



**Escuela de Educación en Matemática
E Informática Educativa
Facultad de Educación**

**SECUENCIA DIDÁCTICA EN APOYO A DOCENTES, PARA LA
ENSEÑANZA DE ECUACIONES LITERALES, EN PRIMER AÑO
MEDIO. UN ESTUDIO DE CASO**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN
Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA
E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

FERNÁNDEZ QUINTANILLA, ALEXIS A.

MUÑOZ RIQUELME, DOMINIQUE C.

VALENZUELA LICANQUEO, JASNA K

PROFESOR GUÍA:

ALONSO QUIROZ MEZA.

SANTIAGO, CHILE

AÑO 2013

“No podemos enseñar nada a nadie. Tan sólo podemos ayudar a que descubran por sí mismos”

Galileo Galilei

Agradecimientos

Siempre actuare como he querido actuar, no me doblegare jamás se lo que soy y donde quiero llegar y quien me acompaña. En este camino de altos y bajos donde prima lo económico dejando de lado el valor fundamental de la educación, he ido adquiriendo conocimientos, sabiduría y respeto por el que me acompaña en este camino.

No me guiare por lo de los demás busco como continuar, nunca mire quien me persigue atrás sigo firme en mi pasar, en este pasar donde mi familia cumplió un rol fundamental, sin ellos no hubiera podido sustentar toda esta carga emocional que a momentos fueron duros y difíciles. La vida siempre tiene obstáculos y trancas en el camino, pero como lidiamos con esto? Sin duda no son fáciles, aprendí que la vida es dura y que uno a veces no espera esos golpes.

Quiero agradecer a todas aquellas personas que aparecieron en el camino, amigos, compañeros, mis compañeras de tesis, etc. En especial a mi hija maravillosa que es la luz de mis ojos, la flor de mi corazón, la tranquilidad en mi vida, sin ella y sin su cariño no hubiera podido seguir adelante. Como no agradecer a todos aquellos profesores que toman la formación inicial como un desafío para la sociedad, a todos los profesores que vieron mi camino transitar y reconocer...solo quiero decir gracias. Lo más importante sin duda es lo familiar un especial agradecimiento a ellos que siempre están cuando uno los necesita, también quiero agradecer a ella quien fue pilar fundamental en mi carrera y el apoyo constante. A todos ellos de corazón, les digo gracias

Alexis Fernández Quintanilla.

Todo lo que comienza debe terminar, y ya hoy comienzo a despedirme de este hermoso ciclo de formación que viví durante cinco años. No ha sido fácil llegar hasta esta instancia, cada año fue un desafío, en donde se ponían a prueba mis capacidades. Pero todo esto no lo podría haber logrado sin el apoyo y la ayuda de muchos.

En primera instancia quiero agradecer a Dios, es el pilar fundamental de toda mi vida, mi soporte, mi compañía. Si estoy donde estoy es gracias a Él y es por eso, que cada una de las cosas que hago son con Él, para Él y por Él. Es gracias a Él que tengo una familia realmente maravillosa, que me ha brindado todo el apoyo, y las fuerzas necesarias para yo seguir y cumplir mis metas.

Gracias Papa, por tu apoyo incondicional siempre. Gracias por todas esas conversaciones, gracias por todos tus retos, gracias por siempre estar ahí, día a día, aunque sea con una llamada, preocupándote. Mi vida sin ti no sería la misma, te amo. Mama hermosa, agradecerte por todos esos pequeños detalles que tienes a diario conmigo, gracias por estar siempre ahí, por apoyarme cuando ha sido necesario, gracias por ser la mejor del universo entero y por ser mi orgullo, gracias por brindarme siempre las ganas de seguir con esta hermosa profesión. Mama te amo. Querido y amado hermano, has sido lo fundamental en mi vida y siempre lo he dicho, no hay nada que me dé más fuerza que verte y saber que estas ahí para mí cuando te necesito, eres mi todo. Gracias por hacerme sentir que tanto tu como mis papas están orgullosos de mis logros.

No puedo dejar de agradecer a quien ha sido el apoyo fundamental durante estos cinco años, ha sido mi compañero, mi amigo, mi profesor y mi amor, gracias por tu apoyo incondicional durante estos cinco hermosos años de carrera, en ti encontré todo lo que he buscado. Te amo por sobretodo.

Y por último agradecer a cada uno de mis profesores, desde los que me motivaron en el colegio a seguir con esta profesión, hasta cada uno de los que me entregaron una gran formación durante mi vida universitaria. A mi segunda familia que sin ellos este proceso no hubiese sido el mismo, a mis amigos, cada año llegan y van pero los que permanecen son aquellos que siempre llevare en mi corazón. A mis compañeros de tesis, que ya no son compañero si no amigos. A todos de corazón, mil gracias.

Dominique Muñoz Riquelme.

El presente trabajo primeramente me gustaría gratificar a Dios por bendecirme para llegar hasta donde he llegado y además me gustaría que estas líneas sirvieran para expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización del presente trabajo y de mis sueños.

Con todo mi cariño, estas sinceras y profundas palabras.

Padres, tíos y amigos, desde pequeña tuve desconfianza de todo en esta vida, pero ustedes con su paciencia, comprensión y apoyo incondicional, hicieron que yo lograra una parte de mis anhelos, gracias por todo lo que me han entregado, siempre los tendré en mi corazón.

Jasna Valenzuela Licanqueo.

ÍNDICE

RESUMEN	7
ABSTRACT	8
INTRODUCCIÓN	9
1 EL PROBLEMA.	11
1.1 Antecedentes teóricos y/o empíricos observados.....	11
1.2 Justificación e importancia.....	19
1.3 Definición del problema.....	20
2 OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS.....	21
2.1 Objetivo general:	21
2.2 Objetivo específico:.....	21
3 MARCO TEÓRICO.....	22
3.1 Ingeniería didáctica.	22
3.1.1 Fases de la ingeniería didáctica:	23
3.2 Obstáculos Didácticos	24
3.3 Saber Sabio	25
3.4 Planes y Programas.....	27
3.5 Texto del MINEDUC	30
4 MARCO METODOLÓGICO	33
4.1 Enfoques de Investigación	33
4.2 Tipos de Estudio.....	36
4.3 Métodos de investigación	38
4.4 Tipos de Investigación	39
4.5 Conclusiones sobre la Investigación.	40
Tipo de investigación.....	40
5 DESARROLLO DEL ESTUDIO.....	41
6 ANÁLISIS DE DATOS.....	54
CONCLUSIONES.....	82
BIBLIOGRAFÍA.....	84
ANEXO 1: CARTA PARA LA VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO EVALUATIVO (ENCUESTA).....	85
ANEXO 2: RESPUESTAS ESTUDIANTES ENCUESTADOS	97
ANEXO 3: FIRMAS PROFESORES VALIDADORES DE INSTRUMENTO.....	105

RESUMEN

Esta investigación, tiene como principal objetivo, lograr generar una secuencia didáctica, con relación al contenido de ecuaciones literales de primer año medio, focalizándose en el diagnóstico generado en la investigación previamente validado por expertos. Es mediante el estudio de casos, que se pretende determinar, cual es el nivel de conocimientos tanto conceptuales como procedimentales, que tienen los estudiantes, con respecto a los contenidos referidos en esta investigación, para así lograr generar una planificación y diferentes actividades, que sean un apoyo tanto para docentes como para estudiantes, que les dificulte la comprensión de este contenido.

Se realiza una revisión de cada uno de los componentes que son mas importantes dentro de la implementación del contenido de las ecuaciones lineales literales, como son la revisión de los planes y programas propuestos por el Ministerio de Educación, como también se realiza una revisión, de los textos del MINEDUC, de la historia de las ecuaciones, etc.

Se plantea una Encuesta tipo cuestionario (Instrumento diagnóstico secuencia didáctica), con respuestas abiertas, con un total de nueve preguntas para estudiantes del nivel de primer año medio, con la finalidad de medir cuáles son los conocimientos previos que tienen adquiridos desde el nivel de octavo año básico, y si estos ya manejan el contenido de ecuaciones lineales literales, que es visto propiamente tal en su nivel.

Es mediante el análisis realizado, en base a los resultados obtenidos de las encuestas aplicadas a los colegios, que se determina si los estudiantes manejan el contenido, o si realmente les genera grandes dificultades, para con esto levantar las actividades antes mencionadas, con la finalidad de ser aplicadas en un futuro.

ABSTRACT

This research has as main objective, to achieve generate a teaching sequence in relation to the contents of literal equations of the first half year, focusing on the diagnosis prior research generated previously validated by experts. It is through the case study, which aims to determine, what is the level of both conceptual knowledge and procedural, that students have with respect to the contents referred to in this research, in order to achieve generation planning and various activities that are support for both teachers and students, which makes it difficult for them to understand this content.

A review of each of the components that are most important in the implementation of the content of the literal linear equations is performed, such as the review of plans and programs proposed by the Ministry of Education, as a review is also made of MINEDUC texts, history of equations, etc.

Survey questionnaire type (Diagnostic Instrument teaching sequence), with open-ended responses, a total of nine questions for students in first half year level, in order to measure what the previous knowledge they have acquired from the eighth level arises grade, and if they already handle the literal content of linear equations, which is seen as such on their level.

It is through the analysis, based on the results of surveys of schools, it is determined if the students manage the content, or if it actually generates them great difficulties, with this lift the above activities, in order to be applied in future.

INTRODUCCIÓN

Durante años pocas asignaturas son víctima de tantos prejuicios y concepciones erradas al mismo nivel que las matemáticas. Los adolescentes suelen estar poco interesados en el desarrollo de su habilidad y destreza matemática, en algunos casos sienten temor, cuando presienten que esta clase se acerca.

El Área de Matemáticas en especial el eje de álgebra dentro de las aulas es considerada por el propio alumnado como una materia difícil y las evaluaciones (simce) así lo demuestran con un alto porcentaje de fracaso escolar. Es evidente que existen personas que tienen un talento innato para esta materia y a otros les cuesta mucho más entender los conceptos, definiciones y teoremas, en donde las razones son numerosas.

Entre ellas existen 4 fundamentales:

- ✓ Los estudiantes deben ir acumulando una serie de conocimientos, en los cuales se deben sostenerse para construir nuevos saberes, esto quiere decir que los conocimientos son una especie de escalera donde no se puede pasar al segundo escalón sin haber comprendido el primero.
- ✓ Las matemáticas no son bien enseñadas debido a que los docentes no cuentan con una buena formación para enseñar esta área.
- ✓ Los docentes tienen la ilusión de que si ellos enseñan bien estos conceptos matemáticos, los alumnos tienen que aprenderlos bien. Sin embargo, el proceso de aprendizaje requiere cierto tiempo que suelen ser largo y no siempre aunque se explique de una forma correcta se aprende bien, ya que los estudiantes suelen caer en constantes errores que luego se transforman en un obstáculo para el aprendizaje de esta área.
- ✓ Las estrategias de enseñanza que utiliza el docente por lo general son rígidas, expositivas y de carácter demostrativo, no siendo aplicadas al contexto del estudiante, debido a esto los alumnos ven las matemáticas como inútil y abstracta, no interesándoles.

En el pensamiento de los estudiantes, la idea de lo que les gusta hacer y para lo que son buenos están estrechamente relacionados; cuesta trabajo romper con esta mentalidad y que los escolares lleguen a pensar que algo para lo que no son muy buenos, los pueda atraer de tal forma que ellos tengan ganas de querer aprenderlo.

A lo largo del tiempo se han propuesto variadas metodologías de enseñanza para lograr que los estudiantes mejoren su proceso cognitivo en esta área; En donde el docente debe poner en práctica su creatividad para diversificar la enseñanza, con un poco de imaginación los trabajos rutinarios los ha transformado en actividades desafiantes e interesantes para el alumno.

En estas actividades los recursos para el aprendizaje juegan un rol fundamental, ya que se convierten en una estrategia que puede utilizar el docente para la motivación, permitiéndole al docente incrementar sus potencialidades e incentivar su deseo de aprender.

Por ello es importante que los profesores hagan una revisión de las prácticas pedagógicas que emplean en la sala de clase y reflexionen sobre la manera en que han impartido los conocimientos, así podrán conducir su enseñanza con estrategias y recursos adecuados que le permitan al alumno construir de manera significativa el conocimiento y alcanzar el aprendizaje de una forma efectiva.

Debido a esto en la presente investigación los estudiantes de pedagogía en matemática e informática educativa, deciden reflexionar sobre las prácticas pedagógicas y analizar el motivo del fracaso escolar en matemática, el cual con mayor frecuencia se da en la unidad de álgebra y por esto optan diseñar una secuencia didáctica en apoyo a docentes, para la enseñanza de ecuaciones literales, en primer año medio, con el fin de mejorar los aprendizajes de los estudiantes sobre dicho contenido.

1. EL PROBLEMA.

1.1 Antecedentes teóricos y/o empíricos observados.

Durante años, una de las ramas más importancia dentro del área de las matemáticas es la unidad de algebra, la cual genera contenidos que se utilizan en los diferentes niveles de la educación media, contribuyendo al desarrollo de los ejes de: geometría, números y datos y azar. El algebra es una de las temáticas mas abordadas dentro de los establecimiento escolares y con mayores obstáculos en el aprendizaje. Es por esto, que uno de los antecedentes que evidencia dichos datos, son los resultados entregadas por el Ministerio de Educación, en la prueba que mide la Calidad de la enseñanza (SIMCE) implementada el año 2012.

Según cifras entregadas por el Ministerio, el sistema escolar chileno hasta el año 2010 contaba con 3.500.000 de estudiantes, distribuidos en los diferentes niveles y tipos de escuelas. De este total un 42% asiste a establecimientos Municipales, el 50% concurre a establecimientos Particulares Subvencionados y un 7% corresponde a estudiantes matriculados en colegios Particulares.

Además en el año 2010 existía un total 12.116 establecimientos educacionales. De los cuales un 48.11% son establecimientos Municipales, 45.69% particulares subvencionados, 5.62% Particular Pagado y solo 0.58% pertenecientes a una corporación de dependencia administrada.

Con lo que se puede concluir que 5.820 establecimientos son municipales lo que corresponde a menos de la mitad, en donde los alumnos no deben pagar para recibir educación, mientras que más del 50% de los colegios se debe cancelar algún arancel anual o mensual para que los estudiantes sean educados.

Dependencia Administrativa	Cantidad De Colegios	Porcentual
Municipales	5.820	48,11%
Particular Subvencionado	5.536	45,69%
Particular Pagado	681	5,62%
Administración Delegada	70	0,58%
Total	12116	100%

Tabla N°1

La larga trayectoria de mediciones del SIMCE en Chile y la participación en pruebas internacionales permiten ponderar los resultados a la luz de las tendencias de años previos, sin caer en celebraciones o depresiones por algunos puntos que suben o bajan cada año.

En base a los datos anteriores, se decide elaborar un estudio de casos, con tres colegios diferentes para dar más solidez, a los bajos resultados en el aprendizaje del álgebra. Primero se analizarán los resultados SIMCE de Octavo Año Básico, con la finalidad de establecer la continuidad del eje del álgebra con respecto al contenido a tratar en la investigación.

A nivel nacional, los puntajes promedios obtenidos en Octavo año Básico, en la prueba SIMCE 2011, son de 258 puntos y los obtenidos en el año 2009 son de 260 puntos existiendo una baja de dos puntos en el transcurso de dos años.

Prueba	Puntaje promedio 2011	Puntaje promedio evaluación 2009	Variación respecto de la evaluación 2009
Lectura	254	252	• 2
Matemática	258	260	• -2
Ciencias Naturales	262	259	• 3
Historia, Geografía y Ciencias Sociales	259	251	↑ 8

- : Indica que el puntaje promedio del año 2011 es similar al puntaje promedio de la evaluación 2009.
- ↑: Indica que el puntaje promedio del año 2011 es significativamente² más alto que el puntaje promedio de la evaluación 2009.

Imagen N°1

Dentro del eje de algebra en octavo año básico se evalúan en el SIMCE los siguientes contenidos (observar la tabla):

Ejes temáticos	Aprendizajes evaluados
Números	Utilizar y operar con números enteros, decimales positivos, fracciones positivas, proporciones, porcentajes y potencias de base natural y exponente entero y operar con ellos. Aplicar los contenidos anteriormente señalados para resolver problemas numéricos, verificar proposiciones simples y emplear resultados para fundamentar opiniones y tomar decisiones.
Álgebra	Utilizar y operar con expresiones algebraicas no fraccionarias simples. Aplicar estos contenidos para representar diversas situaciones, relaciones y regularidades. Resolver problemas por medio del planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.
Geometría	Calcular áreas de figuras planas, superficies y volúmenes de cuerpos geométricos, ángulos de polígonos, ángulos formados entre rectas paralelas cortadas por una transversal, calcular la longitud de la circunferencia y el área del círculo. Aplicar el teorema de Pitágoras y la capacidad de anticipar los efectos en el perímetro y área de polígonos, al variar la medida de uno o más de sus elementos (lados, ángulos, radio, etc.). Resolver problemas geométricos, utilizando procedimientos y estrategias adecuadas.
Datos y Azar	Usar tablas y gráficos (por ejemplo, gráfico de líneas, circulares o barras) y las medidas de tendencia central de una colección de datos. Aplicar estos conocimientos para organizar, interpretar y elaborar nueva información presentada en distintos formatos y contextos. Resolver problemas en los cuales deba elaborar información, a partir de datos entregados en tablas o gráficos.

Imagen N°2

Como se puede notar en el recuadro destacado se visualizan las principales habilidades y aprendizajes que debiesen manejar los estudiantes de Octavo año básico, entre ellos el más importante para la investigación es *“Resolver problemas por medio del planteamiento y la resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita”*

A continuación se presentara el nivel de aprendizaje y el promedio los resultados SIMCE, de los colegios con los cuales se realizara el estudio.

Liceo A: Liceo Santa Teresita. (Independencia, Santiago, RM)

En la siguiente tabla, se presenta el puntaje promedio en matemática, obtenido por los estudiantes de 8° año básico y la variación de los resultados en dos años.

Prueba	Puntaje promedio 2011	Variación 2009-2011
Matemática	248	• 4

• : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es similar al de la evaluación anterior.

Imagen N°3

Es de conocimiento, que la agencia de calidad, hace entrega a cada establecimiento de los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba SIMCE, con un desglose por eje temático, tomando en cuenta cual es el porcentaje de aprobación que los estudiantes tuvieron al momento de rendir la prueba.

8% de los estudiantes demuestra los aprendizajes del **NIVEL AVANZADO**.

Los alumnos que alcanzan este nivel relacionan sus conocimientos de los números enteros, decimales y fracciones, y resuelven problemas rutinarios¹ que involucran el uso de estos números. También resuelven problemas rutinarios de proporcionalidad directa que involucran porcentajes, establecen relaciones sencillas entre el lenguaje algebraico y situaciones cotidianas, y resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita. Además, establecen relaciones entre conocimientos de la geometría plana, usándolas para resolver problemas relativos al cálculo de medida de ángulos, áreas y perímetros, y calculan volúmenes de cuerpos geométricos. Asimismo, analizan información presentada en variados formatos² y resuelven problemas no rutinarios³ que involucran medidas de tendencia central.

