UNIVERSIDAD CATOLICA SILVA HENRIQUEZ

DEPARTAMENTO DE EDUCACION MATEMATICA

"PROPUESTA DIDACTICA PARA LA UNIDAD ECUACION DE LA RECTA Y OTRAS FUNCIONES, MODELOS DE SITUACIONES DIARIAS, DEL NIVEL NM2, SUSTENTADA EN LA TEORIA DE LAS FUNCIONES SEMIOTICAS"

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACION Y AL TITULO DE PROFESOR DE ENSEÑANZA MEDIA EN MATEMATICAS E INFORMATICA EDUCATIVA

INTEGRANTES:

ALVARADO GARCÉS, NATALIA ISABEL

NAHUEL SEPÚLVEDA, SERGIO ANDRÉS

PROFESOR GUÍA:

TORRES BALCHEN, SERGIO LEIF

SANTIAGO – CHILE

2009

RESUMEN

Esta investigación es el producto de muchas interrogantes producidas a través de observaciones, trabajos en el aula y con estudiantes, logramos darnos cuenta que cada interacción que realizaban los alumnos era un código nuevo y una nueva forma de comunicación distinta, que es lo que Godino ha llamado como practicas institucionales cada momento de una clase son practicas institucionales distintas y nuevas.

¿Cuáles son los significados institucionales propuestos por el ministerio de educación que nos permiten guiarnos al momento de desarrollar una unidad?, fue nuestra primer cuestionamiento al iniciar esta investigación, por lo cual se inicia con un análisis de textos entregados por el ministerio de educación, tanto para los estudiantes como para los profesores, para verificar los objetos institucionales que deben adquirir los alumnos que se educan dentro del territorio Chileno, el siguiente material elaborado es producto de este análisis.

Cada clase tiene distintas características, sin embargo estudiantes del nivel NM2, a pesar de su conocimiento en matemáticas y su paso recurrente en el área por los distintos registros de cada una de las unidades vistas, al llegar a la unidad de ecuación de la recta y otras funciones, modelos de situaciones diarias, daban a entender que no concebían la relación entre la parte algebraica y la parte gráfica de dicha unidad, y es aquí donde tenemos el origen de nuestra investigación, la cual lo hacemos apoyado teóricamente de la teoría de las funciones semióticas, investigación presentada en la Universidad de granada por Juan D. Godino en noviembre del 2003, en la cual se trabaja sobre el paso entre los diferentes registros, dicha investigación es trabajada principalmente con la mediana y contenidos estadísticos, es por ello que nuestro fin principal es proponer una secuencia didáctica de la unidad ecuación de la recta y otras funciones que permita suplir dicha desconexión que se percibe que hacen los alumnos al enfrentar esta unidad.

El material elaborado para esta investigación consta de una secuencia didáctica como material de trabajo para el profesor la que cuenta con la planificación de cada clase, el material dirigido a los alumnos, el material para el profesor y sugerencias metodológicas para llevar a cabo cada una de las clases, además para conocer los conocimientos previos y como influían estos en el correcto desarrollo de la unidad se aplico a los alumnos una prueba diagnóstica evaluaciones proceso y para poder verificar si finalmente los alumnos cumplieron con los objetivos establecidos una evaluación final. Dentro de la investigación se consideró una entrevista de preguntas abiertas para obtener las apreciaciones de los estudiantes, como se desenvolvieron, como visualizaron la unidad, como se sintieron y como evalúan al profesor en el desarrollo de esta unidad.

Para generar la secuencia didáctica se hizo con apoyo de los planes y programas entregados por Ministerio de educación de chile correspondientes al año 2009, para poder establecer los contenidos su orden cronológico, además de las sugerencias metodologías que este entrega, también se utilizo como material de apoyo los libros entregados a los alumnos por el ministerio de educación.

Una vez expuesta la investigación y su desarrollo invitamos al lector a ser parte de ella y validar su aplicación, además a investigar y considerar aun más elementos que permitan a esta ser más robusta en sus posibles aplicaciones futuras.

AGRADECIMIENTOS

“Ponerse en movimiento es importante, pero lo más importante es mantener el entusiasmo inicial, persistir y no rendirse a pesar de las dificultades. Porque vamos a tener tropiezos. La clave no está en no caerse sino en saber levantarse y continuar”.

Paulo Coelho

Agradecimientos a nuestras familias y a cada una de las personas que nos apoyaron y estuvieron junto a nosotros en este largo proceso, en nuestras alegrías y tristezas , ya que fueron nuestros pilares fundamentales y nos ayudaron a no flaquear, levantarnos y continuar nuestro camino con mayor fuerza y nos han ayudado a finalizar este proceso con éxito.

Natalia Alvarado

Sergio Nahuel

ÍNDICE

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

I.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En una clase de matemáticas existen una serie de interacciones entre los individuos participantes de ella, como lo son los profesores de matemáticas y los alumnos, en las cuales se consensuan representaciones y formas de identificar los elementos puestos en juego en el transcurso de la clase, esto es llamado *objeto institucional*.

Los alumnos en cada clase o actividad desarrollada, ponen en juego los *objetos personales* creados gracias a la interacción con los *objetos institucionales*, los cuales pueden ser erróneos o correctos, pero es el docente quién debe preocuparse por todo los contenidos que los alumnos son capaces de recepcionar y generar un ambiente propicio, es por ello que en este trabajo interesa principalmente la dificultad de los alumnos en la visualización de los registros tanto algebraico como gráfico de la ecuación de la recta como elementos separados y distintos entre sí. Por lo anterior ante expuesto hemos decidido no solo investigar el producto de esta situación, sino intentar corregirlo mediante una secuencia didáctica sobre la unidad de ecuación de la recta con el material completo para ser usado por el profesor y con sus respectivas actividades para los estudiantes.

Además se quiere corroborar si los libros entregados por el ministerio de educación tanto para los alumnos como la guía para el profesor en la unidad de ecuación de la recta y otras funciones concuerdan con los contenidos mínimos obligatorios propuestos por el ministerio de educación.

I.2. OBJETIVOS

I.2.1 Objetivo General

Generar y aplicar una secuencia didáctica dirigida a los profesores de matemática del nivel NM2 que presenta a la ecuación de la recta desde diversos registros, para su posterior aplicación.

I.2.2 Objetivos Específicos

Identificar si libros entregados por el ministerio de educación para el nivel NM2, tanto para el profesor como para el alumno cumplen con la secuencia de contenidos propuestos por los programas oficiales del mineduc, en la unidad de ecuación de la recta y otras funciones.

Elaborar una propuesta didáctica de la unidad de ecuación de la recta y otras funciones para los profesores de matemáticas del nivel NM2, para poder facilitar la comprensión de esta unidad, enfatizando en el traspaso del registro grafico y algebraico.

Seleccionar al menos un curso del nivel NM2 como muestra para la aplicación de la secuencia didáctica propuesta.

Aplicar en al menos un curso la secuencia didáctica propuesta para unidad de ecuación de la recta y otras funciones.

Detectar errores en las prácticas prototípicas que un estudiante comete cuando pone de manifiesto cuando resuelve el campo de problemas referidos a la función lineal.

(1)NM2: Nivel medio 2

I.3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

¿Los libros entregados por el ministerio de educación para el nivel NM2, tanto para el profesor como para el alumno cumplen con la secuencia de contenidos propuestos por los programas oficiales, en la unidad de la ecuación de la recta y otras funciones?

Al presentar el material de apoyo para el profesor de matemáticas el cual se encuentra contextualizado en la realidad ¿los alumnos se sienten más motivados?

Con la secuencia didáctica propuesta para el profesor y el material utilizado ¿Los alumnos demuestran una mayor comprensión de los contenidos? ¿Existe un alto porcentaje de comprensión al finalizar la aplicación de la secuencia?

En la muestra seleccionada después de realizada la secuencia didáctica ¿Los alumnos fueron capaces de reconocer los registros algebraico y grafico como elementos complementarios de la ecuación de la recta?

¿Cuáles son las prácticas prototípicas erradas que explicita un alumno al resolver un campo de problemas correspondientes a la unidad de ecuación de la recta y otras funciones?

I.4. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

El tema de la ecuación de la recta fue principalmente escogido debido a la carga conceptual que posee, los alumnos son capaces de manejar de manera importante el registro algebraico o grafico de la función lineal, en cambio muy pocas veces lo es en forma conjunta, los alumnos desarrollan generalmente habilidades especificas de acuerdo a sus intereses y es por ellos también que los alumnos dejan elementos complementarios de lado, por enfocarse en otros.

Es por ello que esta investigación está enfocada en una secuencia didáctica para el profesor, construyendo así el material para trabajar en aula el profesor de matemáticas del nivel NM2, lo cual generalmente solo se limita a ser sugerencias metodológicas, como lo es en el caso del libro entregado por el MINEDUC, el cual es considerado dentro del desarrollo de esta secuencia y apoya a esta investigación.

(2)MINEDUC: Ministerio de educación de Chile

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

Nuestro estudio como ya se ha mencionado previamente, se desarrolla bajo las bases teóricas que nos ha proporcionado del trabajo de investigación presentado en la Universidad de granada por Juan D. Godino en noviembre del 2003, la “Teoría de las Funciones Semióticas”, se ha considerado esta investigación como base teórica para nuestra investigación, de la cual hemos extraído conceptos importantes para el correcto desarrollo de esta.

II.2. PROBLEMAS MATEMATICOS, PRACTICAS E INSTITUCIONES

La Teoría de las Funciones Semióticas se sustenta en los siguientes supuestos:

- Las matemáticas constituyen un quehacer humano, que tiene la finalidad de dar respuesta a cierta clase de situaciones problemáticas internas o externas a la propia matemática. Los objetos matemáticos (conceptos, procedimientos, teorías, etc.), surgen de esta actividad y evolucionan progresivamente.
- Las matemáticas se pueden ver como un lenguaje simbólico en el que se expresan las situaciones problemas y sus soluciones. Los sistemas de símbolos dados por la cultura no sólo tienen una función comunicativa, sino un papel instrumental que modifican al propio sujeto que los utiliza como mediadores.
- La matemática es también un sistema conceptual lógicamente organizado. La organización lógica de los conceptos, los teoremas y las propiedades también explica el gran número de problemas implicados en el aprendizaje de las matemáticas. Un sistema no se reduce a la suma de componentes aislados, porque lo que constituye un sistema son precisamente las interrelaciones entre sus componentes.

A partir de ellos los autores proponen una serie de conceptos, los que se presentan a continuación.

Problemas Matemáticos y Campos de Problemas

La noción de situación problema es considerada como un concepto primitivo, ya que esas situaciones y aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas son las que inducen a los seres humanos a desarrollar actividades matemáticas, a partir de las cuales emergen los conceptos y teorías. Para una persona dada, una situación problema es cualquier tipo de circunstancia que precisa poner en juego las actividades de matematización.

Como actividades de matematización se pueden mencionar:

- construir o buscar posibles soluciones que no son fácilmente deducibles
- inventar una simbología adecuada para representar las situaciones y las soluciones encontradas y para comunicar dichas soluciones a otras personas;
- producir nuevas expresiones y enunciados significativos mediante manipulaciones simbólicas.

Por ejemplo, en el campo de problemas de la estimación de una cantidad desconocida, en presencia de errores de medida, que los astrónomos de Babilonia resolvieron calculando la suma total de las observaciones y dividiendo por el número de datos. Esta misma técnica matemática (lo que hoy conocemos como media aritmética) fue aplicada de un modo general por Tolomeo para estimar la cantidad por la cual la duración de un año excede de 365 días.

Noción de Práctica

En los problemas así como en su resolución, intervienen objetos matemáticos abstractos y sus representaciones simbólicas. La actividad matemática extiende las soluciones a otras situaciones y las generaliza a otros contextos, para ello, se busca dentro del campo de problemas lo común y esencial, que no depende del contexto. Las características de la actividad de matematización se sintetizan mediante la noción de práctica

La teoría entiende por práctica, a las actuaciones o expresiones realizadas por las personas para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas.

Es importante resaltar que en las prácticas matemáticas intervienen objetos materiales (símbolos, gráficos, etc.) y abstractos (que evocamos al hacer matemáticas) y que son representados en forma textual, oral, gráfica o incluso gestual. Las prácticas de una persona al resolver un problema pueden ser observables (por ejemplo, cuando un alumno escribe su solución a un problema o relata al profesor sus acciones para resolverlo). En otros casos algunas de estas prácticas son acciones interiorizadas no observables directamente.

En el estudio de las matemáticas, más que una práctica particular en un problema dado, interesan los tipos de prácticas características puestas de manifiesto por las personas en su actuación ante situaciones problemáticas, llamadas prácticas prototípicas.

A cada tipo de problemas es posible asociarle un sistema de prácticas prototípicas. Puesto que algunas personas solo conocen una parte de estas prácticas o incluso podrían inventar prácticas diferentes de las consideradas como adecuadas en una institución dada, la teoría supone que hay un conjunto de prácticas prototípicas para un objeto dado y una persona dada.

Una práctica prototípica es significativa si, para la persona, esta práctica desempeña una función para la consecución del objeto en los procesos de resolución de problemas, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

Noción de Institución

Las situaciones problemáticas y sus soluciones son socialmente compartidas, esto es, están vinculadas a instituciones. La teoría propone que la institución está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática implica la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están, ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen.

La institución matemática es el conjunto de personas que en el seno de la sociedad están comprometidas en la resolución de nuevos problemas matemáticos. Son, por tanto, los productores del saber matemático. Otras instituciones involucradas con situaciones matemáticas son las que utilizan y las que enseñan el saber matemático.

En las instituciones, las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas comparten las prácticas sociales que tienen rasgos particulares, generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles, sus reglas y modos de funcionamiento.

Las prácticas sociales dependerán de la institución y del campo o tipo de problemas. En ellos se desarrollan descripciones de problemas o situaciones, representaciones simbólicas, técnicas o procedimientos de solución, definiciones de objetos, enunciados de proposiciones y argumentaciones.

El término representación y la expresión sistema de representación, en conexión con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas tienen las siguientes interpretaciones.

1. Una situación física, externa y estructurada, o un conjunto de situaciones de un entorno físico, que se puede describir matemáticamente o se puede ver como concretización de ideas matemáticas;

2. Una materialización lingüística, o un sistema lingüístico mediante el que se plantea un problema o se discute un contenido matemático, con énfasis en las características sintácticas y en la estructura semántica.

3. Un constructo matemático formal, o un sistema de constructos, que puede representar situaciones mediante símbolos o mediante un sistema de símbolos, usualmente cumpliendo ciertos axiomas o conforme a definiciones precisas - incluyendo constructos matemáticos que pueden representar aspectos de otros constructos matemáticos.

4. Una configuración cognitiva interna, individual, o un sistema complejo de tales configuraciones, inferida a partir de la conducta o la introspección, que describe algunos aspectos de los procesos del pensamiento matemático y la resolución de problemas.

Las representaciones matemáticas no se pueden entender de manera aislada. Una ecuación o una fórmula específica, una gráfica particular en un sistema cartesiano adquieren sentido sólo como parte de un sistema más amplio con significados y convenciones que se han establecido. Los sistemas representacionales importantes para las matemáticas y su aprendizaje tienen estructura, de manera que las diferentes representaciones dentro de un sistema están relacionadas de manera rica unas a otras.

Las representaciones pueden ser internas o externas.

Los sistemas de representaciones externas comprenden los sistemas simbólicos convencionales de las matemáticas tales como la numeración en base diez, notación formal algebraica, la recta numérica real, la representación en coordenadas cartesianas. También se incluyen entornos de aprendizaje, como los que utilizan materiales manipulativos concretos, o micromundos basados en el uso de ordenadores.

Se considera que una representación es un signo o una configuración de signos, caracteres u objetos que pueden ponerse en lugar de algo distinto de él mismo, El objeto representado puede variar según el contexto o el uso de la representación: En el caso de un gráfico cartesiano puede representar una función o el conjunto solución de una ecuación algebraica.

Carácter bidireccional de la representación

La relación de representación (simbolización, codificación) entre dos sistemas es reversible. Dependiendo del contexto un gráfico puede proporcionar una representación geométrica de una ecuación de dos variables, y alternativamente una ecuación ($x^2 + y^2 =1$) puede proporcionar una simbolización algebraica de un gráfico cartesiano.

Representaciones internas

Se consideran como representaciones internas los constructos de simbolización personal y mental de los estudiantes, se considera también en matemática como las asignaciones de significado a las notaciones matemáticas que hacen internamente los estudiantes y que es la representación que le proporciona el estudiante.

Las configuraciones cognitivas internas pueden tener, o no tener, semejanza estructural con los sistemas externos, la relación simbólica se puede establecer con sistemas externos o entre sistemas internos.

Las representaciones cognitivas internas se introducen como una herramienta teórica para caracterizar las cogniciones complejas que pueden construir los estudiantes sobre las representaciones externas. No se pueden observar directamente, sino que son inferidas a partir de conductas observables.

Interacción entre representaciones externas e internas

Se considera que la interacción entre las representaciones externas e internas es fundamental para la enseñanza y el aprendizaje. Debido a que las representaciones producidas internamente por los estudiantes son provenientes de sus interacciones con el medio y viceversa, las cuales son generadas en forma conjunta y complementaria.

Las conexiones entre representaciones se pueden basar en el uso de analogías, imágenes y metáforas, así como semejanzas estructurales y diferencias entre sistemas de representación.

Las representaciones internas son siempre inferidas a partir de sus interacciones con, o su discurso sobre, o la producción de representaciones externas. Se considera útil pensar que lo externo representa lo interno y viceversa.

Registros de representación, comprensión y aprendizaje

Una característica importante de la actividad matemática es el uso de diversos sistemas de expresión y representación, además del lenguaje natural, por lo que se puede distinguir:

1) No puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos con sus representaciones, pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

2) Las representaciones mentales están ligadas a la interiorización de representaciones externas, de la misma manera que las imágenes mentales lo están a una interiorización de los preceptos.

3) Las representaciones semióticas son un medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Además de sus funciones de comunicación, las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la propia actividad matemática. La posibilidad de efectuar tratamientos sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado.

4) Diferentes representaciones no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes e independientes. La pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto de sus representaciones mentales.

5) La coordinación entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes no es espontánea; la conversión de unos sistemas a otros requiere un aprendizaje específico. El problema esencial de la semiosis es el de la diversidad de sistemas de representación y los fenómenos de no-congruencia que resultan por la conversión de las representaciones. La coordinación entre registros no es una consecuencia de la aprehensión conceptual (noesis) sino que, al contrario, el logro de dicha coordinación es una condición esencial de la noesis.

6) Las actividades cognitivas inherentes a la semiosis son tres: formación de representaciones en un registro semiótico particular, para "expresar" una representación mental, o para "evocar" un objeto real; el tratamiento o transformación de una representación dentro del mismo registro; conversión, cuando la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial.

III.3. OBJETOS INSTITUCIONALES Y PERSONALES

Objeto institucional

Los objetos institucionales son los constituyentes del conocimiento objetivo dentro de una institución determinada, por tanto el objeto institucional es un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas. Los elementos de este sistema son los indicadores empíricos de y desde un punto de vista filosófico, el objeto institucional puede verse también como signo de la unidad cultural constituida por un sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas

De un campo de problemas pueden emerger diversos objetos que, como consecuencia, están mutuamente relacionados, como también se debe destacar de este hecho la variedad de situaciones problemáticas en que un mismo concepto es aplicado, Un concepto no toma su significado en un sólo tipo de situaciones y una situación no se analiza con ayuda de un sólo concepto. A esto se puede agregar el elemento de análisis didáctico y la noción de campo conceptual, en la cual los mismos objetos institucionalmente reconocidos son fuente de nuevos problemas y pueden ser usados como herramientas en la resolución de otros.

En esta definición de objeto institucional es importante la existencia de distintos objetos, según la institución de referencia. La teoría propone esta formulación como consecuencia de los presupuestos pragmáticos que nos sirven de base, y con el deseo de obtener una conceptualización útil para el análisis antropológico de los fenómenos cognitivos y didácticos. Esta postura no es aislada, sino que es compartida por otros investigadores. Rotman (1988), al analizar la actividad matemática, afirma:

El teorema de Euclides dado cualquier número primo podemos encontrar otro mayor no es el mismo que el teorema moderno existen infinitos números primos puesto que, aparte de otras consideraciones, la naturaleza de los numerales griegos hace altamente improbable que los matemáticos griegos pensaran en términos de una progresión infinita de números.

La teoría coincide plenamente con este autor, el objeto mediana nos parece único, como consecuencia de un fenómeno de apropiación regresiva de los múltiples objetos mediana surgidos a lo largo de la historia. Pero, sin embargo, este objeto cambia y se amplía a lo largo del tiempo.

