UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ

Salesiana

Escuela de Educ. en Humanidades y Ciencias

Departamento de Educación Matemática

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA POST-INSTRUCCIONAL PARA CONSOLIDAR EL CONTENIDO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
SILVA LEÓN, GISELA S.
VALDIVIA CORREA, VÍCTOR D.
ZAPATA VILLA, DAVID A.

PROFESOR GUÍA:
SILVA JIMÉNEZ, CAROLINA

SANTIAGO, CHILE
2012

DEDICATORIA

Damos gracias a todas las personas que nos apoyaron incondicionalmente, dándonos palabras de aliento para seguir adelante con la realización de este trabajo. Pese a las adversidades ocurridas en el camino, ellos siempre estuvieron a nuestro lado, ayudándonos a cumplir este sueño.

Agradecemos de forma especial:

A Dios, el creador de todas las cosas, por iluminar nuestro camino y darnos fuerzas en los momentos que más lo necesitábamos.

Al profesor Carlos Gómez por darnos la inspiración de nuestro trabajo.

Al profesor Mario Silva Honorato, por su ayuda cuando más nos sentíamos perdidos y por corregir nuestros errores.

A nuestras familias por el apoyo y la comprensión que nos dieron en cada etapa de nuestra formación.

A la Universidad Católica Silva Henríquez y sus docentes por acogernos, prepararnos y formarnos como futuros docentes, dándonos las herramientas para poder ejercer nuestra profesión de forma íntegra.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la vida y regalarme la capacidad de enseñar a los que buscan aprender.

A mi familia por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica, como de la vida, por su incondicional apoyo perfectamente mantenido a través del tiempo. Todo este trabajo ha sido posible gracias a ellos.

A la memoria de mi Tati quien un día quiso acompañarme en estas instancias y verme realizada profesionalmente.

A mis amigos que nos apoyamos mutuamente en nuestra formación profesional y que hasta ahora seguimos siendo amigos: Jocelyn Jofre, Victoria Améstica, Daniel Milla, Víctor Valdivia.

Y finalmente pero no menos importante, a David Zapata, pololo y amigo, quien estuvo a mi lado en todo este proceso, dándome su amor y comprensión cada día.

Gisela Silva León.

Doy gracias a Dios en primer lugar por estar en esta instancia importante en mi vida.

A mis padres por su apoyo.

A los padres de mis compañeros por su buena onda.

A mis amigas Pancha y Rocio por su apoyo, comprensión y su amistad.

A todos muchas gracias.

Víctor Valdivia Correa.

Agradezco en primer lugar al Creador por darme la oportunidad de existir.

A mis padres por darme el apoyo suficiente en esta etapa de mi vida y por su comprensión.

A mis hermanos, abuelos y tíos.

A cada profesor que estuvo durante mi formación, especialmente a la Profesora Delia Sepúlveda Salas y al Profesor Carlos Gómez Castro.

A Gisela Silva León por su apoyo, compañía y amor entregado durante esta etapa de mi vida y a la familia Silva León.

David Zapata Villa

RESUMEN

La presente investigación se puso como propósito diseñar una propuesta didáctica basada en un juego llamado Gridavix^2, la cual tiene por objetivo consolidar el contenido de la función cuadrática, en alumnos de tercer año medio de un colegio de la región de O´Higgins, específicamente, en la comuna de Graneros. El estudio se efectuó por medio de cuatro etapas: a) Test diagnóstico para recabar información inicial acerca de los conocimientos de función cuadrática de los estudiantes; b) Desarrollar una nivelación de conocimientos en el tema de la función cuadrática (pos-diagnóstico); c) Implementar una fase de experimentación con uso del Juego Gridavix^2 y d) Aplicar una evaluación final y analizar los resultados obtenidos entre el grupo de control y el de experimentación.

La propuesta didáctica, dentro de un enfoque dominante, tomando en cuenta conceptos ligados a la función cuadrática, en la asignatura de matemática de tercer año medio, impartidos en el recinto educacional antes mencionado, con lo cual se pretende dar cuenta de la aplicación de las propiedades de la función cuadrática y de sus distintas maneras de representación gráfica que estas poseen.

También se busca evidenciar la importancia de los parámetros de la función cuadrática, ya que con solo hacer un análisis de estos, se puede diseñar un gráfico correcto de alguna función cuadrática dada. Lo fundamental de este estudio es que los estudiantes puedan sacar provecho y fortalecer su conocimiento matemático y gráfico, ya que con la enseñanza que se les entrega no es suficiente. Lo que se pretende con nuestra propuesta, es lograr la adquisición de conocimientos referidos a la gráfica de funciones cuadráticas de una manera más novedosa apoyándonos en las evidencias vistas a lo largo de esta investigación.

ABSTRACT

The present investigation put as intention to design a didactic offer based on a so called game Gridavix^2, which has for aim consolidate the content of the quadratic function, on pupils of the third average year of a college of O'Higgins's region, specifically, in the commune of Graneros. The study was effected by means of four stages: a) diagnostic Test to obtain initial information brings over of the knowledge of quadratic function of the students; b) To develop a leveling knowledge in the (pos-diagnostic) topic of the quadratic function; c) To implement a phase of experimentation with use of the game Gridavix^2 and d) To apply a final evaluation and to analyze the results obtained between the group of control and that of experimentation.

The didactic offer, inside a dominant approach, bearing in mind concepts tied to the quadratic function, in the subject of mathematics of the third average year, given in the educational enclosure before mentioned, with which one tries to realize of the application of the properties of the quadratic function and of his different ways of graphical representation that these possess.

Also one seeks to demonstrate the importance of the parameters of the quadratic function, since in spite of only doing an analysis of these, it is possible to design a correct graph of some quadratic given function. The fundamental of this study is that the students could extract profit and strengthen his mathematical and graphical knowledge, since with the education that delivers them it is not sufficient. What is claimed by our offer is to achieve the acquisition of knowledge referred to the most new graph of quadratic functions of a way resting on the evidences dress along this investigation.

ÍNDICE

INTRUDUCCIÓN

Al iniciar nuestro proceso de prácticas profesionales, y comenzar a indagar acerca de los cursos de enseñanza media, se evidenció, la poca motivación que presenta el alumnado con la asignatura de Educación Matemáticas y el rechazo que existe de ésta. Por esta razón nuestra investigación está orientada a un curso del tercer año medio de un colegio de la comuna de Graneros, en la región de O'Higgins.

Se escogió la temática de función cuadrática, que corresponde a uno de los contenidos mínimos obligatorios de NM3 (Tercer año medio). Dicho contenido se les enseñó a los estudiantes del establecimiento a principios del segundo semestre. Verificando la información escrita en el libro de clases de este curso, se comenzó a tratar este contenido con la ecuación de segundo grado, aplicando la fórmula para obtener sus soluciones, para seguir con resolución de problemas verbales, sacando de estos tópicos una primera evaluación. Luego comenzó con el contenido de función cuadrática, y sus elementos, dando paso posterior a resolución de problemas, aplicando funciones cuadráticas, motivo por el cual se aplicó una segunda evaluación.

En el desarrollo de la práctica profesional observamos la falta de recursos didácticos para poder motivar a los jóvenes ante este contenido, que genera la desmotivación, miedo, y como consecuencia, bajo rendimiento. Generalmente se trabaja con guías de ejercicios, donde se mecaniza el proceso de enseñanza-aprendizaje, evitando un aprendizaje de manera entretenida y sin temor.

Creemos que una de las formas de poder enseñar los contenidos en Educación Matemática, específicamente la función cuadrática, es el diseño y la aplicación de herramientas didácticas, con el fin de provocar un interés, la curiosidad, y la motivación de nuestros estudiantes.

El juego, como una herramienta de aprendizaje, es una estrategia que los docentes debieran considerar para poder salir de la monotonía de utilizar guías de ejercicios, clases poco dinámicas, pero más que nada para poder motivar y convertir este contenido en "amigo" y más cercano a los estudiantes y poder acabar con el miedo que poseen, y puedan sentirse seguros para enfrentar las evaluaciones del contenido.

Es por esta razón que este seminario está enfocado en la creación, y aplicación de un juego de cartas llamado Gidavix^2, como un material didáctico de carácter post-instruccional para potenciar el análisis gráfico, algebraico y conceptos referentes a la función cuadrática.

La estructura que resume esta investigación se detalla de esta manera:

Capítulo 1: En este capítulo se da a conocer el planteamiento del problema, y el contexto del mismo, tomando las observaciones y experiencias vividas en el aula. Además, se define la hipótesis de investigación.
Por otro lado, se dan a conocer el objetivo general de la investigación y los objetivos específicos, dando a conocer las razones, lo que nos motivó como investigadores para poder emplear esta investigación. Se dan a conocer la pertinencia, importancia y viabilidad de nuestra investigación.

Capítulo 2: Se hace una presentación de referentes teóricos que ayudaron a dar forma a nuestra investigación. Estas teorías están enfocadas en el juego, la ingeniería didáctica. Como referente conceptual, lo relacionado a la función cuadrática.

Capítulo 3: Se da a conocer el marco metodológico compuesto por el enfoque de nuestra investigación, el diseño, los instrumentos utilizados y su validez. Luego los procedimientos utilizados basándonos en la ingeniería didáctica con sus respectivos análisis y el rol protagónico de los actores (alumno-docente)

Capítulo 4: Se dan a conocer las conclusiones a las que se llegó con los resultados obtenidos en el estudio y que dan respuesta a la pregunta de investigación, como también dar soporte a nuestra hipótesis. Además, planteamos algunas recomendaciones.

Para finalizar, se agregan a este seminario: Las referencias bibliográficas, los anexos, que lo conforman el instrumento diagnóstico, planificaciones, el mazo de cartas del juego, el instrumento de evaluación final, cuestionario valórico y la solicitud de validación.

CAPÍTULO 1:
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Descripción del Problema

Teniendo en cuenta los Programas de estudio de Educación Matemáticas de Tercer año medio del Ministerio de Educación del año 2000, los contenidos mínimos obligatorios que se considera debe dominar todo estudiante y que, a la vez, representa cierto grado de complejidad en los procesos de enseñanza-aprendizaje, es el concepto de función y, en particular, la función cuadrática.

Algunas de las dificultades en la comprensión del concepto de la función cuadrática están asociadas con los *métodos tradicionales de enseñanza*[1] de las matemáticas, las cuales han favorecido un lenguaje memorístico, reglas, fórmulas y procedimientos que se limitan al contexto donde se han aprendido. Dichos métodos tradicionales de enseñanza se han convertido en un obstáculo para que el estudiante juegue un papel más activo en el proceso de aprendizaje. Estos métodos responden a una visión clásica del conocimiento, en donde lo que importa es la transferencia de la información por parte de un experto que sabe hacia un aprendiz que debe asimilar lo que se le enseña, es decir, se asigna un rol pasivo al estudiante, situándolo en una práctica de solo recibir y aceptar los conocimientos entregados, lo cual dificulta la participación activa por parte de éste en la construcción del concepto.

Consideramos que este modo tradicional de enseñanza es insuficiente para lograr un aprendizaje consolidado, en donde los estudiantes puedan maniobrar con el saber, tomar decisiones y utilizar diversidad de registros matemáticos para resolver problemas. En particular, para el caso de la gráfica de la función cuadrática, el hecho de saber solo un procedimiento de graficación no asegura, por ejemplo, un manejo comprensivo de los parámetros que forman parte de su representación algebraica al momento de graficar. Para recoger evidencias respecto de las prácticas de graficación, se diseñó y aplicó un diagnostico (ver Anexo 1) a los estudiantes del colegio en donde se efectuaría el presente estudio para indagar acerca de esta problemática.

[1] Se caracteriza por enfatizar el desarrollo de algoritmos y el manejo de procedimientos que contemplan una serie de fases que deben desarrollarse de manera sucesiva y en un determinado orden sobre los objetos matemáticos, sin prestar atención a la comprensión con respecto a los procesos. (Pavón, 2009)

Cabe señalar que los estudiantes a los cuales se les aplicó el diagnóstico (estudiantes de tercero año medio) ya se les habían enseñado a graficar la función cuadrática, específicamente, mediante el método tradicional de análisis de la concavidad, a través del parámetro que multiplica a x^2, el cálculo del vértice, eje de simetría, ceros de la función, etc. No obstante, ante una pregunta del diagnóstico, en la cual se pedía la gráfica de una función cuadrática, ni siquiera ese criterio predominó. Por el contrario, los pocos que intentaron abordar ese ejercicio lo realizaron haciendo uso de tabla de valores (ver figura 1).

Para la pregunta *"Construir la gráfica de la función* $f(x) = x^2 + 3$*",* sólo un alumno respondió de manera correcta utilizando un registro tabular obteniéndose lo siguiente:

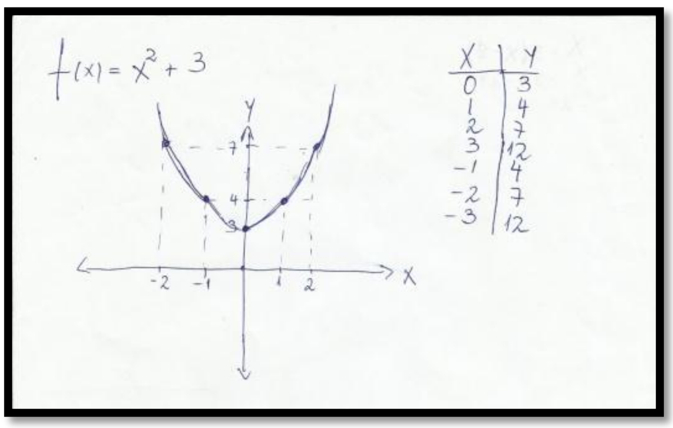


Figura 1: *Grafica utilizando tabla de valores*

Este tipo de respuestas da cuenta de las precarias conexiones entre el registro algebraico y el registro gráfico de la función cuadrática, lo cual puede repercutir en que muchos estudiantes presenten vacíos e incomprensiones acerca de los elementos que configuran el concepto de la función cuadrática, tales como el movimiento de la función atendiendo a la variación de sus parámetros. Se evidencia, además, que ni siquiera prima el método de enseñanza implementado, sino que se aprecia una mecanización de remplazar en la fórmula una cantidad finita de valores, para luego obtener la gráfica de la función, mediante la "unión con líneas de esos valores".

Otra exploración que se realizó para delimitar la problemática a estudiar, fue una indagación inicial acerca de la existencia de recursos didácticos para enseñar la unidad de función cuadrática. Esto se llevó a cabo por medio de una búsqueda en internet, la revisión de textos escolares y la consulta a profesores en ejercicio, en los establecimientos donde los investigadores del presente trabajo efectuaron sus prácticas profesionales y revisión de investigaciones realizadas por otros autores, sobre el contenido de función cuadrática, encontrando lo siguiente:

- Un estudio de la función cuadrática como un marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional (Hernández M., 2008)

- Un estudio sobre la interpretación de significados de la función cuadrática en un ambiente computacional (Pavón J. R., 2009)

Como resultado, se evidenció que hay una falta de recursos didácticos que permita aplicar el concepto y los elementos que conforman a la función cuadrática. En particular, que propicien una apropiación significativa de la graficación de la función, atendiendo a la variación de sus parámetros.

Por todo lo anterior, consideremos que es necesario que el docente enseñe el contenido formal a sus alumnos, buscando la comprensión y consolidación de la función cuadrática. Para ello, el profesor debe tener a su disposición diversos recursos didácticos que sean apropiados para fomentar la motivación en los estudiantes, con el fin de que estos logren manipular el saber y comprenderlo en todas sus formas. A raíz de lo anterior, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo consolidar el contenido de la función cuadrática mediante una estrategia innovadora y didáctica?

Mediante esta pregunta se busca encontrar un método innovador para la enseñanza de la función cuadrática a los estudiantes de tercer año medio, y verificar además si comprenden la gráfica de la función cuadrática a partir de sus parámetros (desplazamientos de la parábola).

A partir de la interrogante de investigación, surgen las siguientes preguntas relacionadas:

- **¿Cuáles son los conocimientos previos que poseen los estudiantes de NM3 referentes al contenido de función cuadrática?**

- **¿De qué manera los estudiantes aplican el contenido de función cuadrática al momento de realizar su gráfica?**

Estas preguntas relacionadas surgen a partir de la pregunta central de investigación, la cual permiten encontrar respuesta al problema y posibilita averiguar cuáles son las razones de dicho problema. Estas preguntas, se centran en saber en primer lugar los conocimientos previos que poseen los estudiantes de NM3, con el fin de crear y aplicar una herramienta didáctica e innovadora para el contenido de función cuadrática que permita una mayor comprensión en comparación con los métodos tradicionales.

En este seminario se presentará mediante una metodología de juego, la creación de una herramienta didáctica e innovadora, basada en la función cuadrática, con la finalidad de propiciar la comprensión de los estudiantes a través de una herramienta novedosa, atractiva y principalmente motivadora llamada Gridavix^2.El propósito de utilizar este juego es debido a sus característica de ser un material tangible y manipulable, lo cual potencia la actividad motora, fortaleciendo las asociaciones que pueda realizar el estudiante, factor que podría ayudar a consolidar el aprendizaje.

1.2. Hipótesis

“La utilización del juego Gridavix^2 permite una mayor comprensión, aplicación y consolidación del contenido de la función cuadrática en los alumnos de 3° año medio en comparación con los métodos tradicionales”.

1.3. Objetivo general

Potenciar y consolidar el análisis gráfico y algebraico de la función cuadrática a través de un juego didáctico[2].

1.4. Objetivos específicos

- Diagnosticar las competencias de entrada del curso de 3º año medio de un colegio de Graneros.
- Diseñar e implementar una propuesta didáctica[3] basada en un juego de cartas que permita aplicar los conocimientos de la función cuadrática.
- Evaluar mediante un grupo de control si Gidavix^{2} permite una mayor comprensión, aplicación y consolidación de los contenidos matemáticos tratados, a través de un instrumento de evaluación final, que permitirá comparar los resultados de ambos grupos.
- Verificar a través de un cuestionario valórico, si las impresiones y percepciones de los estudiantes ante la propuesta didáctica son positivas.

---

[2] Son aquellos juegos que crean una instancia en donde los participantes aprenden o practican contenidos de algún sub sector de aprendizaje (historia, lenguaje, matemática, etc.). A medida que el participante juega aplicando la disciplina en cuestión, aprende diversas nociones y aplica conceptos o habilidades de manera casi inconsciente, ya que no estará pensando en la asimilación de los conocimientos sino en la propia dinámica del juego.

[3] La propuesta didáctica es un juego de cartas que busca consolidar el aprendizaje de función cuadrática, este juego necesita conocimientos previos, si los alumnos no lo poseen es necesaria una clase de nivelación. Por ende la propuesta didáctica es la secuencia de actividades necesarias para un curso (tomando en cuenta sus conocimientos previos) y el juego de cartas.

1.5. <u>Justificación</u>

La función cuadrática es un contenido en el cual escasean los problemas que involucran situaciones cotidianas y cercanas a los estudiantes de enseñanza media, ya que, es aplicada en áreas como: física, ingeniera, economía, etc.

> *"El objetivo primordial de la enseñanza básica y media no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, pensamos, le va a ser muy necesario como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso. Y por ello nuestro instrumento principal, debe consistir en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretende transmitir con el cultivo de cada materia"* (Guzmán, 1984, p. 10).

La finalidad de todo docente es motivar e involucrar a los estudiantes en proceso de construcción y reconstrucción de conocimientos y habilidades, logrando que los educandos sientan que la matemática no es un conjunto de conocimientos que deben aprender de memoria, sino más bien comprenderlo en todas sus formas para alcanzar un conocimiento significativo, el cual no sea una mecanización de algoritmos sin sentidos.

Por ello, debemos apoyar e incentivar a nuestros estudiantes, para que logren encontrar sentido a lo que se les enseña y lo vean de forma cercana. Es por ello, que proponemos una herramienta didáctica, inspirada en el juego, que ayude a crear un ambiente motivador, estimulante, agradable e incluso apasionante, para que el estudiante presente una buena disposición ante el contenido, punto a favor para el docente, ya que, si aprovecha los estímulos y motivaciones que este espíritu de juego es capaz de infundir en los estudiantes, logrará lo que todo docente se propone, que sus alumnos aprendan.

Con esta investigación se pretende desarrollar la habilidad de comprensión y aplicación de la función cuadrática tanto en su gráfica como en sus elementos, de manera lúdica, a través de una herramienta didáctica, ayudando a que el estudiante pueda ver los contenidos de una manera novedosa, saliendo de lo tradicional.

Por otro lado, este contenido elegido se encuentra en los planes y programas del ministerio de educación, lo cual hace mucho más importante esta investigación, ya que es un contenido trascendental, que todo estudiante debe comprender y aplicar de manera correcta, debido a que nos permite modelar situaciones de la vida cotidiana.

> *"La actualización curricular de los planes y programas de Educación Matemáticas del Ministerio de Educación, dentro de sus aprendizajes esperados, enfatiza lo que es la función cuadrática y lo que es su gráfica. Representación y análisis gráfico de la función* $f(x) = ax^2 + bx + c$*, para distintos valores de a, b y c, con* $a \neq 0$*.*
> *Discusión de las condiciones que debe cumplir la función cuadrática para que su gráfica intersecte el eje X (ceros de la función).*
> *Uso de software para el análisis de las variaciones de la gráfica de la función cuadrática a partir de la modificación de los parámetros"* (MINEDUC, 2009).

Este trabajo es importante por todo lo anteriormente expuesto y también porque en esta área no existe el suficiente material didáctico, para que los alumnos apliquen el contenido y, que al mismo tiempo, se entretengan aprendiendo. Es momento de cambiar la percepción de los estudiantes frente al contenido de la función cuadrática, propiciando que estos interactúen con el contenido y se interioricen de las características de esta, para que así, al momento de enfrentarse con graficas no lo vean de forma negativa, sino más bien de forma positiva y entretenida, ya que, las gráficas de la función cuadrática es un juego de movimientos dependiente de los valores que posean sus parámetros.

El contenido de función cuadrática fue elegido por diversos factores tales como el bajo rendimiento y la apatía de los estudiantes frente a este contenido, es por ello que GidaVix^2 es un juego que orienta el conocimiento matemático de forma motivadora y logra que los estudiantes sean partícipes de la construcción de su propio conocimiento, creando así un ambiente de aprendizaje utilizando esta herramienta novedosa.

La investigación es viable, ya que esta unidad de aprendizaje corresponde a un área de la enseñanza de la matemática donde se puede observar, describir, analizar y conjeturar acerca de fenómenos ocurridos en el aula.

Se cuenta con el apoyo y la disposición de la institución educativa para poder aplicar esta propuesta que cuenta con la creatividad, motivación y actitud de innovación en la enseñanza por parte de sus autores, disponiendo de bibliografía acorde con este tema de investigación.

CAPÍTULO 2:
MARCO REFERENCIAL

2.1. El juego

El juego etimológicamente viene del latín, en donde, *Jocus* significa ligereza, pasatiempo y *Ludus* jugar. Es por ello que en la RAE se encuentra como la "acción de jugar, pasatiempo o diversión".

Esta definición está en su más pequeña esencia, pero se pueden encontrar variaciones según culturas, países o autores, por esto nosotros nos enfocaremos en las siguientes:

> *"Es una actividad u ocupación voluntaria que se realiza dentro de ciertos límites establecidos de espacio y tiempo, atendiendo a reglas libremente aceptadas, pero incondicionalmente seguidas, que tiene su objetivo en sí mismo y se acompaña de un sentimiento de tensión y alegría"* (Huizinga, 2000).

> *"El juego es una actividad propia del ser humano y se presenta en todos los niños y niñas aunque su contenido varíe. El juego no es solamente algo que acontece en la infancia, si no que va mucho más allá, y sucede durante toda la vida"* (Murrillo, 2009, p.3).

En ambas definiciones se presentan características comunes tales como:

1. A un juego se dedica libremente.
2. Un juego es un desafío contra una tarea u oponente.
3. El juego se controla por un conjunto definido de reglas.
4. Un juego representa una situación arbitraria claramente delimitada en el tiempo y en el espacio desde la actividad de la vida real.
5. Socialmente las situaciones de los juegos son consideradas de mínima importancia.
6. El juego tiene una clara delimitación en el espacio y el tiempo. El estado exacto alcanzado durante el juego no es conocido a priori.

7. Un juego termina después de un número finito de movimientos en el espacio-tiempo.

Claramente los niños (as) deben disfrutar y entretenerse con los juegos, pero si estos los enfocamos hacia fines educativos, podríamos conseguir variados beneficios en el ámbito escolar.

2.2. El juego en las matemáticas

Ascher (1991) en su libro “Ethnomathematics” define juego como objetivos hacia los que tienden los jugadores siguiendo unas reglas en las que todos ellos están de acuerdo. Podemos clasificar los juegos según impliquen habilidades básicas, estrategia, suerte o una combinación de ellas.

Como lo que nos interesa son las ideas matemáticas, excluimos los juegos que solo implican habilidades físicas y también los que dependen de informaciones que no sean exclusivamente las reglas del juego. Así pues, los juegos que consideramos de uno u otro modo matemático, son los que dependen de la suerte o aquellos en los que las estrategias dependen de la lógica.

Es claro que el juego tiene un carácter principal de pasatiempo y diversión, es por ello que muchos docentes lo ven de una forma negativa, ya que ven al juego independiente de la habilidad que este promueve al ser utilizado. Pero a nuestro parecer, estas mismas características del juego pueden ser utilizadas de forma beneficiosa para el aprendizaje de las matemáticas, solo si el juego es bien escogido y utilizado con el objetivo de enseñanza.

Bien explotado puede ser un elemento auxiliar de gran eficacia para lograr algunos de los objetivos de nuestra enseñanza, siendo uno de los más importantes el ayudar al estudiante a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales.

Moyles (1990) presenta los principios pedagógicos del juego, entre ellos aparecen:

1. El juego no es la antítesis de trabajo: ambos forman parte de las actividades de los individuos en la vida.
2. El juego es potencialmente un excelente medio de aprendizaje.

José Maria Gairín (1990) distingue dos tipos de juegos:

I. El primero denominado “juegos de conocimiento” donde el jugador agota su turno al realizar algoritmos matemáticos, como resolver una ecuación y sumar elementos, entre otros. Aquí se diferencian 3 niveles de aplicación del juego:

   1) **PRE INSTRUCCIONAL**: Este tipo de juegos permite al alumno llegar a descubrir un concepto o construir su propia explicación de un algoritmo, así el juego se vuelve es el vehículo esencial del aprendizaje.

   2) **CO INSTRUCCIONAL**: Aquí el juego se convierte en una de las muchas formas en que el profesor puede utilizarlo para la enseñanza del bloque temático que pretende presentar a sus alumnos.

   3) **POST INSTRUCCIONAL:** Una vez que los alumnos ya han recibido enseñanza acerca de un bloque específico, el juego en este momento sirve como reforzador de su propio aprendizaje, por lo que el juego consolida lo aprendido.

II. El segundo tipo de juego que diferencia Gairín (1990) son los llamados “juegos de estrategia” cuya característica principal radica en que el jugador pone en evidencia sus habilidades, razonamientos o destrezas directamente relacionadas con el modo en que operan las Matemáticas.

Acerca de la búsqueda de soluciones para los juegos, existe una parte de la matemática que se denomina “Teoría de juegos”, parte muy extensa por lo demás, y en la cual no ahondaremos en este trabajo. Ahora desde el punto de vista de la educación matemática la búsqueda de soluciones se considera relevante para uno o más de los siguientes objetivos distinguidos por Gairín:

a) Utilizar diferentes técnicas heurísticas, que ayudarán a la resolución de problemas.
b) Potenciar actitudes como la autoconfianza, autodisciplina o perseverancia en la búsqueda de soluciones.
c) Desarrollar habilidades como las de observación y comunicación.
d) Apreciar la potencia y belleza de la argumentación matemática.

Ahora, referente a la relación del juego y la educación matemática como tal, hay diferentes observaciones centradas en elementos comunes. El jugador aprende las reglas, estudia las jugadas fundamentales experimentando jugadas sencillas, observa las demás jugadas, trata de asimilar procedimientos más elaborados y finalmente trata de participar de mejor manera con el objetivo de ganar el juego.

La motivación dentro del aula no puede ser por la mera idea de aprender matemática, si no, de darle sentido o cauce a la misma, aplicándola por ejemplo a juegos u otros aspectos de su vida en que pueda verla claramente.
Gairín (1990) dice que si al comienzo de una clase se muestra un juego, la reacción de los estudiantes podría ser de expectación (por lo novedoso) y de satisfacción posterior (por su aspecto recreativo).

2.3. Efectividad del juego en la enseñanza de las matemáticas

Garín (1990) analiza el trabajo de varios autores con lo cual resume lo siguiente acerca de la efectividad del juego en la enseñanza de la matemática:

1. Generalmente los estudiantes adquieren por lo menos iguales conocimientos y destrezas que la obtendrían en otras situaciones de aprendizaje.
2. La información es aprendida más deprisa que en otras metodologías, aunque la cantidad aprendida no es significativamente mayor que con otros métodos.
3. Los estudiantes estarán motivados para participar en la actividad, pero su interés por la materia puede que no mejore.
4. Los juegos y simulaciones producen en los estudiantes una tendencia creciente a asistir regularmente a la escuela.
5. Los juegos fomentan los procesos de socialización.
6. Los juegos han de utilizarse relativamente cercanos al momento del aprendizaje, sobre todo si el juego corresponde a un nivel taxonómico alto.
7. Los juegos mantienen las habilidades matemáticas durante largo tiempo.
8. La utilización de la fantasía, el estímulo o la curiosidad puede incrementar la efectividad de los juegos.
9. Mejoran los resultados al utilizar juegos educativos con alumnos de bajo rendimiento escolar:
10. El uso de juegos matemáticos es una estrategia exitosa para la enseñanza.

11. Los juegos de estrategia producen una sustancial mejora en actitud. Y esto se debe más al tipo de actividad que a las características de los juegos particularmente usados.
12. Los alumnos de pequeña capacidad académica mejoran con frecuencia el rendimiento a causa de un mayor interés.
13. Los estudiantes aprenden habilidades y conceptos tan bien o mejor que alumnos que siguieron las actividades convencionales de lápiz y papel.
14. Los juegos que requieren de varios jugadores, parecen ser más efectivos que aquellos que permiten algunos estudiantes como simples observadores.
15. Una combinación de actividades, implicando juegos tanto como trabajos en papel y lápiz, debería ser el más beneficioso.
16. Hay que investigar otros campos en los que los juegos educativos pueden ser utilizados con efectividad.

Por otro lado, Corbalán (1994) destaca la importancia del uso de los juegos educativos en el aula y relaciona su uso con el agrado que puede producir en el aprendizaje, recogiendo ideas de investigadores como Alsina (1991) quien afirma que enseñar y aprender matemáticas puede y debe ser una experiencia feliz.

Curiosamente casi nunca se cita a la felicidad dentro de los objetivos educativos pero es bastante evidente que sólo podremos hablar de una labor docente bien hecha cuando todos alcancemos un grado de felicidad satisfactorio.

2.4. Marco Conceptual

2.4.1. Antecedentes históricos de la función cuadrática

Mankiewicz (2005) y Sánchez (1996) presentan la construcción del concepto de función cuadrática, como parte de la historia de las matemáticas, la cual la dividen en tres grandes momentos:

1. **LAS ECUACIONES:**

   Este primer momento, es de suma importancia del álgebra actual, donde a lo largo de la historia, donde ha estado presente en diversas culturas en las cuales destacamos:

   a) **Cultura babilónica:** Los babilónicos utilizaron una estrategia de cálculo diferentes a los geómetras, en donde éstos empleaban el lenguaje de las palabras o álgebra retórica[4], y resolvían situaciones tales como: “Hallar un número, tal que sumado con su inverso, de un numero dado”. En esta situación se aplica la estrategia retórica.

   b) **Cultura Griega:** Esta cultura utilizó el razonamiento puramente geométrico. Las expresiones “al cuadrado” o “es el cuadrado de…”, se describen de forma retórica, pero empleando una metodología deductiva para darle generalidad en sus procedimientos. Esta característica es vista en los elementos de Euclides, en situaciones como: Si se corta una línea recta en segmentos iguales y desiguales, el rectángulo comprendido por los segmentos desiguales de la recta entera junto con el cuadrado de la (recta que está) los puntos de sección, es igual al cuadrado de la mitad”.

   c) **Cultura Árabe:** Esta cultura se centralizó en el manejo del álgebra de manera general, pero de manera retórica. Una combinación de las características babilónicas (lenguaje, palabras) y griegas (geométricas).

