problema.
2. Actividades asociadas a la proporcionalidad directa.
3. Actividades asociadas a la proporcionalidad inversa.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Y con los siguientes contenidos:

- Noción de variable. Análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad.
- Tablas y gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura; variables continuas y discretas.
- Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa o proporciones inversas. Resolución de problemas.
- Proporcionalidad directa; razones internas y constantes de proporcionalidad.
- Proporcionalidad inversa; razones inversas.
- Construcción y análisis de tablas y gráficos asociados a la proporcionalidad directa y a la proporcionalidad inversa (primer cuadrante).
- Relación entre las tablas, los gráficos y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa e inversa.
- Relación entre la proporcionalidad directa y razones constantes y entre la proporcionalidad inversa y productos constantes.
- Relación entre la proporcionalidad y la modelización.

Formas del instrumento:

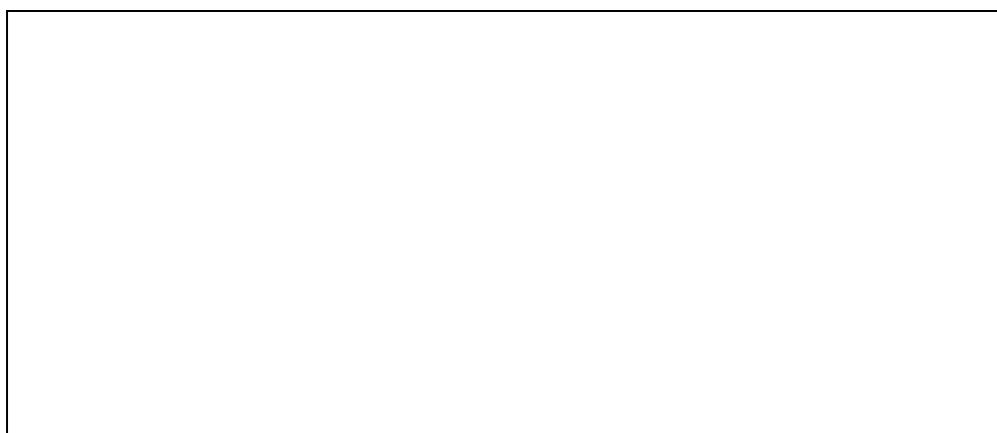
A. Proporcionalidad inversa

Actividad Matemática

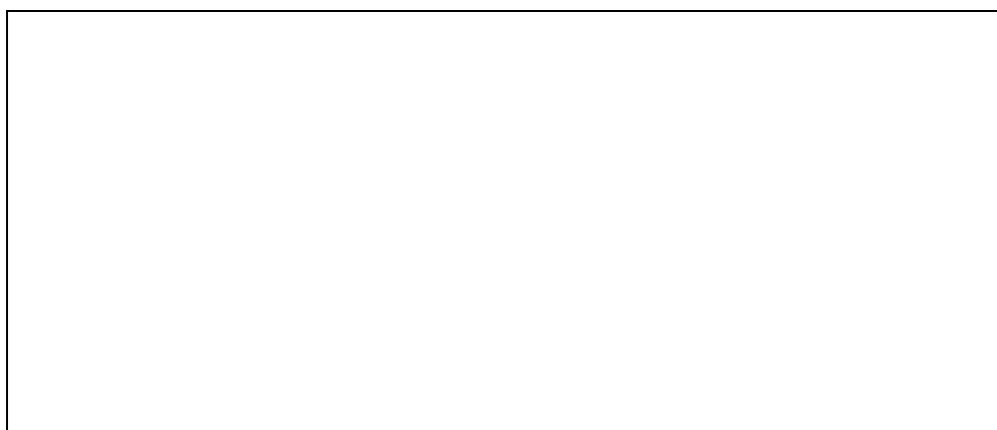
Un grupo de 10 personas tarda 6 horas en realizar un trabajo, tal como se indica en la tabla adjunta:

Personas	5	10	15	20	25	30
Horas		6				

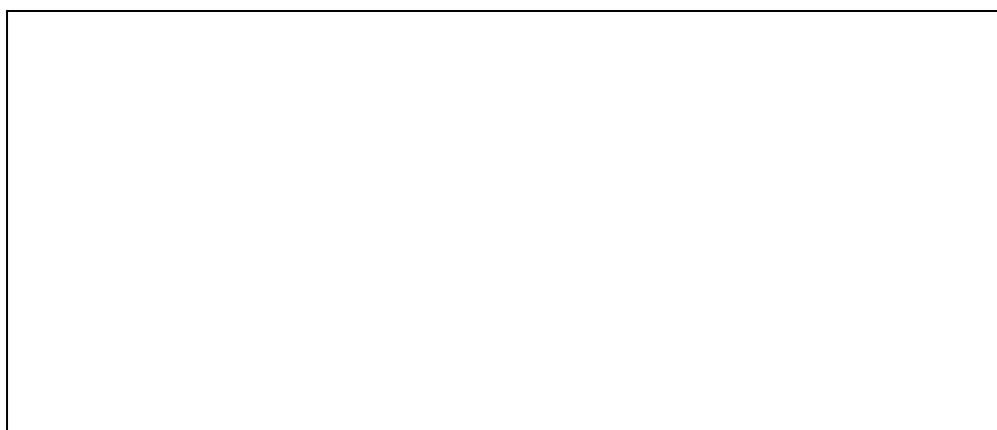
- i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? En el siguiente espacio, describa en palabras el razonamiento propuesto: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



- ii) Si aumenta el número de personas, ¿el tiempo aumenta o disminuye? Justifique su respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



- iii) Si se duplica el número de personas, ¿el tiempo disminuye a la mitad? Justifique su respuesta en el siguiente espacio:



- iv) Si el tiempo se reduce a la mitad, ¿el número de personas también disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

- v) ¿Qué valor (producto) se obtiene al multiplicar la cantidad de horas por la cantidad de personas correspondientes?

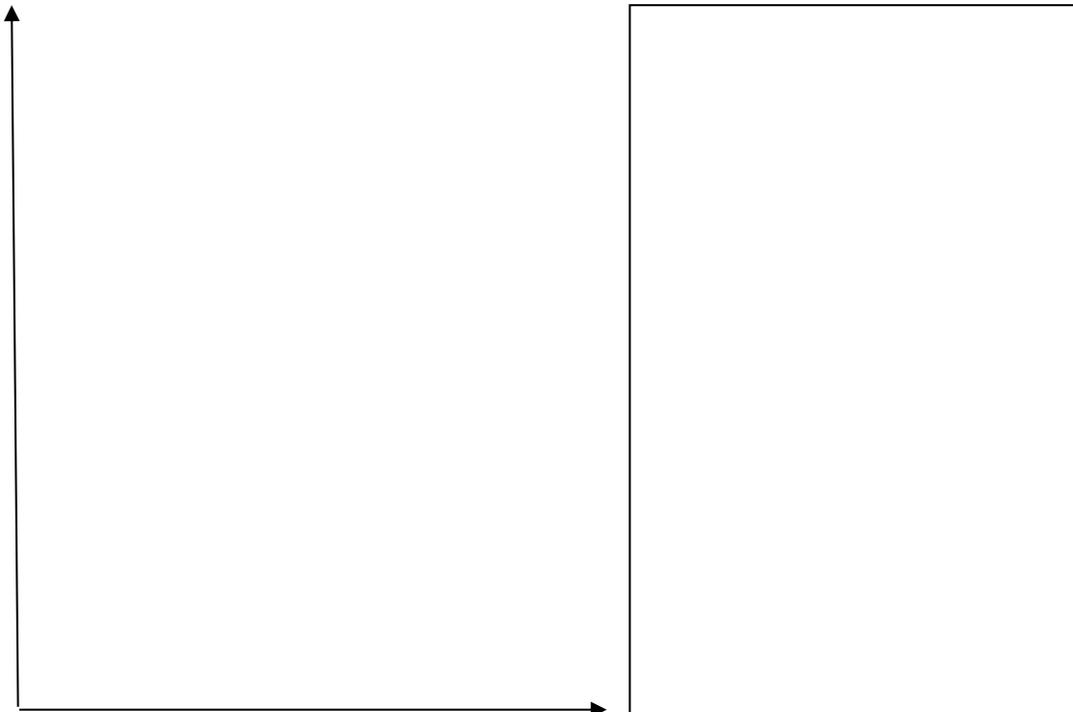
personas	5	10	15	20	25	30
horas		6				
producto						

- vi) Proponga una fórmula que permita relacionar directamente la cantidad de horas con la cantidad de personas:

Para lo anterior definamos a X como cantidad de horas e Y como cantidad de personas.

$y =$

VII) Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste.



B. Proporcionalidad inversa

Actividad Matemática

En un laboratorio se realiza un experimento para comprobar la relación que hay entre la presión de un gas y el volumen que ocupa (cuando la temperatura es constante)

En un cilindro provisto de un manómetro (instrumento con forma de reloj que mide la presión) y un émbolo o pistón que ajusta perfectamente, se halla un gas que ocupa inicialmente un volumen de 12 dm^3 (12 decímetros cúbicos) y que tiene una presión de 0,1 atmósferas.

Al mover el pistón va variando el volumen. Los datos del experimento se registraron en la siguiente tabla:

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm^3)	12					

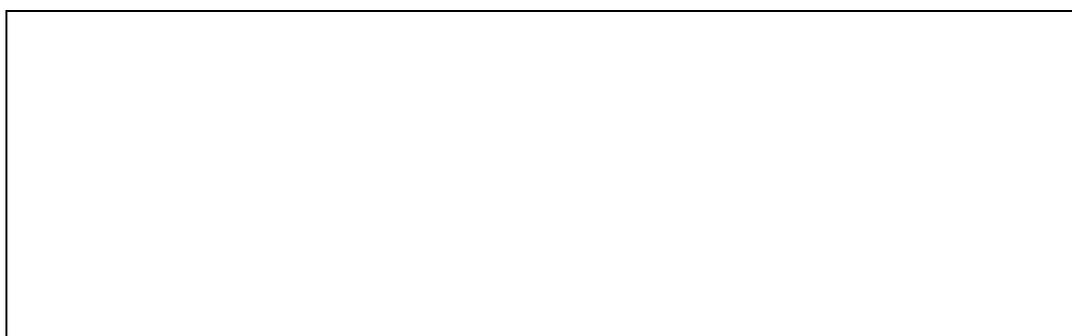
i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



ii) Si aumenta la presión, ¿el volumen aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iii) Si se duplica la presión, ¿el volumen, disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iv) Si la presión, se reduce a la mitad, ¿el volumen disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

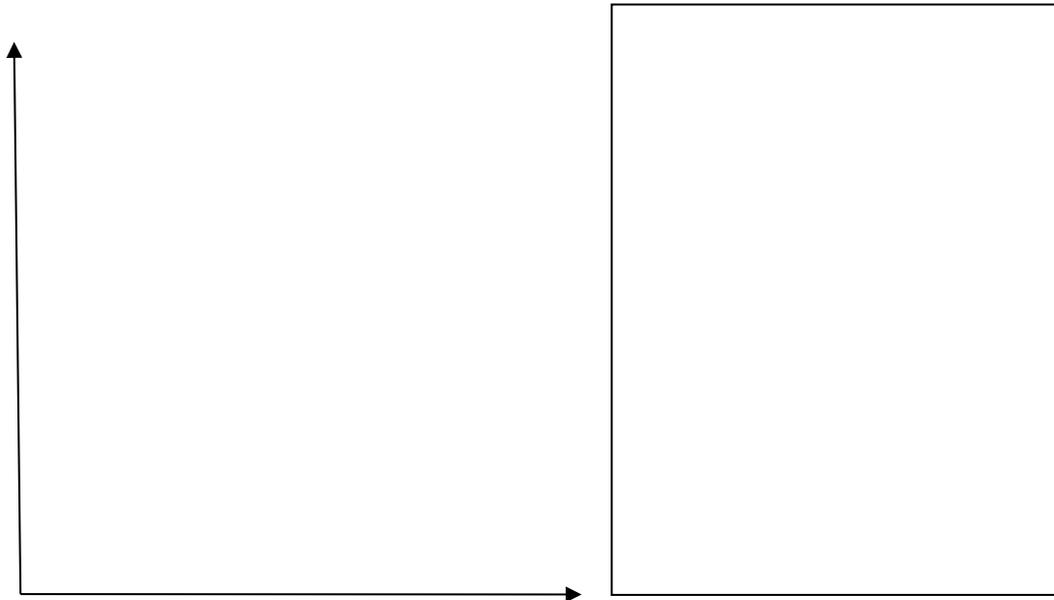
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm^3)	12					
Producto						

vi) Proponga una fórmula que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

$y =$

vii) Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



C. Proporcionalidad directa

Actividad Matemática

Queremos cercar con alambre un jardín que tiene forma cuadrada.

i) ¿Cuánto alambre es necesario si un lado del jardín mide 12 m? ¿Si mide 7 m? , ¿Si mide o 33,5 m; o cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

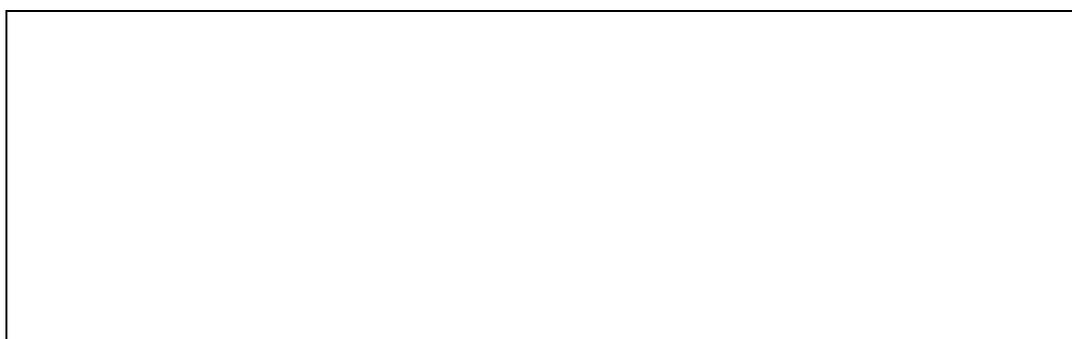


ii) Si aumenta el lado del jardín, los metros de alambre necesarios ¿aumentan o disminuyen? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iii) Si se multiplica el lado del jardín por 0,5 ¿los metros de alambre necesarios, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iv) Si se disminuye a la mitad el lado del jardín, ¿los metros de alambre disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

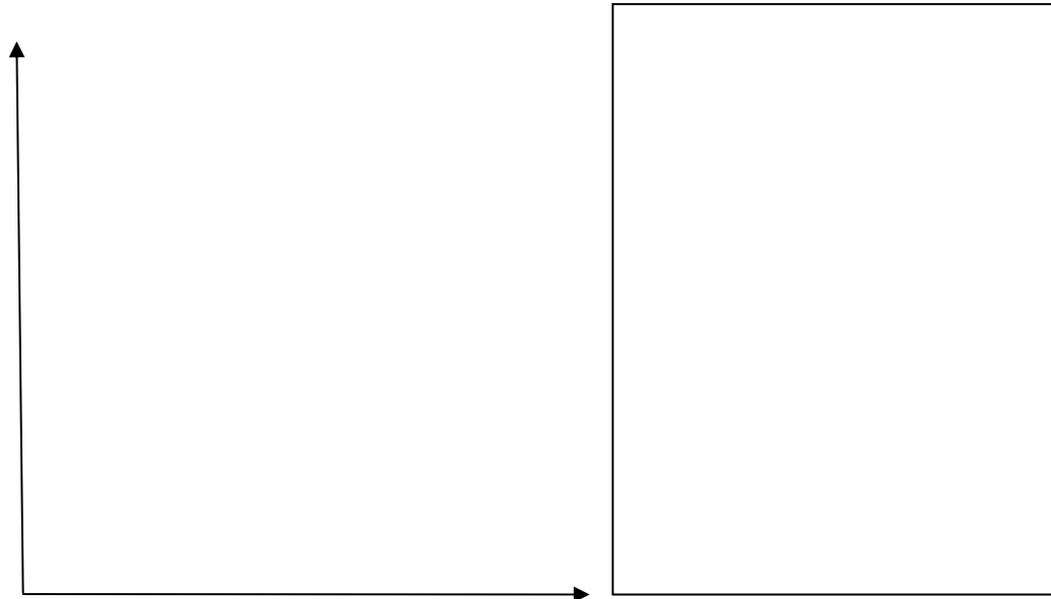
x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						
producto						

vi) Proponga una fórmula que describa el metraje de alambre ocupado (y) necesarios para cercar un jardín de x metros de lado.

$y =$

vii) Si hemos utilizado 108 m de alambre ¿qué dimensiones tenía el jardín?

viii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



D. Proporcionalidad directa

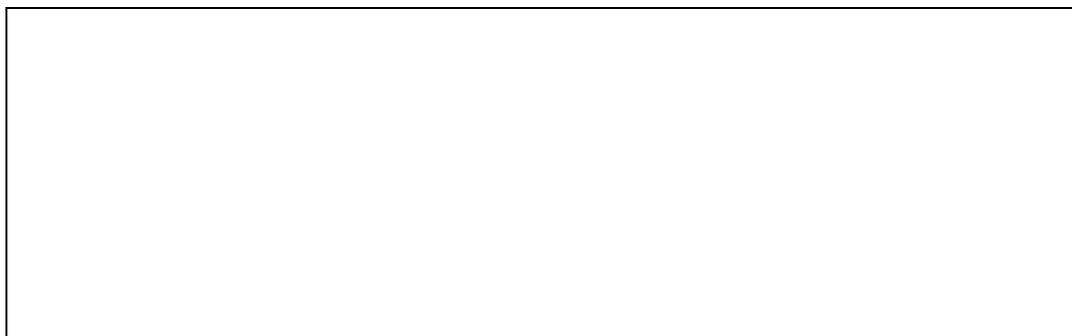
Actividad Matemática

¿Cuánto deberé invertir hoy si quiero disponer dentro de 2 años la cantidad de 1.500 UF para comprar un pequeño departamento, considerando que la institución en la cual invertiré me asegura un 6% de interés anual para ese plazo?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (Intereses)						

i) ¿Cuánto interés gano en un mes? ¿En 3 meses?, ¿En 3,5; o en cada uno de los valores que se indican en la tabla?