Objeto personal

Considerando el carácter progresivo de la construcción de los objetos en la ciencia lo que tiene su paralelismo en el aprendizaje del sujeto y en la comprensión gradual de nuevas ideas matemáticas, esto ocurre No sólo en sus aspectos prácticos, sino también en los teóricos, el conocimiento emerge de los problemas para ser resueltos y de las situaciones para ser dominadas.

La introducción de las nociones de sistema de prácticas personales y de objeto personal en un sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas está constituida por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver un campo de problemas.

Un objeto personal es un emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, La emergencia del objeto es progresiva a lo largo de la historia del sujeto, como consecuencia de la experiencia y el aprendizaje, en las cuales estos objetos son los constituyentes del conocimiento subjetivo.

III.4. COGNICIÓN MATEMÁTICA INDIVIDUAL E INSTITUCIONAL

Las personas dialogan entre sí, consensuan y regulan los modos de expresión y actuación ante una cierta clase de problemas y de los sistemas de prácticas compartidas emergen objetos institucionales los cuales a su vez condicionan los modos de pensar y actuar de los miembros de cada institución, en cambio se ha podido comprobar que la cognición individual es el resultado del pensamiento y la acción del sujeto individual ante una cierta clase de problemas, mientras que la cognición institucional es el resultado del dialogo, el convenio y la regulación dentro de un grupo de individuos.

En el concepto de cognición matemática su propiedad dual la cual contiene al término de cognición individual y cognición institucional, entre las cuales se establecen conexiones dialécticas complejas y complementarias entre sí.

III.5. SIGNIFICADO INSTITUCIONAL Y PERSONAL DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS

Las situaciones dan sentido a los conceptos matemáticos y el sentido no está limitado a las situaciones o a las representaciones simbólicas, por lo que los esquemas evocados en el sujeto individual provenientes de una situación o un significante son los que constituye el sentido de esta situación o este significante para él, es por esto que se considera que el significado de un objeto matemático no puede quedar reducido a su mera definición desde un punto de vista didáctico y psicológico, Un concepto no puede reducirse a su definición.

El significado de un objeto institucional se define como el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge en un momento dado. Se trata de un constructo relativo a la institución y dependiente estocásticamente del tiempo. Simbólicamente, para un tiempo y una institución.

Esta noción de significado permite introducir en la problemática epistemológica y didáctica el estudio de la estructura de los sistemas de prácticas sociales de los que emergen los objetos matemáticos, así como de su evolución temporal y dependencia institucional. El análisis semiótico de los objetos institucionales incluye situaciones problemáticas y los objetos que intervienen en las actividades de resolución correspondientes.

Dimensión subjetiva del significado

La noción de significado de un objeto personal se considera como sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto en un momento dado. Depende, por tanto, del sujeto y del tiempo que se desarrolla progresivamente a medida que el sujeto se enfrente a tipos de problemas cada vez más generales.

En el caso del significado personal, una parte es observable, aunque no lo son directamente las prácticas constituidas por acciones interiorizadas.

III.6. SIGNIFICADO Y COMPRENSIÓN

Una institución de una importancia particular para la didáctica es la clase de matemáticas. El profesor debe proporcionar al alumno un entorno de aprendizaje que tenga en cuenta las directrices curriculares, los libros de texto y materiales didácticos que pueden ser considerados también como instituciones portadores de aspectos parciales del significado de los objetos correspondientes. Ello se traduce en que, para un objeto matemático, el profesor realiza un proceso de selección de situaciones, notaciones, etc. que se traducirán en un significado restringido para un objeto matemático

Dentro de esta institución (la clase de matemáticas) un aspecto particularmente importante es la evaluación del aprendizaje del alumno por parte del profesor en la que es preciso confrontar el significado que se trata de transmitir con el efectivamente adquirido. Esta situación queda descrita en la siguiente definición:

“El Significado de un objeto para un sujeto desde el punto de vista de la institución es el subsistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas que son consideradas en la institución como adecuadas y características para resolver dichos problemas.

En consecuencia, de un mismo campo de problemas que en una institución ha dado lugar a un objeto con significado, en una persona puede dar lugar a un objeto con significado personal. La intersección de estos dos sistemas de prácticas es lo que desde el punto de vista de la institución se consideran manifestaciones correctas, esto es, lo que la persona "conoce" o "comprende" del objeto desde el punto de vista de la institución. El resto de prácticas personales serían consideradas "erróneas", desde el punto de vista de la institución”.

Evaluación de la comprensión

La comprensión personal correspondería a la parte inobservable del conocimiento (sería un constructo, en términos psicológicos), mientras que el significado, como conjunto de prácticas, es, por lo menos potencialmente, observable. Asimismo concibe la evaluación como el estudio de la correspondencia entre los significados personales e institucionales. La evaluación de la comprensión de un sujeto tiene que ser relativizada a los contextos institucionales en que dicho sujeto participa. Una institución (escolar o de otro tipo) dirá que un sujeto comprende el significado de un objeto si dicho sujeto es capaz de realizar las distintas prácticas que configuran el significado de dicho objeto institucional, además de fundamentarlas y reflexionar sobre el proceso seguido.

Para poder caracterizar el significado de un objeto en una institución o para una persona, las prácticas observables son los indicadores empíricos que nos permiten esta caracterización. En consecuencia, la comprensión personal de un individuo sobre un cierto objeto matemático deberá ser inferida mediante el análisis de las prácticas realizadas por la persona en la resolución de tareas problemáticas o ítems de evaluación que sean característicos para ese objeto.

III.7. TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA

Chevallard (1985) introdujo la expresión “transposición didáctica” para referirse al cambio que el conocimiento matemático sufre para ser adaptado como objeto de enseñanza. La transposición se manifiesta en la diferencia existente entre el funcionamiento académico (a nivel de investigación, como "saber sabio") de un determinado conocimiento y el funcionamiento didáctico del mismo.

La transposición didáctica puede ser interpretada en términos más generales dentro del marco de la ecología conceptual, o la ecología de las ideas, esto es, como el estudio de las condiciones socioculturales e históricas que determinan la formación y los distintos modos de existencia de los significados praxeológicos institucionales y de sus mutuas interdependencias.

Teoría de las funciones semióticas

El modelo semiótico de la cognición matemática requiere tener en cuenta la noción pragmática de contexto, como el conjunto de factores extra e intra lingüísticos que soportan y determinan la actividad matemática, y por tanto, la forma, la adecuación y el significado de los objetos puestos en juego en la misma. Incluye por tanto aspectos condicionantes de la actividad matemática:

- Sus elementos interpretativos (convenciones, reglas) e instrumentales (recursos tecnológicos);
- Su organización interna, esto es, la naturaleza sistémica de las relaciones entre sus elementos;
- Su asociación a sistemas expresivos que requieren traducciones mutuas.

  Habitualmente, en el trabajo matemático se usan unos objetos en representación de otros, en especial de los objetos abstractos o tipos de objetos, existiendo una correspondencia, con frecuencia implícita, entre el objeto representante y el representado.

Tanto los conceptos como las situaciones-problemas vienen expresados por el lenguaje, mediante el que se describen sus propiedades características. Palabras, símbolos, gráficos, e incluso objetos físicos, desempeñan frecuentemente el papel de "sistemas de representación", esto es, reemplazan otra cosa o uno de sus aspectos. Este es el uso referencial del lenguaje. Pero en nuestra modelización, este papel de representación no queda asumido en exclusividad por el lenguaje: los mismos objetos abstractos- en consonancia con la semiótica de Pierce- las situaciones problemas, acciones, argumentos, pueden ser también signos de otras entidades.

Pensamos que la noción de función semiótica se puede concebir, al menos metafóricamente, como "una correspondencia entre conjuntos", poniendo en juego tres componentes:

- un plano de expresión (objeto inicial, considerado frecuentemente como el signo);
- un plano de contenido (objeto final, considerado como el significado del signo, esto es, lo representado, lo que se quiere decir, a lo que se refiere un interlocutor);

- Un criterio o regla de correspondencia, esto es, un código interpretativo que regula la correlación entre los planos de expresión y contenido, estableciendo el aspecto o carácter del contenido referido por la expresión

III.8. FUNCIONES SEMIÓTICAS

La noción de función semiótica propone una interpretación del conocimiento y la comprensión de un objeto (en cualquiera de las categorías definidas anteriormente) por parte de un sujeto (persona o institución) en términos de las funciones semióticas que un sujeto puede establecer, en unas circunstancias fijadas, en las que interviene el objeto. Puesto que cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante, constituye, para nosotros un conocimiento y hablar de conocimiento equivaldrá a hablar de significado, esto es, de función semiótica. En correspondencia con la diversidad de funciones semióticas que se pueden establecer entre las diversas entidades introducidas en los capítulos anteriores, derivaremos una variedad paralela de tipos de conocimientos.

Al comparar este modelo de conocimiento con otros modelos teóricos, un punto diferenciador será la descomposición analítica que proponemos para los conocimientos, tanto personales como institucionales, que amplían divisiones clásicas, como la de conocimiento procedimental y conceptual

Tipos de funciones semióticas

Las entidades primarias consideradas pueden desempeñar el papel de expresión o de contenido en las funciones semióticas, resultando, diferentes tipos de tales funciones, algunas de las cuales pueden interpretarse claramente como procesos cognitivos específicos (generalización, simbolización, etc.). Atendiendo al plano del contenido (significado) estos tipos se reducen a los siguientes:

Significado lingüístico: Cuando el objeto final, o contenido de la misma, es un término, expresión, gráfico u otro elemento lingüístico. Los siguientes ejemplos muestran este tipo de significado:

- Cuando el símbolo n usa el lugar de coeficiente de posición.
- El símbolo Pn (o n!) representa la expresión simbólica (n-1)(n-2)...1
- En la frase siguiente, "En el histograma de la figura x, ¿cuál es la frecuencia absoluta del intervalo modal?", la palabra 'histograma' se refiere a un gráfico que se muestra en la figura. También las expresiones 'frecuencia absoluta', e 'intervalo modal' se refieren a objetos ostensivos observables en la figura (un número escrito sobre el eje de ordenadas, un intervalo identificable sobre el eje de abscisas.
- La expresión 'tabla de multiplicar' remite a la disposición tabular de los numerales correspondientes.

Significado situacional: Cuando el objeto final es una situación problema, como en los siguientes ejemplos:

- En general, la descripción verbal, gráfica o mixta de una situación problema reemplaza o está en lugar de la situación problemática real. Este es el caso de todas las descripciones de problemas que hemos presentado en los ejemplos anteriores. Tal descripción es un objeto diferente de la propia situación.
- Cuando un fenómeno viene representado por una simulación (p.e., los modelos de urnas permiten representar una variedad de problemas probabilísticos).

Significado conceptual: Diremos que una correspondencia semiótica es de tipo conceptual cuando su contenido es un concepto-definición, como en los ejemplos siguientes:

- En las definiciones de un concepto, por ejemplo, “un ángulo es un par de semirrectas que tienen el mismo origen”, la palabra ‘ángulo’ remite a al concepto-definición correspondiente.
- En expresiones tales como, “Sea E(x) la esperanza matemática de una variable aleatoria”, o “Sea f(x) una función continua”.
- Las notaciones f(x), o las expresiones ‘esperanza matemática’, ‘variable aleatoria’ y ‘función continua’, se refieren a conceptos matemáticos regulados por sus respectivas definiciones.

Significado proposicional: Cuando el contenido es una propiedad o atributo de un objeto.

- Las descripciones de propiedades, tales como “la mediana es un estimador robusto” o “la mediana coincide con la media en distribuciones simétricas” remiten a relaciones entre conceptos.

Significado actuativo: Diremos que una función semiótica es de tipo actuativo cuando su contenido es una acción u operación, tal como un algoritmo o procedimiento. En cualquier proceso de cálculo se establecen dependencias entre distintas partes de la secuencia que son de naturaleza actuativa u operatoria.

- Por ejemplo, la expresión (2/3) (12) está indicando (esto es, significa) "Multiplica por 2 el número 12 y divide por 3 el resultado".
- Un menú en un programa informático remite a un algoritmo de cálculo. Por ejemplo, en el programa Statgraphics, el menú “Percentiles”, dentro de la opción “Describe, Numérica Variables, One variable analysis” remite al cálculo de percentiles. Cuando el alumno pulsa esta opción del menú está indicando que quiere realizar el cálculo de percentiles.
- También en los programas informáticos, un icono gráfico remite con frecuencia a procedimientos. Por ejemplo, los iconos de cortar y pegar en Word o los iconos de Histogramas y gráficos de caja en Statgraphics.

Significado argumentativo: cuando el contenido de la función semiótica es una argumentación, como por ejemplo:

- En la frase “demostración del teorema central del límite”, nos referimos a una argumentación. Además de estos tipos básicos de funciones semióticas deducidos teniendo en cuenta los tipos de entidades primarias del contenido, podemos diferenciar variantes según la faceta desde las cuales se consideran dichas entidades:
- según el agente que interpreta el objeto (personal, institucional)
- según el grado de complejidad del objeto (elemental, sistémico)
- según el nivel de abstracción/concreción (extensiva, intensiva)
- según el carácter ostensivo /no ostensivo (ostensiva, no ostensiva)

- según el papel desempeñado por la expresión (referencial, instrumental) Si atendemos a las entidades secundarias, como praxis, logos, praxeologías, hablaremos de significado praxémico, discursivo, praxeológico, etc.

El análisis ontológico-semiótico como técnica para determinar significados

El análisis ontológico-semiótico (o simplemente, análisis semiótico) de un texto matemático es su descomposición en unidades, la identificación de las entidades puestas en juego y las funciones semióticas que se establecen entre los mismos por parte de los distintos sujetos.

El análisis ontológico-semiótico es la indagación sistemática de los significados puestos en juego a partir de la transcripción del proceso, y de cada una de las partes en que se puede descomponer dicho texto, para un interpretante potencial (análisis a priori). Cuando el texto corresponde al protocolo de respuestas de los sujetos en interacciones efectivas el análisis permitirá caracterizar los significados personales atribuidos de hecho por los emisores de las expresiones (análisis a posteriori).

En principio cada unidad se puede descomponer en tantas subunidades como términos y expresiones matemáticas contenga, o también varias unidades se pueden agrupar y constituir unidades semióticas más extensas. Esto puede hacer muy laborioso el análisis de las posibles interpretaciones. Será el profesor o investigador, dependiendo de los fines que pretenda, quién fijará el nivel de análisis necesario, teniendo en cuenta el medio cognitivo sobre el que se desarrolla el proceso, esto es, los conocimientos que se consideran transparentes en el proceso instruccional correspondiente.

La valoración del carácter más o menos completo del significado pretendido requiere disponer de un patrón de comparación que denominaremos significado (institucional) de referencia. Esta comparación entre significados institucionales se puede describir como la “transposición didáctica” localmente implementada en el proceso de estudio.

III.9. FACETAS O DIMENSIONES DE LOS OBJETOS MATEMÁTICOS

Facetas institucional y personal

Cuando un profesor planifica un proceso de instrucción sobre un objeto matemático para un grupo de estudiantes, comienza por delimitar lo que es llamado objeto para las instituciones matemáticas y didácticas. Acudirá, por tanto, a los textos matemáticos correspondientes, a las orientaciones curriculares, y en general a lo que los expertos consideran que son las prácticas operativas y discursivas inherentes al objeto, que se fija como objetivo instruccional. Asimismo, el profesor usará sus conocimientos personales previamente adquiridos. Con todo ello, construirá un sistema de prácticas que designamos como significado institucional de referencia del objeto.

A partir del significado de referencia, el profesor selecciona, ordena, y delimita la parte específica que va proponer a sus estudiantes durante un proceso de estudio determinado. Tendrá para ello en cuenta el tiempo disponible, los conocimientos previos de los estudiantes y los medios instruccionales disponibles. Denominaremos como significado institucional pretendido al sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso instruccional.

El significado implementado, consiste sistema de prácticas (operativas y discursivas) que efectivamente tienen lugar en la clase de matemáticas, las cuales servirán de referencia inmediata para el estudio de los alumnos y las evaluaciones de los aprendizajes.

Un cuarto tipo de significado institucional se pone en juego en el proceso de evaluación. El profesor selecciona una colección de tareas o cuestiones que incluye en las pruebas de evaluación y pautas de observación de los aprendizajes. Serán una muestra del significado implementado. Lo designamos como significado institucional evaluado.

Desde el punto de vista del estudiante, y en un momento dado, cabe hacer la distinción entre el significado personal global, el declarado y el logrado. El significado global corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el alumno, relativas a un objeto matemático; el declarado da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional; finalmente, el significado personal logrado corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. La parte del significado declarado no concordante con el institucional es lo que habitualmente se consideran como errores de aprendizaje.

Facetas elemental y sistémica

Con la faceta dual del conocimiento elemental y sistémica es importante destacar el carácter recursivo y complejo del conocimiento matemático. Cuando nos interrogamos por cualquier objeto (problema, lenguaje, acción, concepto, propiedad, argumento) aparece un sistema en el que de nuevo se ponen en juego los restantes tipos de objetos y la trama de relaciones que los relacionan.

Facetas ostensiva y no ostensiva

Cualquier objeto matemático tiene una faceta ostensiva, esto es, perceptible, en cuanto es reconocido como tal objeto por una institución, lo que implica que se habla de dicho objeto, se le nombra y se comunica sus características a otras personas, por medio del lenguaje oral, escrito, gráfico o simbólico. Por otro lado, cualquiera de estos objetos tiene otra faceta no ostensiva, en cuando un sujeto es capaz de pensar e imaginar uno de estos objetos sin necesidad de mostrarlo externamente.

Facetas ejemplar y tipo

La distinción ejemplar - tipo es clásica en la teoría del lenguaje. En este caso se usa para proponer una interpretación lingüística de la distinción concreto – abstracto.

Facetas expresión y contenido

La actividad matemática y los procesos de construcción y uso de los objetos matemáticos se caracterizan por ser esencialmente relacionales. Los distintos objetos descritos, con los diversos "apellidos" que les asignamos según su naturaleza y función, no se deben concebir como entidades aisladas, sino puestas en relación unas con otras.

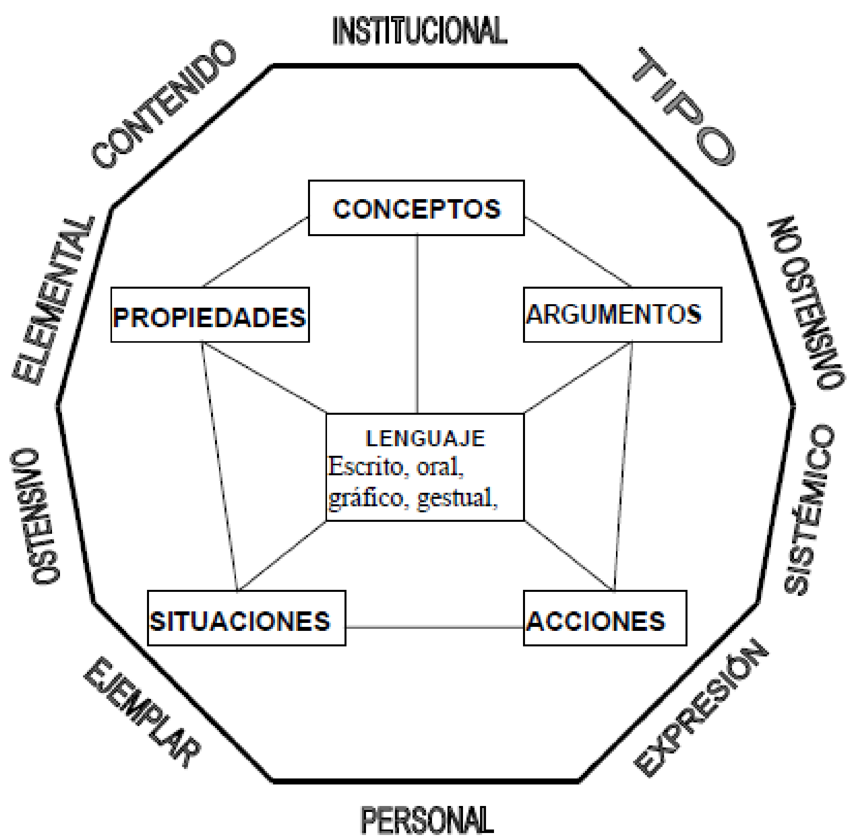


Figura 6.2: Componentes y facetas de la cognición matemática

La figura resume el modelo ontológico-semiótico que hemos propuesto como instrumento de análisis de la actividad matemática y sus producciones epistemológicas y cognitivas. Las entidades lingüísticas ocupan un lugar central ya que las consideramos como el punto de entrada para indagar la presencia y el papel desempeñado por las restantes entidades.

