



FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

**MODELO PARA LA OPERATORIA ARITMÉTICA DE LAS
FRACCIONES EN EDUCACIÓN MEDIA: ESTUDIO DE CASO,
INSTITUTO COMERCIAL LA CISTERNA.**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL
TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICAS E
INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTE:
GODOY ULLOA, KATHERINE NISEL

PROFESOR GUÍA:
MARIA EUGENIA, PUYOL ZANINI

SANTIAGO, CHILE
AÑO 2014

*Donde haya un árbol que plantar, plántalo tú.
Donde haya un error que enmendar, enmiéndalo tú.
Donde haya un esfuerzo que todos esquivan, hazlo tú.
Se tú el que aparta la piedra del camino.*

Gabriela Mistral.

Agradecimientos

No ha sido fácil este proceso de formación, he vivido momentos buenos y malos, alegrías y decepciones, me han enseñado y he enseñado, por cada momento que he coexistido, doy las gracias; si bien, hoy emprendo un vuelo, que no es fácil, que me llevara a grandes desafíos, que desarrollare día a día y estaré agradecida por tener la posibilidad de crear, mejorar, enseñar y dar simplemente una oportunidad a cada uno de los estudiantes que estarán en mi pasar.

Doy las gracias a mi madre quien ha sido un pilar fundamental en mí vida, por todo el esfuerzo que hace a diario para que cumpla mis sueños e inspirarme a seguir siempre adelante sin importar lo que pase, a mis amigos y compañeros por su incondicional apoyo y compañía en este proceso, a los pequeños que han estado dispuestos a escuchar, aprender y compartir a diario lo que dice la bruja de matemática.

Y como no agradecer a cada uno de los docentes que han formado y entregado su sabiduría en el conocimiento, en lo social y en el que hacer, por el apoyo y las oportunidades que me han dado a lo largo de este periodo de aprendizaje.

No puedo dejar de agradecer a quien me acompaña y me da su apoyo a diario, por su comprensión y alegrías.

Por último debo agradecer a mi pequeña hija, quien es mi subsistir, mi alegría, me da su amor, apoyo y fuerza para salir adelante, sin mirar para atrás, la flor de mi vida, porque hoy todo lo que realizo lo hago por ella, la amo mucho.

Y como no mencionar lo que en una simple canción dejo expresado por Violeta Parra *“Gracias a la vida, que me ha dado tanto”*.

Katherine Godoy.

ÍNDICE

RESUMEN	6
ABSTRACT	7
INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
1.1 Antecedentes teóricos y/o empíricos observados.....	10
1.2 Justificación	12
1.3 Definición del problema.....	13
1.4 Limitaciones.....	14
CAPÍTULO II. OBJETIVO GENERALES Y ESPECÍFICOS	15
2.1 Objetivo general.....	15
2.2 Objetivos específicos.....	15
CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO	16
3.1 Conceptos de la didáctica fundamental.....	16
3.1.1 Triángulo didáctico	16
3.1.2 Contrato didáctico.....	17
3.1.3 Transposición didáctica.....	18
3.1.4 Obstáculos didácticos.....	19
3.2 Aprendizaje de las fracciones según las bases curriculares.....	23
3.2.1 Bases Curriculares.....	24
3.2.2 Análisis de las bases curriculares.....	28
3.3 Diferentes significados de las fracciones.....	31
3.4 Operatorias de las fracciones según Lara.....	34
3.5 Dificultades y errores.....	36
3.5.1 Errores frecuentes en las fracciones.....	38

CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO	40
4.1 Enfoque de la investigación	40
4.2 Tipo de estudio	42
4.3 Método de investigación.....	43
4.4 Paradigma de investigación	46
4.5 Universo y muestra.....	48
CAPÍTULO V. DESARROLLO DE ESTUDIO	50
5.1 Diseño de investigación.....	50
5.2 Presentación	51
5.3 Instrumento de evaluación	52
5.4 Análisis de resultado de Diagnóstico	53
5.5 Errores de operaciones aritméticas.....	61
5.6 Proceso en el aula.....	69
5.6.1 Método de trabajo	69
5.6.2 Operaciones aritméticas en las fracciones.	70
5.6.3 Reflexiones de docente.....	74
CAPÍTULO VI. ANÁLISIS DE DATOS	77
CAPÍTULO VII. CONCLUSIÓN	83
BIBLIOGRAFÍA	86
ANEXOS	89
ANEXO 1: Carta para la validación del instrumento evaluativo y prueba de diagnóstico.....	90
ANEXO 2: Firmas profesores validadores de instrumento evaluativo.....	97

RESUMEN

Este estudio tiene como principal objetivo proponer un modelo eficiente para las operatorias de los números racionales, abordando principalmente las operatorias aritméticas en la fracción y los obstáculos que los estudiantes presentan en ellas, en el nivel de educación de primer año medio, focalizando el desarrollo de la investigación en un diagnóstico previamente validado por expertos.

Se revisan antecedentes relevantes para la investigación, utilizando como soporte teórico los conceptos de la didáctica fundamental abordada por Brousseau en temas como los obstáculos didácticos y triángulo didáctico y Chevallard con la transposición didáctica, conceptos esenciales en el ámbito de educación. Así mismo para poder contextualizar el proceso de enseñanza – aprendizaje en la educación Chilena, se presentan las bases curriculares propuestas por el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC), considerando desde el nivel de enseñanza que se introduce al concepto de fracción hasta el desarrollo de la implementación y ejecución de ellas, identificando los diversos significados y fases propuestos por diferentes autores, que también se presentan.

Para poder determinar e indagar el problema de investigación se trabajó con un enfoque cualitativo que permitió comprender el objetivo de estudio, logrando realizar un análisis del contexto educativo, para posteriormente realizar el desarrollo del estudio, centrado en el establecimiento educacional Instituto Comercial La Cisterna, levantando evidencias que muestran como a través de las malas concepciones de los conceptos que poseen los estudiantes los llevan a diversos errores en la ejecución de la operatoria de las fracciones.

Finalmente el análisis realizado del transcurso de la investigación y los resultados obtenidos del proceso permitieron que los docentes conocieran las dificultades que poseen los estudiantes ya sea en el significado, operatorias o conceptos, lo que ayudó al que hacer de los docentes en un futuro y a la utilización de un modelo eficiente en el desarrollo de las operatorias.

ABSTRACT

The main objective of this study is to propose an efficient model for operations with rational numbers, mainly focused on arithmetic operations in the fraction and the difficulties that students have to face in them, during their first secondary school year; focusing on the development of a diagnosed research previously validated by experts.

Relevant previous background information for this research is reviewed, using as data carrier theoretical concepts of the fundamental didactics approached by Brousseau on issues such as didactic obstacles and didactic triangle and Chevallard with didactic transposition, significant concepts in the field of education. Furthermore, in order to contextualize the teaching - learning process in Chilean education, the curricular bases proposed by the Chilean Ministry of Education (MOE) are also presented in this study, taking into account the level of education in which the concept of fractions is introduced up to the developed implementation and execution of them, identifying the various meanings and stages proposed by different authors, which are also mentioned.

To determine and investigate the research problem, the experts will work with a qualitative approach that will allow the understanding the goal of this study, making an analysis of the educational setting, to make a posteriori development of the study, focused on the educational high school Instituto Comercial Particular La Cisterna, collecting evidence that show how through the concepts misunderstanding students have mislead them to the various errors in the execution of the operations with fractions.

Finally, the analysis carried out through the investigation and results obtained in this same process will let teachers know the difficulties that students face either in meaning, operation or concepts. This will help teachers to select a better and effective teaching method.

INTRODUCCIÓN

Es sabido que la Educación a modo general se encuentra en una crisis en cuanto a sus fines, formas de trabajo en el cotidiano escolar, financiamiento, sostén y espacio de desarrollo dentro de las instituciones en que se desenvuelve lo educativo, entre otras. Así lo demuestran las movilizaciones estudiantiles y docentes, seminarios que tratan el tema como investigaciones académicas que buscan interpretar y dar salida a la solución de la crisis educativa. La matemática, su enseñanza-aprendizaje y forma de trabajarla no se salvan de la crisis y el cuestionamiento en Chile y América Latina.

La matemática educativa, tiene un status social alto con respecto a las otras asignaturas de la educación formal. Esta afirmación se verifica con lo que expresan los planes y programas del Ministerio de Educación Chileno para la educación matemática, y dentro de lo cotidiano, socialmente tienen mayor status las carreras profesionales que involucren a contenidos matemáticos, principalmente el cálculo. No obstante, a pesar de tener un status social elevado no queda exento a cuestionamientos en cuanto a su forma de ver el contenido matemático, cómo se trabaja y para qué se trabaja, cosa que podemos encontrar y verificar en el discurso estudiantil escolar y profesional docente.

Entonces, para el caso de este seminario de grado, se analiza y actúa frente al mismo análisis previo para medir si el algoritmo tradicional presentado produce cambios en el aprendizaje estudiantil. Por esto, se asume que el contexto del aula se ve mediado por las relaciones entre el profesor, los estudiantes y el contenido matemático, que dentro de este triángulo didáctico encontramos una dinámica de tratar lo matemático centrado en el procedimiento algorítmico de la operatoria a realizar en clases, así lo menciona Chevallard, Johua (1982) “*es un modelo sistemático que sirve para situar y analizar la naturaleza de las múltiples relaciones que establecen entre los tres elementos*”, sin tocar los conceptos y significados que dicho contenido trae consigo junto a un nulo tratamiento de para qué aprender el mismo, obteniendo aprendizajes con significados débiles que en cuanto a duración alcanzan a ser conscientes hasta la significancia de responder la prueba al final de la Unidad.

De esta manera, el contexto escolar está centrado en el profesor y el contenido. En este trabajo se abordará la metodología del profesor en clases con respecto al tratamiento de la operatoria básica con números racionales. Desde el paradigma socio-crítico, se critica la aún sostenida metodología tradicional de la enseñanza de la matemática que centra la significancia del contenido matemático en los algoritmos de

resolución de ejercicios y problemas típicos del trabajo con números racionales, estableciendo una objetividad del trabajo matemático bastante cuestionada que deja de lado los intereses de estudiantes y profesores en su relación con el contenido matemático y que con esta metodología tradicional de enseñanza-aprendizaje reduce el aprovechamiento del contenido de la operatoria básica en cuanto a significados que se pueden desarrollar con éste.

El trabajo que se invita a leer a continuación va a tratar de la transposición didáctica que realiza el profesor y las posibilidades de desarrollo de significantes concepciones en el trabajo de aula y los estudiantes con la operatoria básica con números racionales.

En el capítulo I se planteará el problema que se indagará en esta investigación, se señalan detalladamente el porque se realiza este estudio, mencionando investigaciones y estudios que se han efectuado con anterioridad siendo relevantes para el desarrollo de este, dando justificación al estudio, posteriormente en el capítulo II se plantean los objetivos generales y específicos a realizar. En el capítulo III, llamado marco teórico, se presentara la noción de la teoría fundamental, mencionando a Chevallard con transposición didáctica y Brousseau en Obstáculos didácticos, para luego abordar los aprendizajes de las fracciones según las bases curriculares que hoy en día se utilizan en los establecimientos Chilenos, a su vez se indagan los diferentes significados de las fracciones que les dan diversos autores, finalmente se abordan algoritmos presentados por Lara en el año 1951, los cuales los denominamos como algoritmo tradicional.

En el capítulo IV, se precisa el método a seguir para la investigación, basándonos en un enfoque cualitativo, de tipo explicativo y el método de investigación es un estudio de caso, lo que ayudara a determinar los obstáculos que se presentan y la metodología a seguir.

En el capítulo V, se abordan el desarrollo del estudio, donde se realizara un recogimiento de información, las etapas y lo que se efectuó en cada una de ellas. Para así poder dar inicio al capítulo VI donde se analizaran los datos recogidos anteriormente en el proceso e interpretaran el desarrollo de esta investigación.

Finalmente se abordara en el capítulo VII las conclusiones, donde se dará respuestas a las preguntas que se realizan en el planteamiento del problema, sintetizando los resultados obtenidos.

CAPITULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes teóricos y/o empíricos observados

Sin duda, una de las dificultades que presentan hoy en día los profesores y profesoras de primer año medio es la enseñanza de los números racionales (representación, modelación y argumentación), en particular, el desarrollo inadecuado de la resolución de operaciones aritméticas en fracciones. La variedad de significados genera una mala concepción del concepto fracción, y cómo aplicarlo correctamente al desarrollo de ejercicios de este tipo.

Según Flores (2010. p 93) *“la variedad de significado asociado a la fracción es la razón principal de las dificultades con el concepto y con sus operaciones”*. Aquí se hace referencia que a la variedad de significados que tienen las fracciones en los procesos escolares produce confusión en los estudiantes, quienes dando distintas interpretaciones, no logran establecer una secuencia lógico matemática capaz de generalizar la resolución de problemas que impliquen fracciones y sus facetas.

Por otra parte, la importancia que le da el profesor al concepto de fracción y la transposición didáctica que genera para su aprendizaje, hace de ella un concepto importante de estudio. En base a lo anterior, podemos hacer referencia a la cita:

“hoy día se da también especial relieve a lo que piensa un profesor sobre su propia actuación como profesor de matemática, sobre las matemáticas en general, sobre el proceso en general (y en nuestro caso, sobre las fracciones) su opinión sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje, etc, ya que de alguna manera estas ideas actúan como un filtro a la hora de transformar la información teórica en recursos prácticos” (Brommer y Brophy, 1986, citado por Llinares y Sánchez, 1997. p.21)

Con esto nos referimos al énfasis que el docente pueda tener, condicionando sus decisiones, tanto en relación con el contenido, como su selección, planificación y en la evaluación del proceso, repercutiendo al estudiante en su conocimiento sobre las fracciones. Entonces las creencias del docente en sus propias concepciones juegan un rol importante, para poder maximizar el resultado de conexión entre la teoría y la práctica para el mejor uso de fracciones, para la aplicación correcta y adecuada por parte del estudiante.

En Díaz (1998), se realiza un estudio de caso en donde a docentes del área de las ciencias se les plantea una problemática y se producen diversas respuestas para el mismo concepto, así se menciona en la cita:

“...quedando planteadas discrepancias de los significados y de su manejo en cada campo. Constatan además como estas discrepancias serán generadoras de obstáculos para el logro de su aprendizaje por parte de los y las estudiantes.”.(p.23)

Puede apreciarse que en estos casos el único significado al que recurren los profesores es el de parte-todo.

En contraposición a lo anterior, existe literatura que da cuenta de a lo menos 14 significados (Fandiño, 2005), a saber:

1. La fracción como parte de un todo a veces continuo, a veces discreto.
2. La fracción como cociente.
3. La fracción como razón.
4. La fracción como operador.
5. La fracción en probabilidad.
6. La fracción en los puntajes.
7. La fracción como número racional.
8. La fracción como punto de una recta orientada.
9. La fracción como medida.
10. La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo
11. La fracción como porcentaje.
12. La fracción en el lenguaje cotidiano.
13. La conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud.
14. La conceptualización signo – objeto de Duval

Como consecuencia el gran número de significados planteados anteriormente, ha producido en el proceso educativo una dificultad en la comprensión del contenido de “Conjunto de Número Racionales”, lo que conlleva a que los docentes al momento de transponer el saber sabio lo llevan a un saber enseñado sin relación *“...elimina completamente la historia de los saberes”* (Brousseau, 1986.p.5), obteniendo una gran confusión en el desarrollo de operaciones aritméticas de las fracciones, así lo señala el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), 2002, pág. 2 *“son casi tres de cada cuatro estudiantes los que tienen dificultad para comprender el concepto de fracción y operar con fracciones”*.

1.2 Justificación

Si bien hoy en día las bases curriculares (2011 y 2013) integran las nociones de las fracciones desde tercer año básico (nombrándolas en una primera instancia para luego poder realizar una implementación y análisis de ellas) y se desarrollan en la medida que avanza el proceso académico, nos encontramos que a la hora de desarrollar las operaciones aritméticas, los estudiantes presentan dificultades, que muchas veces las mantienen año tras año.

Por otra parte, es común ver en la vida cotidiana como se integran distintas facetas de las fracciones, así se puede ver al repartir un chocolate, dividir cuentas, seguir una receta de cocina, ver la hora en el reloj, etc. Sin embargo, a pesar de que utilizan el concepto de fracción en la vida diaria, no son capaces de comprender y otorgarle un significado a este concepto.

Así se identifica en el primer año medio D, del Instituto Comercial La Cisterna, donde los estudiantes son capaces de nombrar fracciones sin reconocer que están utilizándolas, sin darle significado alguno a lo que están realizando.

Es por esto que nace la necesidad de observar y crear un método a seguir al momento de enseñar fracciones, teniendo en cuenta las dificultades y errores que los estudiantes tienden a cometer, aportando el conocer elementos, que estarían provocando errores por parte de los estudiantes, al operar con fracciones.

Contribuyendo al entendimiento de los obstáculos didácticos que se presentan en los estudiantes y las transposiciones didácticas a las que han estado permanentemente expuestos los alumnos al momento de recibir el conocimiento.