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

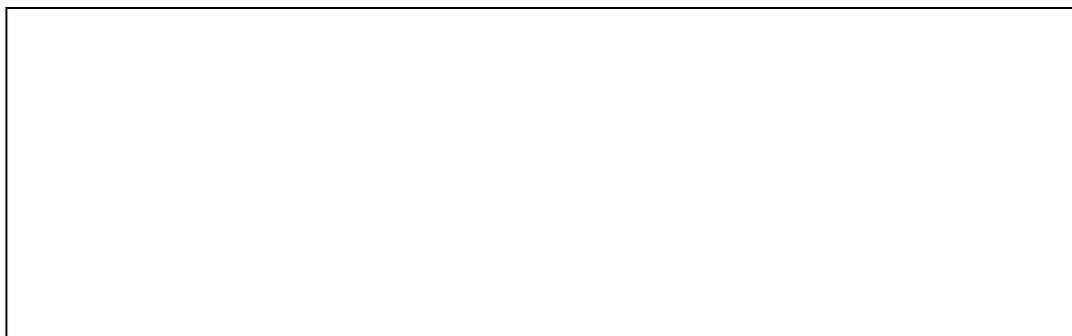


ii) Si aumenta la tasa de interés el interés ¿el dinero que acumulo aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iii) Si se multiplica el plazo por 0,5 ¿los intereses, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



iv) Si se disminuye a la mitad el valor del departamento, ¿los intereses disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

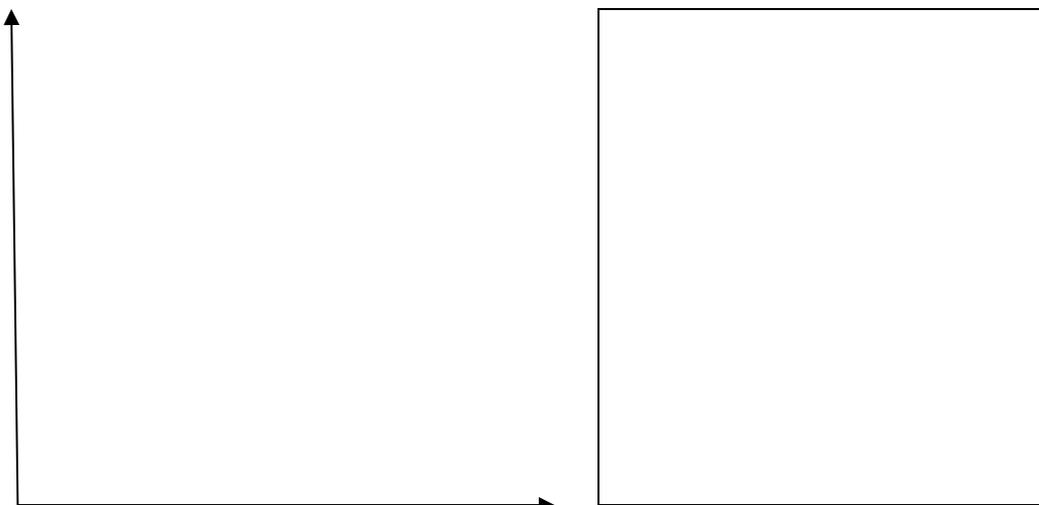
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)						
producto						

vi) Proponga una fórmula que describa el interés obtenido(**y**) en un tiempo **x** en meses; a una tasa de interés

y =

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

CAPITULO VI: ANALISIS DE LA MUESTRA

VI.1 Análisis de la Evaluación de Diagnostico Aplicada a los Alumnos.

El razonamiento permite al hombre aprender, conocer y en general dar uso a su actividad cognitiva, con el propósito de responder al mundo que lo rodea en lo personal, lo social y en general en todos los escenarios que le permiten interactuar con la cultura.

“Cualquier proceso que permita sacar nueva información de información dada se considera un razonamiento. Está referido a los procesos discursivos internos o externos para nombrar, discurrir o argumentar y a la organización deductiva de proposiciones, definiciones, etc., a partir de una teoría” (Duval, 1998).

La pregunta uno, solicita el razonamiento que realizó el estudiante para completar los valores de una tabla dada.

A pesar de la diferencia de opiniones que hay en torno a la definición de “razonamiento”. Esto implica dos consideraciones: una Psicológica donde la estructura psíquica influye fuertemente sobre el desarrollo del proceso mental, y una lógica, donde se trata de comprender la estructura, el fundamento y uso de las expresiones del conocimiento humano.

Existen tres tipos de razonamiento matemático, pero las investigadoras, se enfocaran en dos tipos de razonamiento, debido a que el instrumento utilizado es específico y solo se ven abordados a estos tipos de razonamientos.

Razonamiento deductivo: Es el proceso de mostrar que ciertas afirmaciones son los resultados lógicos de hechos aceptados. Es el tipo de razonamiento más natural y fundamental en matemáticas por el cual se obtienen conclusiones mediante unión y manipulación de afirmaciones que se tienen por ciertas.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Razonamiento inductivo: Es el proceso de observar datos, reconocer patrones, y hacer generalizaciones basándose en esos patrones. Es probable se use el razonamiento inductivo todo el tiempo sin darte cuenta de ello. En este caso se tienen observaciones particulares a partir de las cuales se pretende obtener una regla general. Una generalización basada en el razonamiento inductivo se denomina conjetura. Las observaciones inducen a pensar cómo será la regla, pero no tiene una validez como la del razonamiento deductivo a no ser que se contemplen todos los casos posibles (como en las demostraciones matemáticas por inducción).

Forma 1 (proporcionalidad inversa)

Un grupo de 10 personas tarda 6 horas en realizar un trabajo, tal como se indica en la tabla adjunta:

Personas	5	10	15	20	25	30
Horas		6				

- i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? En el siguiente espacio, describa en palabras el razonamiento propuesto.

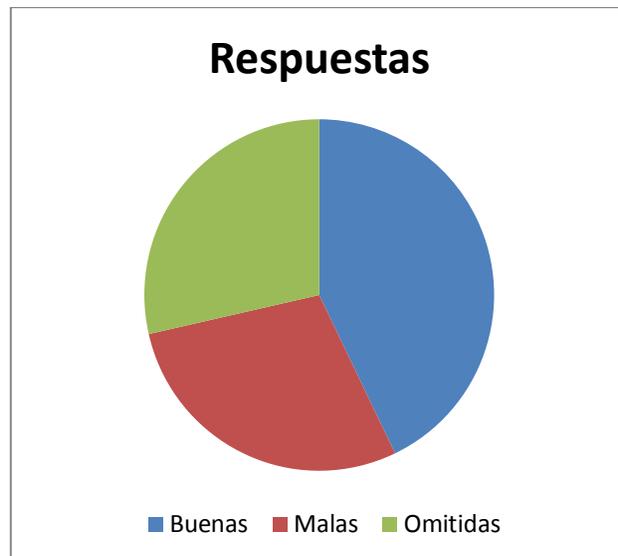
En esta pregunta los estudiantes utilizaron un razonamiento inductivo, por que partiendo de situación particular, concluye una general, llegando así a la solución correcta.

Las estadísticas fueron las siguientes:

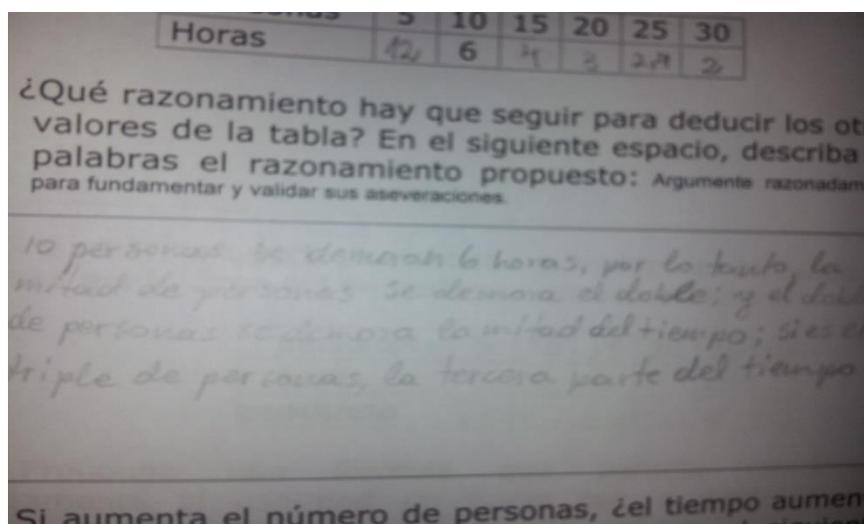
Tabla 6.1

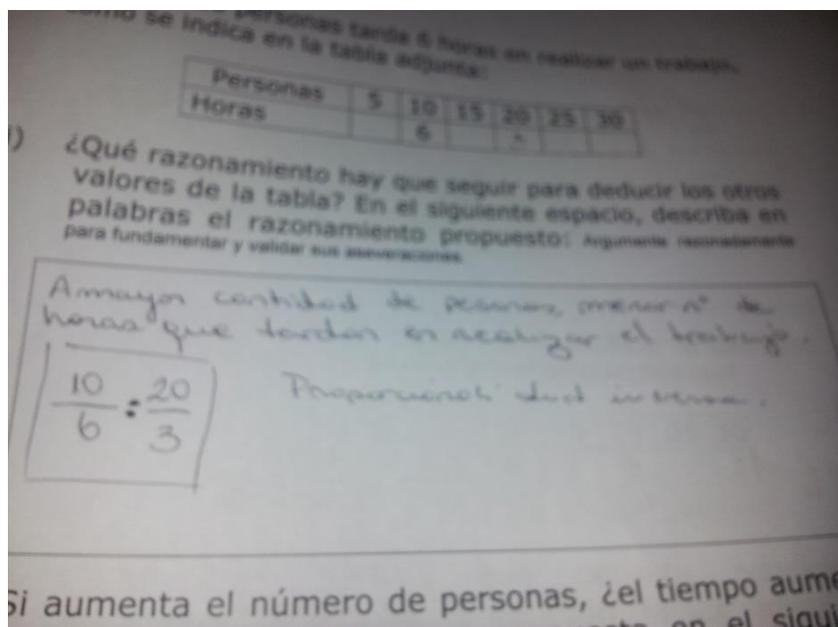
Buenas	Malas	Omitidas
4	2	1

Gráfico 6.1



En esta pregunta si bien la mayoría contestó bien, sus respuestas fue un razonamiento matemático deductivo, hubo una muestra sin contestar y dos estudiantes contestaron mal. Al responder el instrumento muy poco dedujeron que era una proporcionalidad inversa. Llegaron a los resultados por otro lado, o bien si aplicaron proporcionalidad inversa, pero no estaban consciente que estaban aplicando este contenido.





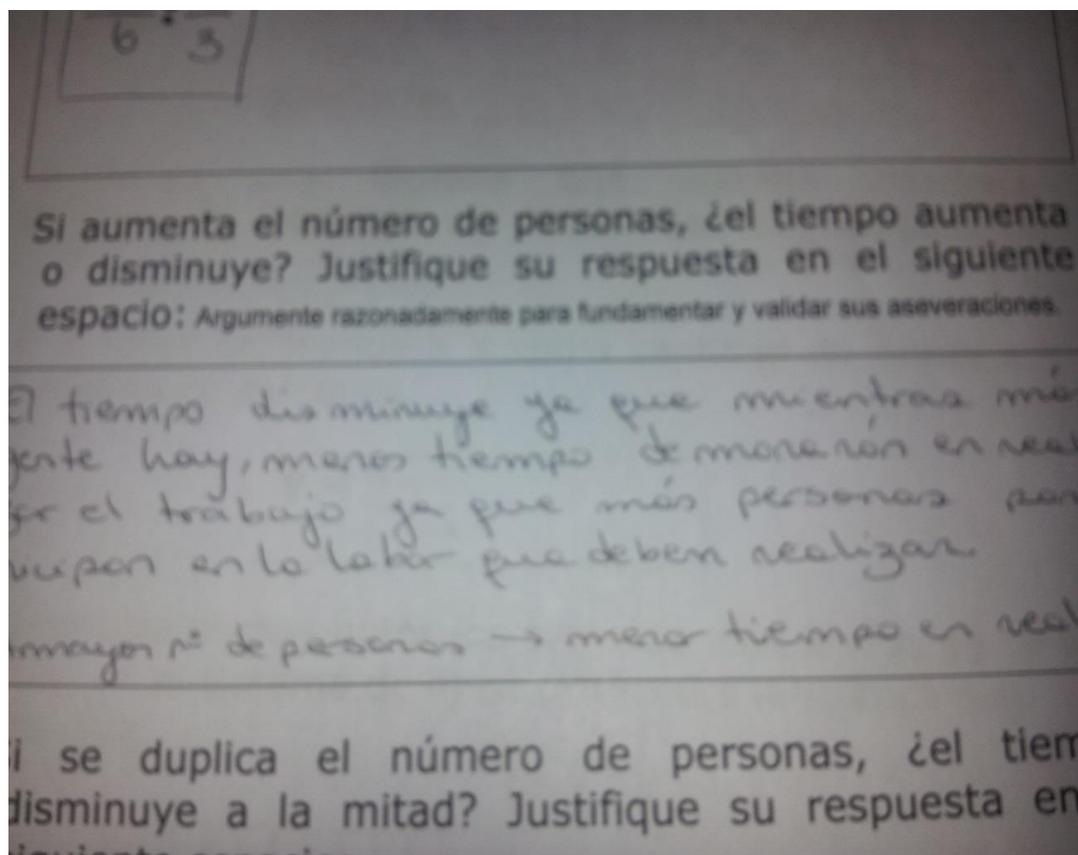
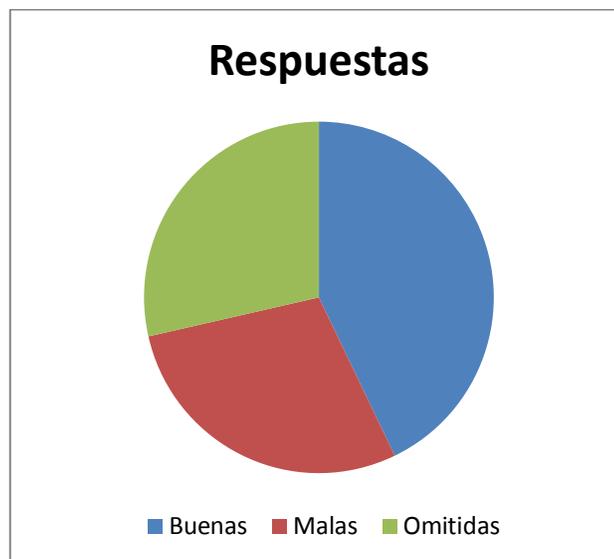
- ii) Si aumenta el número de personas, ¿el tiempo aumenta o disminuye? Justifique su respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Buenas	Malas	Omitidas
6	1	0

Tabla 6.2

En esta pregunta 6 de 7 estudiantes contestaron correctamente a mayor número de personas menos es el número de horas trabajadas.

Gráfico 6.2

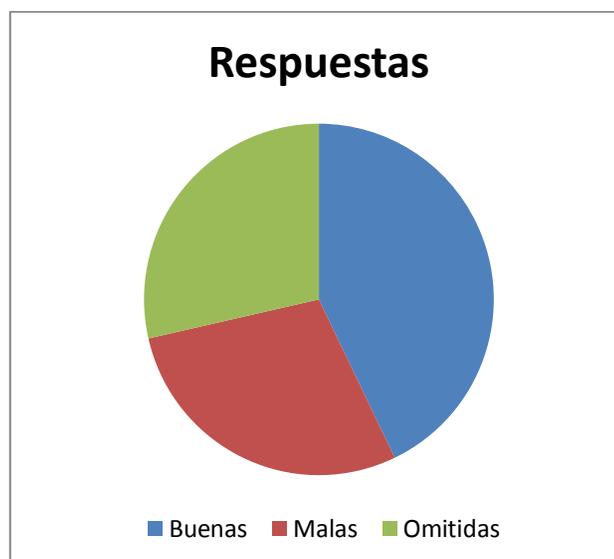


iii) Si se duplica el número de personas, ¿el tiempo disminuye a la mitad?

Tabla 6.3

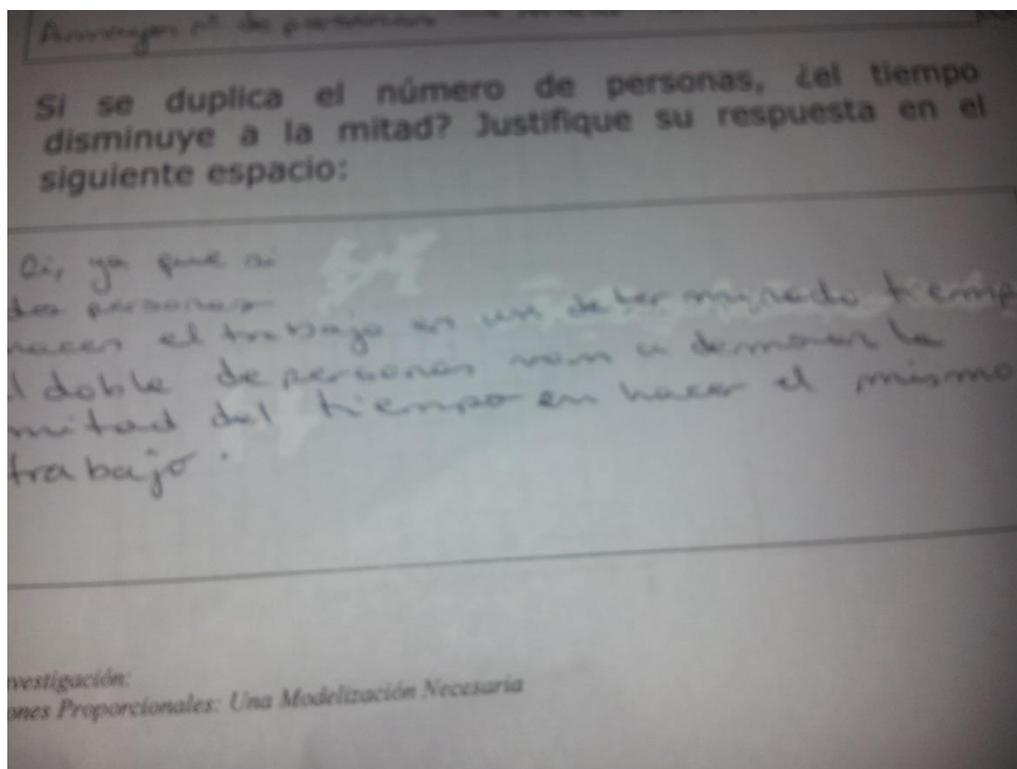
Buenas	Malas	Omitidas
6	1	0

Gráfico 6.3



En esta pregunta, obtuvimos los mismos resultados que la anterior, 6 de 7 contestaron correctamente. Su razonamiento fue que si se multiplica por dos a las personas se disminuyen a la mitad de las horas de trabajo.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

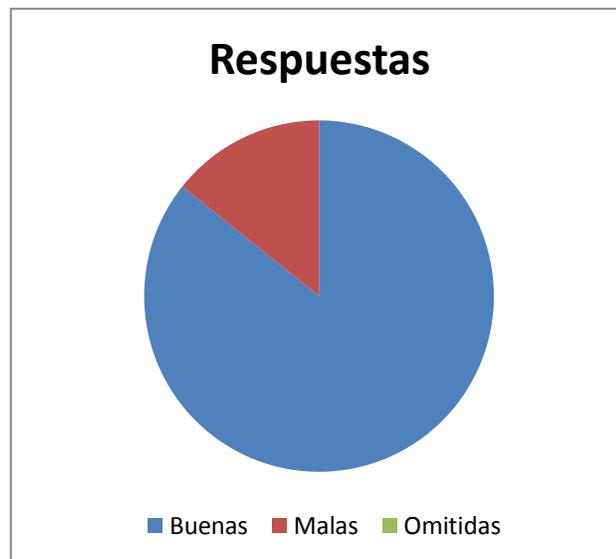


- iv) Si el tiempo se reduce a la mitad, ¿el número de personas también disminuye a la mitad?