III.10. ANÁLISIS SEMIÓTICO Y DIDÁCTICO DE PROCESOS DE INSTRUCCIÓN

Componentes y estructuras de un proceso instrucciones

Un proceso de instrucción comprende distintas dimensiones interconectadas: epistémica (significados institucionales), docente (funciones del profesor), discente (funciones de los alumnos), mediacional (recursos materiales), cognitiva (significados personales), emocional (sentimientos y afectos). Cada una de estas dimensiones se puede modelizar como un proceso estocástico.

En cada uno de dichas dimensiones podemos identificar un conjunto de elementos, los cuales se secuencian en el tiempo. En cada realización de un proceso de instrucción matemática sobre un objeto matemático pretendido se pondrán en juego una muestra de elementos del significado pretendido del objeto, así como una muestra de las funciones docentes y discentes. También se seleccionarán unos recursos instruccionales específicos. Parece natural modelizar esta distribución temporal de funciones y componentes mediante procesos estocásticos, considerando tales funciones o componentes como sus estados posibles.

En cada realización del proceso instruccional se producen una serie de estados posibles y no otra. Es decir, se produce una trayectoria muestral del proceso, que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo. Distinguiremos seis tipos de procesos y sus correspondientes trayectorias muéstrales:

Trayectoria epistémica, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes se van sucediendo en un cierto orden determinado en cada tipo de proceso de instrucción.

Trayectoria docente: distribución de las funciones/tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.

Trayectorias discentes: distribución de las funciones/acciones desempeñadas por los estudiantes, siendo distintas para cada tipo de estudiantes.

Trayectoria mediacional, que representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).

Trayectorias cognitivas: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.

Trayectorias emocionales: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

Análisis semiótico

Por una parte, y a un nivel que podemos calificar de “microscópico”, permite identificar significados puestos en juego en una actividad matemática puntual como es el uso de términos y expresiones. A un nivel más general permite describir la estructura semiótica de una organización matemática compleja implementada en un proceso de estudio particular. En ambos niveles, el análisis ontológicosemiótico permite identificar discordancias o disparidades entre los significados atribuidos a las expresiones por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción didáctica.

Análisis didáctico

El análisis de las variables didácticas del campo de problemas proporciona un criterio para estructurar la población de las posibles tareas de las cuales debe extraerse una muestra representativa, si se quiere garantizar la validez de contenido del instrumento de evaluación. Estos dos elementos proporcionarán uno primeros puntos de referencia a tener en cuenta para diseñar las situaciones de evaluación pertinentes para la evaluación de los conocimientos subjetivos, y también para el diseño de ingenierías adecuadas.

Trayectoria epistémica

En esta sección desarrollamos lo que denominamos análisis epistémico de un proceso de instrucción. Se trata de descomponerlo en unidades de análisis con el fin de caracterizar el tipo de actividad matemática que se implementa efectivamente. Esto requiere identificar los objetos matemáticos puestos en juego, las relaciones entre ellos, los modos de organización en que se agrupan y las relaciones ecológicas que se establecen entre los mismos. Con este fin consideramos útil introducir las nociones de configuración epistémica (matemática), trayectoria epistémica y estados potenciales de dichas trayectorias.

La Teoría de las Funciones Semióticas distingue seis categorías de entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas: lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos. La trayectoria epistémica es la distribución en el tiempo de estos componentes en un proceso de estudio. Distinguiremos, por tanto, en ella seis estados posibles, según el tipo de entidad que se estudia en cada momento.

E1: Situacional: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas. E2: Actuativo: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.

E3: Lingüístico: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.

E4: Conceptual: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.

E5: Proposicional: se enuncian e interpretan propiedades.

E6: Argumentativo: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas. Estos estados se suceden a lo largo del proceso instruccional relativo a un tema o contenido matemático.

La clasificación de las entidades matemáticas en las categorías que hemos definido no es absoluta, sino que, al tratarse de entidades Análisis de procesos de instrucción matemática 185 funcionales, depende del nivel de análisis elegido y de los juegos de lenguaje en los cuales se generan. Podríamos entonces pensar que la identificación de los estados de las trayectorias tiene un carácter subjetivo. Sin embargo, si dos personas participan en el mismo juego de lenguaje y adoptan el mismo punto de vista, progresivamente llegarán a un acuerdo en la categorización de una cierta unidad de análisis.

El análisis de la trayectoria epistémica de un proceso instruccional permitirá caracterizar el significado institucional efectivamente implementado y su complejidad onto-semiótica. Para analizarla, su desarrollo o crónica será dividido en unidades de análisis de acuerdo a las distintas situaciones-problemas (o tareas) que se van proponiendo. Llamaremos "configuración epistémica" al sistema de objetos y funciones semióticas que se establecen entre ellos relativos a la resolución de una situación-problema5. Se trata, por tanto, de un segmento de la trayectoria epistémica. El análisis epistémico será la caracterización de las configuraciones epistémicas, su secuenciación y articulación. La atención se fija en la cronogénesis del saber matemático escolar, y en la caracterización de su complejidad onto-semiótica. Dentro de cada configuración se definen unidades de análisis más elementales según los estados de la trayectoria, que llamamos unidades epistémicas. Las distintas oraciones que componen la crónica de un proceso de estudio son numeradas correlativamente para su referencia y las denominamos unidades naturales de análisis.

En la tabla se muestra la trayectoria epistémica de una parte del proceso de estudio sobre el "Cálculo de derivadas en bachillerato". Para cada una de las unidades epistémicas en que se divide dicho texto, hacemos una breve descripción de dicha unidad, e identificamos el estado de la trayectoria epistémica.

Unidad Natural	Conf. Epist. (tiempo)	U. Epist.	Descripción	Estado
0	CE1 (2.01)	0	Enunciado del ejercicio de cálculo de la velocidad de un móvil	E1:situacional
1-3		1	Aplicación de la técnica de solución	E2:actuativo
6-7		2	Enunciado de reglas de derivación (proposiciones)	E5:proposicional
8-12		3	Aplicación de las reglas de derivación	E2:actuativo
13		4	Descripción de la técnica de solución	E5:proposicional
14-16	CE2 (4.29)	5	Enunciado de otro problema: cálculo de la derivada del producto de funciones	E1:situacional
17-20		6	Descripción de una acción futura para derivar un producto de funciones	E2: actuativo
21-24		7	Recuerdo de la regla de cálculo de la derivada de un producto de funciones	E5:proposicional
25-26		8	Introducción de una notación, f(x) y g(x)	E3:lingüístico
27-39		9	Aplicación de la regla E6 al problema E5 usando la notación E7	E2:actuativo
40-41		10	Simplificación de notaciones	E3: lingüístico
42-44	CE3 (0.33)	11	Ejercicio de aplicación similar al anterior	E1:situacional
46-50	CE4 (6.3)	12	Enunciado del problema de hallar una fórmula para derivar la función seno x	E1:situacional
52-53		13	Evocación de una técnica general de solución	E5:proposicional
54		14	Aplicación de la regla general, límite cociente incremental al caso de la función seno	E2:actuativo
55		15	Reconocimiento de la indeterminación 0/0	E5:proposicional
56		16	Planteamiento del problema de solución de la indeterminación	E1:Situacional
59-82		17	Solución de la indeterminación 0/0 y cálculo del límite	E2:actuativo

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

III.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Como ya hemos explicado nuestro foco de investigación se encuentra en la relación que hacen los alumnos de los diferentes registros de la ecuación de la recta, esta investigación es de tipo exploratorio y como señalan en su libro "Metodología de la investigación" de Sampieri, Collado y Lucio (1998) "*Los estudios exploratorios sirven para familiarizarse con fenómenos poco estudiados…",* debido al poco estudio existente de la función lineal y sus registros, el cual es apoyado por el trabajo de Juan D. Godino (2003) sobre la "Teoría de las Funciones Semióticas".

El trabajo de Godino sobre la teoría de las funciones semióticas está basado en la mediana y su documentación se encuentra enfocada en autores españoles y sobre estudiantes españoles, casos sobre la función lineal en esta teoría en chile no fueron encontrados, además los trabajos con respecto a esta teoría están enfocados a estudiantes de nivel superior principalmente.

III.2. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Esta investigación para ser más exhaustivos y hacer un análisis más riguroso en esta será dividida en siete partes las cuales son:

1. En primera instancia se realizo una lectura exhaustiva del trabajo de investigación presentado en la Universidad de granada por Juan D. Godino en noviembre del 2003, la "Teoría de las Funciones Semióticas", trabajo en el cual se resumió y destaco los conceptos más importantes de dicha teoría, que nos ayudarían posteriormente.

2. Se realizo un análisis de textos escolares de matemática del nivel NM2, para corroborar la existencia de los contenidos correspondientes a la unidad, estos libros fueron principalmente los entregados por el ministerio de educación de

Chile de distintos años y por otra parte se considero dos libros adicionales a estos tres ya mencionados, que corresponden a editoriales privadas, además se realizo un análisis de un texto entregado por el ministerio de educación como guía didáctica para el profesor.

3. Antes de comenzar el desarrollo de la secuencia didáctica se practico una evaluación diagnostica a los alumnos del curso el cual sería intervenido posteriormente, de la cual se evaluó exhaustivamente, ya que esta nos ayudaría a comenzar la secuencia con los contenidos que los alumnos estuvieran mas deficientes.

4. Se crea secuencia didáctica, comenzando por los objetivos establecidos y los aprendizajes esperados por los alumnos

5. Se pone en práctica la secuencia didáctica

6. Se realizo análisis de las evaluaciones, tanto formativas como sumativa, a través del cumplimiento de objetivos.

7. Finalmente se aplico una entrevista a alumnos predeterminados por el investigador y de acuerdo a ciertas características de ellos.

III.3. DISEÑO DEL INSTRUMENTO

La estructura de nuestro instrumento en evaluaciones de diversos tipos, como lo son al principio de la unidad una prueba diagnóstica, para poder identificar los conocimientos previos y carencias al momento de enfrentar estar unidad por parte de los alumnos, una vez avanzada la intervención se evaluó mediante una evaluación formativa o también llamada taller, al principio y en la idea original de la secuencia son dos evaluaciones formativas, en cambio por problemas externos al investigador y actividades del colegio en el cual se realizo la intervención una de ellas, no pudo ser considerada como evaluación, finalmente se considero al termino de la unidad una evaluación sumativa, en la cual se evalúa en forma completa la unidad.

Las evaluaciones fueron generadas a partir de las actividades realizadas en las clases, lo cual permite tener una concordancia con respecto a los objetivos propuestos para cada clase y así para cada evaluación.

Dentro de los recursos adicionales a las evaluaciones escritas de los alumnos se considero una entrevista a diversos alumnos identificados por el investigador, la cual fue construida con preguntas abiertas, en la cual nos interesa la libre expresión del entrevistado, que explique y describa libremente desde su punto de vista lo vivido.

Para la formulación de las preguntas de la entrevista no se considero bibliografía adicional a la ya trabajada, se enfoco en los objetivos.

III.4. LA MUESTRA

La muestra seleccionada para la aplicación de la secuencia didáctica corresponde al segundo medio del Colegio Talagante Garden School, compuesto por 38 alumnos de los cuales 17 son mujeres y 21 son varones.

El colegio se encuentra ubicado en Avenida Lucas Pacheco 148, parcela 3, correspondiente a la comuna de Talagante, su dependencia es de tipo particular subvencionado, tiene una matrícula aproximada de 400 alumnos. Imparte educación inicial, básica y media, la cual cuenta con jornada escolar completa.

Se destaca que el colegio solo posee un curso por nivel desde Pre-Kínder a Cuarto año Medio.

Por ser un colegio que cumplió nueve años no posee grandes registros en lo relacionado con SIMCE, pero es interesante señalar que el año 2008 rindieron el primer simce en educación media siendo sus resultados:

- Lenguaje 254
- Matemática 252

Estos resultados ubican al establecimiento solo dos puntos por sobre la media nacional.

El estrato socioeconómico correspondiente al grupo de estudiantes seleccionados es medio alto, además En 2º Medio 2008, establecimientos similares a este (grupo socioeconómico Medio Alto) son aquellos en que:

- La mayoría de los apoderados ha declarado tener entre 13 y 14 años de escolaridad y un ingreso del hogar que varía entre $450.001 y $1.000.000.
- Entre 5,01% y 22,5% de los estudiantes se encuentra en condición de vulnerabilidad social.

III.5. JUSTIFICACION DE LA MUESTRA

La muestra fue seleccionada debido a que uno de nuestros investigadores trabaja en forma regular en el colegio, lo cual nos permite tener una mejor observación del proceso que pasan los alumnos y desechar variables del tipo interpersonales entre el profesor y los alumnos.

Producto de la fecha en la cual se genero la secuencia didáctica, es que solo se aplico en un curso, ya que los colegios que nos entregaron facilidades para hacerlo ya habían visto la unidad, es por esto que no se valida la secuencia didáctica.

III.6. MÉTODO DE ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

Para analizar la información en primera instancia se hizo un análisis de texto para corroborar si los textos entregados por el ministerio de educación tanto para los estudiantes como para los profesores concuerda con la secuencia didáctica propuesta, para ello realizamos una pauta con cada contenido que debería encontrarse según lo estipulado como contenidos mínimos, luego se hizo comentarios en el caso de que existiera el contenido a la forma y como se toco cada contenido, a través de dicha pauta posteriormente.

Antes de iniciar la secuencia didáctica se efectuó a los alumnos una prueba diagnóstica, una vez avanzada la unidad fueron evaluados con dos controles formativos, el cual fue efectivo solo uno producto de problemas externos a la investigación y al finalizar el proceso se evalúo a los estudiantes con una evaluación sumativa, las tres evaluaciones fueron evaluadas desde el punto de vista de las practicas prototípicas erradas que influyen en el correcto desarrollo de la unidad, a pesar de que los alumnos puedan o no tener internalizada o formulado el objeto matemático personal correspondiente a la unidad en forma correcta, además de verificar los porcentajes de aprobación en cada uno de los ítems propuestos en todas las evaluaciones.

Se formulo una bitácora de observación clase a clase, realizada por el investigador plasmando los comentarios más relevantes indicados por los alumnos, dicha bitácora se formulo para poder verificar comportamientos de los estudiantes, su motivación y compromiso con la unidad.

Finalmente se aplico a los alumnos una entrevista abierta, en la cual los alumnos podían ser capaces de manifestar todo tipo de impresiones con respecto a la unidad, sus enfoques, el profesor y las actividades, esta entrevista busca como objetivo principal que los alumnos se expresen en forma abierta y sincera sin ningún sesgo, lo cual enriquece a esta investigación, sus criticas y observaciones han sido consideradas para robustecer la unidad y la secuencia didáctica presentada.

CAPITULO IV

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

IV.1. Análisis de las practicas prototípicas erradas por lo alumnos al momento de resolver un campo de problemas.

Análisis Prueba Diagnostica

38 alumnos rindieron prueba

Ítem I: Identifica la tabla y grafico que se relaciona con los siguientes problemas de proporcionalidad directa e inversa y marca con una X la alternativa correcta

Objetivo: el alumno debe ser capaz de identificar la tabla asociada al enunciado del problema y la relaciona con el grafico respectivo.

Este ítem consta de 2 problemas uno de proporcionalidad directa y uno de proporcionalidad inversa, de los cuales los alumnos deben ser capaces de relacionar una tabla de datos correspondiente al problema y luego identificar el grafico de dicho problema.

El porcentaje de probación fue considerado con un porcentaje de 60%, en el cual de 4 preguntas para ello deben haber 3 preguntas contestadas correctamente.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 29 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 76% y 9 alumnos lo cual es el 24% del total reprobaron el ítem.

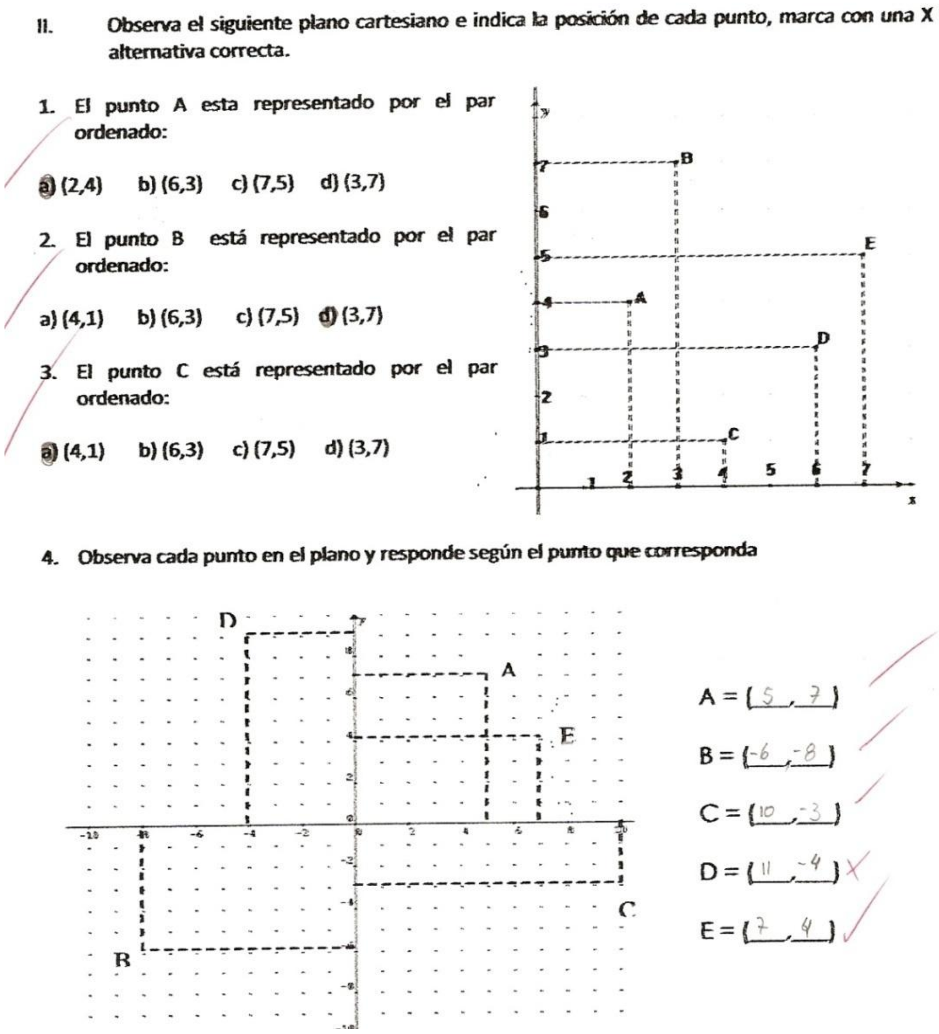
Ítem II: Observa el siguiente plano cartesiano e indica la posición de cada punto

Objetivo: Los alumnos deben ser capaces de reconocer y ubicar los puntos en el plano.

El porcentaje de probación fue considerado con un porcentaje de 60%, en el cual de 8 preguntas para ello deben haber 5 preguntas contestadas correctamente.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 28 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 74% y 10 alumnos lo cual es el 26% del total reprobaron el ítem.

(4)Practicas prototípicas: objeto en los procesos de resolución de problemas


II. Observa el siguiente plano cartesiano e indica la posición de cada punto, marca con una X la alternativa correcta.

1. El punto A esta representado por el par ordenado:

a) (2,4) b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)

2. El punto B está representado por el par ordenado:

a) (4,1) b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)

3. El punto C está representado por el par ordenado:

a) (4,1) b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)

4. Observa cada punto en el plano y responde según el punto que corresponda

A = (5 , 7)

B = (-6 , -8)

C = (10 , -3)

D = (11 , -4)

E = (7 , 4)

El caso de este alumno se destaco para el análisis debido a la gran aprobación que obtuvieron los alumnos, embargo cometieron el frecuente error en el punto 4, en el cual invierten las componentes de los pares ordenados, sin embargo al ser tan acertado este ítem, se considerara para el inicio de la unidad de la secuencia didáctica.

Ítem III: Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

Objetivo: Los alumnos deberán ser capaces de completar la tabla correspondiente al problema y graficar el conjunto de puntos en un sistema cartesiano.
Los alumnos deberán ser capaces de identificar el tipo de proporción y aplicarla en la resolución del problema planteado.