1.3 Definición del problema

Es fundamental comprender que la labor docente se entiende como el proceso por el cual intentamos transmitir el saber y los conocimientos de la forma más adecuada, y de esta manera lograr su asimilación (enseñanza-aprendizaje). Por lo anterior es que entendemos el grado de importancia que se sitúa en este proceso, el cual ha sido uno de los principales temas de estudio para muchos autores de la última década. (Fandiño, 2005; Flores, 2010; T. E. Kieren, 1988; S. Llinares y M. V. Sánchez, 1997; Perera y Valdemoros, 2007, Figuera 1988, entre otros).

Cabe señalar que la importancia del concepto de fracción no radica en la suposición de un eje temático absoluto, que nos entregue una llave maestra para la comprensión de las matemáticas, sino en la introducción a una de las áreas más descuidadas y fundamentales para comprender el entorno a través de las matemáticas. Es por esto que entendemos la necesidad de adentrarnos en su campo, y buscar soluciones que faciliten la comprensión de las fracciones. Por esto se plantea la pregunta que enmarca el desarrollo de esta investigación

¿Cómo implementar un algoritmo capaz de fortalecer el cálculo de operaciones aritméticas de las fracciones teniendo como objetivo la comprensión de sus características y propiedades descritas en los planes y programas del Mineduc, año 2011?

Para poder dar respuesta a esta pregunta es necesario indagar e interpretar, generando las siguientes sub-preguntas:

- ¿Cuáles son las dificultades que se presentan en los estudiantes cuando operan en las fracciones?
- ¿De qué manera los estudiantes desarrollan la representación, modelación y argumentación de la fracción para la comprensión de dichas operatorias?.
- ¿Según las bases curriculares como se presenta el concepto de fracción desde la enseñanza básica?

Para poder dar respuestas a cada sub-preguntas, se desarrolla la investigación en el Instituto Comercial La Cisterna, en el Primer año Medio D, identificando previamente la falta de conocimiento o claridad que presentan los estudiantes al desarrollar las fracciones en cualquiera de sus facetas y así se contestara la pregunta de estudio.

1.4 Limitaciones

Para poder desarrollar esta investigación ha sido necesario identificar las limitaciones que se presentan en el proceso, ya sea, por parte de los estudiantes o por parte de la docente.

- Una de las grandes limitaciones es la heterogeneidad de estudiantes en el aula, debido a que los estudiantes de primer año medio D, ingresan a este establecimiento en este nivel, por lo que son proveniente de diversos establecimientos, y otros son del mismo establecimiento. Esto produce que durante el primer periodo de esta investigación se tuviera que implementar una nivelación para los estudiantes.
- La cantidad de alumnos en el aula, es una limitación para la docente, ya que como los estudiantes poseen diversos aprendizajes previos y dudas con respecto a ellos, es necesario implementar casi clases personalizadas para los estudiantes, sobre todo para los estudiantes con menor conocimiento en el tema de las fracciones.
- El tiempo es una limitación para la docente, ya que la docente implemento esta investigación a través de sus clases de matemáticas y esta exigida por los planes y programas y establecimiento a proporcionar cierta cantidad de tiempo.
- El horario en que se emplean las clases también es una limitante, ya que de 7 horas que corresponden al proceso de enseñanza de las matemática, 4 horas son luego de almuerzo, lo que produce la desmotivación y desconcentración de los estudiantes.

CAPITULO II. OBJETIVO GENERALES Y ESPECIFICOS

2.1 Objetivo general:

- Implementar un modelo que permita mejorar el tratamiento de las operatorias aritméticas con fracciones en la Educación Media, en estudiantes de primero medio.

2.2 Objetivos específicos:

- Determinar las falencias primordiales de los estudiantes de primero medio en la operatoria aritmética en los números racionales.
- Identificar las estrategias de desarrollo de los estudiantes en la operatoria de la fracción.
- Determinar los hitos relevantes de la propuesta curricular sobre el tema de las fracciones.

CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO

En el sistema educativo se han realizado varios estudios con respecto a las fracciones, los que han tratado de identificar varias dificultades que se presentan en el significado, representación, operatoria y aplicación de ellas, y aun podemos encontrar las mismas interrogantes entre los profesores.

Para poder abordar un tema tan complejo con las fracciones y sus operaciones es necesario abordar diversas teorías (Chevarllad y Brousseau), las bases curriculares nacionales (MINEDUC), la historia de la operatoria de las fracciones en la adición (Lara, 1951) y mencionar que este estudio se enmarca en un paradigma de investigación interpretativo, el cual comprende a través de observaciones, análisis de datos y participación el problema de estudio.

3.1 Conceptos de la didáctica fundamental

La didáctica fundamental, nace por el interés de diversos autores en las problemáticas relacionadas con la educación matemática en la década de los ochenta, presenta una concepción global de la enseñanza, considerando todo lo que se presenta en la situación de enseñanza- aprendizaje.

Para Brousseau (1989, p. 3) se define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como: "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos".

3.1.1 Triángulo didáctico

Para comprender las dimensiones epistemológicas, didáctica y cognitivas, se debe tener en cuenta la interacción entre el saber, estudiante y profesor, dentro del contexto particular de la clase, la interacción de estos tres polos da vida a las *situaciones didácticas*, así lo indica en esta cita “*Un conjunto de relaciones explícitas y/o implícitas entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución*” (Brousseau, 1986).

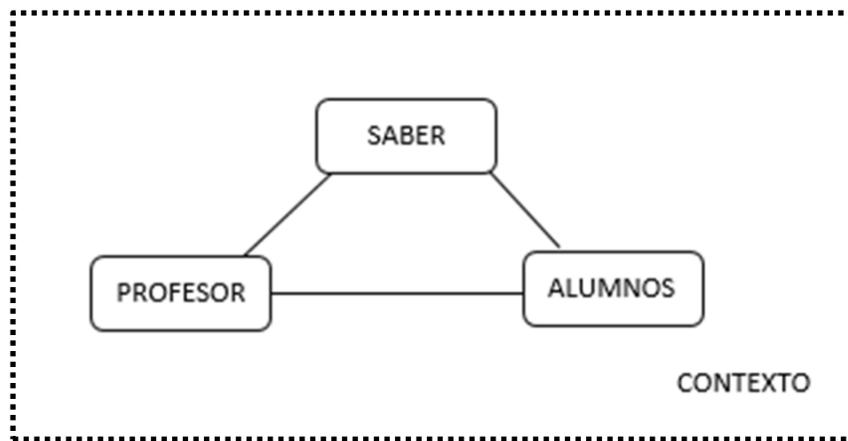


Imagen 1, Triángulo didáctico

Lo representado en el imagen 1 se denomina triángulo didáctico el cual da origen a tres dimensiones de análisis de los fenómenos didácticos.

- a) La dimensión epistemológica, referida a las características del **saber** a enseñar. Dicho conocimiento se ha desarrollado a través de la historia y es poseedor de una naturaleza propia.
- b) La dimensión cognitiva, asociada a las características del conocer. Es decir, cómo conocen los y las **estudiantes**.
- c) La dimensión didáctica, referida al funcionamiento del sistema didáctico, y a cómo el **docente** conduce o facilita la construcción del conocimiento por parte del estudiante.

A medida que esta interrelación (profesor-estudiante) transcurre lo que llamamos “**contrato didáctico**”. (Brousseau, 1986), el cual se refiere a la consigna establecida entre profesor y alumno, para el desarrollo de la clase y lo que se espera de cada uno de los participantes del proceso de enseñanza- aprendizaje.

3.1.2 Contrato didáctico

En toda situación educativa, el profesor intenta que los estudiantes sepan lo que el pretender hacer y los objetivos que pretenden alcanzar, por lo que es necesario establecer un acuerdo entre el profesor y los estudiantes. Como lo menciona Barros (2008) “Regla de decodificación de la actividad didáctica, constituye, entonces, un sistema de normas” (p.66)

Entonces estos acuerdos pueden ser explícitos o implícitos, permitiendo la transposición de los saberes y una apropiación significativa, activa y constructiva del conocimiento.

“Se entabla entonces una relación que determina explícitamente, en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente, lo que cada participante, el enseñante y enseñando, tiene la responsabilidad de producir y de lo que será de una u otra manera, responsable ante el otro” (Brousseau, 1986. P.12)

Brousseau (1986) plantea que:

- Se supone que el profesor debe crear condiciones suficientes para la apropiación de los conocimientos y debe reconocer esta apropiación cuando se produce.
- Se supone que el alumno puede satisfacer esas condiciones.
- La relación didáctica debe continuar cueste lo que cueste.
- El profesor asegura que las adquisiciones anteriores y las condiciones nuevas dan al alumno la posibilidad de la adquisición.

Por lo anterior es necesario que los profesores y estudiantes tengan clara las normas o acuerdos que se han instaurado en el proceso educativo y los roles que cada uno de ellos cumple para obtener aprendizajes significativos.

3.1.3 Transposición didáctica

Por otro lado tenemos la “**transposición didáctica**” (Chevallard, 1991) vista como una transformación de un contenido del saber sabio (saber científico) a una versión comprensible para la enseñanza denominada saber a enseñar, el cual a su vez sufre un conjunto de nuevas transformaciones hasta hacerse objeto de enseñanza, así se muestra en la imagen 2.

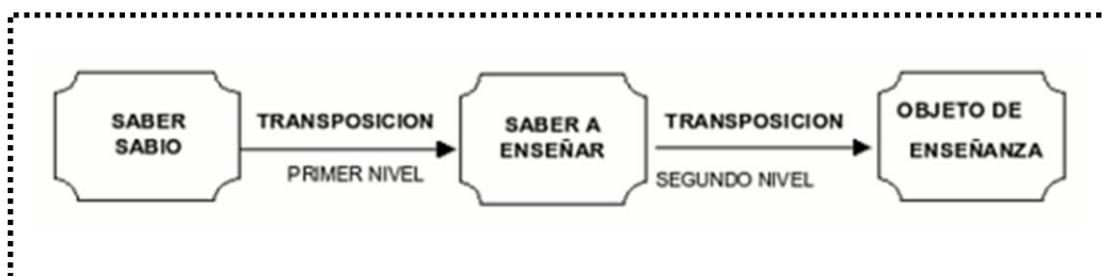


Imagen 2, transformación del saber en la transposición didáctica.

Chevallard (1985) dice:

“El profesor tiene que enseñar una parte del “saber sabio o erudito”, del cual los matemáticos profesionales e investigadores puros son sus poseedores y fabricantes.

La sociedad demanda enseñar una parte de este saber, lo que supone que ella debe tener utilidad social. Para responder a esta demanda, es necesario transformar el conocimiento para que se vuelva enseñable a un nivel dado. Este punto es clave en cuanto a que el profesor debe cuestionarse acerca de su relación con el saber a enseñar, así como con el saber erudito”

Por eso es necesario que cuando se enseñen las operatorias de las fracciones los docentes sean capaces de comprender como sus estudiantes reciben ese contenido y transformar el saber sabio a un objeto de enseñanza.

Así en cada situación didáctica nueva se realizara una transposición didáctica nueva, para la integración de los aprendizajes. Se hace referencia en la cita: *“se trata de adaptaciones del saber que pretenden hacer posible su integración en la enseñanza”* (Calvo, 2001 citado por Barros, 2008, p.68). Es necesario para el proceso de enseñanza que los docentes consideren las características y condiciones que se presentan en la apropiación de los saberes, teniendo en cuenta que siempre en el aula se presentan situaciones diferentes, llegando a controlarlas y modificarlas para provocar cambios de estrategias *“ se permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar”* (Gálvez, 1994, p. 40). Dichas características y condiciones se conocen como **“variables didácticas”**.

3.1.4 Obstáculos didácticos

Los profesores y profesoras constantemente están enfrentados a las dificultades que los estudiantes presentan, ¿cuántas veces han estado enfrentados a situaciones donde los estudiantes se niegan a comprender el contenido? diciendo ¡no puedo!, ¡soy malo para esto!, ¡no entiendo, lo que está enseñando!, ¿Qué está haciendo?, o a errores contantes a pesar de haberlo explicado y desarrollado adecuadamente con anterioridad. Estas y otras interrogantes y expresiones, son la forma en que se puede observar que existe algún obstáculos didácticos presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Brousseau (1976 citado por Palarea y Socas 1994 .p.92) señala que un *“obstáculo se manifiesta por errores, pero errores que no són debido al azar, no son fugaces, intermitentes, si no reproducibles y persistentes”*, estos obstáculos se dan en la construcción del conocimiento matemático por los alumnos e impiden avanzar en dicha construcción.

Según Palarea y Socas (1994 p.93), reproducen que Bachelard y Brousseau caracterizan un obstáculo como: *“aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas.”*

Así se detecta cuando los estudiantes se ven enfrentados a operaciones aritméticas como la adición por ejemplo $2/5 + 3/4$ los estudiantes dan como resultado $7/9$ debido a que ven el numerador y denominador como números unitarios y lo resuelven como un número natural y no como un número racional o una fracción por lo que lleva a un constante error conceptual entre los naturales y los racionales, trayendo como consecuencia la dificultad para realizar operaciones en otro conjunto numérico.

Se puede precisar que:

- *Un obstáculo es un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento.*
- *Tiene dominio de eficacia, el alumno lo utiliza para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto en el que el dominio de ese conocimiento es eficaz y adecuado, por lo que cuando generan respuestas fuera de ese contexto las respuestas serán inadecuadas.*
- *Es resistente y resultara más resistente cuando mejor adquiridos este, o cuando más haya demostrado su eficacia y potencia en el anterior dominio de validez. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.*
- *Después de haber notado su inexactitud continúa manifestándolo esporádicamente.* (Palarea y Socas, 1994.p. 93)

Según Brousseau (1976) distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

- **Obstáculos Ontogenéticos:** A veces llamados obstáculos psicogenéticos, se deben a las condiciones genéticas específicas de los estudiantes.

Este obstáculo se puede ejemplificar cuando el estudiante resuelve en la faceta parte-todo, representa las fracciones $\frac{2}{9}$ y $\frac{7}{9}$ en gráficos separados, debido a que internaliza la idea de que cada fracción es un dibujo diferente, sin comprender la idea de unidad, numerador y denominador de una fracción, debido a que las representaciones mentales que posee el alumno remite al obstáculo ontogenético.

- Obstáculos Didácticos: que resultan de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen para establecer la situación de enseñanza, las cuales no se pueden evitar porque juegan un papel muy importante en la adquisición del nuevo conocimiento.

Por ejemplo se presentan las fracciones equivalentes como

Multiplicación, por 2

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{4}$$

multiplicación, por 4

$$\frac{6}{5} \rightarrow \frac{24}{20}$$

O como lo explican los textos escolares, principalmente el texto del escolar de primer año medio 2014 que utilizan la multiplicación cruzadas entre fracciones, comparando los resultados para saber si son equivalentes, menor o mayor.

$$\frac{5}{9} \frac{8}{11} = (5 \cdot 11) \frac{8}{11} = 55 > 72 = \frac{5}{9} > \frac{8}{11}$$

Se pide analizar si son equivalentes las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{50}{100}$ y $\frac{15}{30}$

Aquí el obstáculo didáctico tiene relación con el hecho de que puede interpretarse la noción de fracción equivalente solo como una amplificación o multiplicación de términos, sin tener en cuenta que la reducción de una fracción también es una expresión equivalente. Provoca dificultades en la búsqueda de una fracción irreducible.

- Obstáculos epistemológicos: intrínsecamente relacionados con el propio concepto. Se les puede encontrar en la historia de los conceptos mismos. Así se puede observar cuando los estudiantes se ven enfrentados a la división entre números enteros, por ejemplo a la siguiente pregunta, ¿Cómo puedes

repartir 2 bizcochuelos en 5 personas de modo que cada una reciba la misma cantidad?

En este caso se puede evidenciar que pueden presentarse errores en su resolución al tratarse de cantidades que son discretas, por un lado los bizcochuelos y por otro la cantidad de personas, el alumno se encuentra frente al desafío de dividir lo cual se confronta a sus conocimientos de números enteros y divisiones exactas.

3.2 Aprendizaje de las fracciones según las bases curriculares

En primer año medio los planes y programas nacionales mencionan la unidad N°1, “Números” haciendo referencia al estudio de los números racionales, dejándolo plasmado en los propósitos de los planes y programas (2011) *“En esta unidad se recogen los aprendizajes que los estudiantes ya tienen sobre números enteros, fracciones y decimales, para introducir los números racionales. Se espera que comprendan sus características y propiedades, y sean capaces de ordenarlos, transformar de fracciones a números decimales, justificando la transformación realizada, y operar con ellos”*

Para lograr dicho propósito es necesario que los estudiantes transcurran por un proceso de aprendizaje en donde generen diversos conocimientos previos, conceptos nuevos, habilidades y actitudes.

Por otra parte las bases curriculares plantean una organización curricular para el aprendizaje de las matemáticas, en las cuales deben desarrollar **habilidades, ejes y actitudes**.