(La imagen muestra el resumen del nivel de aprendizaje presentado para la unidad de álgebra).

En los resultados presentados se puede observar que solo el 8% de los estudiantes ha alcanzado el nivel avanzado, en la unidad de álgebra, por ende son capaces de:

- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita, en las cuales los coeficientes y las soluciones son números naturales.
- Identificar lo que representa la incógnita dentro de una ecuación que modela una situación sencilla.

Liceo B: Liceo Camilo Ortuzar Montt (Macul, Santiago, RM)

En la siguiente tabla, se presenta el puntaje promedio en matemática, obtenido por los estudiantes de 8° año básico, en el año 2011 y la variación de los resultados en dos años (2009-2011).

Prueba	Puntaje promedio 2011	Variación 2009-2011
Matemática	286	↓ -12

- : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es similar al de la evaluación anterior.
- ↑ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más alto en relación con la evaluación anterior.
- ↓ : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más bajo en relación con la evaluación anterior.

Imagen N°4

En el liceo Camilo Ortuzar Montt el porcentaje de aprobación, con un nivel avanzado fue de un 25%, siendo mayor que en el Liceo Santa Teresita que solo alcanza el 5%.

(La imagen muestra en resumen, el nivel de aprendizaje presentado para la unidad de álgebra, en el liceo Camilo Ortuzar Montt).

25% de los estudiantes demuestra los aprendizajes del **NIVEL AVANZADO**.

Los alumnos que alcanzan este nivel relacionan sus conocimientos de los números enteros, decimales y fracciones, y resuelven problemas rutinarios¹ que involucran el uso de estos números. También resuelven problemas rutinarios de proporcionalidad directa que involucran porcentajes, establecen relaciones sencillas entre el lenguaje algebraico y situaciones cotidianas, y resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita. Además, establecen relaciones entre conocimientos de la geometría plana, usándolas para resolver problemas relativos al cálculo de medida de ángulos, áreas y perímetros, y calculan volúmenes de cuerpos geométricos. Asimismo, analizan información presentada en variados formatos² y resuelven problemas no rutinarios³ que involucran medidas de tendencia central.

Liceo C: Liceo Froilán Yáñez de la Barra

En la siguiente tabla, se exhibe el puntaje promedio en matemática, obtenido por los alumnos de 8° año básico, en el año 2011, además de la diferencia de resultados que existe en dos años (2009-2011).

Prueba	Puntaje promedio 2011	Variación 2009-2011
Matemática	248	• 2

- : Indica que el puntaje promedio del establecimiento es similar al de la evaluación anterior.
- ↑: Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más alto en relación con la evaluación anterior.
- ↓: Indica que el puntaje promedio del establecimiento es significativamente más bajo en relación con la evaluación anterior.

Imagen N°5

El colegio Particular República Alemania Federal, el porcentaje de aprobación que alcanzo, con un nivel avanzado fue de un 4%, siendo menor que el Liceo Santa Teresita y el liceo Camilo Ortuzar Montt.

(La fotografía muestra en resumen, el nivel de aprendizaje presentado para la unidad de algebra, en el colegio Particular República Alemania Federal).

4% de los estudiantes demuestra los aprendizajes del **NIVEL AVANZADO**.

Los alumnos que alcanzan este nivel relacionan sus conocimientos de los números enteros, decimales y fracciones, y resuelven problemas rutinarios¹ que involucran el uso de estos números. También resuelven problemas rutinarios de proporcionalidad directa que involucran porcentajes, establecen relaciones sencillas entre el lenguaje algebraico y situaciones cotidianas, y resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita. Además, establecen relaciones entre conocimientos de la geometría plana, usándolas para resolver problemas relativos al cálculo de medida de ángulos, áreas y perímetros, y calculan volúmenes de cuerpos geométricos. Asimismo, analizan información presentada en variados formatos² y resuelven problemas no rutinarios³ que involucran medidas de tendencia central.

En el año 2012, se tomo la prueba SIMCE de aprendizaje y competencias matemáticas a los 2° años Medios, evaluando el logro de los contenidos y habilidades del currículo vigente.

En los resultados se ve reflejada la brecha entre los colegios municipales y particulares pagados, si bien ha disminuido, se mantiene a niveles escandalosos. Sólo los establecimientos pagados alcanzan el nivel apropiado, los particulares subvencionados y municipales se mantienen en nivel básico.

Con los avances observados, tardaremos más de 30 años en obtener los resultados óptimos en Matemática, por esto es necesario imponer un sentido de urgencia en las mejoras en educación, ya que miles de jóvenes necesitan que esta mejore hoy. En la siguiente tabla se puede observar los puntajes obtenidos en la evaluación del SIMCE de matemáticas, para el nivel de segundo año medio.¹

Prueba	Puntaje promedio nacional 2012	Variación 2010-2012
Comprensión de Lectura	259	• 0
Matemática	265	↑ 9

• Indica que el puntaje promedio 2012 es similar al de la evaluación anterior.
 ↑ Indica que el puntaje promedio 2012 es significativamente más alto que el de la evaluación anterior.
 ↓ Indica que el puntaje promedio 2012 es significativamente más bajo que el de la evaluación anterior.

Imagen N°6

A continuación se presenta en el cuadro los puntajes promedios del SIMCE, según la dependencia administrativa y su variación respecto de la evaluación del año 2010.

Dependencia administrativa	Comprensión de Lectura		Matemática	
	Promedio 2012	Variación 2010-2012	Promedio 2012	Variación 2010-2012
Municipal	244	• 0	241	↑ 6
Particular subvencionado	262	• 0	270	↑ 9
Particular pagado	303	↓ -6	335	↑ 9

Imagen N°7

¹ Síntesis de Resultados SIMCE 2012, II Educación Media. Agencia de Calidad de la Educación.

Al Examinar los datos, si bien los colegios particulares alcanzan puntajes superiores a los particulares subvencionados y municipales, esta cifra tiene su explicación cuando se observa el detalle por nivel socioeconómico. Realizando este análisis, los resultados tienen relación directa con el nivel socioeconómico, de esta manera nos demuestra que nos falta, mucho para superar la profunda inequidad del sistema educativo chileno.

Grupos NSE	Proporción de la Población	Nivel de Educación de los padres	Rango de Ingreso Familiares
ABC1	7,20%	Universitaria Completa	\$1.700.000 a \$ 3.500.000 o mas
C2	15,40%	Técnica Completa o Universitaria incompleta	\$600.000 a \$ 1.200.000
C3	22,40%	Media Completa	\$ 400.000 a \$ 500.000
D	34,80%	Media Incompleta	\$ 200.000 a \$ 300.000
E	20,30%	Básica Incompleta	Igual o menor a \$ 160.000

Tabla N°2

Teniendo en cuenta los ingresos que posee cada nivel socioeconómico, como se presenta en la tabla n°1, podemos notar que los ingresos monetarios, están directamente ligados al nivel educacional de los padres, por lo que los puntajes SIMCE, presentados en la siguiente tabla anteriores (Tabla n°1, n°2), tendrán directa relación con los factores socioeconómicos e ingresos que tienen los padres de los estudiantes.

1.2 Justificación e importancia

Como ha venido ocurriendo desde hace varios años atrás, los resultados de la prueba PISA y del SIMCE evidencian, las condiciones educativas del país están muy lejanas de lo que merecen y necesitan los estudiantes para competir y triunfar en el mundo.

La inestabilidad en la que reina el proceso de enseñanza-aprendizaje ha ido en desmedro de elementos esenciales para el estudio de las matemáticas, como la enseñanza del álgebra, los números y la geometría.

Es por ello que el país necesita cambios profundos en la educación, como “*aprender a aprender*”, con lo que se hace referencia a los desafíos educativos desde el punto de vista del desarrollo cognitivo. En una época en donde la información y el conocimiento han adquirido una relevancia esencial, ya no se puede limitar la educación a una sola etapa de la vida, sino que es necesario que se convierta en un elemento siempre presente. Asimismo, es necesario modificar la tarea educativa como mero instrumento de transmisión de información y priorizar el proceso de aprendizaje.

“El conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad pre-existente, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente que va construyendo progresivamente modelos explicativos cada vez más complejos”. (Garzón, 1999).

Por ello al no fijarnos en el proceso de asimilación del estudiante para adquirir nuevos conocimientos, perdemos elementos esenciales para generar una enseñanza íntegra de las matemáticas.

Siendo cada vez más fácil identificar políticas públicas y privadas que han ido en mejora de la didáctica en los profesores, pero seguimos dictando las mismas prácticas que hace 20 años y continuamos enseñando el álgebra inicial siguiendo una tradición centrada en la manipulación de símbolos y fórmulas.

La busca de nuevas estrategias para la educación integral, está en constante movimiento, es por ello la necesidad de generar instrumentos que ayuden al profesorado en esta problemática habitual dentro de nuestras aulas de clases. Buscar nuevos caminos para asimilar de mejor manera el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra inicial, es donde ahí nace nuestro principal objetivo.

1.3 Definición del problema

En los últimos años la relevancia que ido adquiriendo el arte de saber transmitir los conocimientos de la forma más adecuada para su asimilación, ha significado el interés de muchos estudios, siendo fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje es por ello que surgen los contenidos, materiales y juegos didácticos; diseñado con el fin de mejorar la enseñanza.

La didáctica es la disciplina pedagógica de carácter práctico y normativo que tiene como objeto específico la técnica de la enseñanza, esto es, la técnica de incentivar y orientar eficazmente a los alumnos en su aprendizaje, lo cual no siempre se logra.

Los objetivos de la enseñanza constituyen componentes rectores en el proceso de enseñanza- aprendizaje esto quiere decir que son normas que definen el propósito y las aspiraciones que queremos lograr en los estudiantes como fin del proceso docente-educativo. Por ello si el propósito de cada clase es un objetivo en específico, que regularmente se dice que se cumple ¿Por qué no se logran buenos resultados, en los diversos tipos de evaluación?

Cada vez que no puede responder a este tipo de preguntas, nos damos cuenta que en la enseñanza suelen conseguirse resultados que no eran el objetivo. La obtención de estos resultados no tiene que ser considerada negativa, mientras que se realice un análisis de los errores cometidos.

Es así que mediante un análisis de planes, programas y las prácticas profesionales, hemos decidido otorgarle una mejora a la enseñanza, en especial a las ecuaciones de primer grado, ya que los alumnos de 1° a 4° medio cometen errores constante al resolverlas, es por ello que se creara una secuencia didacta que podrá mejor la enseñanza y el aprendizaje de estas.

2 OBJETIVOS GENERALES Y ESPECÍFICOS.

2.1 Objetivo general:

Diseñar una secuencia didáctica, que permita mejorar la enseñanza de las ecuaciones de primer grado.

2.2 Objetivo específico:

- Identificar los elementos del análisis a priori para poder generar una secuencia didáctica, adecuada para la unidad de algebra en primer año medio.
- Generar una secuencia didáctica para el contenido de ecuaciones lineales para alumnos de primer año medio

3 MARCO TEÓRICO

3.1 Ingeniería didáctica.

La noción de ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas a comienzos de los años ochenta. Se denominó con este término a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico.

El nacimiento de la ingeniería didáctica, nace a partir de la necesidad de abordar de manera científica las cuestiones vinculadas a la enseñanza y el aprendizaje. *“modelo propio de la actividad matemática, debido a que los anteriores modelos no se habían construido para responder a los mismos problemas que se plantea la didáctica Matemática”* (Quintana, 2010)

Artigue menciona que: *“se denomina ingeniería didáctica a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control científico. Sin embargo al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios, disponibles.”* (Artigue, 1995).

Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Allí se distinguen por lo general dos niveles: el micro-ingeniería y la macro-ingeniería, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación. Las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de llevar a la práctica. Sin embargo, si bien ellas permiten tener en cuenta de manera local la complejidad de los fenómenos de clase, no la dejan unir con la complejidad esencial de los fenómenos asociados con la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje. Tampoco permiten necesariamente distinguir de forma coherente los objetos de conocimiento. Las investigaciones de macro-ingeniería, a pesar de todas las dificultades metodológicas e institucionales que imponen, se hacen indispensables. (Artigue, 1995)

3.1.1 Fases de la ingeniería didáctica:

- **Primera fase:** “análisis preliminares”: en esta etapa, se establece la base teórica de la investigación, el estado del arte con respecto al tema a trabajar. Además se realizan ciertos análisis que se permiten establecer evidencias de la situación del entendimiento, entre estos, análisis etimológico, análisis de enseñanza tradicional y sus resultados, como enfrenta y presenta el contenido la escuela en sí, los planes y programas, análisis del aprendizaje relacionados, análisis de las concepciones de los estudiantes, sus dificultades, errores y obstáculos didácticos, se establecen los objetivos y las restricciones de la investigación.
- **Segunda fase:** “concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas”: en esta fase, luego de tener bien claras las restricciones, se establecen las variables, en las cuales se trabajara en la investigación y de qué forma serán abordadas. Estas variables son diversas, entre las que se distingue Artigue están, variables macro-didácticas y micro-didácticas. En esta etapa se levantan las hipótesis de la investigación y expectativas, se predice que resultados se pueden obtener y en base a esto se comienza a diseñar la secuencia didáctica.
- **Tercera fase:** “Experimentación”: en esta fase se entra en contacto con el objeto de la investigación, con los estudiantes y profesor, el investigador pone en escena el diseño, y observa los sucesos a desarrollar, en esta experimentación se espera respetar las selecciones y deliberaciones del análisis a priori.
- **Cuarta fase:** “Análisis a posteriori y evaluación”: en esta fase, se contrastan las conjeturas realizadas en el análisis a priori, con los resultados de la experimentación, se analiza si los objetivos son logrados y en que situaciones se desviaron los resultados de lo esperado, todo esto mediante las producciones de los estudiantes y por los registros de la experimentación. Esta etapa permite mejorar el instrumento, con el fin de que cada actividad tenga la intencionalidad adecuada, los objetivos se cumplan y que sea coherente con los objetivos que se desean lograr.

3.2 Obstáculos Didácticos

Obstáculo: La noción de **obstáculo** en Didáctica de la Matemática fue introducida por Brousseau (1983) y da las **siguientes características**:

Es un conocimiento que surge en el proceso de aprendizaje y permite que el estudiante de respuestas a determinados problemas o inquietudes, ya que cuando se aplica a otro tipo de problemas falla. Debido a su gran éxito previo se resiste a un cambio, transformándose en una barrera para un nuevo aprendizaje, la cual no se construye por un tiempo esporádico sino persistente y resistente. El obstáculo se revela por medio de errores constantes cometidos por los alumnos y para superarlos se crean situaciones didácticas, en donde los alumnos toman conciencia de lo necesario que es cambiar sus concepciones

Se distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

- **Obstáculos Ontogenéticos:** A veces llamados obstáculos psicogenéticos: se deben a las características del desarrollo del niño.
- **Obstáculos Didácticos:** Que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. En esta interacción dialéctica, la noción de obstáculo aparece como fundamental debido a que éstos surgen en el proceso de aprendizaje por la confrontación que de conocimientos efectúa el estudiante, así, habrá de enfrentarlos y superarlos para lograr **un conocimiento científico**.
- **Obstáculos Epistemológicos:** *“intrínsecamente relacionados con el propio concepto. Es posible encontrarlos en la historia de los conceptos mismos, lo cual no implica que se habrán de reproducir en situación escolar necesariamente las mismas condiciones históricas en que se han superado. Brousseau introdujo a la didáctica, en 1976, esta noción de obstáculo epistemológico como un medio para cambiar el status del error, así fue posible mostrar que el error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre o del azar, como lo conciben las teorías conductistas, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, que incluso habiendo sido exitoso se presenta como falso o inadaptado.”* (2006)

3.3 Saber Sabio

“...para los docentes [enseñar] significa, por un lado, la conversión de un conocimiento en códigos entendibles, develando los objetos, las maneras de argumentación, los fenómenos, los principios, las leyes, los métodos, los modelos propios de su saber, disciplina o profesión, para que incidan de manera deliberada en los procesos de transformación de sus estudiantes [...] en la búsqueda de la formación integral; y por el otro lado, significa la conversión del conocimiento para hacer posible el aprendizaje y la formación intelectual...” (Segura, 2006: 146-147).

Dentro de los aprendizajes esperados para el nivel de primer año medio, se encuentra:

AE 03

Establecer estrategias para resolver ecuaciones lineales.

Por lo que es necesario manejar algunos conceptos previos antes de cumplir a cabalidad el aprendizaje esperado, que anteriormente se nos presenta, como por ejemplo *¿qué es una ecuación lineal?, ¿qué es una variable?, ¿qué se pretende con una ecuación lineal?* A continuación se dará respuesta a estas y otras interrogantes que nos surgen, antes de tener un manejo completo del contenido.

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN LINEAL?

Una ecuación lineal nace con tratar de expresar algebraicamente una situación cotidiana

“Una ecuación lineal en los números reales es una expresión de la forma:

$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + \dots + a_nx_n = b$, donde $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ son números reales llamados coeficientes numéricos, b es un número real llamado término independiente y $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ son los incógnitos o variables”
(Escobar, 2007)

Según el Mapa de Progreso de Educación Matemática del eje de Álgebra, las nociones básicas para la comprensión e inclusión de una ecuación, comienza en el nivel 1 comprendiendo una igualdad entre dos expresiones, determinando valores desconocidos o variables considerándolo a través de las distintas operaciones matemáticas, luego comprendiendo que las variables pueden tomar distintos valores según lo que el contexto requiera, por lo que se determina que una expresión puede tener distintas representaciones algebraicas similares, resolviendo a través de esto ecuaciones de primer grado con una incógnita. El alumno puede relacionar sus conocimientos traduciendo ecuaciones desde el lenguaje natural lenguaje algebraico y viceversa. Relacionando así las ecuaciones con funciones lineales en contextos cotidianos donde podemos determinar tanto variables dependientes como independientes. Legando a que puedan utilizar modelos de variación proporcional.

3.4 Planes y Programas.

“Matemática programa de estudio Primer año Medio”, Ministerio de educación.

Algebra: es una de las cuatro unidades que está presente en el programa de estudio de 1° año medio, a la cual se le destinaron setenta horas pedagógicas.

Posee seis aprendizajes esperados (AE), ahora denominados “*Objetivos de Aprendizaje*” y estos son:

- **AE 01**

Identificar patrones en multiplicaciones de expresiones algebraicas no fraccionarias.

- **AE 02**

Factorizar expresiones algebraicas no fraccionarias.

- **AE 03**

Establecer estrategias para resolver ecuaciones literales.

- **AE 04**

Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín.

- **AE 05**

Realizar composiciones de funciones y establecer algunas propiedades algebraicas de esta operación.