[4] Arte de bien decir, de dar al lenguaje escrito o hablado eficacia bastante para deleitar, persuadir o conmover. RAE.

2. LAS CÓNICAS:

a) **Cultura Griega:** En la cultura griega se observa el descubrimiento de las secciones cónicas por parte de Apolónio el cuál, mediante un tratado, este descubrimiento servirá como herramienta para la creación de la Geometría Analítica. En este caso, la cultura griega utilizó como representación de ello el lenguaje retórico el geométrico.

b) **Siglo XVII:** En este siglo, las cónicas son definidas como curvas correspondientes a ecuaciones de segundo grado en las variables x e y. Comenzó a aplicarse en el estudio de los lugares geométricos estableciendo un puente entre la Geometría y el Álgebra, lo que permite asociar curvas con ecuaciones.

3. LAS FUNCIONES:

En este último momento, Descartes y Fermat, proporcionan el concepto de función aplicado a la Geometría Analítica, específicamente en resolución geométrica de ecuaciones algebraicas con dos variables y al hecho de asociar la curva con la ecuación analítica.

> "*Descartes también rompió con la tradición al tratar las potencias como números y no como objetos geométricos. X^2 ya no era un área sino un número surgido de la segunda potencia; su equivalente geométrico era la parábola; no el cuadrado*" (Mankiewicz 2005, p.84).

Sin duda esto provoca una ruptura de lo que es cuadratura, desde el punto de vista de la geometría plana para lo que significaría la construcción del concepto de función cuadrática. "Descartes encontró métodos para construir geométricamente los valores de una variable, dados los de la otra variable" (Del Rio 1996, p.38)

Como consecuencia, se tiene dos propiedades de lo que es concepto de función. La primera es la de considerar dos cantidades variables y la segunda es la relación de dependencia entre esas variables.

En general, los protagonistas, en la construcción de este concepto se basaron inicialmente en un conocimiento empírico, con el objetivo de llevarlo a un sistema racional, para finalmente ser fuente de elementos generadores de nuevos conocimientos.

2.4.2. Definición de la función cuadrática

En este apartado se definirá la función cuadrática y el vértice de la función cuadrática utilizando a Gustafson (1997), el cual plantea:

La función polinómica de grado dos se denomina función cuadrática. Esta función está definida en:

$$f : R \to R$$
$$x \to f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde se observa que:

- ax^2: Es llamado **término cuadrático**.
- bx: Es llamado **término lineal.**
- c : Es llamado **término independiente.**

La representación gráfica de una función cuadrática es una **parábola**[5]. Además cabe destacar que el dominio de $f(x)$ son los números reales, y que su recorrido, son los números reales".

Por otro lado la expresión $f(x) = a(x-h)^2 + k$ es llamada, la forma canónica de la función cuadrática, en donde Protier (1997) expone que el punto (h, k) es el vértice de la parábola. Tomando la forma general de la función cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Otro de los elementos de suma importancia en la representación gráfica de la función cuadrática (parábola) es el **vértice**, que se define como el punto máximo (o mínimo) de la parábola.

Consideremos la forma general de la función cuadrática y apliquemos el método de completación de cuadrados para llevar la forma general a la siguiente forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \to \quad f(x) = a(x-h)^2 + k$$

[5] Una parábola es el lugar geométrico de un punto que se mueve en un plano de tal manera que su distancia de una recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de una punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.

i. Se sacara factor común a y agruparemos los términos $x \wedge x^2$ con la finalidad de formar un binomio al cuadrado.

$$f(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

ii. Se obtiene el termino libre del binomio al cuadrado considerando el coeficiente de x.

$$\frac{b}{a}:2\Rightarrow\frac{b}{2a}\Rightarrow\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

iii. Se forma un cero conveniente en el binomio.

$$f(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)+c$$

iv. La expresión $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ corresponde al desarrollo de un cuadrado de binomio. Factorizando esta expresión desarrollada, se obtiene:

$$f(x)=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)+c$$

v. Distribuyendo a y obtenemos:

$$f(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-a\left(\frac{b}{2a}\right)^2+c$$

vi. Si observamos la expresión $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$, que $\frac{b}{2a}$ es h de la forma canónica, y como en la forma canónica h está negativa, empleamos el cambio correspondiente, y así obtenemos:

$$\left(x-\frac{b}{2a}\right)^2$$

vii. Para determinar k se evalúa en la forma general de la función cuadrática la expresión $-\frac{b}{2a}$, por tanto:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2+b\left(-\frac{b}{2a}\right)+c$$

viii. Desarrollando la potencia y multiplicando:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{ab^2}{4a^2}-\frac{b^2}{2a}+c$$

ix. Simplificando y efectuando las operaciones se obtiene:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{b^2}{4a}-\frac{b^2}{2a}+c$$
$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{b^2-2b^2+4ac}{4a}$$
$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{-b^2+4ac}{4a}$$

La última expresión corresponde al valor de k. Como se expuso anteriormente que las coordenadas del vértice de la parábola, como la gráfica de una función cuadrática son $(-h,k)$, reemplazamos los valores anteriormente determinados en ésta coordenada y obtenemos finalmente lo siguiente:

$$V=(h,k)$$
$$V=\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$$

Siendo esta última el **vértice** de la parábola, como gráfica de la función cuadrática.

Nota: La forma canónica de la función cuadrática $f(x)=a(x-h)^2+k$ se caracterizará más adelante.

En este apartado se definirá el máximo y el mínimo de la función cuadrática utilizando a Lehmann (1996), el cual plantea lo siguiente:

Consideraremos la determinación algebraica de los valores extremos (máximos y mínimos) de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ en donde $a, b, c\ y\ x$ son números reales.

Primeramente observaremos que el cuadrado de cualquier número real o es cero o es positivo. Por tanto, $el\ valor\ minimo\ del\ cuadrado\ de\ una\ expresion\ real\ es\ cero$.

Transformaremos la función cuadrática completando cuadrados. Resulta:

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + c - \frac{b^2}{4a}$$

De donde

(1) $$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}.$$

Para una función cuadrática dada $a, b\ y\ c$ son *constantes* y x es la única variable.

Por lo tanto, el valor de y queda determinado por el valor asignado a x. Examinemos ahora la relación (1) para los dos casos siguientes: $a > 0\ y\ a < 0$.

<u>Caso $a > 0$:</u> En este caso y no posee valor máximo (finito), ya que puede hacerse tan grande como se quiera asignando a x un valor absoluto suficientemente grande. Pero si tiene un valor mínimo cuando

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0,$$

O sea, $x = \frac{-b}{2a}$ Ese valor mínimo es: $c - \left(\frac{b^2}{4a}\right)$

<u>Caso $a < 0$</u>: En este caso y no tiene valor mínimo (finito). Ya que puede hacerse tan pequeño como se quiera asignando a x un valor absoluto suficientemente grande. Pero si tiene un valor máximo cuando

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0,$$

O sea, $x = \frac{-b}{2a}$ Ese valor máximo es $c - \left(\frac{b^2}{4a}\right)$

Estos resultados se resumen en el siguiente teorema:

<u>Teorema 1:</u> La función cuadrática $ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$, en donde $a, b\ y\ c$ son contantes reales, tiene un valor máximo o mínimo igual a $c - \left(\frac{b^2}{4a}\right)$ cuando $x = \frac{-b}{2a}$**.** este valor es un mínimo cuando $a > 0$ y es máximo cuando $a < 0$.

La utilidad de este teorema está en el hecho de que puede ser usado para resolver cualquier problema de máximos y mínimos que dependa de una función cuadrática de una variable. El problema general de la determinación de máximos y mínimos para una función cualquiera pertenece al cálculo diferencial y no se considerará aquí.

En esta definición utilizaremos a Gustafson (1997) para definir el eje de simetría, el cual dice lo siguiente:

El **eje de simetría** es una recta que pasa por el vértice de la función cuadrática y la divide en dos secciones iguales. La ecuación del eje de simetría se obtiene a partir de la fórmula del vértice, donde la expresión equivalente a h corresponde al eje de simetría. En efecto:

$$V = (h, k)$$
$$V = (x, y)$$
$$x = \left(\frac{-b}{2a}\right)$$

Esta última expresión es la ecuación del eje de simetría de una parábola, como gráfica de una función cuadrática.

En esta definición se aclarara utilizando a Lehmann (1996) como una función cuadrática se transforma en una ecuación cuadrática.

Si la función cuadrática de x se iguala a cero, entonces obtenemos la ecuación cuadrática con una incógnita.

(1) $\quad ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$

En donde $a, b\ y\ c$ son constantes. La ecuación (1) también se conoce como la *forma canónica* de la ecuación de segundo grado

Por resolución de (1) se entiende la determinación de sus raíces. Se emplea comúnmente dos métodos: el de factorización y el de aplicación de una formula.

En este apartado se aclarará los métodos para resolver una ecuación de segundo grado que se extiende para el caso de resolución por factorización y resolución por medio de una formula, utilizando a Lehmann (1996), el cual plantea:

Resolución por factorización: El primer paso para resolver una ecuación de segundo grado por cualquier método es escribir la ecuación en la formula canónica, si es que no está ya en dicha forma, o sea en la forma:

(1) $$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

El primer miembro de (1) es un trinomio general de segundo grado que puede ser factorizado en dos factores lineales.

Ya que el producto de estos dos factores es igual a cero, calcularemos los valores de x que anulan a cada uno de ellos, para lo cual igualaremos a cero cada factor. Por tanto, la resolución de (1) se reduce a la resolución de *dos ecuaciones lineales equivalentes a ella.*

En la ecuación (1), la única restricción sobre las constantes $a, b \; y \; c$ es que $a \neq 0$. Por tanto b como c o ambos, puede ser cero. Primeramente consideraremos estos últimos casos.

Si $c = 0$, la ecuación (1) se reduce a

(2) $$ax^2 + bx = 0$$

Que inmediatamente puede factorizarse así

$$x(ax + b) = 0,$$

Que equivale a las dos ecuaciones lineales

$$x = 0 \quad , \quad ax + b = 0$$

Con las soluciones 0 y $\frac{-b}{a}$ que son las raíces de (2)

Análogamente, podemos demostrar que si $b = 0$, $ax^2 + c = 0$, al factorizar queda:

$a\left(x^2 + \frac{c}{a}\right) = 0$, Con $a \neq 0$, se multiplica por el inverso multiplicativo de a.

$$\left(x^2 + \frac{c}{a}\right) = 0$$

Condiciones para $a \wedge c$,

Si $a > 0 \quad \wedge \quad c > 0 \quad \Rightarrow \nexists$ solución.

si $a > 0 \quad \wedge \quad c < 0 \quad \Rightarrow \exists$ solución.

$\left(x^2 - \frac{c}{a}\right) = 0$, factorizando se tiene: $\left(x - \sqrt{\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{c}{a}}\right) = 0$

$\therefore$ las soluciones son $x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}} \quad \wedge \quad x_2 = -\sqrt{\frac{c}{a}}$

Si $a < 0 \quad \wedge \quad c < 0 \quad \Rightarrow \nexists$ solución.

Si $a < 0 \quad \wedge \quad c > 0 \quad \Rightarrow \exists$ solución

$\left(x^2 - \frac{c}{a}\right) = 0.$

$$\left(x - \sqrt{\frac{c}{a}}\right)\left(x + \sqrt{\frac{c}{a}}\right) = 0$$

$\therefore$ Las soluciones serán $x_1 = \sqrt{\frac{c}{a}} \quad \wedge \quad x_2 = -\sqrt{\frac{c}{a}}$

<u>Resolución por medio de una formula</u>

Si el primer miembro de una ecuación cuadrática que está en la forma canónica puede factorizarse fácilmente, entonces este es el método de resolución que debe seguirse.

Por otra parte, la resolución de una ecuación cuadrática siempre puede hacerse por el método llamado de completar un cuadrado este método es siempre aplicable aun cuando la solución no pueda obtenerse fácilmente por factorización.

Ya que el método de completar cuadrado se puede aplicar a cualquier ecuación, podemos emplearlo para obtener las raíces de la ecuación general de segundo grado representada en forma canónica y luego usar la solución obtenida como una fórmula, Así:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

Si se suma el inverso aditivo de c al lado derecho y si se multiplica por el inverso multiplicativo de a.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Para completar el cuadrado, se suma $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ a ambos miembros

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Sumando el inverso aditivo de $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ a ambos lados de la igualdad, queda:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

Factorizando queda:

$$\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right) \cdot \left(\left(x + \frac{b}{2a}\right) - \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right) = 0$$

Tomando el factor $\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\right)$ igualándolo a cero queda:

$$\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right) + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}\right) = 0$$

$$x + \frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = 0$$

Sumando el inverso aditivo de $\frac{b}{2a}$ y el inverso aditivo de $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ ala igualdad nos queda:

$$x = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\ , \ \Rightarrow \quad x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ahora tomando el segundo factor $\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\right)$ igualándolo a cero queda:

$$\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}\right)=0$$

$$x+\frac{b}{2a}-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=0$$

Sumando el inverso aditivo de $\frac{b}{2a}$ y sumando el inverso aditivo de $-\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$ queda:

$x=-\frac{b}{2a}+\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \quad \Rightarrow \quad x=-\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$\therefore$ Las soluciones de la ecuación son $x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \wedge \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Lo cual se conoce como las *fórmulas de la ecuación de segundo grado.*

Teorema 2: La ecuación de segundo grado con una incógnita

$$ax^2+bx+c=0, \quad a\neq 0,$$

Tiene las soluciones: $x=\frac{-b\ \pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

En este caso se definirán las propiedades de la función cuadrática utilizando a Lehmann (1996), el cual plantea:

Si las raíces de la ecuación general de segundo grado

(1) $ax^2+bx+c=0, \quad a\neq 0,$

Se representa por r_1 y r_2

(2) $$r_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}, \qquad r_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Consideraremos ahora la naturaleza de estas raíces cuando los coeficientes de (1) son reales, es decir cuando $a, b\ y\ c$ son números reales. Es evidente que las raíces dependen del signo de la expresión $b^2 - 4ac$ que aparece como subradical. Así, si $b^2 - 4ac > 0$, $r_1\ y\ r_2$ son reales y diferentes; si $b^2 - 4ac = 0$, $r_1\ y\ r_2$ son reales e iguales; y si $b^2 - 4ac < 0$, $r_1\ y\ r_2$ son complejas diferentes. En este último caso las dos raíces complejas difieren solamente en el signo del término imaginario, es decir, si una de las raíces es de la forma $m + ni$, entonces la otra raíz es de la forma $m - ni$, en donde $i = \sqrt{-1}$. Tales raíces reciben el nombre *de* raíces.

La expresión $b^2 - 4ac$ se llama el *discriminante* de la ecuación cuadrática (1)

Resumimos los resultados anteriores en el siguiente teorema:

Teorema 3:

Si $a \in \mathcal{R} - \{0\}, b, c \in \mathcal{R}$ $\quad ax^2 + bx + c = 0$ ecuación cuadrática.

Con discriminante $D = b^2 - 4ac$

I. Si $D > 0$ $\exists$ dos raíces reales diferentes
II. Si $D = 0$ $\exists$ dos raíces reales iguales
III. Si $D < 0$ $\exists$ dos raíces complejas conjugadas diferentes

Caso I: Si $D > 0$ $\exists$ dos raíces reales diferentes

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $D > 0$ se cumple que $\sqrt{b^2 - 4ac} \in \mathcal{R}$

$\therefore$ Las soluciones de la ecuación son $x_1 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Caso II: Si $D = 0$ $\exists$ dos raíces reales iguales $x_1 = x_2 = x$

Como $D = 0$ se cumple que $\sqrt{b^2 - 4ac} \in \mathcal{R}$ queda:

$x_1 = \frac{-b}{2a}$ $\wedge$ $x_2 = \frac{-b}{2a}$

$\therefore$ La solución de la ecuación es $x = \frac{-b}{2a}$

Caso III: Si $D < 0$ $\exists$ dos raíces complejas conjugadas diferentes.

Como $D \neq 0$ $x_1 \wedge x_2 \in \mathbb{C}$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{-(4ac - b^2)}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{-1} \cdot \sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b}{2a} + \frac{i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

Para determinar x_2 es análogo a x_2 queda:

$$x_2 = \frac{-b}{2a} - \frac{i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

$\therefore$ Las dos soluciones complejas son:

$$x_1 = \frac{-b + i\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{-b - i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

Corolario: Si a, b y c *son números racionales, las raíces serán racionales solamente si*

D *Es un cuadrado perfecto no negativo*.

Nota: si el discriminante D no es negativo pero no es un cuadrado perfecto, las raíces son expresiones con radicales de la forma $m + \sqrt{n}$ y $m - \sqrt{n}$ que se *llaman binomios irracionales cuadráticos conjugados.*

Ya que las raíces (2) de la ecuación cuadrática general (1) están expresadas en términos de los coeficientes, la suma y el producto de las raíces también pueden expresarse en términos de los coeficientes.

Para la suma tenemos,

$$r_1 + r_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

Y para el producto,

$$r_1\, r_2 = \left(\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right) = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Enunciando estos resultados en el teorema siguiente:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

La suma de las raíces es $\frac{-b}{a}$ $y\ el\ producto\ es\ \frac{c}{a}$

Teorema 4: si r es una raíz de la ecuación cuadrática general

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$$

Entonces $x - r$ es un factor del primer miembro y recíprocamente.

Demostración: Sea $f(x) = ax^2 + bx + c = 0,$

Ya que r es una raíz de $f(x) = 0$, podemos escribir:

$$f(r) = ar^2 + br + c = 0$$

Restando, tenemos:

$$f(x) - f(r) = ax^2 + bx + c - (ar^2 + br + c)$$

$$f(x) - 0 = a(x^2 - r^2) + b(x - r).$$

$$f(x) = (x - r)[a(x - r) + b].$$

Indica que $(x - r)$ es un factor de $f(x)$.

Recíprocamente, si $(x-r)$ es un factor de $f(x)$, podemos escribir

$$f(x)=(x-r)P(x),$$

En donde $P(x)$ es el otro factor.

Para $x=r$ esta última relación nos dice que $f(r)=0$, por teorema, lo cual significa que r es una raíz de $f(x)=0$, tal como se quería demostrar.

Ya que $r_1\ y\ \ r_2$, dadas por (2) son las raíces de la ecuación cuadrática general (1), se concluye, por el teorema anterior, que $x-r_1$ y $x-r_2$ son los factores de ax^2+bx+c. Y como el producto de estos factores es

$$(x-r_1)(x-r_2)=\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

$$=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{2a^2}=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}$$

$$=x^2\ +\frac{b}{a}x\ +\frac{c}{a}=\frac{1}{a}(ax^2+bx+c).$$

Se puede escribir la función cuadrática en forma factorizada así:

(3) $$ax^2+bx+c=a(x-r_1)(x-r_2)$$

La relación (3) sugiere un método para factorizar cualquier trinomio general.

La ecuación (3) es particularmente útil cuando se desea determinar si una expresión cuadrática dada es reducible en un campo de números particular. Ya que el campo queda determinado por la naturaleza de las raíces $r_1\ y\ r_2$ todo lo que necesitamos hacer es calcular el discriminante.

Ya hemos visto que la ecuación cuadrática tiene dos raíces. Ahora investigaremos la posibilidad de que existan más de dos raíces. Supongamos que la ecuación (1) tiene también la raíz r diferente a $r_1\,y\ \ de\ \ r_2$, dadas por (2). Sustituyendo x por su valor r en (3) tenemos

$$ar^2+br+c=(r-r_1)(r-r_2),$$

Donde todos los factores del segundo miembro son diferentes de cero. Por teorema.

$$ar^2+br+c\neq 0$$

Es decir, r no puede ser raíz de la ecuación (1). De aquí el siguiente teorema:

<u>Teorema 5:</u> La ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0, \qquad a \neq 0$$

Tiene únicamente dos raíces $r_1 \; y \; r_2$ que están dadas por la formula (2).

Hasta ahora hemos considerado la ecuación cuadrática general

(1) $\quad ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0,$

Donde la incógnita es directamente la variable x. Sin embargo, la incógnita es una función de x, digamos $f(x)$, entonces (1) puede escribirse simbólicamente en la forma

(2) $\quad a[f(x)]^2 + b[f(x)] + c = 0, \qquad a \neq 0$

Y una ecuación como (2) se llama de *forma cuadrática.*es evidente que para que una ecuación sea de forma cuadrática se requiere que sólo aparezcan en ella $f(x)$ y su cuadrado. Por tanto, por medio de sustitución adecuada, la ecuación (2) puede transformarse a la forma (1).

2.4.3. Formas y caracterización de la función cuadrática.

La función cuadrática, se puede encontrar expresada de distintas maneras por la variación de los parámetros de la función , las cuales serán basadas en Azcárate & Piquet Deulofeu (1989) y explicadas a continuación:

a) **<u>FORMA COMPLETA GENERAL:</u>** $f(x) = ax^2 \pm bx \pm c \quad con \;\; a \neq 0$

- El parámetro a nos indica la **concavidad** de la parábola, donde se observa que si dicho valor es mayor a cero, la parábola se abre hacia arriba, y si es menor que cero, se abra hacia abajo (Ver figuras 2 y 3)

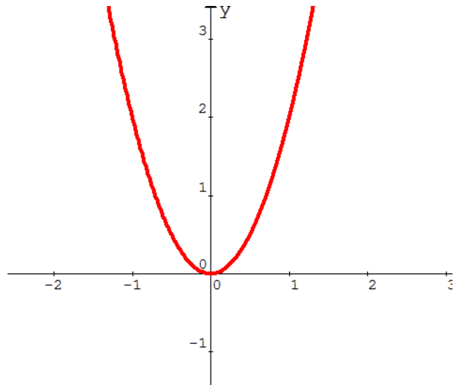


Figura 2: Gráfica de la función $f(x) = 2x^2$ Donde $a > 0$

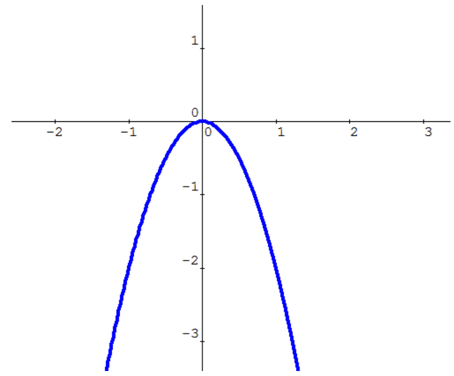


Figura 3: Gráfica de la función $f(x) = -2x^2$ Donde $a < 0$

Por otro lado, cuanto menor sea el valor absoluto de a la parábola es más abierta, y cuanto mayor sea esta misma la parábola es más cerrada.

- El parámetro b, nos indica el desplazamiento de la parábola de manera horizontal, donde sus movimientos se hacen a partir del origen[6].

  a) Si el parámetro b es positivo, la gráfica de la función cuadrática con vértice en $(0,0)$ se desplaza hacia la **izquierda.**

  b) Si el parámetro b es negativo, la gráfica de la función cuadrática con vértice en $(0,0)$ se desplaza hacia la **derecha.**

- El parámetro c, indica la **intersección** de la gráfica la función cuadrática con el eje y.

Nota: Los parámetros b y c, poseen una función independiente que se dará a conocer en el próximo inciso.

b) FORMA IMCOMPLETA DEL TIPO $f(x) = ax^2 \quad con \quad a \neq 0$

En este caso, la función cuadrática está incompleta, ya que falta el término lineal $(bx = 0)$ y el término independiente $(c = 0)$.

Esta función es cuadrática debido a que el grado depende del mayor exponente de la variable, y en este caso es dos.

Al graficar esta función, se obtiene una parábola (Ver figura 4), cuyas características son:

[6] El origen hace referencia a la coordenada (0,0)

- El vértice de esta parábola está ubicado en el origen y es el punto donde la curva cambia de dirección.

- Es simétrica respecto al eje de la ordenada.

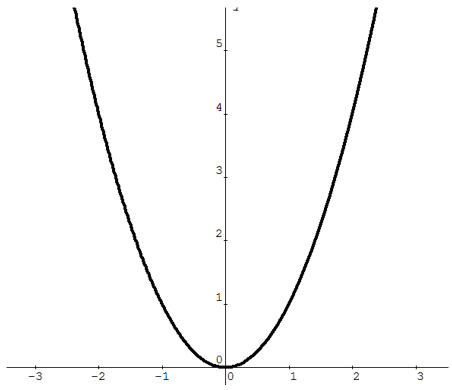


Figura 4: Gráfica de la función $f(x) = x^2$

c) **<u>FORMA INCOMPLETA PURA DEL TIPO</u>** $\boldsymbol{f(x) = ax^2 \pm c}$

- En esta forma, el vértice de esta función será $(0, \pm c)$

- Si $c > 0$ el vértice se desplazará a partir del origen, hacia arriba $|c|$ veces, en el eje de las ordenadas (Ver figura 5).

- Si $c < 0$ el vértice se desplazará a partir del origen, hacia abajo $|c|$ veces, en el eje de las ordenadas (Ver figura 6).

- El eje de simétrica no presenta modificaciones.

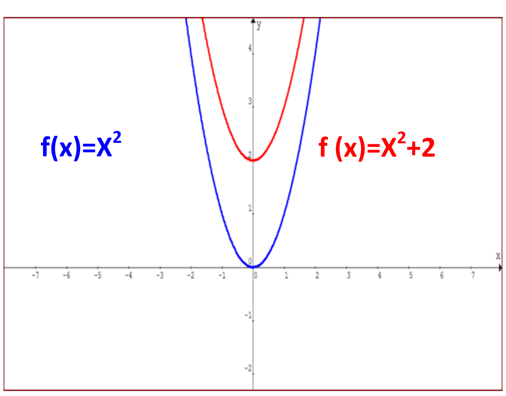


Figura 5 donde p=2

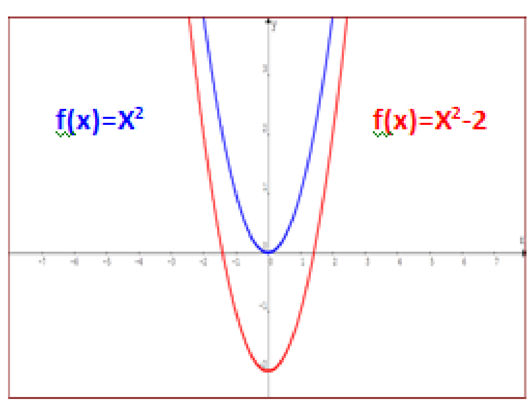


Figura 6 donde p=-2

d) FORMA INCOMPLETA BINOMIAL DEL TIPO $f(x) = a\,(x+h)^2$

- Si $h > 0$ la gráfica se traslada desde el origen, hacia la izquierda $|h|$ veces, en el eje de las abscisas (Ver figura 7).

- Si $h < 0$ la gráfica se traslada desde el origen, hacia la derecha $|h|$ veces, en el eje de las abscisas (Ver figura 8).

- El eje de simetría de esta función es: $x = k$

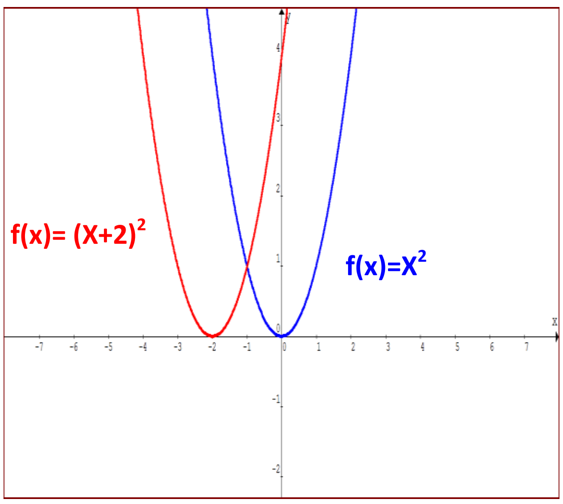


Figura 7 donde k=2

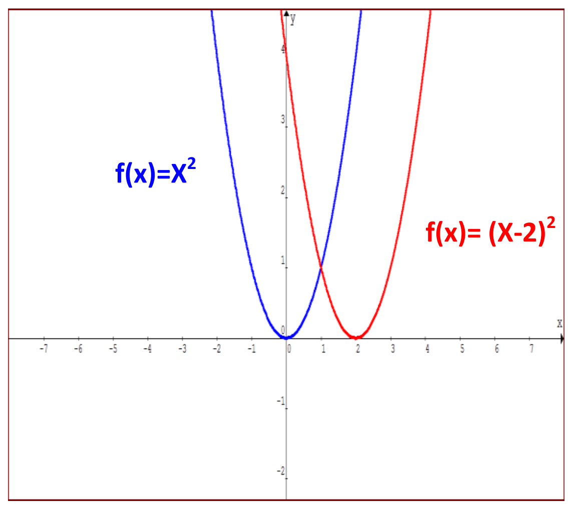


Figura 8 donde k=-2

e) FORMA CANÓNICA $f(x) = a(x-h)^2 + k$

- En esta forma, el vértice de esta función será (h, k)
- El vértice de la gráfica se desplazará a partir del origen, $|k|$ unidades en sentido horizontal y $|h|$ unidades en sentido vertical, obteniendo así la gráfica de la función (Ver figura 9).
- El eje de simetría de esta función es $x = k$

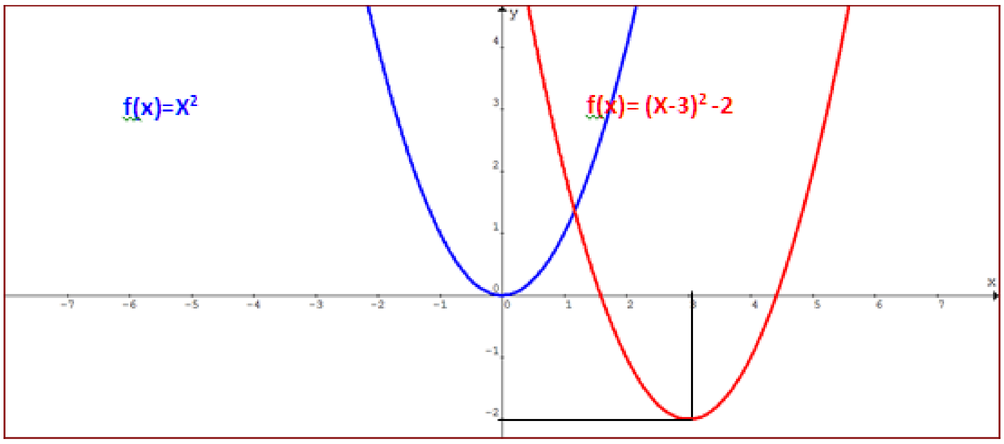


Figura 9: donde h=-3 y k=-2

2.4.4. Propuesta didáctica

Flores (2004), define la propuesta didáctica como un eje rector del trabajo docente, donde se integra la enseñanza de los contenidos con las estrategias de aprendizaje, da respuesta a las necesidades presentadas en la labor docente y en los alumnos.

Para poder emplear una propuesta didáctica es necesario realizar tres pasos importantes:

- Diseño.
- Aplicación.
- Evaluación.

Para el diseño de una propuesta didáctica se debe considerar lo siguiente:

- Conocer la realidad educativa para determinar tu objeto de estudio (Contexto social).
- El contexto escolar.
- Contexto áulico[7] (Sala de clases)
- Contexto familiar, como un factor externo para tener claridad al momento de realizar el diseño.
- El alumno a quien va focalizado el diseño.