- **Habilidades:** *“son capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Una habilidad puede desarrollarse en el ámbito intelectual, psicomotriz, afectivo y/o social. En el plano educativo, las habilidades son importantes, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos”*. (Programa de estudio quinto año básico, 2012. p. 10), por lo que, *“se busca desarrollar el pensamiento matemático”* (Bases curriculares, 2012. P.5), para desarrollar este pensamiento es necesario involucrar cuatro habilidades que están interrelacionadas entre ellas: Resolver problemas, Modelar, Argumentar y comunicar y representar.
- **Ejes:** *“corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones. La definición contempla el conocimiento como información (sobre objetos, eventos, fenómenos, procesos, símbolos) y como comprensión; es decir, la información integrada en marcos explicativos e interpretativos mayores, que dan base para*

desarrollar la capacidad de discernimiento y de argumentación” (Programa de estudio quinto año básico, 2012. p. 13). Se debe mencionar que los conceptos se presentan en ejes temáticos, en las bases curriculares, del año 2012 que se trabajan desde primero básico hasta sexto básico los ejes son: Números y operaciones, patrones y álgebra, geometría, medición y por último datos y probabilidades, en cambio, las bases curriculares, año 2013 que se trabajan desde séptimo básico a segundo medio se dividen en cuatro ejes: números, álgebra y funciones, geometría y por último probabilidad y estadística.

- *Actitudes: “son disposiciones aprendidas para responder, de un modo favorable o no favorable, frente a objetos, ideas o personas; incluyen componentes afectivos, cognitivos y valorativos, que inclinan a las personas a determinados tipos de conductas o acciones. Las actitudes cobran gran importancia en el ámbito educativo, porque trascienden”* (Programa de estudio quinto año básico, 2012. p. 13), por ello se deben desarrollar de manera integrada con los conocimientos y habilidades propios de la asignatura, para la formación de los estudiantes.

3.2.1. Bases Curriculares

En las bases curriculares del MINEDUC, las fracciones son estudiadas y plasmadas desde los primeros años escolares, desde la concepción más común en el significado de las fracciones hasta poder llegar a analizar, utilizar y aplicar dichas fracciones. Por esto es necesario el estudio de cada nivel para ver cómo se va transformando dicho concepto y sus diversos significados de estudio. Los objetivos de aprendizaje OA para cada curso según el MINEDUC son los que *“definen para cada asignatura los aprendizajes terminales esperables para cada año escolar. Se refieren a habilidades, actitudes y conocimientos que han sido seleccionados considerando que entreguen a los estudiantes las herramientas cognitivas y no cognitivas necesarias para su desarrollo integral, que les faciliten una comprensión y un manejo de su entorno y de su presente, y que posibiliten y despierten el interés por continuar aprendiendo”* (Programas de estudio de quinto básico, 2012.p.10)

- Tercero Básico:

En el eje de “Números y Operaciones” dice que los estudiantes deben ser capaces de desarrollar 11 objetivos de aprendizaje en este eje. Uno de ellos hace referencia a las fracciones:

✓ OA_11

Demostrar que comprenden las fracciones de uso común: $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$

- Cuarto Básico:

Para este nivel, según las bases curriculares los estudiantes deben ser capaces de:

✓ OA_8:

Demostrar que comprende las fracciones con denominadores 100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2.

✓ OA_9:

Resolver adiciones y sustracciones de fracciones con igual denominador (100, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2) de manera concreta y pictórica en el contexto de la resolución de problemas.

✓ OA_10:

Identificar, escribir y representar fracciones propias y los números mixtos hasta el 5 de manera concreta, pictórica y simbólica, en el contexto de la resolución de problemas.

✓ OA_11:

Describir y representar decimales (decimos y centésimos).

✓ OA_12:

Resolver Adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la centésima en el contexto de la resolución de problemas.

- Quinto Básico:

Para este nivel los alumnos deben ser capaces de:

✓ OA_4:

Demostrar que comprenden la división con dividendos de tres dígitos y divisores de un dígito:

✓ OA_7:

Demostrar que comprenden las fracciones propias

✓ OA_8:

Demostrar que comprenden las fracciones impropias de uso común de denominadores 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 y los números mixtos asociados.

✓ OA_9:

Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12.

✓ OA_10:

Determinar el decimal que corresponde a fracciones con denominador 2, 4, 5 y 10.

✓ OA_11:

Comparar y ordenar decimales hasta la milésima.

✓ OA_12:

Resolver adiciones y sustracciones de decimales, empleando el valor posicional hasta la milésima.

✓ OA_13:

Resolver problemas rutinarios y no rutinarios, aplicando adiciones y sustracciones de fracciones propias o decimales hasta la milésima.

- Sexto Básico:

Aquí los estudiantes deben ser capaces de trabajar y asociar las fracciones en otras presentaciones un poco más complejas de comprender.

✓ OA_3:

Demostrar que comprenden el concepto de razón de manera concreta, pictórica y simbólica, en forma manual y/o usando software educativo.

✓ OA_4:

Demostrar que comprenden el concepto de porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica, de forma manual y/o usando software educativo.

✓ OA_5:

Demostrar que comprenden las fracciones y los números mixtos:

✓ OA_6

Resolver adiciones y sustracciones de fracciones propias e impropias y números mixtos con numeradores y denominadores de hasta dos dígitos.

✓ OA_7:

Demostrar que comprenden la multiplicación y la división de decimales por números naturales de un dígito, múltiplos de 10 y decimales hasta la milésima de manera concreta, pictórica y simbólica.

✓ OA_8:

Resolver problemas rutinarios y no rutinarios que involucren adiciones y sustracciones de fracciones propias, impropias, números mixtos o decimales hasta la milésima.

- Séptimo Básico

Los alumnos deben ser capaces de:

✓ OA_2:

Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas.

✓ OA_3:

Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).

✓ OA_4:

Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje.

- Octavo Básico

Los estudiantes deben ser capaces de:

✓ OA_2:

Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas.

3.2.2. Análisis de las bases curriculares

En el curriculum Chileno las fracciones son estudiadas desde los primeros niveles académicos, siendo abordada en tercero básico hasta poder llegar a primero medio como el conjunto de números racionales y logrando el propósito ya mencionado.

Si bien en tercero y cuarto básico se introduce a la noción de fracción para luego poder aplicarla en operatorias aritméticas (adición y sustracción) en quinto básico, se menciona en el objetivo de aprendizaje número nueve: *“Resolver adiciones y sustracciones con fracciones propias con denominadores menores o iguales a 12”* (Bases curriculares, 2012), para posteriormente poder llegar a implementar y comprender las fracciones y su operatoria y en la vida cotidiana. Es así como en los planes y programas *“se espera que los alumnos comprendan las fracciones positivas, los números mixtos y los números decimales por medio de adiciones y sustracciones con fracciones, decimales y números mixtos”* (planes y programas, 2012).

En séptimo básico los estudiantes resolverán las operatorias de la multiplicación y división en los números naturales, utilizando las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, relacionando estas operatorias a los números decimales. *“Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas”* y *“Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones”* (Bases curriculares, 2012)

Se espera que los estudiantes en octavo básico sean capaces de representar e involucrar los diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros) y representen el conjunto racional (Q) en una recta numérica.

Al realizar la revisión de cómo es abordada la fracción hoy en día en el marco curricular, se pueden llegar a encontrar diversos significados: *parte-todo*, *cociente*, *medida*, *razones*, *operaciones* (significado asociado a la fracción según Kieren, 1988).

Nivel \ significados	3° Básico	4° Básico	5° Básico	6° Básico	7° Básico	8° Básico
Parte-todo	x	x	X	x	x	x
cociente		x	X			
Medida					x	
Razones				x		
Operaciones		x	X	x	x	x

Tabla de significados asociados a las Bases Curriculares.

Pero usualmente se trabaja con el significado más conocido y asimilados por los profesores parte de un todo que ha sido dividido en partes iguales, no sintiendo la misma seguridad al abordar otras interpretaciones. Las orientaciones didácticas son bastantes breves al decir cómo implementar los diversos significados de las fracciones:

“... ampliar y profundizar el uso y el conocimiento sistemático de las fracciones como signos que permiten dar cuenta de acciones de fraccionamiento, como razones y con un status de números; es decir, que se pueden ordenar y se puede operar con ellas, avanzando progresivamente a la asociación, en términos generales, de un entero a la unidad (uno)...” (Mineduc, 2006a, p. 89)

Entregan algunas orientaciones referidas a su trabajo didáctico en las que se sugiere realizar un trabajo contextualizado en el que las regularidades, el lenguaje, las equivalencias se visualizan en la resolución de problemas numéricos y geométricos.

3.3 Diferentes significados de las fracciones

En la actualidad las fracciones han sido sumamente difíciles comprenderlas por la amplitud de significados que poseen, esta sería una de las principales dificultades para su enseñanza y aprendizaje, en la investigación realizada por Flores (2010), titulada *Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria*, señala que “*la variedad de significados asociados a la fracción es la razón principal de las dificultades con el concepto y con sus operaciones*” Esta investigación, contempló una revisión de investigaciones relacionadas con los significados de los números fraccionarios, los cuales se mencionarán en este estudio.

Según Kieren (1976)

Al concepto de fracción le atribuye siete significados, mostrando que una de las principales dificultades es precisamente la multiplicidad de significados.

- Como fracciones que pueden ser comparadas, sumarse, restarse, multiplicarse o dividirse.
- Como clase de equivalencia de fracciones.
- Como razones entre dos números.
- Como operadores multiplicativo o como mapeos.
- Como elementos de un campo cociente.
- Como medidas o puntos sobre una línea.
- Como números decimales, extensión de los números naturales.

Según Fandiño (2005)

El concepto de fracción, posee 14 significados diferentes.

- La fracción como parte de un todo a veces continuo, a veces discreto.
- La fracción como cociente.
- La fracción como razón.
- La fracción como operador.
- La fracción en probabilidad.
- La fracción en los puntajes.
- La fracción como número racional.
- La fracción como punto de una recta orientada.

- La fracción como medida.
- La fracción como indicador de una cantidad de elección en el todo
- La fracción como porcentaje.
- La fracción en el lenguaje cotidiano.
- La conceptualización de la fracción en la teoría de Vergnaud.
- La conceptualización signo – objeto de Duval

Otro aporte que hizo Kieren (1988. P.134), propone un “**modelo de construcción de conocimiento**”, a través de etapas que se van desarrollando y relacionando cinco significados de la noción de fracciones, como lo muestra la imagen 3.

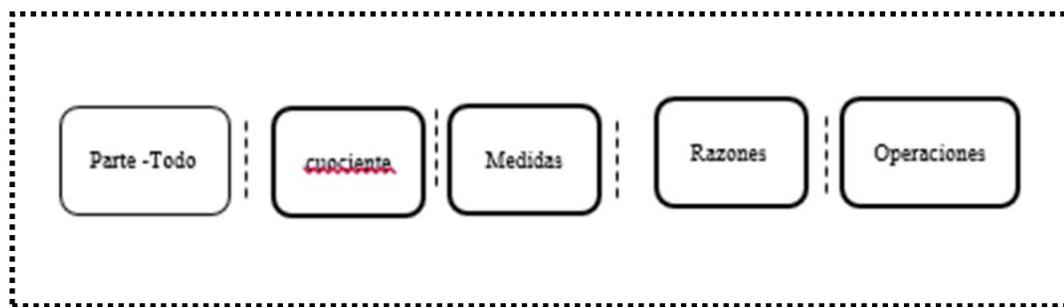


Imagen 3, significados asociados a la fracción según Kieren (1988)

“Estas interpretaciones forman una base conceptual para la construcción de estructuras cognitivas y de enseñanza relacionadas” (Flores, 2010. p.21). Logrando consolidar y plantear un “modelo teórico” con cuatro etapas esenciales. No se consideran las cinco porque parte-todo se encuentra implícitamente en cada uno de ellos, en la imagen número cuatro se mostrara el modelo que diseñó Kieren:

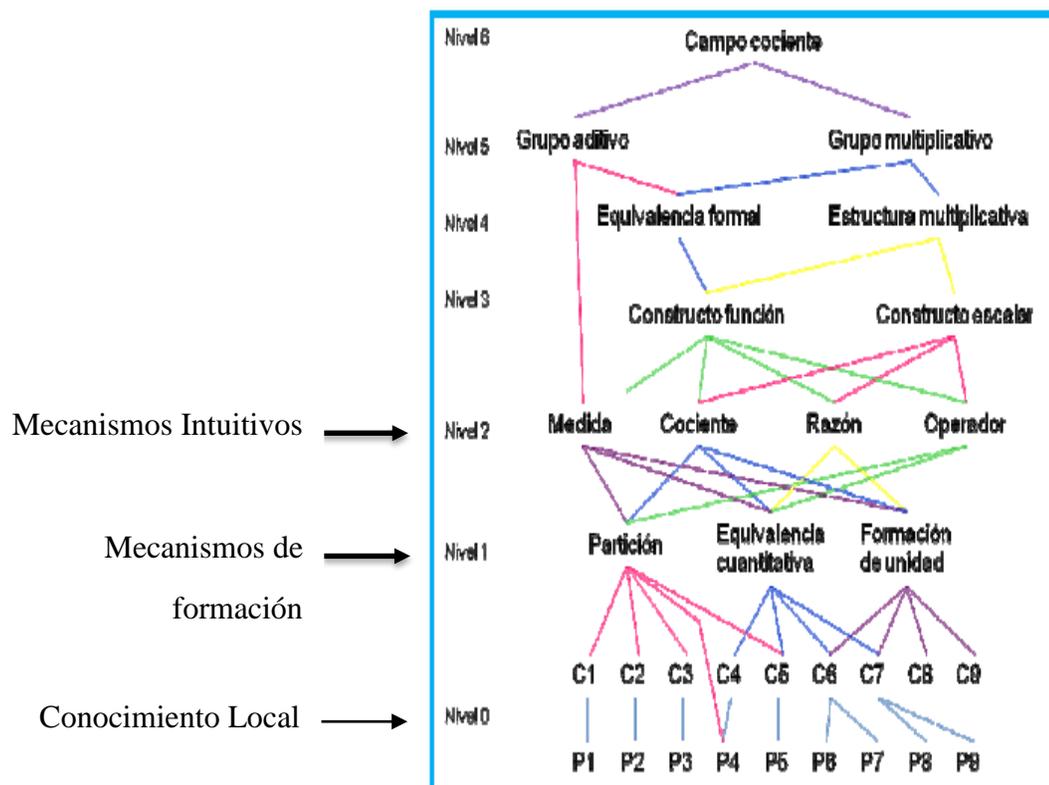


Imagen 4, conocimiento “ideal” del número racional.

Al observar y analizar la imagen 4 tomada de Flores (2010.p.22), se puede identificar que en el nivel 5 se ubican los grupos aditivos y grupos multiplicativos, por lo que, el estudiante deberá pasar por los niveles anteriores para poder llegar a las cuatro operaciones con los números racionales.

3.4 Operatorias de las fracciones según Lara

Como ya se ha mencionado, las operatorias aritméticas se aplican en quinto básico según las bases curriculares y planes y programas del MINEDUC, se indica que deben ser realizadas “*con y sin apoyo de materiales concretos y representaciones gráficas, poniendo el acento en el uso de fracciones equivalentes, en la estimación de resultados y su evaluación y comprobación*” (Mineduc, 2006a, p. 90) y no se refiere específicamente a los algoritmos a utilizar.

Hoy los profesores son capaces de resolver y enseñar las operatorias aritméticas como ellos estimen, aplicando las metodologías, algoritmos y significado que le quieran otorgar, pero si comenzamos a indagar en el algoritmo más tradicional, aún en uso, para resolver las operaciones de adición y sustracción es el que utiliza el **mínimo común denominador (m.c.m)**, “*menor múltiplo común, distinto de cero entre dos o más números*”(González, 2007).

Al indagar en los algoritmos utilizados en los establecimientos por los docentes, el algoritmo tradicional data desde la primera mitad del siglo pasado. El profesor Manuel Lara, en el año 1951, escribe un libro de aritmética para el primer año de humanidades, en el que aborda la adición de fracciones del siguiente modo: “*Para sumar fracciones de distinto denominador se las reduce a fracciones que tengan el mismo denominador y enseguida se ejecuta la suma. El denominador común es el M.C.M. entre los denominadores*”(Lara, 1951, p. 238).

El procedimiento para determinar el mínimo común múltiplo, según Lara (1951), queda mencionando en la siguiente cita:

*“Para determinar el M.C.M. entre dos o más números, por divisiones sucesivas, se colocan estos números en renglón y enseguida se **divide por el menor número primo** que divida alguno de los números dados. El cociente se escribe debajo del número que fue dividido y se escriben de nuevo los números que no eran divisibles por ese número primo. A los números del segundo renglón se dividen por el **menor número primo** que pueda dividir a algunos de ellos y tenga como cociente final 1 en todas las columnas”.*

14	24	2	
7	12	2	
7	6	2	M.C.M $2^3 \cdot 3 \cdot 7$
7	3	3	M.C.M= 168
7	1	7	
1			

Imagen 5, tabla de descomposición.

La imagen 5, muestra el proceso que los estudiantes siguen realizando para determinar el mínimo común múltiplo de los denominadores, utilizando los números primos, y al determinar el m.c.m será el denominador común de todas las fracciones propuestas, *“Enseguida se amplifica cada fracción por un número tal que el denominador se convierta en denominador común. Se divide el M.C.M entre los denominadores por cada denominador y el cociente obtenido multiplica al numerador correspondiente. Este producto, es el nuevo numerador de la fracción”* (Lara, 1951, pp. 234, 235).