- **AE 06**

Resolver problemas asociados a situaciones cuyos modelos son ecuaciones literales de primer grado.

El propósito de la unidad es entregar la oportunidad a los alumnos de explorar naturalmente contextos multiplicativos de expresiones algebraicas y desarrollar productos, productos notables y factorizaciones de expresiones algebraicas. El programa de estudio prioriza el desarrollo de multiplicaciones algebraicas, la comprensión del procedimiento y descubrimiento de reglas y propiedades a través de la formulación y verificación de conjeturas.

Por otra parte si nos referimos a la progresión en el aprendizaje relacionado con funciones, se introduce el estudio de la función lineal y afín. En donde se propone que los estudiantes identifiquen y representen las funciones a través de tablas, gráficos y algebraicamente.

Finalmente en este nivel se trabaja la composición de funciones como un paso más en el estudio de ellas. Este contenido se conecta mas adelante con la unidad de geometría, en la cual se trata bajo la mirada de transformaciones isométricas.

Los contenidos en esta unidad constituyen la base sobre la cual se programarán las actividades de enseñanza-aprendizaje con el fin de alcanzar lo expresado en los objetivos y son:

- Funciones lineales y afines como modelos de situaciones
- Representación grafica de funciones lineales y afines
- Resolución de problemas mediante ecuaciones literales.
- Composición de funciones y propiedades asociadas
- Dominio y recorrido de funciones

Conocimientos previos en la unidad de algebra, es la información que el individuo tiene almacenada en su memoria, debido a sus experiencias pasadas y estos son los siguientes:

- Concepto de variable
- Dependencia e independencia de variables.
- Variación proporcional directa e inversa.
- Concepto de función
- Dominio y recorrido de una función
- Representación grafica de funciones
- Ecuación de primer grado con dos incógnitas

Las habilidades que se necesitan en la unidad de algebra constituyen una base fundamental para que el individuo desarrolle sus capacidades y realice aprendizajes significativos. Y son:

- Resolver problemas mediante ecuaciones literales.
- Factorizar expresiones algebraicas utilizando productos notables.
- Establecer los productos notables a través de la búsqueda de regularidades en la multiplicación d expresiones algebraicas.
- Modelar situaciones o fenómenos en diferentes contextos, utilizando funciones lineales.
- Representar gráficamente funciones lineales y afines.
- Resolver problemas que involucren la composición de funciones.
- Identificar el dominio y recorrido de las funciones.

3.5 Texto del MINEDUC

Es de conocimiento público, que el Ministerio de Educación, proporciona grandes cantidades de textos escolares, para las diferentes asignaturas que se imparten dentro de los establecimientos escolares. Estos textos pertenecen a una sola editorial y actualmente, se hallan en página web del Ministerio, con lo que pueden ser utilizados por todo tipo de personas.

En la siguiente imagen se muestra el índice que pertenece a la unidad de álgebra, del texto destinado al estudiante de Primer año medio, con la finalidad, de visualizar como se les presentan los contenidos, con respecto a las ecuaciones literales.

En la fotografía también se puede apreciar el desglose de la unidad, en donde se encuentran destacados con amarillo los contenidos relevantes, para el estudio que se desea abordar.



Unidad 2	ÁLGEBRA	54
Para recordar		56
1. Variables		57
Aplicando lo aprendido		61
2. Términos semejantes		62
Aplicando lo aprendido		63
3. Potencias en álgebra		64
Aplicando lo aprendido		68
4. Igualdades y ecuaciones		69
Problema resuelto		71
Problema resuelto		72
Información en los medios		73
Aplicando lo aprendido		75
5. Generalidades numéricas		77
Aplicando lo aprendido		82
6. Patrones		84
Problema resuelto		86
Aplicando lo aprendido		87
Un poco de historia: Los polinomios		88
7. Producto de polinomios		89
Aplicando lo aprendido		92
8. Factorización: primera parte		93
9. Sigamos distribuyendo		95
Aplicando lo aprendido		96
10. Productos notables: el cuadrado del binomio		97
11. La suma por la diferencia		98
Aplicando lo aprendido		99
12. Factorización: segunda parte		100
13. El cuadrado es lo máximo		101
14. Demostración del Teorema de Pitágoras		103
Información en los medios		105
15. Función lineal y función afín		106
Aplicando lo aprendido		109
16. Función		110
Aplicando lo aprendido		113
17. Gráfico de una función afín		114
18. Interpretación de gráficos		118
Actividades finales		120
Autoevaluación		125

Imagen N°8

La siguiente imagen, corresponde a la presentación de la unidad de álgebra, en donde se puede visualizar el desglose de los diferentes contenidos, que van a ser visto dentro del desarrollo del módulo, entre ellos aparece como tal el contenido a trabajar en esta investigación, “resolver ecuaciones de primer grado con coeficiente numéricos y literales”.

Álgebra

Unidad 2

En el 2005 se celebró el año mundial de la Física. En ese año se cumplieron cien desde que Albert Einstein publicó su Teoría Especial de la Relatividad. Al año 1905 se le denomina *Annus Mirabilis* debido a la gran revolución que se produjo tanto en la física como en la Ciencia en general por los descubrimientos de Einstein. La Teoría de la Relatividad, utiliza resultados anteriores, debido a Lorentz, quien había definido transformaciones que involucran las velocidades relativas de los observadores. La Teoría de la Relatividad (TR) postula que la velocidad de la luz (que es $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ en el vacío) es la velocidad límite, esto es, nada se mueve más rápido que la luz. Otro de los resultados de la TR es que la energía es proporcional a la masa con constante el cuadrado de c , es decir, $E = mc^2$. Un resultado sorprendente en la TR es que la masa no es constante en el movimiento; es decir, la masa de un objeto depende de la velocidad con que se mueve, de hecho, si m_0 es la masa de un objeto en reposo, y m la masa cuando se mueve con velocidad v , se tiene la siguiente relación:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Al finalizar esta Unidad serás capaz de:

- Usar e interpretar convenciones algebraicas.
- Modelar situaciones o fenómeno mediante funciones lineales y afines.
- Representar situaciones que involucren cantidades variables.
- Resolver ecuaciones de primer grado con coeficientes numéricos y literales.
- Conjeturar y demostrar propiedades numéricas.

Temas que estudiaremos en esta Unidad:

- Términos semejantes.
- Factorización de polinomios.
- Productos notables.
- Función afín y función lineal.

Modelar situaciones o fenómeno mediante funciones lineales y afines.

- Función afín y función lineal.

Representar situaciones que involucren cantidades variables.

- Ecuaciones de primer grado con coeficientes numéricos y literales.

Resolver ecuaciones de primer grado con coeficientes numéricos y literales.

Imagen N°9

La idea principal de este apartado, es mostrar y analizar cómo se presenta el contenido de ecuaciones literales. En la imagen n°9, se logró visualizar, que el contenido de ecuaciones de primer grado, tanto numéricas como literales, están presente dentro del desglose de la unidad, sin embargo, en la imagen n°10 se logra ver, que el contenido de ecuaciones es presentado con un gran texto, en el cual mediante un ejemplo extenso se intenta explicar, lo que son las ecuaciones, pero no se logra ver ningún tipo de definición exacta de lo que son estas.

4 Igualdades y ecuaciones

En ciencias es muy importante conocer igualdades de expresiones algebraicas, ya hemos visto varias, por ejemplo:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$$

es una igualdad entre el periodo T de un péndulo con el largo de la cuerda L que lo sostiene y la aceleración de gravedad g .

Podría ocurrir que sea fácil medir el periodo de oscilación (el tiempo que toma en volver a su posición inicial), pero no tener acceso al péndulo, de modo que no se pueda medir directamente el largo de la cuerda. ¿Cómo hacer para conocer el largo de la cuerda?

Lo que debiéramos hacer sería obtener una relación, a partir de la anterior, que presente a L sola, en un lado de la igualdad y al otro todos los demás términos. Para ello necesitamos saber qué operaciones podemos realizar en una igualdad, para que ésta siga siendo cierta.

Podemos pensar una igualdad como si fuera un espejo: que corresponde al signo igual y ambos lados de la igualdad son el objeto real y su reflejo.

Si uno está frente a un espejo y se pone un sombrero, obviamente en la imagen reflejada apareceremos con un sombrero, pues si no, no seríamos iguales a la imagen reflejada. Si se nos agrega un hermano al lado nuestro, en la imagen aparecerá nuestro hermano. Con las igualdades algebraicas pasa lo mismo, si hacemos una cosa a un lado de la igualdad debemos hacer lo mismo al otro lado; por ejemplo, si a un lado multiplicamos por 2, al otro lado debemos multiplicar por 2 para mantener la igualdad, si a un lado restamos a , al otro lado también debemos restar a . En este sentido es correcto multiplicar en ambos lados por cero, pero la ecuación que resulta no es equivalente a la primera, pues se pierde toda la información.

Por ejemplo, en la igualdad $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$ podemos sumar 20 a ambos lados y resulta:

$$T^2 + 20 = 4\pi^2 \frac{L}{g} + 20$$

lo que es cierto, pero puede que no sirva para nada.

Tomemos la igualdad inicial $T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g}$ y multipliquemos por g , resulta:

$$gT^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \cdot g = 4\pi^2 L, \text{ ahora multipliquemos por } \frac{1}{4\pi^2}$$

$$\frac{gT^2}{4\pi^2} = 4\pi^2 L \cdot \frac{1}{4\pi^2} = \frac{4\pi^2}{4\pi^2} L = 1L = L$$

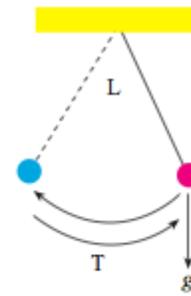


Imagen N°10

4 MARCO METODOLÓGICO

Para poder dar cuenta de la investigación, el enfoque que se desea dar, al tipo de estudio que se pretende realizar, es necesario que se consideren algunos elementos esenciales de los procesos investigativos (enfoque, tipos de estudios).

Debido a esto, se hará un breve resumen con las características más importantes del enfoque cualitativo y cuantitativo, de los tipos de estudios (descriptivo, correlacional y explicativo), para dar forma y sustentar de manera clara el trabajo de estudio (tesis).

4.1 Enfoques de Investigación

Enfoque Cuantitativo, tienen las siguientes características:

- 1. Plantea un problema de estudio delimitado y concreto. Sus preguntas de investigación versan sobre cuestiones específicas.*
- 2. Para obtener resultados el investigador recolecta datos numéricos de los objetos, fenómenos o participantes, que estudia y analiza mediante procedimientos estadísticos.*
- 3. La recolección de datos se fundamenta en la medición (se miden variables o conceptos contenidos en las hipótesis). Esta recolección o medición se lleva a cabo al utilizar procedimientos estandarizados y aceptados por una comunidad científica. Para que una investigación sea creíble y aceptada por otros investigadores, debe demostrarse que se siguieron tales procedimientos. Como en este enfoque se pretende medir, los fenómenos estudiados deben poder observarse o medirse, en el “mundo real” (perdón por la necesaria redundancia).*
- 4. En una investigación cuantitativa se pretende generalizar los resultados encontrados en un grupo (muestra) a una colectividad mayor (universo o población). También se busca que los estudios efectuados puedan replicarse.*
- 5. Al final, con los estudios cuantitativos se pretende explicar y predecir los fenómenos investigados, buscando regularidades y relaciones causales entre elementos. Esto significa que la meta principal es la construcción y demostración de teorías (que explican y predicen).*

6. *Para este enfoque, si se sigue rigurosamente el proceso y, de acuerdo con ciertas reglas lógicas, los datos generados poseen los estándares de validez y confiabilidad, las conclusiones derivadas contribuirán a la generación de conocimiento* (Dr. Roberto Hernandez Sampieri, 2006)

Ha ido quedando en evidencia que el enfoque cuantitativo es un enfoque donde prima lo “cuanti”, es decir prima lo numérico por lo sobre “cuali” donde las características propias del sujeto pasan a segundo plano y solo le da importancia a lo evaluable sin consideran contextos o aspectos claros de cada una de las personas.

Continuando con el afán de dejar en claro los tipos de enfoques se señalaran algunas características importantes del enfoque cualitativo, para luego realizar un breve paralelo con respecto a los dos direcciones, lo que permita discriminar de mejor manera el trabajo de investigación.

Características principales del enfoque cualitativo:

1. *El investigador plantea un problema, pero no sigue un proceso claramente definido. Sus planteamientos no son tan específicos como en el enfoque cuantitativo.*
2. *El enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por lo cual el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos). También resultan de interés las interacciones entre individuos, grupos y colectividades. El investigador pregunta cuestiones generales y abiertas, recaba datos expresados a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal, así como visual, los cuales describe y analiza y los convierte en temas, esto es, conduce la indagación de una manera subjetiva y reconoce sus tendencias personales*
3. *Por lo expresado en los párrafos anteriores, el investigador cualitativo utiliza técnicas para recolectar datos como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida, interacción e introspección con grupos o comunidades.*

4. *El enfoque cualitativo puede definirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista (porque estudia a los objetos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales) e interpretativo (pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorgan)* (Dr. Roberto Hernandez Sampieri, 2006)

Cuadro comparativo (enfoque cuantitativo y cualitativo)	
<i>ENFOQUE CUANTITATIVO</i>	<i>ENFOQUE CUALITATIVO</i>
<ul style="list-style-type: none"> a) El tipo de preguntas de investigación, son más precisas y buscan algo en concreto b) Busca cuantificar (magnitud), los datos obtenidos, sin conocer contextos, la realidad no cambia a partir del estudio c) Describe, explica, y predice fenómenos d) El investigador es neutral y un mero espectador, no juzga y hace a un lado sus creencias e) Existe distancia con respecto a sus evaluados f) La naturaleza de los datos son cuantitativos (datos numéricos) 	<ul style="list-style-type: none"> a) El estudio puede ir variando a partir de las problemáticas que se le presenten en el camino b) La realidad si cambia a partir de las observaciones o mediciones que realiza el estudio. c) Describe, comprende y interpreta los fenómenos d) El investigador reconoce sus creencias y las hace parte de la investigación e) Se siente próximo y cercano a los elementos que está evaluando y suele haber contacto con el respecto f) Casos individuales, no representativos desde el punto de vista estadístico

Tabla N°3

Gracias a las características que tienen los diferentes enfoques, se puede discriminar y dirigir el trabajo en un solo sentido y afirmar con certeza qué tipo de estudio y de enfoque se desea dar.

Siguiendo con el afán de dejar totalmente claro el tipo de estudio y el enfoque que se pretende en la investigación.

Brevemente describiremos los tipos de estudios (descriptivo, correlacional o explicativo), a continuación:

4.2 Tipos de Estudio

Estudio descriptivo:

La finalidad de los estudios descriptivos, son esencialmente cuantificables, para poder definirlos de alguna forma, es necesario enumerar algunas características esenciales, para entender este tipo de estudio, entonces:

1. Medir
2. Recoger información
3. Cuantificar datos

Son algunas de las características básicas de los estudios descriptivos, el objetivo clave de este tipo de estudio, no es ver cómo se comportan las variables o se relacionan entre si, por lo tanto solo mide un objetivo claro *“Los estudios descriptivos únicamente pretenden medir recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o variables a las que se refieren, estos, su objetivo no es indicar como se relacionan las variables medidas.”* (Dr. Roberto Hernandez Sampieri, 2006).

En esta clase de estudios el investigador debe ser capaz de definir, o al menos visualizar los conceptos que se medirá (conceptos, variables, componentes, estudios, etc.) y sobre que o quienes recolecta los datos (personas, grupos, comunidades, instituciones, etc.). Por ejemplo, si vamos a medir los resultados PSU en los liceos, es necesario indicar que tipos de liceos son (municipales, particulares subvencionadas, particulares, etc.).

Estudio Correlacional:

En los estudios correlacional tiene como finalidad establecer la relación que existe entre dos o más variables evaluables en un contexto en particular. En algunos estudios, se pretende ejercer la relación entre dos variables, por ejemplo: la relación que existe entre las horas de estudio de un estudiante y la calificación que obtendrá en base a todas las horas de estudio.



Como se puede observar en el esquema, los estudios correlacionales hacen directa inferencia en la implicancia que tiene una variable con respecto a la otra, es decir con influye una en sobre la otra de manera si es de manera positiva o de manera negativa

“La utilidad principal de los estudios correlacionales es saber cómo se puede comportar un concepto o una variable al conocer el comportamiento de otras variables relacionadas. Es decir, intentar predecir el valor aproximado que tendría un grupo de individuos o casos en una variable, a partir del valor que poseen en la o las variables relacionadas.” (Dr. Roberto Hernandez Sampieri, 2006)

La investigación correlacional tiene, en alguna medida, un valor explicativo, aunque parcial, ya que el hecho de saber que dos conceptos o variables se relacionan aporta cierta información explicativa.

Estudio explicativo:

La finalidad de los estudios explicativos, va mas allá de la descripción de conceptos o fenómenos o establecer relaciones entre conceptos o variables, por lo tanto los estudios explicativos están dirigidos a responder las causas de los eventos, sucesos o fenómenos sociales o fenómenos físicos.

Los estudios explicativos se centran en:

1. Explicar porque ocurre un fenómeno.
2. Porque se relacionan dos variables.
3. Dar a conocer intenciones.

Los estudios explicativos son más estructurados que los demás y por eso implican: exploración, descripción, asociación y correlación. Además de proporcionar un sentido de entendimiento del fenómeno que se hará referencia. Investigación explicativa *“Pretende establecer las causas de los eventos, sucesos o fenómenos que se estudian.”* (Dr. Roberto Hernandez Sampieri, 2006).

Ya se ha dejado en evidencia los tipos de estudio y enfoques que existen para llevar a cabo una investigación, solo falta dar a conocer los métodos de investigación.

4.3 Métodos de investigación

Para llevar a cabo una estudio se pueden utilizar diversas técnicas de indagación, en donde todo dependerá si la investigación es cualitativa o cuantitativa.

Si la investigación es cualitativa, los métodos utilizados pueden ser:

- Etnográfica
- Estudio de casos
- El método biográfico

La etnografía

Igualmente conocida como investigación etnográfica o investigación cualitativa, establece un método de investigación útil en la identificación, análisis y solución de múltiples problemas de la educación. Esta técnica cambia el pensamiento positivista e incorpora el análisis de aspectos cualitativos dados por los comportamientos de los individuos, de sus relaciones sociales y de las interacciones con el contexto en que se desarrollan.

La etnografía es un término que se deriva de la antropología, puede considerarse también como un procedimiento de trabajo de ésta; se traduce etimológicamente como estudio de las etnias y significa el análisis del modo de vida de una raza o grupo de individuos, mediante la observación y descripción de lo que la gente hace, cómo se comportan y cómo interactúan entre sí, para describir sus creencias, valores, motivaciones, perspectivas y cómo éstos pueden variar en diferentes momentos y circunstancias; se puede decir que describe las múltiples formas de vida de los seres humanos.