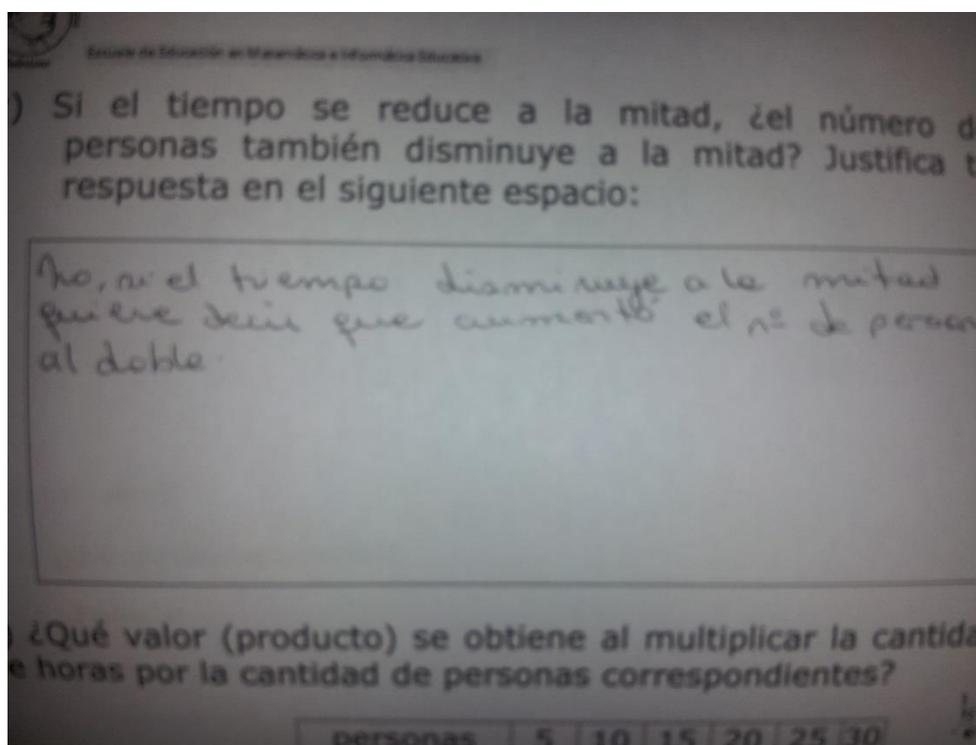
Buenas	Malas	Omitidas
6	1	0

Tabla 6.4

Gráfico 6.4



Al igual que anteriormente 6 estudiantes contestaron bien, “no, que a medida que el tiempo disminuye el nº de personas de duplica”



v,vi,vii) ¿Qué valor (producto) se obtiene al multiplicar la cantidad de horas por la cantidad de personas correspondientes?

personas	5	10	15	20	25	30
horas		6				
producto						

Proponga una fórmula que permita relacionar directamente la cantidad de horas con la cantidad de personas:

Para lo anterior definamos a X como cantidad de horas e Y como cantidad de personas.

y =

Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste.

Tabla 6.5

Buenas	Malas	Omitidas
3	2	2

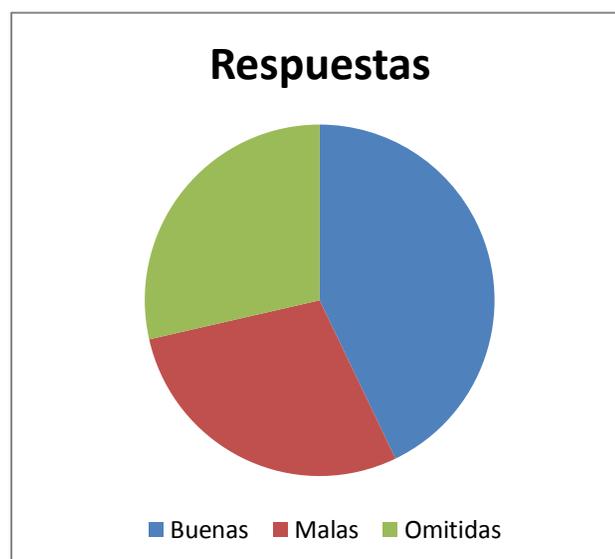


Gráfico 6.5

En esta última etapa de la actividad, ni la mitad de los estudiantes contestó correctamente, no supieron ordenar ideas, sabían que hacer hasta cierto punto, la parte principal que era modelar, graficar, inferir la respuesta, no fueron capaces.

¿Cuál será el resultado si se aumenta el número de personas de forma proporcional?

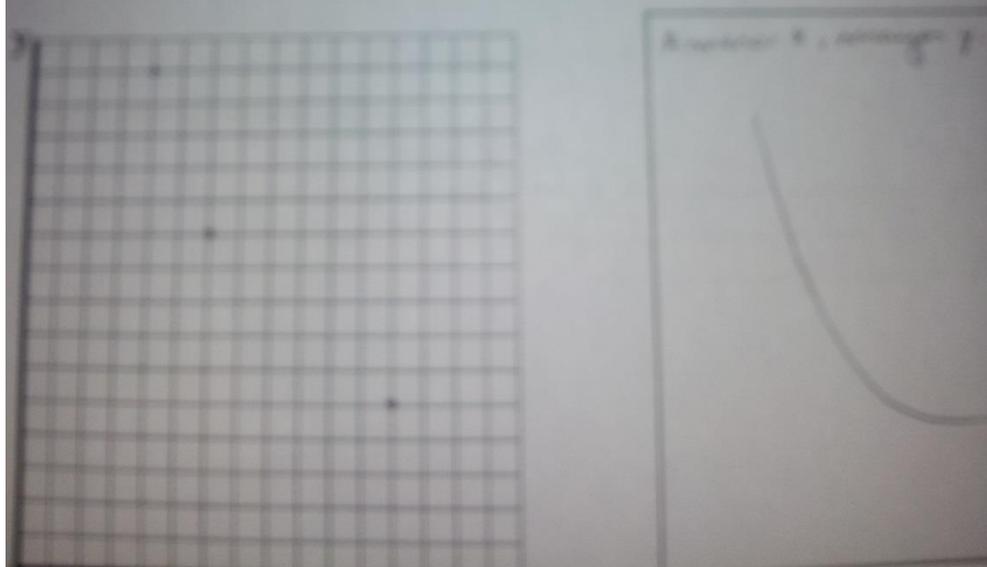
personas	5	10	15	20	25	30
horas	12	6	4	3	2.4	2
producción	60	60	60	60	60	60

Propone una fórmula que permita relacionar instantáneamente la cantidad de horas con la cantidad de personas.

En lo anterior definamos a x como cantidad de horas e y la cantidad de personas.

$$y = \frac{60}{x}$$

Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste.



The image shows a worksheet with a grid on the left and a graph on the right. The graph shows a curve that is a hyperbola, representing the relationship between the number of people (y) and the number of hours (x) required to complete a task, where the total work (60) is constant. The curve is in the first quadrant, starting high on the y-axis and approaching the x-axis as x increases.

En general esta forma de la actividad, las cuatro primeras preguntas estuvieron bien contestadas, al momento de aplicar, de inferir, de razonar, de modelar.

Actividad Matemática

Un grupo de 10 personas tarda 6 horas en realizar un trabajo, tal como se indica en la tabla adjunta:

Personas	5	10	15	20	25	30
Horas	12	6	4	3	2,4	2

i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? En el siguiente espacio, describa en palabras el razonamiento propuesto: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Es una proporción inversa (si una variable sube, la otra baja) y la fórmula es la siguiente:

$$\frac{Personas}{Horas} = \frac{10}{6} = \frac{10 \cdot b}{5} = 12 \quad x = 12$$

$$5 \rightarrow 12$$

$$y \rightarrow \frac{x \cdot y}{x}$$

ii) Si aumenta el número de personas, ¿el tiempo aumenta o disminuye? Justifique su respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Si aumenta el nº de personas el tiempo disminuye (en proporción inversa) si una variable sube la otra baja.

iii) Si se duplica el número de personas, ¿el tiempo disminuye a la mitad? Justifique su respuesta en el siguiente espacio:

Si, ~~no~~ ~~justificado~~ porque la cantidad de ~~trabajo~~ se reparte en más personas, ~~que~~ ~~se~~ ~~concluye~~ ~~menos~~ ~~tiempo~~.

iv) Si el tiempo se reduce a la mitad, ¿el número de personas también disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

no, si el tiempo se reduce a la mitad el nº de personas se duplica.

v) ¿Qué valor (producto) se obtiene al multiplicar la cantidad de horas por la cantidad de personas correspondientes?

personas	5	10	15	20	25	30
horas	12	6	4	3	2,4	2
producto	60	60	60	60	60	60 = constante

iv) Proponga una fórmula que permita relacionar directamente la cantidad de horas con la cantidad de personas:

Para lo anterior definamos a X como cantidad de horas e Y como cantidad de personas.

$$Y = \frac{X \cdot y}{x}$$

v) Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste.

Forma 2: (proporcionalidad directa)

Queremos cercar con alambre un jardín que tiene forma cuadrada.

i) ¿Cuánto alambre es necesario si un lado del jardín mide 12 m? ¿Si mide 7 m? , ¿Si mide o 33,5 m; o cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla?
Describe en el siguiente espacio:

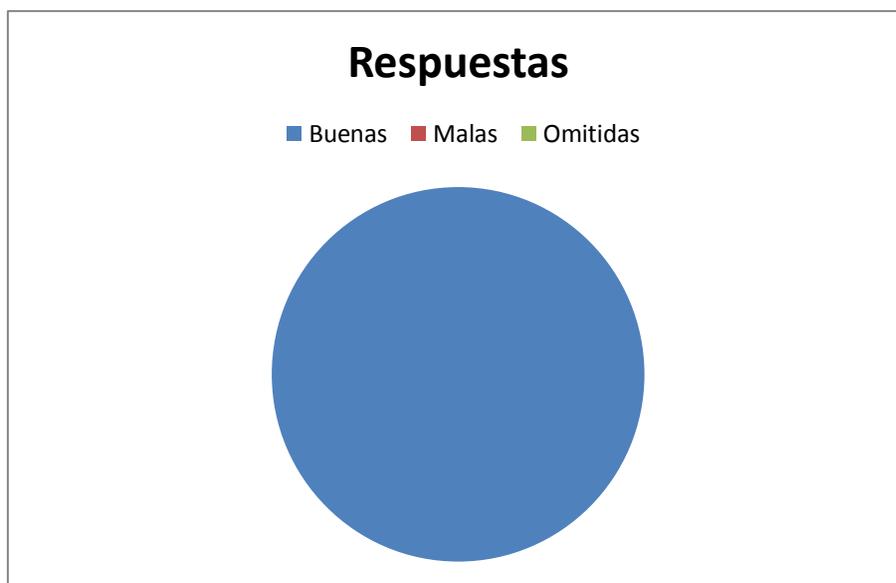
En esta pregunta los alumnos utilizan un razonamiento de carácter inductivo, en él concluyen un juicio general, comenzando con datos iniciales. Con este razonamiento respalda el cálculo matemático.

Las respuestas están representadas en la siguiente tabla:

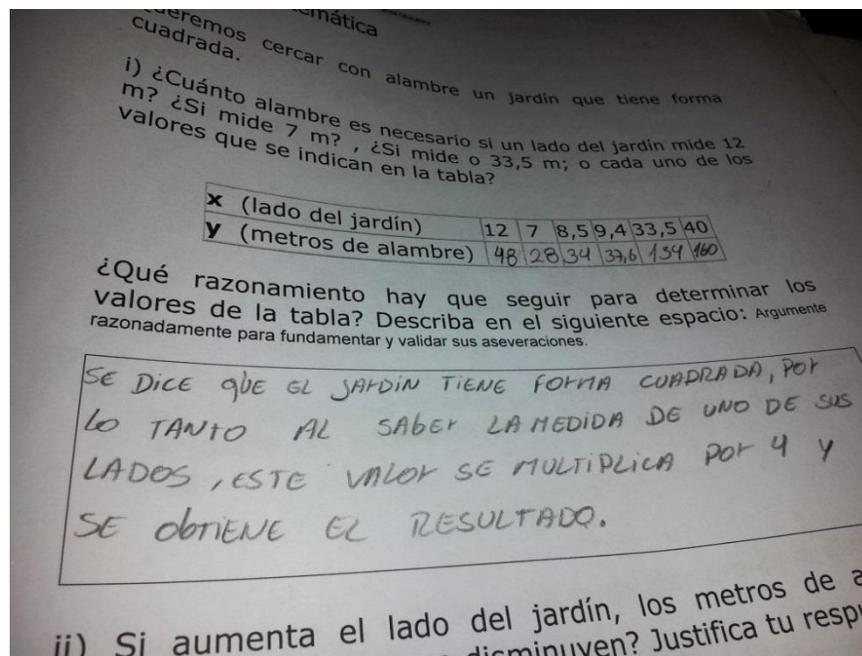
Buenas	Malas	Omitidas
8	0	0

Tabla 6.6

Gráfico 6.6



Los estudiantes, que les tocó responder esta forma de proporcionalidad directa, en la primera pregunta, si bien todos contestaron bien, no todos lo relacionaron con proporcionalidad directa, sino más bien, como la forma del jardín es cuadrada, lo asocian a la fórmula de perímetro de un cuadrado. Hacen bien el cálculo sin saber que aplica proporcionalidad



ii) Si aumenta el lado del jardín, los metros de alambre necesarios ¿aumentan o disminuyen? Justifica tu respuesta:

Las respuestas fueron:

Buenas	Malas	Omitidas
8	0	0

Tabla 6.7

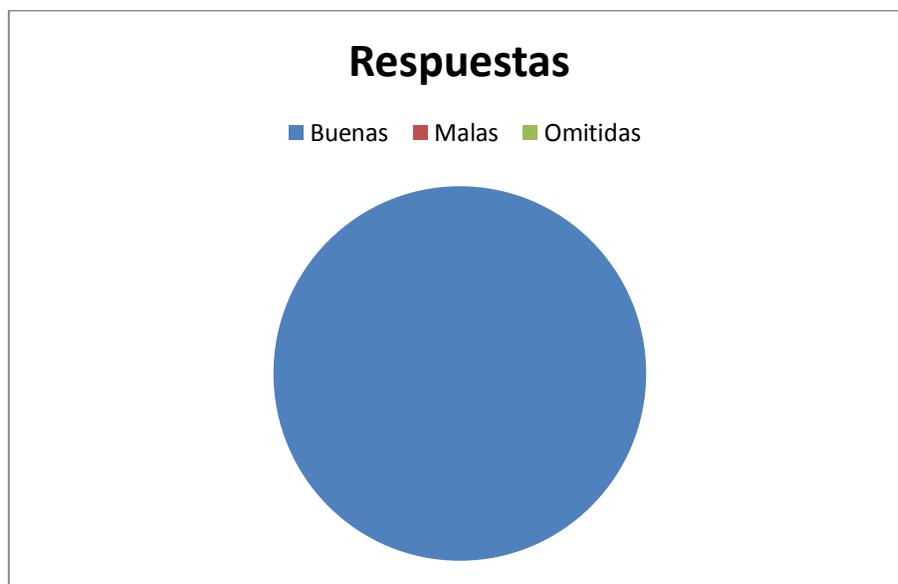
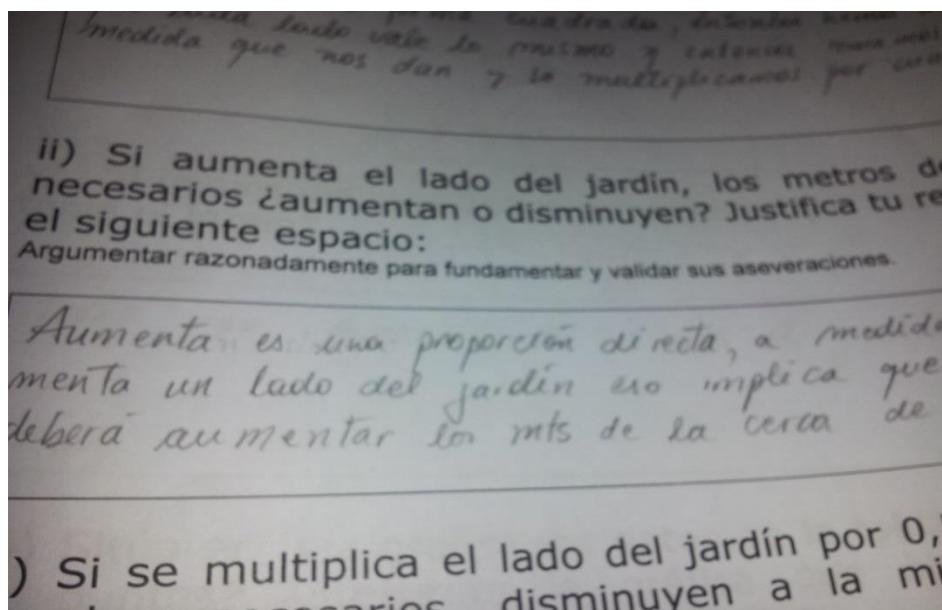


Gráfico 6.7

En esta respuesta, todos contestaron que aumenta, pero solo dos estudiantes contestaron que es proporcionalidad directa. Los otros estudiantes contestaron que a medida su lado, su perímetro también aumenta.