Otra manera de proceder es la multiplicación cruzada y la de cuántas veces cabe, ambas parten de la premisa que no se pueden sumar fracciones si no tienen igual denominador:

- Se multiplican los denominadores entre sí, generando el denominador de la suma. Luego se multiplica en forma cruzada el denominador de una fracción con el numerador de la otra y se generan dos sumandos a anotar en el numerador. Estos últimos se suman y se genera el numerador de la suma.
- Se multiplican los denominadores para generar el denominador de la suma. Y luego, para generar el numerador se formula la pregunta cuántas veces cabe el numerador de cada fracción en este nuevo denominador, la respuesta indica el número por el que se debe multiplicar el numerador para generar uno nuevo. Se repite el procedimiento con el numerador del otro sumando, y se suman los nuevos numeradores.

Como se puede identificar todos los procedimientos abordan las fracciones por separado, poniendo en juego la igualdad de los denominadores, sin entregarle un significado a la secuencia de procedimientos, simplemente se realiza por que sí.

3.5 Dificultades y errores

La enseñanza de las matemáticas trae con ella no tan solo el conocimiento, si no que a su vez, dificultades en el proceso de enseñanza, debido a los errores cometidos por los estudiantes *“Los errores forman parte de las producciones de los alumnos durante su aprendizaje de las matemáticas”*(Rico, 1995.p.76), los cuales se hacen necesarios identificarlos.

Godino (2004. p.73) plantea que *“el profesor debe ser sensible a las ideas previas de los alumnos y utilizar las técnicas del conflicto cognitivo para lograr el proceso en el aprendizaje”*, por lo que la necesidad de identifica los errores nace para obtener un aprendizaje significativo, teniendo en consideración los errores que pueden cometer los estudiantes al momento del proceso de enseñanza – aprendizaje.

Pero ¿Qué es un error?

“es una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar”(Godino, 2004.p.73).

“...el error no es sólo efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, como se cree en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, sus logros, pero que, ahora, se revela falso, o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos o imprevisibles, sino que constituyen obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento” (Brousseau, citado por Pontini, p.1)

“Los errores son datos objetivos que se encuentran permanentemente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, constituyen un elemento estable de dichos procesos”. ”(Rico, 1995.p.76-77)

Se pueden detectar tres tipos de errores, los metodológicos (son las palabras o imágenes que se usan inadecuadamente), pedagógicos (provienen de los obstáculos epistemológicos, se evitan en la enseñanza) y los conceptuales (naciones falsas que

distorsionan el significado del conocimiento), los que se presentan por diversas dificultades.

Se pueden detectar 6 dificultades en el aprendizaje, según Godino (2004):

1. Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos:

La abstracción y generalización de las matemáticas es una posible causa de las dificultades de aprendizaje. A veces el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el alumno usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias.

2. Dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas:

Se puede dar el caso de que la propuesta de actividades que presenta el profesor a los alumnos no sea potencialmente significativa, por causas diferentes.

2. Dificultades que se originan en la organización del centro.

En ocasiones el horario del curso es inapropiado, el número de alumnos es demasiado grande, no se dispone de materiales o recursos didácticos, etc.

3. Dificultades relacionadas con la motivación del alumnado:

Puede ocurrir que las actividades propuestas por el profesorado a los alumnos sean potencialmente significativas y que la metodología sea la adecuada, pero que el alumnado no esté en condiciones de hacerlas suyas porque no esté motivado.

4. Dificultades relacionadas con el desarrollo psicológico de los alumnos:

Una fuente de dificultades de aprendizaje de los alumnos de primaria hay que buscarla en el hecho de que algunos alumnos aún no han superado la etapa preoperatoria (teoría de Piaget) y realizan operaciones concretas, o bien que aquellos que aún están en la etapa de las operaciones concretas realicen operaciones formales.

5. Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores:

Puede ocurrir que el alumno, a pesar de tener un nivel evolutivo adecuado, no tenga los conocimientos previos necesarios para poder aprender el nuevo contenido.

3.5.1 Errores comunes en las fracciones

Para poder indagar en errores comunes (obstáculos) que se presentan en los estudiantes, es necesario conocer producciones que han realizados dichos alumnos en diversas investigaciones (Abrate; Pochulu; Varga, 2006.p.61-70).

- Reconocer parte-todo


$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

Investigadores muestran que los estudiantes poseen error debido que asocian lo achurado con la parte y lo no achurado como el todo.

- Fracciones irreductible:

$$\text{Reduzca } \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Los estudiantes comprenden que al hablar de términos irreductible, deben reducirse a la menor expresión cada componente de la fracción, el error es que el numerado y denominador lo reducen unitariamente para llegar a la fracción irreductible y no como un número.

- Transformación de decimal a fracción:

La expresión fraccionaria de $2,\bar{3}$ o de $2,333333\dots$

Los alumnos no recuerdan el algoritmo de transformación de un número decimal a fracción.

- Suma de racionales con enteros:

$$\frac{4}{5} + 3 + \frac{2}{5} = \frac{4+3+2}{5} = \frac{9}{5}$$

Los alumnos recuperaron el esquema $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$ con $b \neq 0$, pero presentan errores técnicos o de cálculo al desarrollarlo con un número natural.

- Suma de fracciones:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4}{7} = \frac{7}{12}$$

Error se presenta en que los estudiantes suman unitariamente los numeradores con numeradores y denominadores con denominadores.

- División de fracciones:

$$\frac{6}{5} : \frac{1}{7} = \frac{5}{42}$$

El error se presenta en el método de resolución, debido a que multiplican cruzado para resolver la operación de la división.

CAPÍTULO IV. MARCO METODOLÓGICO

La investigación es un proceso riguroso, cuidadoso y sistematizado en el que se busca resolver o plantear alguna problemática que están presente en contexto de estudiantil, estas investigaciones son organizadas y garantizan un aprendizaje o una solución para tal problema, por esto se determina el enfoque de investigación, el tipo de estudio que se ejecuta, la metodología que se pretende presentar y el paradigma de la investigación que se utiliza, así se podrá obtener resultados más verídicos y efectivos.

4.1 Enfoque de investigación

A partir de lo anterior es posible presentar dos enfoques: cuantitativo y cualitativo, en el primero lo importante es la generalización de los resultados de la investigación, sin importar el contexto dinámico del objeto de estudio, en cambio, en el segundo enfoque como indica su propia denominación, tiene como objetivo la descripción de las cualidades, para la comprensión del objeto de estudio. (Hernández, Fernández y Baptista, 1991)

En esta investigación se utiliza un **enfoque cualitativo**, ya que se trata de obtener un entendimiento lo más profundo posible sobre el problema de estudio, sin dejar de considerar el contexto y el sujeto de estudio, para Hernández, Fernández y Baptista (1991), *“el enfoque cualitativo se puede definir como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforman y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es naturalista (porque estudia a los objetos y seres vivos en su contextos o ambientes naturales) e interpretativo (pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorguen).*

Las características de este enfoque cualitativo son:

- El investigador plantea un problema, pero no sigue un proceso claramente definido. Sus planteamientos no son tan específicos como en el enfoque cuantitativo.
- El enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por lo cual el análisis no es estadístico. La recolección de datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de

los participantes (sus emociones, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos).

- Se realizan interacciones entre individuos, grupos y colectividades.
- El investigador pregunta cuestiones generales y abiertas, recaba datos expresados a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal, así como visual, los cuales describe y analiza y los convierte en temas, esto es, conduce la indagación de una manera subjetiva y reconoce sus tendencias personales.
- El investigador cualitativo utiliza técnicas para recolectar datos como la observación no estructurada, entrevistas abiertas, revisión de documentos, discusión en grupo, evaluación de experiencias personales, registro de historias de vida, interacción e introspección con grupos o comunidades.

En base a lo anterior, utilizaremos el enfoque cualitativo debido a que:

- se observa el universo del objeto en estudio, para identificar el desarrollo en el proceso de operar las fracciones, pudiendo identificar los algoritmos utilizados por los estudiantes y las dificultades que poseen en ellos, por lo que, la observación es naturalista y sin control.
- Se utiliza un diagnóstico para recolectar datos, entregando información real, rica y profunda de su quehacer.
- Será un estudio de un caso aislado, por lo que, no es generalizable.
- Se realiza el proceso educativo con los objetos de estudio, para poder identificar, analizar y mejorar el quehacer en las operatorias de las fracciones.

4.2 Tipo de estudio

De acuerdo a que el tipo de estudio a escoger se supedita al enfoque metodológico, para este caso el enfoque es el cualitativo, podemos encontrar estudios exploratorios, descriptivos, correlacionales y explicativos, estos métodos son de suma importancia *“debido a que según el tipo de estudio que se trate varía la estrategia de investigación”* (Hernández, Fernández y Baptista, 1991.p.58).

El primer estudio trata sobre examinar nuevos contextos que no estén estudiados y vagamente estudiados, que para el caso de este estudio no sucede; el segundo, refiere a *“describir situaciones y eventos. Esto es, decir cómo es y manifiesta determinado fenómeno”*(Hernández, Fernández y Baptista, 1991.p.60), base de la investigación del contexto del estudio pero no su fin; el estudio correlacional, trata la relación existente entre distintas variables de un fenómeno determinado, principalmente usado en enfoques cuantitativos por lo que queda descartado inmediatamente; y el cuarto, estudios explicativos, *“está dirigido a responder a las causas de los eventos físicos o sociales como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar porque ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da este”* (Hernández, Fernández y Baptista, 1991.p.66-67) que es fin de este trabajo investigativo, por tanto es el tipo de estudio escogido.

El estudio explicativo, como se mencionó en el párrafo anterior, se dirige a dar respuestas a cuestiones que implicarían básicamente explicar causas, condiciones, relaciones y efectos del fenómeno en estudio. En el estudio de caso que trata en este trabajo, se busca explicar los resultados que se obtienen al aplicar un método algorítmico tradicional en contraposición de los aprendizajes previos de los estudiantes, en el contexto situacional de aprendizaje de operatoria básica con números racionales en el Instituto Comercial La Cisterna.

4.3 Método de investigación

Para poder llevar a cabo un estudio es necesario indagar en los diversos métodos de investigación que existen en una investigación cualitativa, Rodríguez, Gómez, Gil y otros (1996) citado por Herrera (2008) mencionan que *“los métodos de investigación surgen bajo las concepciones y necesidades de los investigadores que trabajan desde una disciplina concreta del saber, la cual determina en cierta medida, a su vez, la utilización de los métodos concretos y las posibles cuestiones”*.(p.9)

“Estudia la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales—entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos – que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas”(p.32).

Se pueden mencionar a lo menos siete métodos, los cuales buscan abordar la investigación según su intención y enfoque que le desea dar. *“Así pues consideramos método como la forma característica de investigar determinada por la intención sustantiva y el enfoque que la orienta”* (Rodríguez, García y Gil, 1996.p.40).

Los métodos pueden ser:

- Fenomenología
“Es la descripción de los significados vividos, existenciales. La fenomenología procura explicar los significados en los que estamos inmersos en nuestra vida cotidiana, y no las relaciones estadísticas a partir de una serie de variables, el predominio de tales o cuales opiniones sociales, o la frecuencia de algunos comportamientos.” (Rodríguez, García y Gil, 1996.p.40)
- Etnografía
“Lo fundamental es el registro del conocimiento cultural... la investigación detallada de patrones de interacción social...el análisis holístico de las sociedades” (Rodríguez, García y Gil, 1996 .p. 44)

- Teoría fundamentada
“Trata de describir teorías, conceptos, hipótesis y proposiciones partiendo directamente de los datos y no de supuestos a priori, de otras investigaciones o de marcos teóricos existentes” (Herrera, 2008.p.4)
- Etnometodología
“La característica distintiva de este método radica en su interés por centrarse en el estudio de los métodos o estrategias empleadas por las personas para construir, dar sentido y significado a sus prácticas sociales cotidianas” (Rodríguez, García y Gil, 1996.p.50)
- Investigación- acción
“Considera la situación desde el punto de vista de los participantes, describirá y explicará “lo que sucede” con el mismo lenguaje utilizado por ellos; o sea, con el lenguaje del sentido común que la gente usa para describir y explicar las acciones humanas y las situaciones sociales en su vida cotidiana” (Rodríguez, García y Gil, 1996 .p.53)
- Método biográfico
“Pretende mostrar el testimonio subjetivo de una persona en la que recojan tanto los acontecimientos como las valoraciones que dicha persona hace de su propia existencia” (Herrera, 2008.p.4)
- Estudio de caso
“Es un método que analiza temas vigentes y reduce un amplio campo de investigación, es apropiado para una investigación a pequeña escala, es un marco limitado de tiempo, espacio y recursos.”(Fernández, Muñoz y Valenzuela, 2013.p.38)

Pues este último, es el que se implementara en esta investigación.

Denny (1978) define el estudio de casos como “*un examen completo o intenso de una faceta, una cuestión o quizás los acontecimientos que tienen lugar en un marco geográfico a lo largo del tiempo*”, mientras que Macdonal y Walker (1997) hablan de “*un examen de un caso en acción*” y Patton (1980) lo considera “*como una forma de*

recoger, organizar y analizar datos". Todas las definiciones realizadas por los autores apuntan a un proceso de indagación.

Merrin (1988) llega a presentar como características esenciales del estudio de caso las siguientes: particularista, descriptivo, heurístico o inductivo. Nos encontramos con una rica descripción del objetivo de estudio, en la que se utilizan las técnicas narrativas y literarias para describir, producir imágenes y analizar situaciones. Guba y Lincoln (1981) considera que a través de este estudio se pueden conseguir algunos objetivos:

- Hacer una crónica
- Representar o describir situaciones
- Enseñar
- Comprobar o contrastar los efectos

En definitiva los objetivos que orientan los estudios de casos no son otra cosa que guías para la investigaciones generales, permitiendo *“la comprensión de un caso particular”* (Skate, 1994), lo que nos da una oportunidad para aprender.

Por lo que el método a utilizar nos reducirá el amplio campo de investigación, siendo apropiado para una investigación más limitada en espacio, tiempo y recursos, ayudándonos a la comprensión de los procesos algorítmicos en la fracción y las dificultades que presentan los estudiantes del primer año D, del Instituto Comercial La Cisterna.

4.4 Paradigma de investigación

Para poder realizar esta investigación es necesario observar la realidad cotidiana y las necesidades que se presentan en el proceso educativo. Al trabajar con un enfoque cualitativo, se pueden nombrar dos tipos de paradigmas: Paradigma interpretativo y paradigma socio-critico.

El paradigma socio-critico, cuya base es la teoría crítica del conocimiento transformando la realidad por medio de la investigación. El paradigma interpretativo trata de comprender e interpretar la realidad de los sujetos de investigación, para dar respuesta a los fenómenos sociales.

“...comprender la realidad como dinámica y diversa, se lo denomina cualitativo, fenomenológico-naturalista o humanista. Su interés va dirigido al significado de acciones humanas y de la practica social” (Trujillo, Rubildo, Muñoz, Rondón y Castro, 2013, Junio, 27)

González cita a Guba y Lincoln (1985.p.39-43) quienes plantean características del paradigma interpretativo:

- Investigación naturalista
- Análisis inductivo
- Datos cualitativos
- Contacto e insight personal
- Sistema dinámico
- Perspectiva holística
- Orientación hacia el caso único
- Sensibilidad hacia el contexto
- Neutralidad empática
- Flexibilidad del diseño

El carácter cualitativo que caracteriza al paradigma interpretativo *“busca profundizar en la investigación, planteando diseños abiertos y emergentes desde la globalidad y contextualización. Las técnicas de recogida de datos más usuales son la observación participativa, historias de vida, entrevistas, los diarios, cuadernos de campo, los perfiles, el estudio de caso, etc. Tanto las conclusiones como la discusión que generan las investigaciones que comparten la doctrina del paradigma interpretativo*

están ligadas fundamentalmente a un escenario educativo concreto contribuyendo también a comprender, conocer y actuar frente a otras situaciones” (Ricoy, 2006).
Por lo anterior el paradigma que se utiliza en esta investigación es el interpretativo.

4.5 Universo y muestra

El establecimiento en el que se realizó esta investigación, es un establecimiento ubicado en la región metropolitana en el sector sur, el cual pertenece a una fundación denominada Ema Pérez Bravo, consta de una propiedad particular subvencionado, donde ha sido implementada la jornada escolar completa.

Está compuesto por:

- Director: Enrique Sarmiento Barrera
- Inspector General: Jorge Rojas San Martín
- Jefe Unidad Técnico Pedagógico: Nedenca Palma
- Jefe Técnico Área Profesional: Ana María Montero
- Orientadora: Irma Manríquez Gómez
- Docentes: Especialidades y Técnicos.

El sistema educativo que se implementa es la enseñanza media es técnico - profesional, especializándose en dos áreas: administración y contabilidad.

Visión:

“Nuestro establecimiento sostiene su Visión, sobre la base de un férreo compromiso con el proceso educacional vigente, a través de tres conceptos fundamentales:

Calidad, la mejoría permanente de los procesos que definen los perfiles.

Equidad, la igualdad de oportunidades dentro de un proceso inclusivo, democrático, que se superpone las diferencias socio - culturales y privilegia la diversidad.

Participación, la capacidad e intercambiar ideas en una convivencia respetuosa aceptando las diferencias de opiniones y visiones distintas del mundo.”

Misión

“Formar personas comprometidas con su proceso de Enseñanza –Aprendizaje, capaces de desarrollar sus potencialidades para lograr transformarse en profesionales capaces de insertarse con éxito en una sociedad cambiante y altamente tecnologizada, dentro de un marco valórico cristiano.