Estudio de casos

El estudio de caso es un método cualitativo, que ha sido utilizada principalmente en las ciencias sociales, el cual analiza temas vigentes y reduce un amplio campo de investigación, Es apropiado para una investigación a pequeña escala, en un marco limitado de tiempo, espacio y recursos

El método biográfico

Desea comprender la totalidad social en profundidad, concibe una sociedad estructurada por medio de historias de vida, contada por sus protagonistas, las cuales son interpretadas posteriormente.

Esta investigación aporta una comprensión tentativa de un proceso social, utilizando técnicas como la entrevista y análisis documental de una manera profunda. Por esto se caracteriza por pertenecer al método de investigación cualitativo, siendo poco regido y fácilmente adaptable, con resultados más esenciales.

Y si la investigación que se desea llevar a cabo es cuantitativa las técnicas de investigación pueden ser las siguientes

- Experimental
- Cuasi--experimental

4.4 Tipos de Investigación

Investigación experimental

Es un procedimiento metodológico cuantitativo en el cual un grupo de individuos o conglomerado, son divididos en forma aleatoria en grupos de estudio, control y son analizados con respecto a un factor o medida que el investigador introduce para estudiar y evaluar.

Este método ha sido diseñado en base a los estudios en ciencias naturales y se caracteriza por la manipulación de una o varias variables independientes por parte del investigador, para estudiar los efectos de estas variaciones en las distintas variables dependientes.

Investigaciones cuasi-experimentales

En un diseños experimental, la asignación a los grupos experimentales y de control se realiza en forma aleatoria, para lograr lo más cercana posible una igualdad, de las características de los sujetos que conforman esos grupos. Los diseños en los cuales no se puede usar el azar para formar grupos reciben el nombre de cuasi-experimentales.

Después de conocer las características de las diferentes investigaciones, es necesario evidenciar el tipo de estudio que se ha llevado a cabo en esta ocasión. Para ello se identifica el tipo de investigación, con el enfoque y el método que se ocupa para el desarrollo de la investigación.

4.5 Conclusiones sobre la Investigación.

Tipo de investigación

Explicativo- correlacional ya que:

- Describe los conceptos o la relación que existen entre variables cuantificables, buscando una mejora en un contenido específico a través de una secuencia didáctica con propuestas concretas (actividades en función de una ingeniería didáctica previamente analizada, lo cual nos lleva a un estudio explorativo).
- Establece la relación que existe entre dos o más variables evaluables en un contexto en particular de forma negativa o positiva (en el caso de la investigación sería la encuesta aplicada a los alumnos con la cual a partir de los resultados se creara una secuencia didáctica)

Enfoque

Cualitativo debido a que:

- Observa el escenario y las personas que lo rodean. Los individuos o grupos no son reducidos a variables sino, consideradas como todos.
- Aparta sus propias creencias y perspectivas, todos los puntos de vista son valiosos en este estudio, ya que no se busca la verdad sino una comprensión detallada de las perspectivas de otras personas.
- Utiliza la encuesta y experiencias personales para recolectar datos.
- Destaca los casos individuales aunque no sean representativos para el estudio.
- Modifica la realidad a partir de las observaciones o mediciones que realiza el estudio.

Método

Estudio de casos ya que:

- Reduce un amplio campo de investigación.
- Es apropiado para una investigación a pequeña escala, en un marco limitado de tiempo, espacio y recursos.

5 DESARROLLO DEL ESTUDIO

Diseño de la investigación

El desarrollo de esta investigación consta de las siguientes etapas:

- ✓ En primer lugar se procedió a la recolección de los resultados SIMCE, de octavo año básico y de segundo medio, de los colegios: A, B y C.
- ✓ Enseguida se revisó el programa de estudio de primer año medio, entregados por el ministerio de Educación, para profundizar sobre la enseñanza actual del contenido.
- ✓ Luego se revisó la literatura sobre las teorías utilizadas.
- ✓ después se crea una encuesta para evidenciar el conocimiento que poseen los estudiantes sobre el contenido de ecuaciones literales.
- ✓ Y para finalizar en base a los resultados se crea una secuencia didáctica, que consta del diseño de actividades focalizadas en el estudiante. (la secuencia didáctica no será aplicada).

Guion Didáctico

Esta será la metodología que será utilizada para diseñar la secuencia didáctica que es el producto final de esta investigación, a continuación se explicará en qué consiste la ingeniería didáctica y sus distintos elementos.

Primera fase “análisis preliminares”

En Chile según planes y programas del MINEDUC, el estudio de las ecuaciones literales se trata en primer año medio, en la segunda unidad de álgebra. Previo a este nivel de enseñanza, los alumnos trabajan con el concepto de variables, el cual es fundamental para resolver dichas ecuaciones.

En esta secuencia solo trabajaremos en el tercer aprendizaje esperado, el cual se organiza en la educación tradicional, según planes y programas de la siguiente forma:

Prerrequisitos

- Concepto de variable

Habilidades

- Resolver problemas mediante ecuaciones literales

Actitudes

- Trabajo en equipo e iniciativa personal en la resolución de ecuaciones literales
- Tiene un orden y método para el registro de la información.

Aprendizajes Esperados	Sugerencias de indicadores de evolución
<i>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</i>	<i>Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje</i>
1.-Establecer estrategias para resolver ecuaciones de lineales	1.- Identificar los elementos básicos de las ecuaciones de primer grado. 2.-Comprender el concepto de igualdad en las ecuaciones de primer grado. 3.- Establecer estrategias para resolver las ecuaciones de primer grado.

Tabla N°4

Estado del Arte:

Por medio de tres estudios se podrá apreciar lo fundamental que es la creación de secuencia didáctica para la matemática.

“SECUENCIA DE ENSEÑANZA PARA SOLUCIONAR ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA”

Inés de Morenoy Lilia de Castellanos

En esta investigación se presenta la propuesta de una secuencia de actividades diseñadas para enseñar resolución de ecuaciones lineales con una incógnita. Al iniciar el proyecto se aplicó una prueba diagnóstica para identificar los errores típicos que cometen los alumnos al resolver ecuaciones, luego del análisis de datos se diseñó la secuencia tomando en consideración esos errores, para finalizar se implementa dicha secuencia, con el fin de realizar un análisis preliminar en el que se consideran aspectos del contenido matemático, como el aprendizaje y la enseñanza del tema.

La reflexión final que se realiza en la investigación fue entorno a los errores de los estudiantes, aportando ideas valiosas que dan lugar a recomendaciones para la enseñanza.

“SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES: UNA SECUENCIA DIDÁCTICA”

Sandra Mabel de Segura de Herrero

La presente investigación detalla la construcción y aplicación de una secuencia didáctica que facilita el aprendizaje y la solución de sistemas de ecuaciones lineales, al conjugar en ella situaciones que implican un trabajo en diferentes registros de representación semiótica y pasajes.

La base para elaborar para dicha secuencia son investigaciones hechas tanto sobre fenómenos relativos al uso de representaciones semióticas en el aprendizaje, es decir la necesidad de plantear al alumno actividades que induzcan a pasar por situación de acción formulación y validación—como sobre la explicación de problemas que atañen a la aprehensión de objetos matemáticos.

El objetivo de la investigación consiste en diseñar y poner a prueba una secuencia de enseñanza de calidad que vuelva asequible el aprendizaje y la solución de los objetivos sistemas de ecuaciones lineales, con miras a propiciar comportamientos matemáticos y cognitivos en el que hacer de los alumnos, haciendo que el tratamiento y pasaje de los registro de representación sea el eje el cual gire la construcción de actividades.

“DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA, DONDE SE GENERALIZA EL MÉTODO DE FACTORIZACIÓN EN LA SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA”

Elías Cruz Mendoza

La investigación desarrollada en este trabajo, gira alrededor de la problemática que tienen las personas al tratar de utilizar el método de factorización como método general en la solución de ecuaciones cuadráticas. Para salvar este obstáculo se propone una forma de encontrar dos números de los cuales se conoce su suma y su multiplicación desde un entorno numérico y geométrico, este conocimiento es utilizado para factorizar cualquier trinomio cuadrado, permitiendo así generalizar el método.

Este trabajo se ubica en una de las líneas de investigación, desarrollada dentro del programa de Matemática Educativa de CICATA del IPN: “Innovación para la enseñanza de las matemáticas”

La investigación realizada es utilizada para el diseño de una secuencia didáctica, que busca que la persona que la lleve a cabo, tenga la oportunidad de apropiarse del conocimiento. Para lograr este objetivo se propone que el alumno trabaje diferentes contextos: numérico, geométrico, algebraico y aplicación. A su vez la estrategia principal es que el conocimiento se obtenga por descubrimiento guiado, una vez que se hayan realizado una serie de actividades de aprendizaje, las cuales involucran habilidades mentales, tales como: observación, deducción, predicción. Ante estas situaciones didácticas se espera favorecer el aprendizaje significativo, con el propósito de incidir positivamente en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

En el diseño de la secuencia se propone como metodología a la Ingeniería Didáctica, y se toman en cuenta las componentes: didáctica, epistemológica y cognitiva.

Antecedentes de lo que aprenden

Para tener una visión clara de que aprenden y lo que no aprenden los estudiantes respecto a los aprendizajes previos de las ecuaciones literales, se aplicara un diagnostico para evaluar los conocimientos logrados y no logrados, además para así identificar fácilmente cuales son los errores más típicos y los obstáculos didácticos, presentes en los estudiantes. Es necesario tomar en cuenta que este diagnostico será aplicado a un grupo de estudiantes que cursa primer año medio y que pertenecen a tres colegios diferentes.

Los cuales son:

- Liceo Santa Teresita. (Independencia, Santiago, RM)
- Camilo Ortuzar Montt (Macul, Santiago, RM)
- Liceo Froilán Yáñez de la Barra (La Cisterna, Santiago, RM)

A continuación se presenta una pequeña descripción de los 3 diferentes colegios.

- **Liceo Santa Teresita.**

RBD: 10327

Dependencia Administrativa: particular subvencionado

Teléfono: 27779964

E-mail establecimiento: jmarin@fundacionsantateresita.cl

Comuna: Independencia

Dirección: Padre Faustino Gazziero n° 2348

Nombre completo Director(a): José Ramón Marín Rojas

Nombre Completo Jefe UTP: María Susana Moya Reyes.

Nombre Completo Orientador: Cristina Sepúlveda

Misión:

La fundación los siervos de Maria, es una institución dependiente. Su finalidad es ofrecer un servicio educativo de calidad, en los diversos niveles y modalidades de enseñanza, a estudiantes que forma parte de las familias que viven en las diferentes localidades aledañas a sus establecimientos, inspirado en una concepción del hombre y del mundo fundada en la persona y el mensaje de Jesucristo.

Visión:

El propósito de la fundación los siervos de Maria es orientar y promover la formación integral de todos los estudiantes que atiende, especialmente los que viven las diferentes dimensiones de la pobreza, a fin de integrarlos en forma progresiva, crítica y constructivamente en la sociedad.

- **Camilo Ortuzar Montt**

RBD: 9185-5

Dependencia Administrativa: Particular Subvencionado

Teléfono: 2211286

E-mail establecimiento: colegio@salesianosmacul.cl

Dirección: Avenida Macul 5950, Santiago.

Comuna: Macul

Nombre completo Director(a): Mauricio Arrieta Sanhueza.

Nombre Completo Jefe UTP: Julio Naranjo.

Nombre Completo Orientador: Cecilia Figueroa.

Misión

“En Chile los Salesianos de Don Bosco estamos presentes en **15 ciudades**, desde **Iquique hasta Punta Arenas**.

Nuestra Inspectora –palabra que designa división geográfica- tiene por nombre “San Gabriel Arcángel”.

En corresponsabilidad con cientos de laicos, llevamos adelante la Misión Salesiana en obras **educativas, evangelizadoras y de promoción social**.

La primera obra salesiana del país fue fundada en Concepción el 21 de febrero de 1887. En julio de ese año se llega a Punta Arenas. Pronto la misión se extiende a Talca, Santiago y Valparaíso.

A la muerte de Don Juan Bosco en 1888, los Salesianos en Chile eran 14, y para 1910 -primer Centenario de la Patria- el número de obras era el mismo.”

- **Liceo Froilán Yáñez de la Barra**

Dirección: Av. Goycochea # 172.

Dependencia administrativa: Particular-subvencionado.

Tipo de colegio: Científico- Humanista

Nombre del director: Enrique Sarmiento

Nombre del jefe de UTP: Nadenca Palma.

Nombre del coordinador de Matemática: Margarita Navarro.

Misión:

“Preparar a jóvenes de distintos sectores de la sociedad para que desarrollen sus potencialidades, rindiendo al máximo académicamente, viéndose esto reflejado en el mayoritario ingreso de sus estudiantes a la educación superior. Asimismo, esperamos formar jóvenes que sean capaces de observar la realidad nacional con sentido crítico, capaces de adaptarse intelectual, valóricas y emocionalmente a los cambios que sufre constantemente nuestra sociedad”.

Visión:

Somos una Institución con 60 años de experiencia al servicio de la educación, donde priorizamos la formación integral de nuestros alumnos dentro de una concepción humanista cristiana, centrada en valores, y con entender los avances científicos, tecnológicos y comunicacionales, que son fundamentales para que los jóvenes se integren de manera positiva a una sociedad cada vez más participativa y competitiva.

En el siguiente apartado, podremos visualizar mediante una tabla, los aprendizajes que se esperan de la evaluación diagnóstico que se les aplicará a los estudiantes, los cuales pertenecen a los tres establecimientos antes mencionados.

Aprendizajes esperados/preguntas	Preguntas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Reconoce el concepto de igualdad en las ecuaciones.	X	x			x				x
Reconoce la diferencia entre variable y constante.			x	x		X			x
Reconoce la constante como “factor literal”				x		X		x	
Es capaz de operar una ecuación.		x					X	x	x
Es capaz de encontrar un resultado a la variable y comprobarlo. (Número o expresión literal)			x	x			X	x	x
Es capaz de expresar una ecuación, dado un enunciado literal.			x	x		X	X		

Tabla N°5

En resúmenes, el siguiente instrumento evaluativo, pretende buscar en los estudiantes de primero medio, si ellos realmente manejan los contenidos previos vistos en el nivel de octavo básico, que pertenecen a la unidad de álgebra, además lo que los alumnos saben sobre ecuaciones literales.

Se dará a conocer el instrumento diagnóstico que se les aplicará a los estudiantes, con cada una de las preguntas y junto con ellas las respuestas óptimas que se esperan de ellos, con la finalidad de poder realizar un análisis óptimo de los resultados entregados por los estudiantes.

Instrumento Evaluativo

Estimado encuestado:

El presente instrumento de recolección de información es una encuesta escrita, tipo cuestionario con respuestas abiertas. Sus respuestas son relevantes para el estudio realizado en relación a las ecuaciones literales. La encuesta es anónima, por lo que se agradece su disposición a expresarse con toda sinceridad.

Datos iniciales:

SEXO: F___ M___ EDAD: _____

COLEGIO O LICEO: _____

TELEFONO: _____ E-MAIL: _____

(A continuación se presentaran las respuestas esperadas en la encuesta.)

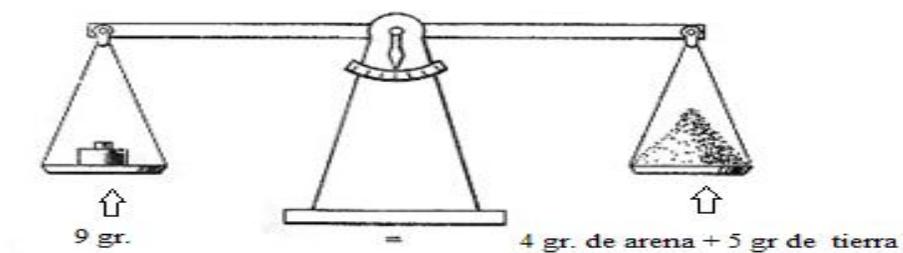
1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

Es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, también llamado incógnita.

2.- ¿Qué es para ti una variable?

Es un elemento que varía o puede variar. Es un símbolo que representa un elemento o un número desconocido.

3.- Explica brevemente que entiendes con la siguiente imagen.



Lo que se entiende con la imagen de la pesa es el concepto de igualdad, es decir la representación de la imagen quiere decir, que el cuerpo 1 tiene el mismo peso que los cuerpos que se encuentran en el lado 2, lo que hace que la balanza permanezca en perfecto equilibrio.

4.- ¿Qué entiendes por constante?

Es un número por sí solo o algunas veces una letra como a, b o c que representa un número fijo.

5.- ¿Qué entiendes por igualdad?

Es una equivalencia de dos expresiones o cantidades.

6.- ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?:

“ha aumentado el doble de un número más tres”

Se pretende conformar una ecuación para encontrar un valor determinado.

7.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones de primer grado

a)

$$\begin{aligned}x + 2x &= a + 5a \\3x &= 6a \\x &= \frac{6a}{3} \\x &= 2a\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}2x - 3(x + 3) &= 3(x - 2) \\2x - 3x - 9 &= 3x - 6 \\-x - 9 &= 3x - 6 \\-x - 3x &= -6 + 9 \\-4x &= 3 \\x &= -\frac{3}{4}\end{aligned}$$

8.- Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?

Del enunciado se tiene que la tabla que mide 3 metros, que equivalen a 300 cm, se divide en dos partes, si la parte más corta es x , la otra es $300 - x$.

Además, se sabe que una de ellas es 50 cm más larga que la otra, entonces se puede concluir que $x + 50 = 300 - x$, se suma el inverso aditivo de $-x$ y el inverso aditivo de 50, a ambos lados de la igualdad, obteniéndose $2x = 250$, multiplicando por el recíproco de 2 a ambos lados de la igualdad, se llega a:

$$x = \frac{250}{2} = 125 \text{ cm}$$

9.- La señora Marta compró 3 kilogramos de azúcar y 2 kilogramos de harina y pagó \$ Q. Si el kilogramo de azúcar vale \$P, ¿cuánto cuesta el kilogramo de harina? Si usted encontró cuánto cuesta el kilogramo de harina ¿Cómo sabe, que su respuesta está correcta?

Como se conoce que el valor del kilogramo de azúcar es \$ p, la incógnita pasa a ser el valor del kilogramo de harina, al que llamaremos x. Así:

$$2x = s - 3p$$

$$x = \$\left(\frac{s - 3p}{2}\right)$$

Para saber si el resultado obtenido está correcto, lo que hacemos es sustituir el valor obtenido en la ecuación principal que obteníamos y vemos si la igualdad se cumple.