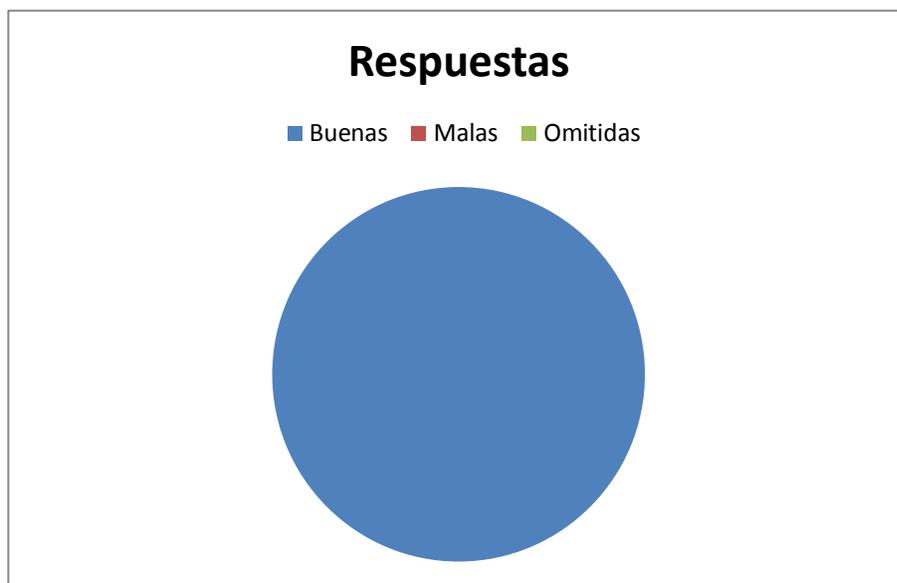
iii) Si se multiplica el lado del jardín por 0,5 ¿los metros de alambre necesarios, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

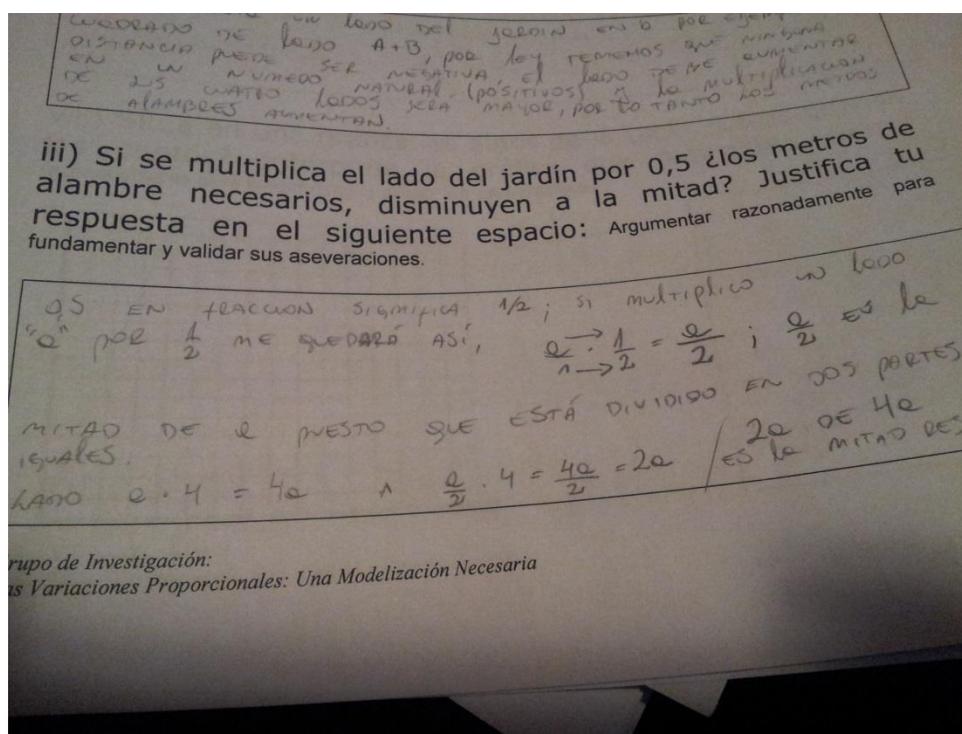
Buenas	Malas	Omitidas
8	0	0

Tabla 6.8

Gráfico 6.8



En esta pregunta, como en las anteriores, respondieron todos correctamente, sus respuestas fueron: si, disminuye. Su conclusión fue que disminuye a la mitad los metros de alambre. Solo dos nombraron la proporcionalidad directa.

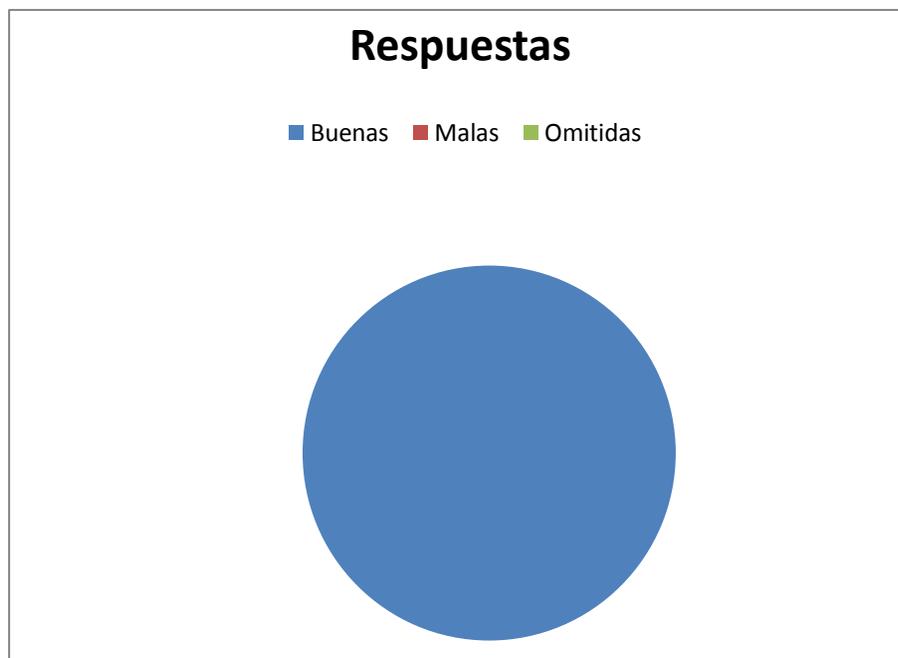


iv) Si se disminuye a la mitad el lado del jardín, ¿los metros de alambre disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta.

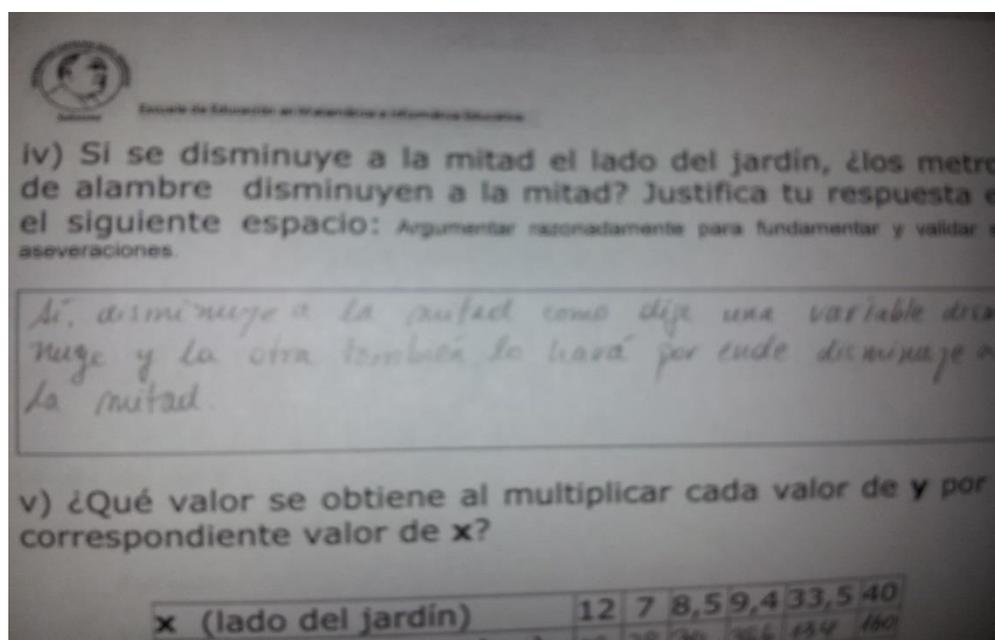
Buenas	Malas	Omitidas
8	0	0

Tabla 6.9

Gráfico 6.9



En la pregunta 4 de esta forma, todos los estudiantes contestaron asertivamente, sus respuestas coinciden en que si disminuye a la mitad, como una variable disminuye la otra también disminuye.



Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						
producto						

vi) Proponga una fórmula que describa el metraje de alambre ocupado (y) necesarios para cercar un jardín de x metros de lado.

$y =$

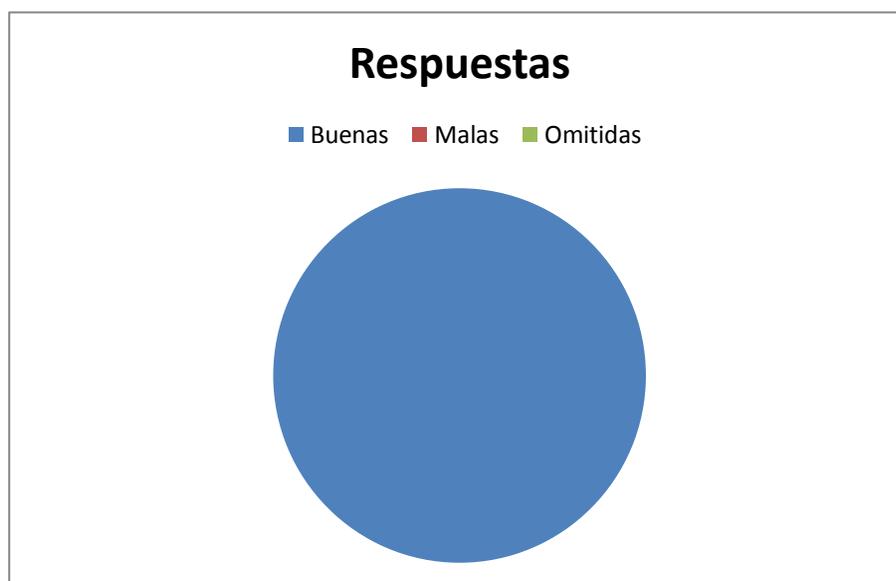
vii) Si hemos utilizado 108 m de alambre ¿qué dimensiones tenía el jardín?

viii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Buenas	Malas	Omitidas
8	0	0

Tabla 6.10

Gráfico 6.10



En esta etapa del análisis se juntan las preguntas 5, 6, 7 y 8, ya que están netamente ligadas. Como muestra la tabla y el gráfico, sólo hubo respuestas correctas. La 5 solo debían multiplicar. En la pregunta 6 debían modelar y todos llegaron a la conclusión $y = 4x$ ya que era la fórmula de perímetro de un cuadrado. En el ejercicio 7 le daban una medida del alambre y ellos debían calcular el lado del jardín. Y para finalizar debían que graficar, a los cuales, los estudiantes lograron representar los puntos, dándoles una línea recta y luego explicar cómo obtuvieron dicha gráfica, donde algunos respondieron con claridad que la gráfica de una proporcionalidad directa debe dar una recta y otro solo representaron los puntos que se le dieron en la tabla

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)	48	28	34	34,4	134	160
producto	516	196	289	352,1	448	6400

vi) Proponga una fórmula que describa el metraje de alambre ocupado (y) necesarios para cercar un jardín de x metros de lado.

$y = 4x$

vii) Si hemos utilizado 108 m de alambre ¿qué dimensiones tenía el jardín?

$108 : 4 = 27$ EL LADO DEL JARDIN ES 27m.

viii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

ÓBTUVE UNA GRAFICA CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA, POR LA LINEA RECTA QUE SE FORMA AL CENTRARSE.

tipo de Investigación: Variaciones Proporzionales: Una Modelización Necesaria

En general, en esta forma, se obtuvieron mejores resultados, los estudiantes, tienen más claro, o manejan más la proporcionalidad directa. Todos los alumnos que contestaron esta forma, contestaron correctamente, a lo mejor al comienzo no lo relacionaron con proporcionalidad pero a medida que iban avanzando en la actividad dedujeron que era un tipo de proporcionalidad.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Actividad Matemática

Queremos cercar con alambre un jardín que tiene forma cuadrada.

i) ¿Cuánto alambre es necesario si un lado del jardín mide 12 m? ¿Si mide 7 m? ¿Si mide 33,5 m; o cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)	48	28	34	37,6	134	160

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

SE DICE QUE EL JARDIN TIENE FORMA CUADRADA, POR LO TANTO AL SABER LA MEDIDA DE UNO DE SUS LADOS, ESTE VALOR SE MULTIPLICA POR 4 Y SE OBTIENE EL RESULTADO.

ii) Si aumenta el lado del jardín, los metros de alambre necesarios ¿aumentan o disminuyen? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

AL AUMENTAR EL LADO COMO ESTE TIENE FORMA CUADRADA AUMENTAN TODOS SUS LADOS, POR LO TANTO SE NECESITA MÁS ALAMBRE.

iii) Si se multiplica el lado del jardín por 0,5 ¿los metros de alambre necesarios, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

SI DISMINUYEN POR QUE AL MULTIPLICAR EL LADO POR 0,5 ESTE DISMINUYE A LA MITAD Y COMO LA MEDIDA DEL LADO ES PROPORCIONAL A LA CANTIDAD DE ALAMBRE, ESTA TAMBIEN DISMINUYE A LA MITAD.

Grupo de Investigación:
Las Variaciones Proporzionales: Una Modelización Necesaria

iv) Si se disminuye a la mitad el lado del jardín, ¿los metros de alambre disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

SI, POR QUE DISMINUIR EL LADO A LA MITAD COMO ESTE ES PROPORCIONAL A LA CANTIDAD DE ALAMBRE, SE NECESITA LA MITAD DE ALAMBRE, IGUAL QUE EN LA PREGUNTA ANTERIOR.

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)	48	28	34	37,6	134	160
producto	576	196	289	352,7	4489	1600

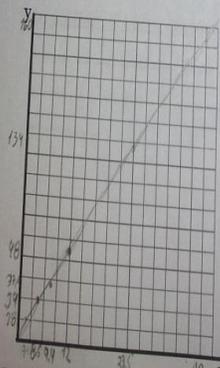
vi) Proponga una fórmula que describa el metraje de alambre ocupado (y) necesarios para cercar un jardín de x metros de lado.

$$y = 4x$$

vii) Si hemos utilizado 108 m de alambre ¿qué dimensiones tenía el jardín?

$108 : 4 = 27$ EL LADO DEL JARDIN ES 27m.

viii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



OBTUVE UNA GRAFICA CON PROPORCIONALIDAD DIRECTA, POR LA LINEA RECTA QUE SE FORMA AL CENTR...

Forma 3 (Proporcionalidad indirecta)

En un laboratorio se realiza un experimento para comprobar la relación que hay entre la presión de un gas y el volumen que ocupa (cuando la temperatura es constante). En un cilindro provisto de un manómetro (instrumento con forma de reloj que mide la presión) y un émbolo o pistón que ajusta perfectamente, se halla un gas que ocupa inicialmente un volumen de 12 dm^3 (12 decímetros cúbicos) y que tiene una presión de 0,1 atmósferas.

Al mover el pistón va variando el volumen. Los datos del experimento se registraron en la siguiente tabla:

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm^3)	12					

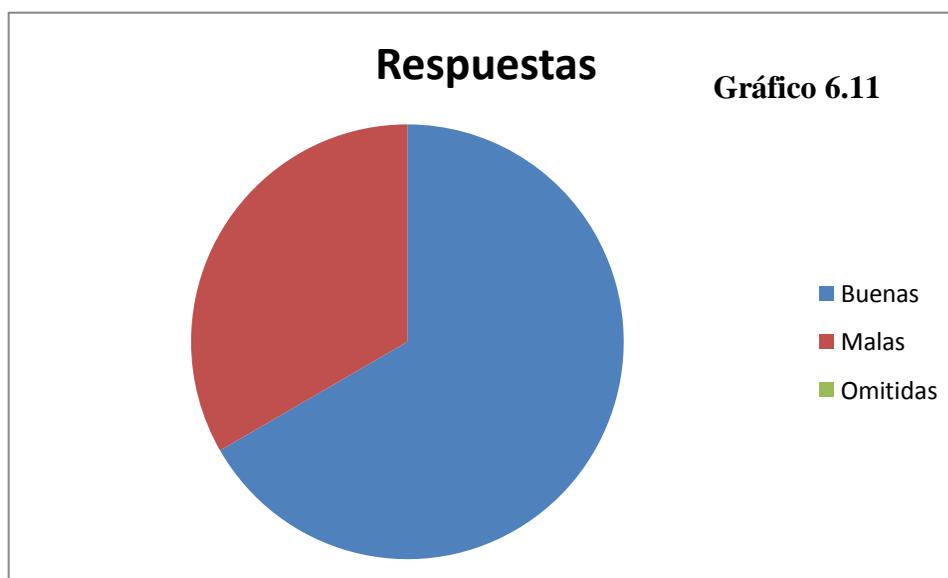
- i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

En esta actividad los estudiantes también razonan inductivamente, de una situación particular, concluyen una general. En este caso, del problema planteado, llegaron a la conclusión que era proporcionalidad inversa.