En este contexto el Instituto Comercial Particular La Cisterna, con todo el personal que labora en él, asume la responsabilidad y el compromiso ético de velar porque todas nuestras acciones formativo pedagógico tiende hacia la concreción de nuestra misión, antes mencionada”

Los docentes de especialidades y técnicos que conforman el proceso educativo son 57 y los estudiantes aproximadamente son 820, los cuales pertenecen a alguno de los 24 curso que componen el establecimiento. La vulnerabilidad del establecimiento es de un 80%.

El curso que se implementó la investigación es el primer año medio D, curso que consta de 40 estudiantes que están entre los 14 y 16 años, el 20% de ellos son repitentes del mismo establecimiento y el 3% de otro establecimiento.

La docente de matemática es la profesora jefe del curso, por lo que, el contrato didáctico es estable y efectivo para la construcción del conocimiento. Para poder implementar el algoritmo tradicional ya mencionando fue necesario que la docente aplicará y retroalimentara conceptos y representaciones de la fracciones.

CAPITULO V. DESARROLLO DE ESTUDIO

5.1 Diseño de investigación

Al desarrollar esta investigación se han realizado diversas etapas para poder llevar a cabo el estudio.

- conocer el tipo de estudiante, recolectando la información previa de ellos y sus resultados, permitiendo diseñar una prueba tipo diagnostico que fue validada por expertos en la materia.
- identificar y evidenciar las deficiencias que poseen los estudiantes se implementara un diagnostico tipo prueba.
- Revisar literatura con respecto a metodologías y planes y programas nacionales (MINEDUC).
- Diseñar la planificación de los contenidos de los números racionales (fracciones y decimales), según las facetas que el estudiante debe desenvolverse.
- Implementar la metodología y algoritmo a realizar por los estudiantes, atribuyéndole significado a sus procesos.
- Implementar una segunda prueba para obtener información sobre los cambios producidos en los estudiantes.

5.2 Presentación

Todos los profesores se enfrentan a un primer momento en el aula con cada uno de los estudiantes, este es el momento de la presentación, es por ello, que para poder ejecutar esta investigación se debió hacer un proceso de presentación con los estudiantes.

Los estudiantes de primer año medio D, del Instituto Comercial La Cisterna, son provenientes de una diversidad de colegios, los cuales entregando un sinfín de conocimiento y de distinta forma, así se identifica más adelante.

Son 40 estudiantes en el aula, los que están entre los 14 hasta 17 años de edad, reconocen que no les gustan las matemáticas y que la gran mayoría no la comprenden ni saben operar con ella.

Para poder determinar si lo que han expresado los estudiantes, se decidió realizar una prueba de diagnóstico para poder analizar sus obstáculos didácticos y conocimiento previo que posee cada uno de los estudiantes.

5.3 Instrumento de evaluación

Como ya se ha mencionado el instrumento de evaluación se entiende que es “*enjuiciamiento sistemático sobre el valor o mérito de un objeto, para tomar decisiones de mejora*” (Joint Comité, 1988), el cual será una prueba de diagnóstico que tiene como objetivo:

- Identificar los obstáculos presentes en los estudiantes.
- Determinar los aprendizajes previos.
- Analizar desarrollos realizados por el estudiante.
- Plantear el proceso que se llevará a cabo.

Este se confeccionó dividiendo los contenidos en tres ejes: representaciones de la fracciones, operaciones aritméticas de las fracciones y resolución de planteamientos de problemas, identificando en cada uno de ellos respectivamente las competencias: representación y relación, ejecución y comprensión y ejecución, las cuales que el estudiante debería tener desarrolladas. La prueba se encuentra en los anexos.

Se debe mencionar que este instrumento fue validado por dos expertos de la Universidad Católica Silva Henríquez, del área de Matemáticas e informática educativa, el profesor Jorge Ávila y el profesor Carlos Gómez; se encuentran en los anexos

A su vez se tomarán decisiones a través de lo observado en cada clase y en los avances que los estudiantes van realizando.

5.4 Análisis de resultado de Diagnóstico

Al ejecutar y analizar los resultados, se obtuvo la siguiente información:

Se realizó la calificación a 36 estudiantes, los estudiantes que no realizaron el diagnóstico, fue porque no asistieron al establecimiento.

Se dividió en tres niveles de logro:

- Logrado (L)
- Medianamente Logrado (ML)
- No Logrado (NL)

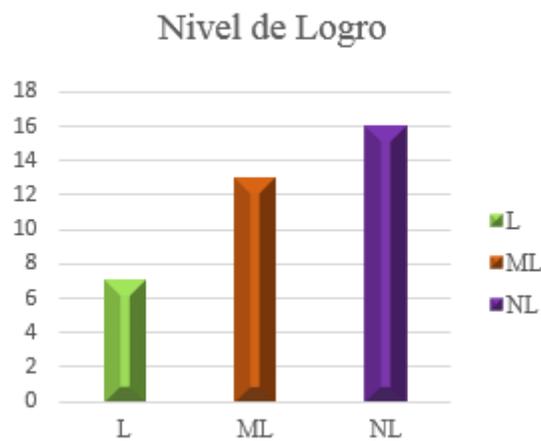
Para los Logrados corresponde a estudiantes que obtuvieron nota entre 5,0 – 7,0; los Medianamente Logrado se designó a estudiantes que poseen nota entre 4,0 – 4,9, por lo que, los No Logrados corresponde a los estudiantes que sacaron nota entre 1,0 -3,9.

Eje	Contenido	Competencia	L	%	M.L	%	N.L	%
Números racionales	Representación de las fracciones.	Representación y relación	17	47,2%	12	33,3%	7	19,4%
	Operaciones aritméticas de las fracciones.	Ejecución	2	5,5%	13	36,1%	21	58,3%
	Resolución de planteamientos de problemas.	Comprensión y ejecución	2	5,5%	14	39%	20	55,5%
			7	19,4%	13	36,1%	16	44,4%

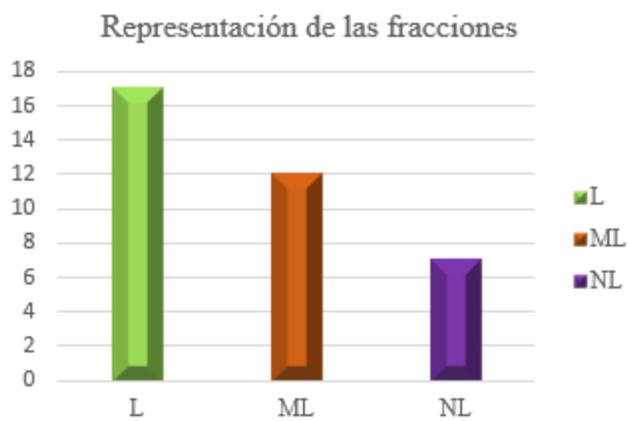
Tabla de resultados de la prueba de diagnóstico

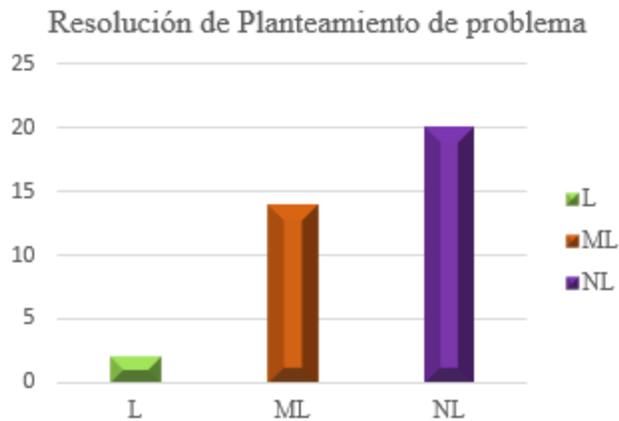
Al interpretar esta tabla podemos decir, que los estudiantes no presentan mayor conocimiento en el tema de las fracciones, solamente un 19,4 % los podemos calificar en Logrados, si bien, los No Logrados no alcanzan a ser un 50% es un porcentaje

sumamente alto un 44,4 % y los Medianamente Logrados, que se presenta con un 36,1%, no podemos asegurar que tienen dominio en el tema, ya que algunos de ellos en sus calificaciones están muy cerca del nivel No Logrado.



Según los tres ejes de contenidos con sus respectivas competencias, se puede ver:





Se puede observar que los estudiantes presentan mayor manejo en la representación de las fracciones, por lo que han desarrollado la competencia representación y relación, mientras que las otras competencias, según los contenidos, se puede decir que no han desarrollado las competencias de ejecución y comprensión.

Si analizamos los estudiantes no logrado y medianamente logrados según las competencias que no han desarrollado, podemos decir que aproximadamente el 94% de los estudiantes no presentan el manejo necesario para realizar operaciones aritméticas de las fracciones y resolución de planteamiento de problema de este contenido.

En el diagnóstico, se identificaron cuatro preguntas que la gran mayoría de los estudiantes presento dificultad o simplemente no las desarrollaron.

Número 1: Pertenece a la competencia de comprensión y ejecución, la cual se presentaba como pregunta de selección múltiple, por lo que solamente tiene dos niveles de logro: Logrado (L) y No Logrado (NL)

“Natalia consume $\frac{2}{5}$ de los bocaditos que compró. Si ella compró 140 bocaditos ¿cuántos de ellos le quedan?”

Como lo muestra el grafico, se puede observar el bajo nivel de comprensión que poseen los estudiantes, tan solo dos estudiantes pudieron desarrollar y marcar la alternativa correcta, mientras que treinta y cuatro de ellos no lo pudieron desarrollar.

Número 2: corresponde a la parte de desarrollo, donde los estudiantes tenían que poner en juego la competencia de ejecución, desarrollando fracciones equivalentes, se puede dividir en tres los niveles de logros: Logrado (L), Medianamente Logrado (ML) y No Logrado (NL).

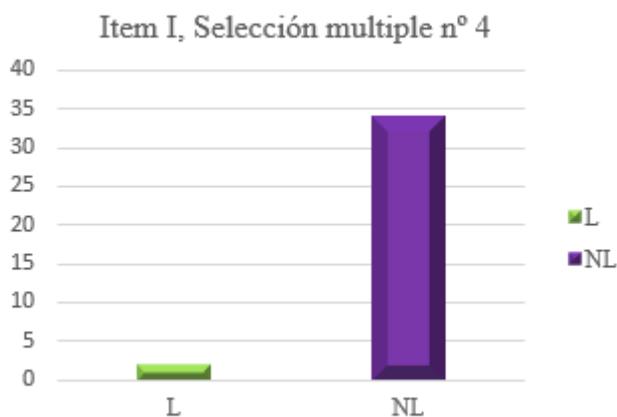
“Identifica cuales de estas fracciones son equivalentes, en el caso que no lo sean, justifica”

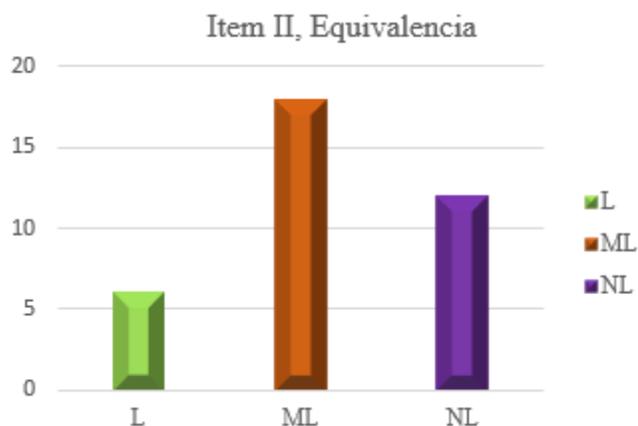
a) $\frac{164}{32}$ y $\frac{41}{8}$

c) $\frac{13}{25}$ y $\frac{7}{5}$

b) $\frac{-15}{2}$ y $\frac{-45}{6}$

d) $\frac{120}{24}$ y $\frac{-20}{6}$





Se detectó que la principal dificultad que tuvo el estudiantado en esta pregunta fue, no saber cómo justificar porque no era una fracción equivalente, dando como respuesta “son distintas”, por lo que se puede concluir que

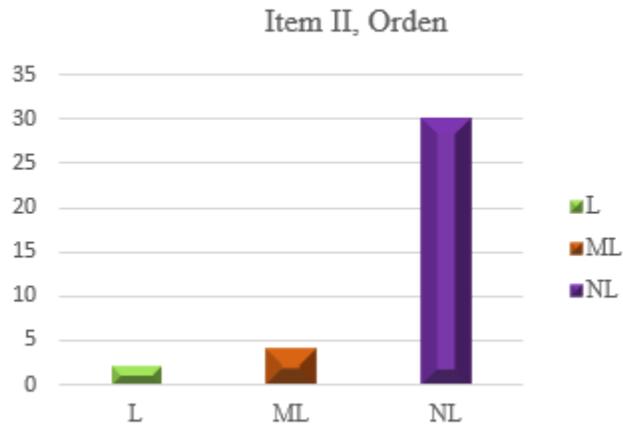
Los estudiantes no poseen el concepto de fracción equivalente claro.

Número 3: corresponde a la parte de desarrollo de la prueba de diagnóstico y los estudiantes debían poner desarrollar la competencia representación y relación. Se puede dividir en tres los niveles de logros: Logrado (L), Medianamente Logrado (ML) y No Logrado (NL).

Ordena los siguientes valores en la recta numérica: -1 ; $\frac{-1}{5}$; 0 ; 1 ; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{7}$



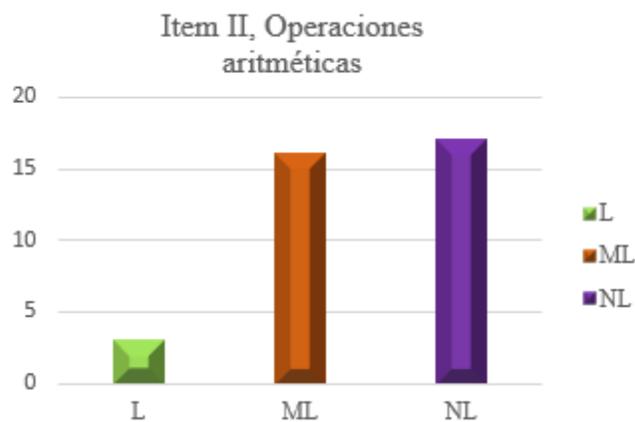
Si bien los estudiantes reconocen simbólicamente la fracción y su representación, al momento de representarla en una recta numérica, nos son capaces de ordenar el conjunto de fracciones y números enteros que se les presentan, principalmente porque no relacionan donde se ubica cada fracción, sin poder identificar cual es mayor o menor que la otra.



Número 4: Corresponde a la parte número dos de desarrollo, pertenece a la competencia de ejecución, donde se podrá observar como los estudiantes realizan las operaciones aritméticas de las fracciones. Se puede dividir en tres los niveles de logros: Logrado (L), Medianamente Logrado (ML) y No Logrado (NL).

Resuelve las siguientes operaciones, aplica la simplificación en el caso que se pueda realizar.

a) $\frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$	c) $\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$
b) $\left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$	d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{3}$



Sí bien es importante hacer un análisis de los otros resultados y de sus desarrollo, se va a analizar más profundamente esta pregunta, donde se podrán observar e identificar los errores que los estudiantes cometen y los desarrollos que ellos ejecutan.

Al analizar el grafico, podemos observar que la gran parte de los estudiantes no poseen un manejo de cómo resolver operaciones aritméticas en las fracciones, solamente tres de los treinta y seis pudieron resolver los cuatros ejercicios que se presentan.

Se detectaron varios errores en la ejecución de la adicción y sustracción:

- No saben sacar mínimo común múltiplo (M.C.M), para resolver operaciones de adiciones y sustracciones.
- Si la operatoria es sumar, suman las fracciones como números unitarios los numeradores y denominadores, por lo que, no lo ven como fracciones. lo mismos sucede en la sustracción.
- Sacan el M.C.M, pero no realizan la amplificación de los numeradores para poder operarlos.
- No realizan simplificación.

También se detectaron errores en la división:

- No saben porque la operación de la división en los números racionales no se realiza.
- Multiplican cruzado para realizar esta operación, pero no si al multiplicar cruzado el resultado va en el denominador o numerador.
- Dividen como números unitarios, lo que lleva a la división de los numeradores con numeradores y denominadores con denominadores.

Al momento de desarrollar los ejercicios que traen varias operaciones, se encuentran errores como:

- Desarrollan como escritura, sin importar el orden de desarrollo.
- Presentan problemas con la regla de los signos.

Los errores cometidos por los estudiantes se podrán identificar en el las producciones que se presentaran en el ítem posterior.

Recordemos que los errores que los estudiantes presentan en muchas ocasiones son obstáculos que se producen constantemente en el aprendizaje, siendo conocimientos descontextualizados y no la falta de ellos.

5.5 Errores de operaciones aritméticas

En las siguientes producciones, se evidencian errores cometidos por parte de los estudiantes al momento de desarrollar las operaciones aritméticas en las fracciones.