Para el análisis de cada una de las respuestas entregadas por los estudiantes, se realizó una revisión por cada uno de los colegios, clasificando cada una de las respuestas entregadas por los estudiantes, mediante el uso de una rúbrica, la cual está caracterizada por los siguientes descriptores:

Clasificación	Características
A	El estudiante cumple a cabalidad con las respuestas esperada para el contenido.
B	Los estudiantes presentan una respuesta muy cercana y adecuada a lo que se espera, pero no cumple a cabalidad con esta.
C	El estudiante, da indicios de saber el contenido, sin embargo, no logra llegar a lo que se espera como respuesta.
D	El estudiantes, no muestra de manera correcta una respuesta adecuada a lo que se le pregunta, sin embargo da leves indicios sobre el contenido.
E	El estudiante no presenta la respuesta esperada o no responde la pregunta.

Tabla N°6

Fue mediante estas clasificaciones, que se realizó una tabulación de datos, con las respuestas entregadas por cada estudiante y los gráficos que se presentan en los análisis de datos, están presentados según las categorías mostradas en la tabla anterior.

Cabe mencionar, que el instrumento fue aplicado a una población total de 117 estudiantes, de los cuales 42 pertenecían al Liceo A, 30 al Liceo B y 35 al Liceo C.

6 ANÁLISIS DE DATOS

En las tablas que se presentaran a continuación, se podrán ver diferentes respuestas, las cuales fueron obtenidas al aplicar el instrumento diagnóstico en los diferentes liceos. (Ver Anexos N°2)

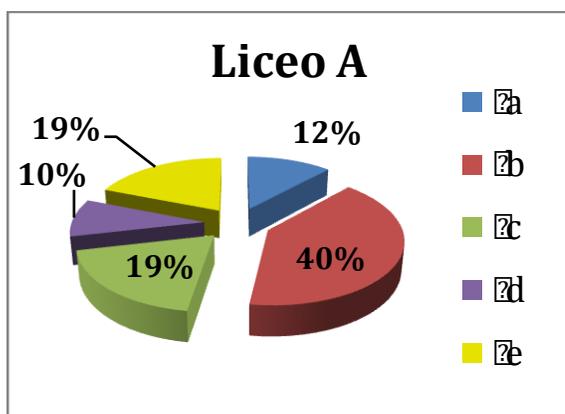
En la tabla n°7, se muestran las preguntas número uno, dos y tres, con las respuestas esperadas y algunas de las respuestas más frecuentes entregadas por los estudiantes. En el recuadro destacado, se encontrara un resumen de la respuesta que se esperaba por parte de los estudiantes.

Respuestas Entregadas/Esperadas			
	Pregunta N°1 ¿Qué es para ti una ecuación?	Pregunta N°2 ¿Qué es para ti una variable?	Pregunta N°3 Explica brevemente que entiendes con la siguiente imagen. (Imagen hace referencia a una balanza)
Respuestas Entregadas por los estudiantes	Es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, también llamado incógnita.	Es un elemento que varia o puede variar. Es un símbolo que representa un elemento o un número desconocido.	Lo que se entiende con la imagen de la pesa es el concepto de igualdad, es decir la representación de la imagen quiere decir, que el cuerpo 1 tiene el mismo peso que los cuerpos que se encuentran en el lado 2, lo que hace que la balanza permanezca en perfecto equilibrio.
	Sirve para despejar una valor incognito x	Es un número que te ayuda a resolver un ejercicio determinado.	No importa el material que se está usando si los contienen los mismos "gr" serán ESTABLES
	Es algo de las matemáticas que me ocasiona problemas	Una incógnita.	La balanza se encuentra en equilibrio
	Es un tipo de ejercicios de matemáticas.	Algo que puedo ocupar para diferentes valores numéricos.	Uno de los lados de la balanza está más inclinado hacia arriba que el otro.
	Es algo que tiene una incógnita.	Algo que varía constantemente	Una balanza
	Aun no lo entiendo ya que el profesor no lo explico.	Aun no lo sé.	No sé qué representa.

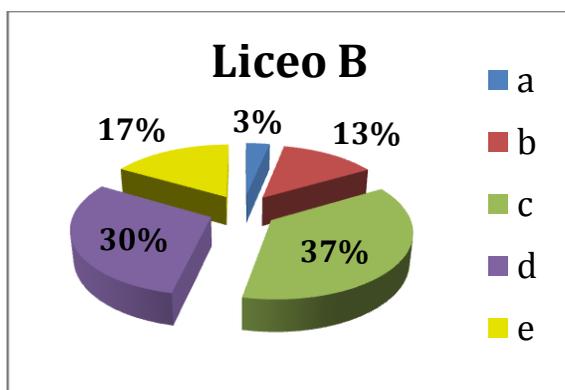
Tabla N°7

Para cada una de las preguntas, se mostrara un análisis gráfico del porcentaje que presenta cada una de las respuestas clasificadas con las características antes mencionadas. Se podrán ver tres diferentes gráficos, para lograr visualizar cuales son las principales diferencias mostradas entre los tres colegios.

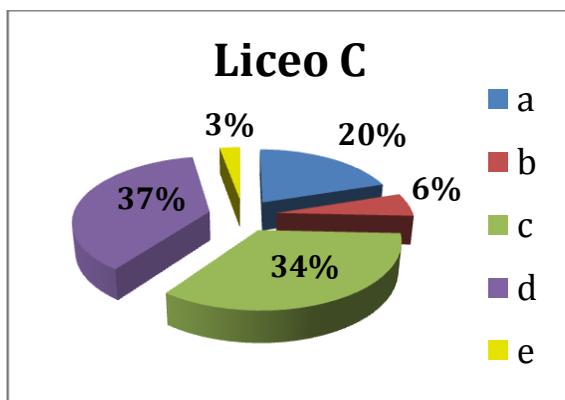
Pregunta N°1



Recordemos que la pregunta número uno, lo que pretendía principalmente, era identificar si los estudiantes tenían la conceptualización de “ecuación” ya integrada a sus saberes. Para esto, existían palabras claves, que permitían identificar si estos sabían, lo que era una ecuación, entre ellas palabras como igualdad, incógnita (número desconocido).



En los gráficos, se puede notar que el color azul caracteriza el porcentaje de estudiantes que respondieron a cabalidad con la respuesta, contemplando cada uno de los conceptos principales. Se puede notar, que en el liceo C, se encontró el más alto porcentaje (20%) de aprobación en relación de los tres colegios, sin embargo, si notamos la diferencia sustancial que se genera, al momento de evaluar cada respuesta, podemos notar que en el liceo A, se genera el porcentaje más alto de respuestas



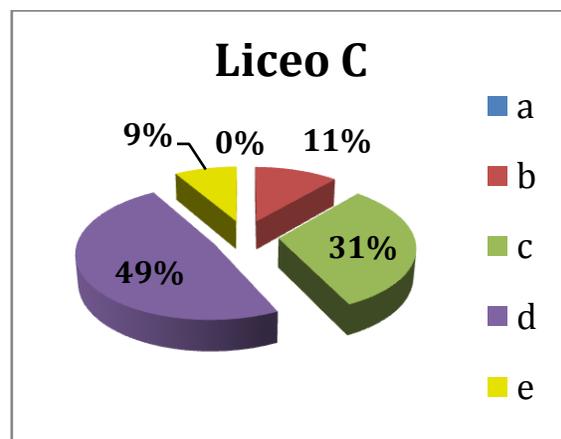
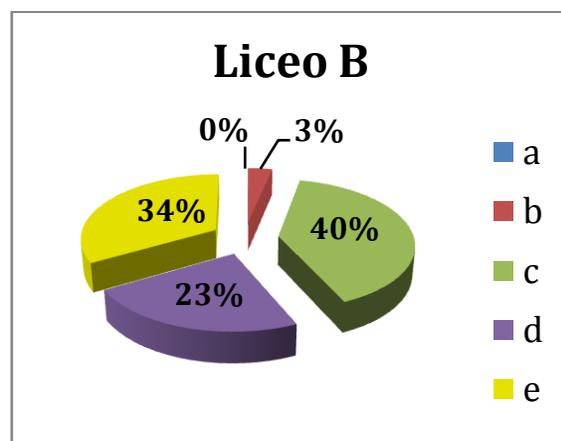
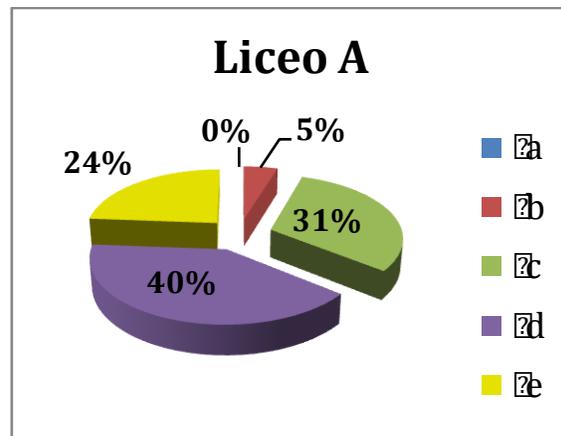
(Ver Tabla N°6)

correctas junto con las respuesta que más se acercan a lo esperado, con alrededor de un 52%, siendo el liceo C, el que se encuentra con menor porcentaje (26%). Es en el caso del Liceo B, los estudiantes contestaron mayoritariamente respuestas que están clasificadas como medianamente correctas, ya que se da indicios de que algo de conocimiento tiene del concepto, pero no lo manejan al 100% como se espera que lo hagan.

Pregunta N°2

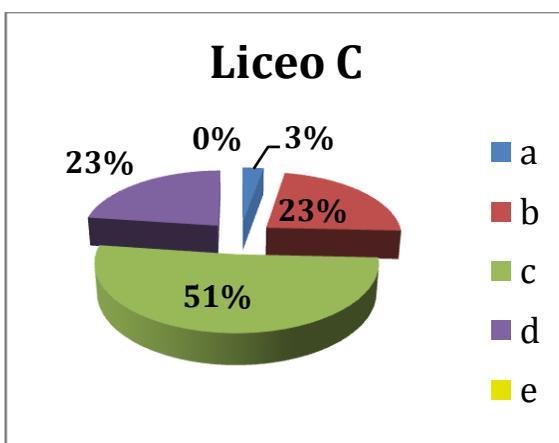
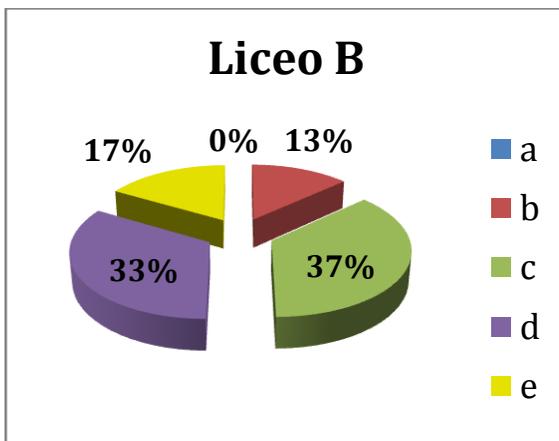
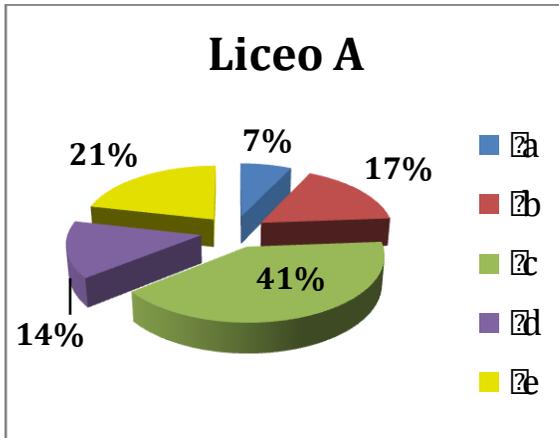
¿Qué es una variable? Una de las preguntas en donde las respuestas entregadas por los estudiantes fueron muy diversas. En los tres liceos, los mayores y altos porcentajes, correspondieron a respuestas muy vagas con respecto a lo que es una variable, entre ellos “un resultado que puede ser cualquiera” o “un numero que te ayudara a resolver un ejercicio determinado” y a su vez, un porcentaje no menor, no dio respuesta alguna a esta pregunta, o simplemente respondía cualquier cosa como un “no sé” o “nunca lo vimos con el profesor en clases”.

El liceo C, tuvo el mayor porcentaje de respuestas con vagos indicios de conocimiento sobre lo que es una variable, pero a su vez, en comparación a los otros dos liceos, tuvo el mayor porcentaje (11%) de respuesta que se esperaba en la evaluación.



Ver Tabla N°6

Pregunta N°3



Esta pregunta, principalmente tenía como finalidad, saber si los estudiantes lograban distinguir mediante la imagen de una balanza, el concepto principal que se le tiene asociado, que es el de “igualdad”. Recordemos que se entiende con la imagen de la pesa, es el concepto de igualdad, es decir la representación de la imagen quiere decir, que el cuerpo 1 tiene el mismo peso que los cuerpos que se encuentran en el lado 2, lo que hace que la balanza permanezca en perfecto *equilibrio*.

Para las respuestas entregadas por los estudiantes solo el liceo A y el C, tuvieron un porcentaje pequeño, en que los estudiantes contestaron adecuadamente a la representación de la imagen.

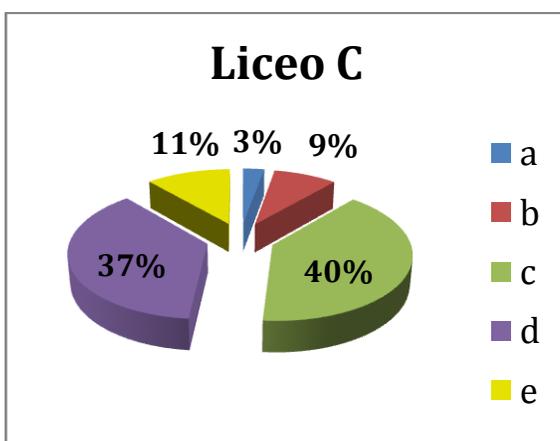
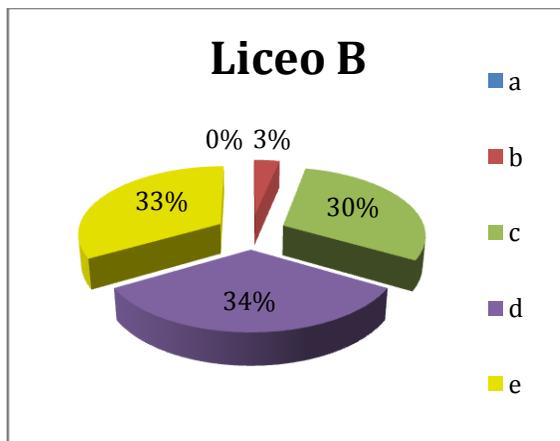
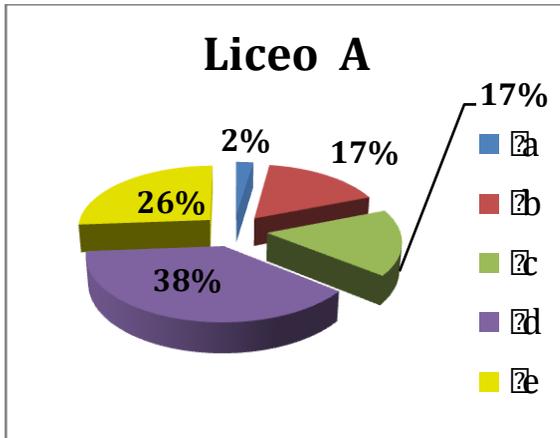
Muchos, no distinguieron el concepto como tal de igualdad, debido a que no lograron distinguir mediante la imagen que en ambos lados de la balanza, se encuentran los mismos pesos produciendo un “equilibrio”.

Ver Tabla N° Los más altos porcentajes, para los tres liceos (Liceo A 41%, Liceo B 37%, Liceo C 51%), se focalizaron en respuestas medianamente esperados, ya que respondieron “que pesan lo mismo” o “la balanza no se moverá, porque estas están con igual peso” o en muchos casos, existieron respuestas muy inusuales como que la imagen representaba la conmutatividad.

Respuestas Entregadas/Esperadas			
	Pregunta N°4 ¿Qué entiendes por constante?	Pregunta N°5 ¿Qué entiendes por igualdad?	Pregunta N°6 ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?: “ha aumentado el doble de un número más tres”
Respuestas Entregadas por los estudiantes	Es un numero por si solo o algunas veces una letra como a, b o c que representa un nuero fijo.	Es una equivalencia de dos expresiones o cantidades	Se pretende conformar una ecuación para encontrar un valor determinado.
	Que casi siempre esta o casi siempre está en función.	Que los ejercicios tengan los mismos resultados.	Entregar un ejercicio usando la expresión lectora
	Algo que sigue y sigue.	Algo que es igual.	Busca formar algo matemático.
	El profe no explica.	=	No entiendo que se quiere hacer.
	Algo que se repite.	Es algo que no logro entender.	Expresa la ecuación.
	Es algo que mediante una operación como la división da un resultado con infinitos decimales o es periódico.	No lo sé.	No responde

Tabla N°8

Pregunta N°4



Ver Tabla N°6

Para la pregunta número cuatro, se quería saber, que es lo que es una constante, el porcentaje de aprobación fue mínimo. La gran mayoría de los estudiantes, no manejan el concepto de constante como tal, tienen otra concepción de esto, como algo infinito, sin embargo, alguna de las concepciones que tienen, se acercan a la respuesta esperada, *“es un valor de tipo permanente que no puede modificar”*

La mayoría de los estudiantes, tiene vagos indicios de lo que es una constante, esto lo logramos visualizar, ya que los mayores porcentajes, de cada liceo, están asociados a ese tipo de respuesta, como por ejemplo, en el liceo A y B, sus mayores porcentajes (liceo A 38% y liceo B 34%), aluden a tipos de respuestas, en la que los estudiantes principalmente lo asocian con el significado de la vida cotidiana para ellos, *“algo que siempre se hace”*, en mucho de los casos, se daba la respuesta de que es *“algo que permanece”*.