Los resultados fueron los siguientes:

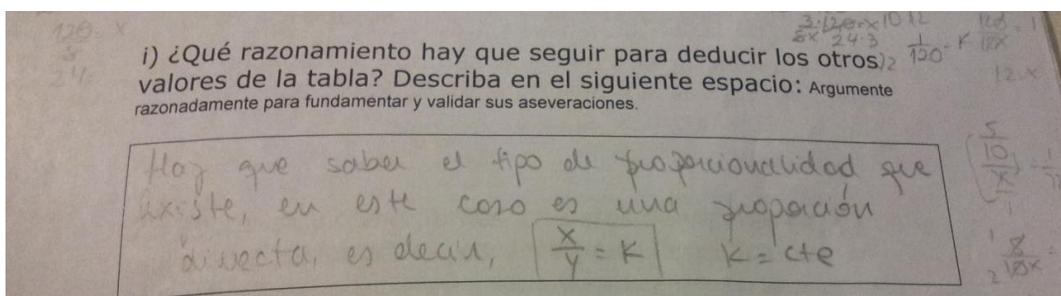
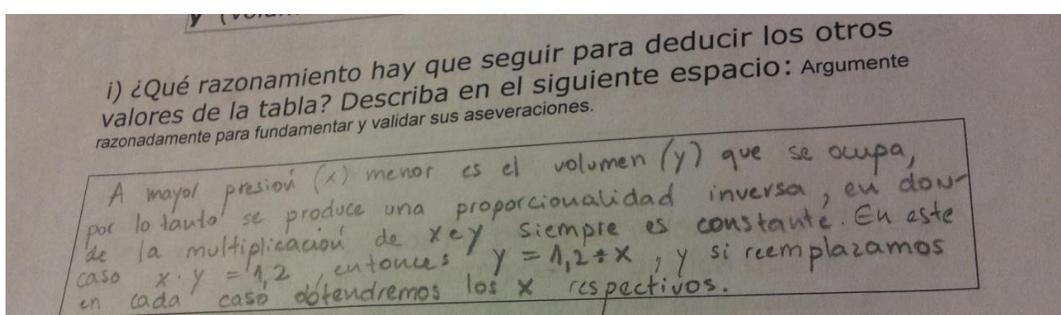
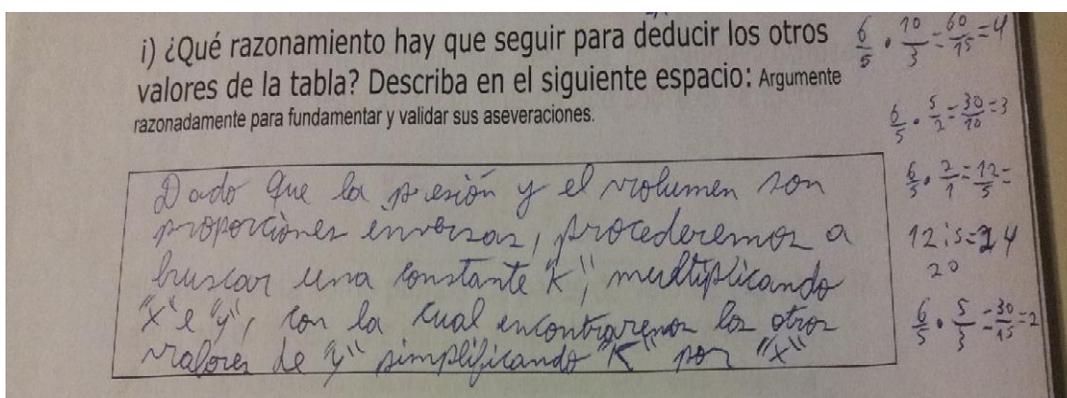
Tabla 6.11

Buenas	Malas	Omitidas
6	3	0



En esta pregunta las investigadoras, obtuvieron sólo 6 respuestas correctas de un total de 9, sacaron la constante de proporcionalidad y luego la multiplicaron por la presión en atmosfera para obtener el volumen y concluyeron que a mayor presión en la atmosfera menor será el volumen.

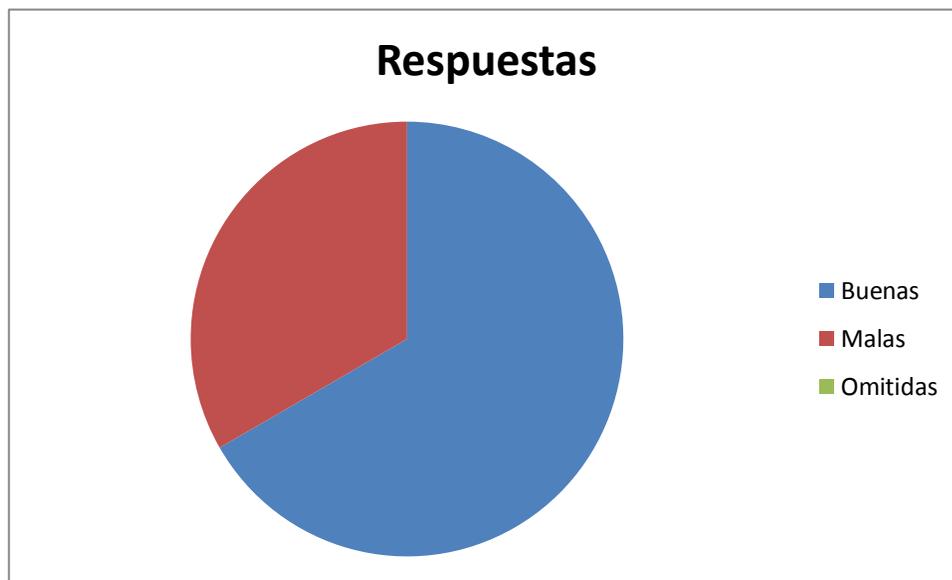
Por otro lado los estudiantes que contestaron mal, concluyeron que es una proporcionalidad directa, utilizando la regla de tres.



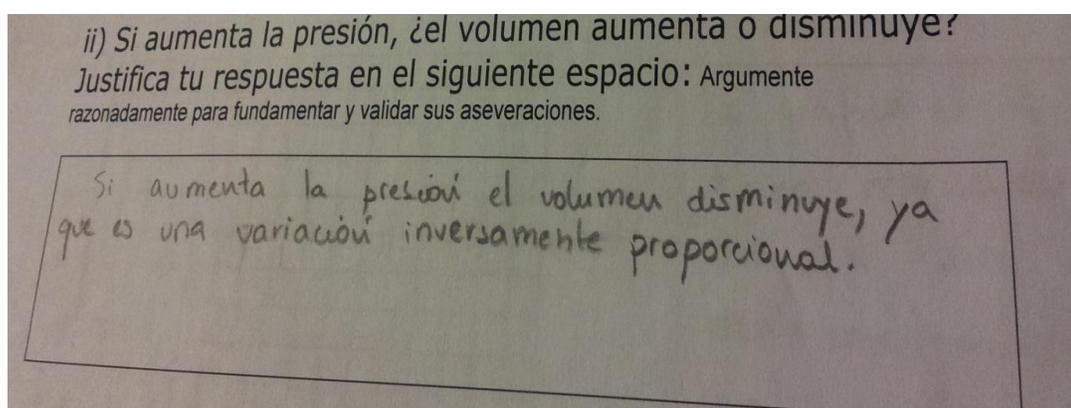
- ii) Si aumenta la presión, ¿el volumen aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Tabla 6.12

Buenas	Malas	Omitidas
6	3	0

Gráfico 6.12

En esta ocasión los alumnos, contestaron con el mismo razonamiento que el anterior, concluyeron que si aumenta la presión el volumen disminuirá, a mayor fuerza al gas disminuye el volumen, porque es una proporcionalidad indirecta.



Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

ii) Si aumenta la presión, ¿el volumen aumenta o disminuye?
 Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

El volumen disminuye, esto se debe a que la presión al aumentarse comprime con mayor fuerza ~~las moléculas~~ al gas disminuyendo el volumen.

ii) Si aumenta la presión, ¿el volumen aumenta o disminuye?
 Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

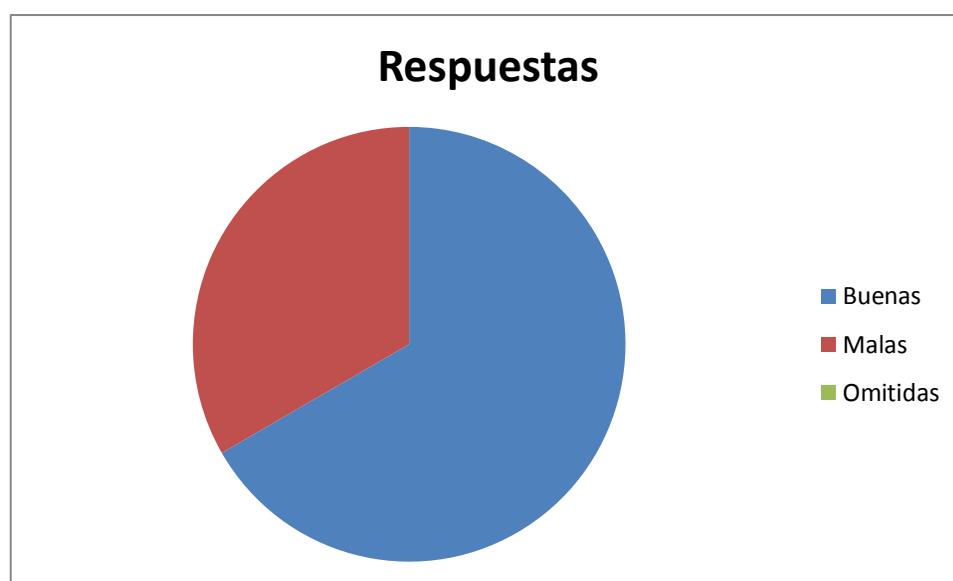
Si la presión aumenta el volumen también lo hará, ya que se debe a una proporcionalidad directa.

- iii) Si se duplica la presión, ¿el volumen, disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Tabla 6.13

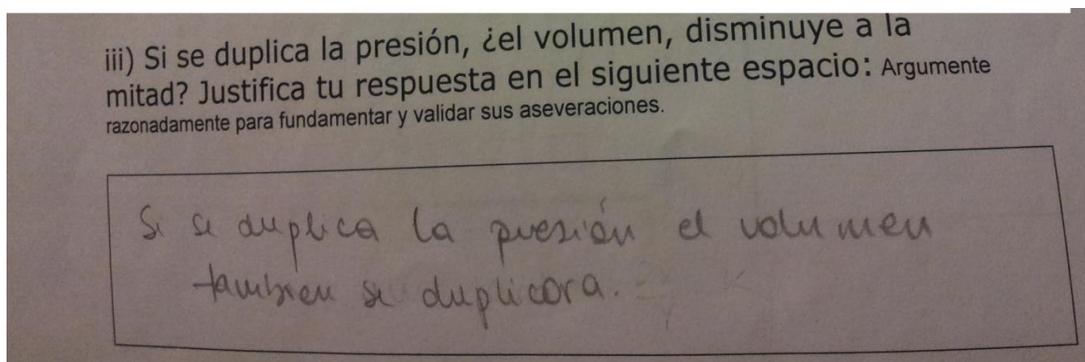
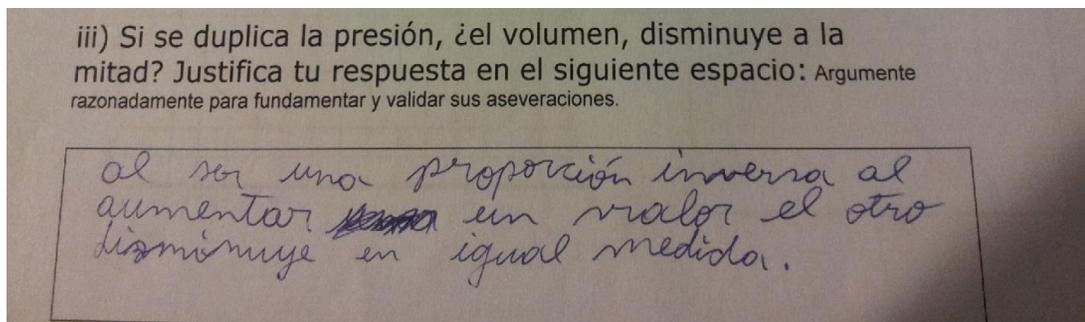
Buenas	Malas	Omitidas
6	3	0

Gráfico 6.13



Al igual que en el análisis de las preguntas anteriores, utilizan el mismo razonamiento, como es una proporción inversa, si el volumen aumenta el doble, la presión disminuirá a la mitad.

Por otro lado los que contestaron mal, continuaron con su error, dicen que como es proporcionalidad directa, si la presión se duplica, el volumen se duplica también.



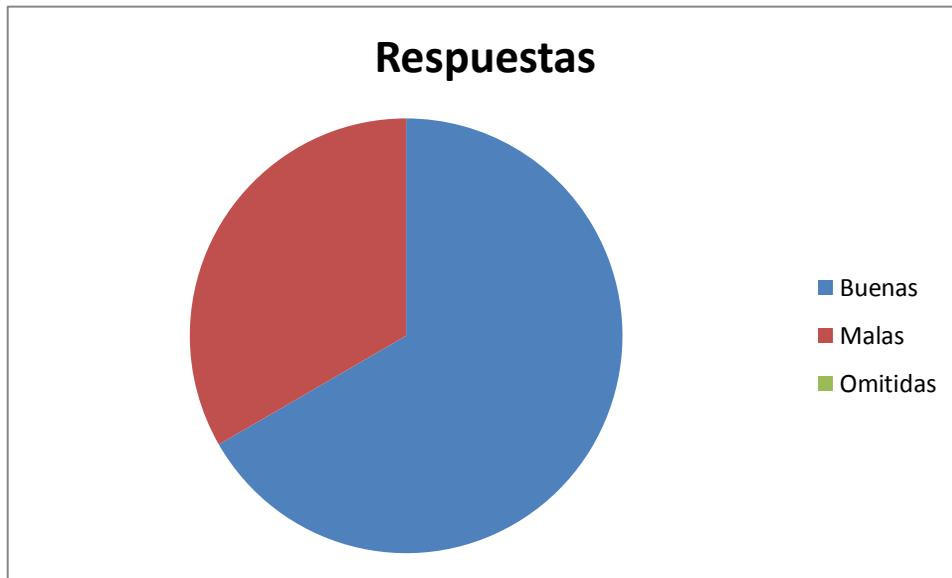
- iv) Si la presión, se reduce a la mitad, ¿el volumen disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Los resultados fueron los siguientes:

Tabla 6.14

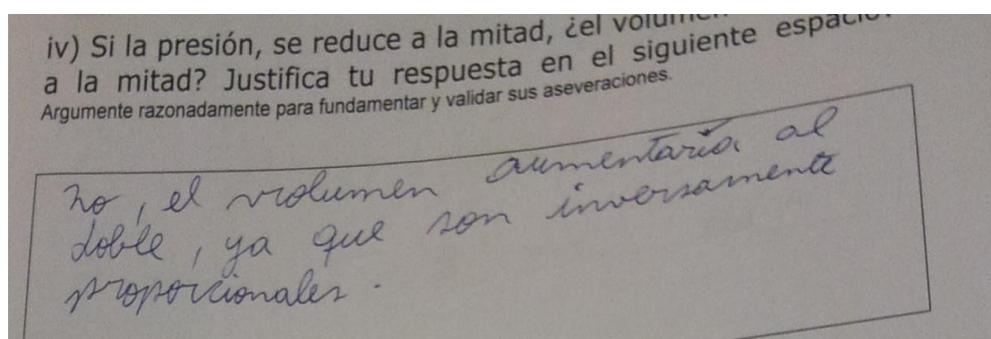
Buenas	Malas	Omitidas
6	3	0

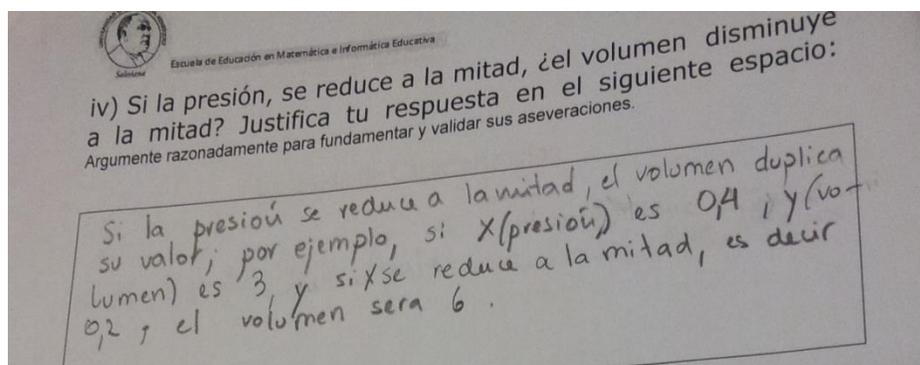
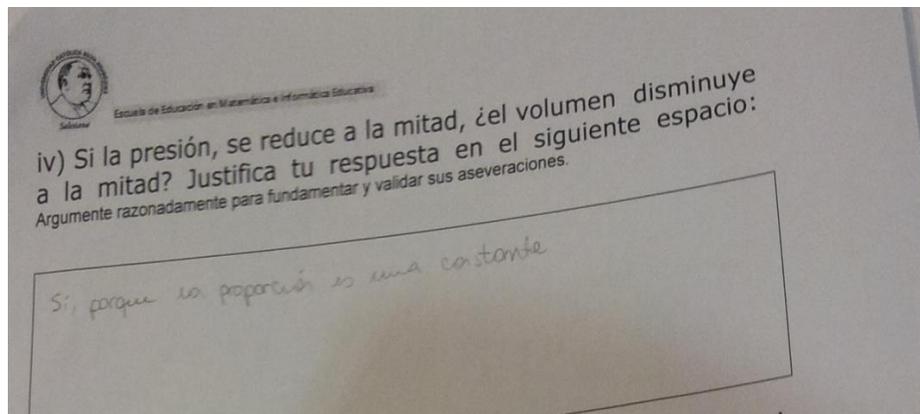
Gráfico 6.14



En estas respuestas, no varía en nada el nivel de error de los estudiantes, continua tres errados y seis respuestas correctas. Continuando con su razonamiento, los que contestaron correctamente coincidieron que, si la presión disminuía a la mitad, el volumen se duplicaría su valor.

Los estudiantes que contestaron erradamente, respondieron que si una constante se reduce una variable a la mitad, la variable otra también.





- v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm^3)	12					
producto						

- vi) Proponga una fórmula que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

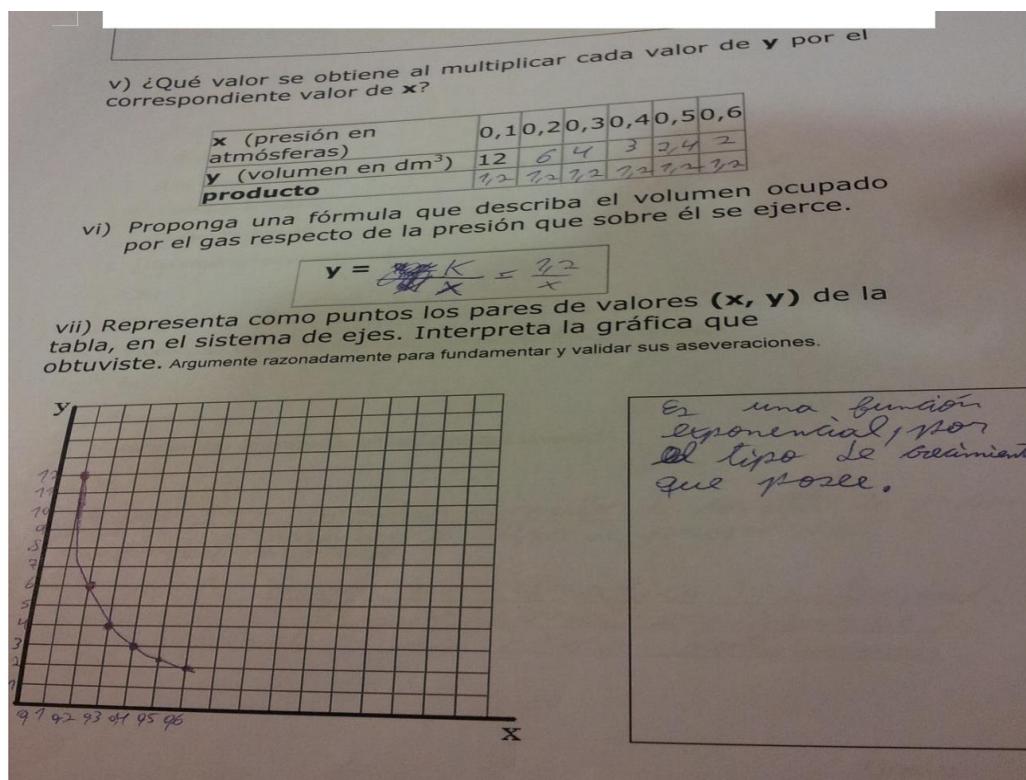
y =

- vii) Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

En la unión de estas tres preguntas, se tiene un cambio, una estudiante que en todo lo anterior tuvo malo, ahora cambia sus respuestas asertivamente, quedando así, con siete respuestas correctas y dos malas.