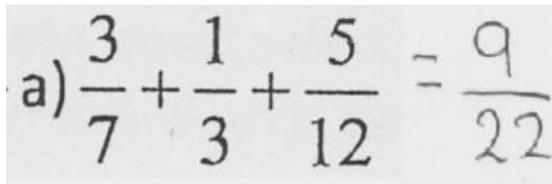
Errores cometidos al momento de realizar la actividad número 5 del ítem II, desarrollo, letra “a”:

Se presenta un ejercicio de tres fracciones aplicando la operatoria de la adicción, los objetivos a realizar son:

- Identificar si los estudiantes saben obtener el M.C.M
- aplicar el algoritmo tradicional u otro algoritmo o método.

$$\text{a) } \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

La primera producción que se presenta es:


$$\text{a) } \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{9}{22}$$

Donde se puede observar lo realizado por el estudiante, detectando que realizó la operatoria de la adicción pero el numerador y denominador los desarrolla unitariamente, esto quiere decir el estudiante suma todos los numeradores mientras que por otro lado suma todos los denominadores y el resultado lo escribe como fracción.

Por otra parte, se puede observar el siguiente desarrollo:

$$a) \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{3+1+6}{84} = \frac{9}{84}$$

Si bien el estudiante saca el M.C.M. y lo expresa como el denominador, realiza la suma de todos los numeradores sin importar el cambio que ha sufrido la fracción, principalmente en la parte del denominador, lo que produce que el resultado de esta fracción este malo, por la amplificación solamente del denominador y no de la fracción completa (numerador y denominador).

También se encuentran casos donde los estudiantes no sacan el M.C.M, pero multiplican todos los denominadores, por ejemplo:

$$a) \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{9}{252}$$

Aquí el denominador es la multiplicación de todos los denominadores, lo cual no está mal, si no que vuelven a sumar los numeradores sin realizar la amplificación que se corresponde, lo que nuevamente lleva a un error.

Podemos concluir que los estudiantes no comprenden que sucede con las fracciones cuando los denominadores son distintos, les cuesta ver las fracciones como un número, así como no comprenden que las fracciones si sufre cambio el denominador, el numerador también lo sufrirá porque es un número completo y no dos partes diferentes.

En la letra “b” y “c”, donde los estudiantes resolvieron ejercicio de mayor dificultad, tendrán que ser capaces de aplicar todas las operaciones aritméticas y nos encontramos con varias problemáticas. En la letra “b”:

$$b) \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

El objetivo de este ejercicio es que los estudiantes sean capaces de:

- Desarrollar en el orden correspondiente según las operatorias que se les presentan.
- Aplicar los algoritmos según la operatoria a realizar.
- Reconocer y comprender que un número entero puede transformarse en un número fraccionario.

La primera ejecución que se detectó fue:

$$b) \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\left(2 + \frac{6}{20} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\frac{8}{20} - \frac{1}{15} = \frac{7}{5}$$

El error que se encuentra en este ejercicio es el desarrollo de la operatoria aritmética de la división ya que se entiende que el estudiante resuelve cruzado y deja los resultados en la dirección que le dio al multiplicar cruzado, dejando el numerador en el denominador y el denominador en el numerador, a su vez, se produce otro error al momento de desarrollar la operación de la adición ya que no saco el M.C.M, lo que realizo en la primera parte fue mantener el denominador y sumar los numeradores, sin embargo en la segunda parte el estudiante resto los denominadores y a su vez resto los numeradores, debido a la sustracción que se presenta, por lo que se puede observar este estudiante opera unitariamente los numeradores y los denominadores, como se observa en la primera producción de la letra “a”.

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15} \\
 & \left(2 + \frac{20}{6} \right) - \frac{1}{15} \\
 & \frac{2 + 20}{6} - \frac{1}{15} \\
 & \frac{22}{6} - \frac{1}{15} = \frac{22-1}{90} = \frac{21}{90} \\
 & \begin{array}{l} 15 \cdot 6 \\ 90 \end{array}
 \end{aligned}$$

El estudiante resolvió la división como correspondía, pero su error fue no amplificar los numeradores a pesar que saco el M.C.M, por lo que, opera los numeradores tal como se les presenta.

$$\begin{aligned}
 & \text{b) } \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15} \\
 & \left(2 + \frac{6}{20} \right) - \frac{1}{15} \\
 & \frac{8}{20} - \frac{1}{15} = \frac{7}{300} \\
 & \begin{array}{r} 20 \cdot 15 \\ 100 \\ 20 \\ \hline 300 \end{array}
 \end{aligned}$$

Se encontró un tercer error, dónde sacan el denominador común como la multiplicación de todos los denominadores, pero resuelve los numeradores tal como se les presentan, lo que provoca el error.

b) $\left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5}\right) - \frac{1}{15}$

$2 + \frac{6}{20}$

$\frac{8}{20} - \frac{1}{15} = \frac{7}{20}$

El error en esta resolución es que el estudiante mantiene el denominador mayor y opera el numerador tal como se presenta.

b) $\left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5}\right) - \frac{1}{15}$

$\left(2 + \frac{20}{6}\right) - \frac{1}{15}$

$\frac{22}{6} - \frac{1}{15} = \frac{21}{45}$

$\begin{array}{r|l} 6 & 15 \\ \hline 3 & 5 \\ 1 & 5 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ 3 \\ 5 \end{array} > 15 > 45$

En este ejercicio se observa que el estudiante el primer error que comete es que al resolver la división deja el que es el denominador como numerador y así mismo con el numerador que lo deja como denominador, luego saca el M.C.M pero nuevamente opera el numerador sin amplificarlo.

$$b) \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\left(\frac{10}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\frac{50}{6} - \frac{1}{15} = \frac{150}{45} - \frac{3}{45} = \frac{147}{45}$$

$$\frac{615}{25} \left| \begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ 5 \end{array} \right. > 45$$

Si bien el estudiante realiza todas las operaciones como corresponde, el error que comete es que al momento de comenzar a resolver lo realiza de derecha a izquierda como escritura, sin respetar la regla del orden de resolución.

En el ejercicio “c” se encuentran errores muy parecidos a los cometidos en el ejercicio “b”.

$$c) \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - \frac{14}{4} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{-7}{4} \right) = \frac{28}{36}$$

Error cometido en este ejercicio es que no aplica la regla de los signo por lo que el resultado les da positivo y es negativo, y se observa que no realiza la simplificación, siendo que se les pide.

En el ejercicio “c”

$$c) \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$$

Los objetivos o aprendizajes esperados que se espera que los estudiantes desarrollen son:

- Transformar un número mixto a un número fraccionario.
- Aplicar los algoritmos según la operatoria a realizar.
- Desarrollar en el orden correspondiente según las operatorias que se les presentan.

La primera producción con error en el ejercicio “c” es:

c) $\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$

$$\frac{28}{36} - 3\frac{1}{2}$$

$$\frac{28}{36} - \frac{7}{2}$$

$$\frac{28 - 126}{36} = \frac{98}{36}$$

$\frac{36 \cdot 2}{181} \left| \frac{2}{18} \right. \rightarrow 36$
 $13 \cdot 2 = 26$ $36 \cdot 2 = 72$
 26 16

El error encontrado en este ejercicio, es que realizaron la multiplicación antes que el paréntesis, por lo que el estudiante que realizó este ejercicio no aplicó el orden que corresponde realizar el ejercicio.

c) $\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{4}{4} \right) = \frac{16}{18} //$$

En el ejercicio presentado anteriormente se han identificado dos errores, uno de ellos es que no transformo el número mixto a fracción como se debe realizar, lo que hizo fue multiplicar el 3 por el $\frac{1}{2}$ lo que resulto $\frac{3}{2}$, el segundo error es en la operación de sustracción, el estudiante deajo como denominador el menor denominador y luego restó los numeradores y finalmente multiplicó numerador con numerador y denominador con denominador.

c) $\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$

$\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2} \right)$

$\frac{4}{9} \left(\frac{0}{4} \right) = \frac{0}{18}$

Nuevamente se encontró el mismo error de la operación de la adición y sustracción, donde los estudiantes sacan el M.C.M, pero los numeradores no se amplifican, restan los numeradores, dando como resultado cero en el numerador, por lo que luego realiza la operación de la multiplicación y a pesar que la realizó bien, el resultado está mal por el error cometido anteriormente.

5.6 Proceso en el aula

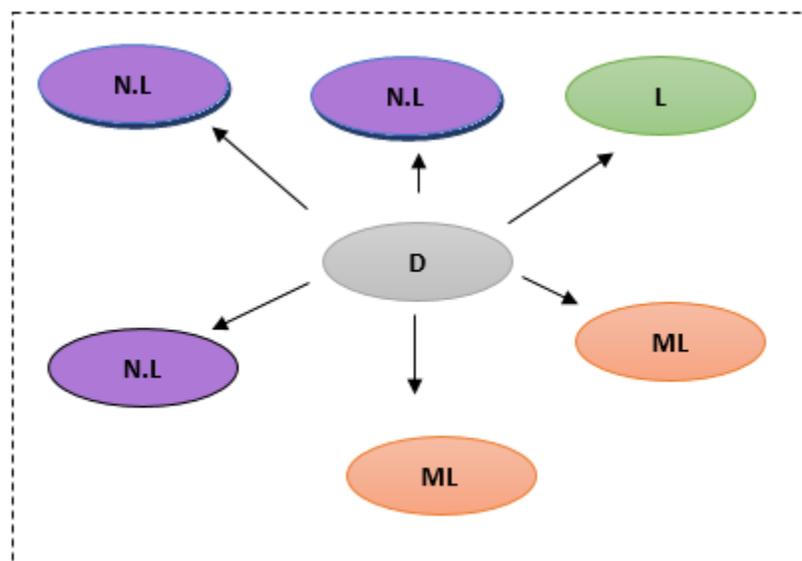
Debido a que los estudiantes presentaron varias dificultades, se implementó un diseño de planificación, que incluyera desde las nociones de las fracciones hasta la operaciones de ellas; así se tratara de que el estudiante forme un significado y que pasen por sus diversas facetas.

A los estudiantes se les presentó la parte- todo, a través de representaciones numéricas $\frac{a}{b}$, reconociendo el numerador y denominador, también como

representación de esquema , para luego trabajar los tipos de fracciones, orden, equivalencia, amplificación y simplificación, hasta poder llegar a presentar la faceta de Operaciones donde se presentan el algoritmo tradicional de Lara.

5.6.1 Método de trabajo

La docente para realizar este proceso y lograr detectar las problemáticas que presentan en el aprendizaje los estudiantes, decide juntar a los estudiantes en 5 grupos según el nivel de logro en la prueba de diagnóstico.

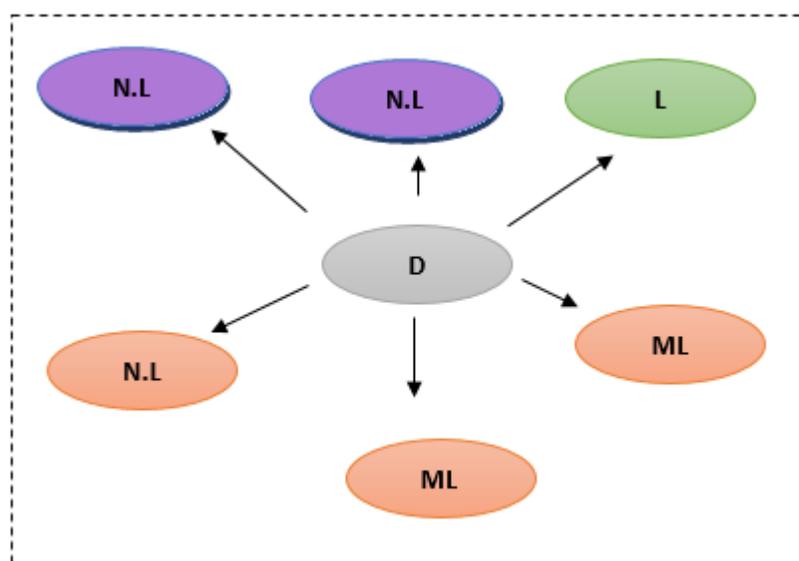


Formando a dos grupos de No Logrados (N.L) cada uno de ellos compuesto por 8 estudiantes, los Medianamente Logrado (M.L), compuesto por 6 y 7 estudiantes respectivamente y por último los Logrados (L) compuesto por 7 estudiantes y los 4 ausentes del día del diagnóstico se les pidió que se incorporaran en los N.L por lo que

los N.L se separaron en tres grupos, esto permitió facilitar los aprendizajes y disminuir la cantidad de estudiantes en el proceso de enseñanza.

Se debe especificar que estos grupos se conformaban al momento de realizar trabajos, donde los estudiantes desarrollaban ejercicios y problemas de planteamiento., por lo que interactuaban entre ellos, dando explicación a su quehacer y ayudaban a sus compañeros del mismo grupo.

En el proceso se detectó que los estudiantes iban teniendo un progreso, por lo que se trasladaban de grupo a uno que pudiera desarrollar de mejor manera su conocimiento. Finalmente se logró trabajar con los siguientes grupos:



5.6.2 Operaciones aritméticas en las fracciones.

Para enseñar la operatoria de las fracciones, fue necesario recurrir al modelo tradicional mencionado por Lara, así se les enseñó que para realizar las operaciones de adición y sustracción es necesario poder identificar si los denominadores son iguales o diferentes, cada caso es diferente.

El en caso si los denominadores son iguales:

- Se conserva el denominador.
- Los numeradores se suman o restan según indique el signo.
- Finalmente se identificara si existe la posibilidad de simplificar la fracción, realizan está en el caso que se pueda, y en el caso que no se pudiera se deja tal como está la fracción

Para poder realizar la operación de la adicción o sustracción, antes fue necesario que la docente explicara cómo se saca el M.C.M., y así los estudiantes podrían realizar esta operación.

M.C.M: es el menor múltiplo común, distinto de cero entre dos o más números, para poder determinar dicho M.C.M es necesario:

- Realizar una tabla de esta manera

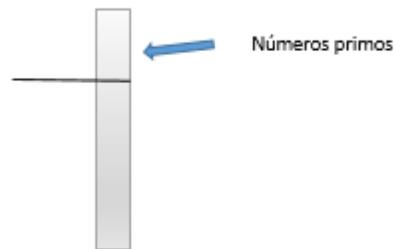


- En la parte de la derecha superior se ubicarán los denominadores que aparecen en el ejercicio.

Denominadores



- Se debe dividir por el menor número primo que divida alguno de los números dados, estos se irán ubicando en fila en la parte izquierda.



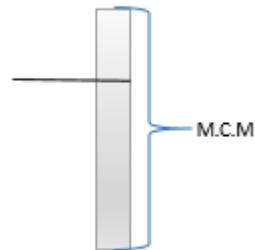
- El cociente se escribirá debajo del número que fue dividido y se escriben de nuevo los números que no eran divisibles por ese primo.



- Se vuelve a realizar la división por el menor de los primos, hasta que todos los números del lado derecho lleguen a uno.



- Se multiplican todos los primos utilizados, sacando el M.C.M, que lo llamaremos



Una vez ya explicado el algoritmo del M.C.M, se enseñó al estudiante el algoritmo de la fracción con diferentes denominadores.

El en caso que los denominadores son diferentes:

- Se saca el **nuevo denominador**, a través del M.C.M.
- Como se amplifico los denominadores, se debe amplificar los numeradores, por lo que se deben preguntar ¿Cuántas veces el denominador antiguo cae en el denominador nuevo?
- El número encontrado de cuantas veces cae, se marca arriba del denominador en un círculo para luego multiplicarlo con el numerador, resultando los **numeradores nuevos** (ya amplificado)
- Los numeradores se suman o restan según indique el signo.
- Finalmente se identificara si existe la posibilidad de simplificar la fracción, realizan está en el caso que se pueda, y en el caso que no se pudiera se deja tal como está la fracción.

En el caso de la multiplicación:

- Multiplicar los numeradores con numeradores.
- Multiplicar los denominadores con denominadores.
- Aplicar regla de los signos, cuando sea necesario.
- Simplificar si es que se puede.

En el caso de la división:

Se denominara primera y segunda fracción.

- Mantener la primera fracción tal como se presenta.
- Cambiar el signo por su inverso (multiplicación)
- La segunda fracción invertir el numerador al denominador y el denominador al numerador.
- Aplicar la operatoria de la multiplicación.

5.6.3 Reflexiones de la docente.

- **Primera reflexión**

Al comienzo de este proceso de enseñanza, se pudo visualizar que fue complicado con respecto a las posturas que manifestaban los estudiantes, debido al rechazo que mostraban hacia la materia.

Como los estudiantes son de la jefatura de la docente se pudo establecer un contrato didáctico mucho más flexible y cercano para el desarrollo de este proceso, dejándoles en claro la importancia de su postura hacia la clase y la capacidad que ellos presentan ante cualquier aprendizaje (los estudiante no valoran su quehacer y presentan muy poca confianza en sus aprendizajes), y a su vez, se les informa el proceso de evaluación y lo que se espera del curso en matemática, por lo que, realizarán con trabajos grupales e individuales con nota acumulativa, los tareas (trabajo en el hogar) serán con puntaje para sus evaluaciones y las pruebas se calificarán con una escala del 50%. En este proceso se presentan limitantes de tiempo, ya que de las 7 horas de clase 4 de ellas se desarrollan después de almuerzo lo que produce la desmotivación y

desconcentración el proceso de enseñanza-aprendizaje, así lo manifiesta los estudiantes cuando comentan que tienen sueño, dormiría una siesta, o que ya se quieren ir a su casa porque están cansados.