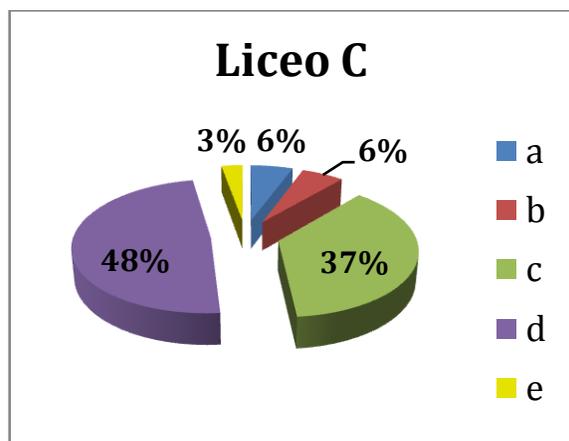
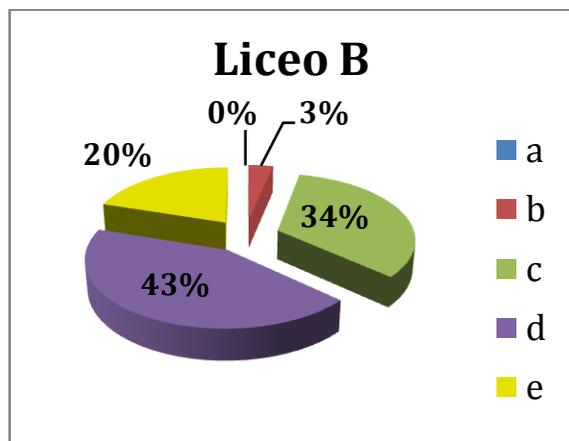
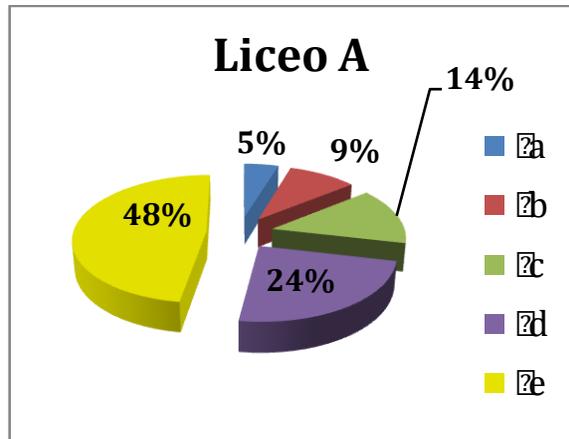
Como se puede apreciar estas respuestas tienen leves indicios, de lo que se espera como correcto, ya que si recordamos la definimos de constante *“Es un número por sí solo o algunas veces una letra como a, b o c que representa un número fijo.”*

La permanencia, tiene directa relación con algo fijo, sin embargo, ellos lo asocian al contexto diario y no el imaginario.

Pregunta N°5

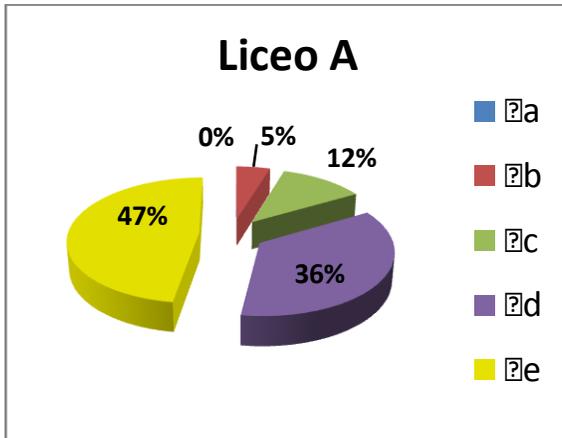
En esta pregunta ya se fue más directo con los estudiantes, con respecto al concepto de igualdad, y se les pregunta “¿qué es una igualdad?”. Las respuestas fueron muy variadas, pero es sorprendente, que el mayor porcentaje de estudiantes que no dieron respuestas a esta pregunta, fue en el liceo A (48%), siendo que en este mismo, los estudiantes, en la pregunta de la balanza, más del 50% de ellos, se aproxima a la respuesta esperada.

Por otra parte, se puede notar mediante los gráficos, que la mayoría de los estudiantes en los tres diferentes colegios no comprende el concepto de desigualdad o tiene ideas vagas de este concepto, son los mayores porcentajes presentados, tanto en el liceo B y C con un 43% y 48% respectivamente.



Ver Tabla N°6

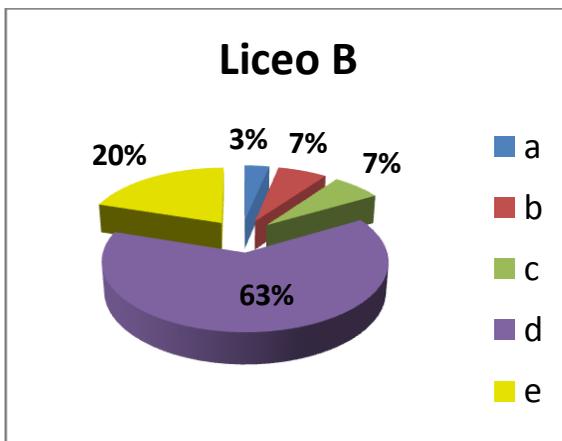
Pregunta N°6



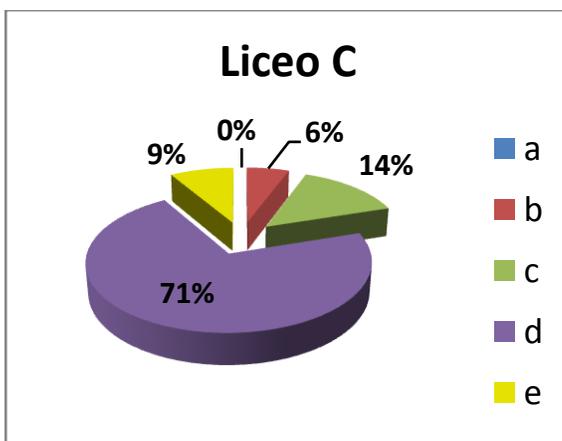
En esta pregunta los estudiantes debían escribir en lenguaje algebraico lo que se les presentaba en lenguaje natural para generar una expresión algebraica que fuese general para la situación.

Considerando las respuestas de los tres Liceos, en general la mayoría de los estudiantes no pudieron responder a cabalidad lo que se les planteaba.

Solo en el Liceo B hubo un 3% de los encuestados que respondieron correctamente como se esperaba esta pregunta.



Generalmente la mayoría de los estudiantes respondieron, dando leves indicios de lo que pudiese ser algo correcto pero no llegando a algo concreto.



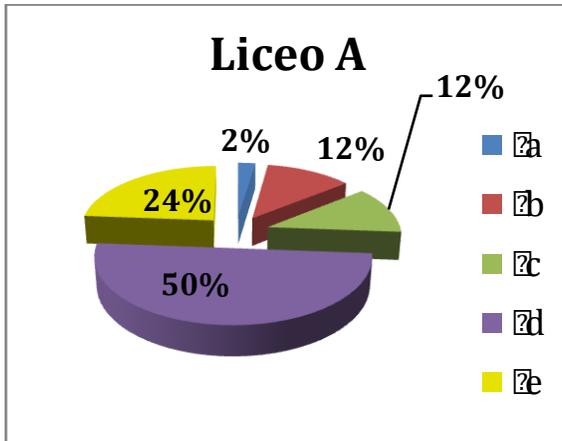
Se puede concluir que el trabajo del cambio de registro de un lenguaje natural a algebraico es muy vago y es un punto débil en los estudiantes.

Ver Tabla N°6

Respuestas Entregadas/Esperadas		
Pregunta N°7 $x + 2x = a + 5a$ $2x - 3(x + 3) = 3(x - 2)$	Pregunta N°8 Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?	Pregunta N°9 La señora Marta compró 3 kilogramos de azúcar y 2 kilogramos de harina y pagó \$ Q. Si el kilogramo de azúcar vale \$P, ¿cuánto cuesta el kilogramo de harina? Si usted encontró cuánto cuesta el kilogramo de harina ¿Cómo sabe, que su respuesta está correcta?
Ecuaciones a) $x=2a$ c) $x=3/4$	$x = \frac{250}{2} = 125 \text{ cm}$	$x = \$\left(\frac{s - 3p}{2}\right)$
Respuestas Entregadas por los estudiantes	<p>En estas preguntas las respuestas eran variadas, ya que no eran de definición de conceptos, si no de desarrollo matemático como tal.</p>	

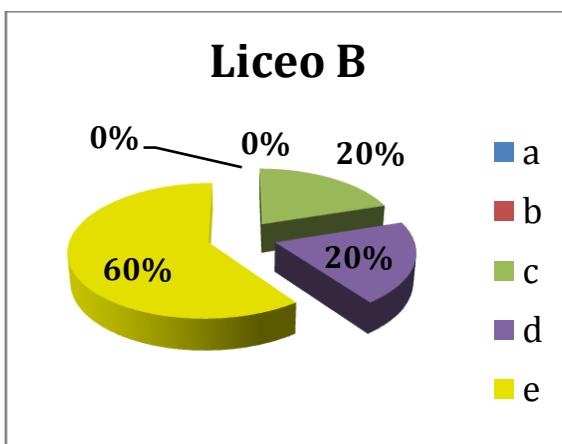
Ver Tabla N°9

Pregunta N°7

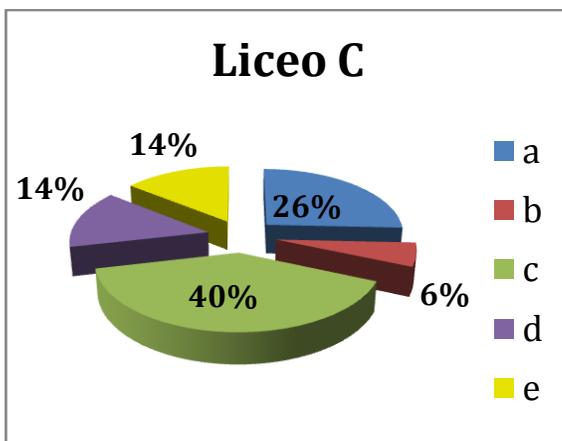


En esta pregunta se plantean dos ecuaciones de primer grado con una incógnita con coeficientes numéricos y con coeficientes literales.

Se pedía llegar a determinar el valor de la incógnita “x” para mantener la igualdad de la ecuación.



En el Liceo C un 26% de los estudiantes respondió correctamente a la pregunta, considerando un buen resultado a comparación con los otros dos liceos. Donde en el Liceo B un 60% respondió erróneamente a la pregunta o no la respondió, demostrando que ha sido mal trabajada la unidad, debido a que esto es básico para la comprensión de la ecuación de primer grado.



En el Liceo A los estudiantes intentaron realizar algo de los ejercicios equivocándose en algunas operaciones donde debían aplicar conceptos previos para realizar las ecuaciones.

Ver Tabla N°6

En general se considera que debiese haber un trabajo más extenso en esta área para que los estudiantes puedan realmente interiorizar los conceptos y luego aplicarlos con mayor facilidad.

Pregunta N°8 y 9

Estas dos preguntas, la número ocho y nueve, tenían como principal objetivo, medir la comprensión que tienen los estudiantes del contenido de ecuaciones, pero aplicado a dos diferentes problemas, con un grado de dificultad algo mayor, ya que hace ver el problema como algo de la vida cotidiana y no netamente matemático.

Para esto solo se mostraran en forma paralela las respuestas entregadas por los estudiantes, tanto para la pregunta número ocho y nueve se darán a conocer los gráficos y sus porcentajes de logro o de reprobación frente a estos dos problemas.

Se podrá notar en los gráficos, que para ambas preguntas y en los tres liceos, hubo un alto porcentaje de los estudiantes que no presentaron ningún tipo de respuesta, o simplemente estos respondían que no sabían cómo hacerlos o que faltaba información para llegar a una respuesta concreta.

En los anexos, podremos visualizar alguna de las respuestas más acertadas, pero también respuestas bastante insólitas, como fue la de algunos estudiantes, que en el ejercicio número nueve, no asociaron operaciones matemáticas al contexto del ejercicio, si no que buscaron una forma más literal para responder a la pregunta, ya que la asociaron a la continuidad de las letras del abecedario, y designaron a cada letra cierta cantidad de kilos, porque en la pregunta número nueve, se les preguntaba por la cantidad de kilos, *“La señora Marta compró 3 kilogramos de azúcar y 2 kilogramos de harina y pagó \$ Q. Si el kilogramo de azúcar vale \$P, ¿cuánto cuesta el kilogramo de harina? Si usted encontró cuánto cuesta el kilogramo de harina ¿Cómo sabe, que su respuesta está correcta?”*.

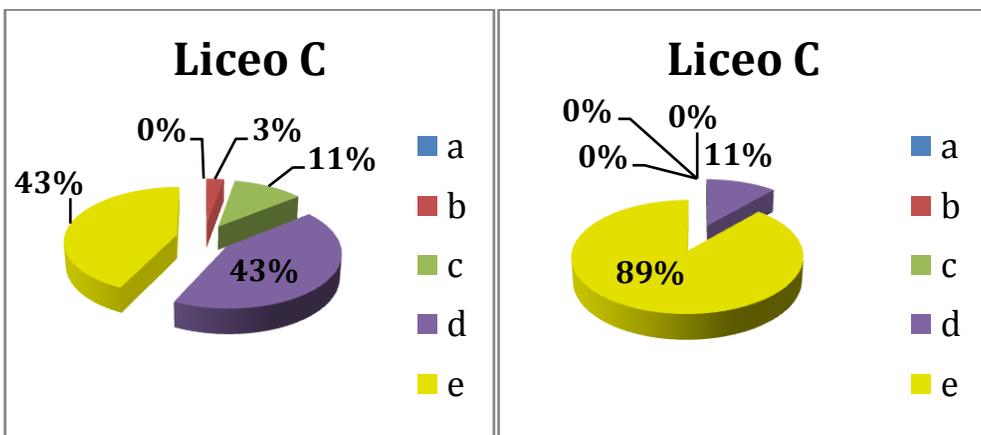
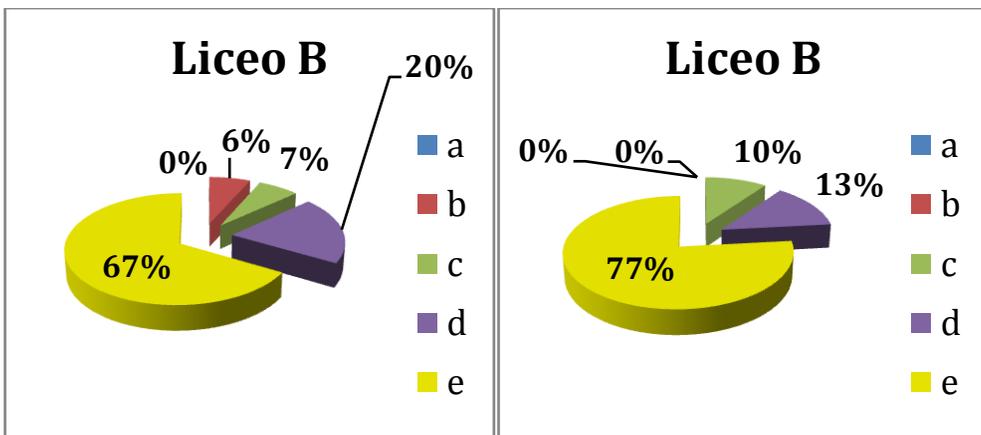
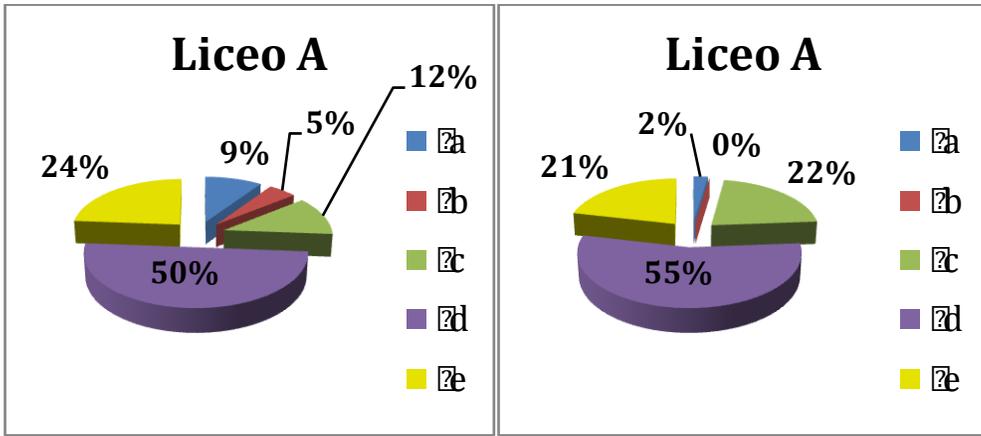
Una manera ingeniosa de responder, sin embargo no cumplía con el objetivo de la pregunta.

Pocos o casi ninguno logro llegar a la respuesta correcta en los diferentes liceos. En la pregunta número ocho, en uno solo de los liceos se logró la respuesta correcta, pero en un muy bajo porcentaje (9%) y a su vez, en un porcentaje menor, en la pregunta número nueve, en el mismo liceo se logró solo un porcentaje del 2%.

Pregunta N°8

y

Pregunta N°9



A partir del análisis de datos realizado anteriormente podemos corroborar, que los estudiantes, no el cien por ciento de estos, tiene grandes vacíos sobre los diferentes conceptos, que son esenciales para la implementación del contenido de ecuaciones literales, como son, el concepto de igualdad, constante, variable, etc. Es por esto, que a partir de los resultados obtenidos en el diagnóstico previo, sugerimos la siguiente planificación y actividades relacionadas para el aprendizaje de las ecuaciones lineales literales:

PLANIFICACIÓN DE APRENDIZAJES

Nombre de la Unidad: “Álgebra”	
OFV:”Percibir la matemática como una disciplina en evolución y desarrollo permanente”	
OFT:”La adquisición de conocimientos y habilidades suficientemente amplio como que para el alumno, al egresar pueda seguir distintos de acción y no se vea limitado a unas pocas opciones de educación superior ocupacionales”	
Numero de clases: 4	Fecha estimada:
Nivel: Primero Medio	Semestre: (Primero o Segundo)
Profesor: (Nombre del Docente)	

Aprendizaje Esperados	Destrezas Habilidades	Contenido	Actividad/tipo de actividad	Observaciones
1.- Identificar los elementos básicos de las ecuaciones de primer grado. 2.-Comprender el concepto de igualdad en las ecuaciones de primer grado. 3.- Establecer estrategias para resolver las ecuaciones de primer grado.	Destrezas: 1.- Aplicar desde el lenguaje cotidiano a lo matemático. 2.- Reconocer elementos básicos de las matemáticas. Habilidades: 1.- Aplicar operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división) 2.- Manejo del lenguaje básico (comprender conceptos básicos de las matemáticas)	1.- Ecuaciones lineales, literales.	1.- “Tablero de Colores”. Actividad relacionada con la construcción de las ecuaciones de primer grado.	
			2.- “Buscando la Botella” Actividad, con un primer acercamiento a las ecuaciones de lineales literales	
			3.- “Busquemos los inversos” Actividad estrictamente matemática, es decir establecer la relación que existe entre los inversos (aditivo y multiplicativo), para la resolución de ecuaciones lineales literales.	
			4.- “Aplicando lo aprendido” Actividad donde los estudiantes, guiados por el profesor aplicar todo lo aprendido anteriormente	

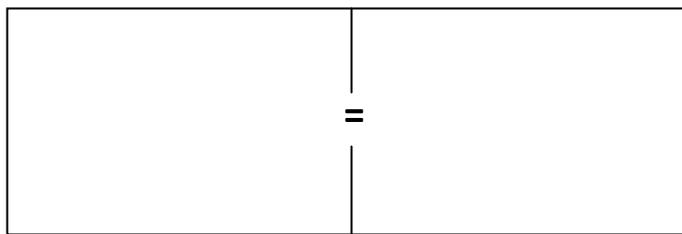
Secuencia Didáctica

Actividad n°1 “formando la ecuación con el tablero”

En esta primera actividad buscaremos establecer la relación entre incógnita positivo y negativa, de modo que los estudiantes pueden establecer la ecuación literal, y así lograr resolverla.