Los educandos que contestaron correctamente, completaron correctamente la tabla, supieron modelar la proporcionalidad, su gráfica fue acorde a la modelación y sus argumentos fueron consecuentes con las gráficas y fórmulas. El producto de las variables coincidieron que era 1,2 para cada casillero de la tabla, en la fórmula concordaron de $y = 1,2/x$, en este caso. Su gráfica es una hipérbola, que representa a la proporción inversa.

Los estudiantes errados, continuaron así, el producto de las variables, le dieron distintos números. No establecieron fórmula, y su gráfica fue una recta, que representa la proporcionalidad directa que mantuvieron a lo largo de la actividad.



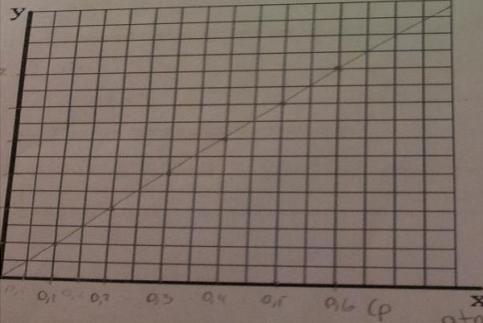
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm ³)	12	24	36	48	60	72
producto	1,2	4,8	10,8	19,2	30	43,2

vi) Proponga una fórmula que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

y =

vii) Representa como puntos los pares de valores (**x**, **y**) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



Pongo en la gráfica los variantes dependientes y los independientes luego uno los puntos respectivamente desde (0,0) hacia el final y me da que es una variable proporcional constante

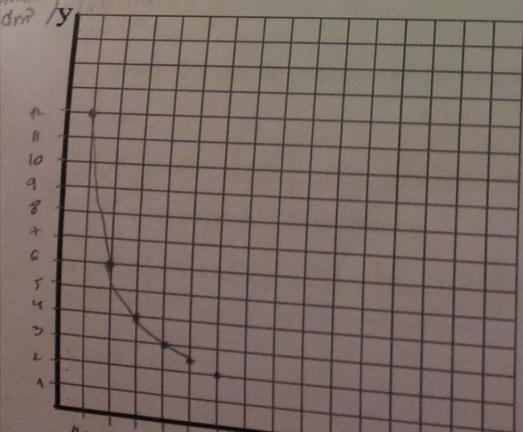
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm ³)	12	6	4	3	2,4	2
producto	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

vi) Proponga una fórmula que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

y = 1,2 / x

vii) Representa como puntos los pares de valores (**x**, **y**) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



La gráfica es la típica representación de una variación proporcional inversa.

En general, las respuestas se mantuvieron, solo tuvo un cambio al final de la actividad, una estudiante, al final del trabajo, se dio cuenta que está aplicando proporcionalidad inversa y no directa como afirmo al comienzo.

El razonamiento de los estudiantes fue el mismo, trabajaron con un razonamiento de carácter inductivo, de un problema establecido, llegaron a la conclusión que estaban aplicando proporcionalidad inversa.

Actividad Matemática

En un laboratorio se realiza un experimento para comprobar la relación que hay entre la presión de un gas y el volumen que ocupa (cuando la temperatura es constante)

En un cilindro provisto de un manómetro (instrumento con forma de reloj que mide la presión) y un émbolo o pistón que ajusta perfectamente, se halla un gas que ocupa inicialmente un volumen de 12 dm³ (12 decímetros cúbicos) y que tiene una presión de 0,1 atmósferas.

Al mover el pistón va variando el volumen. Los datos del experimento se registraron en la siguiente tabla:

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm ³)	12	6	4	3	2,4	2

i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Reconocer el tipo de proporción y en que razón se encuentran.

ii) Si aumenta la presión, ¿el volumen aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

el volumen disminuye ya que, están en relación inversamente proporcional

ii) Si se duplica la presión, ¿el volumen, disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

el volumen disminuye a la mitad

iv) Si la presión, se reduce a la mitad, ¿el volumen disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

NO el volumen aumenta a el doble

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm ³)	12	6	4	3	2,4	2
producto	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

vi) Proponga una fórmula que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

$y = \frac{1,2}{x}$

vii) Representa como puntos los pares de valores (x, y) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Forma cuatro (proporcionalidad directa).

Actividad Matemática

¿Cuánto deberé invertir hoy si quiero disponer dentro de 2 años la cantidad de 1.500 UF para comprar un pequeño departamento, considerando que la institución en la cual invertiré me asegura un 6% de interés anual para ese plazo?

- i) ¿Cuánto interés gano en un mes? ¿En 3 meses?, ¿En 3,5; o en cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (Intereses)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

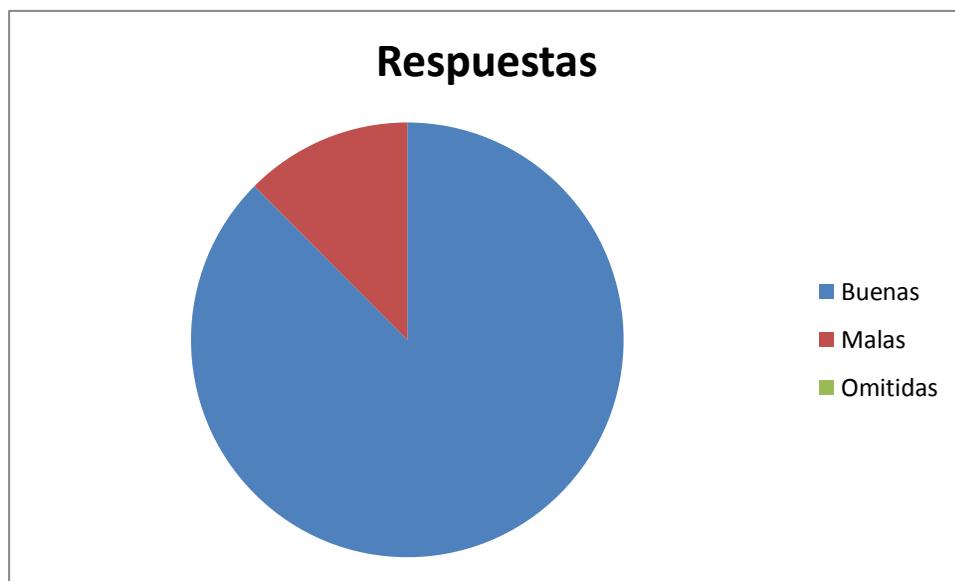
En esta oportunidad los estudiantes razonaron inductivamente. El razonamiento inductivo es aquel proceso en el que se razona partiendo de lo particular para llegar a lo general. La base de la inducción es la suposición de que algo es cierto en algunas ocasiones, también lo será en situaciones similares aunque no se haya observado.

Resultados de la primera pregunta

Tabla 6.15

Buenas	Malas	Omitidas
7	1	0

Gráfico 6.15



En esta ocasión, 7 de 8 alumnos contestaron correctamente. Si bien contestaron de forma adecuada, llegaron al resultado de la siguiente manera: multiplicaron el interés de la tasa anual por el número de mes y luego lo dividieron en doce, o , el interés de la tasa anual la dividieron por doce para obtener el interés mensual y luego lo multiplicaron por el mes que le pedían, y les daba el mismo resultado.

El estudiante que contestó mal, concluyó: “primero había que sacar el monto inicial, calcular cuánto aumenta según el tiempo, hasta llegar a los dos años, lo que ganó sería la diferencia entre el monto final”.

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Primero se debe calcular el monto inicial, luego calcular cuánto aumenta según el tiempo planteando, 1 mes ($\frac{1}{12}$), 3 meses ($\frac{1}{4}$), etc. hasta llegar a los 2 años. Lo que ganó sería la diferencia entre el monto final (dependiendo del tiempo) y el inicial.

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24	
y (Intereses)	0,5%	1,5%	1,75%	4,5%	7,5%	12%	3,5 4 4,5 5 13 14 15 6,5 7 7,5

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Los 6% anuales dividido en los 12 meses del año, luego multiplica ese valor por la cantidad de meses que se pide.

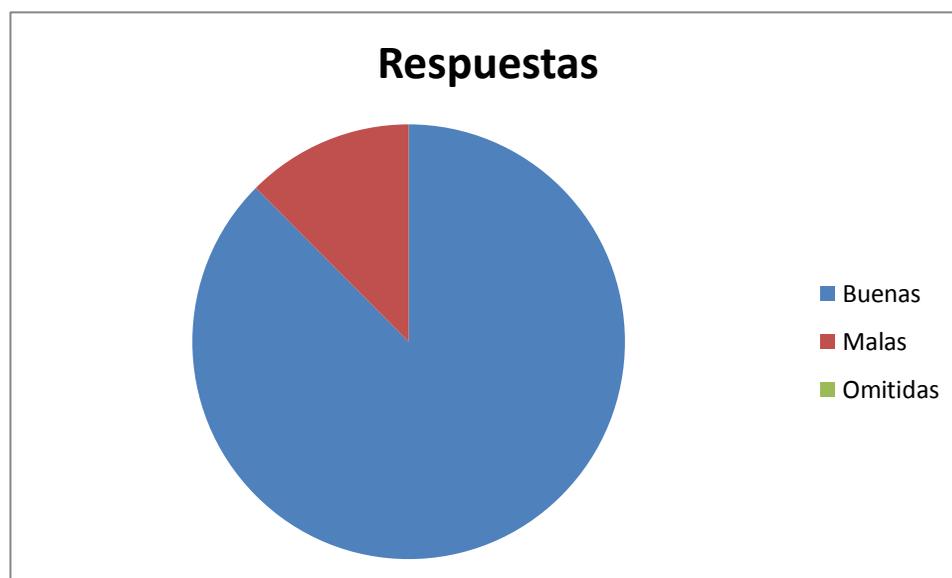
- ii) Si aumenta la tasa de interés el interés ¿el dinero que acumulo aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Respuestas:

Tabla 6.16

Buenas	Malas	Omitidas
7	1	0

Gráfico 6.16



En esta pregunta solo hubo un error, el estudiante concluye que el dinero va a disminuir, ya que el porcentaje del dinero es restado al total.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Los que contestaron bien, concluyeron que el interés aumenta, el dinero también aumenta. El interés como aumenta mensualmente, el dinero también, ya que, infirieron que era una proporcionalidad directa.

ii) Si aumenta la tasa de interés el interés ¿el dinero que acumulo aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

si el interes aumenta el dinero tambien lo hace, cambia el factor del porcentaje, Ejemplo, si tiene un interes del 7%, seria 1,07 por el monto original, al 9% 1,09, la multiplicación sera un numero mayor. Si disminuye, el dinero tambien, lo que se explico anteriormente pero a la inversa.

ii) Si aumenta la tasa de interés el interés ¿el dinero que acumulo aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

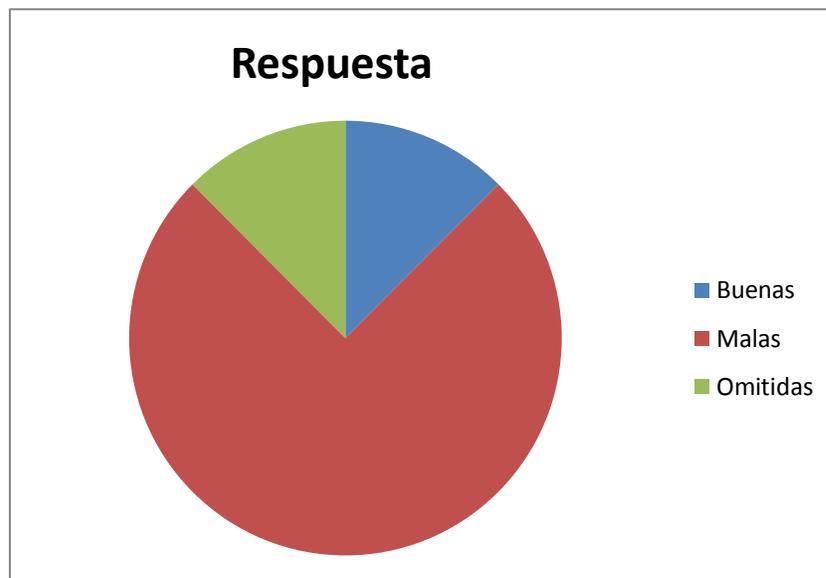
Ya a aumentar la cantidad de dinero ya que que esta tasa de intereses por lo que se da a entender cuando se suma al capital inicial

- iii) Si se multiplica el plazo por 0,5 ¿los intereses, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Tabla 6.17

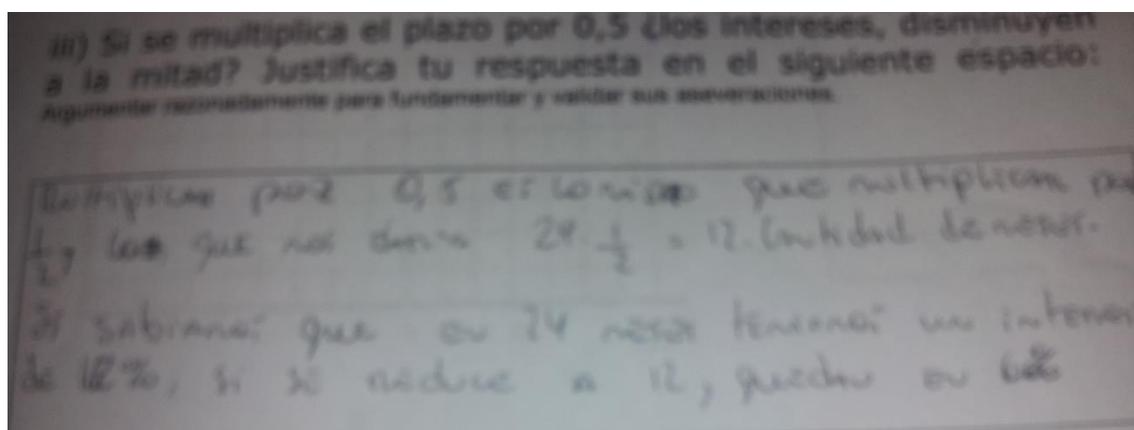
Buenas	Malas	Omitidas
1	6	1

Gráfico 6.17

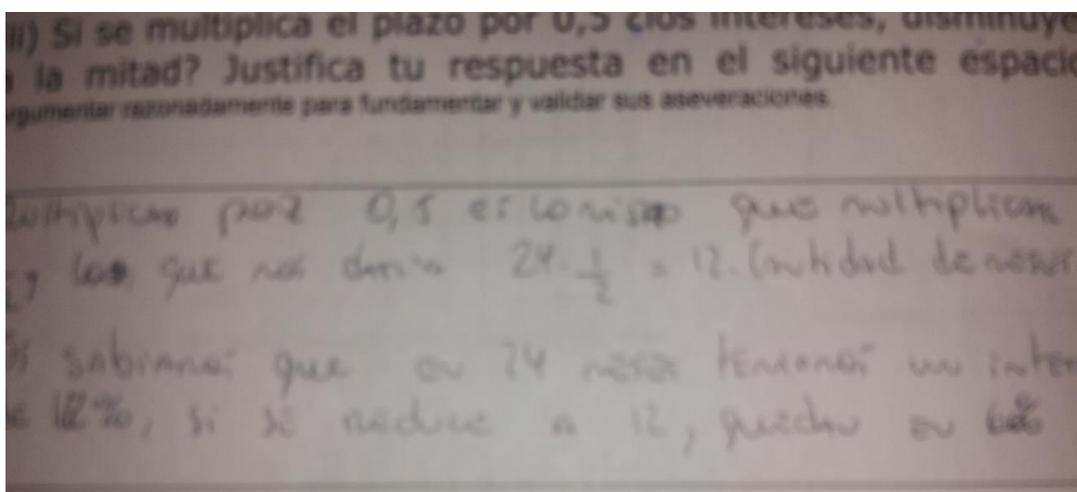
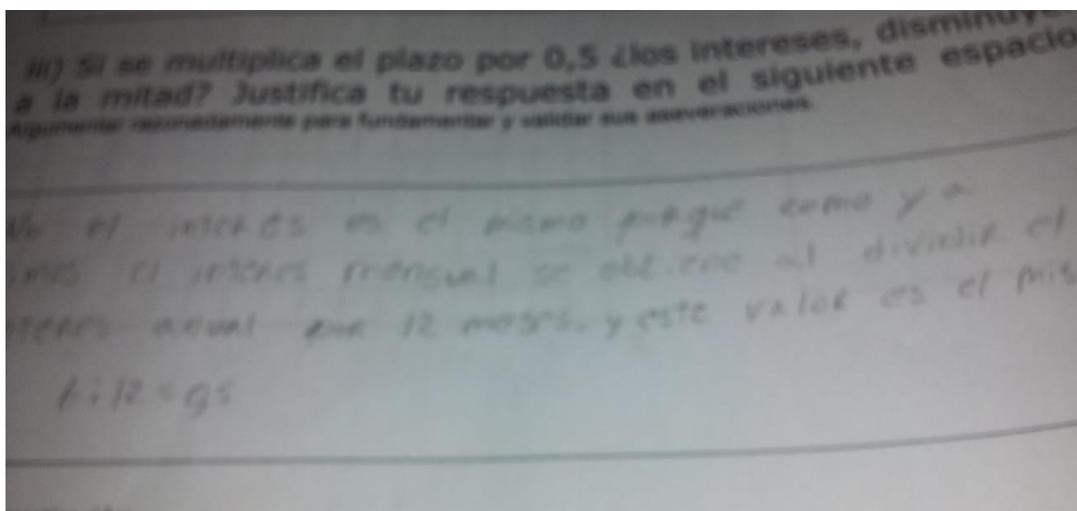


Esta fue una de las preguntas más complicadas, solo una fue la respuesta correcta, solo un estudiante multiplicó el plazo de 24 meses por 0,5 y le dio 12 meses, y concluyó que si tenía 24 meses con un 12% de interés, si se reduce a 12, queda un 6%.