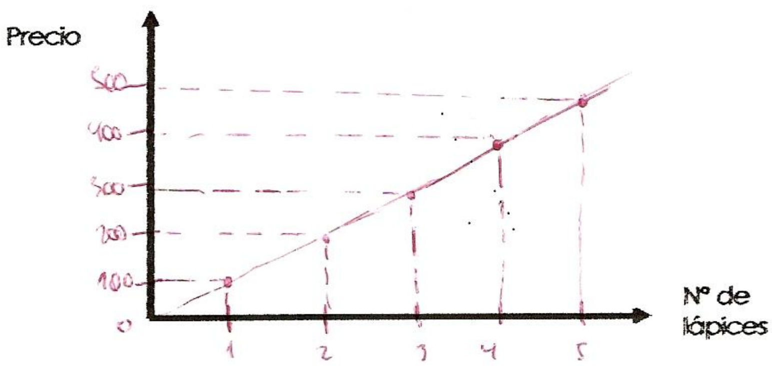
El porcentaje de probación fue considerado con un porcentaje de 60%.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 31 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 82% y 7 alumnos lo cual es el 18% del total reprobaron el ítem.

III. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

1. Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.

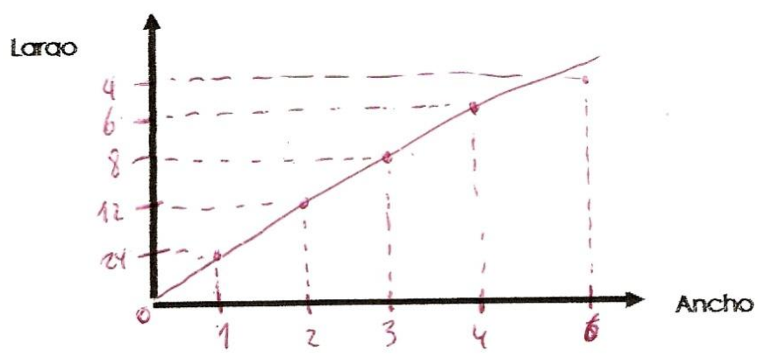
Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	$ 100	200	300	400	500



En este caso fue destacada esta pregunta del alumno, debido a su correcto desarrollo en la pregunta numero 1, logro identificar que el problema al cual estaba enfrentando corresponde a una proporcionalidad directa, tanto en la tabla como en el grafico, además se puede destacar, que a pesar de que los valores son discretos el alumno, reconoce su grafica como lineal.

3. El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	24	12	8	6	4

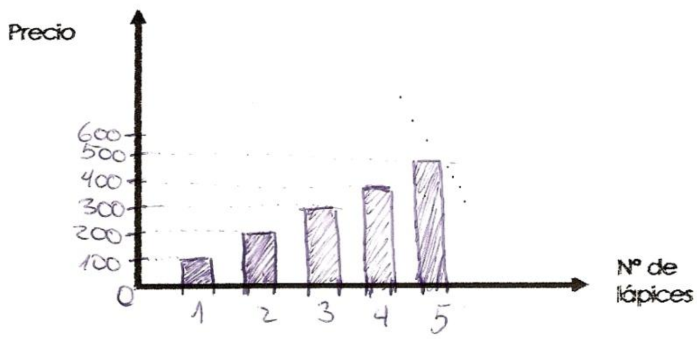


De este ejercicio del mismo alumno del anterior, podemos destacar que el sí reconoce el concepto de proporcionalidad inversa algebraicamente, pero no es capaz de concretizarlo en su grafica.

III. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

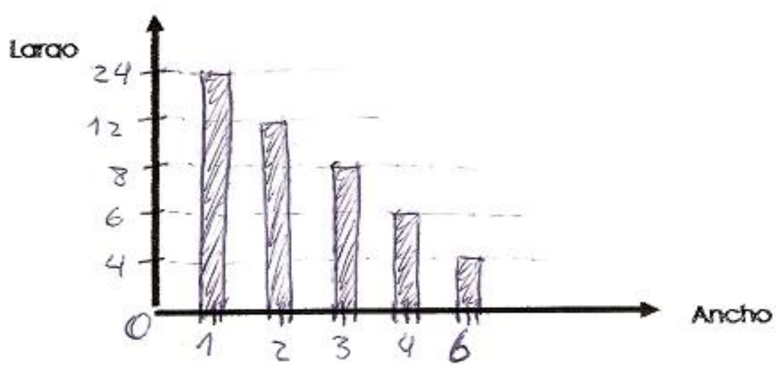
1. Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.

Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	100	200	300	400	500



3. El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm². si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	24	12	8	6	4

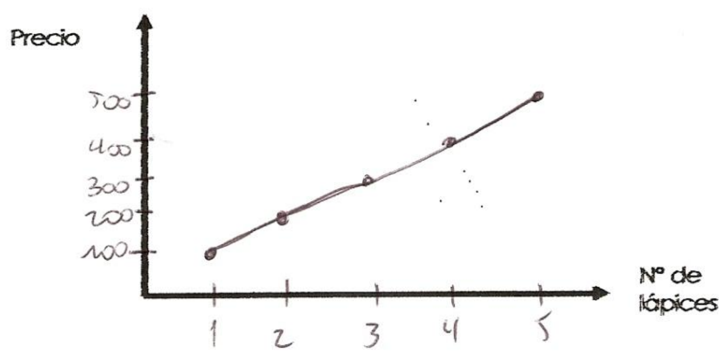


Aquí tenemos al alumno, el cual no solo es capaz de reconocer el objeto matemático de proporcionalidad inversa o directa, sino que también es capaz de graficarlo, en cambio su problema no coincide con esto, ya que el alumno al hablar de grafico se limita a realizar un grafico de barras, no tiene la noción de la ubicación de puntos en el plano, por lo se reconoce la urgencia de retomar dichos conceptos u objetos matemáticos.

III. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

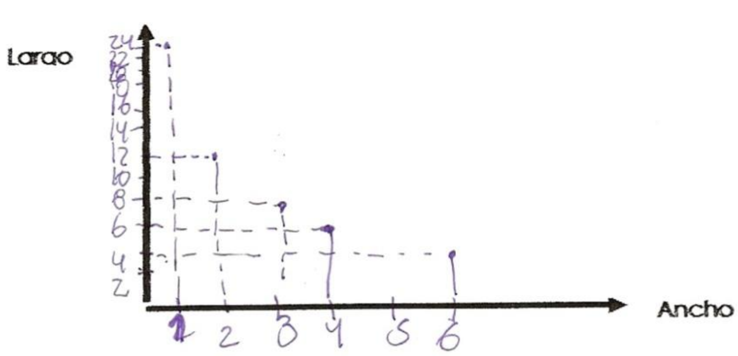
1. Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.

Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	100	200	300	400	500



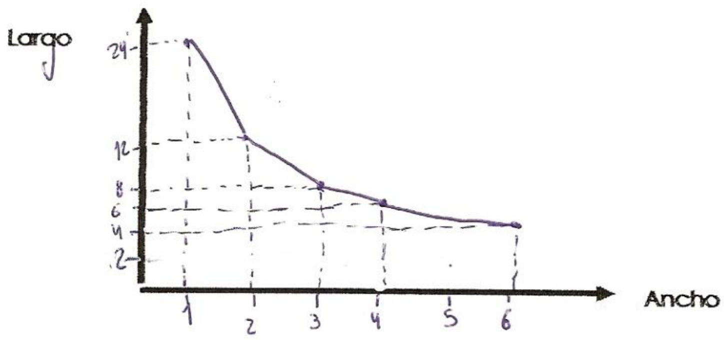
3. El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	24	12	8	6	4



3. **El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla**

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	24	12	8	6	4

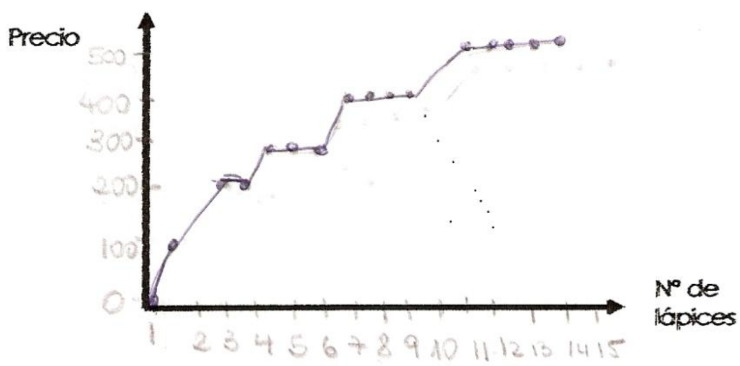


En estos últimos tres desarrollos los alumnos demuestran un correcto desempeño en el ejercicio, a pesar de encontrarnos con diferentes formas de graficar datos discretos, siguen siendo igualmente correctas.

III. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

1. **Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.**

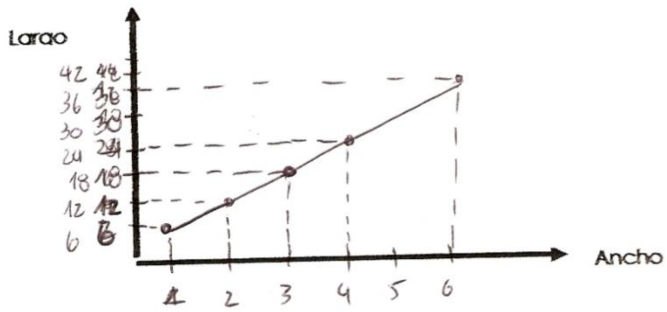
Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	100	200	300	400	500



En este ejercicio el estudiante es capaz de reconocer el tipo de proporcionalidad corresponde al problema algebraicamente, en cambio no es capaz de concretizarlo en su forma grafica, no visualiza la linealidad de la proporcionalidad

3. El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	6	12	18	24	36



Este es un ejemplo claro de un alumno que realiza todo en forma mecánica y no identifica la proporcionalidad inversa como solución del problema.

Ítem IV: Utilizando el teorema fundamental de las proporciones verifica si las siguientes igualdades constituyen una proporción.

Objetivo: El alumno debe ser capaz de aplicar el teorema fundamental de las proporciones e identificar si la igualdad corresponde a una proporción.

El porcentaje de probación fue considerado con un porcentaje de 60%, en el cual de 3 preguntas para ello deben haber 2 preguntas contestadas correctamente.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 32 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 84% y 4 alumnos lo cual es el 6% del total reprobaron el ítem.

IV. Utilizando el teorema fundamental de las proporciones verifica si las siguientes igualdades constituyen una proporción.

a) $\frac{32}{17} = \frac{8}{15}$ $\quad 32 \cdot 15 = 17 \cdot 8.$ $\quad 480 \neq 136$

$\boxed{\text{NO}}$ **Respuesta:**

b) $\frac{9}{7} : \frac{7}{3} = \frac{7}{9} : \frac{3}{7}$ $\quad 9 \cdot 3 = 7 \cdot 7 = 7 \cdot 7 = 3 \cdot 9$ $\quad 27 = 49 = 49 = 27.$

$\boxed{\text{Si}}$ **Respuesta:**

c) $\frac{27}{0{,}9} = \frac{3{,}6}{0{,}18}$ $\quad 27 \cdot 0{,}18 \neq 0{,}9 \cdot 3{,}6$

$\boxed{\text{NO}}$ **Respuesta:**

Este es un ejemplo de un alumno que reconoce claramente el teorema fundamental de las proporciones y demuestra el alto porcentaje de aprobación de este ítem.

Ítem V: Completar las siguientes tablas según corresponda:

Objetivo: El alumno deberá ser capaz de completar la tabla y a partir de ella identificar el tipo de proporción involucrada en el problema.

El porcentaje de aprobación fue considerado con un porcentaje de 60%, en el cual de 4 preguntas para ello deben haber 3 preguntas contestadas correctamente.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 10 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 26% y 28 alumnos lo cual es el 74% del total reprobaron el ítem.

V. Completar los siguientes tablas según corresponda:

1. Completa la tabla que relaciona la cantidad de litros de bencina que consume un auto con la cantidad de kilómetros que consume:

Distancia (km)	50	100	300	500
Bencina (litros)	4,5	9	27	45

Indica si la distancia recorrida es directamente proporcional al consumo de bencina. Justifica.

si es proporcional por que amedida que los kilometros alaron ~~..~~ los litros de vencina suben.

2. Para preparar mermelada, un cocinero usa, por cada kilógramo de azúcar, 2 de fruta. ¿Cuántos kilos de frutas debe usar para 2; 4; 6 y 8 kg. de azúcar?

Cantidad de azúcar (kg.)	1	2	4	6	8
Cantidad de fruta (Kg.)	2	4	6	8	10

Las dos magnitudes se relacionan en forma directamente **proporcional.**

3. Un tren recorre 600 kilómetros. ¿Cuánto tiempo tardará, según la velocidad constante a la que viaje?

Velocidad constante (km/h)	40	50	60	100	120
Tiempo (h)				6	

Las dos magnitudes se relacionan en forma ____________ proporcional.

El alumno en este caso reconoce la proporcionalidad directa, no solo por lo expuesto en el ejercicio 2, sino también por su justificación en el ejercicio 1, reconoce la variabilidad de los elementos.

V. Completar los siguientes tablas según corresponda:

1. Completa la tabla que relaciona la cantidad de litros de bencina que consume un auto con la cantidad de kilómetros que consume:

Distancia (km)	50	100	300	500
Bencina (litros)	4,5	9	27	45

Indica si la distancia recorrida es directamente proporcional al consumo de bencina. Justifica.

Si, porque la distancia y la bencina iban creciendo

2. Para preparar mermelada, un cocinero usa, por cada kilógramo de azúcar, 2 de fruta. ¿Cuántos kilos de frutas debe usar para 2; 4; 6 y 8 kg. de azúcar?

Cantidad de azúcar (kg.)	1	2	4	6	8
Cantidad de fruta (Kg.)	2	4	8	12	16

Las dos magnitudes se relacionan en forma Directamente **proporcional.**

3. Un tren recorre 600 kilómetros. ¿Cuánto tiempo tardará, según la velocidad constante a la que viaje?

Velocidad constante (km/h)	40	50	60	100	120
Tiempo (h)	13,5	12	10,3	6	3

Las dos magnitudes se relacionan en forma inversamente **proporcional.**

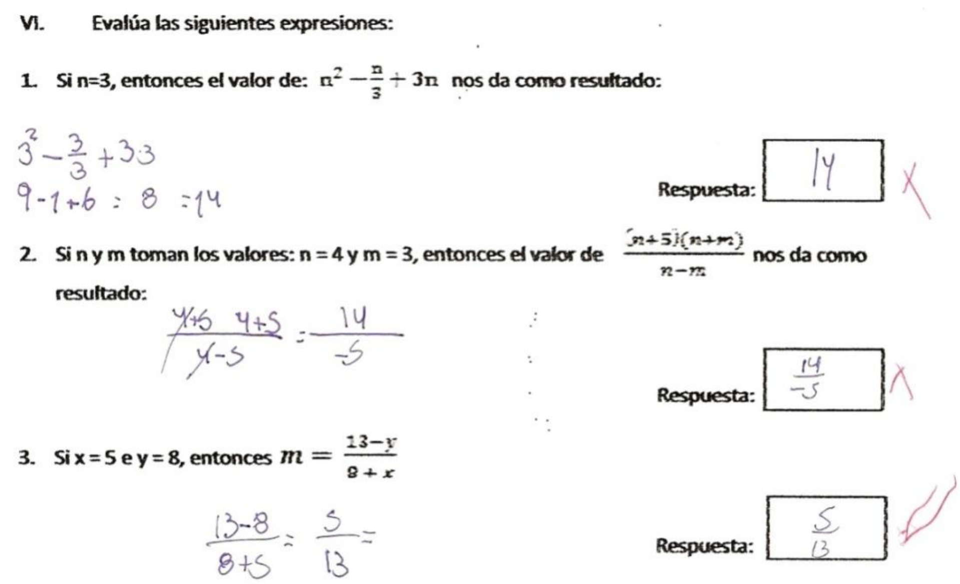
Aquí en este caso el alumno es capaz de reconocer los tipo de proporcionalidad tanto directa como inversa, en cambio no es capaz de dar un argumento coherente en el ejercicio numero 1

Ítem VI: Evalúa las siguientes expresiones:

Objetivo: El alumno deberá ser capaz de evaluar una expresión algebraica.

El porcentaje de aprobación fue considerado con un porcentaje de 60%, en el cual de 3 preguntas para ello deben haber 2 preguntas contestadas correctamente.

Del total de 38 alumnos que rindió la prueba 11 alumnos aprobaron el ítem lo cual corresponde a un 29% y 27 alumnos lo cual es el 71% del total reprobaron el ítem.


VI. Evalúa las siguientes expresiones:

1. Si n=3, entonces el valor de: $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$ nos da como resultado:

$3^2 - \frac{3}{3} + 3 \cdot 3$

$9 - 1 + 6 = 8 = 14$

Respuesta: 14

2. Si n y m toman los valores: n = 4 y m = 3, entonces el valor de $\frac{(n+5)(n+m)}{n-m}$ nos da como resultado:

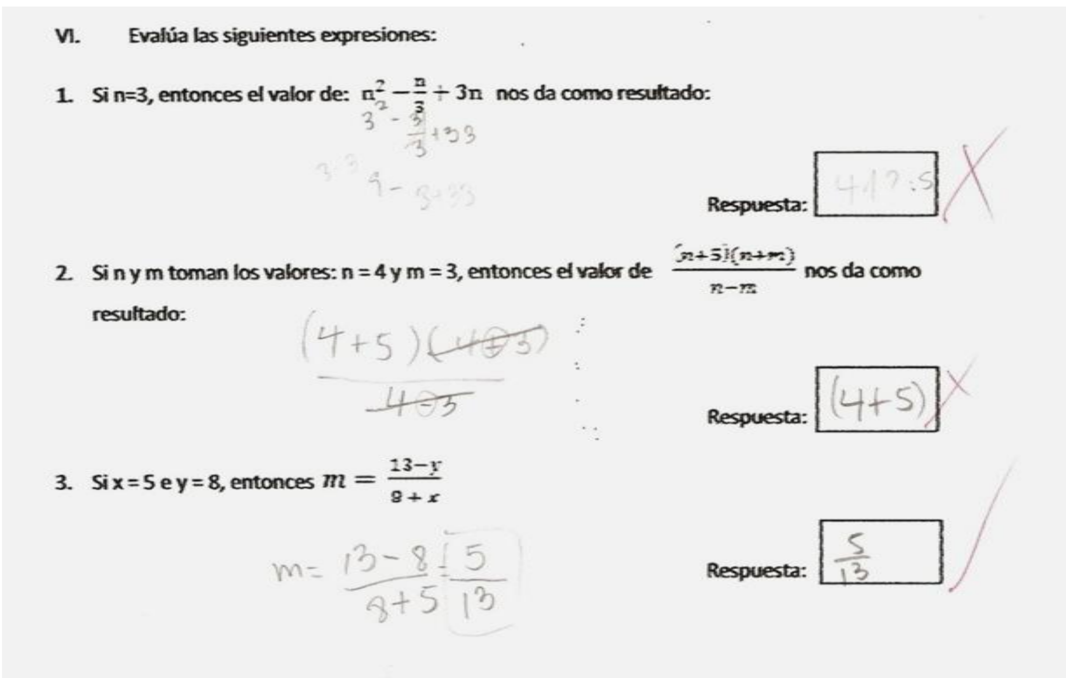
$\frac{4+5 \quad 4+5}{4-5} = \frac{14}{-5}$

Respuesta: $\frac{14}{-5}$

3. Si x = 5 e y = 8, entonces $m = \frac{13-y}{8+x}$

$\frac{13-8}{8+5} = \frac{5}{13} =$

Respuesta: $\frac{5}{13}$


VI. Evalúa las siguientes expresiones:

1. Si n=3, entonces el valor de: $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$ nos da como resultado:

$3^2 - \frac{3}{3} + 3 \cdot 3$

Respuesta: 4 1 ? 5

2. Si n y m toman los valores: n = 4 y m = 3, entonces el valor de $\frac{(n+5)(n+m)}{n-m}$ nos da como resultado:

$\frac{(4+5)\cancel{(4+3)}}{\cancel{4+3}}$

Respuesta: (4+5)

3. Si x = 5 e y = 8, entonces $m = \frac{13-y}{8+x}$

$m = \frac{13-8}{8+5} = \frac{5}{13}$

Respuesta: $\frac{5}{13}$

En este ítem se pueden apreciar errores principalmente algebraicos a los cuales hay que poner énfasis para poder corregirlos a medida que van avanzando en niveles de conocimientos los alumnos.