Para poder recabar la información necesaria acerca de los contextos y características, se utilizan diversos instrumentos para su aplicación como lo son:

[7] Se dice áulico porque es referente al aula. El ambiente y/o características del aula.

- Guion de observación: Un esquema que recoge de forma ordenada, todos los puntos que se quieren observar. Sirve, por tanto, como pauta de observación.

- Entrevista: Acto de comunicación oral que se establece entre dos o más personas (el entrevistador y el entrevistado o los entrevistados), con el fin de conocer una opinión o información de alguien.

- Listas de cotejo: Es un instrumento que permite identificar comportamiento con respecto a habilidades y destrezas. Contiene un listado de indicadores de logros el que se constata la presencia o ausencia de éstos mediante la actuación de alumno y alumna en un momento determinado. Permite recoger información precisa de sobre manifestaciones conductuales asociadas, preferentemente, a aprendizajes referidos al saber hacer.

- Escalas de valoración: Son instrumentos que ofrecen descriptores de desempeño de los alumnos en el aspecto que se desea evaluar. Se elabora como una tabla de doble entrada que se forma de manera horizontal o vertical, en donde se ubican los criterios (desempeños) versus los rangos (categorías o niveles).

Una vez aplicados, se realiza la interpretación de los mismos para determinar las necesidades que se presentan en todos los contextos.

Para redactar una propuesta didáctica, se debe responder a las siguientes interrogantes:

- ¿Qué se quiere hacer?
- ¿Por qué se quiere hacer?
- ¿Qué se sabe del tema?
- ¿Para qué se quiere hacer?
- ¿Cuánto se quiere hacer?
- ¿Dónde se quiere hacer?
- ¿Cómo se va a hacer?
- ¿Cuándo se va a hacer?
- ¿A quién se dirige?

- ¿Quiénes lo van a hacer?
- ¿Con qué se va a trabajar?
- ¿Cómo y cuándo se va a evaluar?
- ¿Cómo y cuándo comunicar nuestros avances y dificultades?

Para una propuesta didáctica, además, se debe considerar los siguientes aspectos formales:

- Presentación.
- Justificación.
- Propuesta didáctica.
- Bibliografías.
- Anexos (instrumentos y estrategias a utilizar).

Otra interrogante de importancia es **¿Cómo aplicar la propuesta didáctica?** Para poder responder a esta interrogante, se debe considerar los siguientes aspectos:

- Dándola a conocer a los actores educativos.
- Gestionar los espacios, materiales y tiempo.
- Planear las actividades.
- Llevar un registro sistemático mediante: Bitácoras, guiones de observación, listas de cotejo.

Una vez aplicada la propuesta, se debe saber **¿Cómo evaluar la propuesta didáctica?** Es fundamental recordar que la evaluación de una propuesta didáctica debe ser: inicial, formativa y sumativa.

- <u>INICIAL</u>: Por medio del diagnóstico que se realiza para determinar las necesidades que se deben atender.

- <u>FORMATIVA</u>: Llevando un registro sistemático.

- <u>SUMATIVA:</u> Para conocer los alcances de toda la propuesta con la aplicación de los instrumentos utilizados.

Además se realiza un informe de la aplicación de la propuesta, basándose en las evaluaciones y registros, en donde hay que destacar: logros, dificultades, sugerencias.

CAPÍTULO 3:
MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque

Para llevar a cabo este seminario se escogió un modelo de enfoque dominante, por ende la investigación se desarrollará bajo la perspectiva del enfoque cuantitativo pero esta mantendrá un componente del enfoque cuantitativo utilizado para ahondar en nuestro tema de investigación y conocer cuan pertinente es nuestro trabajo de seminario.

La ventaja de este modelo, según Grinnell (1997) citado por Sampieri (2003), consiste en que presenta un enfoque que en ningún caso se considera inconsistente y se enriquecen tanto la recolección de los datos como su analisis.

> *"Cabe señalar que el enfoque cuantitativo utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, y confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población"* (Sampieri ,2003, p.18)

Este enfoque será utilizado a lo largo del seminario, en donde se utilizarán pruebas del contenido de función cuadrática y una encuesta valórica para saber las opiniones de cada estudiante sobre la herramienta didáctica y novedosa, utilizada en su proceso de aprendizaje.

Estas herramientas de evaluación serán valoradas en escalas medibles y se realizaran valoraciones numéricas de las mismas, obteniendo rangos de valores de las respuestas. También se observarán las tendencias obtenidas, las frecuencias y los promedios. Con este análisis cuantitativo se harán gráficos, para finalmente analizar los resultados obtenidos y verificar si la hipótesis se cumplió.

Esta investigación tendrá un alcance exploratorio, ya que, en este seminario se busca diseñar una herramienta didáctica para el contenido de función cuadrática, tema poco explorado, a nuestro saber, es por ello que se tienen muchas dudas si esta ayudará a consolidar los conocimientos de nuestros estudiantes.

3.2. <u>Diseño</u>

El diseño de esta investigación es de tipo experimental, dado que se manipularan intencionalmente una o más variables independientes en el experimento para saber si hay algún cambio.

> *“La variable independiente es la que se considera como supuesta causa en una relación entre variables, es la que condiciona antecedentes, y el efecto provocado por dicha causa se le denomina variable dependiente o consecuente”* (Sampieri, 2003, p.188).

En este seminario, la variable independiente utilizada será el juego GidaVix^2, el cual será utilizando en un grupo de tercero medio, con esto se busca saber si esta herramienta didáctica ayuda a comprender y consolidar el contenido de función cuadrática.

Para comprobar los resultados, se debe medir la variable dependiente, en este caso, el contenido que los alumnos manejan inicialmente sobre la graficación de la función cuadrática. Esta etapa será realizada a través de un diagnóstico que se le aplicará al curso completo, sin ningún tipo de interferencia ni manipulación.

El grado de manipulación de la variable independiente dentro de la investigación será de carácter presencia-ausencia, lo que implica que se expone a un grupo a la presencia de la variable independiente (aplicación de GidaVix^2) el cual se denominará Grupo GidaVix^2 y el segundo grupo estará en condicionales normales (sin aplicación de GidaVix^2) el cual se llamará Grupo Tradición . Luego los dos grupos se comparan para saber si el grupo expuesto a la variable independiente difiere del grupo que no fue expuesto.

Los integrantes de cada grupo serán asignados de forma aleatoria o al azar, lo que nos asegura probabilísticamente que ambos grupos son equivalente entre sí. Esta es una técnica de control, que fue diseñada por Fisher en 1940 y tiene como propósito dar al investigador la seguridad de que variables extrañas conocidas, no afectarán de manera sistemática los resultados del estudio.

En síntesis el diseño experimental se compondrá de una pre prueba, pos prueba y grupo control, en donde teniendo separados los grupos aleatoriamente, se les administrará simultáneamente una pre prueba (diagnostico), luego un grupo recibirá el tratamiento experimental (uso de la herramienta didáctica) y el otro no, por último, se les aplicará también simultáneamente, una pos prueba a ambos grupos. Para finalmente analizar los datos recabados mediante un contraste de resultados entre el grupo GidaVix^2 y el grupo tradicional.

3.3. <u>Instrumentos</u>

3.3.1. Diagnóstico

Este instrumento (Ver anexo 1) fue utilizado para poder recabar información sobre los conocimientos que poseen los estudiantes que pertenecen a la muestra de ambos grupos, referidos a la temática de función cuadrática. Los resultados que nos entrega este instrumento serán de gran importancia para el llamado *análisis a priori*.

El instrumento de diagnóstico consta de dos ítems los cuales son:

- <u>**Selección única**:</u> Doce preguntas en donde el estudiante deba discernir cuál es la opción correcta, basándose en los contenidos de la función cuadrática.

- <u>**Desarrollo**:</u> Se basa en que el estudiante grafique cuatro funciones cuadráticas, teniendo que aplicar conocimientos esenciales de esta unidad de aprendizaje.

Este diagnóstico poseerá una rúbrica en donde se dará conocer detalladamente cada pregunta en base a los contenidos y habilidades (Ver anexo 2)

3.3.2. Juego Gidavix^2

3.3.2.1. Mazo Gidavix^2

Según Gairín (1990), el juego, su adecuada elección y como herramienta didáctica podría servir para diferentes objetivos, entre ellos:

1. Desarrollar conceptos o estructuras conceptuales matemáticas.
2. Proporcionar ejercicios tanto para la práctica de algoritmos como para fomentar la experimentación.
3. Desarrollar habilidades de percepción y razonamiento.

Basado en lo anterior fue creado el juego de cartas Gidavix^2, el cual busca desarrollar el concepto de función cuadrática, estimulando el razonamiento matemático, además de fomentar la experimentación a partir de ejercicios que requieren la habilidad y la percepción de los estudiantes.
Este juego es de carácter post instruccional, ya que, será utilizado luego de que los estudiantes hayan presenciado las clases en donde se les explica la función cuadrática, ocupando de esta forma un papel reforzador dentro de la enseñanza, el cual busca la consolidación de lo enseñado.

Los artículos que contiene Gidavix^2 son:

a) Cuarenta y ocho cartas (Ver anexos 8).
b) Instrucciones del juego con indicaciones al docente (Ver anexos 6)
c) Hoja de respuestas para el árbitro del juego (Ver anexos 7)

Las cartas que posee este juego las podemos separar en tres categorías:

<u>**Categoría I:**</u> **Registro algebraico**.

Este tipo de carta nos da a conocer las distintas formas de la función cuadrática ya sea en su forma general completa, incompleta (sólo término cuadrático), forma incompleta pura, forma incompleta binomial, forma canónica. (Ver figura 10)

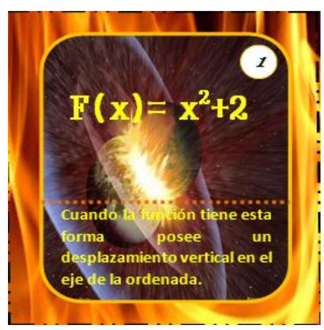


Figura 10: Registro algebraico.

<u>Categoría II:</u> Registro gráfico.

En este caso, las cartas nos muestra la gráfica que corresponde a la función cuadrática correspondiente a un registro algebraico dado. (Ver figura 11)

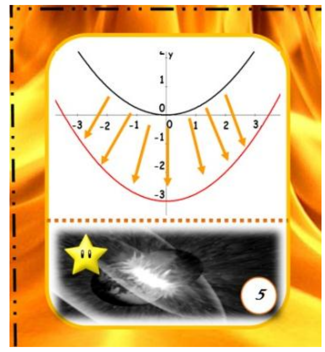


Figura 11: Registro gráfico.

<u>Categoría III:</u> Registro conceptual.

Cartas que muestran elementos y conceptos asociados a la función cuadrática: En este caso, las cartas nos muestran los parámetros de la función cuadrática, y sus elementos asociados (eje de simetría, raíces, etc.). (Ver figura 12)

Figura 12: Conceptos.

<u>PAPEL DEL ESTUDIANTE:</u>

El estudiante posee un rol activo en donde el aprendizaje no es solamente unidireccional, ya que, el alumno es protagonista de su propio aprendizaje.

Cuando se aplica Gidavix^2 a los estudiantes (grupo Gidavix^2), provoca que estos interactúen entre ellos, logrando un aprendizaje colectivo, en donde los alumnos que saben intentan enseñar a los que no y el que no sabe busca aprender más sobre la función cuadrática, con el idea de superarse para poder alcanzar la meta, la cual es ganar el juego. Esto provoca que el conocimiento dentro del curso vaya en ascenso, ya que se presenta la competitividad como un factor imprescindible, lo que desemboca en que los estudiantes deseen aprender más, creándose así un efecto en cadena.

En cambio, los estudiantes del Grupo Tradición cumplen un papel más pasivo, ya que el conocimiento va desde el profesor hacia ellos (unidireccional), lo cual hace que el estudiante tome una actitud mecánica frente a la solución de cada ejercicio.

PAPEL DEL DOCENTE:

El rol del profesor es entregar el contenido necesario para que su grupo curso pueda aplicar Gridavix^2 como una herramienta post instruccional, ya que este es un requisito mínimo dentro del juego.

Al aplicar Gridavix^2 el profesor ocupa un rol pasivo, en donde solo explica las instrucciones y ordena los grupos de juego, dejándolos en libertad de acción para que experimenten, interactúen y manipulen el conocimiento para ganar el juego.
En comparación, en el grupo tradición, el profesor entregará guías y ejercicios propuestos, en donde realizará algunos de ellos, aclarando dudas. Es por ello, que el profesor posee un rol activo frente al grupo.

3.3.2.2. Elaboración de Gridavix^2

Este juego de cartas fue creado por los autores de este seminario y su nombre fue elaborado con las dos primeras letras de los nombres de dichos autores y la sigla x^2 alude a la función cuadrática.

Figura 13: Caratula del juego Gridavix^2

Este mazo fue adaptado gráficamente del juego “Magic”, ya que este juego llama mucho la atención de los estudiantes y siempre se ven en los pasillos de los colegios alumnos combatiendo con sus mazos. El curso al cual va dirigido es tercero medio en donde se enseña el contenido de función cuadrática.

El objetivo de este juego es motivar a los estudiantes en la asignatura de matemática, para que así se impregnen del sabor a juego, encontrando una forma lúdica de estudiar y aprender.

Gidavix^{2} busca que el estudiante agrupe la mayor cantidad de pares de cartas, en donde las representaciones de las distintas formas de la función cuadrática (graficas-algebraica-verbal y viceversa) sean equivalentes, cada una de ellas tendrá cierta cantidad de estrellas, de acuerdo al grado de dificultad de las cartas (mayor dificultad, mayor cantidad de estrellas). El participante con más estrellas ganará.

Para que este juego cumpla su función, era necesario crear regla para que los estudiantes jueguen en igualdad de condiciones, siendo estas las siguientes:

INSTRUCCIONES DE Gidavix^{2}.

La cantidad de jugadores de Gidavix^{2} será mínimo 4 y máximo 6.

Nota 1: Dentro de cada grupo de juego habrá un árbitro (elegido por el profesor) el cual tendrá que supervisar el juego y ver que se desarrolle de forma correcta, el poseerá una hoja de respuesta (Ver anexo 7) la cual contendrá los pares de cartas equivalentes y su justificación.

Un jugador elegido al azar pone en la mesa la cantidad de cartas equivalentes al número de jugadores, boca arriba, de tal manera que cada jugador vea el contenido de las cartas.

Luego reparte a cada jugador la misma cantidad de cartas, guiándose por la siguiente tabla:

Cartas iniciales en la mesa	N° de jugadores	Cantidad de cartas por cada jugador
4	**4**	11
5	**5**	8
6	**6**	7

Tabla 1: Repartición de cartas dependiendo de la cantidad de jugadores.

Nota 2: Las cartas sobrantes se deben poner en la mesa boca arriba.

Las cartas entregadas a cada jugador deben permanecer boca abajo para que así, ningún jugador sepa que cartas tiene en su poder (mazo de juego).

Finalizado ese proceso el primero en jugar será quien se encuentra a la derecha del repartidor, siguiendo un sentido horario durante todo el juego.

Comienzo de Gidavix^2:

El primer jugador saca la primera carta de su mazo, colocando ésta en un cubículo, teniendo 1 minuto, para pensar qué carta de las que están en la mesa es equivalente a la que está en el cubículo.

Si el jugador no reconoce la respuesta, da la opción al jugador de su derecha a encontrar la carta correspondiente a la que está en el cubículo, y si este último no sabe, le da el paso al que sigue a su derecha y así sucesivamente. Si nadie sabe la respuesta, esta carta se pone junto a las cartas de la mesa.

Si el jugador reconoce la carta equivalente de la mesa, debe tomarla y colocarla al lado de la carta anteriormente puesta en el cubículo, hecho esto, deberá fundamentar su respuesta:

- Si esta es correcta, las cartas del cubículo quedan en su poder, colocándolo en el mazo de cartas ganadoras.
- Si su respuesta es incorrecta, agregar estas dos cartas del cubículo en el mazo de juego.

De esta manera, jugara el siguiente competidor, siguiendo la secuencia anteriormente expuesta.

Nota 3: Si al finalizar el juego sobran cartas que no son equivalentes, el monitor del juego llama al profesor para que revise los mazos ganadores de cada jugador y de esta forma identificar quien cometió algún error en el juego. Reconocido esto, al jugador equivocado se le restan 3 estrellas.

Jugador ganador, éxito o fracaso.

Cada carta tendrá estrellas, dependiendo de la dificultad de la función cuadrática (Tabla 2)

Dificultad	Estrellas
Fácil	
Medio	
Difícil	

Tabla 2: Nivel de dificultad de las cartas.

Acabado el juego, todos los competidores deben contar las estrellas que contienen en sus cartas ganadoras. El que tenga el mayor número de estrellas en su poder, gana el juego.

Características de las cartas según su dificultad.

Fácil: Son aquellas cartas que poseen preguntas básicas del contenido, y poseerán pistas para encontrar la respuesta correcta (dirección de movimientos, puntos, etc.).

Medio: Estas cartas, no poseerán pistas para su respuesta, pero las preguntas tendrán un menor grado de dificultad.

Difícil: En estas cartas, los jugadores deberán reconocer más de una característica de la función cuadrática y no posee ningún tipo de pistas.

Sugerencias al docente.

- ✓ Contenidos que debe saber el estudiante previo al juego:
  - Función cuadrática y su gráfica.
  - Elementos de la parábola y su relación con la función cuadrática.
  - Variación de la parábola dependiendo de los parámetros de la función cuadrática.

- Distintas formas algebraicas de la función cuadrática: $f(x) = x^2$, $f(x)= ax^2$, $f(x)= ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 \pm c$; $f(x) = (ax \pm c)^2$.

✓ Respetar el máximo de integrantes por grupo de juego.

✓ Organizar a los estudiantes de forma arbitraria, dependiendo de desempeño académico de los estudiantes.

✓ Dependiendo de la organización de los grupos dar tiempo para que cada alumno responda en el transcurso del juego. (Tabla 3).

Desempeño académico	Bajo	Medio	Destacado
TIEMPO POR JUGADA.	2 minutos	1.20 minutos	1 minuto

Tabla 3: Distribución de tiempo por jugadas

3.3.3. Evaluación final del contenido

Este instrumento (ver anexo 3) fue aplicado al grupo GidaVix^2 y al grupo tradición con el objetivo de conocer y evaluar los conocimientos adquiridos con la secuencia didáctica empleada en cada uno de ellos, con el fin de comparar los resultados de cada uno de los integrantes de los grupos, para así poder verificar si la utilización del juego GidaVix^2 logra que los alumnos obtengan un mejor resultado en su aprendizaje.

Esta evaluación consta de dos ítems:

Selección múltiple: Consta de cuatro preguntas de conocimiento y características de la función cuadrática.

Desarrollo: Consta de seis preguntas de graficación de diversas funciones cuadráticas.

Esta evaluación fue diseñada con los mismos ítems del diagnóstico, para que los resultados que se obtuvieran no fueran influenciados por el tipo de pruebas realizadas en ambas instancias.

Esta evaluación consta de una rúbrica en donde se especifica las habilidades y contenidos de cada pregunta (ver anexo 4).

3.4. Validez y confiabilidad

Los instrumentos anteriormente expuestos fueron revisados, analizados y validaos por expertos, los cuales sugirieron cambios en estos para que así fueran pertinentes para la investigación. El objetivo de esta validación es que los instrumentos posean confiabilidad y por ende los resultados de estos mismos instrumentos sean fidedignos.

Los evaluadores expertos elegidos para esta tarea fueron docentes de la Universidad Católica Silva Henríquez, ambos del departamento de matemática, a los cuales, se les entrego el conjunto de instrumentos utilizados, en esta investigación con sus respectivas solicitudes de validación.

Los docentes encargados de la validación son:

- Tamara Del Valle Contreras
- Isabel Barros Inostroza

A los evaluadores se les entregó una carta de validación (ver anexo 10) en donde se expuso el resumen y objetivos de la tesis, en esta carta los docentes debía entregar observaciones y firma con sus datos.

A continuación se presentan dichas validaciones:

Datos Experto

Nombre: Tamara Del Valle

Titulo profesional: Profesora de matemática e informática E

Grado Académico: Doctorante en Didáctica de la matem.

Cargo: Docente

Le rogaríamos consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías:

- Muy bien.
- Bien.
- Suficiente.
- Insuficiente.

Observaciones:

Diagnóstico: especificar quizás en categorías porqué hizo cada pregunta. Faltó justificar el porqué

Muchas gracias por su cooperación.

Tamara

Nombre y Firma

Santiago, 27 / 11 / 2012

Datos Experto

Nombre: Isabel Barros Inostroza

Título profesional: Profesor de Estado en Mat. y Ciencias de la Comp.

Grado Académico: Magister © en Gestión Educacional

Cargo: Académico Jornada Completa.

Le rogaríamos consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías:

- Muy bien.
- X Bien.
- Suficiente.
- Insuficiente.

Observaciones: Falta especificar tiempo asignado para el diagnóstico.
- Mejorar gráfica función A en ejercicio 11
- Errores en respuestas 4A – 9B
- Mejorar contenidos evaluados en ítem, por ejemplo, algunos dicen evaluar movimiento vertical en plano cartesiano, en consecuencia que también existe movimiento Horizontal.
- El juego requiere conocimiento de función cuadrática, por lo que se centra en consolidar el aprendizaje más que en generarlo,

Muchas gracias por su cooperación.

luego, al ponerlo en práctica, podrán jugar sólo quienes saben y quedarán fuera quienes no hayan aprendido este contenido, por lo que, a mi juicio, limita los alcances de la propuesta didáctica.

Asimismo, se habla de "aplicación" dentro de los objetivos específicos, sin embargo, los ejercicios desarrollados en el juego están más bien en un nivel de reconocimiento.

Nombre y Firma

Santiago, 27 / 11 / 2012

CAPÍTULO 4:
TRABAJO DE CAMPO Y ANALISIS DE INFORMACIÓN.

Para poder realizar los procedimientos planificados en esta investigación, fue necesaria la utilización de diversos métodos para poder recopilar y analizar la información entregada para este estudio.

La elección de los instrumentos debe responder a los objetivos y a lo que se desea obtener. Se utilizaron técnicas cuantitativas y cualitativas que permiten una interacción mixta al momento de dar análisis a los resultados.

La recogida de información es de carácter mixta, debido a que permite utilizar los métodos cuantitativos y cualitativos, para responder a las diferentes preguntas y planteamiento de esta investigación.

Continuando con el trabajo de campo, se debe mencionar que fue necesario asistir al establecimiento elegido para esta investigación. En primer lugar se realizó una reunión con la docente titular del curso elegido para esta investigación para que así ella tuviera conocimiento de las actividades a realizar con el grupo curso, una vez realizado este proceso se visitó el curso.

La semana siguiente se aplicó el instrumento de evaluación diagnostica al curso sin dificultades. Una vez aplicado el diagnóstico, se procedió a su revisión y posterior análisis.

Para la semana siguiente, diseño un plan de acción frente a los resultados del diagnóstico, esta actividad a realizar depende del resultado de los estudiantes en dicha evaluación. En esta etapa surgió una sola dificultad, debido a que ese día los alumnos rindieron ensayos de SIMCE[8] lo que produjo un atraso de una semana para poder continuar con lo planificado.

En las últimas semanas se pudo aplicar los instrumentos restantes (evaluación final y encuesta valórica) para recopilar información, hacer un análisis y contraste de resultados para así levantar conclusiones de la investigación.

En el proceso de recogida de información, actuaron como agentes facilitadores:

[8] Sistema de medición de la calidad de la enseñanza.

- La buena disposición del establecimiento educacional.
- La buena disposición y participación de la docente de la asignatura y de los alumnos.

Los factores que actuaron como obstáculo en el trabajo de campo y la aplicación de los instrumentos fueron:

- La inasistencia de algunos alumnos.
- La realización de actividades sin previo aviso.

Para poder visualizar los instrumentos utilizados en el trabajo de campo de esta investigación observar los anexos.

Finalmente la investigación al ser experimental y de carácter presencia-ausencia, se llevará a cabo en cuatro etapas, la cuales son:

4.1. Primera etapa: Recabar información inicial.

En esta fase es necesario conocer las conductas de entrada que poseen los estudiantes, es por ello que se les aplicará a los alumnos de tercer año medio de un Colegio de Graneros una evaluación diagnostica (ver inciso de instrumentos), a través de ésta se pretende conocer los contenidos adquiridos (no adquiridos) de la función cuadrática y sus errores cognitivos.

Los resultados de esta evaluación nos guiará en las decisiones a tomar frente al grupo-curso, los cuales podrían ser: Nivelar a los estudiantes o iniciar el proceso de acuerdo a lo planificado, o sea, aplicar directamente el juego.

Procesamiento de los resultados del diagnóstico:

Para aplicar y analizar el instrumento diagnóstico, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- El curso en que será aplicado el diagnóstico es tercer año medio de un Colegio ubicado en Graneros el cual está compuesto por **40 alumnos** de carácter mixto.

- El establecimiento educacional escogido para esta investigación se encuentra ubicado en la comuna de Graneros, sexta región.

- La dependencia del establecimiento educacional es particular-subvencionado con financiamiento compartido.

- Los estudiantes poseían conocimientos de esta unidad, ya que por planificación correspondía enseñarlo en el mes de Octubre.

Cada pregunta empleada en el diagnóstico, corresponden a una(s) categoría(s) de los contenidos de función cuadrática, las cuales son utilizados para el análisis de dicho instrumento, estas categorías son:

- Definiciones básicas de la función cuadrática.
- Parámetros de la función cuadrática.
- Raíces de la función cuadrática.
- Vértice.
- Eje de simetría.
- Concavidad.
- Movimiento horizontal de la función cuadrática.
- Movimiento vertical de la función cuadrática.
- Gráfica de la función cuadrática.

Los resultados obtenidos en el diagnostico son los siguientes:

Números de Pregunta.	**Buenas.**	**Malas.**	**Porcentaje de respuestas correctas.**	**Porcentaje de respuestas incorrectas.**
1	10	30	25%	75%
2	27	13	67,5%	32,5%
3	19	21	47,5%	52,5%
4	18	22	45%	55%
5	26	14	65%	35%
6	25	15	62,5%	37,5%
7	14	26	35%	65%
8	32	8	80%	20%
9	0	40	0%	100%
10	36	4	90%	10%
11	2	38	5%	95%
12	32	8	80%	20%
Desarrollo.	0	40	0%	100%

Tabla 4: Resultados del diagnóstico.

Los cuadros destacados con rojo corresponden a las preguntas que fueron contestadas correctamente por más del 50% de los alumnos.

Los cuadros destacados con celeste corresponden a las preguntas que fueron contestadas incorrectamente por más del 50% de los alumnos.

ANÁLISIS DEL DIAGNOSTICO:

En este apartado se analizarán los resultados obtenidos en el diagnóstico y de esta forma concluir si los estudiantes manejan el contenido necesario para aplicar el juego Gidavix².

CONTENIDO Nº1: DEFINICIONES BÁSICAS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

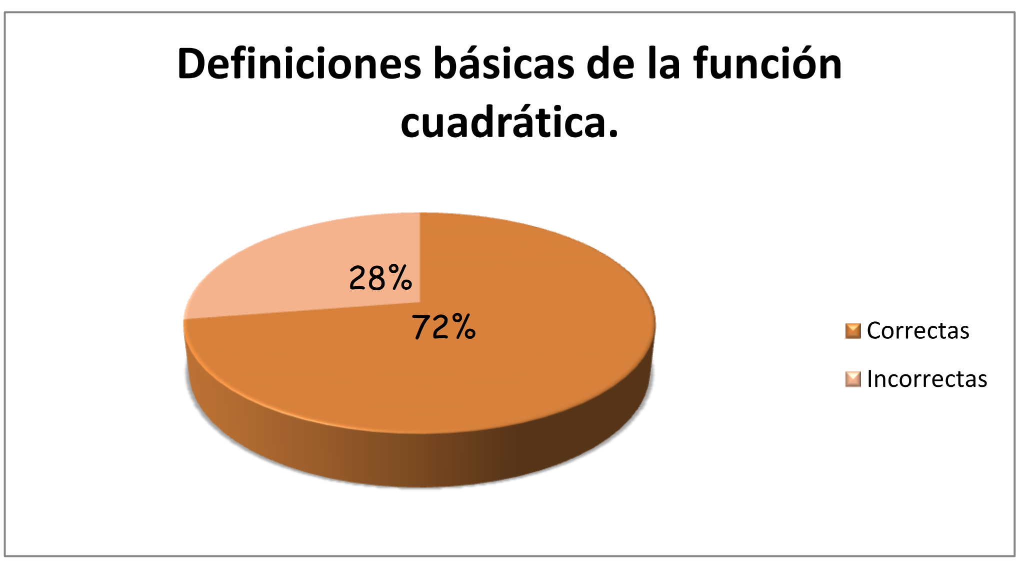
Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 3 – 10 – 12.

Pregunta 3: El 47, 5% de los alumnos contestaron correctamente y un 52,5% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 10: El 90% de los alumnos contestaron correctamente y un 10% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 12: El 80% de los alumnos contestaron correctamente y un 20% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **72%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos manejan el contenido de las definiciones básicas de la función cuadrática.

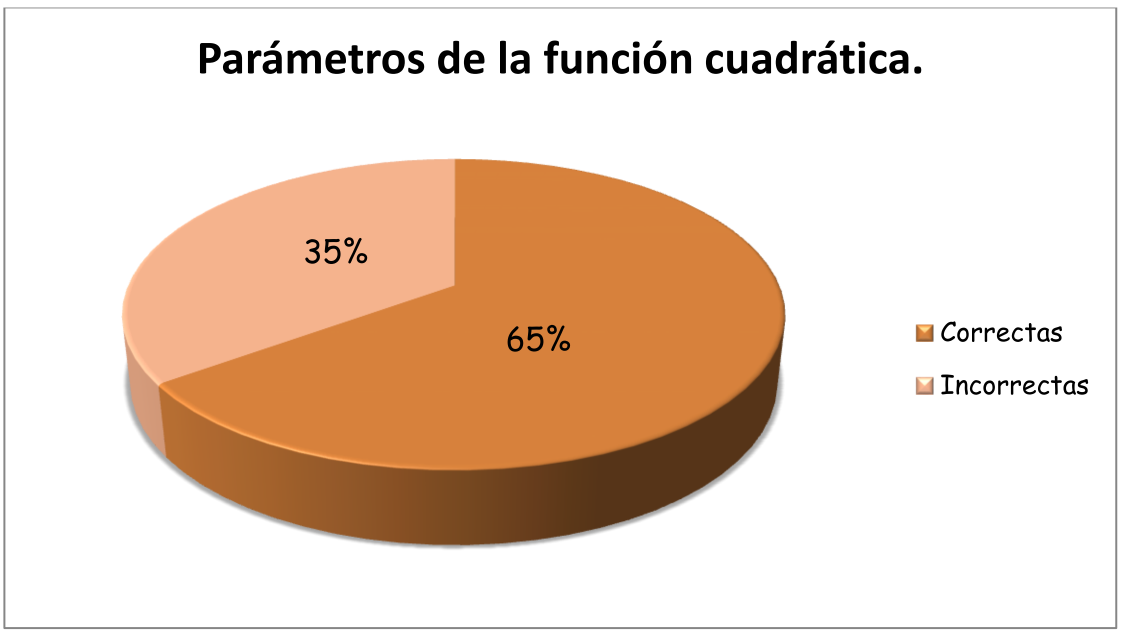


<u>CONTENIDO Nº2: PARÁMETROS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA</u>:

Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 2 – 5 – 6.