“El tablero de colores”

Este tablero consta con componentes de colores que representan algunos elementos básicos y esenciales de las ecuaciones de primer grado.



Como pueden observar en el centro del tablero se aprecia una igualdad.

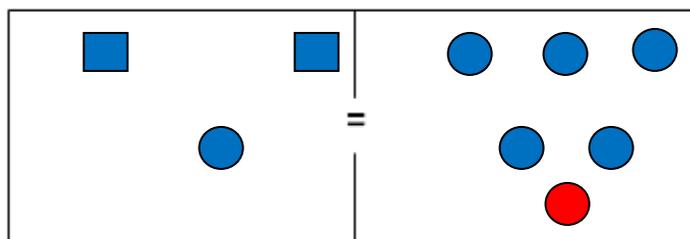
En ambas partes del tablero se establece la relación de igualdad, es decir, lo que está al lado izquierdo debe ser igual a lo que se encuentra en el lado derecho.

Para definir de buena manera el tablero estableceremos algunas figuras geométricas, y les asignaremos elementos esenciales de las ecuaciones de primer grado.

-  Rojos para las incógnitas negativas
-  Azules para las incógnitas positivas
-  Rojos para números enteros negativos
-  Azules para números enteros positivos

IMPORTANTE: “La única regla del tablero de colores es que las parejas de la misma forma y distinto color en un mismo lado del tablero, se neutralizan y eliminan”

Entonces observemos el primer ejemplo:



Como podemos observar en el tablero de colores, los cuadrados azules que están al lado izquierdo representan incógnitas positivas, por tanto podemos distinguir lo siguiente:

$$2X$$

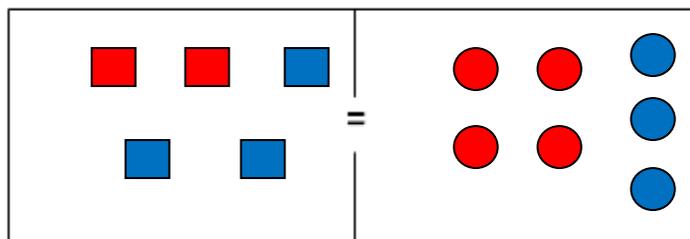
Siguiendo con nuestro tablero de colores, diferenciaremos entre los números enteros positivos y enteros negativos, por tanto el lado izquierdo quedara de la siguiente forma:

$$2X+1$$

Por último para definir por completo una ecuación lineal, debemos considerar el centro del tablero y el lado restante, que en este caso es el lado derecho, entonces podemos definir una ecuación de primer grado de la siguiente forma:

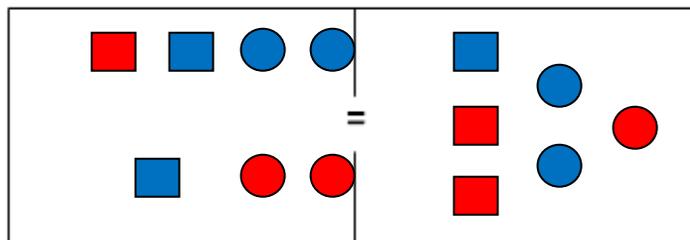
$$2X+1=5-1$$

Veamos otros ejemplos de representaciones de ecuaciones de primer grado:



$$-X -X + X + X + X = -1 -1 -1 -1 + 1 + 1 + 1$$

$$-2X + 3x = -4 + 3$$



$$-X + X + X + 1 + 1 -1 -1 = X -X -X + 1 + 1 -1$$

$$-X + 2X + 2 - 2 = X - 2X + 2 - 1$$

Actividad n°2

“Buscando la botella”

En esta segunda actividad buscaremos identificar el peso de diferentes elementos a partir de la idea de cantidad, es decir, dado unos pesos determinados establecer la relación que existe entre las masas y el peso de los elementos y buscar el valor de alguna incógnita o variable.

“El equilibrio”

Buscaremos la forma de resolver ecuaciones de primer grado de una forma más lúdica y entretenida para los estudiantes de primer año medio.



En esta balanza podemos observar el equilibrio (concepto de igualdad), ya que no existe ninguna magnitud sobre los platos de la balanza y por ende se mantiene en perfecto equilibrio.

ENTONCES...



La balanza representa un equilibrio perfecto, es decir, los platillos están con el mismo peso. Pero sabes que las masas son diferentes, por lo tanto no sabemos el peso de la garrafa.

¿Cómo podremos determinar el peso de la garrafa?

“Peso de la garrafa + 2 kg de azúcar = 5 kg de azúcar”

Para que el equilibrio (Igualdad) no se pierda, entonces debemos descontar la misma cantidad de kilogramos en ambos platillos, de la siguiente manera:



Una vez ya finaliza la disminución igualitaria por ambas partes de la balanza, podemos establecer el peso de la garrafa...entonces se puede inferir que el peso de la garrafa es de 3 kilogramos.

¿Por qué?

Como la balanza se encuentra en perfecto equilibrio “siempre” se establece que el peso final de la garrafa es de 3 kilogramos, es decir, la consistencia de las masas no influye en el peso y así podemos resolver una ecuación de primer grado.

Actividad n°3

“Busquemos los inversos”

La siguiente actividad, tiene contemplado un carácter más formal, es decir, buscaremos la forma matemáticamente correcta, en sentido que se utilicen elementos reales y básicos como lo son los inversos (aditivo y multiplicativo), para desarrollar las ecuaciones lineales literales.

“El contrario”

La idea de esta actividad, es reconocer elementos de las matemáticas y hacer uso de ellos, por ende hondaremos en la idea de que el profesor debe ser un ente explicativo de lo que significa el inverso aditivo e inverso multiplicativo.

1) ¿Qué es una ecuación lineal literal? 

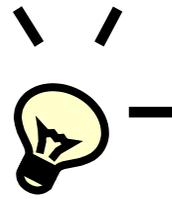
Una ecuación lineal literal (de primer grado) es una igualdad que tiene una solución para la incógnita (X, Y, A, etc.)

Ejemplos de ecuaciones e ecuaciones lineales literales son:

a) $2x + 30 = 100$

- b) Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?

2) ¿Cómo resolvemos una ecuación lineal literal?



a) En primer lugar se observe bien la ecuación, buscaremos la forma de resolver las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división, etc.), respetando el orden y la orientación que tiene cada una de las operaciones. Por ejemplo si se

encuentra con algo similar a:

$$\begin{array}{c} \text{Adición} \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2x + (5 + 10) = 45 - 40 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2x + 15 = 5 \\ \text{Sustracción} \end{array}$$

b) En segundo lugar debemos tratar de reducir o eliminar las constantes que se encuentran acompañando a la incógnita “X” usando el inverso aditivo, que en este caso será:

Se aplica en ambos lados de la igualdad

$$2x + 15 - 15 = 5 - 15 \quad /-15$$

Inverso Aditivo

Como sabemos que se trata de una igualdad (recordando la actividad n°2) es por ello que el número -15, tenemos que aplicarlo a ambos lados, para que el equilibrio no se pierda. Entonces obtenemos lo siguiente:

$$2x = -10$$

c) Finalmente aplicaremos el inverso multiplicativo, de modo que la incógnita “X” quede totalmente despejada, es decir, para obtener el resultado de nuestra incógnita, esta debe estar completamente “sola” a un lado de la igualdad.

Como la incógnita “X” la está multiplicando un 2, entonces debemos multiplicar toda la igualdad por su inverso, que en este caso será: $\frac{1}{2}$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-10}{2} \quad / * \frac{1}{2}$$

Si observamos el lado izquierdo de nuestra igualdad podemos apreciar que existe un “entero” de “X”, por lo tanto tendremos solamente “X” como incógnita.

El lado derecho de nuestra ecuación, existe una división, que nos indicara el tan anhelado resultado de nuestra ecuación. Entonces podemos establecer que el valor de la incógnita “X” es igual a:

$$x = -5$$

“Perfecto, ya sabemos cómo resolver una ecuación lineal, felicitaciones”

Propuesta de evaluación (guía práctica)

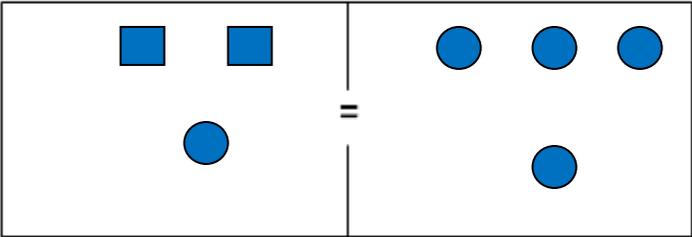
Objetivo: Expresar ecuaciones lineales de la forma $x + a = b$

Materiales: Cartulina, papel lustre, figuras geométricas, lápices a colores

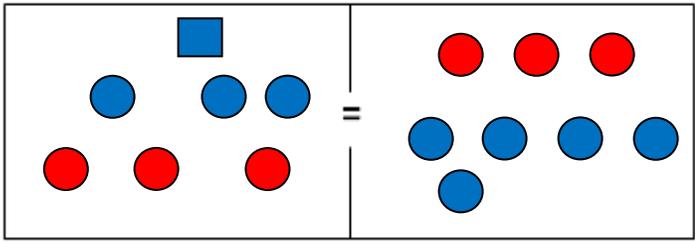
Indicaciones: En base a la actividad n° 1, debemos construir un tablero y asignar las incógnitas positivas y negativas y las constantes positivas y negativas.

Actividad “Expresar como ecuaciones lineales los siguientes tableros”

Representa la ecuación del tablero



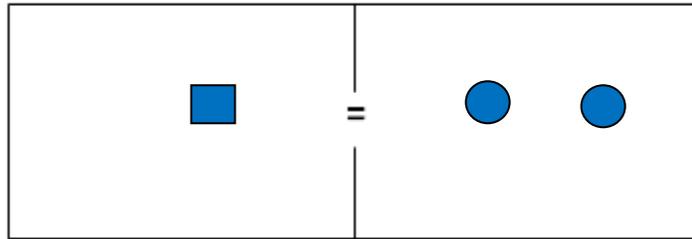
Quitamos tres unidades a cada lado del tablero



Representa la situación del tablero en una ecuación literal lineal

Observa el tablero.”

Ahora esta escribe la solución del tablero

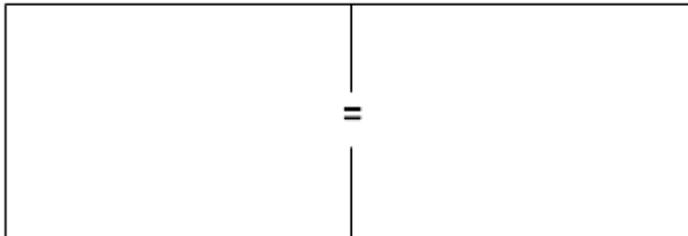


Entonces....

Representa en el tablero de colores las siguientes ecuaciones lineales literales

Representa la siguiente expresión:

$$-X - X + X + X + X = 1 + 1 + 1 - 1 - 1$$



Objetivo: Resolver ecuaciones de primer grado de forma sencilla y lúdica

Materiales: Balanza de madera u otro material, objetos con pesos definidos, objetos con peso no definidos.

Indicaciones: Definir los elementos que no tienen pesos definidos y tratar de establecer su peso.

Actividad

¿Cuánto pesa el siguiente elemento?



Considere que la balanza no está equilibrada. ¿Qué peso añadirías sobre el platillo para que se equilibre?



Si en una balanza en equilibrio colocamos dos pesas: de 6 kg y de 2 kg en la derecha y en otro lados dos de 4 kg c/u, ¿Cómo se encuentra la balanza?

Dibuja la situación indicada

Observa esta balanza. ¿Qué ocurre si se cambian los dos platillos entre sí?



Expresa numéricamente lo que ocurre en la balanza

Objetivo: Resolver ecuaciones de primer lineales, usando el método de los inversos (aditivo y multiplicativo)

Materiales: Guía de ejercicios, lápiz, goma

Indicaciones: Utilizando la actividad n°3, resuelve cada uno de los ejercicios utilizando los inversos.

Resuelve los siguientes ejercicios:

a) $x + (25 - 20) + 13 = 300$

b) $2x + (25 - 5 + 4) + 8 = 150$

c) $x - (4 - 5 \times 6 + 10) = (12 - 34)$

d) $\frac{x}{2} + 10 = x(7 + \frac{10}{x})$

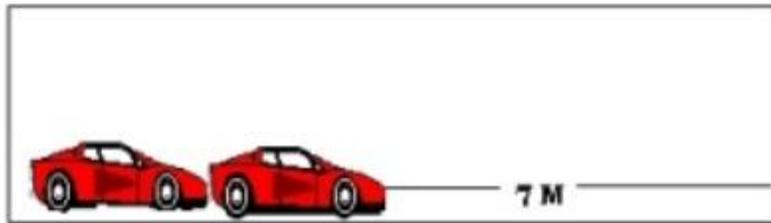
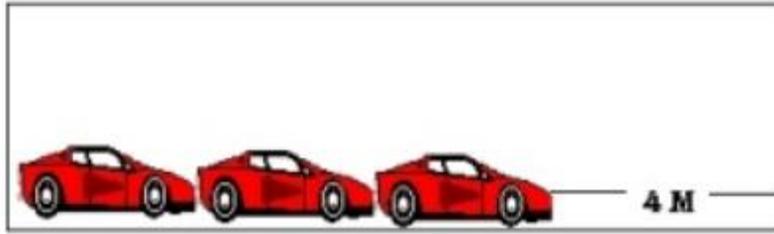
Expresa los siguientes enunciados como una ecuación y desarrolla.

a) El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5.
¿Cuál es el número?

b) Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?

c) En el siguiente dibujo todos los autos son iguales (miden lo mismo).

¿Cuánto mide el auto?



Los objetivos de la secuencia didáctica

Los objetivos que se pretenden lograr con la implementación de esta secuencia didáctica son los siguientes:

- ✓ Nivelar a los estudiantes en sus aprendizajes previos, permitiéndoles así tener las competencias necesarias para enfrentar la unidad de algebra en primer año medio.
- ✓ Que los estudiantes logren el tercer aprendizaje esperado en la unidad de algebra: “establecer estrategias para resolver ecuaciones literales”.
- ✓ Que la secuencia didáctica sea motivadora para los estudiantes.
- ✓ Que sea una herramienta útil para el profesor en sus clases, facilitando la entrega de contenidos al momento de enfrenta un aula con problemas de desnivel en aprendizajes previos.
- ✓ Entregar una alternativa al docente la cual le permite nivelar los conocimientos de los estudiantes sin recurrir a clases de reforzamiento, talleres de nivelación y mucho menos el retraso de los contenidos tratados durante primer año medio.

Restricciones de la Secuencia Didáctica:

- ✓ La secuencia didáctica que se desarrollara a lo largo de la investigación, se creara en base a un estudio de casos.
- ✓ La secuencia didáctica no podrá ser implementada, debido al corto tiempo en el que se desarrollo la investigación.
- ✓ La secuencia didáctica no se puede aplicar debido a que no se cuentan con los recursos económicos
- ✓ La secuencia solo abordara el tercer aprendizaje esperado en la unidad de algebra: “establecer estrategias para resolver ecuaciones literales”
- ✓ la muestra a la cual se le aplico el análisis a priori no es representativa para elaborar un estudio más revelador sobre la implementación de una secuencia didáctica en el nivel de primer año medio.

LIMITACIONES

Las limitaciones de la Investigación son todas aquellas restricciones del diseño de esta y de los procedimientos utilizados para la recolección, procesamiento y análisis de los datos, así como los obstáculos encontrados en la ejecución de la investigación. Por lo general, las limitaciones de esta investigación, pueden estar referidas directamente a las funciones y actividades del propio investigador o factores externos del propio estudio.

El estudio que se llevo a cabo se basa en la búsqueda de detalles "gruesos" y "ricos" sobre un grupo de personas, por ende presentara algunas limitaciones: propias de la indagación, del tiempo y de los recursos económicos.

- ✓ Limitaciones propias del estudio: la secuencia didáctica que se desarrolló a lo largo de la investigación, no fue implementada, por lo que no se logro saber si es un instrumento realmente efectivo

- ✓ Limitación de tiempo: el periodo estipulado para realizar dicha investigación es de 4 meses, lo cual es muy poco tiempo para obtener conclusiones profundas del aprendizaje que tienen los alumnos sobre ecuaciones de primer grado.

- ✓ Limitaciones de recursos económicos: los liceos en los cuales se desarrollo el estudio no cuentan con los recursos económicos para implementar la secuencia didáctica.

CONCLUSIONES.

Al finalizar este estudio podemos decir que la principal idea de este proyecto de investigación, es poder generar un instrumento que sea un aporte para los docentes y los estudiantes, con el fin de mejorar un contenido específico.

Con ello se puede apreciar que uno de los caminos más difíciles que vivencia los estudiantes en el área de las matemáticas es el paso de la aritmética al álgebra, a consecuencia de ello los estudiantes han presentado diversas dificultades al resolver ecuaciones, es por esto que es importante saber ¿Qué es lo que realmente entienden los estudiantes por ecuación, variable, igualdad o inverso? y ¿Qué es lo fundamental para el estudio del álgebra?

Con el fin de ir más allá y no solo quedarse con la respuestas a estas preguntas, se decidió investigar el grado de dificultad que se genera en los estudiantes de primer año medio al resolver las igualdades, cuando no son simples ecuaciones lineales, si no, cuando ya son ecuaciones literales, en donde no se obtiene un simple resultado numérico, si no bien, se logra resultados con expresiones literales, lo que hace que los estudiantes, encuentren mayor dificultad en un tipo de ejercicio.

Es por esto que se comenzó a realizar, la elaboración de una secuencia didáctica, la cual solo llego a la fase de análisis a priori y generación de esta, pero no se logro aplicar como se esperaba, debido al corto tiempo en que se desarrolla la investigación y a que no se cuentan con los recursos económicos.

La elaboración y comprensión de las dificultades, que presentan los estudiantes, para el contenido de ecuaciones, se visualizo, cuando se les aplico, en los tres colegios (Liceo Santa Teresita, Liceo Camilo Ortuzar Montt y Liceo Froilán Yáñez de la Barra) un instrumento, para observar si los alumnos tenían interiorizados los conceptos previos al contenido de ecuaciones literales y si manejaban algo sobre el tema, debido a que vieron las igualdades durante el transcurso del año, con sus respectivos docentes.