IV.2. Análisis Control Formativo

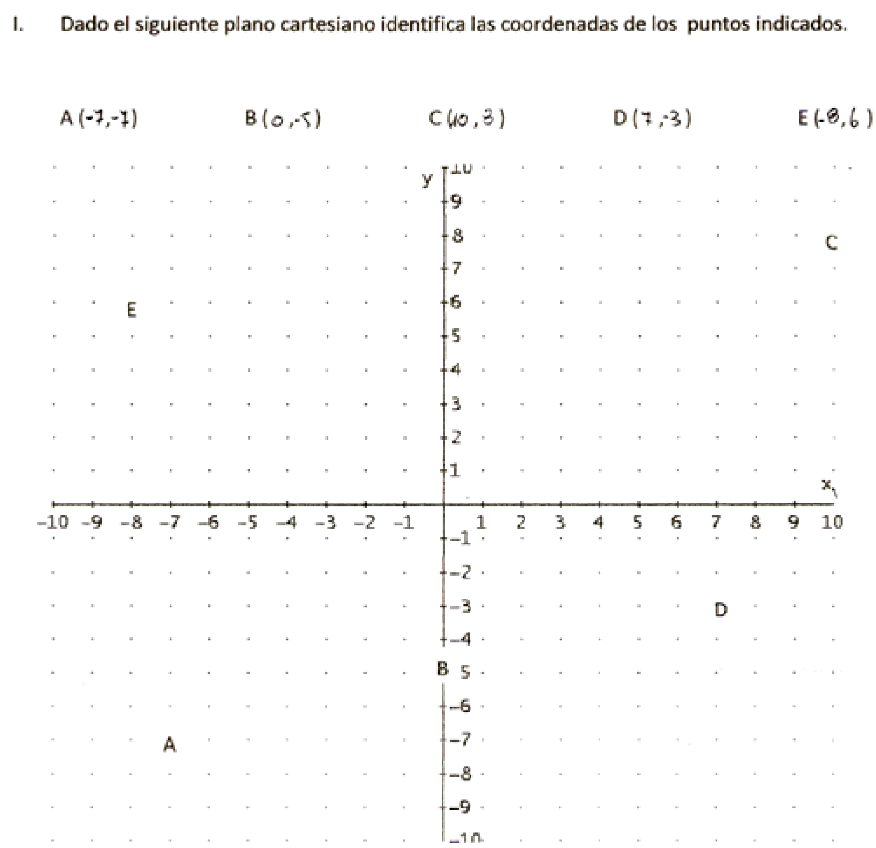
Este control se realizo el día 10 de septiembre del 2009, en el cual fueron evaluados los 38 alumnos del segundo año medio obteniéndose del Colegio Talagante Garden School, los siguientes resultados para cada uno de los ítems son:

I. Dado el siguiente plano cartesiano identifica las coordenadas de los puntos indicados.

Objetivo: Los alumnos identifican puntos coordenados en el plano cartesiano.

Esta pregunta fue aprobada por los 38 alumnos, los cuales son capaces de identificar un punto en el plano cartesiano.

En la siguiente imagen podemos observar la respuesta del alumno.

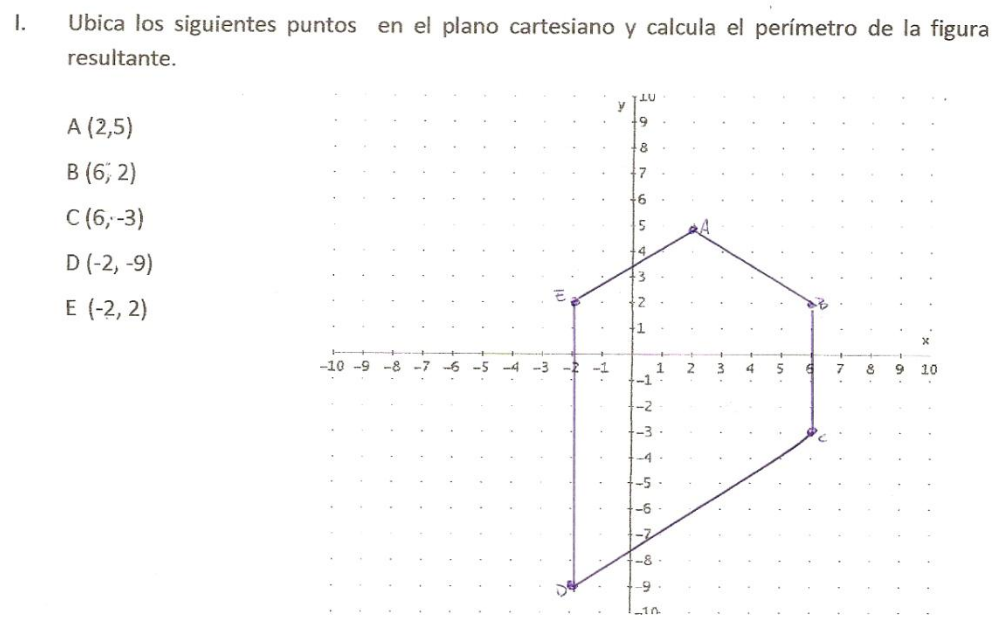


II. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano únelos y calcula el perímetro de la figura resultante.

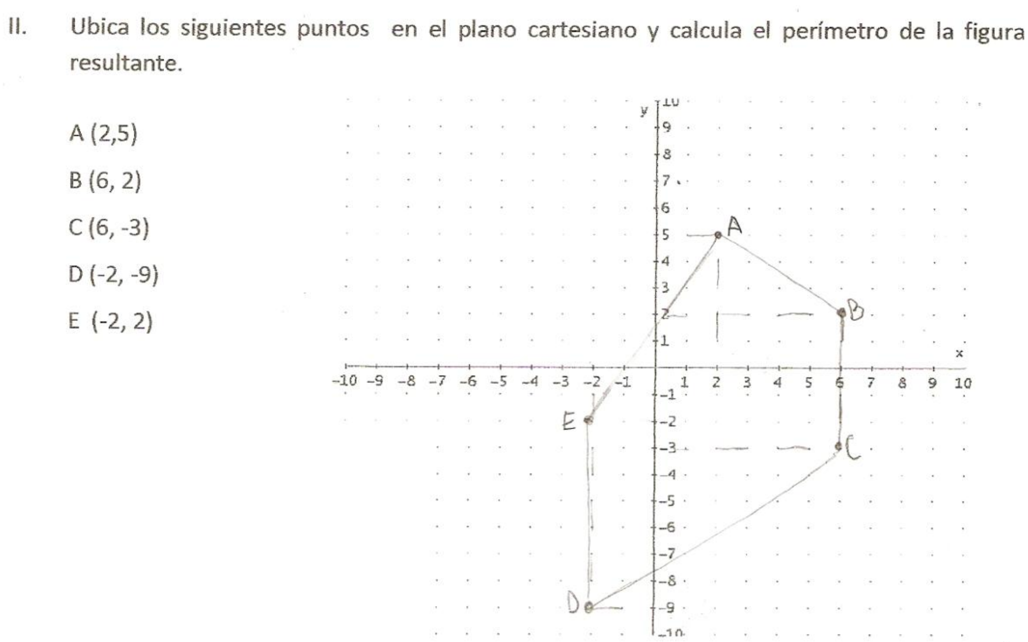
Objetivo 1: los alumnos ubican puntos en el plano cartesiano

Este objetivo fue aprobado en su totalidad por 29 alumnos, los 8 alumnos restantes cometen errores parciales al ubicar los puntos restantes.

En la siguiente imagen podemos observar una respuesta correcta, realizada por el alumno.



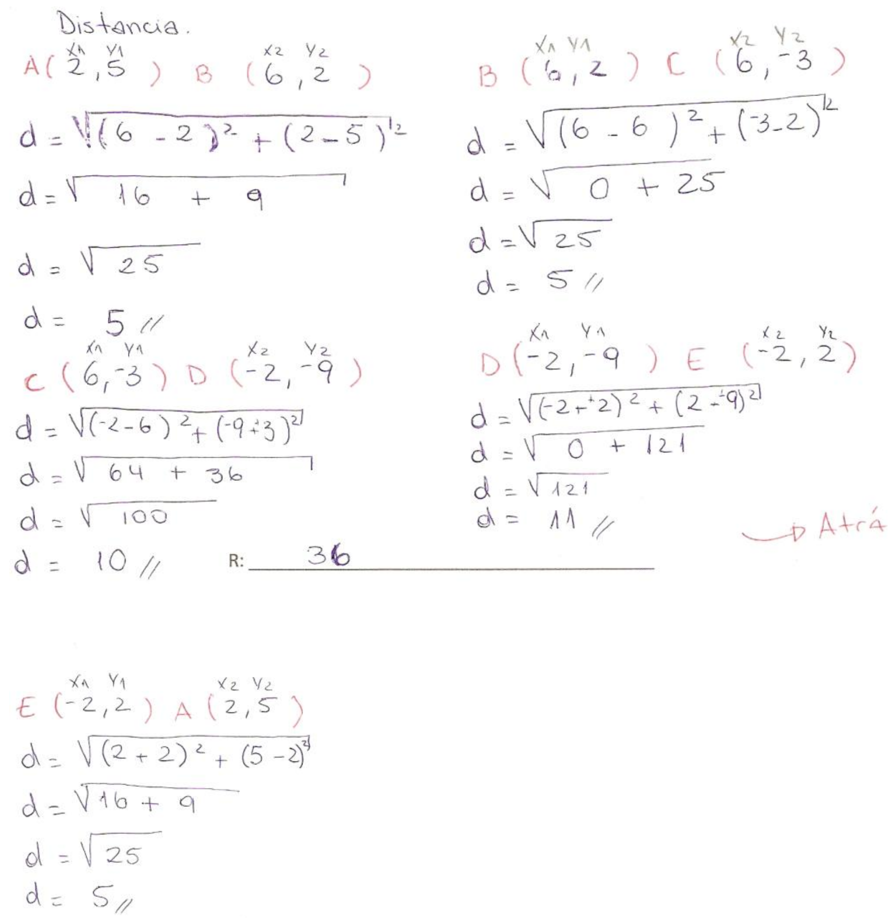
En contraste la siguiente imagen muestra un error parcial cometido por la alumna, quien no ubica correctamente el punto (-2, 2).



Objetivo 2: los alumnos calculan el perímetro de la figura que se obtiene al unir los puntos ubicados en el plano cartesiano.

Este objetivo fue aprobado por 15 alumnos y 22 reprobaron.

En las siguientes imágenes podemos observar una respuesta correcta realizada por el alumno el cual realiza un desarrollo correcto y ordenado, además se puede observar una apropiada identificación de los puntos coordenados, en el cálculo de la distancia entre dos puntos



Distancia.

$A(\overset{x_1}{2},\overset{y_1}{5})$ $B(\overset{x_2}{6},\overset{y_2}{2})$

$d = \sqrt{(6-2)^2 + (2-5)^2}$

$d = \sqrt{16 + 9}$

$d = \sqrt{25}$

$d = 5$ //

$B(\overset{x_1}{6},\overset{y_1}{2})$ $C(\overset{x_2}{6},\overset{y_2}{-3})$

$d = \sqrt{(6-6)^2 + (-3-2)^2}$

$d = \sqrt{0 + 25}$

$d = \sqrt{25}$

$d = 5$ //

$C(\overset{x_1}{6},\overset{y_1}{-3})$ $D(\overset{x_2}{-2},\overset{y_2}{-9})$

$d = \sqrt{(-2-6)^2 + (-9+3)^2}$

$d = \sqrt{64 + 36}$

$d = \sqrt{100}$

$d = 10$ //

$D(\overset{x_1}{-2},\overset{y_1}{-9})$ $E(\overset{x_2}{-2},\overset{y_2}{2})$

$d = \sqrt{(-2+2)^2 + (2+9)^2}$

$d = \sqrt{0 + 121}$

$d = \sqrt{121}$

$d = 11$ //

→ Atrá

R: 36

$E(\overset{x_1}{-2},\overset{y_1}{2})$ $A(\overset{x_2}{2},\overset{y_2}{5})$

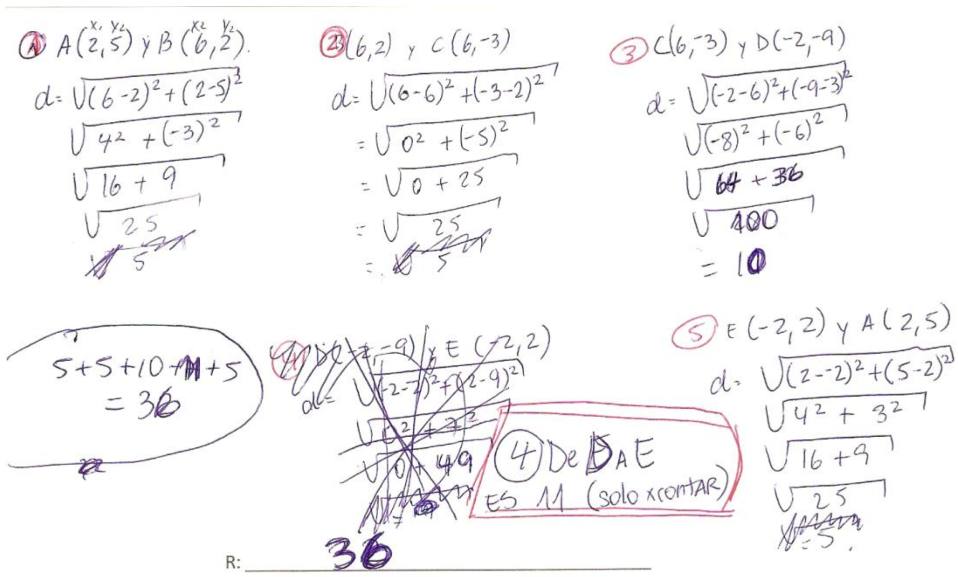
$d = \sqrt{(2+2)^2 + (5-2)^2}$

$d = \sqrt{16 + 9}$

$d = \sqrt{25}$

$d = 5$ //

En la siguiente imagen podemos ver una respuesta correcta realizada por el estudiante, identifica correctamente las coordenadas de los puntos, comete algunos errores en el cálculo de raíces, los cuales son corregidos y manifiesta claramente que la distancia entre los puntos (-2,-9) (-2,2) se puede obtener directamente de la grafica



① $A(2,5)$ y $B(6,2)$
$d = \sqrt{(6-2)^2+(2-5)^2}$
$\sqrt{4^2+(-3)^2}$
$\sqrt{16+9}$
$\sqrt{25}$
5

② $B(6,2)$ y $C(6,-3)$
$d = \sqrt{(6-6)^2+(-3-2)^2}$
$= \sqrt{0^2+(-5)^2}$
$= \sqrt{0+25}$
$= \sqrt{25}$
$= 5$

③ $C(6,-3)$ y $D(-2,-9)$
$d = \sqrt{(-2-6)^2+(-9-3)^2}$
$\sqrt{(-8)^2+(-6)^2}$
$\sqrt{64+36}$
$\sqrt{100}$
$= 10$

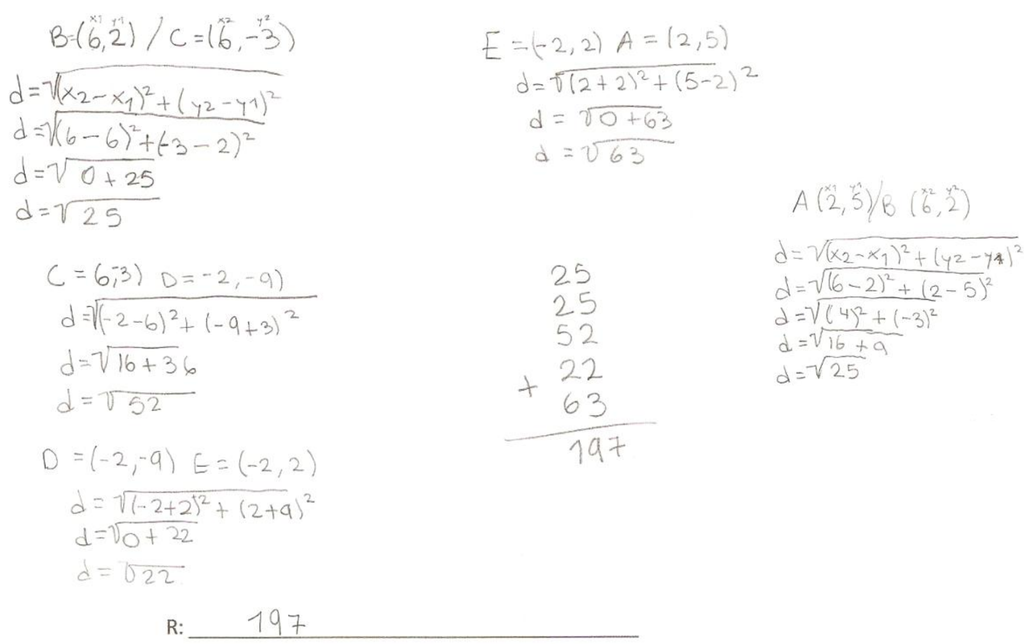
$5+5+10+11+5$
$= 36$

④ De D a E es 11 (solo x contar)

⑤ $E(-2,2)$ y $A(2,5)$
$d = \sqrt{(2--2)^2+(5-2)^2}$
$\sqrt{4^2+3^2}$
$\sqrt{16+9}$
$\sqrt{25}$
$= 5$

R: 36

En la imagen podemos observar la respuesta del estudiante, comete errores en la operatoria de potencias y raíces. Reconociendo en forma correcta los puntos coordenados y recordando apropiadamente el cálculo de la distancia entre dos puntos.



$B=(6,2)$ / $C=(6,-3)$
$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$d=\sqrt{(6-6)^2+(-3-2)^2}$
$d=\sqrt{0+25}$
$d=\sqrt{25}$

$C=(6,-3)$ $D=(-2,-9)$
$d=\sqrt{(-2-6)^2+(-9+3)^2}$
$d=\sqrt{16+36}$
$d=\sqrt{52}$

$D=(-2,-9)$ $E=(-2,2)$
$d=\sqrt{(-2+2)^2+(2+9)^2}$
$d=\sqrt{0+22}$
$d=\sqrt{22}$

$E=(-2,2)$ $A=(2,5)$
$d=\sqrt{(2+2)^2+(5-2)^2}$
$d=\sqrt{0+63}$
$d=\sqrt{63}$

$A(2,5)$/$B(6,2)$
$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
$d=\sqrt{(6-2)^2+(2-5)^2}$
$d=\sqrt{(4)^2+(-3)^2}$
$d=\sqrt{16+9}$
$d=\sqrt{25}$

25
25
52
+ 22
63
197

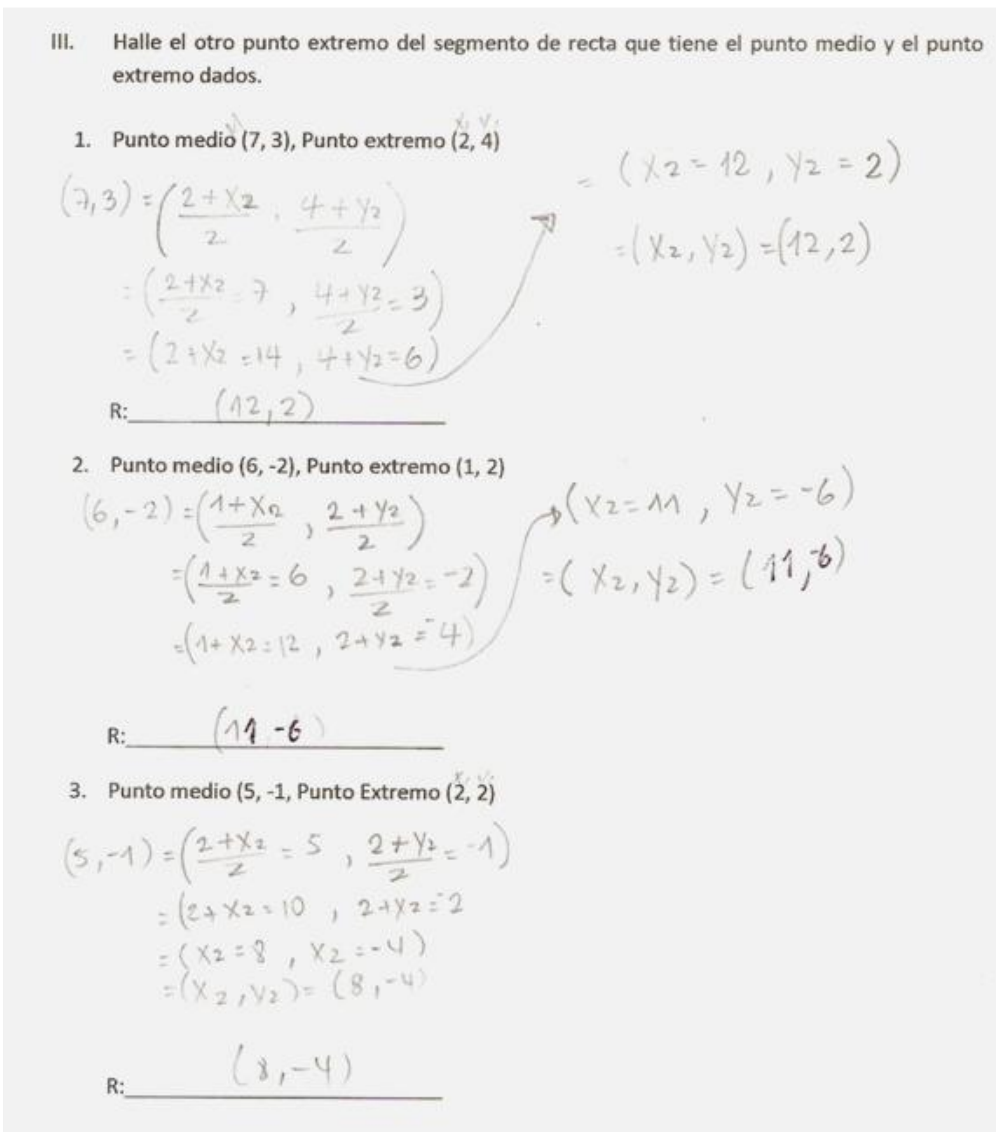
R: 197

III. Halle el otro punto extremo del segmento de recta que tiene el punto medio y el punto extremo dado.

Objetivo: los alumnos utilizan el punto medio para encontrar un el punto (extremo) faltante de un segmento.