Los seis estudiantes que contestaron mal, sus respuestas no se acercaba a lo que estaban preguntando, del dinero que se reducía a la mitad, hablaron de que el valor es el mismo, otro alumno contestó; que el interés se va a mantener igual hasta el tercer año subirá el interés. También concluyeron, que interés no necesariamente va a disminuir a la mitad, ya que, el 6% necesariamente será en 12 meses.



Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria



- iv) Si se disminuye a la mitad el valor del departamento, ¿los intereses disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Las respuestas fueron las siguientes:

Buenas	Malas	Omitidas
4	3	1

Tabla 6.18

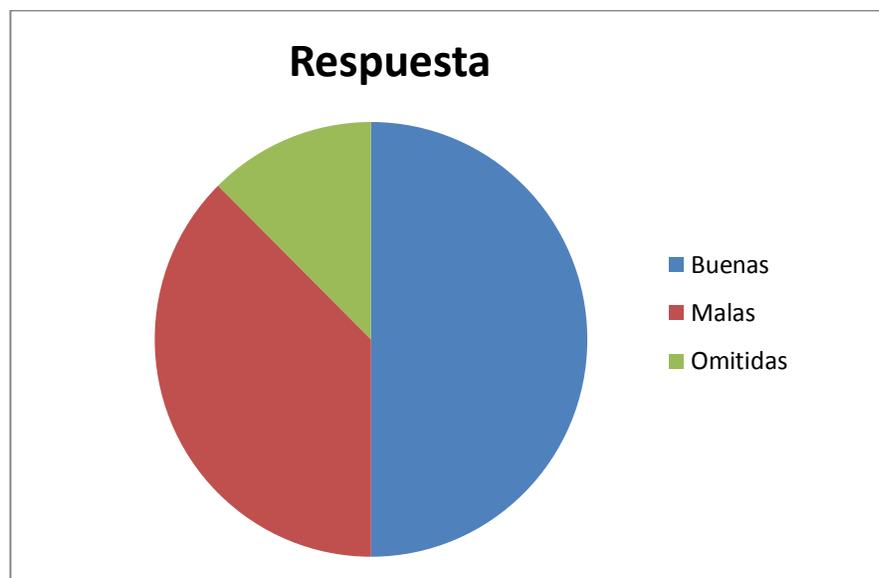
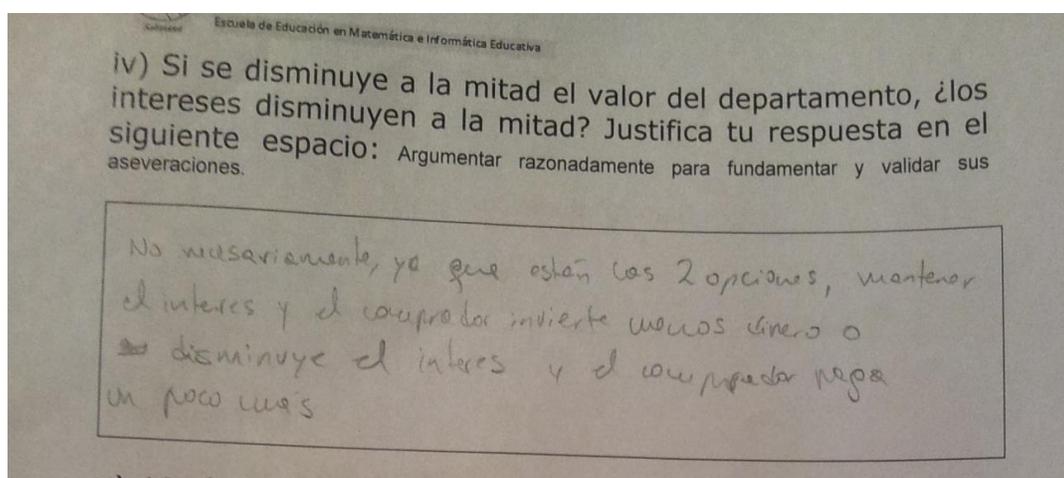


Gráfico 6.18

En esta pregunta, un alumno no contestó; tres contestaron incorrectamente, algunos asumieron que como es proporcionalidad directa, las dos variables disminuyen. En esta pregunta, los estudiantes se pusieron en la situación, de ellos comprar un departamento, y como su valor disminuiría a la mitad, se demorarían menos tiempo en juntar el dinero necesario, y como disminuye el tiempo, el dinero también disminuye, por lo tanto, menos interés.

Los estudiantes que contestaron en forma correcta, se dieron cuenta que el valor del departamento no dependía de ni de la variable de tiempo y de interés.



iv) Si se disminuye a la mitad el valor del departamento, ¿los intereses disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Nº, ya que lo que se deberá juntar será de un valor menor, por lo cual el interés se aplicará igual pero x menos tiempo.

iv) Si se disminuye a la mitad el valor del departamento, ¿los intereses disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Porque para se necesitara la mitad del dinero, esto implicaria que, o el plazo se reduce a la mitad, o el interés.

- v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)						
producto						

- vi) Proponga una fórmula que describa el interés obtenido(y) en un tiempo x en meses; a una tasa de interés

$y =$

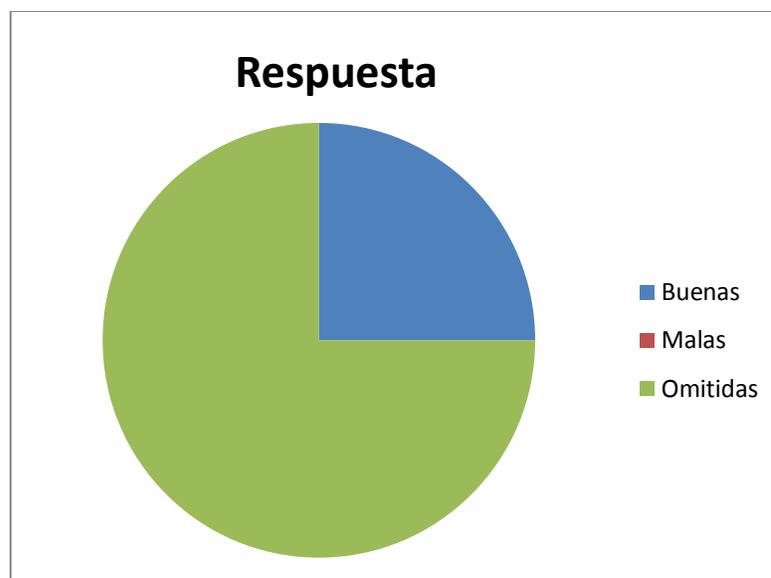
- vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Respuestas de las preguntas v, vi,vii)

Tabla 6.19

Buenas	Malas	Omitidas
2	0	6

Gráfico 6.19



Es esta parte de la actividad, seis de ocho estudiantes, omitieron esta parte, dejando en blanco la parte del gráfico con su respectiva interpretación, y de la fórmula que le pedía solicitaba.

Los dos educando que contestaron correctamente, calcularon el producto entre las variables mes e interés. Concluyeron la fórmula $y = 0,5 x$. y en cuanto a la gráfica , obtuvieron una recta. Y en su explicación hablaron de constantes.

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)	0,5	1,5	1,75	4,5	7,5	12
producto	0,5	4,5	6,125	40,5	112,5	288

vi) Proponga una fórmula que describa el interés obtenido(y) en un tiempo x en meses; a una tasa de interés

$y = 0,5 \cdot x$

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

v) ¿Que valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)	0,5	0,5	1,75	0,5	1,5	1,2%
producto	0,5	2	2	2	2	2

vi) Proponga una fórmula que describa el interés obtenido(**y**) en un tiempo **x** en meses; a una tasa de interés

$6\% \rightarrow 12 \text{ meses}$
 $0,5\% \rightarrow 1 \text{ mes}$

y = $\frac{6x}{12}$

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

es constante

En general, esta fue una de las formas más complicadas de contestar para los estudiantes, hubo varias sin contestar, sus resultados fueron malos, al plantearles un problema con variables que no utilizarían, se complicaron, no tuvieron buena comprensión de la actividad.

Actividad Matemática

¿Cuánto deberé invertir hoy si quiero disponer dentro de x años la cantidad de 1.500 UF para comprar un pequeño departamento, considerando que la institución en la cual invertiré me asegura un 6% de interés anual para ese plazo?

i) ¿Cuánto interés gano en un mes? ¿En 3 meses? ¿En 3,5; o en cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (Intereses)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

hay que utilizar progresión geométrica para determinar el valor del primer depósito, y así sucesivamente poder ir viendo el interés por cada mes.

ii) Si aumenta la tasa de interés el interés del dinero que acumulo aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

Aumenta ya que se le va sumando anualmente un 6%. de lo que ya tiene, por lo tanto, aumenta el interés, aumentando la cantidad de dinero anual.

iii) Si se multiplica el plazo por 0,5 ¿los intereses, disminuyen la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

no, deben aumentar para poder conseguir el dinero.

v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de y por el correspondiente valor de x ?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)						
producto						

vi) Proponga una fórmula que describa el interés obtenido (y) en un tiempo x en meses; a una tasa de interés

$$y = \frac{\text{Monto final} - \text{monto inicial}}{\text{Monto inicial} \cdot x}$$

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

CAPITULO 8: CONCLUSIONES GENERALES

Al comienzo de esta exploración, las investigadoras se hicieron la siguiente pregunta:

“¿Se está favoreciendo la comprensión de modelos de Variaciones Proporcionales en los estudiantes?”.

- El 81% de los estudiantes es capaz de reconocer las variables, sean estas directas o inversas. Se deduce que el alumno al interactuar con el problema escrito y el registro gráfico de la tabla, le permite una mejor comprensión del mismo, ya que se ve enfrentado a dos representantes de una misma situación, lo que permite mejores conjeturas sobre el objeto de estudio.
- Se acentuó por medio de la actividad modelada el pensamiento inductivo de los alumnos. Los resultados arrojados de las preguntas i y ii demuestran que los estudiantes para resolver el problema, debieron identificar las variaciones proporcionales entre variables y posteriormente conceptualizar la situación definiendo si es directamente proporcional o inversamente proporcional. El conocimiento o nociones previas de proporcionalidad le permite particularizar el problema. Por otro lado la modelación favorece el pensamiento inductivo al estar debidamente estructurado.
- Las formas de proporcionalidad directa superan en resultados correctos en un 30% a las de proporcionalidad indirecta. Surge nuevamente la idea de que existe una tendencia por parte de los estudiantes a tener menos devoluciones en procesos inversos.
- En su mayoría los estudiantes no realizan las conversiones del objeto en cuestión con su modelo matemático. Los estudiantes desconocen que el modelo matemático no es más que el mismo objeto pero en otro registro.
- Se concluye que al escasear la noción del modelo matemático de proporcionalidad, se pierde parte estructural de la conceptualización del objeto en estudio, por ende se hace susceptible a los cambios. Esto se justifica en la muestra por la falta de resultados positivos en preguntas posteriores.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

- Se sostiene que la modelación debe usarse para la enseñanza de los contenidos matemáticos que poseen diversos registros de representación y de los cuáles se pueda enriquecer el desarrollo del tópico, no obstante siempre de la premisa que es una herramienta del profesor de matemáticas.
- La modelación debe entenderse como un medio y no como un fin. A los estudiantes no solamente se les prepara para el mejoramiento de sus capacidades cognitivas, existe un desarrollo conceptual o formalización del contenido de manera que estén preparados para las pruebas de conocimiento conceptual matemático (PSU - SIMCE).
- Se propone a la competencia de modelación, como un ajuste curricular en la formación de profesores de modo que se le enseñe al profesor como articular los registros de representación de un objeto matemático para así mejorar su práctica docente y conseguir mejores aprendizajes.
- Se evidencia la falta de concordancia entre los ajustes curriculares de la enseñanza media y la preparación de profesores para generar esos cambios. La literatura y la revisión de mallas curriculares de las universidades de Chile respaldan nuestra conclusión.
- Alrededor del 20% de los estudiantes fue capaz de completar la actividad. Se cree que estos resultados revelarían la falta de trabajo en aula con modelos matemáticos.

Por todo lo anteriormente estudiado, en el marco de esta investigación se afirma que aunque ha habido avances en cuanto al tratamiento de los objetos matemáticos, y a la enseñanza de los mismos, no existe un aseguramiento por parte de los actores principales del proceso que favorezca los aprendizajes con modelos.

Se postula la reflexión sobre el quehacer institucional y el quehacer pedagógico para que en miras de una mejor educación, formen a profesores con herramientas que les permitan desarrollar las habilidades de los estudiantes que exige el gobierno y que de seguro le serán útiles en el transcurso de toda su vida...

"Para llegar donde no estamos tendremos que avanzar por donde no vamos."

San Juan de la Cruz.

BIBLIOGRAFÍA

- Vigotsky, L. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.
- Vigotsky, L. (1995). Pensamiento y lenguaje. Buenos Aires: Ediciones Fausto.
- Godino, J. y Batanero, C. Proporcionalidad y su didáctica para maestros. [En línea] Febrero de 2002. [Citado el: 20 de Noviembre de 2011.] <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- Obando, G., Vasco, C., & Arboleda, L. (2009). *Praxeologías matemáticas en torno al número racional, las razones, las proporciones y la proporcionalidad*. Comunicación interna no publicada. Universidad del Valle. Cali.
- Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). *Pensamiento numérico y sistemas numéricos*. Medellín: Gobernación de Antioquia. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a la Educación con Calidad.
- Mineduc, (2009). Propuesta Ajuste Curricular Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios. Documento recuperado de http://www.rmm.cl/usuarios/csanc1/doc/200912232049050.Sector_Matematica.pdf.

ANEXOS

Primera solicitud de validación de tesis

Solicitud corregida por profesores correctores

Actividades originales (4 formas)

Encuesta

Solicitud de validación de instrumento a través de Juicio de Experto.

La validación del instrumento elaborado por las alumnas de tesis, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permitan recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al Grado de: Licenciado en Educación, Título Profesional: Pedagogía en Educación Matemáticas e Informática Educativa, su título es: “Las Variaciones Proporcionales: Una modelización necesaria“

La metodología es Estudio de Caso a ser aplicada a los profesores de pregrado en formación (Primer Año) en Matemática e Informática Educativa.

La nomina de alumnas que optan a obtener su título profesional es:

1.- Claudia Díaz
2.- Katerine Melián

Resumen:

El estudio sistemático de las **Variaciones Proporcionales** se inicia en la Educación Básica y ahora nos interesa profundizarlas para ser trabajadas en Enseñanza Media, incorporando las relaciones entre las variables, la representación gráfica, las tablas de valores, las constantes de proporcionalidad y la modelización.

A partir de un problema planteado desde la fenomenología, se propone el análisis, para el primer cuadrante del modelo. Se continúa con este análisis, generalizando al modelo de la ecuación de la recta o de la hipérbola.

Las proporcionalidad está presente en numerosas y variadas situaciones cotidianas; ha sido tema de estudio desde el tiempo de los griegos y, en la historia de la educación, en nuestro país, ha pasado desde la regla de tres simple al trabajo con igualdad de razones; desde la notación con dos puntos (:) y su lectura “es a” a la notación fraccionaria. Un punto interesante para nuestra reflexión pedagógica se refiere a la relación entre la proporcionalidad y su modelización matemática.

Las actividades propuestas en este instrumento están diseñadas considerando los siguientes núcleos temáticos:

1. Actividades relacionadas con la lectura e interpretación de un problema.
2. Actividades asociadas a la proporcionalidad directa.
3. Actividades asociadas a la proporcionalidad inversa.

Y con los siguientes contenidos:

- Noción de variable. Análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad.
- Tablas y gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura; variables continuas y discretas.
- Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa o proporciones inversas. Resolución de problemas.
- Proporcionalidad directa; razones internas y constantes de proporcionalidad.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

- Proporcionalidad inversa; razones inversas.
- Construcción y análisis de tablas y gráficos asociados a la proporcionalidad directa y a la proporcionalidad inversa (primer cuadrante).
- Relación entre las tablas, los gráficos y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa e inversa.
- Relación entre la proporcionalidad directa y razones constantes y entre la proporcionalidad inversa y productos constantes.
- Relación entre la proporcionalidad y la modelización

Problema de Investigación.

Los problemas y dificultades de comprensión en relación a las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, por parte de los profesores y profesoras en formación, y que se han ilustrado en el ítem precedente pueden tener, según las investigadoras, un triple origen:

- Procedentes de la propia dificultad de los conceptos de proporcionalidad involucrados.
- Procedentes de deficiencias cognitivas en variaciones proporcionales de los profesores.
- Procedentes de un concepto de modelización inexistente

De estas tres opciones, pensamos que lo más natural y provechoso es tratar de actuar sobre la última de ellas puesto que una mejora en la relación entre las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, necesariamente debería tener en cuenta – para evitarla o suavizarla – la dificultad de los conceptos de variación proporcional implicados y también debería tener en consideración – para solventarlas – las deficiencias cognitivas de los alumnos.

De los trabajos revisados para esta investigación; los dedicados a las variaciones proporcionales se centran principalmente en las dos primeras, sin entrar a relacionarlas con la modelización.

Objetivo General:

Proponer un diseño de actividades que considere las dificultades detectadas en los profesores y profesoras en formación en el aprendizaje de modelos en las variaciones proporcionales, estableciendo un paralelo con los modelos tratados en los cursos de Enseñanza Media de nuestro sistema escolar.

Objetivos Específicos.

Describir los aprendizajes esperados en la educación media respecto de la modelización en las variaciones proporcionales.

Identificar dificultades de los estudiantes de pedagogía en matemática en la comprensión de los modelos de variaciones proporcionales.

Conocer la percepción que tienen los profesores de matemática en su formación inicial de sobre de los tipos de modelización y la conexión con los contenidos de variación proporcional.

Plantear una propuesta de diseño didáctico para la enseñanza de modelización a partir de los conocimientos de las variaciones proporcionales.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Supuestos:

Sin el tratamiento de las variaciones proporcionales con una adecuada modelización, desaparece el significado de las operaciones aritméticas y se sustituye por la utilización de una técnica.

Como consecuencia directa y natural de lo anterior, el abandono del uso de los significados de las manipulaciones numéricas y la modelización con magnitudes se plantea la resolución de problemas como la aplicación de destrezas carentes de significado e incluso, a veces, de lógica

Encontramos que se produce un abuso de técnicas utilizadas en situaciones inapropiadas.