En cuanto a los contenidos, se revisa la prueba de diagnóstico, en donde se observa claramente que los estudiantes poseen un aprendizaje erróneo o escaso, eso conlleva a que deba realizar una nivelación en cuanto a los contenidos.

No se sabe que esperar del curso, debido a la falta de motivación y la poca disposición a querer aprender, se tiene noción de lo escaso que son los aprendizajes previos y solo un pequeño porcentaje posee y maneja el contenido, la docente manifiesta que siente temor y presión por ser docente nueva en el establecimiento, dice que por un lado le exigen que pase todo el contenido que se establecen en los planes y programas de MINEDUC y por otro se presenta esta realidad en donde los estudiantes no saben dividir, no manejan lenguaje matemático o simplemente tienen un nulo conocimiento, entonces se pregunta “¿Cómo voy hacer para lograr que los estudiantes tengan un aprendizaje significativo, con el escaso conocimiento que tienen?”.

- **Segunda reflexión**

La docente manifiesta que le ha impresionado el cambio de postura que presentan los estudiantes, si bien no han dejado de reclamar que pasa mucha materia o que hace muchos trabajos ella recurre al refrán “*la practica hace al maestro*”, la gran parte del curso realiza los trabajos y mejor aún si no comprenden o tienen dudas son capaces de preguntar.

Del porcentaje de los No Logrados, se puede decir que hay alumnos que simplemente no quieren aprender y no les interesa su formación o aprender, pero en general hay un cambio significativo.

- **Tercera reflexión**

Ya casi terminando este proceso la docente dice que se ha dado cuenta que los estudiantes han sido capaces de cambiar su postura en cuanto a los objetivos que han ido enfrentando, les costó aprender y comprender la operatoria aritmética de la fracción, siente que del 100% solamente un 15% ellos poseían y tenían claro los algoritmos a utilizar, los demás claramente estaban sumamente confundido y utilizaban otros aprendizajes, explica que por ejemplo lo que dice la multiplicación en la suma, por lo que tuvo que tomar la decisión de enseñarles paso a paso lo que

debían hacer y ejecutarlo constantemente para que practicasen y finalmente comprendieran como se realizaban.

En cuanto a la pregunta que se realizó al principio la docente reflexiona diciendo “yo como docente no puedo enseñar o pasar por alto si mis estudiantes no han aprendido y hacer como si nada a pasando, prefiero que aprendan un porcentaje de lo que me exigen, pero que lo aprendan bien a que pase los contenidos simplemente por cumplir, creo que si queremos un cambio necesariamente debemos partir por nosotros”.

CAPITULO VI. ANÁLISIS DE DATOS

Como ya se ha presentado en el capítulo anterior los resultados de la prueba de diagnóstico y los errores en las producciones de los estudiantes, se realizará un análisis comparativo con los resultados de los estudiantes al finalizar el contenido de números racionales, y la realización de las operatorias aritméticas de las fracciones, para observar si los estudiantes lograron aprender el algoritmo presentado.

A los estudiantes se les volvió a realizar la prueba de diagnóstico al final del proceso, para esta evaluación se consideraron los 36 estudiantes del inicio.

Se obtuvieron los siguientes resultados:

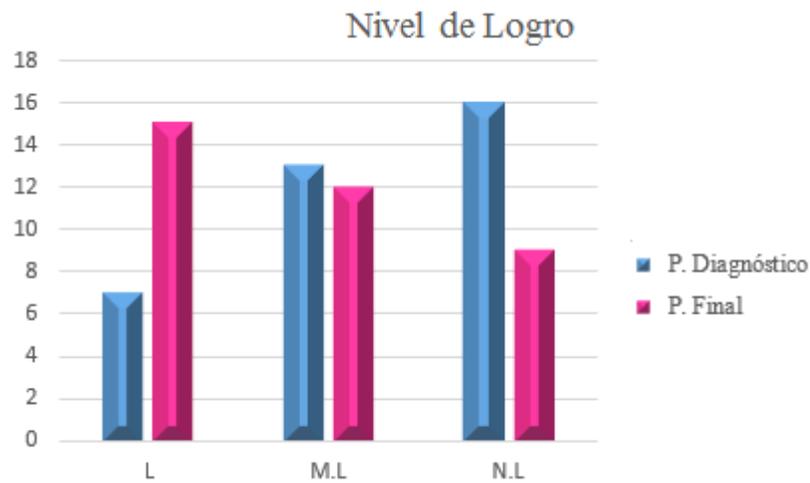
Eje	Contenido	Competencia	L	%	M L	%	N L	%
Números racionales	Representación de las fracciones.	Representación y relación	24	66,6%	10	27,7%	2	5,5%
	Operaciones aritméticas de las fracciones.	Ejecución	17	47,2%	10	27,7%	9	25%
	Resolución de planteamientos de problemas.	Comprensión y ejecución	4	11,1%	16	44,4%	16	44,4%
			15	41,6%	12	33,3%	9	25%

Tabla de resultados finales.

Para comprender los gráficos es necesario entender que cada barra se interpreta de diferente manera:

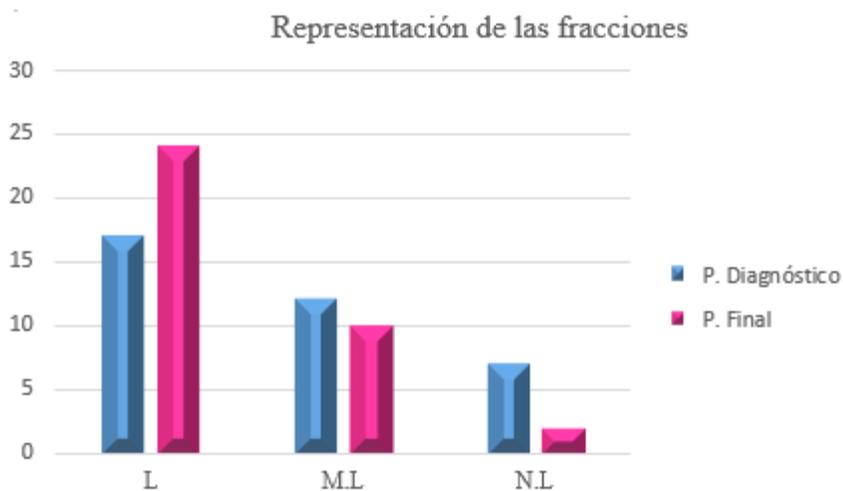
Los L (logrados) deben aumentar en la prueba final, y los N.L (no logrados) deben disminuir en la prueba final, mientras que los M.L (medianamente logrado) se espera que se mantenga o aumente en la prueba final.

Si lo comparamos con resultado de la prueba de diagnóstico, podemos observar que:



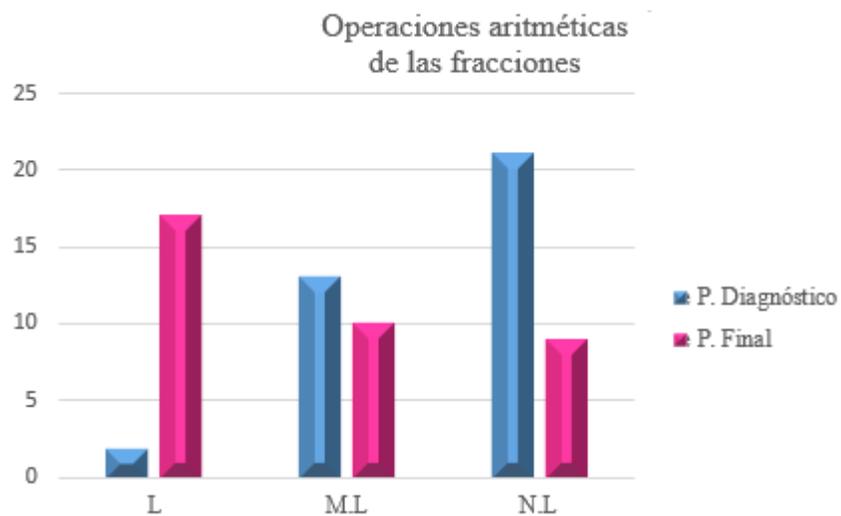
Los Logrados (L), aumentaron significativamente de 7 estudiantes a 15 estudiantes, por lo tanto, se puede decir que 8 estudiantes han podido aplicar el contenido aprendido. Si bien 12 estudiantes obtuvieron Medianamente Logrado (M.L) lo que es menor a la prueba de diagnóstico, la gran diferencia es que la superación es que los No Logrados (N.L) bajo la cantidad, por lo que se puede decir que los estudiantes al finalizar el proceso de enseñanza tuvieron un desarrollo en cuanto al aprendizaje de números racionales y principalmente en las fracciones.

Según los tres ejes de contenidos con sus respectivas competencias, se puede ver:

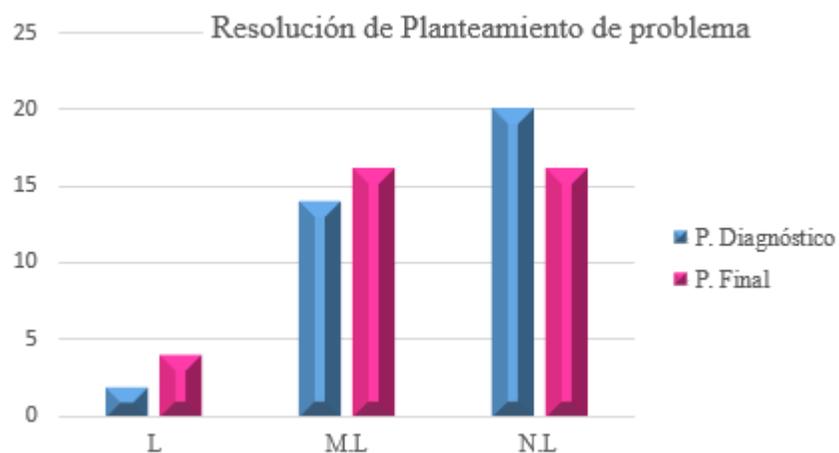


Los alumnos comprendieron el eje de representación y relación solamente 2 de ellos no han logrado desarrollar esta competencia ósea el 5,5% del curso, mientras que en el segundo contenido (operaciones aritméticas de las fracciones) solamente 9

estudiantes tuvieron N.L y se puede observar que una gran cantidad de estudiante lograron poner en juego la competencia de ejecución.



Por último se puede identificar que los estudiantes al igual que muchos otros estudiantes no son capaces de comprender y ejecutar un problema de planteamiento, por lo que no logran desarrollar y entender lo que se les presenta.



En las producciones de los estudiantes en la prueba final, se pudo identificar que fueron capaces de emplear el algoritmo enseñado, a continuación se mostraran las siguientes producciones.

En la letra "a":

$$a) \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{7^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{5}{12} = \frac{36 + 28 + 35}{84}$$

$$\frac{99}{84}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 3 \ 12 \ 21 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$a) \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12} = \frac{36 + 28 + 35}{84} = \frac{99}{84}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 3 \ 12 \ 3 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \ 20 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$a) \frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$$

$$\frac{36 + 28 + 35}{84} = \frac{99}{84} \div 3 = \frac{33}{28}$$

$$\begin{array}{r} 7 \ 3 \ 12 \ 3 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \ 12 \\ \hline 7 \ 1 \ 4 \ 4 \\ \hline 7 \end{array}$$

En la letra "b":

$$b) \left(2 + \frac{4}{3} + \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\left(2 + \frac{4}{3} + \frac{5}{2} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\left(\frac{2}{1} + \frac{20}{6} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\frac{12 + 20}{6} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{32}{6} - \frac{1}{15} = \frac{160 - 2}{30} = \frac{158}{30}$$

$$\begin{array}{r} 6 \ 15 \ 3 \\ 2 \ 5 \ 2 \\ 1 \ 5 \ 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$b) \left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\left(\frac{2}{1} + \frac{20}{3} \right) - \frac{1}{15}$$

$$\frac{12+20}{3} - \frac{1}{15}$$

$$\frac{32}{3} - \frac{1}{15} = \frac{480-6}{90} = \frac{474}{90} \div 3 = \frac{158}{30}$$

En la letra "c":

$$c) \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4(1)} - \frac{7}{2(2)} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{7-14}{4} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(-\frac{7}{4} \right) = \frac{-28}{36}$$

$$c) \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - \frac{6}{2} \right)$$

$$\frac{4}{9} \left(-\frac{7}{4} \right) = \frac{-28}{36} \div 2 = \frac{-14}{18} \div 2 = \frac{-7}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right) \\ & \frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - \frac{7}{2} \right) = \frac{7-14}{4} = \frac{-7}{4} \\ & \frac{4}{9} \cdot \frac{-7}{4} = \frac{-28}{36} \div 4 = \frac{-7}{9} \end{aligned}$$

Queda claro que los estudiantes comprendieron como sacar el M.C.M y ejecutaron el algoritmo de cada operatoria aritmética de la fracción.

CAPÍTULO VII. CONCLUSIÓN

Luego de realizar esta investigación y finalizar este proceso de enseñanza, se debe recordar que el propósito es poder implementar un modelo eficiente para el tratamiento de la operatoria aritmética con fracción en la Educación Media, pero se debe estudiar principalmente en la enseñanza básica, ya que es ahí donde se enseña la ejecución de dichas operatorias, por lo que fue necesario indagar en las bases curriculares y programas de estudios más conocidos como planes y programas, desde esta mirada se identifican varias problemáticas.

Si bien el MINEDUC se ha preocupado de generar este guía de objetivos por desarrollar, no existe orientación pedagógica en cuanto a cómo los docentes deberían indagar e implementar estas ejecuciones de operatorias aritméticas, esto conlleva a que los docentes busquen una metodología y transposición que a cada uno de ellos le acomode más en su proceso de enseñanza, dándole un significado netamente de parte-todo, a pesar que se incluya en las bases curriculares los significado de cociente, razón, proporción y operatoria, Provocando varios obstáculos didácticos, principalmente cuando utilizan conocimientos en otros contextos, lo que genera respuestas erróneas o incorrectas, siendo este un obstáculo primordial en el nivel de primero medio.

Así se observa cuando los estudiantes deben trabajar en otro conjunto numérico, extraer su conocimiento a nuevos conjuntos numéricos, siendo que trabajó durante seis años de su vida educativa en el mismo conjunto natural, se le hace difícil comprender y más aun de realizar operatorias en un conjunto numérico entero o racional, así como este se podrían mencionar más obstáculos.

Sabemos que los estudiantes, tienden a imitar la producción del profesor, por lo que representan, modelan y argumentan las problemas, muy parecidas al desarrollo del docente, la falta de aplicación en estos problemas hace que los estudiantes simplemente se transforme en una maquina copiadora y sea escaso el aprendizaje que el adquirió, el docente tiende a desarrollar solo ejercicios y no planteamiento de problemas, por lo que los estudiantes no realizan ese proceso de moldeamiento para poder aplicar ese conocimiento, ejecutando solo lo concreto en su trabajo.

Al comenzar esta investigación se identificaron varias dificultades en las producciones de los estudiantes, principalmente errores que se detectaron en la prueba de diagnóstico presentada en el capítulo V, confundir los algoritmos y los aplicaban en otras operatorias aritméticas, no conocer cómo desarrollar las operatoria,

el escaso dominio del M.C.M, la falta de conocimiento del mismo contenido (tipos de fracciones, simplificación y amplificación, etc.), ejecutar ejercicios con mayor dificultad de la que ellos conocían (desarrollaban ejercicios con dos fracciones, por lo que el grado de dificultad era mínimo, lo que provocó que al momento que la docente trabajara con 3 o más fracciones no supieran como desarrollar dichas operatorias), aplicar dichas operatorias en problemas de planteamiento, por lo que las dificultades que los estudiantes presentaban al operar fracciones eran abundantes y el conocimiento era escaso.

Entonces ¿Cómo implementar un algoritmo capaz de fortalecer el cálculo de operaciones aritméticas de las fracciones teniendo como objetivo la comprensión de sus características y propiedades descritas en los planes y programas del MINEDUC, año 2011?

Se hace difícil poder desarrollar un algoritmo que los estudiantes comprendan su cálculo en primera instancia, se debió recurrir al algoritmo que se presentó y denominamos algoritmo tradicional, donde los estudiantes realizaron la mecanización el proceso a seguir para poder desarrollar cualquier operatoria aritmética, el problema de esto es que los estudiantes si bien aprendieron el algoritmo y lo ejecutaron muy poco de ellos lograron realmente comprender lo que sucedía en dichas operatorias aritméticas, entonces se debe decir que si se fortaleció el cálculo de las operatorias aritméticas de las fracciones, pero para poder alcanzar la comprensión de dichas operatorias es necesario que los estudiantes presenten un aprendizaje previo en los conceptos y significados, y se consideren las limitaciones en cuanto a tiempo, horario, etc.

De aquí nacen varias interrogantes que se podrían indagar, una de ellas es que es necesario identificar cual es el proceso de enseñanza que implementan las docentes de básica, principalmente como el saber sabio es tratado para ser trasladado aun saber a enseñar y como este saber a enseñar se transpone al objeto de enseñanza, debido a la diversidad de metodologías que existen con respecto a las fracciones. ¿No sería interesante que los docentes desarrollaran tan solo un método o algoritmo para las operatorias aritméticas de las fracciones?, con esto no se quiere decir que los docentes enseñen todos igual porque la transposición didáctica cada uno la realiza pero si enseñar el mismo método para niños de básica y media, para no generar esos obstáculos tan complejos de identificar y tratar.