Esta pregunta fue aprobada correctamente por 13 alumnos y otros 24 alumnos cometen errores al realizar igualdades entre expresiones algebraicas, al despejar una ecuación de primer grado y en la adición de números enteros.

La siguiente imagen podemos observar una respuesta correcta realizada por el estudiante, identifica previamente la información que se le entrega, realiza una apropiada igualdad, operatorias con números enteros y ecuaciones de primer grado.



III. Halle el otro punto extremo del segmento de recta que tiene el punto medio y el punto extremo dados.

1. Punto medio (7, 3), Punto extremo (2, 4)

$(7,3) = \left(\frac{2+x_2}{2}, \frac{4+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{2+x_2}{2} = 7, \frac{4+y_2}{2} = 3\right)$

$= (2+x_2 = 14, 4+y_2 = 6)$

$= (x_2 = 12, y_2 = 2)$

$= (x_2, y_2) = (12, 2)$

R: (12, 2)

2. Punto medio (6, -2), Punto extremo (1, 2)

$(6,-2) = \left(\frac{1+x_2}{2}, \frac{2+y_2}{2}\right)$

$= \left(\frac{1+x_2}{2} = 6, \frac{2+y_2}{2} = -2\right)$

$= (1+x_2 = 12, 2+y_2 = -4)$

$(x_2 = 11, y_2 = -6)$

$= (x_2, y_2) = (11, -6)$

R: (11 -6)

3. Punto medio (5, -1, Punto Extremo (2, 2)

$(5,-1) = \left(\frac{2+x_2}{2} = 5, \frac{2+y_2}{2} = -1\right)$

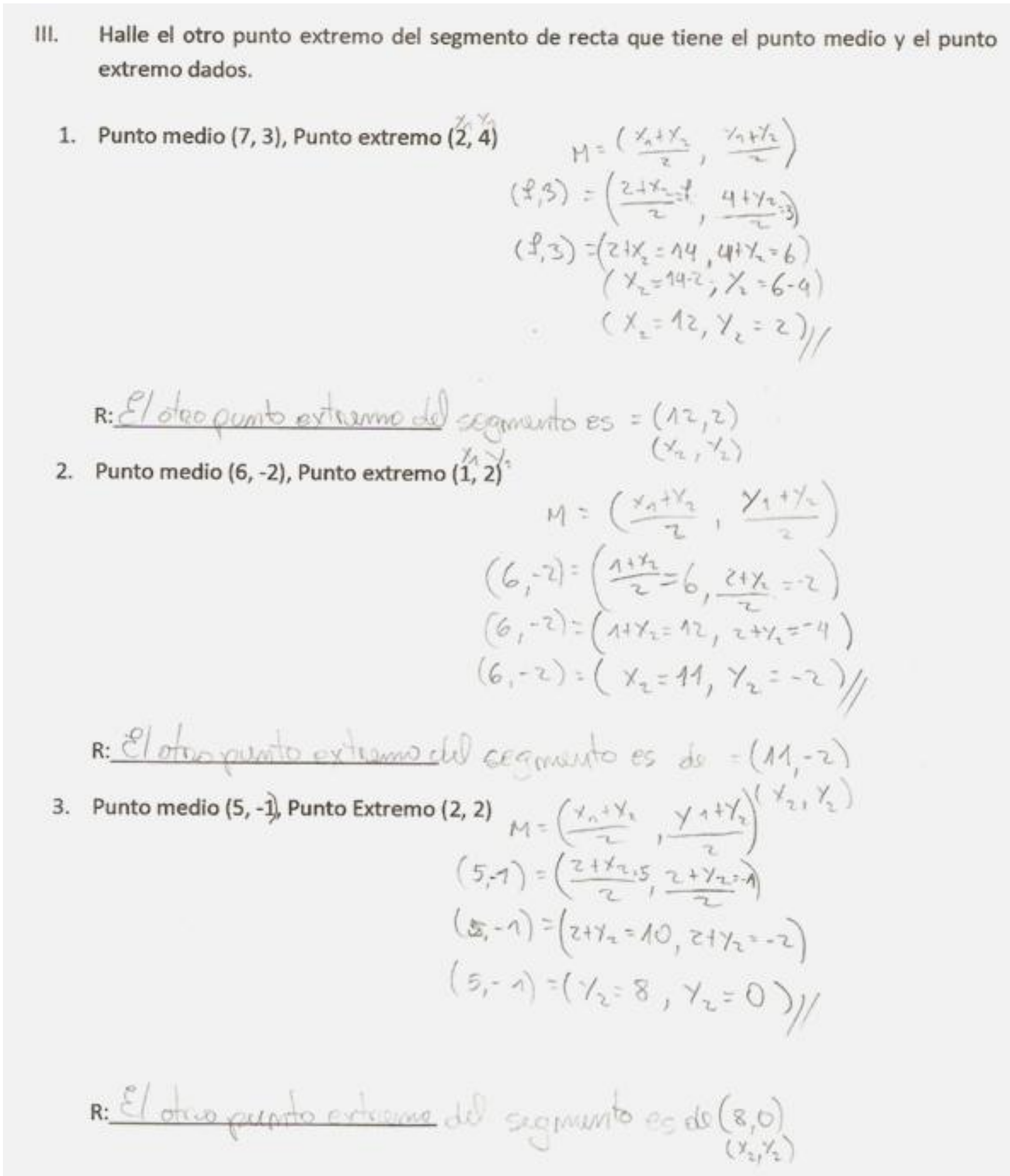
$= (2+x_2 = 10, 2+y_2 = -2$

$= (x_2 = 8, x_2 = -4)$

$= (x_2, y_2) = (8, -4)$

R: (8, -4)

La siguiente imagen se puede observar el desarrollo realizado por el alumno Jairo pinto, el cual realiza una apropiada igualdad entre las expresiones algebraicas, pero comete errores al desarrollar ecuaciones de primer grado en los ejercicios 2 y 3.


III. Halle el otro punto extremo del segmento de recta que tiene el punto medio y el punto extremo dados.

1. Punto medio (7, 3), Punto extremo (2, 4)

$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(7,3) = \left(\frac{2+x_2}{2}=7, \frac{4+y_2}{2}=3\right)$

$(7,3) = (2+x_2=14, 4+y_2=6)$

$(x_2=14-2; y_2=6-4)$

$(x_2=12, y_2=2)$//

R: El otro punto extremo del segmento es = $(12,2)$ (x_2, y_2)

2. Punto medio (6, -2), Punto extremo (1, 2)

$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(6,-2) = \left(\frac{1+x_2}{2}=6, \frac{2+y_2}{2}=-2\right)$

$(6,-2) = (1+x_2=12, 2+y_2=-4)$

$(6,-2) = (x_2=11, y_2=-2)$//

R: El otro punto extremo del segmento es de = $(11,-2)$ (x_2, y_2)

3. Punto medio (5, -1), Punto Extremo (2, 2)

$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$(5,-1) = \left(\frac{2+x_2}{2}=5, \frac{2+y_2}{2}=-1\right)$

$(5,-1) = (2+y_2=10, 2+y_2=-2)$

$(5,-1) = (y_2=8, y_2=0)$//

R: El otro punto extremo del segmento es de $(8,0)$ (x_2, y_2)

En la última imagen observamos la respuesta el estudiante, la cual utiliza en forma errada la información entregada y presenta errores en la resolución de ecuaciones de primer grado

III. Halle el otro punto extremo del segmento de recta que tiene el punto medio y el punto extremo dados.

1. Punto medio (7, 3), Punto extremo (2, 4)

$(2,4) = \left(\frac{7+x1}{2}, \frac{3+x2}{2}\right)$ $\left(7+x1=11, 3+x2=11\right)$

$\left(\frac{7+x1}{2}=2 \quad \frac{3+x2}{2}=4\right)$ $(4, 8)$

R: (4,8)

2. Punto medio (6, -2), Punto extremo (1, 2)

$(1,2) = \left(\frac{6+x1}{2}, \frac{-2+x2}{2}\right)$ $\left(6+x1=8, -2+x2=2\right)$

$\left(\frac{6+x1}{2}=1, \frac{-2+x2}{2}=2\right)$ $(2, 0)$

R: (2,0)

3. Punto medio (5, -1, Punto Extremo (2, 2)

$(2,2) = \left(\frac{5+x1}{2}, \frac{-1+x2}{2}\right)$ $\left(5+x1=9, -1+x2=3\right)$

$\left(\frac{5+x1}{2}=2, \frac{-1+x2}{2}=2\right)$ $(4, 2)$

R: (4,2)

IV.3. Análisis Prueba final

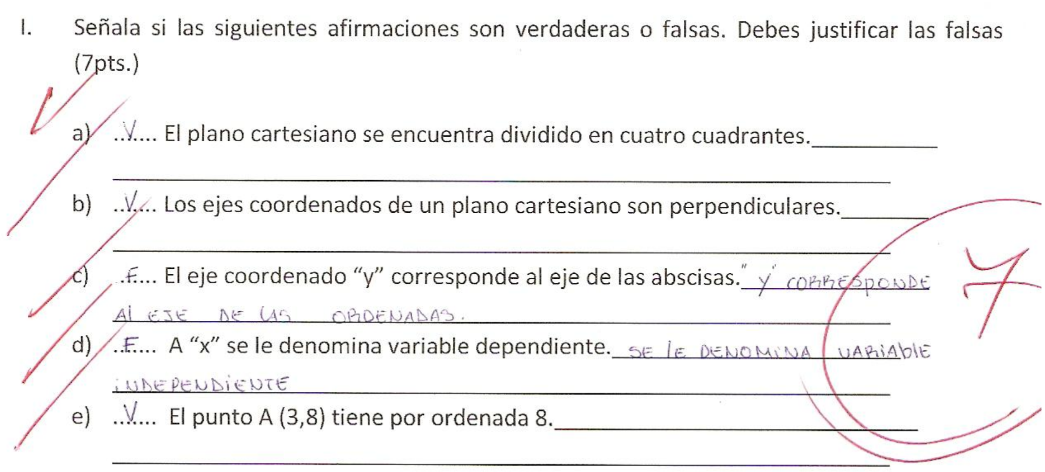
Esta prueba se realizo el día 09 de octubre del 2009, en el cual fueron evaluados los 38 alumnos del segundo año medio obteniéndose los siguientes resultados para cada uno de los ítems.

I. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Debes justificar las falsas

Objetivo: Los alumnos reconocen los elementos del plano cartesiano.

En este ítem 31 alumnos, equivalente al 82% lograron aprobar y solo 7 alumnos equivalente a un 18% están bajo el puntaje mínimo de aprobación.

En la siguiente imagen de puede ver respuesta que logran el puntaje máximo.


I. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Debes justificar las falsas (7pts.)

a) ..V.... El plano cartesiano se encuentra dividido en cuatro cuadrantes.

b) ..V... Los ejes coordenados de un plano cartesiano son perpendiculares.

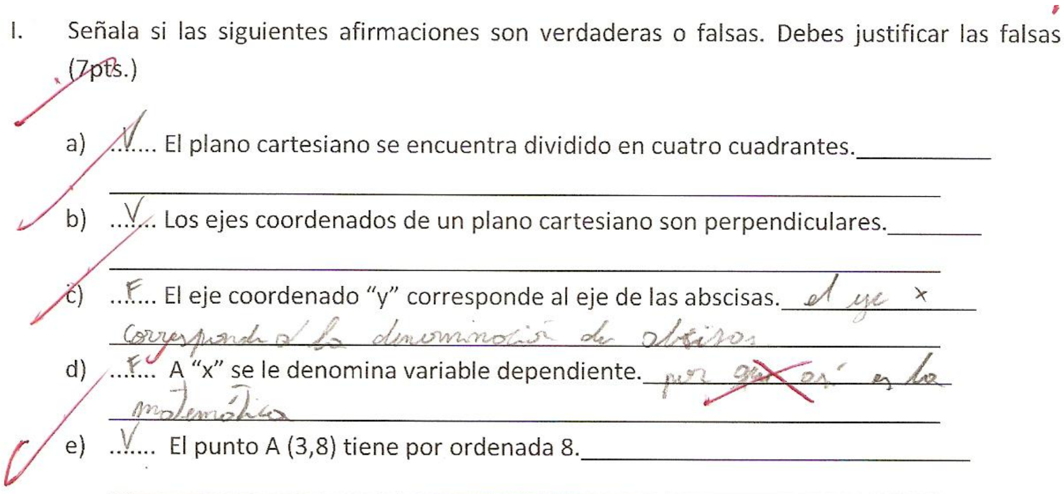
c) ..F.... El eje coordenado "y" corresponde al eje de las abscisas. "y" corresponde al eje de las ordenadas.

d) ..F.... A "x" se le denomina variable dependiente. se le denomina variable independiente

e) ..V.... El punto A (3,8) tiene por ordenada 8.

7

La imagen que podemos ver a continuación presenta las respuestas en la cual se cumple el objetivo, pero no se fundamenta apropiadamente la pregunta d).


I. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Debes justificar las falsas (7pts.)

a) ..V..... El plano cartesiano se encuentra dividido en cuatro cuadrantes.

b) ...V... Los ejes coordenados de un plano cartesiano son perpendiculares.

c) ...F.... El eje coordenado "y" corresponde al eje de las abscisas. el eje x corresponde a la denominación de abscisas

d) ...F.... A "x" se le denomina variable dependiente. por ~~que~~ así en la matemática

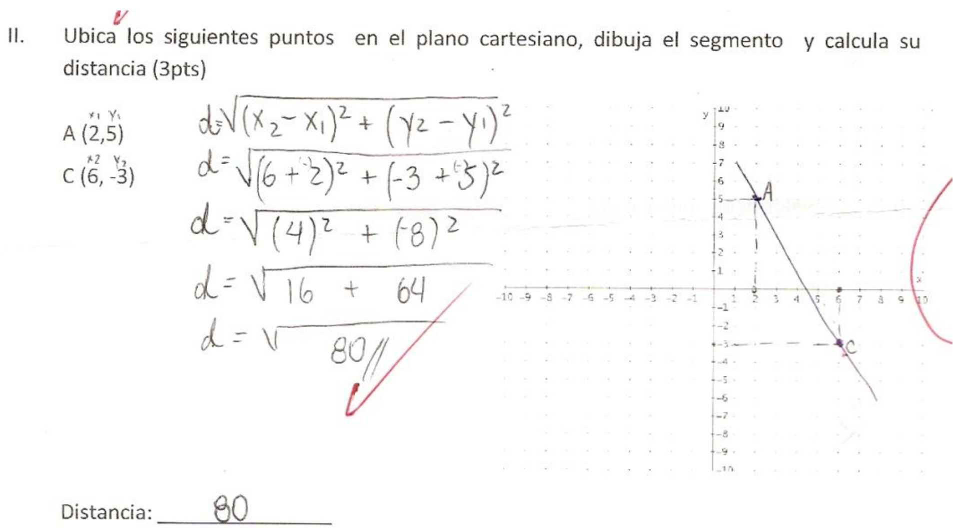
e) ...V..... El punto A (3,8) tiene por ordenada 8.

II. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano, dibuja el segmento y calcula su distancia

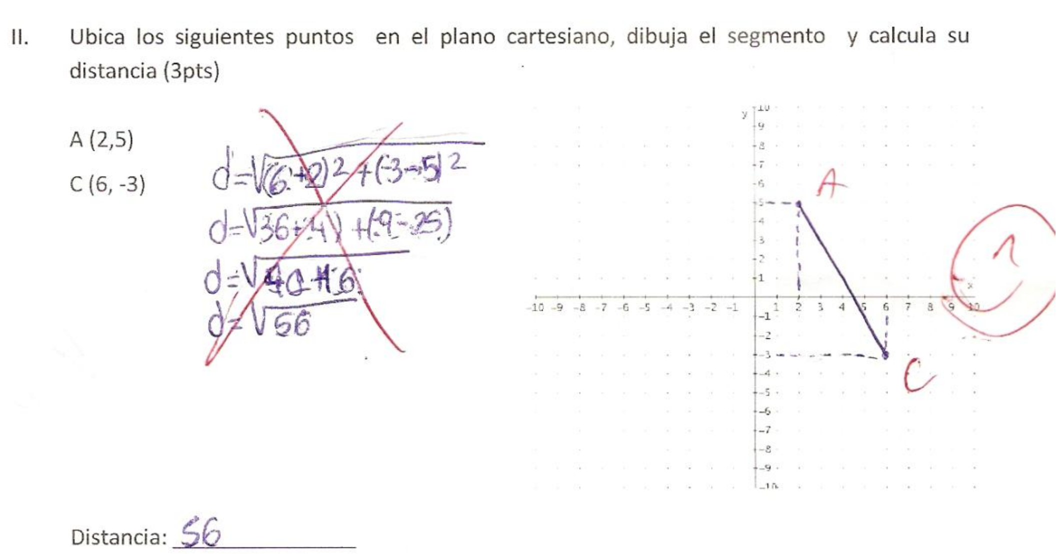
Objetivo: Los alumnos ubican puntos en el plano y calculan la distancia entre ellos.

En este ítem 30 alumnos, equivalente al 79% logran aprobar y 8 alumnos, equivalente a un 21% obtienen un puntaje igual a un punto.

En la siguiente imagen se observa una respuesta correcta, se realiza una apropiada ubicación y cálculo de la distancia entre dichos puntos.



En la próxima imagen podemos ver que se realizo una apropiada ubicación de puntos en el plano cartesiano, pero se cometen al realizar el cálculo de la distancia entre dichos puntos. Otro déficit es el trabajo incorrecto al desarrollar potencias.



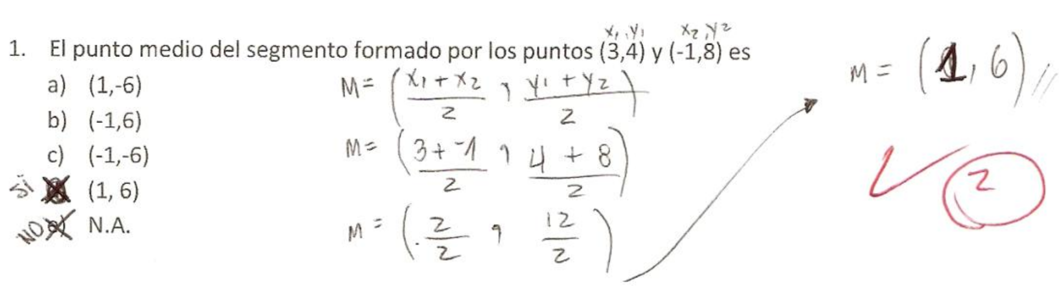
III. Marca con una x la alternativa correcta, debes desarrollar el ejercicio.

Objetivo: los alumnos reconocen elementos de una recta como: pendiente, coeficiente de posición, punto medio ecuación principal, ecuación general y rectas paralelas.

En este ítem 24 alumnos, equivalente a un 64% lograron aprobar y 14 alumnos, equivalente a un 36% obtiene un puntaje de desaprobación. A continuación se realiza un desglose por cada una de las preguntas que conforman el tercer ítem.

La pregunta número uno requería que los alumnos fueran capaces de calcular el punto medio entre dos puntos dados.