La aplicación del instrumento hizo notar que la comprensión de los conceptos básicos, como ecuación, igualdad, constante, variable, no eran manejados a cabalidad por los estudiantes, debido a que al preguntarles ellos respondieron:

- ✓ Ecuación: “sirve para despejar un valor”, “algo que tiene una incógnita” o simplemente dejaban en blanco la respuesta.

- ✓ Igualdad: “ *es una igualdad* ” , “*es una equivalencia*” o “*algo que no logro entender*”
- ✓ Constante: al contestar esta interrogante, dieron a conocer que no manejan el concepto como tal, debido a que tienen la concepción de que es algo infinito, aunque hubo un alumno que se acercó a la respuesta esperada diciendo que “*es un valor de tipo permanente que no se puede modificar*”.
- ✓ Variable: “*es un resultado que puede ser cualquiera*” o “*un número que te ayudará a resolver un ejercicio determinado*”.

Cada una de estas respuestas nos demuestra una menor comprensión del contenido que se pretendía trabajar en esta elaboración de la secuencia didáctica.

Es por esto, que en las planificaciones y actividades propuestas en la secuencia, se va realizando paulatinamente una revisión de cada uno de los contenidos previos, que los estudiantes deben saber para el desarrollo de una ecuación lineal literal, como también la comprensión de cada uno de los procesos que se llevan a cabo para la resolución de los diferentes problemas que se les puedan presentar con estos contenidos, con ellos buscamos que en cada uno de los ejercicios los estudiantes:

- ✓ Establezcan la relación entre incógnita positivo y negativa, de modo que puedan constituir la ecuación literal, y así lograr resolverla.
- ✓ identifiquen el peso de diferentes elementos a partir de la idea de cantidad, es decir, dado unos pesos determinados establecer la relación que existe entre las masas y el peso de los elementos y buscar el valor de alguna incógnita o variable.
- ✓ Encuentren la forma matemáticamente correcta, en la que se deben utilizar los elementos reales y básicos como lo son los inversos (aditivo y multiplicativo), para desarrollar las ecuaciones lineales literales.

Por esto podemos decir que falta mucho por mejorar en la enseñanza de las matemáticas lo cual se ha comprobado mediante el análisis de las encuestas y los resultados SIMCE de 8° año básico y 2° año medio, pero esperamos que por medio de esta secuencia didáctica el contenido de ecuaciones literales quede más claro para los estudiantes, logrando así obtener una comprensión plena del concepto.

BIBLIOGRAFÍA

Quintana, L. M. (2010 йил octubre). *buenastareas.com*. From buenastareas.com:
<http://www.buenastareas.com/ensayos/Resumen-De-Brousseau/845232.html>

Artigue. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia: iberoamericana.

SEGURA, M. (2006) Aprender a aprender. Claves para su enseñanza, Citado por: GRISALES, L.M y GONZÁLEZ AGUDELO. E. M. (2009) El saber sabio y el saber enseñado: Un problema para la didáctica universitaria. Revista Educación y Educadores. Universidad de la Sabana. Facultad de Educación. Volumen 12, (No. 2)

Escobar, J. M. (2007). Algebra Lineal. Guía Didáctica (Vol. Primera Edición). Bogotá, Colombia: U. Cooperativa de Colombia.

Dr. Roberto Hernandez Sampieri, D. C. (2006). *Metodología de la investigación*. Mexico, D. F.: McGraw-Hill Interamericana.

Resumen De Brousseau - Documentos - Acuario784

“Secuencia de enseñanza para solucionar ecuaciones de primer grado con una incógnita” Inés de Morenoy Lilia de Castellanos

“Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica” Sandra Mabel de segura de Herrero

“Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización en la solución de una ecuación cuadrática” Elías Cruz Mendoza

www.buenastareas.com

<http://www.salesianos.cl/Identidad/mision-en-el-chile.html>

<http://liceo.fundacioneducacionalemopezbravo.cl/somos.html>

Planes y programas de primer año medio

<http://www.agenciaeducacion.cl/>

http://www.diariocordoba.com/noticias/educacion/fracaso-escolar-matematicas_101376.html

**ANEXO 1: CARTA PARA LA VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO
EVALUATIVO (ENCUESTA)**



Escuela de Educación en Matemática e Informática Educativa

Santiago, Noviembre 2013.

Estimado Profesor

El presente documento tiene por finalidad solicitar su colaboración para determinar la validez de contenido del instrumentos de recolección de datos a ser aplicados en el estudio denominado *“Elaboración de una secuencia didáctica, para la enseñanza de ecuaciones literales para alumnos de primer año medio”*, para optar al grado de Licenciado en Educación y al título de Profesor de Educación Media en Matemática e Informática Educativa.

Su valiosa ayuda consistirá en la evaluación de la pertinencia de cada una de las preguntas con los objetivos, variables, dimensiones, indicadores, y la redacción de las mismas.

Agradeciendo de antemano su valiosa colaboración, se despiden de Ustedes,

Atentamente,

Fernández Quintanilla, Alexis Alejandro.

Muñoz Riquelme, Dominique Constanza.

Valenzuela Licanqueo, Jasna Karenina.

Información Proyecto de Investigación

Resumen proyecto de investigación:

El propósito que se persigue en la siguiente investigación es la elaboración de una secuencia didáctica, la cual tiene como finalidad, mejorar los aprendizajes esperados en el contenido de “Ecuaciones Literales”, que pertenecen a la unidad de Álgebra, de Primer año medio. Para esto pondremos énfasis en uno de los componentes principales de la Ingeniería Didáctica, que es el “Análisis a Priori”.

Durante el desarrollo de la investigación el instrumento que se aplicará, nos permitirá evidenciar el conocimiento que poseen los estudiantes sobre el contenido de ecuaciones literales y en base a los resultados se creará una secuencia didáctica, que facilitará el desarrollo de las clases, en las cuales se pretenda ver el contenido.

Objetivo general:

Diseñar una secuencia didáctica, que permita mejorar la enseñanza constructiva de las ecuaciones de primer grado.

Objetivo específico:

- Realizar una evaluación diagnóstica, que nos permita evidenciar los conocimientos relacionados con la enseñanza de las ecuaciones literales.
- Generar una secuencia didáctica para el contenido de ecuaciones literales para alumnos de primer año medio.

Pauta para validar la encuesta

Nombre del Docente:

Grado Académico:

Institución:

Firma:

Para el proceso de validación de la entrevista solicitamos identificar:

	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades					
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con los objetivos, las variables e indicadores del proyecto.					
3	Organización	La estructura es adecuada. Comprende la presentación, instrucciones					
4	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular					
5	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a las variables, dimensiones e indicadores del problema.					

Observaciones Generales:

A continuación se muestra una tabla en donde están especificados de los aprendizajes esperados por cada pregunta.

Aprendizajes esperados/preguntas	<i>Preguntas</i>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Reconoce el concepto de igualdad en las ecuaciones.	x	x			x				X
Reconoce la diferencia entre variable y constante.			x	x		x			X
Reconoce la constante como “factor literal”				x		x		x	
Es capaz de operar una ecuación.		x					x	x	X
Es capaz de encontrar un resultado a la variable y comprobarlo. (Numero \mathbb{R} o expresión literal)			x	x			x	x	X
Es capaz de expresar una ecuación, dado un enunciado literal.			x	x		x	x		

Instrumento Evaluativo

Estimado encuestado:

El presente instrumento de recolección de información es una encuesta escrita, tipo cuestionario con respuestas abiertas. Sus respuestas son relevantes para el estudio realizado en relación a las ecuaciones literales. La encuesta es anónima, por lo que se agradece su disposición a expresarse con toda sinceridad.

Datos iniciales:

SEXO: F___ M___ EDAD: _____

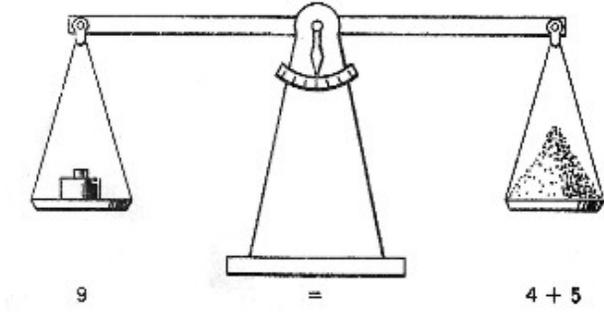
COLEGIO O LICEO: _____

TELEFONO: _____ E-MAIL: _____

1.- ¿Qué es para ti una ecuación de primer grado?

Observaciones

2.- Explica brevemente que se pretende o que entiendes con la siguiente imagen.



Observaciones

3.- ¿Qué es para ti una variable?

Observaciones

4.- ¿Qué entiendes por constante?

Observaciones

5.- ¿Qué entiendes por concepto de igualdad?

Observaciones

6.- ¿Qué se pretende con la siguiente expresión?
“a aumentado el doble de un numero más tres”

Observaciones

7.- De la pregunta anterior ¿puedes plantear la frase como una ecuación de primer grado?

Observaciones

8.- ¿Puedes encontrar el valor de x en las siguientes ecuaciones de primer grado?

a) $ax - b = 2ba$

b) $ax - ad + b - 3c = bd$

c) $2x - 3(x + 3) = 3(x - 2)$

d) $\frac{x}{2} + 10 = x(7 + \frac{10}{x})$

Observaciones

9.- Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte?

Observaciones

10.- La señora Marta compró 3 kilogramos de azúcar y 2 kilogramos de harina y pagó \$ Q. Si el kilogramo de azúcar vale \$P, ¿cuánto cuesta el kilogramo de harina?

Observaciones

ANEXO 2: RESPUESTAS ESTUDIANTES ENCUESTADOS

1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

Una manera de resolver una igualdad con una incógnita

1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

es cuando se intenta conocer el valor de un término desconocido, comúnmente asignado como X.

1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

Para mí una ecuación, es donde se presenta una incógnita o más dentro del cálculo

1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

son conjunto de números y letras

1.- ¿Qué es para ti una ecuación?

son ejercicios matemáticos

2.- ¿Qué es para ti una variable?

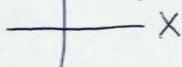
La que puede cambiar según su uso, en distintos problemas

2.- ¿Qué es para ti una variable?

Aquel que varía según la ecuación

2.- ¿Qué es para ti una variable?

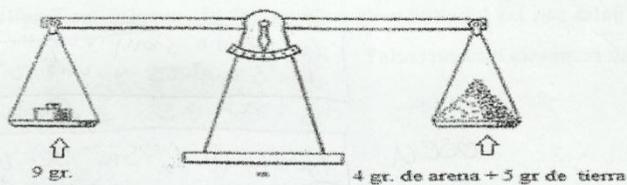
Los ejes del plano cartesiano
eje X e Y



2.- ¿Qué es para ti una variable?

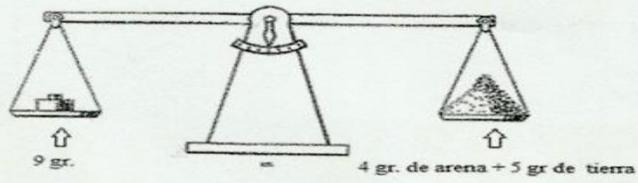
pendón no tome atención en esa

3.- Explica brevemente que entiendes con la siguiente imagen.



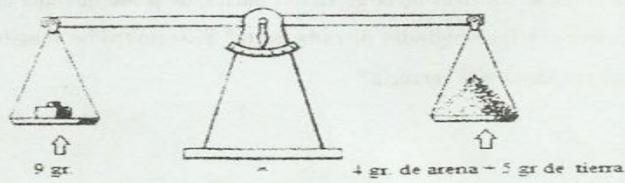
Que hay una igualdad, que aunque no sean los mismos materiales si es un peso igualitario hay un equilibrio sin importar la cantidad.
También: 9 gramos de = 4 gr arena + 5 gr de tierra.

3.- Explica brevemente que entiendes con la siguiente imagen.



que 4gr de arena + 5gr de tierra pesan lo mismo que un trozo de metal de 9gr

3.- Explica brevemente que entiendes con la siguiente imagen.



Se me olvido pero me la sabia

4.- ¿Qué entiendes por constante?

*

Es el resultado de la ~~función~~ ecuación.

4.- ¿Qué entiendes por constante?

Algo que es continuo y nunca va o cambia

4.- ¿Qué entiendes por constante?

Lo que entiendo por constante es que en una división o en otra operación matemática, el resultado sea periódico, cosa que el resultado se va repitiendo, siendo infinito el resultado.

4.- ¿Qué entiendes por constante?

algo que siempre es igual.

5.- ¿Qué entiendes por igualdad?

Que hay dos o más términos iguales, y que su diferencia es cero.

5.- ¿Qué entiendes por igualdad?

Lo que entiendo por igualdad, sería un producto equivalente a otro

5.- ¿Qué entiendes por igualdad?

algo que es ~~equitativamente~~ equitativo.

5.- ¿Qué entiendes por igualdad?

Yo entiendo por igualdad es una semejanza de valor o resultado

6.- ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?:

“ha aumentado el doble de un número más tres”

$$2x + 3$$

6.- ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?:

“ha aumentado el doble de un número más tres”

Entender como se constituye una ecuación con incógnita y poder escribirla.

6.- ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?:

“ha aumentado el doble de un número más tres”

Hacer un término algebraico. = $x \cdot 2 + 3$

6.- ¿Qué crees tú que se pretende con la siguiente frase, en matemáticas?:

“ha aumentado el doble de un número más tres”

$$x + 2x + 3$$

7.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones de primer grado

a) $x - 5a = a - 2x$

$$x + 2x = a + 5a$$

$$3x = \frac{6a}{3}$$

$$x = 2a$$

b) $ax - b(x - 1) = 3(x + a)$

$$ax - bx + 1b = 3x + 3a$$

$$ax - bx - 3x = 3a - 1b$$

c) $2x - 3(x + 3) = 3(x - 2)$

$$2x - 3x - 9 = 3x - 6$$

$$2x - 3x - 3x = 6 + 9 \quad x = \frac{-3}{4}$$

$$-4x = \frac{3}{4}$$

d) $\frac{x}{2} + 10 = x(7 + \frac{10}{x})$

$$\frac{x}{2} + \frac{20}{2} = 7x + \frac{10}{x}$$

7.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones de primer grado

a) $x - 5a = a - 2x$

$$x - 5a = a - 2x$$

$$x + 2x = a + 5a$$

$$3x = 6a$$

$$x = \frac{6a}{3} = 2a$$

b) $ax - b(x - 1) = 3(x + a)$

$$ax - bx + 1b = 3x + 3a$$

$$a - b + 1b - 3a = 3x : X : X$$

$$-2a = 3x$$

$$-\frac{2a}{3} = x$$

c) $2x - 3(x + 3) = 3(x - 2)$

$$2x - 3x - 9 = 3x - 6$$

$$2x - 3x - 3x = 6 + 9$$

$$-4x = 15 \quad x = \frac{-15}{4}$$

d) $\frac{x}{2} + 10 = x(7 + \frac{10}{x})$

$$\frac{x}{2} + 10 = 7x + \frac{10x}{x^2}$$

7.- Determina el valor de x en las siguientes ecuaciones de primer grado

a) $x - 5a = a - 2x$

~~$$x - 5a = a - 2x$$~~

$$x + 2x = 5a + a$$

$$3x = 6a$$

$$\frac{3}{3} = \frac{6a}{3}$$

$$x = 2a$$

c) $2x - 3(x + 3) = 3(x - 2)$

$$2x - 3x - 9 = 3x - 6$$

b) $ax - b(x - 1) = 3(x + a)$

d) $\frac{x}{2} + 10 = x(7 + \frac{10}{x})$

8.- Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?

Una parte de la tabla mide 1,25 y la otra 1,75

Es correcta porque su suma da los 3 metros y si le restamos 50 cm a la más larga queda igual que la otra que había superado en largo

8.- Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta? *

$$3:2 = 1,5 \text{ m}$$

Lo puedo confirmar porque $1,25 + 1,75$ dan 3 metros y una es mayor 50cm que la otra y una es 50cm más larga.
 Se cumplen los 30m al correcto y aprendí a obtenerlo, y además porque $1,25 \text{ m}$ y $1,75 \text{ m}$ se ven como dos valores.

9.- La señora Marta compró 3 kilogramos de azúcar y 2 kilogramos de harina y pagó \$ 0. Si un kilogramo de azúcar vale \$P, ¿cuánto cuesta el kilogramo de harina? Si usted encontró cuánto cuesta el kilogramo de harina ¿Cómo sabe, que su respuesta está correcta?

es casi imposible y lo poco probable de resolver debido a la falta de info.
 3kg azúcar y 2kg harina. y pago \$ 0.
 Probable 1kg " vale \$P
 3P cuesta el azúcar

$$\begin{cases} 3p + 2x = 0 \\ 2x = 0 - 3p \end{cases}$$

8.- Se corta una tabla de 3 metros de largo en dos partes, de modo que una de ellas es 50 cm más larga que la otra. ¿Cuáles son las longitudes de cada parte? Si encontró las longitudes de cada parte ¿cómo sabe usted que su respuesta está correcta?

300 cm

3 metros

$$\begin{array}{r} 150 \text{ cm} \\ + 150 \text{ cm} \\ \hline 200 \text{ cm} \end{array}$$

1 tabla

100 cm
2 tablas

$$\begin{array}{r} 200 \\ 100 \\ \hline 300 \end{array}$$

ANEXO 3: FIRMAS PROFESORES VALIDADORES DE INSTRUMENTO



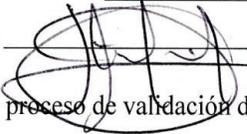
UNIVERSIDAD CATÓLICA
SILVA HENRÍQUEZ

Pauta para validar la encuesta

Nombre del Docente: JORGE AVILA CONTRERAS

Grado Académico: MAGÍSTER EN CIENCIAS EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

Institución: UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ

Firma: 

Para el proceso de validación de la entrevista solicitamos identificar:

	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades			X		
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con la objetivos, las variables e indicadores del proyecto.				X	
3	Organización	La estructura es adecuada. Comprende la presentación, instrucciones			X		
4	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular			X		
5	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a las variables, dimensiones e indicadores del problema.		X			



UNIVERSIDAD CATÓLICA
SILVA HENRÍQUEZ

Pauta para validar la encuesta

Nombre del Docente: CARLOS ALBERTO GÓMEZ CASTRO

Grado Académico: PROFESOR

Institución: UCSH

Firma: [Handwritten Signature]

Para el proceso de validación de la entrevista solicitamos identificar:

	Indicadores	Definición	Excelente	Muy bueno	Bueno	Regular	Deficiente
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades		✓			
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con la objetivos, las variables e indicadores del proyecto.	✓				
3	Organización	La estructura es adecuada. Comprende la presentación, instrucciones		✓			
4	Orden	Las preguntas y reactivos han sido redactadas utilizando la técnica de lo general a lo particular	✓				
5	Extensión	El número de preguntas no es excesivo y está en relación a las variables, dimensiones e indicadores del problema.			✓		