Pregunta 2: El 67, 5% de los alumnos contestaron correctamente y un 32,5% de los alumnos contestaron incorrectamente.
Pregunta 5: El 65% de los alumnos contestaron correctamente y un 35% de los alumnos contestaron incorrectamente.
Pregunta 6: El 62,5% de los alumnos contestaron correctamente y un 37,5% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado correctamente por el **65%** de los estudiantes. Es por ello que podemos concluir que los estudiantes manejan este contenido.

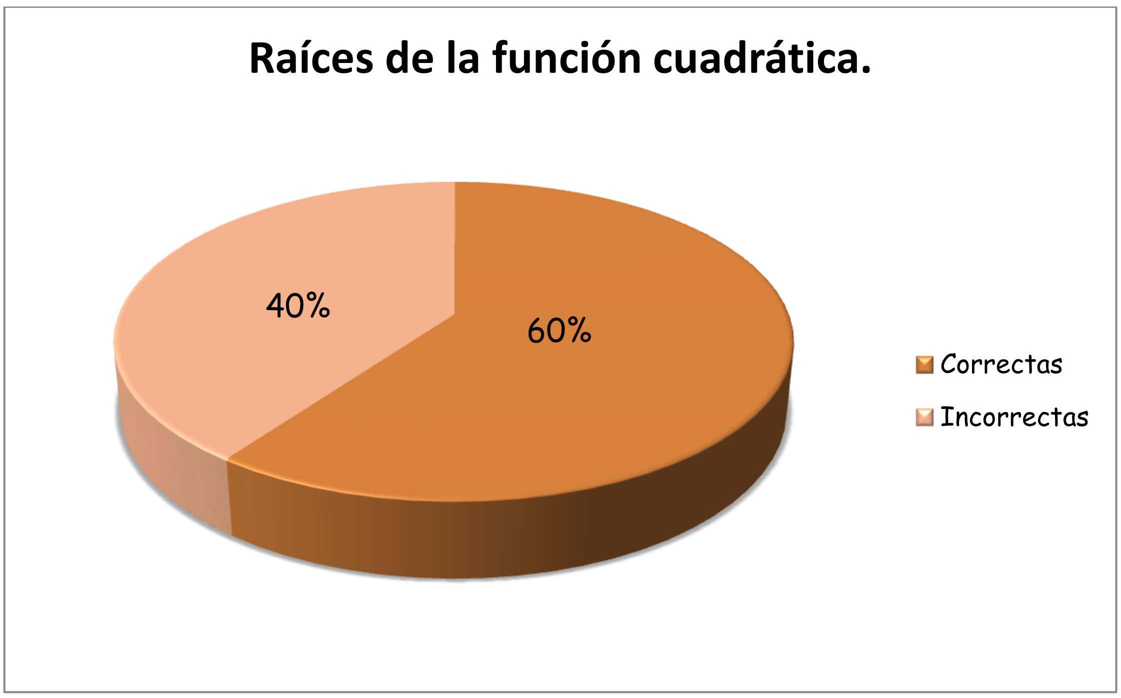


CONTENIDO Nº3: RAÍCES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Las preguntas que son enfocadas a este contenido son: 5 – 7 – 8.

Pregunta 5: El 65% de los alumnos contestaron correctamente y un 35% de los alumnos contestaron incorrectamente.
Pregunta 7: El 35% de los alumnos contestaron correctamente y un 65% de los alumnos contestaron incorrectamente.
Pregunta 8: El 80% de los alumnos contestaron correctamente y un 20% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **60%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos manejan el contenido de las raíces de la función cuadrática.



CONTENIDO Nº4: VÉRTICE:

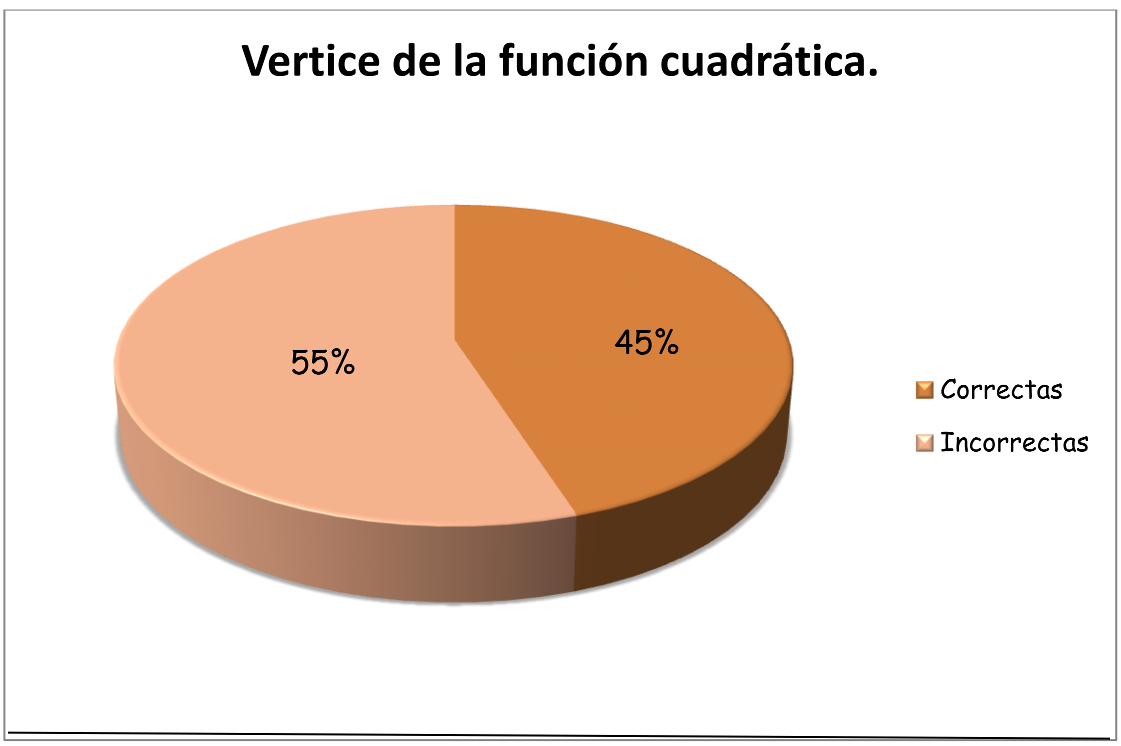
Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 4 – 9 – 10.

Pregunta 4: El 45% de los alumnos contestaron correctamente y un 55% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 9: El 0% de los alumnos contestaron correctamente y un 100% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 10: El 90% de los alumnos contestaron correctamente y un 10% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **45%** de los estudiantes. Por ello podemos concluir que los alumnos no manejan este contenido, ya que más de la mitad del curso se equivocó en su respuesta.



CONTENIDO Nº5: EJE DE SIMETRÍA:

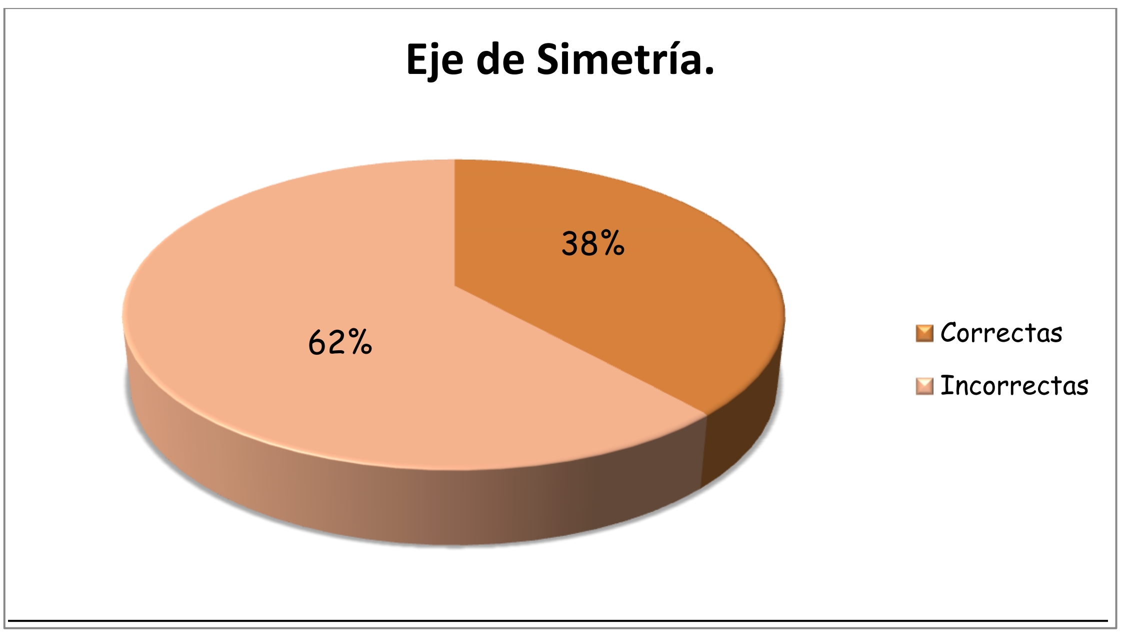
Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 1 – 9 – 10.

Pregunta 1: El 25% de los alumnos contestaron correctamente y un 75% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 9: El 0% de los alumnos contestaron correctamente y un 100% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 10: El 90% de los alumnos contestaron correctamente y un 10% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **38%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos no manejan el contenido de los parámetros de la función cuadrática.



CONTENIDO Nº6: CONCAVIDAD:

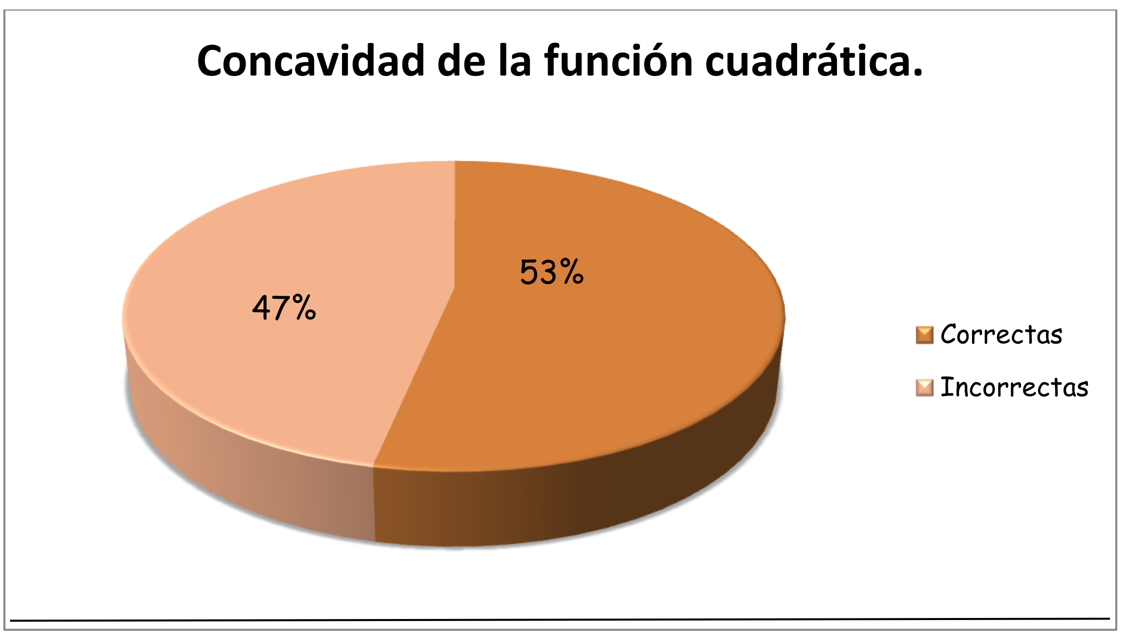
Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 4 – 7 – 8.

Pregunta 4: El 45% de los alumnos contestaron correctamente y un 55% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 7: El 35% de los alumnos contestaron correctamente y un 65% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 8: El 80% de los alumnos contestaron correctamente y un 20% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **38%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos no manejan el contenido de los parámetros de la función cuadrática.



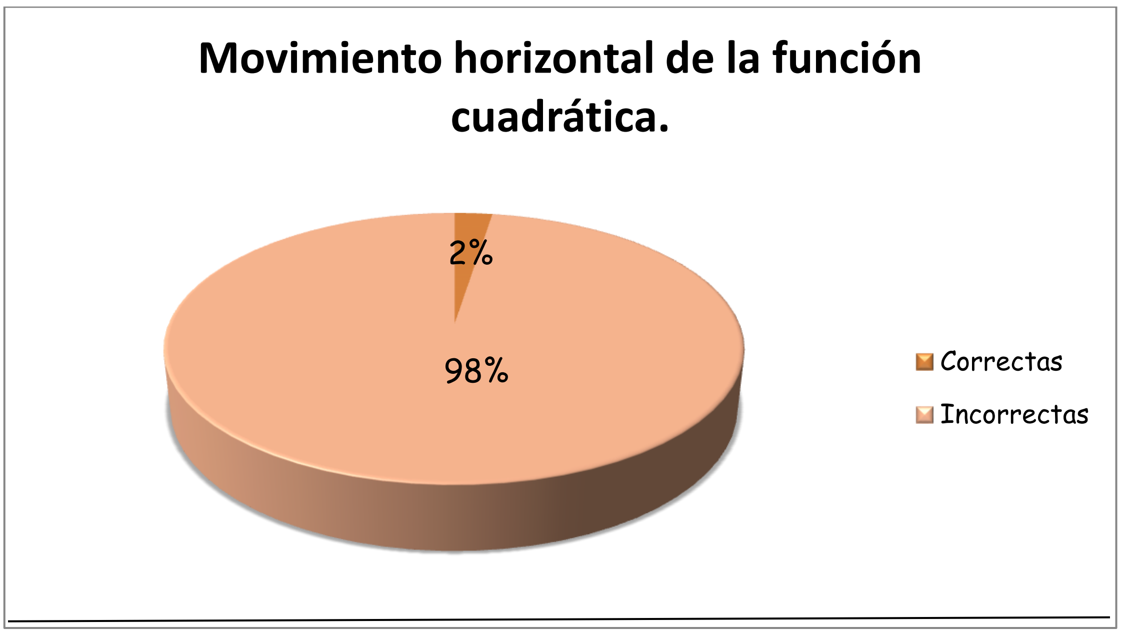
CONTENIDO Nº7: MOVIMIENTO HORIZONTAL DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 11 – DESARROLLO.

Pregunta 11: El 5% de los alumnos contestaron correctamente y un 95% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Preguntas de desarrollo: El 0% de los alumnos contestaron correctamente y un 100% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **2%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos no manejan el contenido de los parámetros de la función cuadrática.



CONTENIDO Nº8: MOVIMIENTO VERTICAL DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

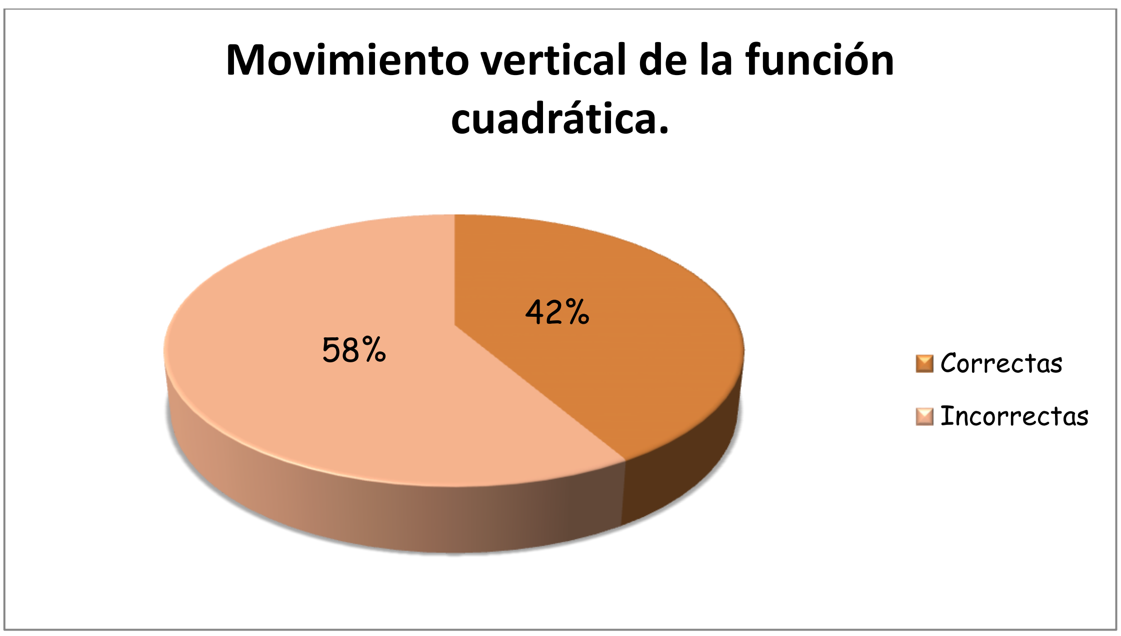
Las preguntas que son enfocadas a este punto son: 7 – 9 – 10.

Pregunta 7: El 35% de los alumnos contestaron correctamente y un 65% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 9: El 0% de los alumnos contestaron correctamente y un 100% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Pregunta 10: El 90% de los alumnos contestaron correctamente y un 10% de los alumnos contestaron incorrectamente.

En promedio este contenido fue contestado de forma correcta por el **42%** de los estudiantes. Observando el siguiente gráfico podemos concluir que los alumnos no manejan el contenido de los parámetros de la función cuadrática.

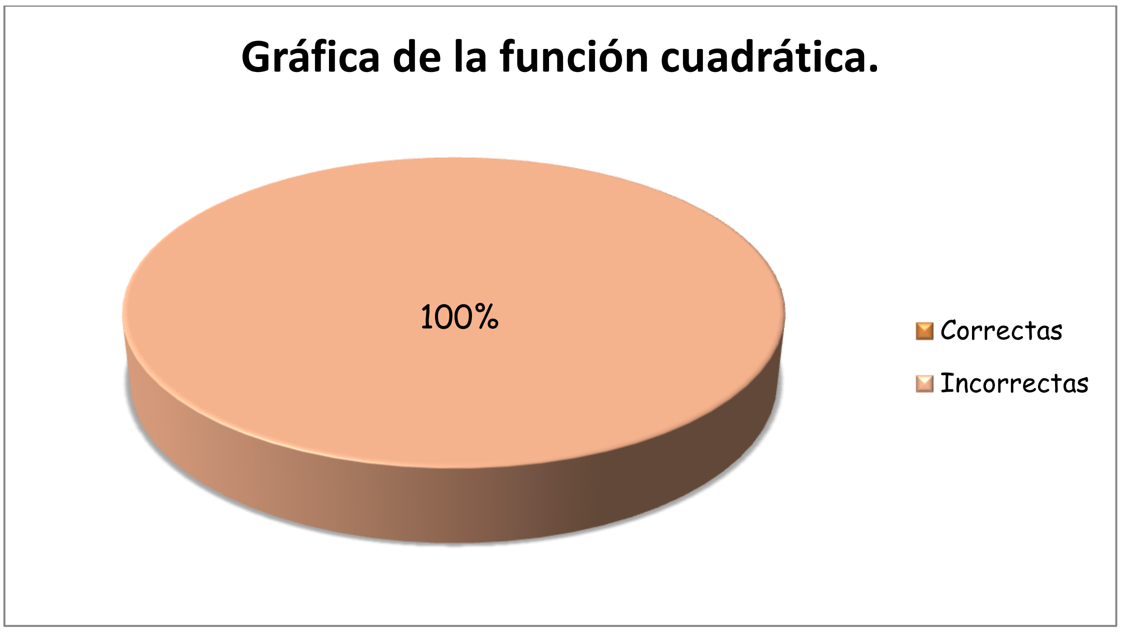


CONTENIDO Nº9: GRÁFICA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:

Las preguntas que son enfocadas a este punto son las de desarrollo:

Preguntas de desarrollo: El 0% de los alumnos contestaron correctamente y un 100% de los alumnos contestaron incorrectamente.

Claramente este contenido no es manejado por los estudiantes, debido a que se obtuvo un **100%** de respuestas incorrectas.



Observando los resultados obtenidos en este instrumento, podemos concluir que los estudiantes no manejan los elementos de la función cuadrática y su gráfica. Es por ello, que se debe realizar una clase de nivelación sobre esta unidad, para que los alumnos posean los conocimientos necesarios para aplicar el juego Gidavix^{2}.

Los resultados obtenidos sorprendió tanto a la profeso, a titular de la asignatura de matemática en el colegio como a nosotros, debido a que estos alumnos ya habían presenciado clases y habían sido evaluados en este contenido. Además, este colegio posee buen rendimiento académico, por ende este resultado no es común en todas las unidades de matemática.

Estos resultados potencian la idea de investigar este tema, ya que es un hecho que los estudiantes no asimilan este contenido y solo lo memorizan para la prueba.
Esta muestra de estudiantes es ideal para nuestra investigación, ya que sabremos si el juego verdaderamente permite consolidar este contenido y si la motivación juega un papel importante para el aprendizaje.

4.2. Segunda etapa: Plan de acción post-diagnostico.

Debido a los resultados obtenidos en el diagnóstico, podemos concluir que los alumnos necesitan un refuerzo sobre el contenido de función cuadrática, específicamente en su gráfica y elementos, ya que este contenido fue el que menos conocían y paralelamente el que más se necesita para jugar Gidavix^{2}.

Debido a lo anterior, se decidió planificar una clase para nivelar a los estudiantes en el contenido anteriormente dicho, para así, poder utilizar Gidavix^{2} y de esta manera poder hacer un contraste entre la utilización de este material didáctico v/s la utilización de guías y ejercicios propuestos en pizarrón de forma reiterativa (métodos tradicionales).

CLASE DE NIVELACIÓN:

Día de aplicación: 21 de noviembre de 2012.

Asistencia del curso: 35 alumnos que corresponden al 87,5% del total.

Objetivos de aprendizaje:

- Conocer y comprender los elementos de la función cuadrática y su gráfica.

Aprendizajes esperados:

- Los alumnos conocen y comprenden la función cuadrática, sus elementos y gráfica.

Actividades:

- Clase expositiva utilizando la herramienta Prezi, donde se dan a conocer los elementos y gráfica de la función cuadrática. Realizan ejercicios de gráfica de funciones cuadráticas vistas en la clase.

Se inicia la sesión reflexionando los resultados obtenidos en el diagnostico (Ver figura 14) pidiendo la opinión de los estudiantes para indagar la causa de estos resultados. Luego se da inicio a la clase, reforzando el contenido de función cuadrática, en primer lugar con sus elementos, y posteriormente dar paso a la gráfica de ésta función, en las diversas formas que se presenta (ver figura 15).

Figura 14: Se parte con una reflexión sobre el diagnostico hecho.

Figura 15: Comienzo de la clase expositiva.

En la figura 16 se observan a los alumnos de tercer año medio del Colegio de Graneros durante el desarrollo de la clase

Figura 16: Alumnos de tercer año medio Colegio de Graneros

Posterior a la clase, se comienza con una actividad, cuyo objetivo fue graficar diversas funciones cuadráticas, aplicando lo expuesto en la clase. Al finalizar la actividad, cada estudiante entregó el desarrollo (graficas) de los ejercicios propuestos (ver figura 17).

.

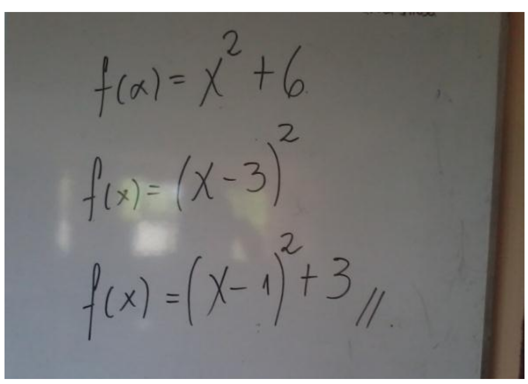


Figura 17: Algunos de los ejercicios propuestos en la actividad.

Tomando en cuenta la clase expositiva, junto con la actividad propuesta, se pudo observar lo siguiente:

- Los alumnos comenzaron con la actividad realizada, la cual fue entregada al docente, para poder ver los resultados (ver figura 18)

- Todos los estudiantes participaron de dicha actividad supervisados por el docente.

Figura 18: Los alumnos trabajan en la actividad propuesta con supervisión del docente.

Una vez que los alumnos terminaron la actividad, y entregaron sus hojas, se pudo observar lo siguiente:

- Observando los trabajos realizados por los estudiantes, se pudo constatar que algunos comenzaron a realizar la gráfica, guiándose por los movimientos verticales y horizontales (Ver figura 19)

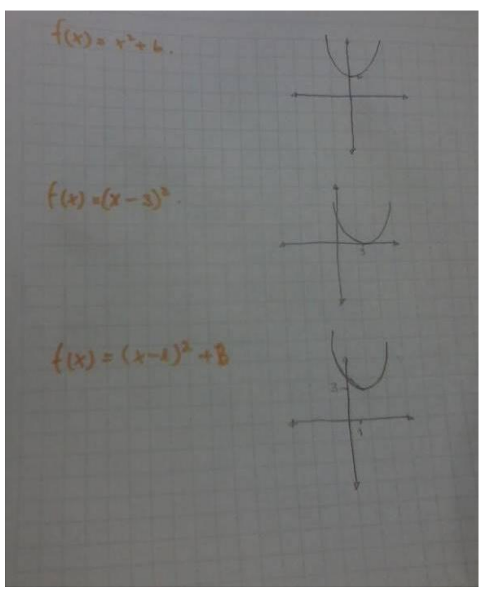


Figura 19: Actividad realizada por una alumna del grupo curso.

- Otros estudiantes partían graficando la función $f(x) = x^2$ y a partir de esta, comenzaron a aplicar los movimientos que correspondían, según el caso. La gráfica final la identificaban de distinto color que la inicial. (Ver figura 20)

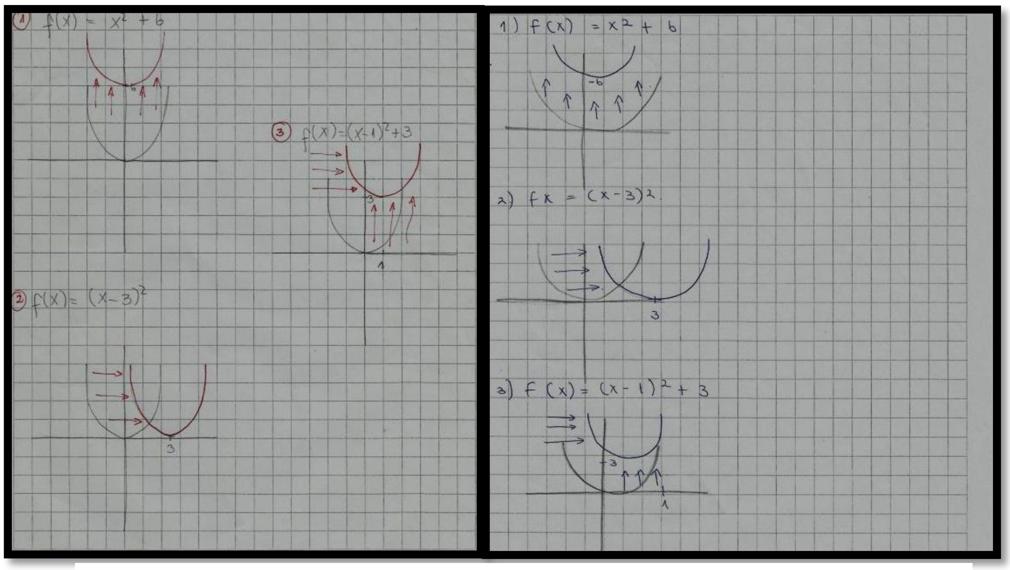


Figura 20: Actividad realizada por dos alumnos, en donde a partir de la gráfica de $f(x) = x^2$ *comienza a marcar la parábola resultante con otros colores*

La clase expositiva, tenía como objetivo, conocer y comprender los elementos de la función cuadrática y sus diversas gráficas, basándose en las habilidades referidas a la taxonomía de Bloom[9].

El fundamento pedagógico que se le da a la actividad realizada, fue que los alumnos comenzaron a adquirir las siguientes habilidades referentes al contenido:

- **CONOCIMIENTO:** En este caso, el estudiante recordó los conocimientos, referentes a los elementos de la función cuadrática, y su gráfica.

- **COMPRENSION:** El estudiante va observando los comportamientos de la función cuadrática según sus parámetros, teniendo en cuenta que dependiendo de la forma que tiene la función cuadrática, es el movimiento que va a tener, pudiendo ser: horizontal, vertical o ambos, a partir de la función $f(x) = x^2$.

[9] Desde 1948, un grupo de educadores asumió la tarea de clasificar los objetivos educativos. Se propusieron desarrollar un sistema de clasificación teniendo en cuenta tres aspectos: el cognitivo, el afectivo y el psicomotor. El trabajo del apartado cognitivo se finalizó en 1956 y normalmente se conoce con el nombre de Taxonomía de Bloom (Losada, 2000)

La habilidad más desarrollada en esta fase es la de conocimiento, ya que, se les entregan las herramientas básicas a los estudiantes para que conozcan a cabalidad el contenido de función cuadrática. Referido a la comprensión, algunos estudiantes pudieron alcanzar esta habilidad y otro no, por los mismo esta será reforzada nuevamente en la siguiente clase, en donde se aplicará el juego al grupo elegido, creando un ambiente propicio para alcanzarla.

4.3. Tercera etapa: Experimentación.

En esta fase se procederá con la aplicación del juego al tercer año medio del Colegio Graneros.

En primer lugar, se dividió al curso en dos grupos de forma aleatoria, en donde cada estudiante saca un papelito (enumerados con anterioridad), los alumnos que poseen números pares serán parte del grupo Gidavix^2 y los estudiantes que sacaron números impares serán miembros del grupo tradición, los distintos grupos realizarán las siguientes actividades:

- **Grupo Gidavix^2:** Este grupo será encargado de jugar con el mazo **Gidavix^2.**

- **Grupo Tradición:** Ellos realizarán ejercicios reiterativos en donde grafiquen funciones cuadráticas.

Grupo Gidavix^2:

Se les pidió a los estudiantes que formarán dos grupos de seis alumnos y dos grupos de cuatro estudiantes, haciendo un total de veinte en el primer grupo. Luego, se les explican las instrucciones del juego, un alumnos de cada grupo fue elegido por el profesor para realizar el papel de árbitro, utilizando 15 minutos de la clase.

Teniendo clara la forma de jugar, se da inicio a la partida del juego, durando 75 minutos la actividad en total, realizando 4 partidas de juego cada grupo. (Ver figura 21)

Figura 21: Alumnos jugando
GidaVix²

Durante el desarrollo del juego se pudo observar que:

- El grupo GidaVix² tuvo una participación activa en el juego.
- Se motivaron con esta actividad por el hecho de no haber realizado actividades que acostumbraban (guías, ejercicios propuestos, etc.)
- Mostraron curiosidad por la existencia de un juego en el contenido de función cuadrática.
- Demostraban efusividad, y entusiasmo.
- Los alumnos al equivocarse en algunas jugadas, el compañero de la derecha, le explicaba su error sin dejar de llevarse sus cartas ganadoras.
- Los alumnos perdedores, reconocían sus errores de manera optimista, siendo el error, una instancia de aprendizaje.
- Los alumnos ganadores sentían que conocían a cabalidad el contenido y buscaba ayudar y explicar el contenido a los demás compañeros que habían perdido.

El fundamento pedagógico que se le da a la actividad realizada, fue que los alumnos comenzaron a adquirir las siguientes habilidades referentes al contenido:

Grupo Tradición:

Este grupo se encargó de realizar ejercicios propuestos en pizarrón en donde tuvieron que efectuar la gráfica de diversas funciones cuadráticas propuestas por el docente. Para esta actividad se ocupó en primer lugar un tiempo de 90 minutos en donde en el inicio se dio un resumen de las características principales de la función cuadrática y su gráfica. Posteriormente el grupo efectuó los ejercicios propuestos por el docente.