Observaciones:

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será a partir de un instrumento planificado y diseñado para ser respondido por profesores de matemática en formación de primer año, de acuerdo a las dimensiones propuestas en el objetivo de nuestra investigación.

Les saludan atentamente y agradecen su colaboración:

Claudia Díaz

Katherine Melian

Datos del Experto(a)

Nombre.....

Título profesional.....

Grado Académico.....

Cargo.....

Le rogaríamos consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías:

- **Muy bien.**
- **Bien.**
- **Suficiente.**
- **Insuficiente**

Observaciones:

.....

.....

.....

.....

Muchas gracias por su cooperación.

.....

Nombre y Firma.

Santiago,...../...../2013

Solicitud de validación de instrumento a través de Juicio de Experto.

La validación del instrumento elaborado por las alumnas de tesis, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permitan recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al Grado de: Licenciado en Educación, Título Profesional: Pedagogía en Educación Matemáticas e Informática Educativa, su título es: “Las Variaciones Proporcionales: Una modelización necesaria“

La metodología es Estudio de Caso a ser aplicada a los profesores de pregrado en formación (Primer Año) en Matemática e Informática Educativa.

La nomina de alumnas que optan a obtener su título profesional es:

1.- Claudia Díaz
2.- Katerine Melián

Resumen:

El estudio sistemático de las **Variaciones Proporcionales** se inicia en la Educación Básica y ahora nos interesa profundizarlas para ser trabajadas en Enseñanza Media, incorporando las relaciones entre las variables, la representación gráfica, las tablas de valores, las constantes de proporcionalidad y la modelización.

A partir de un problema planteado desde la fenomenología, se propone el análisis, para el primer cuadrante del modelo. Se continúa con este análisis, generalizando al modelo de la ecuación de la recta o de la hipérbola.

Las proporcionalidad está presente en numerosas y variadas situaciones cotidianas; ha sido tema de estudio desde el tiempo de los griegos y, en la historia de la educación, en nuestro país, ha pasado desde la regla de tres simple al trabajo con igualdad de razones; desde la notación con dos puntos (:) y su lectura “es a” a la notación fraccionaria. Un punto interesante para nuestra reflexión pedagógica se refiere a la relación entre la proporcionalidad y su modelización matemática.

Las actividades propuestas en este instrumento están diseñadas considerando los siguientes núcleos temáticos:

1. Actividades relacionadas con la lectura e interpretación de un problema.
2. Actividades asociadas a la proporcionalidad directa.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

3. Actividades asociadas a la proporcionalidad inversa.

Y con los siguientes contenidos:

- Noción de variable. Análisis y descripción de fenómenos y situaciones que ilustren la idea de variabilidad.
- Tablas y gráficos de distinto tipo; interpretación y lectura; variables continuas y discretas.
- Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa o proporciones inversas. Resolución de problemas.
- Proporcionalidad directa; razones internas y constantes de proporcionalidad.
- Proporcionalidad inversa; razones inversas.
- Construcción y análisis de tablas y gráficos asociados a la proporcionalidad directa y a la proporcionalidad inversa (primer cuadrante).
- Relación entre las tablas, los gráficos y la expresión algebraica de la proporcionalidad directa e inversa.
- Relación entre la proporcionalidad directa y razones constantes y entre la proporcionalidad inversa y productos constantes.
- Relación entre la proporcionalidad y la modelización

Problema de Investigación.

Los problemas y dificultades de comprensión en relación a las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, por parte de los profesores y profesoras en formación, y que se han ilustrado en el ítem precedente pueden tener, según las investigadoras, un triple origen:

- Procedentes de la propia dificultad de los conceptos de proporcionalidad involucrados.
- Procedentes de deficiencias cognitivas en variaciones proporcionales de los profesores.
 - Procedentes de un concepto de modelización inexistente

De estas tres opciones, pensamos que lo más natural y provechoso es tratar de actuar sobre la última de ellas puesto que una mejora en la relación entre las variaciones proporcionales y la modelización de problemas, necesariamente debería tener en cuenta – para evitarla o suavizarla – la dificultad de los conceptos de variación proporcional implicados y también debería tener en consideración – para solventarlas – las deficiencias cognitivas de los alumnos.

De los trabajos revisados para esta investigación; los dedicados a las variaciones proporcionales se centran principalmente en las dos primeras, sin entrar a relacionarlas con la modelización.

Objetivo General:

Diseñar propuesta metodológica que promueva la comprensión de modelos de Variaciones Proporcionales.

Objetivos Específicos.

Describir los aprendizajes esperados en la educación media respecto de la modelización en las variaciones proporcionales.

Identificar dificultades de los estudiantes de pedagogía en matemática en la comprensión de los modelos de variaciones proporcionales.

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

Conocer la percepción que tienen los profesores de matemática en su formación inicial de sobre de los tipos de modelización y la conexión con los contenidos de variación proporcional.

Proponer un diseño didáctico para la enseñanza de modelización de situaciones que involucren variaciones proporcionales.

Comparar el diseño propuesto con los modelos utilizados en cursos de enseñanza media en el sistema escolar.

Supuestos:

Sin el tratamiento de las variaciones proporcionales con una adecuada modelización, desaparece el significado de las operaciones aritméticas y se sustituye por la utilización de una técnica.

Como consecuencia directa y natural de lo anterior, el abandono del uso de los significados de las manipulaciones numéricas y la modelización con magnitudes se plantea la resolución de problemas como la aplicación de destrezas carentes de significado e incluso, a veces, de lógica

Se considera que se produce un abuso de técnicas utilizadas en situaciones inapropiadas.

Observaciones:

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será a partir de un instrumento planificado y diseñado para ser respondido por profesores de matemática en formación de primer año, de acuerdo a las dimensiones propuestas en el objetivo de nuestra investigación.

Les saludan atentamente y agradecen su colaboración:

Claudia Díaz

Katherine Melian

Datos del Experto(a)

Nombre:....Carlos Aguilar Santana.....

Título profesional:...Profesor de Matemáticas.....

Grado Académico:.....Licenciado en Matemáticas.....

Cargo:.....Profesor Adjunto.....

Le rogaríamos consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías:

- **Muy bien.**
- **Bien.**

Las Variaciones proporcionales: una modelización necesaria

- **Suficiente.**
- **Insuficiente**

Observaciones:

.....
.....
.....
.....

Muchas gracias por su cooperación.

.....

Nombre y Firma.

Santiago,...../...../2013

Actividad Matemática

Un grupo de 10 personas (x) tarda 6 horas (y) en realizar un trabajo, tal como se indica en la tabla adjunta:

x (personas)	5	10	15	20	25	30
y (horas)		6				

- i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

- ii) Si aumenta el número de personas, el tiempo ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

- iii) Si se multiplica el número de personas por 2, ¿el tiempo disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

- iv) Si se divide por 2 el tiempo, ¿el número de personas disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

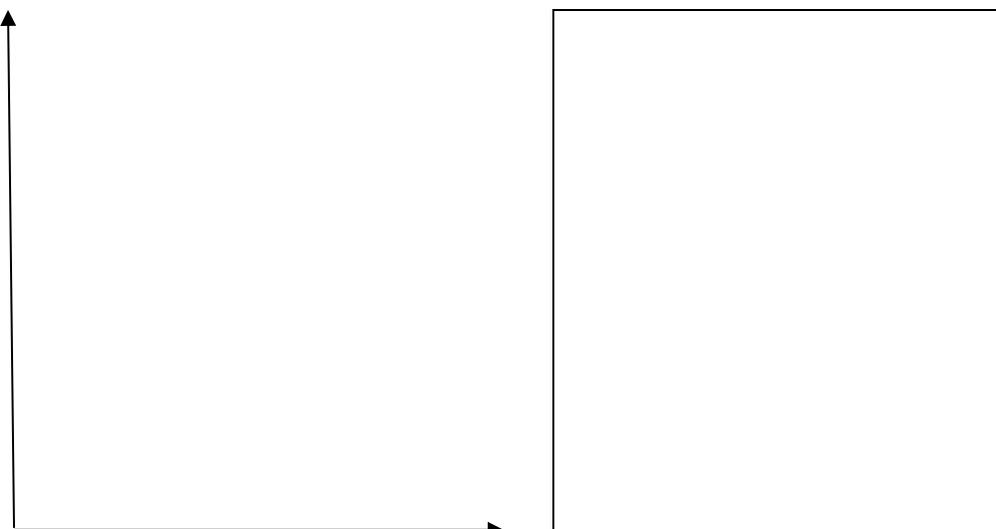
- v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (personas)	5	10	15	20	25	30
y (horas)		6				
producto						

- vi) Ensaya una modelización que te permita pasar directamente del tiempo al número de personas:

$y =$

- vii) Representa como puntos los pares de valores (**x**, **y**) de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste.



Actividad Matemática

En un laboratorio se realiza un experimento para comprobar la relación que hay entre la presión de un gas y el volumen que ocupa (cuando la temperatura es constante)

En un cilindro provisto de un manómetro (instrumento con forma de reloj que mide la presión) y un émbolo o pistón que ajusta perfectamente, se halla un gas que ocupa inicialmente un volumen de 12 dm^3 (12 decímetros cúbicos) y que tiene una presión de 0,1 atmósferas.

Al mover el pistón va variando el volumen. Los datos del experimento se registraron en la siguiente tabla:

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm^3)	12					

i) ¿Qué razonamiento hay que seguir para deducir los otros valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

ii) Si aumenta la presión, el volumen ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iii) Si se multiplica la presión por 2, ¿el volumen, disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iv) Si se divide por 2 la presión, ¿el volumen disminuye a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

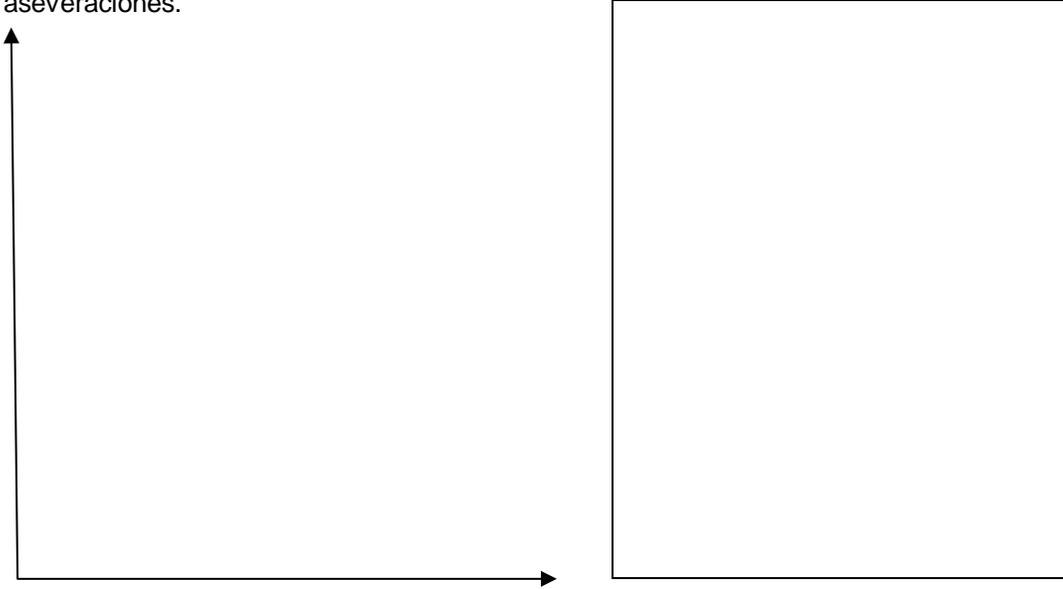
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (presión en atmósferas)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
y (volumen en dm ³)	12					
producto						

viii) Ensayá una modelización que describa el volumen ocupado por el gas respecto de la presión que sobre él se ejerce.

$y =$

vii) Representa como puntos los pares de valores **(x, y)** de la tabla, en el sistema de ejes. Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



Actividad Matemática

Queremos cercar con alambre un jardín que tiene forma cuadrada.

i) ¿Cuánto alambre es necesario si el lado del jardín mide 12 m? ¿Y si mide 7 m, o 33,5 m; o cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (metros de lado)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

ii) Si aumenta el lado del jardín, los metros de alambre necesarios ¿aumentan o disminuyen? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio:

Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iii) Si se multiplica el lado del jardín por 0,5 ¿los metros de alambre necesarios, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iv) Si se disminuye a la mitad el lado del jardín, ¿los metros de alambre disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

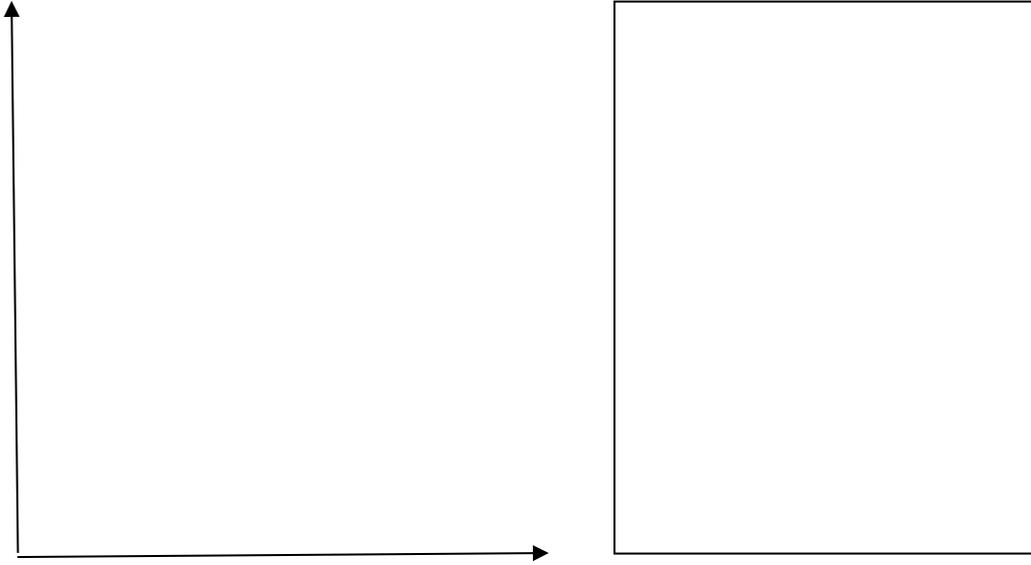
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (lado del jardín)	12	7	8,5	9,4	33,5	40
y (metros de alambre)						
producto						

vi) Ensayá una modelización que describa el metraje de alambre ocupado (**y**) necesarios para cercar un jardín de **x** metros de lado. Si hemos utilizado 108 m de alambre ¿qué dimensiones tenía el jardín?

y =

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



Actividad Matemática

¿Cuánto deberé invertir hoy si quiero disponer dentro de 2 años de 1.500 UF para comprarme un pequeño departamento, si me aseguran un 6% de interés anual para ese plazo?

i) ¿Cuánto interés gano en un mes? ¿Y en 3 meses, o 3,5; o cada uno de los valores que se indican en la tabla?

x (meses)	1	3	3,5	9	15	24
y (Intereses)						

¿Qué razonamiento hay que seguir para determinar los valores de la tabla? Describa en el siguiente espacio: Argumente razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

ii) Si aumenta la tasa de interés el interés ¿aumenta o disminuye? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iii) Si se multiplica el plazo por 0,5 ¿los intereses, disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

iv) Si se disminuye a la mitad el valor del departamento, ¿los intereses disminuyen a la mitad? Justifica tu respuesta en el siguiente espacio: Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.

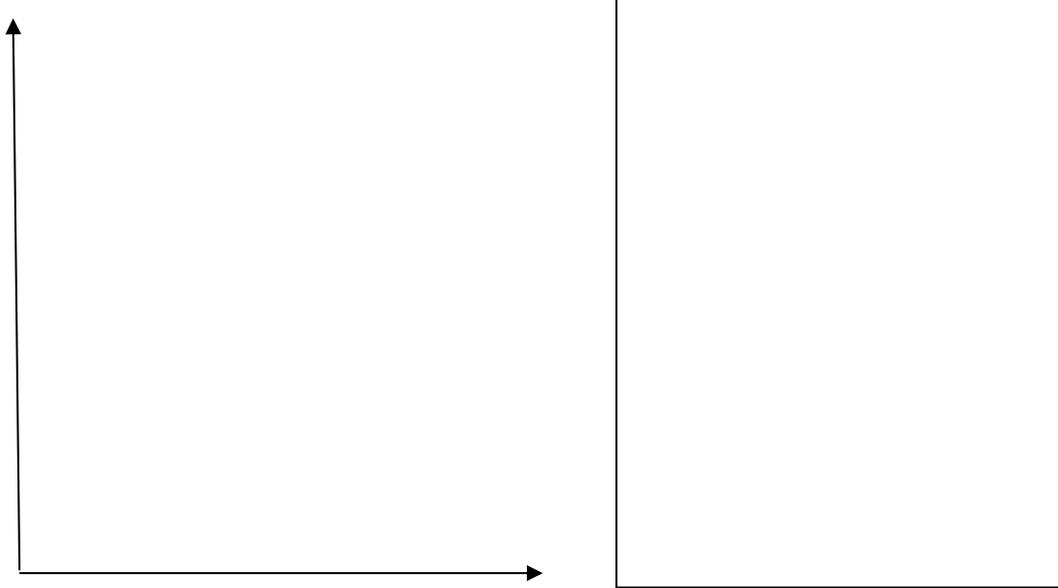
v) ¿Qué valor se obtiene al multiplicar cada valor de **y** por el correspondiente valor de **x**?

x (mese)	1	3	3,5	9	15	24
y (intereses)						
producto						

vi) Ensaya una modelización que describa el interés obtenido(**y**) en un tiempo **x** en meses; a una tasa de interés

y =

vii) Sitúa en una gráfica los datos de la tabla ¿Cómo quedan los puntos? Interpreta la gráfica que obtuviste. Argumentar razonadamente para fundamentar y validar sus aseveraciones.



Encuesta:

Nombre _____ Edad _____

Marque con una X

1. ¿Qué tipo de colegio estudio?

Particular

Particular subvencionada

Municipal

2. ¿Qué tipo de educación recibió en enseñanza media?

Científico-humanista

Técnico Profesional

3. ¿Has estudiado otra carrera antes?

No

Si, ¿Cuál? _____

4. ¿Viste alguna vez en el colegio proporcionalidad directa o inversa?

Si

No

5. ¿Recuerdas algo de proporcionalidad directa e inversa?

no

Si ¿Qué? _____

6. Nombra estrategias de enseñanza:

Gracias