Todavía falta mucho indagar en el tema de las fracciones y el quehacer de los estudiantes a pesar de todos los estudios e investigaciones que se han realizado.

Se espera que como ya se han detectado varios obstáculos y se ha implementado el algoritmo tradicional, sirva de ayuda para que los docentes tengan una visión de las problemáticas que generan las fracciones en el sistema educativo y cómo prevenir o detectar algún error frecuente en el quehacer de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

- Abrate, R; Pochulu, M. Vargas, J. (2006). *“Errores y dificultades en matemáticas: análisis de causas y sugerencias de trabajos”*. Universidad Nacional de Villa María. Buenos Aires, Argentina.
- Barros, J. (2008). *“Enseñanza de las ciencias desde una mirada de la didáctica de la escuela francesa”*. Escuela de ingeniería de Antioquia, Medellín; Colombia.
- Brousseau.G. (1986). *“Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques”*.(Vol. 7,n.2) Universidad de Burdeos I.
- Chavarría, J. (2006). *“Teoría de las Situaciones Didácticas. Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática. 2006”*, Año I, Número 2.
- Chevallard, Y. (1991). *“La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado”*. AIQUE Grupo Editor. Argentina.
- Denny, T. (1978). *“Story – telling and eduotional un derstanding”*. Paper presented at the national meeting of the international reading association. Houston.
- Díaz, L. (1998). *“Reflexiones didácticas en torno a fracciones, razones y proporciones”*. Programa MECE, Educación Media, Ministerio de Educación; Chile.
- Fandiño, M.(2005). *“le frazioni, aspetti concettualie didattici”*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Bologna, Italia.
- Fernandez, A; Muñoz, D; Valenzuela, J. (2013). *“Secuencia didáctica en apoyo a docentes, para la enseñanza de ecuaciones literales, en primer año medio. Un estudio de caso”*. Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación y al título de Profesor de Educación Media en Matemática e Informática Educativa. Chile.
- Flores, R. (2010). *“Significados asociados a la noción de fracción en la escuela secundaria”*. Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Matemática educativa. IPN-CINVESTAV. México, D.F., junio de 2010.
- Figueras, O. (1988). *“Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales”*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de investigación y de estudios avanzados de IPN. México.
- Folgueiras, P. (2009) *“Métodos y técnicas de recogida y análisis de información cualitativa”*. Universidad de Barcelona, Argentina.
- Godino, J. (2004). *“didáctica de las matemáticas para maestros”*. Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología y fondos FEDER.

Gonzales, J. *“Paradigma interpretativo en la investigación social y educativa: nuevas respuestas para viejas interrogantes”*. Universidad de Sevilla; España.

Herrera, J. (2008) *“La investigación cualitativa”*

Hernández Sampieri Roberto; Fernández Collado, Carlos; Baptista Lucio Pilar (1991). *“Metodología de la investigación”* (segunda edición). México. Mc Graw-Hill.

INCE (2002). Instituto Nacional de Calidad y Evaluación. Evaluación de la Educación Primaria 1999. *“Fallos y dificultades de los alumnos en la prueba de Matemáticas”*. Secretaría General Técnica del MEC, Madrid.

Joint Comite (1988). *“Los estándares de evaluación del personal”*. Newbury Park, CA: Sage.

Kieren, J.(1988). *“Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development”*.

Lara, M. (1951). *“Aritmética”*. Padre las casas. Chile.

Llinares, S; Sánchez, M. (1997). *“Fracciones, matemáticas: cultura y aprendizaje”*. Editorial Síntesis S.A. España.

Macdonald, B; Walker, R. (1997). *“Case- study and the social philosophy of educational research”*.

MINEDUC (2012). *“Bases curriculares 2013, Séptimo básico a segundo medio, Matemática”*. Pp 103-138.

MINEDUC (2012). *“Bases curriculares 2012, Matemática”*. Pp 85-135.

MINEDUC (2012). *“Programa de estudio para tercer año básico”* (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2012). *“Programa de estudio para cuarto año básico”* (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2012). *“Programa de estudio para quinto año básico”* (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2012). *“Programa de estudio para sexto año básico”* (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2011). *“Programa de estudio para séptimo año básico”* (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2011). “*Programa de estudio para octavo año básico*” (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

MINEDUC (2011). “*Programa de estudio para primer año medio*” (Primera edición) Unidad de Curriculum y Evaluación; Chile.

Palarea, M; Socas, M (1994). “*Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico*”. I Seminario Nacional Sobre Lenguaje y Matemáticas.

Patton, M. (1980). “*Qualitative evaluation methods*”. Beverly Hills (CA). Sage Publications.

Perera, P; Valdemoros, M. (2007). “*Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*”. Investigación en educación Matemática XI.

Pontini, M. (____). “*Los obstáculos en la enseñanza de las matemáticas: ¿Corregir o Reflexionar?*”. ETR. Matemática – Nivel Polimodal. Región VIII-CIE-Merlo.

Rico, L. (1995). “*Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*”. Bogotá

Rodríguez, García; Gel, Javier; García, Eduardo (1996). “*Metodología de la investigación cualitativa*”. Granada T.G. arte, juberias y cia; S.L.

Trujillo, L; Rubiela, M; Muñoz, M; Rondón, K; Castro, J. (2011, 7 de Abril)
[Paradigmadeinvestigacion] det.

www.paradigma401452666com.blogspot.com

ANEXO 1: carta para la validación del instrumento evaluativo (prueba de diagnóstico)

Solicitud de validación de instrumentos a través de Juicio de Expertos.

La validación de los instrumentos elaborados por el estudiante seminarista, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permitan recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al grado de Licenciado en Educación, Título profesional de Profesor de Educación Media en Matemáticas e Informática Educativa.

El estudiante que opta a obtener su título profesional es:

Nombre: Katherine Nisel Godoy Ulloa. Rut: 17.099.734-4

Resumen: Se realizara un estudio de caso, donde se pondrá en observación la comprensión y resolución en los números racionales que desarrollan los estudiantes de primero medio en el instituto comercial la cisterna. Así pondremos en ejecución una nueva metodología de transponer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pregunta de investigación: **¿Cómo implementar un algoritmo capaz de fortalecer el cálculo de operaciones aritméticas de las fracciones teniendo como objetivo la comprensión de sus características y propiedades descritos en los planes y programas del MINEDUC, año 2011?**

- ¿Cuáles son las dificultades que se presentan en los estudiantes cuando operan en las fracciones?
- ¿De qué manera los estudiantes desarrollan la representación, modelación y argumentación de la fracción para la comprensión de dichas operatorias?.
- ¿según las bases curriculares como se presenta el concepto de fracción desde la enseñanza básica?

Objetivo General: **Implementar un modelo eficiente para el tratamiento de la operatoria aritmética con fracción en la Educación Media.**

Objetivos Específicos:

- Determinar las falencias primordiales de los estudiantes de primero medio en la operatoria aritmética en los números racionales.

- Identificar las estrategias de desarrollo de los estudiantes en la operatoria de la fracción.
- Determinar los hitos relevantes de la propuesta curricular sobre el tema de las fracciones.

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será a partir de una prueba de diagnóstico

Saluda atentamente.

Katherine Nisel Godoy Ulloa

Profesora Guía María Eugenia Puyol.

8 de Abril 2014

Datos Experto.

Nombre.....

Título **profesional:**

.....

Grado Académico:.....

Cargo:.....

Le rogaría consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías; marcar la categoría

- **Muy bien.**
- **Bien.**
- **Suficiente.**
- **Insuficiente**

Observaciones:

Muchas gracias por su cooperación

Nombre y Firma.

Santiago

Prueba de Matemática "Números Racionales"

1° medio.....

Nombre: _____
Fecha: _____ Puntaje Obtenido: _____ Puntaje Ideal: _____
Profesor: _____ Nota Obtenida: _____
Aprendizaje esperado: Reconocer y Resolver operatorias de fracciones.

Instrucciones para la prueba:

- 1) Esta prueba consta de 2 ítems .uno de Selección Múltiple y de Desarrollo El puntaje total de la prueba es de 66 puntos, el nivel de corte es del 50 % y el puntaje para obtener nota 4,0 es de 33 puntos.
- 2) Todos los cálculos deben estar en la hoja de la prueba, ordenada y con lápiz de pasta negro o azul. No usar calculadora. Ni hoja adicional.
- 3) Tienes 85 minutos para contestar.

ISELECCIÓN MULTIPLE: Marca la alternativa correcta con lápiz pasta y sin corrector. El desarrollo debe estar en la hoja, de lo contrario la respuesta **NO** será considerada. (3 pts c/u)

<p>1) ¿Cuál de las siguientes fracciones representa la región sombreada en la figura?</p> <p>a) $\frac{7}{9}$</p> <p>b) $\frac{9}{16}$</p> <p>c) $\frac{7}{16}$</p> <p>d) $\frac{16}{7}$</p>	<p>2) ¿Cómo se lee la fracción $1\frac{17}{20}$?</p> <p>a) Ciento diecisiete veinteavos</p> <p>b) Un entero veinte diecisieteavos.</p> <p>c) Ciento veinte diecisieteavos.</p> <p>d) Un entero, diecisiete veinteavos.</p>
<p>3) ¿Cuál es el resultado de: $\frac{4}{9} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$?</p> <p>a) $\frac{1}{3}$</p> <p>b) $\frac{1}{6}$</p> <p>c) $\frac{5}{18}$</p> <p>d) $\frac{315}{162}$</p>	<p>4) Natalia consume $\frac{2}{5}$ de los bocaditos que compró. Si ella compró 140 bocaditos ¿cuántos de ellos le quedan?</p> <p>a) 138</p> <p>b) 84</p> <p>c) 28</p> <p>d) 56</p>
<p>5) Al resolver la división $\frac{-2}{3} \div \frac{7}{6} =$, se obtiene</p> <p>a) $\frac{-12}{21}$</p> <p>b) $\frac{-4}{7}$</p> <p>c) $\frac{7}{9}$</p> <p>d) $\frac{-14}{28}$</p>	<p>6) La suma de siete quintos, tres quintos y dos quintos es:</p> <p>a) $\frac{12}{15}$</p> <p>b) 12</p> <p>c) $\frac{36}{15}$</p> <p>d) $\frac{12}{5}$</p>

II.DESARROLLO. Resuelve frente a cada situación, según lo pedido.

1) Une con una línea las fracciones y los decimales según corresponda. (2 puntos c/u)

$$\frac{13}{25}$$

0,52

$$\frac{1}{3}$$

7

$$\frac{221}{90}$$

2,4 $\bar{5}$

$$\frac{49}{7}$$

0,3 $\bar{3}$

$$\frac{221}{99}$$

$$\frac{1}{9}$$

2) Identifica cuales de estas fracciones son equivalentes, en el caso que no lo sean, justifica: (3 puntos c/u)

a) $\frac{164}{32}$ y $\frac{41}{8}$

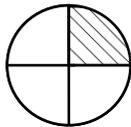
c) $\frac{13}{25}$ y $\frac{7}{5}$

b) $\frac{-15}{2}$ y $\frac{-45}{6}$

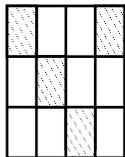
d) $\frac{120}{24}$ y $\frac{-20}{6}$

3) Identifica la fracción, según la región achurada: (1 punto c/u)

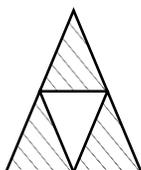
a)



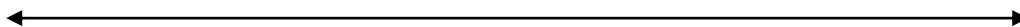
b)



c)



- 4) Ordena los siguientes valores en la recta numérica: $-1, \frac{-1}{5}, 0,1, \frac{1}{2}; \frac{1}{7}$
(1 punto c/u)



- 5) Resuelve las siguientes operaciones, aplica la simplificación en el caso que se pueda realizar.
(5 puntos c/u)

a) $\frac{3}{7} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$	c) $\frac{4}{9} \left(\frac{7}{4} - 3\frac{1}{2} \right)$
b) $\left(2 + \frac{4}{3} \div \frac{2}{5} \right) - \frac{1}{15}$	d) $\frac{2}{3} \bullet \frac{7}{3}$

¡Éxito!

Tabla de especificación

La prueba de diagnóstico en matemática es de los números racionales, verificará si los estudiantes de primer año medio, del instituto comercial La Cisterna han alcanzado determinadas competencias. Las cuales abarcan habilidades intelectuales y cognitiva.

Las competencias por evaluar, por niveles, son los siguientes:

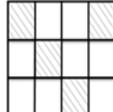
Eje	Contenido	Nº reactivos	Competencia	Nº reactivos	Prema
Números racionales	Representaciones de las fracciones.	Ítem I; 1-2 Ítem II, 1 Ítem II, 3;a-c Ítem II, 4	Representación y relación	10	5
	Operaciones aritméticas de las fracciones.	Ítem I; 3,5 ÍtemII; 2, a-d Ítem II, 5, a-d	Ejecución	10	5
	Resolución de planteamientos de problemas.	Ítem I; 4,5	Comprensión y ejecución	2	1
				22	11

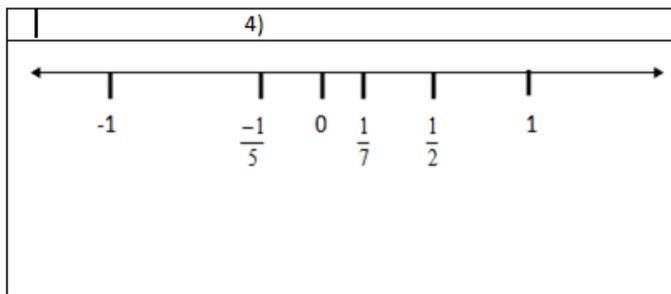
Y sus claves son:

Ítem I, Selección múltiple:

1	c
2	d
3	c
4	b
5	a
6	d

Ítem II, Desarrollo:

<p>1)</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> $\frac{13}{25}$ — $0,52$ </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> $\frac{1}{3}$ — 7 </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> $\frac{221}{90}$ — $2,4\bar{5}$ </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> $\frac{49}{7}$ — $0,\bar{3}$ </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> $\frac{221}{99}$ </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> $\frac{1}{9}$ </div> </div>	<p>2)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;">a) son equivalentes</td> <td style="width: 50%; padding: 5px;">c) no son equivalentes</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">b) son equivalentes</td> <td style="padding: 5px;">d) no son equivalentes</td> </tr> </table>	a) son equivalentes	c) no son equivalentes	b) son equivalentes	d) no son equivalentes	<p>3)</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;"> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="text-align: left; margin-right: 10px;">a) </div> <div style="margin-left: 20px;">$\frac{1}{4}$</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-bottom: 10px;"> <div style="text-align: left; margin-right: 10px;">b) </div> <div style="margin-left: 20px;">$\frac{4}{12}$</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="text-align: left; margin-right: 10px;">c) </div> <div style="margin-left: 20px;">$\frac{3}{4}$</div> </div> </div>
a) son equivalentes	c) no son equivalentes					
b) son equivalentes	d) no son equivalentes					



5)	
a) $\frac{33}{28}$	c) $\frac{237}{45}$
b) $-\frac{7}{9}$	d) $\frac{14}{9}$

ANEXO 2: Firmas profesores validadores de instrumento evaluativo.

Datos Experto.

Nombre.....CARLOS ALBERTO GÓMEZ CASTRO.....

Título profesional:.....Profesor de Matemática.....

Grado Académico:.....Licenciado en Educación.....

Cargo:.....Profesor Titular.....

Le rogaría consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías; marcar la categoría

- Muy bien.
- Bien.
- Suficiente.
- Insuficiente

Observaciones:

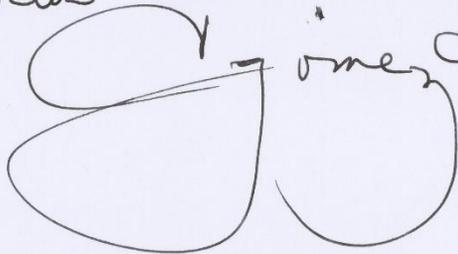
Hechas y acogidas.

Muchas gracias por su cooperación

Nombre y Firma. CARLOS ALBERTO GÓMEZ CASTRO

Santiago,

10/04/2014



Datos Experto.

Nombre: Jorge Arila Contreras

Título profesional: _____

Grado Académico: Licenciado en Matemáticas
Magister en Ciencias en Matemática Educativa.

Cargo: Académico Jornada Completa, UCH.

Le rogaría consignar si los instrumentos revisados para validar, se ajustan a alguna de las siguientes categorías; marcar la categoría

- Muy bien.
- Bien.
- Suficiente.
- Insuficiente

Observaciones: Me parece adecuado como instrumento diagnóstico abarca lo que explica de las competencias señaladas. El que menos cubre es lo que respecta a Resolución de Problemas, ya que ese ámbito involucra muchas más aristas que lo que abordan las dos preguntas del instrumento.

Muchas gracias por su cooperación

Jorge Arila Contreras
Nombre y Firma.

Santiago,

No sé si ya está ^{lactado} alcanzando el objetivo, pero sugiero revisar preguntas de investigación y objetivos. Eso de "receta" desde el punto de vista didáctico es algo muy ingenioso