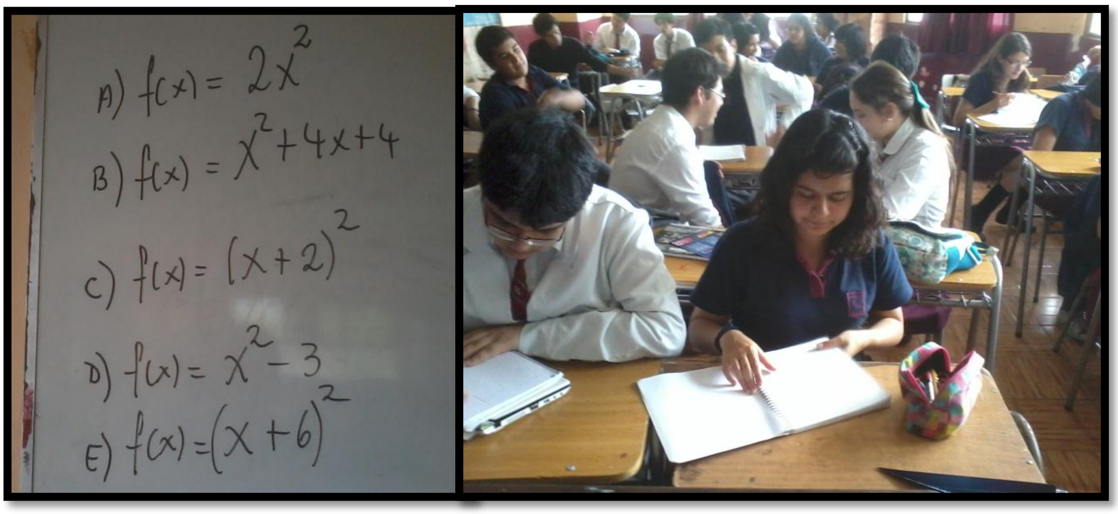


Figura 22: Alumnos del grupo tradición efectuando los ejercicios propuestos.

Durante el desarrollo de los ejercicios propuestos se pudo observar que:

- Hubo participación activa por la mayoría de los alumnos de este grupo.
- En algunos casos, algunos alumnos solicitaban a la profesora, porque comenzaron con dudas acerca de la gráfica de estas funciones.
- Algunos encontraron difícil la actividad, por el tipo de ejercicios que se les planteo.
- Se observó también que algunos alumnos no realizaron la actividad asignada y se dedicaron a realizar otras actividades.
- Otros realizaron rápidamente la actividad, por dar cumplimiento a esta.

El fundamento pedagógico que se le da a la actividad realizada, fue que los alumnos comenzaron a adquirir las siguientes habilidades referentes al contenido:

- **APLICACIÓN:** En este caso, el estudiante puede seleccionar y utilizar métodos para poder resolver una tarea o un problema dado.

  El grupo Gidavix^{2} utilizo la herramienta didáctica, con la cual aplico los contenidos anteriormente vistos, mientras que el grupo Tradición aplico de manera tradicional en contenido, con ejercicios propuestos, sin la utilización de herramientas didácticas.

- **ANÁLISIS:** En esta fase el estudiante puede descomponer un problema dado, distinguir, clasificar y relacionar evidencia de la información entregada.

  Ambos grupos aplicaron análisis, en el grupo Gidavix^{2} recordaron las características de los parámetros, observaron las cartas y distinguían cual era la solución correcta para llevarse las cartas ganadoras y en el caso del grupo tradición al graficar diversas funciones de formas reiterativas logrando distinguirlas y relacionarlas.

- **SÍNTESIS:** El estudiante comienza a generalizar las ideas, retener estrategias, para poder solucionar un nuevo problema, pues esto conlleva a que produce un plan o un conjunto de operaciones.

  Para las próximas jugadas en el caso del grupo Gidavix^{2}, los alumnos ya sabían cómo poder seguir haciendo las jugadas, que le convenían para poder ganar cartas, observando la gráfica con su ecuación, o leyendo los mensajes de ayuda que poseían las cartas.

  En el grupo tradición, los alumnos iban ejercicio por ejercicio, realizando las gráficas, observando la forma que tenían o aplicando un registro tabular para llevarlas a cabo.

4.4. Cuarta etapa: Análisis a posteriori y contraste de información.

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN FINAL:

Una vez concluida la aplicación de la herramienta didáctica al grupo GidaVix^2 y con la realización de ejercicios propuesto del grupo tradición, se comenzó con la aplicación del instrumento de evaluación final que contempla dos aspectos:

- Elementos de la función cuadrática (Parámetros, Vértice, Eje de simetría, raíces, concavidad, etc.)

- Gráfica de la función cuadrática.

El instrumento de evaluación final fue aplicado a la totalidad del grupo curso (40 alumnos).

Se mostrarán los resultados de esta evaluación y su posterior análisis bajo los siguientes criterios:

- Resultados de la evaluación final para el grupo GidaVix^2.
- Resultados de la evaluación final para el grupo tradición.

Los resultados de esta evaluación final son los siguientes:

Elementos de la función cuadrática

Elementos de la función cuadrática, grupo Gidavix^{2}:

Cantidad de alumnos evaluados: 20

N° pregunta	Buenas	Malas	Porcentaje respuestas Correctas.	Porcentaje respuestas Incorrectas
1	18	2	90%	10%
2	20	0	100%	0%
3	20	0	100%	0%
4	16	4	80%	20%

Tabla 5: Resultados primer eje con herramienta.

Elementos de la función cuadrática, grupo Tradición:

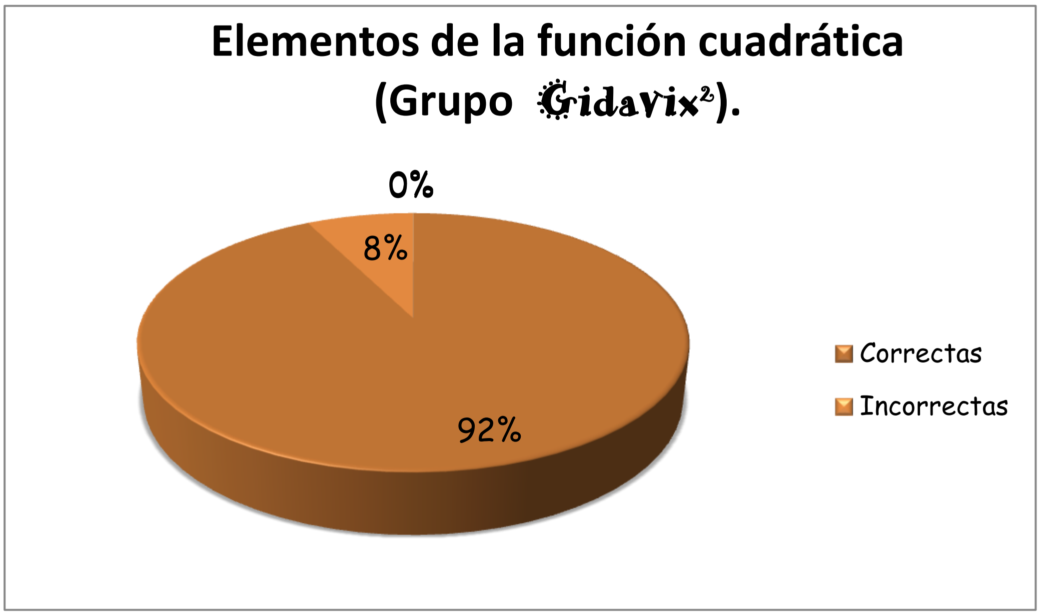
Cantidad de alumnos evaluados: 20

N° pregunta	Buenas	Malas	Porcentaje respuestas Correctas.	Porcentaje respuestas Incorrectas
1	8	12	40%	60%
2	15	5	75%	25%
3	6	14	30%	70%
4	6	14	30%	70%

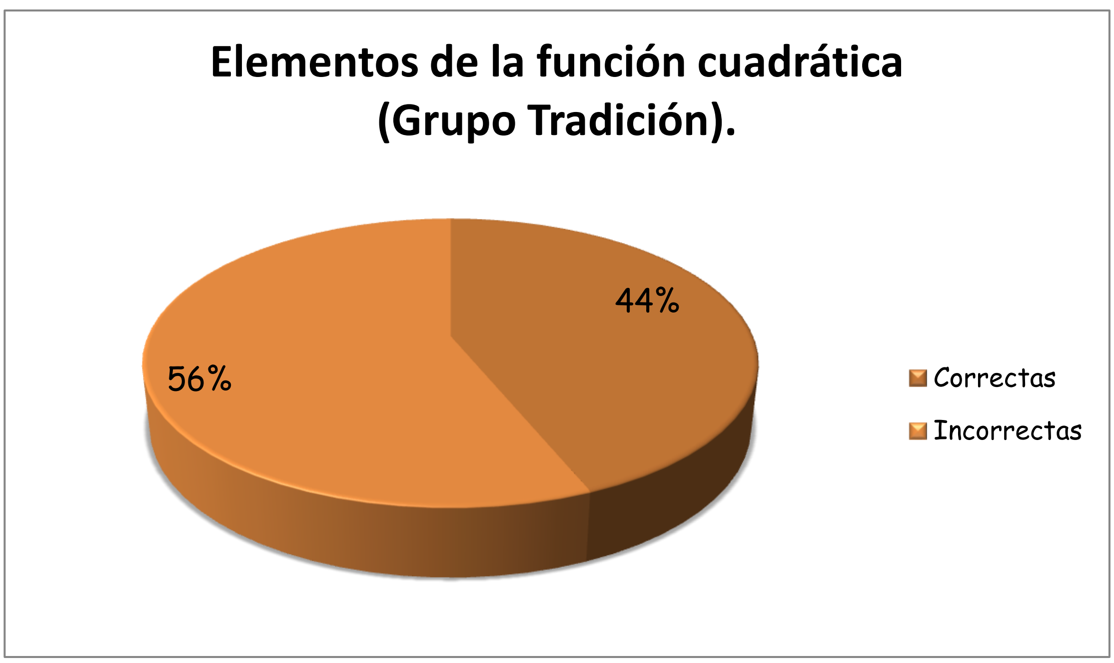
Tabla 6: Resultados primer eje sin herramienta.

Análisis:

Dados los resultados obtenidos en ambos grupos en este eje, el procedimiento de análisis se lleva a cabo, determinando la media aritmética de los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas por grupo, obteniéndose la siguiente información:



Del resultado de la evaluación final se puede constatar que un **92%** del grupo que utilizo la herramienta, contesto de manera correcta las interrogantes asociadas a este primer eje, lo cual demuestra un dominio sobre los elementos de la función cuadrática (Raíces, Vértice, Eje de simetría, Parámetros), y tan solo un **8%** del curso, contesto de manera incorrecta.



Dados los resultados de la evaluación final se concluye que un **56%** del segundo grupo contesto de manera correcta, mientras que un **44%** contesto de manera incorrecta. En conclusión este grupo posee un dominio de este eje, pero se presenta un aumento de aquellos estudiantes que no poseen dominio, respecto al grupo anterior, debido a falencias en el trabajo algebraico de las fórmulas de raíces y vértice de la función cuadrática.

Grafica de la función cuadrática

Gráfica de la función cuadrática, grupo Gidavix^2:

Cantidad de alumnos evaluados: 20

N° pregunta	Buenas	Malas	Porcentaje respuestas Correctas.	Porcentaje respuestas Incorrectas
1	18	2	90%	10%
2	20	0	100%	0%
3	20	0	100%	0%
4	20	0	100%	0%
5	18	2	90%	10%
6	17	3	85%	15%

Tabla 6: Resultados segundo eje con herramienta.

Gráfica de la función cuadrática (Grupo Tradición):

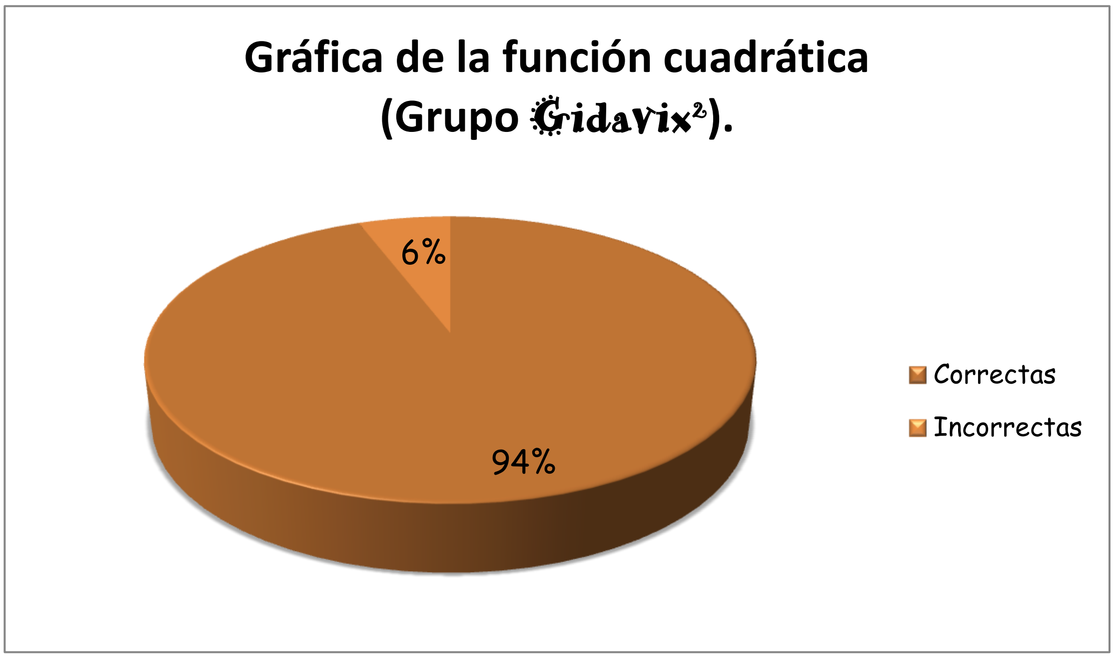
Cantidad de alumnos evaluados: 20

N° pregunta	Buenas	Malas	Porcentaje respuestas Correctas.	Porcentaje respuestas Incorrectas
1	6	14	30%	70%
2	8	12	40%	60%
3	8	12	40%	60%
4	6	14	30%	70%
5	5	15	25%	75%
6	2	18	10%	90%

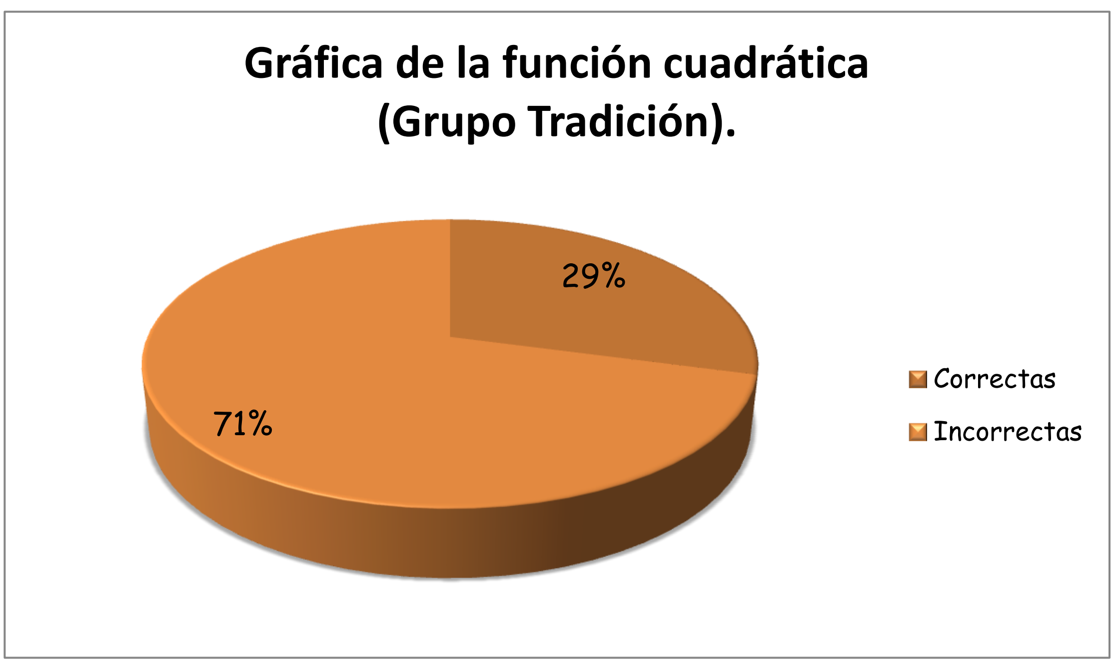
Tabla 7: Resultados segundo eje sin herramienta.

Análisis:

Dados los resultados obtenidos en ambos grupos en este eje en particular, el procedimiento de análisis se lleva a cabo, determinando la media aritmética de los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas por grupo, obteniéndose la siguiente información:



En este segundo eje, se puede observar que un **94%** de los alumnos del grupo que utilizó la herramienta, contestó de manera correcta, y un **6%** lo hizo de manera incorrecta. Este poco porcentaje de incorrectas se debió que solo tres estudiantes no pudieron contestar la pregunta que representaba una función en su forma canónica, pero el resto del alumnado mostró rapidez y facilidad para poder graficar las funciones cuadráticas.

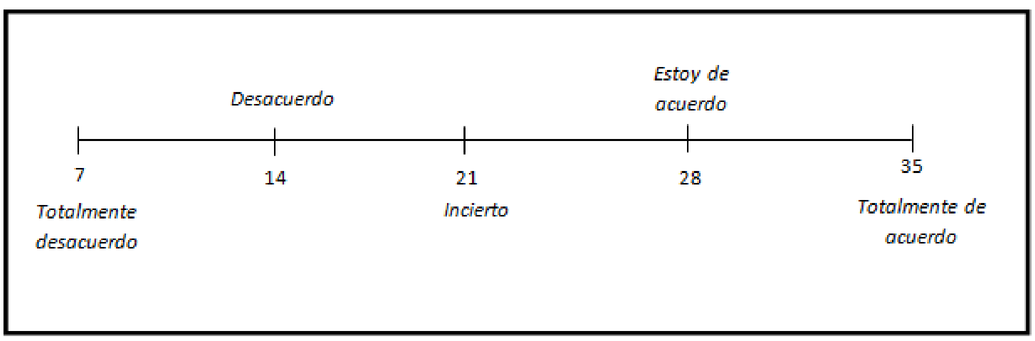


Se observa en este gráfico que un **29%** de los estudiantes que no utilizaron la herramienta, contestó de manera correcta, mientras que un **71%** contestó de manera incorrecta. Este alto porcentaje de incorrectas se debe a que los estudiantes graficaron de manera errónea las preguntas correspondientes a la forma general y forma canónica de la función cuadrática.

INSTRUMENTO DE JUICIO VALÓRICO:

Se realizó un instrumento valórico con el cual se buscaba recabar información sobre la percepción de los alumnos frente al juego Gidavix^2. Este nos permitió asignar valores numéricos a las estimaciones de los estudiantes frente a lo anteriormente expuesto, es por ello, que fue elegida la escala de Likert para crear este test.

La evaluación valórica (ver anexo) consta de 7 enunciados o planteamientos que indican situaciones favorables frente a la propuesta didáctica. Para cada enunciado, el estudiante elige una de las respuestas posibles tales como: totalmente de acuerdo, estoy de acuerdo, incierto, en desacuerdo y totalmente en desacuerdo.
Con esto buscamos asignar puntajes a cada una de las respuestas (del 1 al 5), otorgando el máximo de puntaje (5 puntos) a aquellas respuestas que revelan un total acuerdo con el enunciado. El puntaje de cada estudiante se calcula sumando los puntajes otorgados a las opciones seleccionadas en cada uno de los enunciados y posicionando este puntaje total en la siguiente recta de valores:



Los valores de esta recta se resumen en la siguiente tabla:

Intervalo	Valoración.
[0-7]	Totalmente en desacuerdo.
(7-14]	En desacuerdo.
(14-21]	Incierto.
(21-28]	De acuerdo.
(28-35]	Totalmente de acuerdo.

Tabla 8: Intervalos de valoración de escala de Likert.

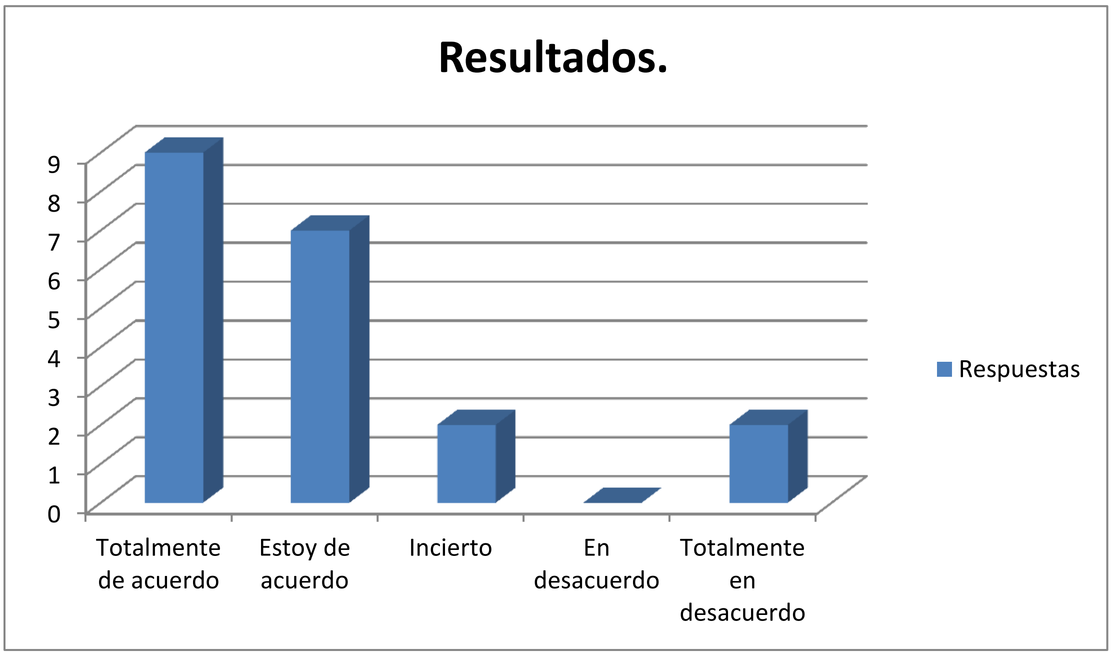
En primer lugar se presenta un análisis gráfico de cada planteamiento del instrumento valórico, en donde se consideran un eje con las planteamientos y el otro eje con las opciones escogidas por los alumnos. Posterior a esto, un análisis de la percepción final de la actividad realizada.

CANTIDAD DE ALUMNOS EVALUADOS: 20 ALUMNOS

PLANTEAMIENTO N°1: COMPRENDÍ MEJOR LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS CON LA CLASE PREVIA AL JUEGO.

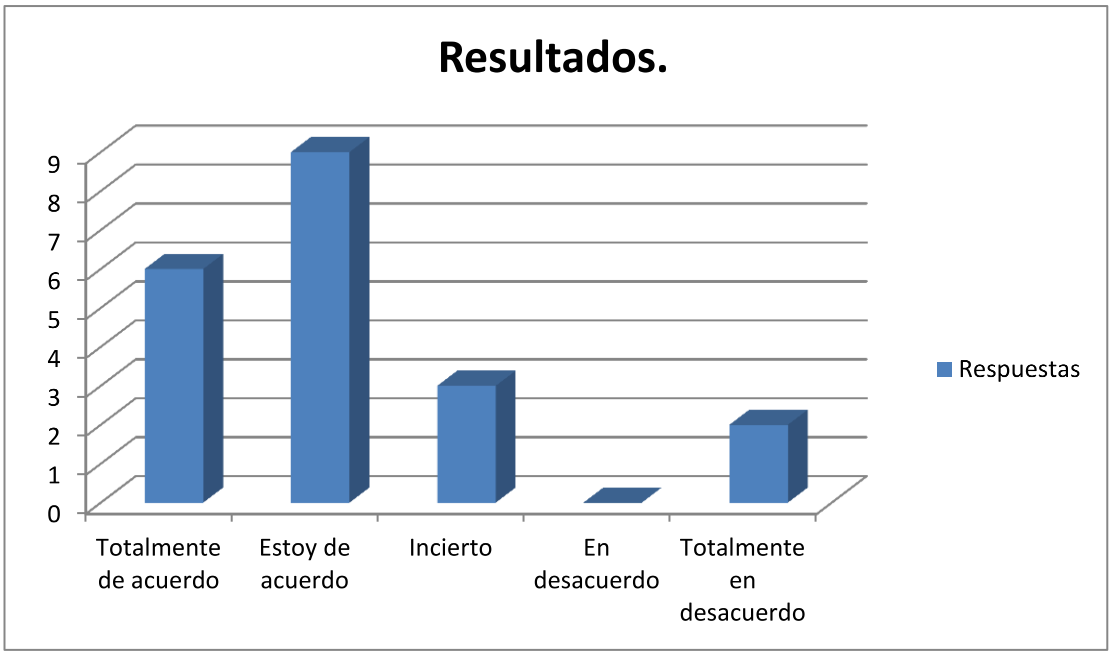
Observando el gráfico correspondiente a este primer planteamiento, se concluye que un **55%** de los alumnos está totalmente de acuerdo al comprender mejor las funciones cuadráticas con la clase previa al juego, un **30%** está de acuerdo, un **5%** no lo sabe, ninguno está en desacuerdo y solo un **10%** está totalmente en desacuerdo.

PLANTEAMIENTO N°2: EL MAZO *Gidavix* ME FACILITÓ LA COMPRENSIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA:



Se observa que un **45%** de los alumnos está totalmente de acuerdo con que el mazo de juego facilitó la comprensión de la función cuadrática. Un **35%** está de acuerdo con este planteamiento, un **10%** dice estar incierto y totalmente en desacuerdo con este planteamiento, y ninguno está en desacuerdo.

PLANTEAMIENTO N°3: PUDE CORREGIR MIS ERRORES EN LA FUNCIÓN CUADRÁTICA JUGANDO CON MIS COMPAÑEROS.

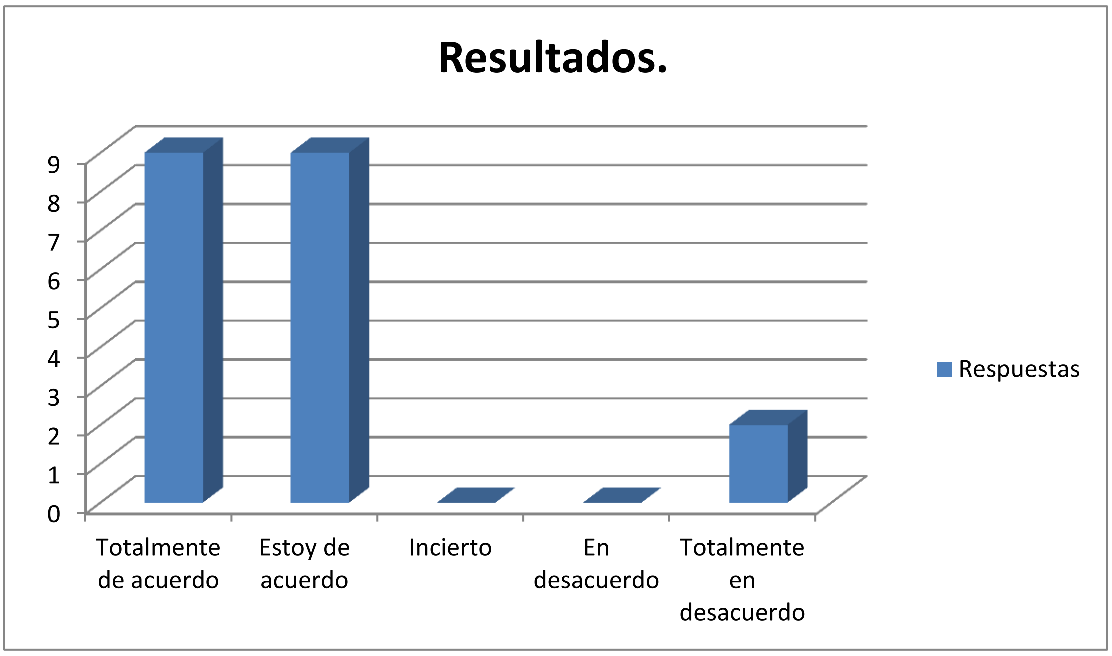


Se observa que un **30%** de los alumnos está totalmente de acuerdo al momento de corregir los errores referentes a la función cuadrática jugando con los demás compañeros del grupo. Un **45%** está de acuerdo, un **15%** no lo sabe, ninguno en desacuerdo, y sólo un **10%** está totalmente en desacuerdo con este planteamiento.

PLANTEAMIENTO N°4: AYUDÉ A ALGUNO DE MIS COMPAÑEROS CUANDO SE EQUIVOCABAN EN EL JUEGO.

Un **45%** de los alumnos, está totalmente de acuerdo al momento de ayudar a sus compañeros cuando se equivocaban en el juego, un **15%** está de acuerdo, un **5%** no le influía si ayudaba o no, un **10%** de los alumnos está en desacuerdo, y un **25%** totalmente en desacuerdo, con ayudar a sus compañeros por errores durante el desarrollo del juego,

PLANTEAMIENTO N°5: FUE ENTRETENIDO JUGAR CON LAS CARTAS Y A LA VEZ PONER EN PRÁCTICA LA MATERIA.

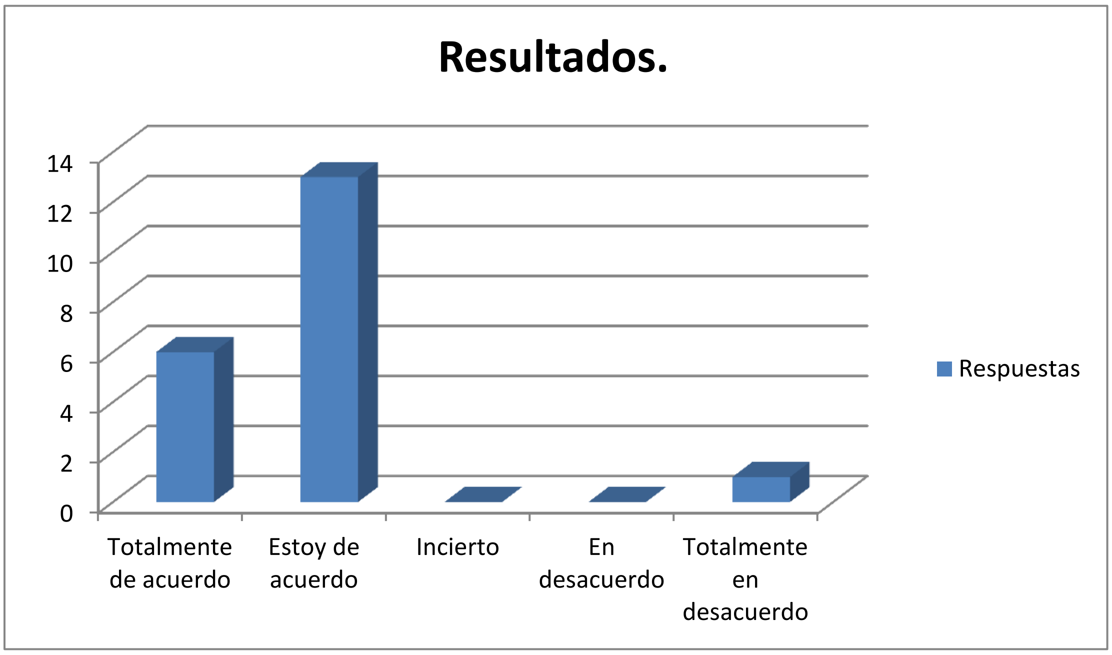


Con respecto a si fue entretenido jugar con las cartas y a la vez colocar en práctica los contenidos un **45%** de los alumnos mostraron un grado de estar totalmente de acuerdo y de acuerdo con este planteamiento, y sólo un **10%** totalmente en desacuerdo, debido a que ninguno contesto las otras dos valoraciones.