En la siguiente imagen se observa que la alumno(a) identifica los puntos coordenados, posee un buen manejo de cómo obtener el punto medio, identifica las componentes de los puntos coordenados y es capaz de rectificar sus errores.


1. El punto medio del segmento formado por los puntos (3,4) y (-1,8) es
   a) (1,-6)
   b) (-1,6)
   c) (-1,-6)
   d) (1, 6)
   e) N.A.

$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

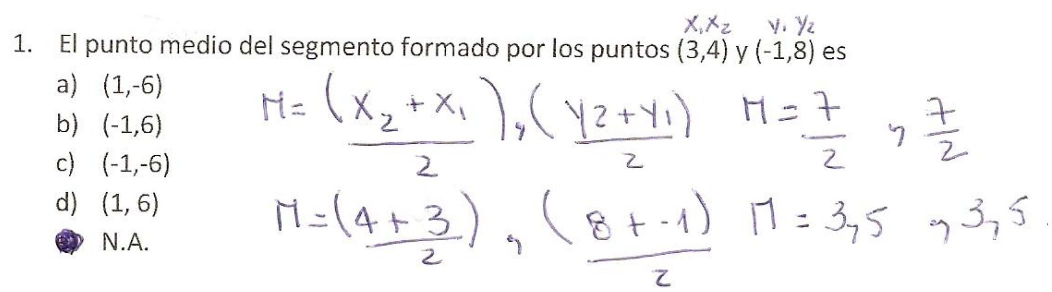
$M = \left(\frac{3+{}^{-}1}{2}, \frac{4+8}{2}\right)$

$M = \left(\frac{2}{2}, \frac{12}{2}\right)$

$M = (1, 6)$

2

En la imagen que sigue se puede observar errores al identificar las componentes que conforman los puntos coordenados, pero se puede ver que si recuerda la forma de obtener el punto medio entre los dos puntos.

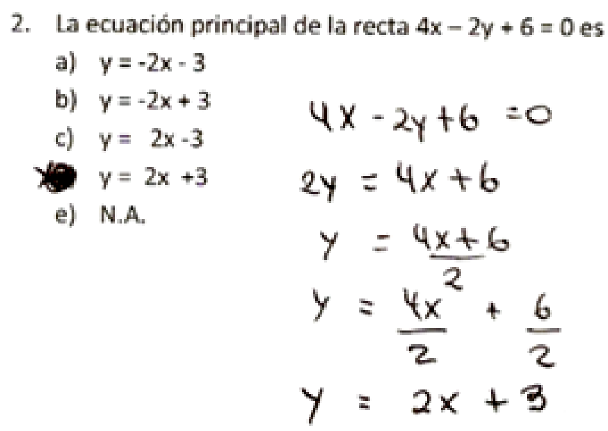

1. El punto medio del segmento formado por los puntos (3,4) y (-1,8) es
   a) (1,-6)
   b) (-1,6)
   c) (-1,-6)
   d) (1, 6)
   e) N.A.

$M = \left(\frac{x_2+x_1}{2}\right), \left(\frac{y_2+y_1}{2}\right)$ $M = \frac{7}{2}, \frac{7}{2}$

$M = \left(\frac{4+3}{2}\right), \left(\frac{8+-1}{2}\right)$ $M = 3{,}5, 3{,}5.$

La pregunta dos presenta la ecuación de la recta en su forma general y los alumnos deben expresar la ecuación en su forma principal, involucra trabajo con ecuaciones de primer grado y operatoria con números racionales.

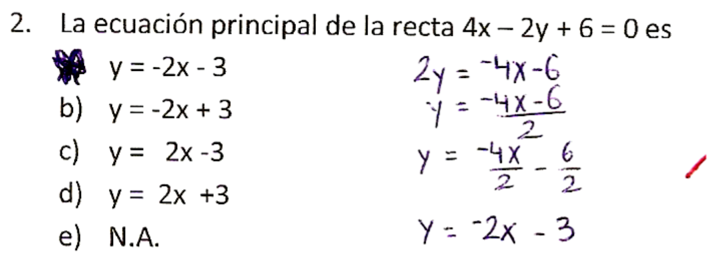
En la imagen siguiente se puede observar un ejercicio correctamente resuelto.



2. La ecuación principal de la recta $4x - 2y + 6 = 0$ es
   a) $y = -2x - 3$
   b) $y = -2x + 3$
   c) $y = 2x - 3$
   d) $y = 2x + 3$
   e) N.A.

$4x - 2y + 6 = 0$
$2y = 4x + 6$
$y = \frac{4x + 6}{2}$
$y = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$
$y = 2x + 3$

Por su contraparte en la siguiente imagen se observan errores al momento de despejar la variable y como se puede ver en la siguiente figura.

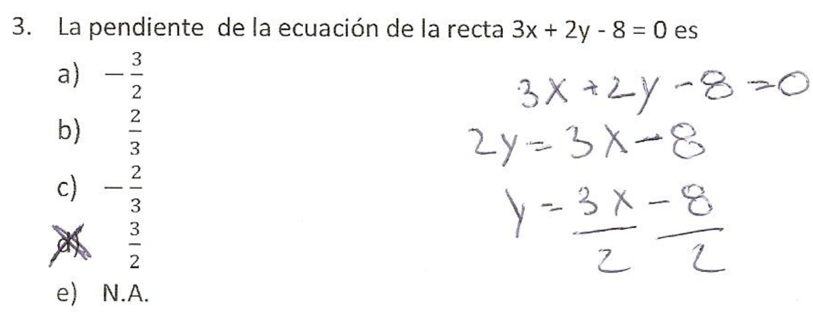


2. La ecuación principal de la recta $4x - 2y + 6 = 0$ es
   a) $y = -2x - 3$
   b) $y = -2x + 3$
   c) $y = 2x - 3$
   d) $y = 2x + 3$
   e) N.A.

$2y = -4x - 6$
$y = \frac{-4x - 6}{2}$
$y = \frac{-4x}{2} - \frac{6}{2}$
$y = -2x - 3$

La pregunta número tres presenta la ecuación de la recta en su forma general y se espera que los alumnos identifiquen su pendiente. Involucra trabajo con ecuaciones de primer grado y operatoria con números racionales.

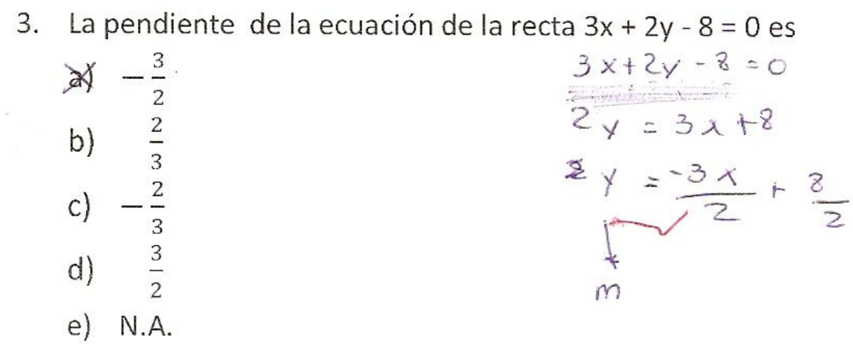
El o la alumno expresa la ecuación de la recta en su forma principal para poder identificar la pendiente de la recta, pero comete errores al despejar la ecuación, como se puede ver en la siguiente imagen.



3. La pendiente de la ecuación de la recta $3x + 2y - 8 = 0$ es
   a) $-\frac{3}{2}$
   b) $\frac{2}{3}$
   c) $-\frac{2}{3}$
   d) $\frac{3}{2}$
   e) N.A.

$3x + 2y - 8 = 0$
$2y = 3x - 8$
$y = \frac{3x}{2} - \frac{8}{2}$

En la siguiente imagen se expresa la ecuación en su forma principal, se realiza un correcto despeje de la variable y, luego se identifica en forma correcta la pendiente destacándose en el desarrollo.



3. La pendiente de la ecuación de la recta $3x + 2y - 8 = 0$ es

a) $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{2}{3}$

c) $-\frac{2}{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) N.A.

$3x+2y-8=0$

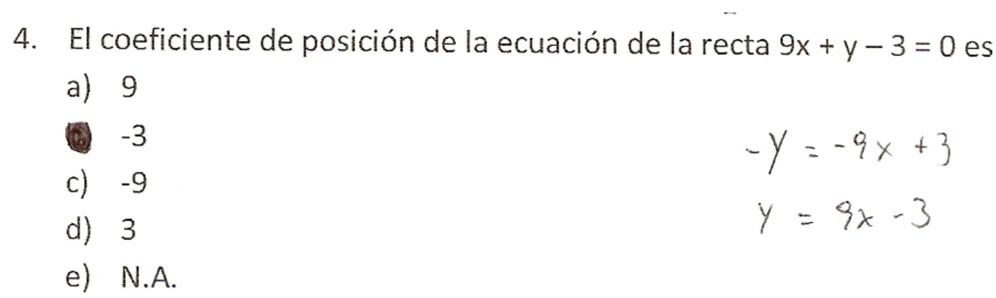
$2y = 3x+8$

$2y = \frac{-3x}{2} + \frac{8}{2}$

m

En la pregunta cuatro la ecuación de la recta se presenta en su forma genera y los alumnos identifique el coeficiente de posición.

En la siguiente imagen se expresa la ecuación en su forma principal y se comete el error al despejar la variable y.



4. El coeficiente de posición de la ecuación de la recta $9x + y - 3 = 0$ es

a) 9

b) -3

c) -9

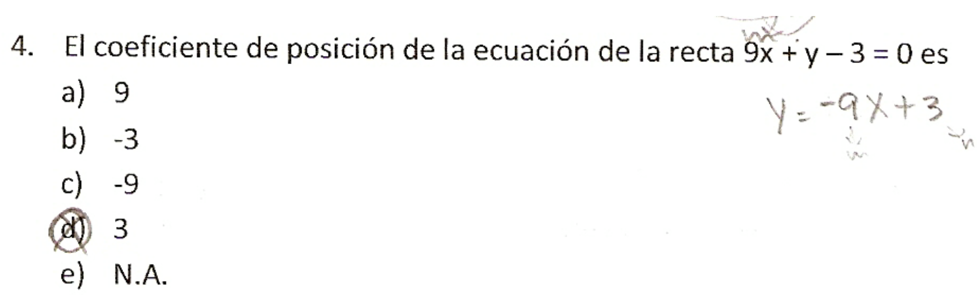
d) 3

e) N.A.

$-y = -9x + 3$

$y = 9x - 3$

En la imagen siguiente se procede de igual forma, pero en este caso se identifica correctamente el coeficiente de posición.



4. El coeficiente de posición de la ecuación de la recta $9x + y - 3 = 0$ es

a) 9

b) -3

c) -9

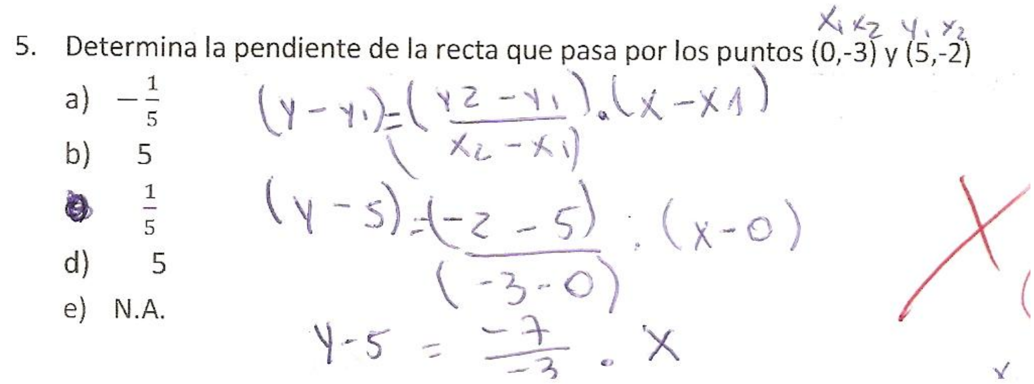
d) 3

e) N.A.

$y = -9x + 3$

En la pregunta cinco se espera que los alumnos identifiquen la pendiente de la recta conociendo dos puntos pertenecientes a ella.

En la primera imagen se puede ver errores en la identificación de las componentes de los pares ordenados, se pretende encontrar la pendiente utilizando la ecuación de la recta, ecuación que se plantea correctamente.



5. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (5,-2)

a) $-\frac{1}{5}$

b) 5

c) $\frac{1}{5}$

d) 5

e) N.A.

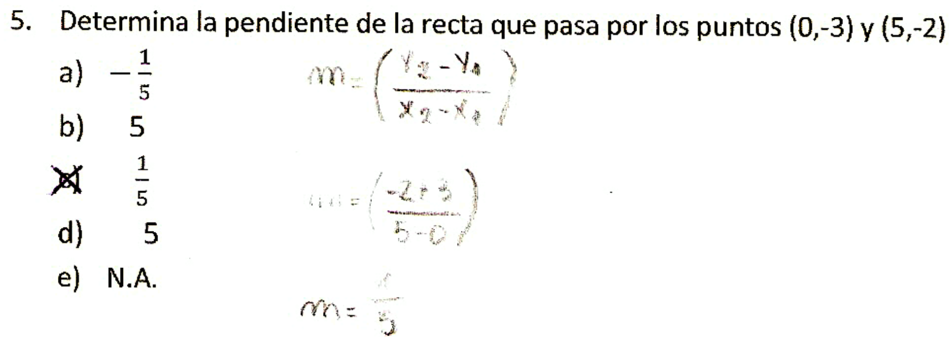
$x_1 \; x_2 \; y_1 \; y_2$

$(y-y_1)=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)\cdot(x-x_1)$

$(y-5)=\frac{-2-5}{(-3-0)}\cdot(x-0)$

$y-5=\frac{-7}{-3}\cdot x$

Otra respuesta a la pregunta es por medio de la formula de la pendiente conociendo dos puntos, desechando la opción de trabajar con la ecuación de la recta.



5. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (5,-2)

a) $-\frac{1}{5}$

b) 5

c) $\frac{1}{5}$

d) 5

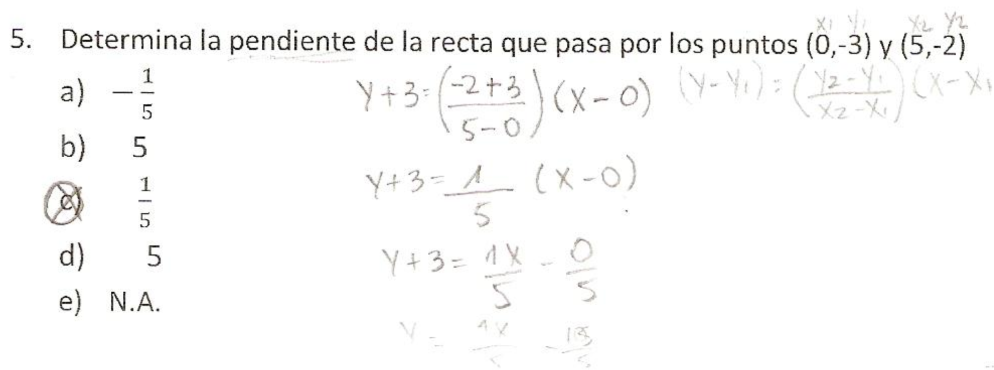
e) N.A.

$m=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)$

$m=\left(\frac{-2+3}{5-0}\right)$

$m=\frac{1}{5}$

En la siguiente imagen se procede de igual forma que en el caso uno. Obteniéndose la respuesta correcta.



5. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (5,-2)

a) $-\frac{1}{5}$

b) 5

c) $\frac{1}{5}$

d) 5

e) N.A.

$x_1 \; y_1 \; x_2 \; y_2$

$y+3=\left(\frac{-2+3}{5-0}\right)(x-0)$ $\quad (y-y_1)=\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\right)(x-x_1)$

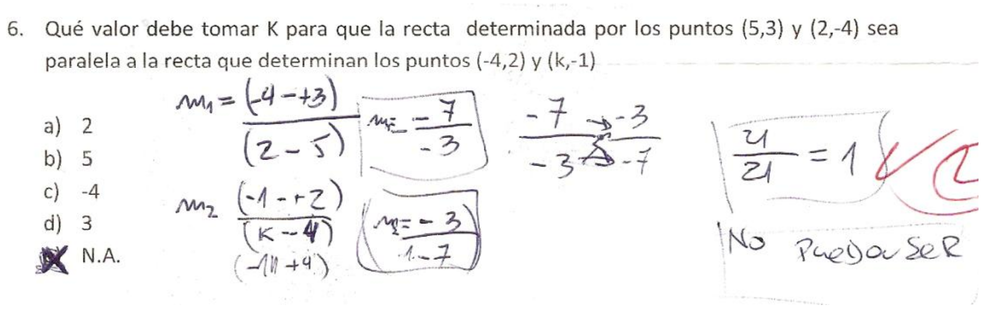
$y+3=\frac{1}{5}(x-0)$

$y+3=\frac{1x}{5}-\frac{0}{5}$

$y=\frac{1x}{5}-\frac{15}{5}$

La pregunta seis presenta un ejercicio que requiere el manejo de concepto de rectas paralelas e inferir información.

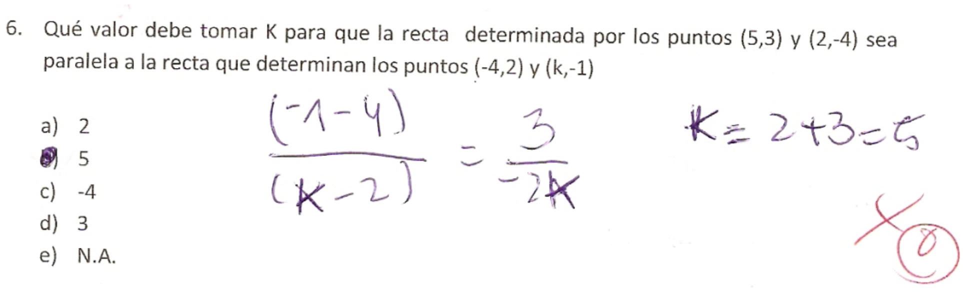
En la imagen se puede observar un correcto planteamiento. Se realiza una comparación entre las pendientes, logrando percibir su diferencia.



6. Qué valor debe tomar K para que la recta determinada por los puntos (5,3) y (2,-4) sea paralela a la recta que determinan los puntos (-4,2) y (k,-1)

a) 2
b) 5
c) -4
d) 3
e) N.A.

En otra respuesta se realiza planteamiento erróneo y un desarrollo algebraico incorrecto.



6. Qué valor debe tomar K para que la recta determinada por los puntos (5,3) y (2,-4) sea paralela a la recta que determinan los puntos (-4,2) y (k,-1)

a) 2
b) 5
c) -4
d) 3
e) N.A.

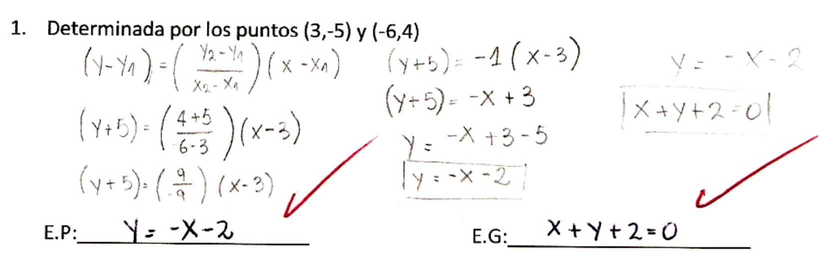
IV. En los siguientes casos identifica la ecuación general y principal de la recta.

Objetivo: Los alumnos identifican la ecuación de la recta que pasa por dos puntos o la ecuación de la recta punto pendiente, en su forma general y principal.

Este ítem fue aprobado por 30 alumnos, equivalente a un 79% y reprobado por 8 alumnos, equivalente a un 21% logra un puntaje insuficiente.

En la pregunta numero los alumnos deben identificar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos en su forma principal y general. Se requiere un trabajo apropiado en la evaluación de expresiones algebraicas, operatoria con números enteros y despejar una ecuación de primer grado.

En la imagen se observa un manejo adecuado de la ecuación de la recta que pasa por dos puntos un apropiado remplazo y despeje de la variable y.