PLANTEAMIENTO N°6: DESPUÉS DE ESTA EXPERIENCIA, PUEDO GRAFICAR CUALQUER FUNCIÓN CUADRÁTICA.

Este planteamiento que es de importancia, al tratarse de poder graficar las funciones cuadráticas, después de la experiencia de jugar, arrojó que un **35%** de los alumnos mostraron un grado de satisfacción con al mostrar un alto nivel de acuerdo. Un **15%** dando una respuesta incierta, quiere decir que no sabe, un **5%** mostrando un desacuerdo y un **10%** de los alumnos está en total desacuerdo.

<u>PLANTEAMIENTO N°7: COMPRENDÍ LAS INSTRUCCIONES DEL JUEGO Gidavix.</u>



Con respecto a la comprensión de las instrucciones del juego, un **30%** de los alumnos está totalmente de acuerdo en comprender dichas instrucciones. Un **65%** de los alumnos está de acuerdo, un y sólo un **5%** está en desacuerdo o no comprendió las instrucciones del juego.

Referente a la escala de Likert, y del procedimiento de análisis expuesto al inicio de este apartado, se muestra en la siguiente tabla, la cantidad de alumnos, su puntaje obtenido, y su valoración, de acuerdo a la localización del puntaje en el análisis de la escala de Likert.

Alumnos	Puntaje	Valoración
1	11	En desacuerdo.
2	32	Totalmente de acuerdo.
3	28	Totalmente de acuerdo.
4	27	De acuerdo.
5	31	Totalmente de acuerdo.
6	24	De acuerdo.
7	26	De acuerdo.
8	35	Totalmente de acuerdo.
9	35	Totalmente de acuerdo.
10	28	De acuerdo.

11	27	De acuerdo.
12	35	Totalmente de acuerdo.
13	35	Totalmente de acuerdo.
14	32	Totalmente de acuerdo.
15	29	Totalmente de acuerdo.
16	35	Totalmente de acuerdo.
17	30	Totalmente de acuerdo.
18	20	Incierto.
19	26	De acuerdo.
20	7	Totalmente en desacuerdo.

Tabla 9: Resultados instrumento valórico por alumno y su valoración.

PERCEPCIÓN FINAL DE LA EXPERIMENTACÍON REALIZADA.

Al ver estos resultados podemos concluir que un **85%** de los estudiantes están de acuerdo (Totalmente de acuerdo y de acuerdo) que Gidavix^{2} es una herramienta didáctica que favorece la comprensión la función cuadrática y estimula el aprendizaje debido a que el juego potencia la interacción entre los estudiantes creando una instancia de discusión acerca de cada jugada, lo cual permite corregir los errores y reforzar el contenido. Por otro lado, tomando en cuenta el nivel de desacuerdo

(Totalmente en desacuerdo y en desacuerdo) ante lo realizado fue de un **10%** de los alumnos, y sólo un **5%** en una postura neutral (Incierto)

Si ligamos los resultados obtenido con la observación de las instancias de juego, podemos corroborar que Gidavix^{2} tuvo una buena recepción en los estudiantes, debido a su carácter innovador y lúdico, lo cual provoca que estos tengan una buena disposición a comprender el contenido y a aplicar la materia divirtiéndose. También ayuda psicológicamente, ya que, provoca seguridad a medida que los alumnos ganan, lo cual conlleva a que estos sientan la necesidad de ayudar al compañero perdedor, ocasionado una instancia de retroalimentación y aprendizajes colaborativo de forma inconsciente.

Reflexionando sobre ambos instrumentos finales empleados, podemos concluir que la aplicación del juego, ayudo a que los estudiantes mejoraran su desempeño escolar frente al contenido de la función cuadrática, comparándolo con los resultados obtenidos del grupo Tradición.

Si unimos los resultados del grupo Gidavix^{2} con las respuestas en el cuestionario valórico, podemos concluir que los integrantes de este grupo, se sentían motivados, lo cual implícitamente provocaba que los alumnos estudiaran la materia para ganar las partidas.

Pero si buscamos más a fondo la respuesta al porque los estudiantes del grupo Gidavix^{2} obtuvieron mejores resultados en la prueba final, hay una respuesta que a nuestro parecer fue un punto importante y favorecedor dentro de la dinámica, lo cual es el aprendizaje en grupo o colaborativo[10], ya que, fue muy notorio que los alumnos al ganar partidas, intentaba enseñarle al compañero que no entendía o se le olvidaba la materia y el que no entendía preguntaba para poder ganar.

> *"Comparando los resultados de esta forma de trabajo, los métodos de aprendizaje tradicionales, se ha encontrado que los estudiantes aprenden más cuando utilizan el AC, recuerdan por más tiempo el contendió, desarrollan habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico y se sienten más confiados y aceptados por ellos mismos y por los demás"* (Millis, 1996)

[10] En un sentido básico, aprendizaje colaborativo (AC) se refiere a la actividad de pequeños grupos desarrollada en el salón de clase. Aunque el AC es más que simple trabajo en equipo por parte de los estudiantes, la idea que lo sustenta es sencilla: Los alumnos forman "pequeños equipos" después de haber recibido instrucciones del profesor. Dentro de cada equipo los estudiantes intercambian información y trabajan en una tarea hasta que todos sus miembros la han entendido y terminado, aprendiendo a través de la colaboración (Johnson, 1999)

Con respecto al cuestionario valorativo, que se les aplico al grupo que utilizo Gidavix^{2}, podemos decir que el juego fue una herramienta que sirvió para poder consolidar el aprendizaje de la función cuadrática, puesto que se observó en la prueba final, que aumento el porcentaje de respuestas correctas en los ejes del contenido, y además, se corroboro en el cuestionario valórico con la cantidad de alumnos satisfechos con la aplicación del juego, como lo muestra el gráfico de análisis de este cuestionario.

Podemos decir que la utilización del juego permitió consolidar el aprendizaje, ya que el grupo que utilizo la herramienta didáctica, obtuvo una mejoría en sus calificaciones, los factores que influyeron en que esto sucediera son:

- La motivación fue un factor importante para que los estudiantes lograran tener una buena recepción del contenido.
- La utilización de una herramienta tangible y novedosa, logro captar la atención de los estudiantes, logrando que estos quisieran jugar con sus compañeros, por ende implícitamente estos estudiaban el contenido entregado.
- Gidavix^{2} al ser una dinámica de grupo, logro que los estudiantes se apoyaran y enseñaran el contenido, intercambiando ideas y debatiendo.
- Los errores al momento de realizar jugadas, hicieron que los estudiantes vieran estos como una instancia de aprendizaje en donde comprendían porque se habían equivocado e intentaban no cometer el mismo error nuevamente, para poder ganar las jugadas.
- Los estudiantes jugaban reiteradas veces, sin darse cuenta que habían resuelto muchos ejercicios de la materia y que estaban repasando y practicando el contenido.

En cambio los estudiantes que no utilizaron la herramienta didáctica, subieron su rendimiento comparándolo con el diagnóstico, pero no alcanzo el nivel de mejoramiento del otro grupo, esto se dio por los siguientes factores:

- Los estudiantes mostraron una mala disposición cuando vieron ejercicios propuestos en la pizarra.
- Realizaron los primeros ejercicios propuestos pero a medida que pasaba el tiempo desistían y comenzaban a conversar entre ellos, sin volver a realizar ejercicios.
- Si no sabían el contenido no consultaban dudas, solo decían que no sabían, sin buscar la forma de disipar el error.

- Para ellos no era interesante realizar ejercicios reiteradamente, opinaban que era un sin sentido de ejercicios, realizados mecánicamente.

CAPITULO 5:
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Podemos concluir, en primer lugar, que como futuros docentes debemos ser profesionales con sentido de innovación en nuestra enseñanza, si se pretende que la educación sea de calidad hoy en día. Por esto se creó Gidavix^{2} un juego post instruccional que permite innovar y mejorar el trabajo dentro del aula, ya que propicia el trabajo en equipo y la motivación de los estudiantes, lo cual conlleva a que se produzca un aprendizaje colaborativo, en donde los estudiantes se ayudan entre sí, para ganar jugadas, lo cual implícitamente mejora su capacidad cognitiva.

En general, la propuesta creada, pudo consolidar el aprendizaje de los contenidos de función cuadrática a un grupo de estudiantes de tercer año medio, al ser ésta innovadora y didáctica para este contenido, al tratarse de un juego de cartas en vez de guías de aprendizaje o cualquier método tradicional, lo cual es corroborado por los datos analizado en la etapa de análisis a priori y contraste de información, en donde además de comparar los resultados de las pruebas obtenidos, se analizó el cuestionario valórico, obteniendo por parte de los alumnos apoyo y conformidad con el juego Gidavix^{2}, el cual les ayudo a comprender el contenido con un valor agregado el cual era lo innovador y motivador de este.

Las demás interrogantes se han respondido a partir de las actividades realizadas con el grupo curso, en la primera etapa en donde se recabó la información inicial a través del diagnóstico, pudiendo de esta forma conocer los conocimientos previos sobre el contenido de función cuadrática y la manera como los estudiantes graficaban funciones cuadráticas

Por otra parte, la elección del tipo de juego fue fundamental, porque tenía que ser atractiva, innovadora, pero sobre todo, motivadora. Es por ello que se escogió un juego de cartas, el cual más de alguna vez ha sido utilizado por los estudiantes y se encuentran en distintos tipos de juegos, los cuales están en el mercado. Esta elección es relevante para el éxito de la aplicación de nuestra propuesta, ya que tuvo una buena aceptación por parte de los estudiantes y profesores.

Respecto a las actividades realizadas en esta investigación se pudo observar un cambio positivo en los estudiantes, ya que en el diagnóstico inicial de evaluación del contenido de función cuadrática, los resultados fueron categóricamente insuficientes a pesar de que ellos tuvieron con anterioridad clases de esta materia, lo cual fue beneficio para nuestra investigación, ya que se les aplicarían todas las etapas diseñadas para esta investigación, las cueles eran:

- **Clase de nivelación:** Sobre este plan de acción, se pudo constatar que los estudiantes, en su mayoría comenzaron a motivarse a medida que iba avanzando en la clase. Los alumnos al ver con las rapidez que lograban entender los contenidos, comenzaron poner atención, comprendiendo así la sencillez con que se representaba la forma gráfica de la función cuadrática con solo ver sus parámetros y en conjunto con esto tuvieron otra visión de esta materia.

- **Aplicación del juego versus trabajo tradicional:** Evidentemente, la aplicación del juego, pudo consolidar el contenido en los estudiantes que lo emplearon y mejorar su aprendizaje con respecto al contenido de función cuadrática, principalmente por la motivación que se logró crear en los estudiantes con **GidaVix^2.**

  Se observó entusiasmo, motivación y participación mientras jugaban, eso se pudo corroborar en las dinámicas de juego post instruccional.

  Las actitudes del grupo, que no ocupó la herramienta, fueron categóricamente negativas, debido que al no sentirse participativos en la actividad, se aburrían y comenzaban a perder el interés por realizar las ejercicios propuestos.

- **Aplicación de instrumento final:** Los resultados obtenidos en este instrumento constataron que la utilización de la herramienta didáctica GidaVix^2, sirvió para motivar, entretener, pero lo más importante, consolidar los conocimientos de la función cuadrática al grupo, en comparación a la utilización de los métodos tradicionales.

Al realizar y obtener resultados en estas etapas, se pudo corroborar nuestra hipótesis en la cual se planteaba que:

"La utilización del juego GidaVix2 permite una mayor comprensión, aplicación y consolidación del contenido de la función cuadrática en los alumnos de 3° año medio en comparación con los métodos tradicionales".

Lo cual es verdadero debido a los resultados obtenidos, en donde el Grupo GidaVix^2 obtuvo mejores resultados en la prueba final que el Grupo Tradición. Como en esta investigación la única variable independiente aplicada fue el juego, se puede atribuir a esta variable la diferencia de resultados en la evaluación. Es por ello que GidaVix^2 logra que los estudiantes comprendan apliquen y consoliden el contenido de función cuadrática, a diferencia de los métodos tradicionales, en donde se alcanza un nivel de logro pero no tan efectivo como con la utilización de un herramienta didáctica y novedosa.

Finalmente, podemos proponer que este tipo de herramientas didácticas, pueden ser ampliadas para otros contenidos de educación matemática, y darle así un sabor a juego a esta disciplina, ya que estas mejoran el interés de los alumnos por la asignatura, disminuyendo la desmotivación y el miedo que pueden tener frente a esta ciencia.

5.2. Recomendaciones

Teniendo en cuenta las experiencias vividas y de las conclusiones obtenidas en esta investigación sugerimos las siguientes recomendaciones:

- Como docentes, si desean tener éxito en sus clases, hay que partir por una palabra muy importante, sobre todo para los jóvenes, que es la **motivación**. Para que lo planificado tenga éxito, como recomendación principal es motivar a los jóvenes al entregar un contenido específico.

- Se sugiere que el docente, conozca las características cognitivas que tiene el curso, para poder seleccionar de manera efectiva la actividad a realizar, ya que cada actividad necesita sus conocimientos previos.

- Ser innovadores en su trabajo docente, es de vital importancia para que, como profesional se sienta satisfecho de lo que ha realizado y llevarlo a otros lados.

- Ser objetivos, y prudentes en la confección de material didáctico, los elementos que lo componen y su eficaz utilización.

- Dar instancias a los estudiantes a que jueguen un papel activo en el aprendizaje, que sean partícipes y se sientan útiles en el desarrollo de las actividades.

- Sugerimos implementar al currículo de educación matemática, el material concreto, tangible, para los contenidos de enseñanza media, para darle un punto de vista más lúdico y que no sea un caos para los estudiantes.

- Sugerir también la motivación a los docentes si quieren motivar a los estudiantes y ser un puente, para que las matemáticas, como ciencia, sea un amigo, y no un enemigo de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍAS

Alsina, C. (1991). *Una matemática feliz y ptras conferencias.* Barcelona: Red Olimpica.

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática.* Bogotá: Iberoamérica.

Ascher, M. (1991). *Ethnomathematics.* California: Brooks/Cole Pub. Co.

Azcárate, C., & Piquet Deulofeu, J. (1989). Funciónes y Gráficas. España: Sintesis.

e. (s.f.). *ty.*

Flores, V. S. (2004). Rompiendo Paradigmas en relación a la propuesta didáctica. *Didáctica*, 120.

Gairín, J. M. (1990). *Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas.* Zaragoza: Educar.

Gustafson, R. D. (1997). Álgebra Intermedia. Colonia Polanco, México: International Thomson Editores.

Guzmán, M. d. (1984). Juegos Matemáticos en la enseñanza. *Actas de la IV jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas* (pág. 10). Santa Cruz de Tenerife: Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas de Isaac Newton.

Huizinga, J. (2000). Homo Ludens. Alianza Editorial.

Johnson, D. W. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula.* Paidós, Buenos Aires: Cinco Villas.

Lehmann, C. H. (1996). Álgebra. Monterrey, México: Limusa.

Losada, I. H. (2000). *Conclusiones sobre la aplicación de la taxonomía de Bloom .* Móstoles, Madrid: Universidad Rey Juan Carlos.

Mankiewicz, R. (2005). *Historia de las matemáticas.* Barcelona: Paidos Iberica .

Manuel Hernández, T. M. (2008). Un estudio de la función cuioadrática como un marco referencial para el desarrollo del pensamiento variacional. Bolivia: Facultad de educación y ciencia, Universidad de Sucre.

Millis, B. (1996). *Mateials presented at The University of Tennesse at Chattanooga Instructional Excellence Retreat.*

MINEDUC. (2009). *Actualización Curricular Sector Matemáticas.* Santiago.

Moyles, J. R. (1990). *El juego en la educación infantil y primaria.* Madrid: Ediciones Morata S.A.

Murrillo, M. I. (2009). El juego como herramienta de aprendizaje. *Innovación y experiencias educativas*, 1.

Pavón, J. E. (2009). Interpretación de significados de la función cuadratica en un ambiente computacional. *Seminario de grado para optar al grado de Master en Matemática Educativa*, 12. Tegucigalpa, Honduras: Universidad Pedagógica Nacional " Francisco Morazán".

Protier, M. (1977). Análisis Matemático.

Roberto Hernández Sampieri, C. F. (2003). *Metodología de la investigación.* México, D.F.: McGraw-Hill.

Sampieri, M. e., & Dr. Carlos Fernández Callado, D. P. (2003). *Metodología de la investigación.* México D.F.: Mc Graw Hill.

Sánchez, J. D. (1996). Lugares Geométricos. *Las Cónicas*. Madrid, España: Síntesis.

Yuste, F. C. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato.* Madrid: Sintesis.

ANEXOS

ANEXO 1: EVALUACION DIAGNOSTICA

Instrumento de evaluación diagnostica "Ecuación y función cuadrática"

Este instrumento está diseñado con el objetivo de recabar información para una investigación en la temática función cuadrática y su representación gráfica de un grupo de estudiantes de Tercer año de enseñanza media del Colegio Particular-Subvencionado Graneros. Agradecemos contestarlo de manera seria. (Los datos no serán revelados en el informe final)

Nombre:____________________ Curso: _______ Fecha: ___________ Puntaje: [ ]

ITEM DE SELECCIÓN ÚNICA. SÓLO EXISTE UNA OPCIÓN DE RESPUESTA CORRECTA

INSTRUCCIONES:

I) Marque con una X sobre la letra de la opción correcta.
II) Utilice lápiz grafito para que pueda corregir en caso de error.
III) Realice el desarrollo en el espacio correspondiente.

1) En la función. $f(x) = x^2 - 4x - 12$ ¿Cuál es el eje de simetría?

   A) $x = 2$
   B) $x = -2$
   C) $x = 8$
   D) $x = 4$
   E) $x = -8$

2) Al llevar la ecuación $3(x-2)^2 = 0$ a la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, ¿Cuál es el valor del parámetro **a**?

   A) -12
   B) 6
   C) 3
   D) 1
   E) 12

3) ¿Cuál de las siguientes opciones representa una función cuadrática?

A) $f(x)=x^2+5-\left(x^2+2x\right)$

B) $f(t)=-3t+2t^3$

C) $f(p)=\dfrac{1}{2}p+4$

D) $f(a)=(a+2)(a-2)-a^2$

E) $f(m)=(-2m+1)^2$

4) Con respecto a la función $f(x)=3x^2-5x+2$, ¿Cuál (es) de las siguientes afirmación (es) son verdadera(s)?

I) Su concavidad está orientada hacia arriba.
II) El vértice es $\left(\frac{-1}{12},\frac{5}{6}\right)$
III) Posee punto máximo.

A) Sólo I

B) I y II

C) I y III

D) II y III

E) I II y III

5) Dada la función $f(x)=x^2+2x-3$, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)?

I) x=1 es un cero de la función.
II) El eje de simetría es positivo.
III) Los parámetros de la función son: a= 1, b= 2, c= -3

A) Sólo I

B) Sólo II

C) I y II

D) I y III

E) I II y III

6) En la gráfica asociada a la función $f(x)=(-3x+2)(1-x)$ ¿Cuál es el valor del parámetro c?

A) 2

B) -4

C) 3

D) -2

E) 0

7) ¿Cuál es la función cuadrática cuya representación gráfica es la parábola de la figura 1?

A) $y=2x^2-2$

B) $y=-x^2-4$

C) $y=x^2+2$

D) $y=-x^2+2$

E) $y=2x^2+2$

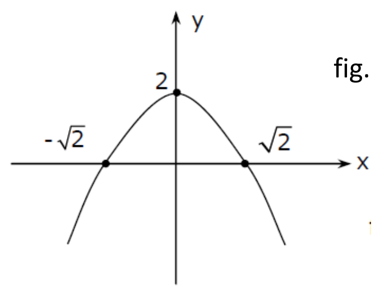


fig. 1

8) El gráfico de la figura 2 corresponde a la función cuadrática:

A) $f(x)=x^2+2x$

B) $f(x)=3+2x-x^2$

C) $f(x)=x^2-2x+3$

D) $f(x)=x^2+2x-3$

E) $f(x)=x^2-2x$

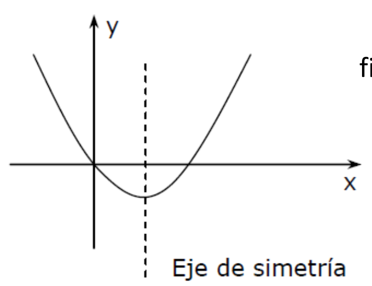


fig. 2

9) Respecto a la función $f(x)=(x+3)^2-2$ ¿Cuál (es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

I) El vértice es (3, -2).
II) El vértice se desplaza de forma vertical 2 unidades hacia abajo.
III) El eje de simetría es x = -3

A) Solo I

B) Sólo II

C) I y II

D) II y III

E) I, II y III

10) Con respecto al gráfico de la figura 3, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)?

I) El vértices de la parábola es (0, -12)
II) La parábola está desplazada de forma horizontal hacia la derecha.
III) El eje de las ordenadas es el eje de simetría de la parábola

A) Sólo I
B) Sólo II
C) I y II
D) II y III
E) I, II y III

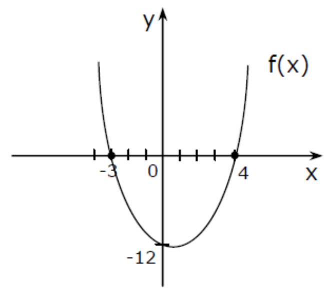
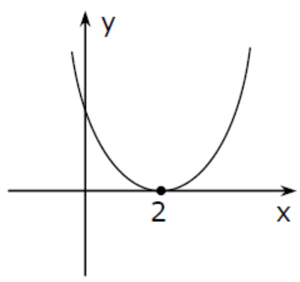
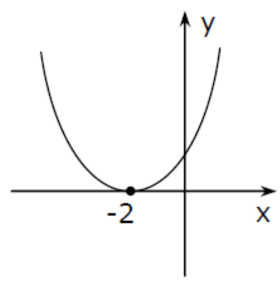
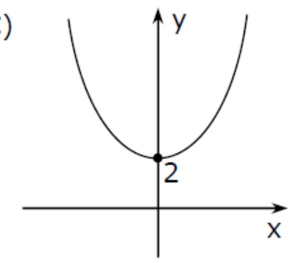


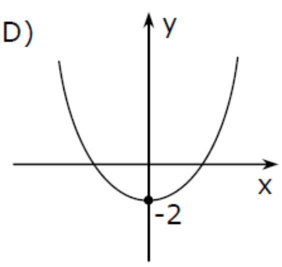
fig. 3

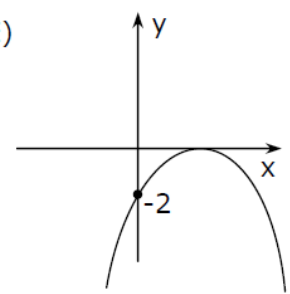
11) ¿Cuál de las siguientes gráficas representa a la función cuadrática $y = 3(x-2)^2$

A)


B)


C)


D)


E)


12) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es (son) falsa (s)?:

I) Cada uno de los puntos en que la gráfica intersecta al eje de la ordenada se conoce como raíces.
II) El eje de simetría es la recta que pasa por el vértice de la parábola y la divide en dos secciones iguales.
III) El vértice es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo.

A) Solo I
B) Sólo II
C) I y II
D) II y III
E) I, II y III

ITEM DE DESARROLLO. Grafique las siguientes funciones

INSTRUCCIONES:

I) Dibuje el gráfico en una hoja cuadriculada.
II) Use una plana para cada función.
III) Desarrolle el procedimiento ordenadamente.

$a)\ f(x) = 4x^2$

$b)\ f(x) = x^2 + 6$

$c)\ f(x) = (5 + x)^2$

$d)\ f(x) = (x + 3)^2 - 1$

ANEXO 2: PAUTA DE CORRECCION DIAGNOSTICO

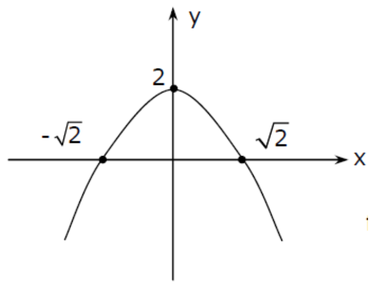
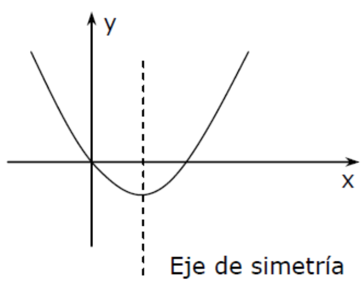
Pauta de corrección
Instrumento de evaluación diagnostica
“Ecuación y función cuadrática”

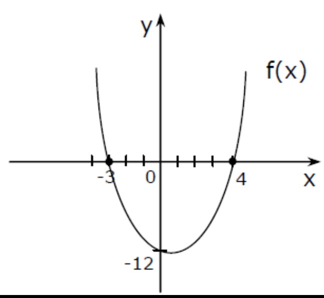
N° de pregunta.	Enunciado de las preguntas.	Habilidad.	Contenido.
1	En la función. $f(x)=x^2-4x-12$ ¿Cuál es el eje de simetría? Opciones: A) $x=2$ B) $x=-2$ C) $x=8$ D) $x=4$ E) $x=-8$ Alternativa correcta: A	Aplicación	• Eje de simetría.
2	Al llevar la ecuación $3(x-2)^2=0$ a la forma $f(x)=ax^2+bx+c$, ¿Cuál es el valor del parámetro **a**? Opciones: A) -12 B) 6 C) 3 D) 1 E) 12 Alternativa correcta: C	Conocimiento	• Parámetros de la función cuadrática.

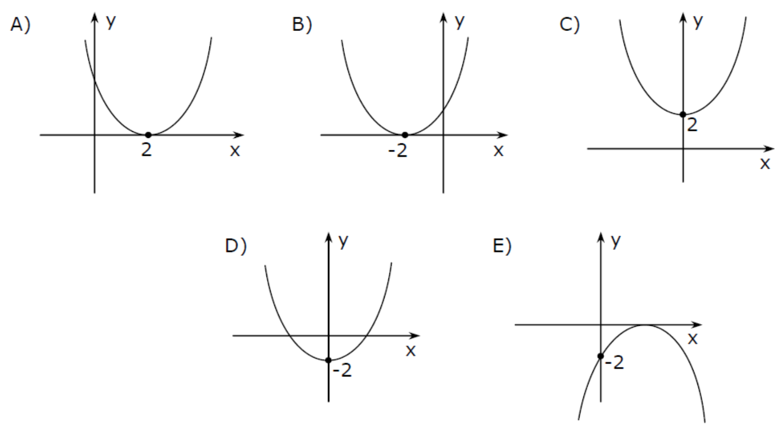
3	**¿Cuál de las siguientes opciones representa una función cuadrática?** Opciones: A) $f(x)=x^2+5-\left(x^2+2x\right)$ B) $f(t)=-3t+2t^3$ C) $f(p)=\frac{1}{2}p+4$ D) $f(a)=(a+2)(a-2)-a^2$ E) $f(m)=(-2m+1)^2$ Alternativa correcta: E	Conocimiento	• Definiciones básicas de función cuadrática.
4	**Con respecto a la función $f(x)=3x^2-5x+2$, ¿Cuál (es) de las siguientes afirmación (es) son verdadera(s)?** **I) Su concavidad está orientada hacia arriba.** **II) El vértice es $\left(\frac{-1}{12},\frac{5}{6}\right)$** **III) Posee punto máximo.** *A)* Sólo I *B)* I y II *C)* I y III *D)* II y III *E)* I II y III Alternativa correcta: A	Análisis	• Concavidad. • Vértice.

<table>
<tr><td rowspan="3">5</td><td>Dada la función $f(x)=x^2+2x-3$, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)?

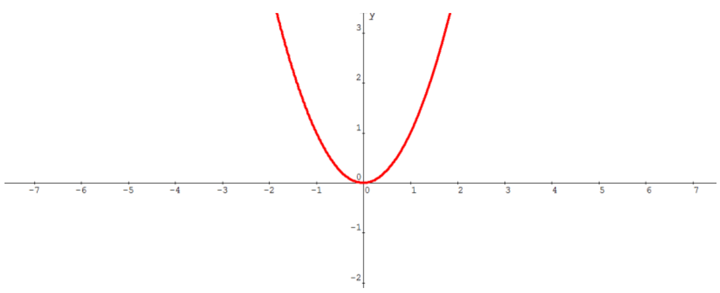
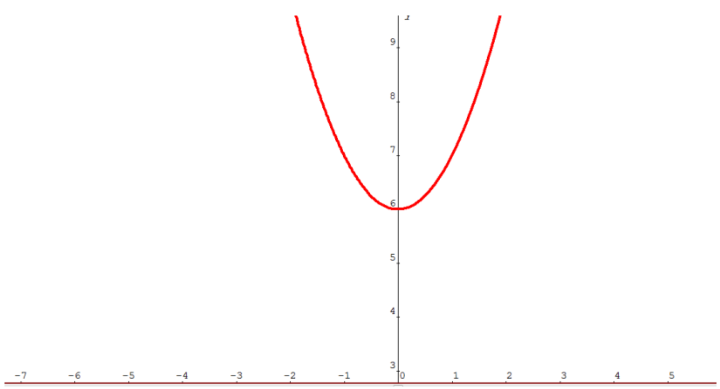
I) x=1 es un cero de la función.
II) El eje de simetría es positivo.
III) Los parámetros de la función son: a= 1, b= 2, c= -3</td><td rowspan="3">Conocimiento</td><td rowspan="3">• Parámetros de la función cuadrática.
• Raíces.</td></tr>
<tr><td>Opciones:
A) Sólo I
B) Sólo II
C) I y II
D) I y III
E) I II y III</td></tr>
<tr><td>Alternativa correcta: D</td></tr>
<tr><td rowspan="3">6</td><td>En la gráfica asociada a la función $f(x)=(-3x+2)(1-x)$ ¿Cuál es el valor del parámetro c?</td><td rowspan="3">Aplicación</td><td rowspan="3">• Parámetros de la función cuadrática</td></tr>
<tr><td>Opciones:
A) 2
B) -4
C) 3
D) -2
E) 0</td></tr>
<tr><td>Alternativa correcta: A</td></tr>
</table>

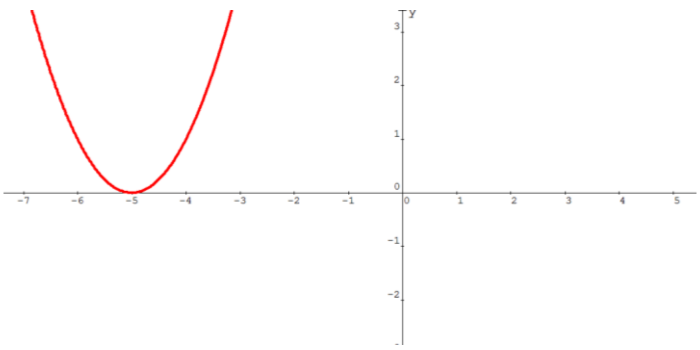
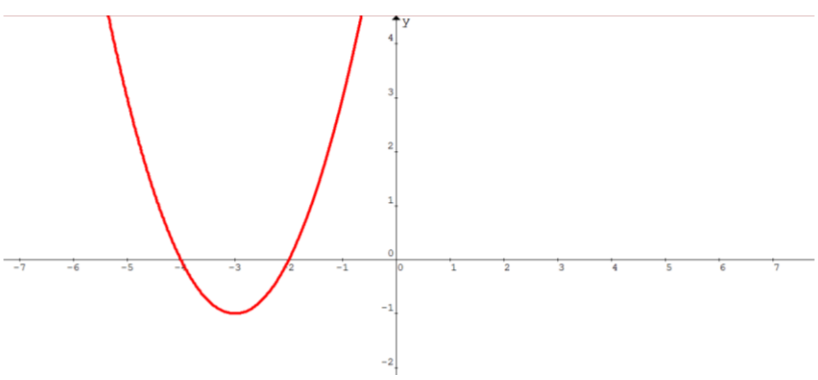
7	¿Cuál es la función cuadrática cuya representación gráfica es la parábola de la figura 1?  fig. 1	Aplicación.	• Movimiento vertical. • Concavidad. • Raíces.
	Opciones: A) $y = 2x^2 - 2$ B) $y = -x^2 - 4$ C) $y = x^2 + 2$ D) $y = -x^2 + 2$ E) $y = 2x^2 + 2$		
	Alternativa correcta: D		
8	El gráfico de la figura 2 corresponde a la función cuadrática:  fig. 2	Análisis	• Concavidad • Raíces
	Opciones: A) $f(x) = x^2 + 2x$ B) $f(x) = 3 + 2x - x^2$ C) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ D) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ E) $f(x) = x^2 - 2x$		
	Alternativa correcta: E		

9	Respecto a la función $f(x)=(x+3)^2-2$ ¿Cuál (es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)? I) El vértice es (3, -2). II) El vértice se desplaza de forma vertical 2 unidades hacia abajo. III) El eje de simetría es x = -3 Opciones: A) Solo I B) Sólo II C) I y II D) II y III E) I, II y III Alternativa correcta: E	Aplicación	• Movimiento vertical • Vértice • Eje de simetría
10	Con respecto al gráfico de la figura 3, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)? I) El vértices de la parábola es (0, -12) II) La parábola está desplazada de forma horizontal hacia la derecha. III) El eje de las ordenadas es el eje de simetría de la parábola  fig. 3 Opciones: A) Sólo I B) Sólo II C) I y II D) II y III E) I, II y III Alternativa correcta: B	Análisis	• Movimiento vertical • Vértice • Definiciones

11	¿Cuál de las siguientes gráficas representa a la función cuadrática $y=3(x-2)^2$? Opciones:  Alternativa correcta: A	Análisis	• Movimiento horizontal
12	¿Cuál de las siguientes proposiciones es (son) falsa (s)?: I) Cada uno de los puntos en que la gráfica intersecta al eje de la ordenada se conoce como raíces. II) El eje de simetría es la recta que pasa por el vértice de la parábola y la divide en dos secciones iguales. III) El vértice es el punto en el cual la gráfica alcanza su valor mínimo o máximo. Opciones: A) Solo I B) Sólo II C) I y II D) II y III E) I, II y III Alternativa correcta: D	Conocimiento	• Definiciones

<table>
<tr><th colspan="2">Ítem de desarrollo</th><th></th></tr>
<tr><td>Instrucciones:

I) Dibuje el gráfico en una hoja cuadriculada.
II) Use una plana para cada función.
III) Desarrolle el procedimiento ordenadamente.</td><td>Habilidad</td><td>Contenido</td></tr>
<tr><td>$a)\ f(x)=x^2$</td><td rowspan="2">Aplicación.</td><td rowspan="2">• Grafica de la función cuadrática.</td></tr>
<tr><td>Solución:
</td></tr>
<tr><td>$b)\ f(x)=x^2+6$</td><td rowspan="2">Aplicación.</td><td rowspan="2">• Grafica de la función cuadrática.</td></tr>
<tr><td>Solución:
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>$c) f(x) = (5+x)^2$</td><td rowspan="2">Aplicación.</td><td rowspan="2">• Grafica de la función cuadrática.</td></tr>
<tr><td>Solución:

</td></tr>
<tr><td>$d) f(x) = (x+3)^2 - 1$</td><td rowspan="2">Aplicación</td><td rowspan="2">• Grafica de la función cuadrática.</td></tr>
<tr><td>Solución:

</td></tr>
</table>

ANEXO 3: EVALUACION FINAL

Instrumento de evaluación final "Ecuación y función cuadrática"

Este instrumento está diseñado con el objetivo de recabar información para una investigación en la temática función cuadrática y su representación gráfica de un grupo de estudiantes de Tercer año de enseñanza media del Colegio Particular-Subvencionado Graneros. Agradecemos contestarlo de manera seria. (Los datos no serán revelados en el informe final)

Nombre:__________________________ Curso: _______ Fecha: ___________ Puntaje: [ ]

ITEM DE SELECCIÓN ÚNICA. SÓLO EXISTE UNA OPCIÓN DE RESPUESTA CORRECTA

INSTRUCCIONES:

IV) Marque con una X sobre la letra de la opción correcta.
V) Utilice lápiz grafito para que pueda corregir en caso de error.
VI) Realice el desarrollo en el espacio correspondiente.

1) Al llevar la ecuación $4\left(\frac{1}{2}x-3\right)^2=0$,a la forma $f(x)=ax^2+bx+c$, ¿Cuál es el valor del parámetro **a**?

A) 4
B) 6
C) 1
D) 0
E) $\frac{1}{2}$

2) ¿Cuál de las siguientes opciones representa una función cuadrática?

A) $f(x)=x^2-(1x^2-x)+3$
B) $f(t)=-(4t^2+4t)+\left(\frac{1}{2t}\right)^{-2}+10t$
C) $f(m)=\frac{1}{2}m^2-\left(\left(\frac{1}{2}m\right)^2+m-6\right)$
D) $f(c)=c-3$
E) $f(a)=a^{\frac{1}{2}}-3$

3) Con respecto a la función $f(x) = 7x^2 - 4x + 11$ ¿Cuál (es) de las siguientes afirmación (es) son verdadera(s)?

I) Su concavidad está orientada hacia arriba.
II) El vértice es $\left(\frac{2}{7}, \frac{73}{7}\right)$
III) Posee punto máximo.

A) Sólo I

B) I y II

C) I y III

D) II y III

E) I II y III

4) Dada la función $f(x) = 2x^2 - 3x - 4$, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)?

I) $x = \frac{3-\sqrt{41}}{4}$ es un cero de la función.
II) El eje de simetría está a la derecha del eje de la ordenada.
III) Los parámetros de la función son: a= 2, b= -3, c= 4

A) Sólo I

B) Sólo II

C) I y II

D) I y III

E) I II y III

ITEM DE DESARROLLO. Grafique las siguientes funciones de forma ordenada.

1) En la función. $f(x) = x^2 + 3x + 5$¿Cuál es el eje de simetría?

2) Graficar la función $f(x) = 3x^2$

3) Graficar la función $f(x) = x^2 + 10$

4) Graficar la función $f(x) = (x - 5)^2$

5) Graficar la función $f(x) = x^2 + 4x + 4$

6) Graficar la función $f(x) = (x - 3)^2 + 5$

ANEXO 4: PAUTA DE CORRECCION EVALUACION FINAL

Pauta de corrección
Instrumento de evaluación final
“Ecuación y función cuadrática”

N° de pregunta.	Enunciado de las preguntas.	Habilidad.	Contenido.
1	Al llevar la ecuación $4\left(\frac{1}{2}x-3\right)^2=0$, a la forma $f(x)=ax^2+bx+c$, ¿Cuál es el valor del parámetro **a**? Opciones: A) 4 B) 6 C) 1 D) 0 E) $\frac{1}{2}$ Alternativa correcta: C	Conocimiento.	• Parámetros de la función cuadrática.
2	¿Cuál de las siguientes opciones representa una función cuadrática? Opciones: A) $f(x)=x^2-(1x^2-x)+3$ B) $f(t)=-(4t^2+4t)+\left(\frac{1}{2t}\right)^{-2}+10t$ C) $f(m)=\frac{1}{2}m^2-\left(\left(\frac{1}{2}m\right)^2+m-6\right)$ D) $f(c)=c-3$ E) $f(a)=a^{\frac{1}{2}}-3$ Alternativa correcta: C	Conocimiento.	• Definiciones básicas de función cuadrática.

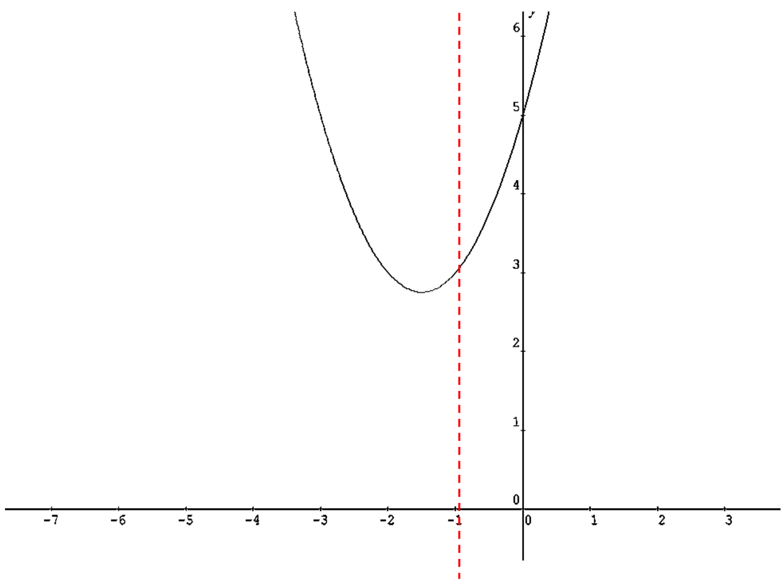
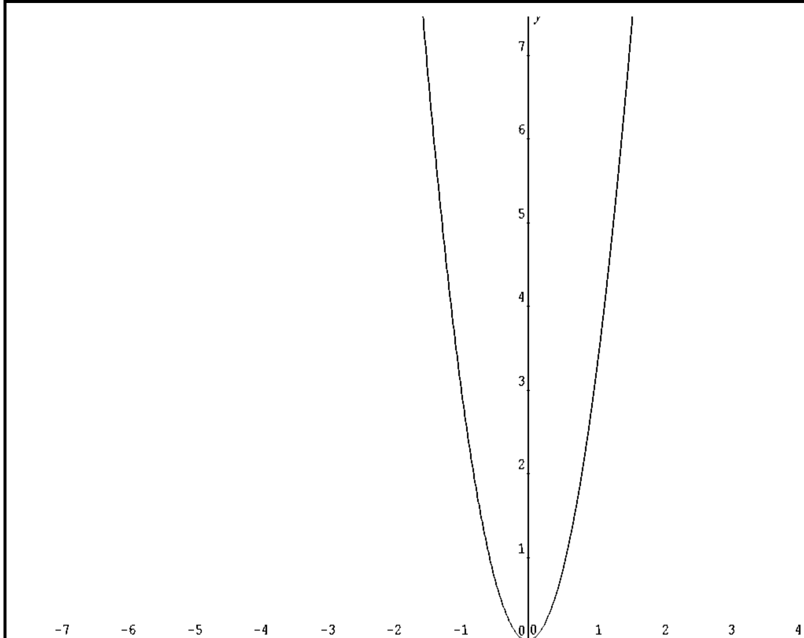
<table>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>Con respecto a la función$f(x) = 7x^2 - 4x + 11$. ¿Cuál (es) de las siguientes afirmación (es) son verdadera(s)?

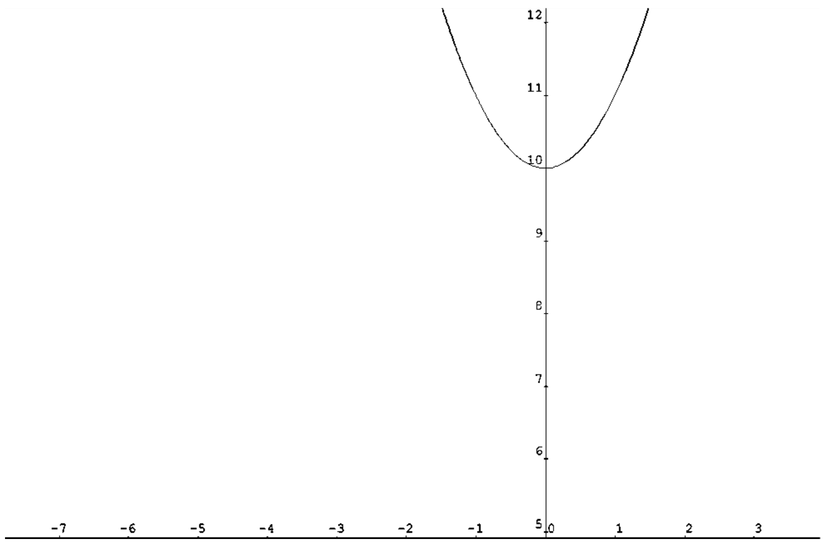
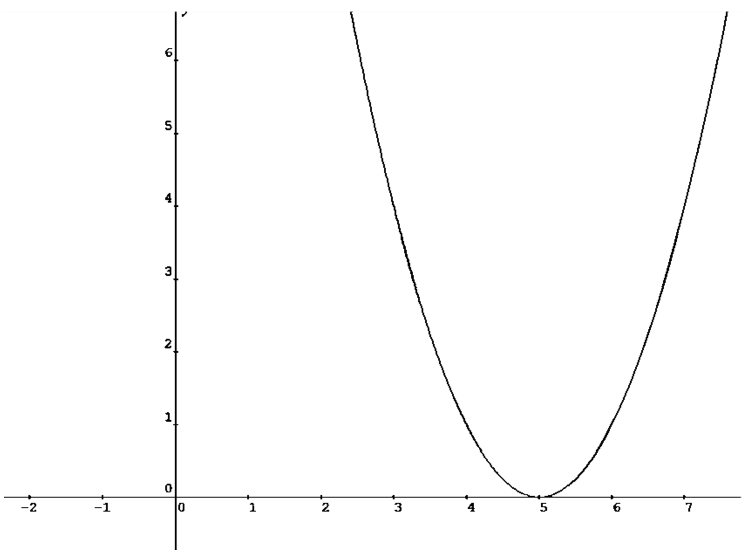
I) Su concavidad está orientada hacia arriba.
II) El vértice es $\left(\frac{2}{7}, \frac{73}{7}\right)$
III) Posee punto máximo.</td><td rowspan="3">Análisis.</td><td rowspan="3">• Concavidad.
• Vértice.</td></tr>
<tr><td>F) Sólo I
G) I y II
H) I y III
I) II y III
J) I II y III</td></tr>
<tr><td>Alternativa correcta: B</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td>Dada la función $f(x) = 2x^2 - 3x - 4$, ¿Cuál (es) de las siguientes aseveraciones es (son) verdadera (s)?

I) $x = \frac{3-\sqrt{41}}{4}$ es un cero de la función.
II) El eje de simetría está a la derecha del eje de la ordenada.
III) Los parámetros de la función son: a= 2, b= -3, c= 4.</td><td rowspan="3">Conocimiento.

Desarrollo.</td><td rowspan="3">• Parámetros de la función cuadrática.
• Raíces.
• Eje de simetría.</td></tr>
<tr><td>Opciones:
F) Sólo I
G) Sólo II
H) I y II
I) I y III
J) I II y III</td></tr>
<tr><td>Alternativa correcta: C</td></tr>
</table>

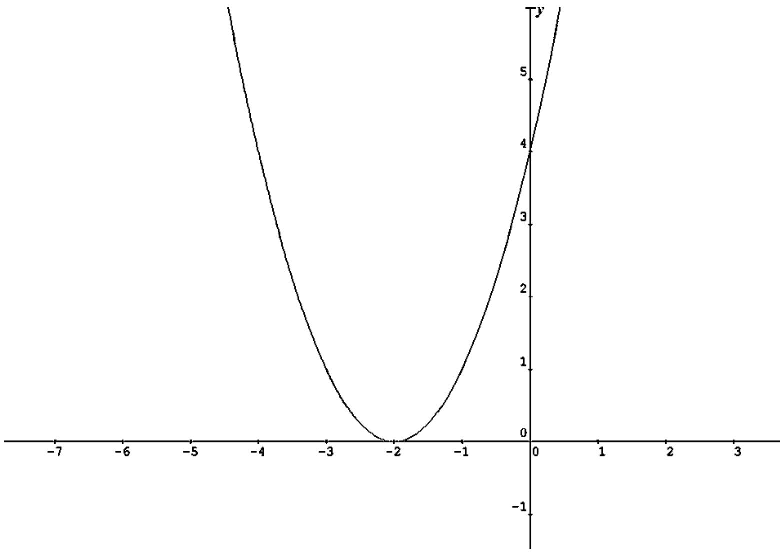
Ítem de desarrollo

N° de pregunta	Enunciado	Habilidad	Contenido
1	En la función. $f(x) = x^2 + 3x + 5$. ¿Cuál es el eje de simetría? 	Aplicación. Desarrollo.	• Eje de simetría.
2	Graficar la función $f(x) = 3x^2$ 	Aplicación.	• Parámetros de la función cuadrática.

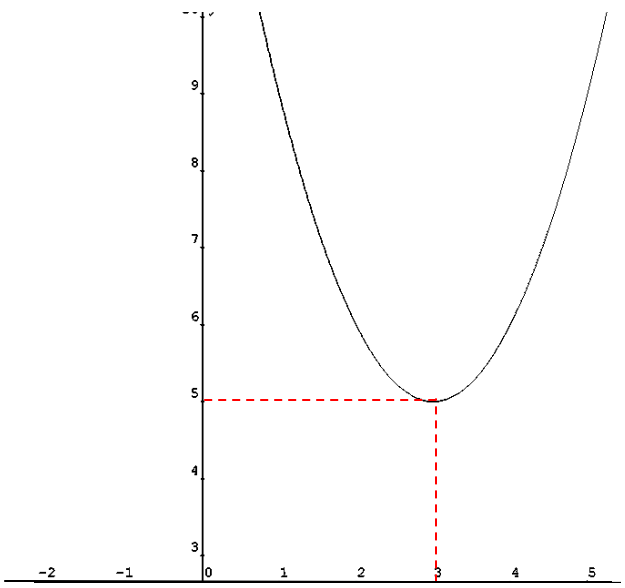
3	Graficar la función $f(x) = x^2 + 10$.  	Aplicación.	• Movimiento vertical. • Concavidad. • Raíces.
4	Graficar la función $f(x) = (x - 5)^2$.  	Análisis.	• Concavidad. • Raíces.

<table>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>Graficar la función $f(x) = x^2 + 4x + 4$.</td><td rowspan="2">Aplicación</td><td rowspan="2">

- Movimiento horizontal.
- Vértice.
- Eje de simetría.

</td></tr>
<tr><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>Graficar la función $f(x) = (x - 3)^2 + 5$.</td><td rowspan="2">Análisis.</td><td rowspan="2">

- Movimiento vertical y horizontal.
- Vértice.
- Definiciones.

</td></tr>
<tr><td>
</td></tr>
</table>

ANEXO 5: CUESTIONARIO VALÓRICO

Cuestionario valórico

Este instrumento está diseñado con el objetivo de conocer la opinión de los estudiantes, frente a la estrategia de enseñanza aplicada y el juego Gridavix^2. Agradecemos contestar de manera seria. (Tus datos no serán revelados en el informe final)

Nombre:___________________________ Curso: _______ Fecha:___________ Puntaje: [ ]

Instrucciones: Marque con una X el cuadro que corresponda a la opción que indica que cómo se siente sobre el planteamiento. No hay respuestas correctas o incorrectas.

Planteamiento	**Totalmente de acuerdo**	**Estoy de acuerdo**	**Incierto**	**En desacuerdo**	**Totalmente en desacuerdo**
Comprendí mejor las funciones cuadráticas con la clase previa al juego.					
El mazo Gridavix^2 me facilito la comprensión de la función cuadrática.					
Pude corregir mis errores en la función cuadrática jugando con mis compañeros.					

Ayude a algunos de mis compañeros cuando se equivocaban en el juego.					
Fue entretenido jugar con las cartas y a la vez poner en práctica la materia.					
Después de esta experiencia puedo graficar cualquier función cuadrática.					
Comprendí las instrucciones del juego Gridavix^{2}.					

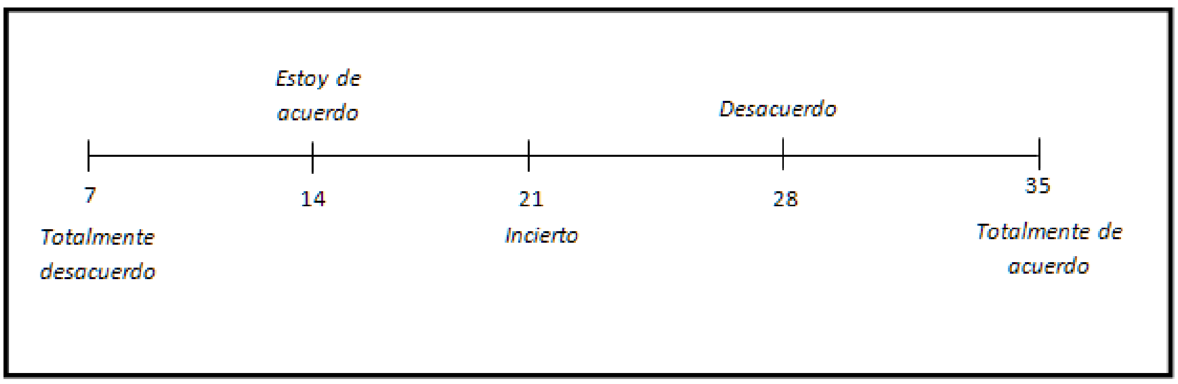
ANEXO 6: ANALISIS CUESTIONARIO VALORICO

Análisis de evaluación valórica.

Este instrumento busca recaba información sobre la percepción de los alumnos frente al juego Gridavix^{2}. Este nos permitirá asignar valores numéricos a las estimaciones de los estudiantes frente a lo anteriormente expuesto, es por ellos, que fue elegida la escala de Likert para crear este test.

Esta evaluación valórica consta de 7 enunciados o planteamientos, que indican situaciones favorables frente a la propuesta didáctica. Para cada enunciado, el estudiante elige una de las respuestas posibles, tales como: totalmente de acuerdo, estoy de acuerdo, incierto, en desacuerdo y totalmente desacuerdo.

Con esto buscamos asignar puntajes a cada una de las respuestas (de 1 al 5), otorgando el máximo (5 puntos) a aquellas respuestas que revelan un total acuerdo con el enunciado. El puntaje de cada estudiante se calcula sumando los puntajes otorgados a las opciones seleccionadas en cada uno de los enunciados y posicionando este puntaje total en la siguiente recta de valores:



ANEXO 6: INSTRUCCIONES Gidavix²

Gidavix²

"Pon a prueba tus conocimientos"

Objetivo de Gidavix².

Agrupar la mayor cantidad de pares de cartas, en donde las representaciones de las distintas formas de la función cuadrática (graficas-algebraica-verbal y viceversa) sean equivalentes, cada una de ellas tendrá cierta cantidad de estrellas, de acuerdo al grado de dificultad de las cartas (mayor dificultad, mayor cantidad de estrellas). El participante con más estrellas ganará.

Instrucciones de Gidavix².

Juego apto para estudiantes mayores de 16 años.

La cantidad de jugadores de Gidavix² será mínimo 4 y máximo 6.

Nota 1: Dentro de cada grupo de juego habrá un árbitro (elegido por el profesor) el cual tendrá que supervisar el juego y ver que se desarrolle de forma correcta, el poseerá una hoja de respuesta (Tabla 4, pág.) la cual contendrá los pares de cartas equivalentes y su justificación.

Un jugador elegido al azar pone en la mesa la cantidad de cartas equivalentes al número de jugadores, boca arriba, de tal manera que cada jugador vea el contenido de las cartas.

Luego reparte a cada jugador la misma cantidad de cartas, guiándose por la siguiente tabla:

Cartas iniciales en la mesa	N° de jugadores	Cantidad de cartas por cada jugador
4	**4**	11
5	**5**	8
6	**6**	7

Tabla 1: Repartición de cartas dependiendo de la cantidad de jugadores.

Nota 2: Las cartas sobrantes se deben poner en la mesa boca arriba.

Las cartas entregadas a cada jugador deben permanecer boca abajo para que así, ningún jugador sepa que cartas tiene en su poder (mazo de juego).

Finalizado esto el primero en jugar será quien se encuentra a la derecha del repartidor, siguiendo un sentido horario durante todo el juego.

Comienzo de Gidavix².

El primer jugador saca la primera carta de su mazo, colocando ésta en un cubículo, teniendo 1 minuto, para pensar qué carta de las que están en la mesa es equivalente a la que está en el cubículo.

Si el jugador no reconoce la respuesta, da la opción al jugador de su derecha a encontrar la carta correspondiente a la que está en el cubículo, y si este último no sabe, le da el paso al que sigue a su derecha y así sucesivamente. Si nadie sabe la respuesta, esta carta se pone junto a las cartas de la mesa.

Si el jugador reconoce la carta equivalente de la mesa, debe tomarla y colocarla al lado de la carta anteriormente puesta en el cubículo, hecho esto, deberá fundamentar su respuesta:

- Si esta es correcta, las cartas del cubículo quedan en su poder, colocándolo en el mazo de cartas ganadoras.
- Si su respuesta es incorrecta, agregar estas dos cartas del cubículo en el mazo de juego.

De esta manera, jugara el siguiente competidor, siguiendo la secuencia anteriormente expuesta.

Nota 3: Si al finalizar el juego sobran cartas que no son equivalentes, el monitor del juego llama al profesor para que revise los mazos ganadores de cada jugador y de esta forma identificar quien cometió algún error en el juego. Reconocido esto, al jugador equivocado se le restan 3 estrellas.

Jugador ganador, éxito o fracaso.

Cada carta tendrá estrellas, dependiendo de la dificultad de la función cuadrática (Fig. 1)

Dificultad	Estrellas
Fácil	
Medio	
Difícil	

Tabla 2: Nivel de dificultad de las cartas.

Acabado el juego, todos los competidores deben contar las estrellas que contienen en sus cartas ganadoras. El que tenga el mayor número de estrellas en su poder, gana el juego.

Características de las cartas según su dificultad.

Fácil: Son aquellas cartas que poseen preguntas básicas del contenido, y poseerán pistas para encontrar la respuesta correcta (dirección de movimientos, puntos, etc.).

Medio: Estas cartas, no poseerán pistas para su respuesta, pero las preguntas tendrán un menor grado de dificultad.

Difícil: En estas cartas, los jugadores deberán reconocer más de una característica de la función cuadrática y no posee ningún tipo de pistas.

Sugerencias al docente.

- ✓ Contenidos que debe saber el estudiante previo al juego:
  - Función cuadrática y su gráfica.
  - Elementos de la parábola y su relación con la función cuadrática.
  - Variación de la parábola dependiendo de los parámetros de la función cuadrática.
  - Distintas formas algebraicas de la función cuadrática: $f(x) = x^2$, $f(x)= ax^2$, $f(x)= ax^2 + bx + c$, $f(x) = ax^2 \pm c$; $f(x) = (ax \pm c)^2$; c.

- ✓ Respetar el máximo de integrantes por grupo de juego.

- ✓ Organizar a los estudiantes de forma arbitraria, dependiendo de desempeño académico de los estudiantes.

- ✓ Dependiendo de la organización de los grupos dar tiempo para que cada alumno responda en el transcurso del juego. (Tabla 2).

Desempeño académico	Bajo	Medio	Destacado
TIEMPO POR JUGADA.	2 minutos	1.20 minutos	1 minuto

Tabla 3: Distribución de tiempo por jugadas

ANEXO 7: HOJA DE RESPUESTA PARA ÁRBITRO

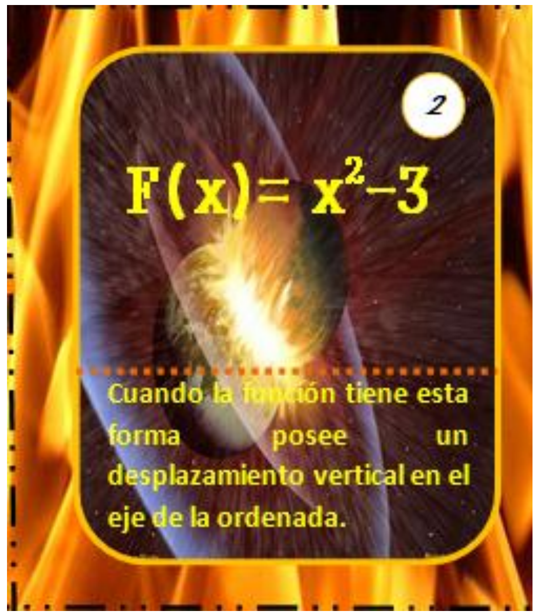
Pares de cartas equivalentes.	Justificación.
1-4	Cuando la función es de la forma f(x)= x^2+a, con $a \in \mathcal{R}$ posee un desplazamiento vertical en el eje de las ordenadas y al ser f(x)=x^2+2, se desplaza 2 unidades hacia arriba desde el origen. Quedando su vértice en el punto (0,2).
2-5	Cuando la función es de la forma f(x)=x^2-a, con $a \in \mathcal{R}$ posee un desplazamiento vertical en el eje de las ordenadas y al ser f(x)=x^2-3, se desplaza 3 unidades desde el origen hacia abajo, quedando su vértice en el punto (0,-3).
3-6	El término cuadrático es aquel que su exponente es dos, por ello se le denomina término cuadrático.
12-10	Cuando la función es de la forma f(x)=$(x+a)^2$, realiza un desplazamiento en el eje de las ordenadas. Su desplazamiento es a la derecha, si su signo es negativo y su desplazamiento es a la izquierda si su signo es positivo, en este caso la función es f(x)=$(x+1)^2$ su desplazamiento es hacia la izquierda quedando su vértice en el punto (-1,0).
8-9	Cuando la función es de la forma f(x)=$(x-a)^2$, realiza un desplazamiento en el eje de las ordenadas. Su desplazamiento es a la derecha si su signo es negativo y su desplazamiento es a la izquierda si su signo es positivo, en este caso la función es f(x)=$(x-4)^2$ su desplazamiento es hacia la derecha quedando su vértice en el punto (4,0).
11-7	El término lineal es aquel que tiene su exponente con valor 1, este se denomina término lineal.
16-13	La función al ser de la forma f(x)=$(x+5)^2 – 2$, se desplaza en el eje de las ordenadas cinco unidades a la hacia la izquierda. Y en el eje de las ordenada baja dos unidades desde el punto (0,0). Quedando el vértice de la función en el punto (-5, -2).

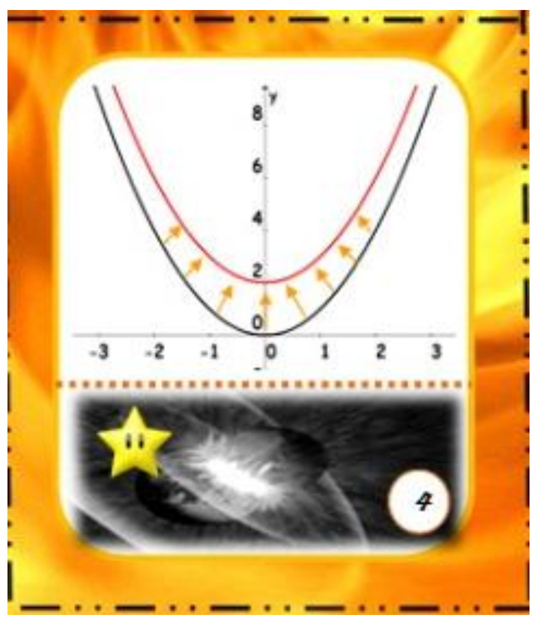
18-14	La función al ser de la forma $f(x)=(x-3)^2 + 2$, se desplaza en el eje de las abscisas tres unidades a la hacia la derecha. Y en el eje de las ordenada sube dos unidades desde el punto (0,0). Quedando el vértice de la función en el punto (3, 1).
15-17	En la expresión: $ax^2 + bx + c$, la letra c corresponde al termino independiente, ya que c está acompañada por una x.
20-21	La función intersecta al eje de la ordenada en el punto 5, También se puede ver que la función es cóncava hacia arriba ya que el valor de a>0.y su vértice es (-1,1)
19-22	La función intersecta al eje de la ordenada en el punto 14, También podemos ver que la función es cóncava hacia arriba por ser a>0
23-24	En la expresión $ax^2 + bx + c$, las letras a, b, c poseen el nombre de parámetros.
29-27	En la función $f(x) = -x^2 – 2$, al ser $a < 0$ su concavidad es negativa, es decir, la parábola va hacia abajo y en eje de las ordenadas baja 2 unidades.
25-30	La función al ser de la forma $f(x)=-(x-3)^2 + 1$, se desplaza en el eje de las abscisas tres unidades a la hacia la derecha. Y en el eje de las ordenada sube una unidad desde el punto (0,0). Quedando el vértice de la función en el punto (3, 1).También podemos ver que su concavidad es negativa, es decir que la función va hacia abajo.
28-26	La función $f(x)=x^2$ no posee los parámetros b y c, es por ello que su vértice se encuentra en el origen (0,0) y su eje de simetría es el eje de la ordenada.
31-34	Cuando el valor de a es cercana a 0, la parábola es más abierta y al no poseer b y c, el vértice se ubica en el origen (0,0).
32-36	Cuando el valor de a se aleja de 0, la parábola es más cerrada y al no poseer b y c, el vértice se

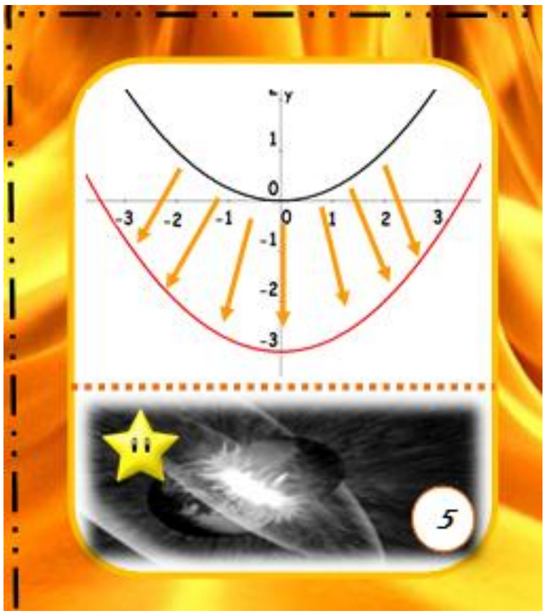
	ubica en el origen (0,0).
35-33	El eje de simetría es una recta vertical que divide a la parábola en dos partes iguales.
48-47	La función cuadrática f(x)=$\frac{x^2}{2} + 3$, en el eje de las ordenada sube tres unidades y al ser a= $\frac{1}{2}$ la parábola es positiva por ende va hacia arriba, y su concavidad es más abierta de lo normal.
38-42	El vértice por definición es el punto máximo o mínimo de la parábola y se designa como V(k, h).
39-40	Las raíces son los puntos de intersección en el eje abscisas. Y se designan por x_1 y x_2.
41-37	La función al ser de la forma $f(x)=(x+5)^2 -5$, se desplaza en el eje de las abscisas cinco unidades a la hacia la izquierda. Y en el eje de las ordenada baja cinco unidades desde el punto (0,0). Quedando el vértice de la función en el punto (-5, -5).
44-43	Cuando la función es de la forma $f(x)=(x+a)^2$, realiza un desplazamiento en el eje de las ordenadas. Su desplazamiento es a la derecha, si su signo es negativo y su desplazamiento es hacia la izquierda si su signo es positivo, en este caso la función es $f(x)=(x+4)^2$ su desplazamiento es hacia la izquierda quedando su vértice en el punto (-4,0).
45-46	La función al ser de la forma $f(x)=-(x+5)^2 +2$, se desplaza en el eje de las abscisas cinco unidades a la hacia la izquierda. Y en el eje de las ordenada sube dos unidades desde el punto (0,0). Quedando el vértice de la función en el punto (-5, 2).Y al estar ante puesto por un signo negativo la parábola es negativa, es decir, la parábola va hacia abajo.

Tabla 4: Hoja de respuesta que debe utilizar el alumno árbitro de cada grupo de juego.

ANEXO 8: MAZO Gidavix²



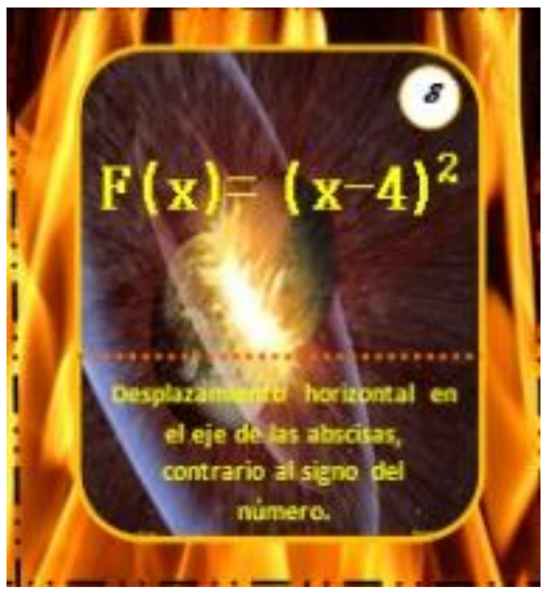




5

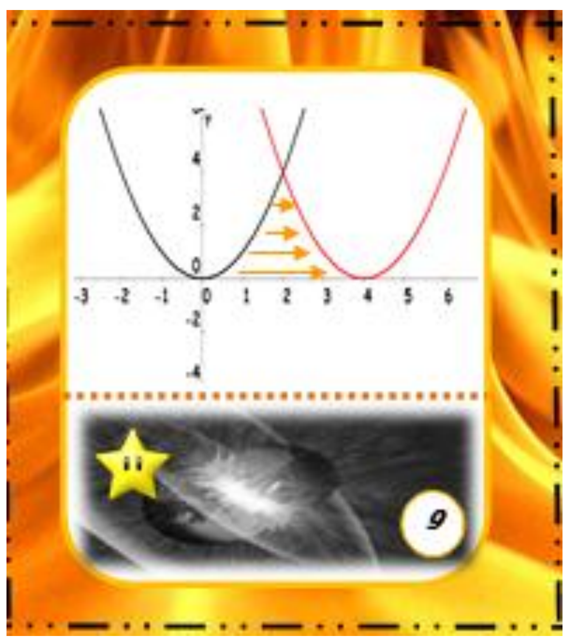
Término cuadrático
6

12
F(x)= (x+1)²
Desplazamiento horizontal en el eje de las abscisas, contrario al signo del número.

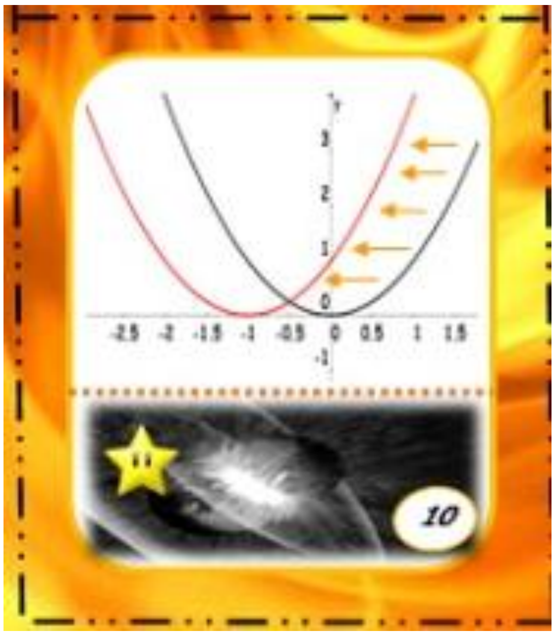


8
F(x)= (x-4)²
Desplazamiento horizontal en el eje de las abscisas, contrario al signo del número.

11
bx
Observa el grado del término algebraico.



9

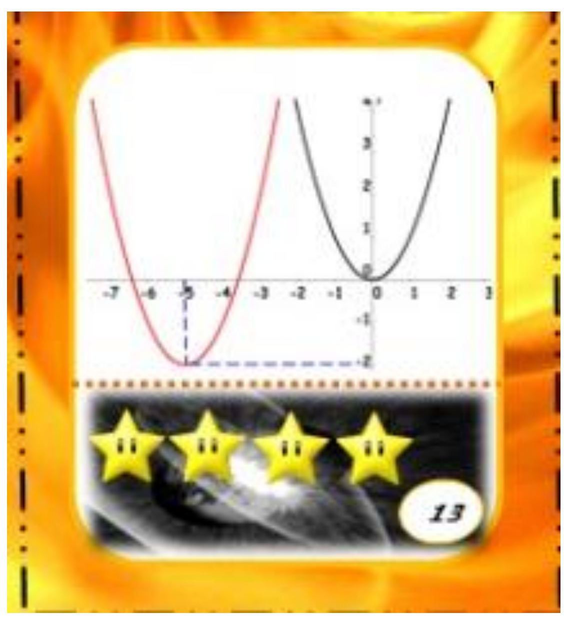

10


Término
lineal
7


16
F(x)=(x+5)²-2
No confundas los desplazamientos. Ten cuidado con tu elección de carta.


18
F(x)=(x-3)²+1
No confundas los desplazamientos. Piensa bien antes de jugar.


15
c
Sólo depende de ti ganar esta jugada., pero esta carta no depende de nada.


13

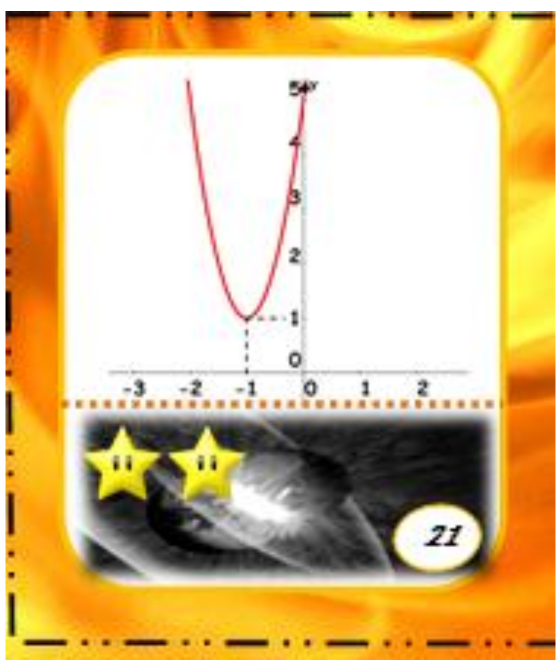

14

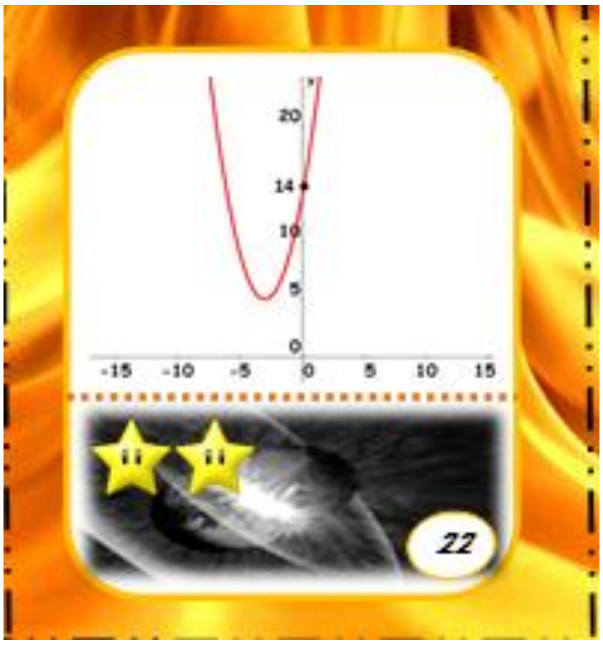

Término
independiente
17


20
F(x)=4x2+8x+5
Las características de esta función te llevarán a ganar esta jugada.


19
F(x)=x2+6x+14
Las características de esta función te llevarán a ganar esta jugada.


23
a, b, c
Estos tres componentes de la función cuadrática son también llamados....


21

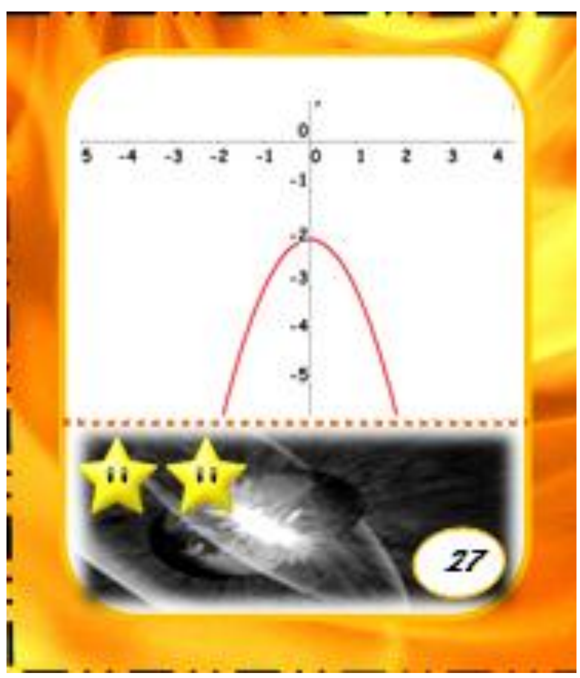

20
14
10
5
0
-15 -10 -5 0 5 10 15
22

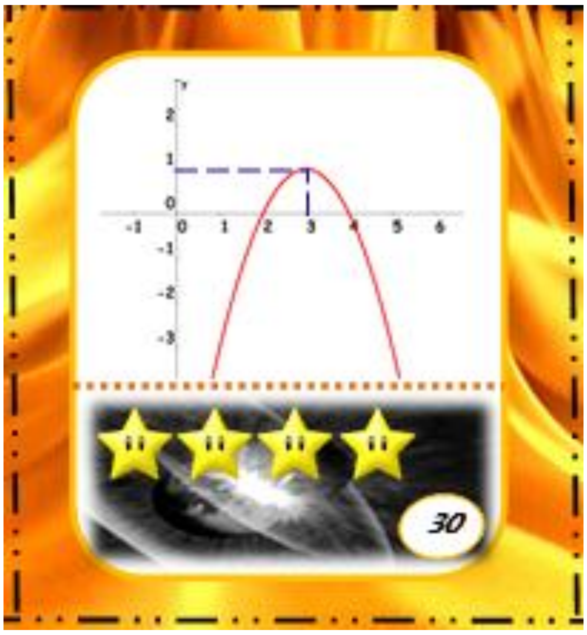

Parámetros
24


29
F(x)= −x²−2
Ten cuidado con los signos.
Juega con seguridad.


25
F(x)=−(x−3)²+1
No confundas los
desplazamientos. Piensa bien
antes de jugar.


28
F(x)= x²
Ni siquiera necesitas pistas.
Aquí no puedes fallar.


5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4
0
-1
-2
-3
-4
-5
27

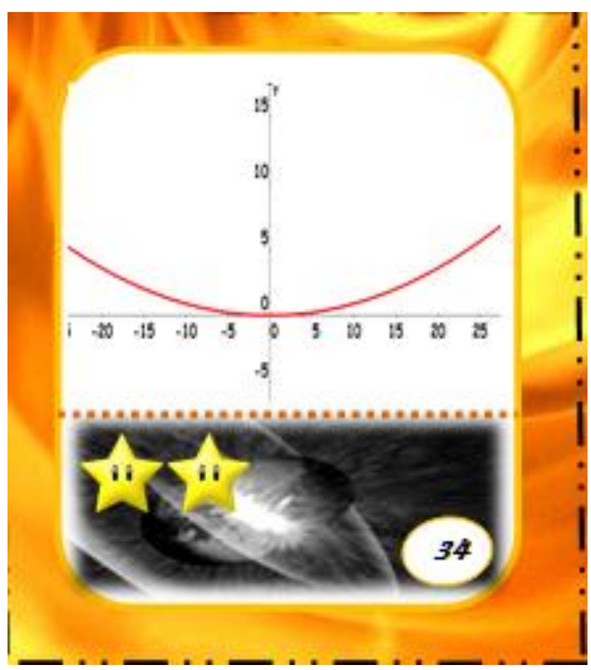

30

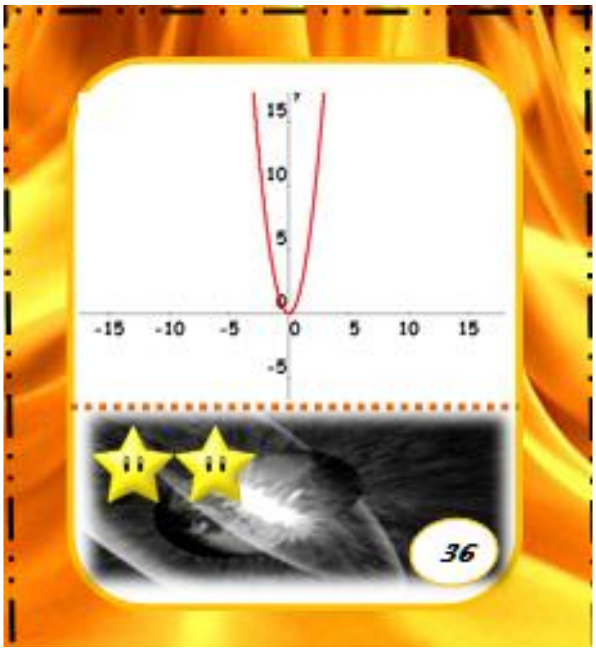

26

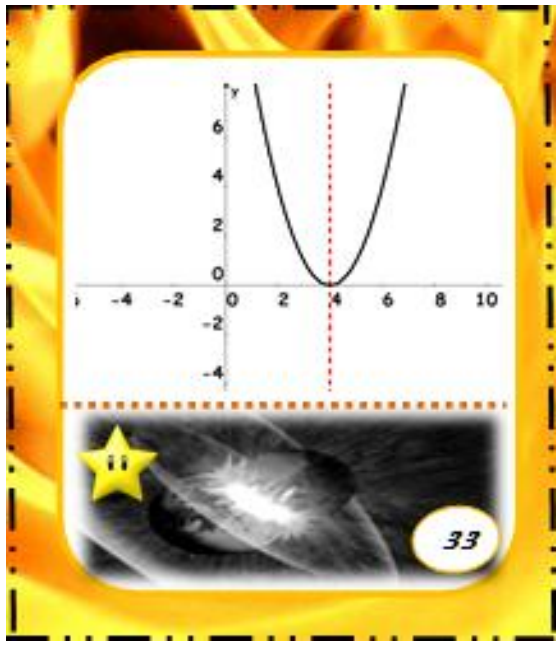

31
F(x)= 0,009x2
Recuerda las características
del parámetro de este
término algebraico.


32
F(x)= 3x2
¿Qué sucede si el valor que
acompaña a X cuadrado es
muy grande?


35
Eje de
simetría
El vértice pertenece a esta
recta. Cada punto de la
función cuadrática posee su
simétrico.


34

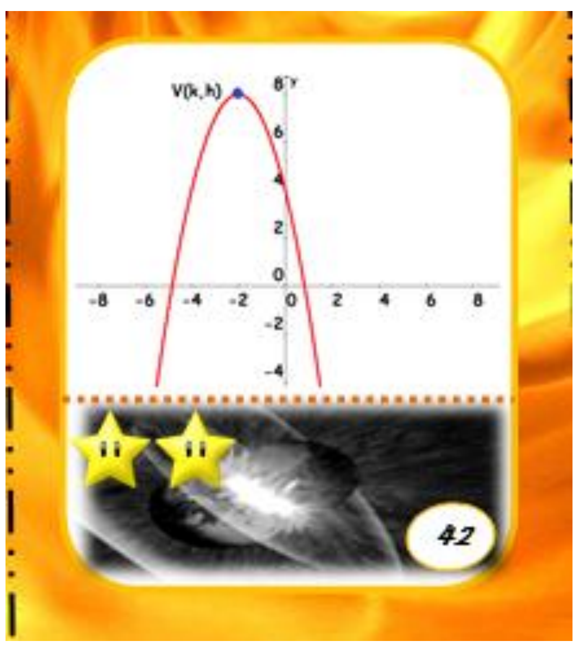

36

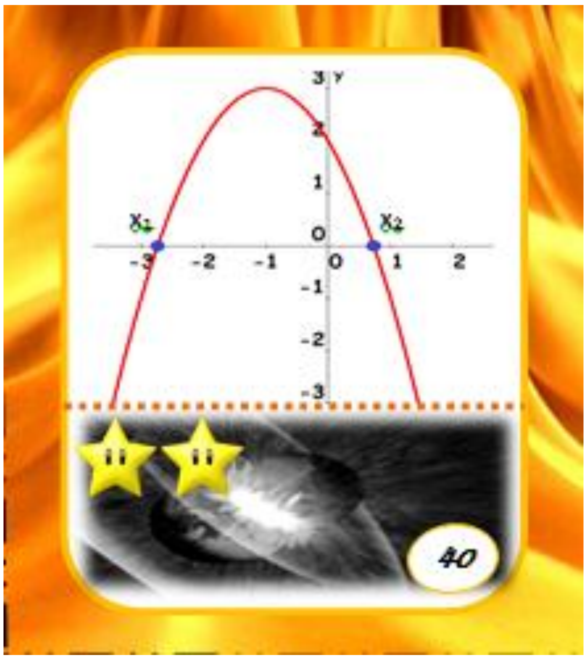

33

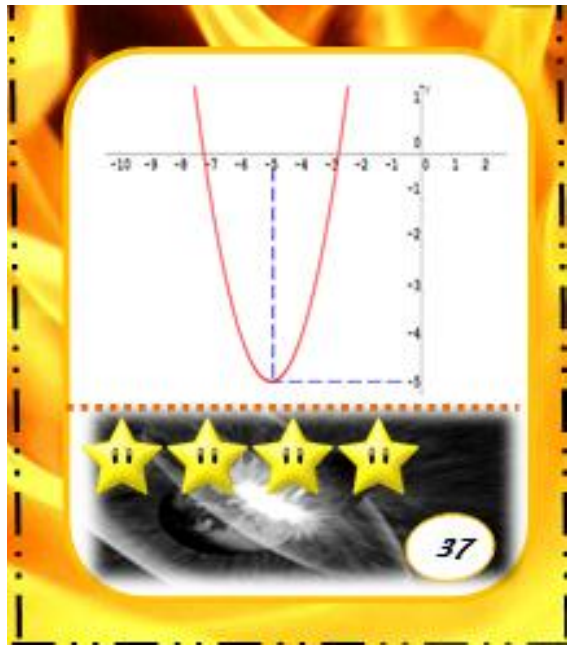

38
Vértice
Esta jugada es de máxima importancia, pero de mínima dificultad.


39
Raíces
Esta carta te da la solución ganadora.
Piensa bien.


41
F(x)=(x+5)²–5
No confundas los desplazamientos. Piensa bien antes de jugar.


V(k,h)
42

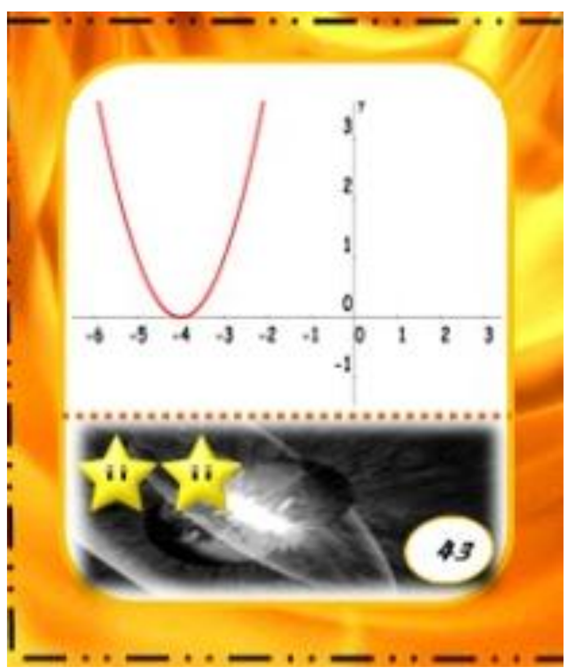

X1
X2
40

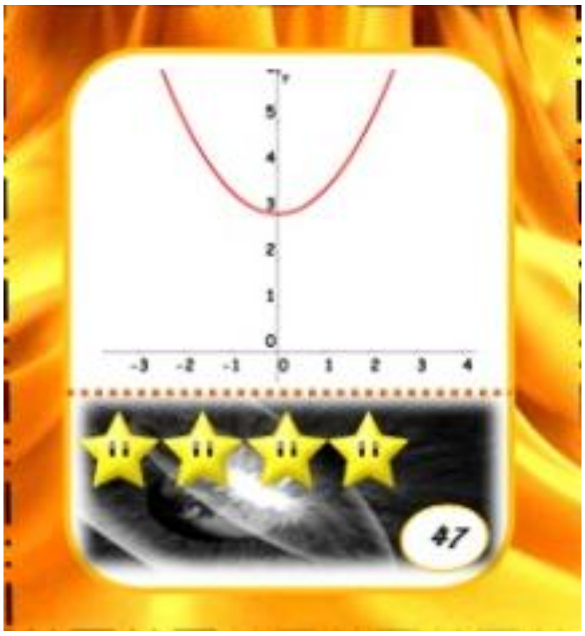

37

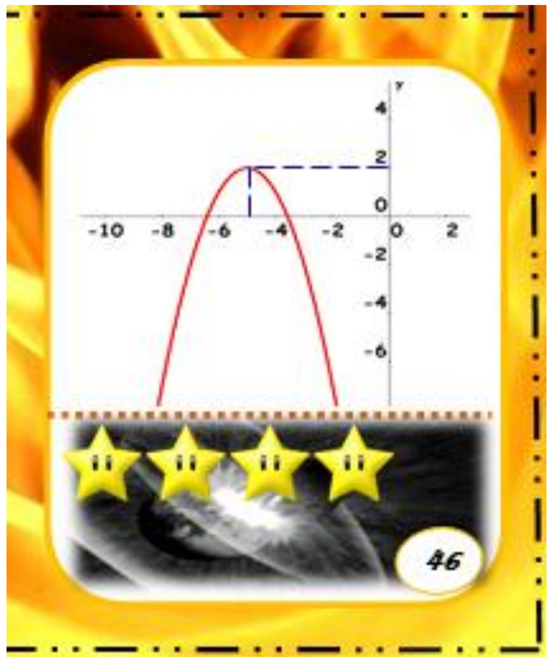

44
$F(x)=(x+4)^2$
Si observas con detención, obtendrás la respuesta correcta.


48
$F(x)=\frac{x^2+3}{2}$
Si confías en tus conocimientos, esta jugada será tuya.


45
$F(x)=-(x+5)^2+2$
No confundas las direcciones de los desplazamientos.
Tú puedes.


43


47


46

ANEXO 9: PLANIFICACIONES DE LAS CLASES REALIZADAS.

PLANIFICACIÓN SEMANAL AÑO 2012

Subsector: **Educación Matemáticas**

Profesor: **Víctor Valdivia** *Nivel:* **3° Medio**

O.F.V: **Resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo.**

C.M.O: **La función cuadrática**

SEMANA: 12 DE NOVIEMBRE A 16 DE NOVIEMBRE

Objetivo de aprendizaje	Indicadores	Actividades / evaluación
Conocer y comprender los elementos de la función cuadrática (eje de simetría, vértice, concavidad).	*Los alumnos conocen y comprenden la función cuadrática (eje de simetría, vértice, concavidad).*	*Realizan ejercicios donde los alumnos deben encontrar el eje de simetría, vértice y evaluar la concavidad de la función cuadrática.*

PLANIFICACIÓN SEMANAL AÑO 2012

Subsector: **Educación Matemáticas**

Profesor: **Víctor Valdivia** *Nivel:* **3° Medio**

O.F.V: **Resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo.**

C.M.O: **La función cuadrática**

SEMANA: 19 DE NOVIEMBRE A 23 DE NOVIEMBRE

Objetivo de aprendizaje	Indicadores	Actividades / evaluación
Aplicar los conocimientos adquiridos de elementos y gráfica de la función cuadrática	*Los alumnos aplican los conocimientos adquiridos de función cuadrática en diversas situaciones.*	*Trabajar con material didáctico, los contenidos de función cuadrática (elementos, gráfica)* *Resolver ejercicios propuestos de gráfica de función cuadrática.*

PLANIFICACIÓN SEMANAL AÑO 2012

Subsector: **Educación Matemáticas**

Profesor: **Víctor Valdivia** *Nivel:* **3° Medio**

O.F.V: **Resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo.**

C.M.O: **La función cuadrática**

SEMANA: 26 DE NOVIEMBRE A 30 DE NOVIEMBRE

Objetivo de aprendizaje	Indicadores	Actividades / evaluación
Aplicar los conocimientos adquiridos en un instrumento de evaluación.	*Los alumnos aplican los conocimientos adquiridos.*	*Evaluación final del contenido.* *Cuestionario valorativo*

ANEXO 10: CARTA DE VALIDACIÓN.

Solicitud de validación de instrumentos a través de Juicio de Experto.

La presente validación del instrumento elaborado por los estudiantes seminaristas, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permita recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al grado de Licenciado en Educación, Título profesional Pedagogía en Educación Matemática e informática Educativa, su título es:

“Gridavix^2, una propuesta didáctica post-instruccional para consolidar el contenido de la función cuadrática.”

La nómina de estudiantes que optan a obtener su título profesional es:

- Gisela Silva León
- Víctor Valdivia Correa
- David Zapata Villa

Resumen:

La presente investigación pretender evidenciar si la propuesta didáctica basada en un juego consolida el aprendizaje de la función cuadrática en el colegio de la comuna de Graneros.

Esta investigación se plantea como una propuesta didáctica, dentro del enfoque cuantitativo, tomando en cuenta conceptos ligados con la función cuadrática, en la asignatura de matemática de tercero medio, impartida en el Liceo de Graneros.

Se pretende dar cuenta de la aplicación de las propiedades de la función cuadrática y de sus representaciones gráfica, sobre la base matemática para el aprendizaje significativo de los alumnos de tercero medio del Colegio de Graneros.

Dentro de esta investigación, se han formulado preguntas, objetivos y sistema de supuestos, los cuales deberán ser validados y justificados a partir de registros y aplicación de instrumentos elaborados para este efecto.

Pregunta de investigación.

¿Cómo aplicar el contenido de la función cuadrática de una forma innovadora?

Objetivo General.

Diseñar, aplicar y evaluar un juego didáctico que permita a estudiantes aplicar los conocimientos adquiridos sobre de la función cuadrática.

Objetivos Específicos.

- Diagnosticar las competencias de entrada de dos cursos de 3º año medio del Colegio Graneros.

- Desarrollar una propuesta didáctica que permita aplicar los conocimientos de la función cuadrática, basada en la Ingeniería Didáctica, la que se diseñará y posteriormente se aplicará a uno de los grupos seleccionados, mientras que en el otro se realizarán actividades relacionadas con el contenido de función cuadrática de manera tradicional (clase expositiva, desarrollo de guías de ejercicios, etc.)

- Verificar si Gridavix^2 facilitó la comprensión y aplicación de los contenidos matemáticos tratados, a través de un instrumento de evaluación, que permitirá comparar los resultados de ambos grupos.

- Evaluar la propuesta a través de un cuestionario del tipo valórico, el que será aplicado al grupo de estudiantes y al profesor tutor.

Supuestos.

"La utilización del juego Gridavix^2 en la enseñanza de la función cuadrática facilita su comprensión y aplicación en alumnos de 3º año medio en comparación a los métodos tradiciones".

Observaciones:

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será a partir de un diagnostico aplicado a los alumnos del Colegio Graneros, para luego transcribirlas y analizarlas de acuerdo a las dimensiones propuestas según la pregunta de investigación.

Saluda atentamente:

RUT: 17.271.003-4 RUT: 17.235.280-4 RUT: 17.304.909-9

Profesora Guía: Carolina Silva Jiménez