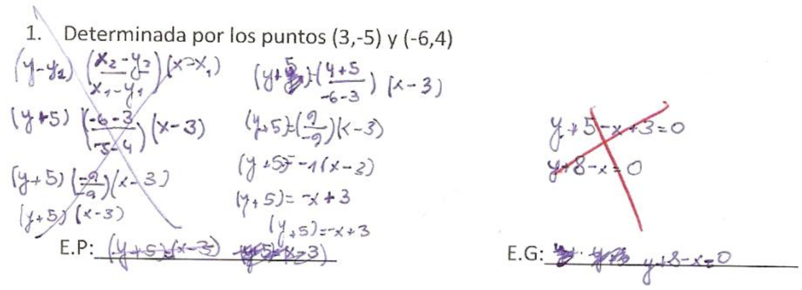


1. Determinada por los puntos (3,-5) y (-6,4)

E.P: $y = -x - 2$

E.G: $x + y + 2 = 0$

En la siguiente imagen se escribe en forma errónea la ecuación de la recta, a pesar de esto se realiza un correcto remplazo de las variables, cometiéndose errores al plantear la ecuación principal y un mal desarrollo al despejar la variable y, al momento de obtener la ecuación general.



1. Determinada por los puntos (3,-5) y (-6,4)

$(y-y_2)\left(\frac{x_2-y_2}{x_1-y_1}\right)(x-x_1)$

$(y+5)\left(\frac{-6-3}{-5-4}\right)(x-3)$

$(y+5)(x-3)$

$(y+5)=-x+3$

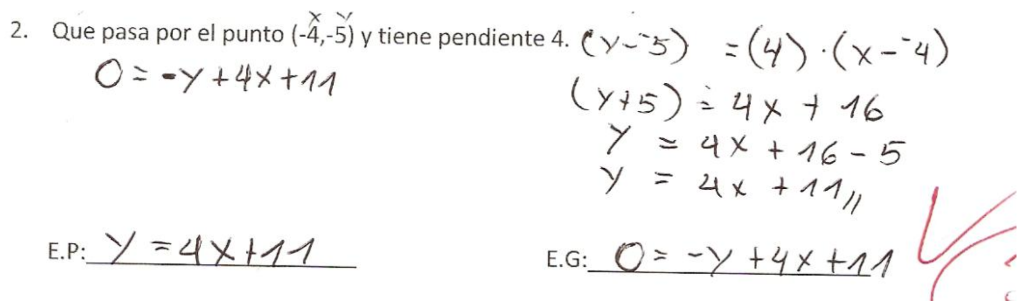
$y+5-x+3=0$

E.P: $(y+5)(x-3)$

E.G: $y+8-x=0$

En la pregunta número dos se espera que los alumnos puedan reconocer la ecuación punto pendiente de la recta tanto en su forma general y principal.

La siguiente imagen muestra un correcto procedimiento, es importante destacar que antes de realizar el trabajo algebraico, se realiza un reconocimiento de las componentes de los pares ordenados.



2. Que pasa por el punto (-4,-5) y tiene pendiente 4.

$(y-{}^-5)=(4)\cdot(x-{}^-4)$

$(y+5)=4x+16$

$y=4x+16-5$

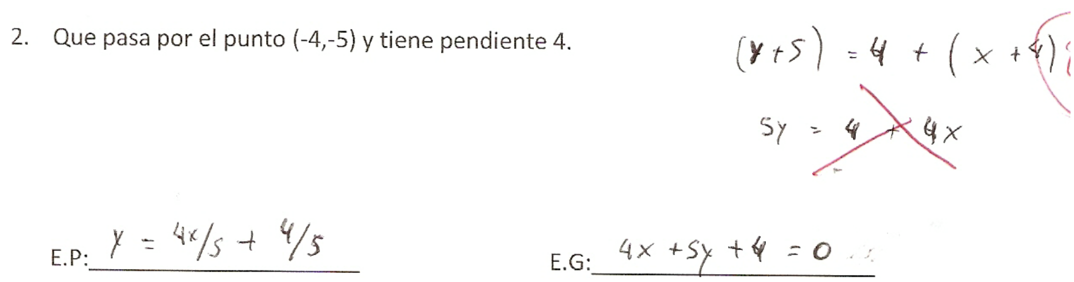
$y=4x+11$

$0=-y+4x+11$

E.P: $y=4x+11$

E.G: $0=-y+4x+11$

En la siguiente imagen se observa un desconocimiento de la ecuación punto pendiente, más algunos errores algebraicos.



2. Que pasa por el punto (-4,-5) y tiene pendiente 4.

$(y+5)=4+(x+4)$

$5y=4+4x$

E.P: $y=4x/5+4/5$

E.G: $4x+5y+4=0$

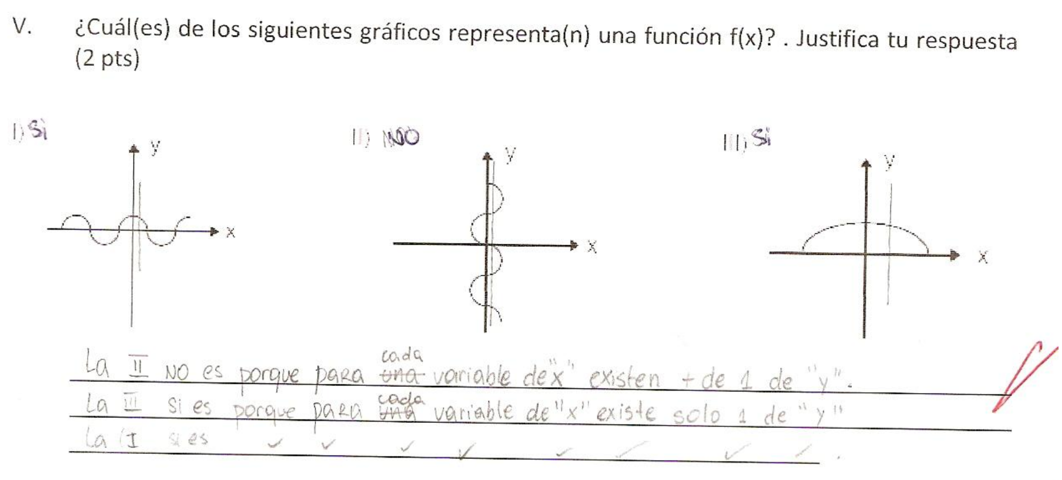
V. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa(n) una función f(x)? Justifica tu respuesta

Objetivo: Los alumnos reconocen una funciones a través de su forma grafica.

Este ítem fue aprobado por 32 alumnos equivalente a un 84%, siendo reprobado por 6 alumnos, equivalente a un 16%.

En este ítem se espera que los alumnos reconozcan funciones a través de la observación de graficas, justificando su elección.

En la imagen podemos observar, que al momento de seleccionar se trazan rectas paralelas al eje de las ordenadas, luego se realiza una adecuada justificación en torna a la respuesta planteada.



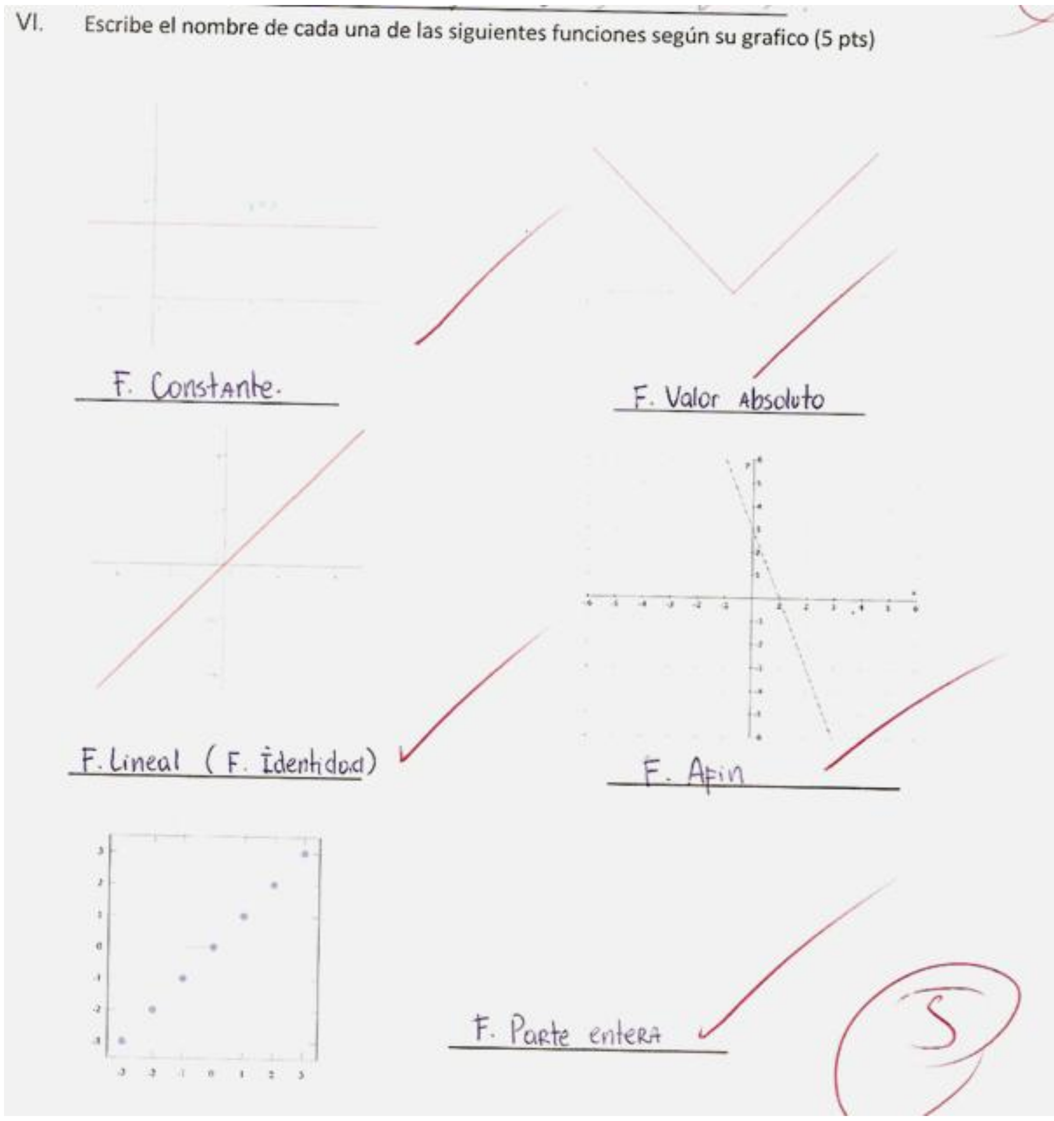
VI. Escribe el nombre de cada una de las siguientes funciones según su grafico

Objetivo: Los alumnos identifican funciones por medio de su forma grafica.

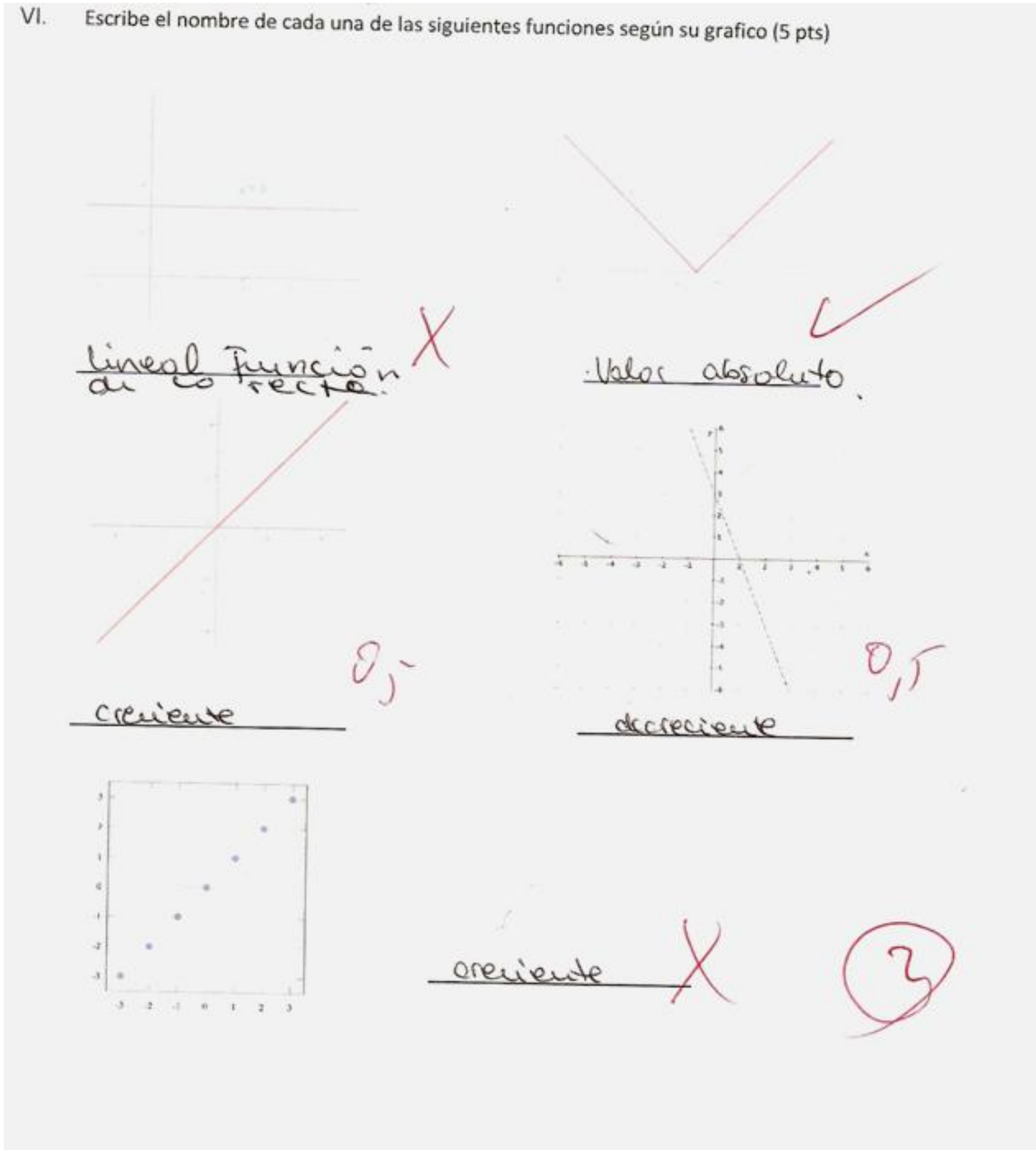
Este ítem fue aprobado por 30 alumnos equivalente a un 79% y reprobado por 8 alumnos equivalente a un 21%

En este ítem se esperaba que los alumnos reconocieran e identificaran por su nombre cada una de las funciones.

En la primera imagen se observa una respuesta correcta.



En la segunda imagen, se reconoce la función constante en forma general como parte de las funciones lineales, olvidando su nombre correcto, mientras que las funciones identidad, afín y parte entera, son reconocidas por su comportamiento, creciente o decreciente, olvidar sus respectivos nombres.



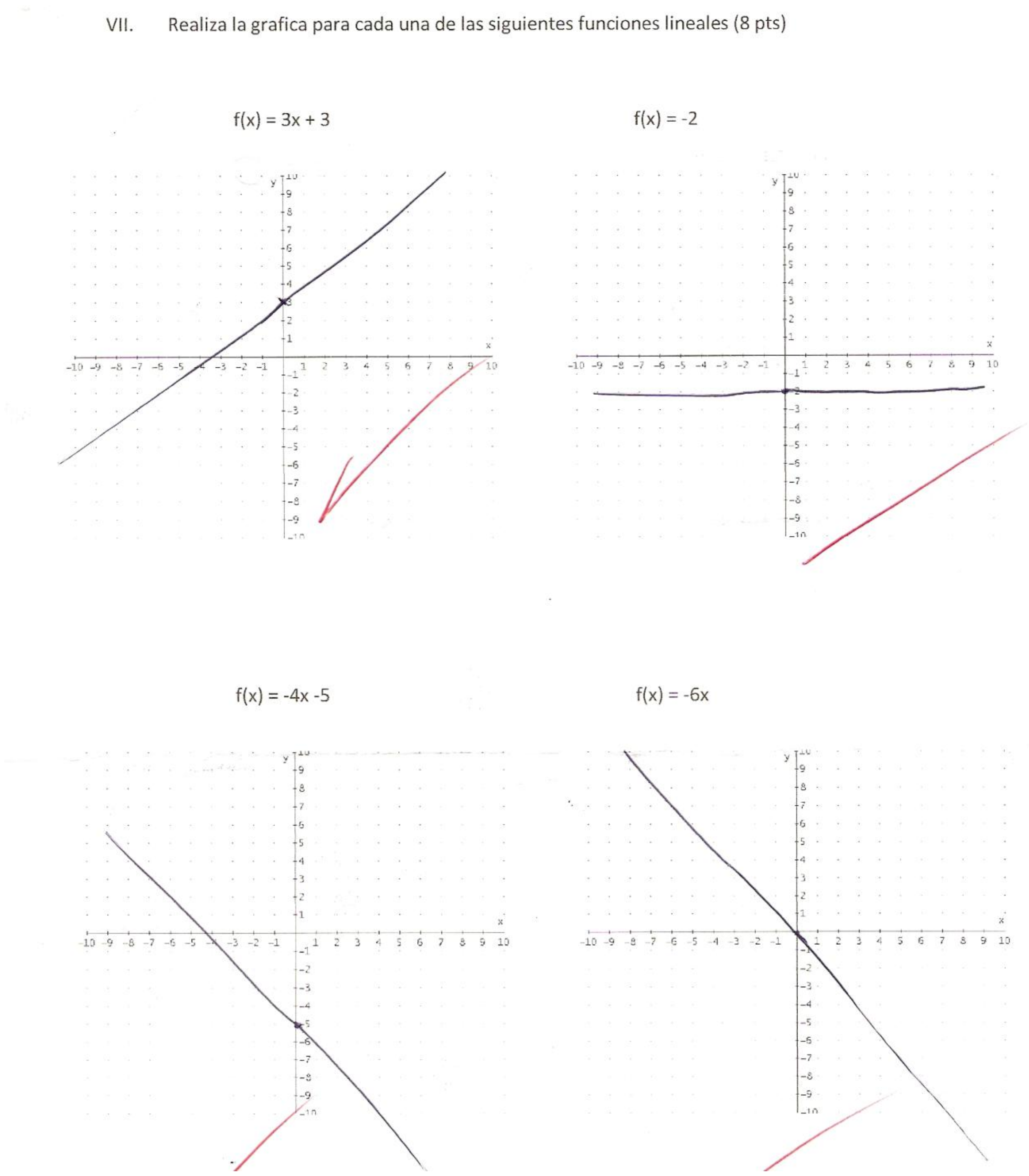
VII. Realiza la grafica para cada una de las siguientes funciones lineales

Objetivo: Los alumnos realizan la grafica de una función lineal interpretando su forma algebraica.

Este ítem fue aprobado por 29 alumnos equivalente a un 76% y reprobado por 9 alumnos equivalente a un 14%.

En este ítem se espera que los alumnos no realicen trabajo algebraico, solo interpretación de la forma algebraica de una función, la realización de una grafica en la cual se destaque el coeficiente de poción y el comportamiento de la pendiente.

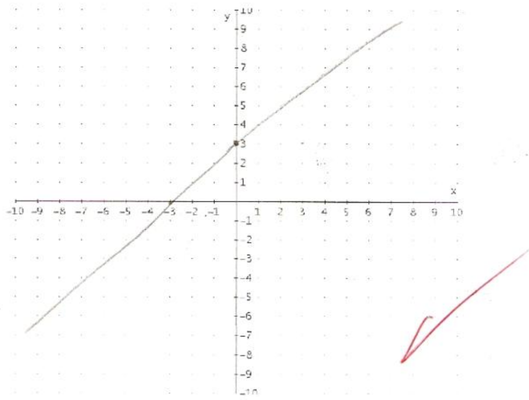
En la primera imagen se puede observar una respuesta correcta



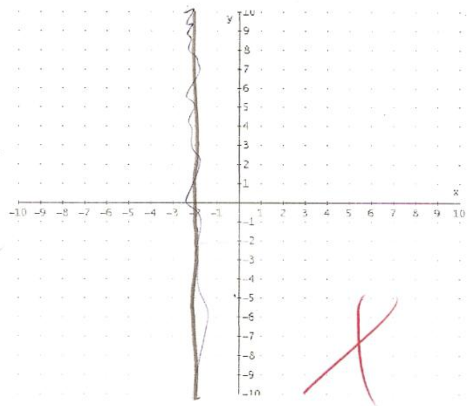
En la segunda y tercera imagen se observa que los alumnos presentan graficas adecuadas para una función afín, pero presentan problemas al momento de graficar funciones en donde su pendiente y coeficiente de posición es igual a cero.

VII. Realiza la grafica para cada una de las siguientes funciones lineales (8 pts)

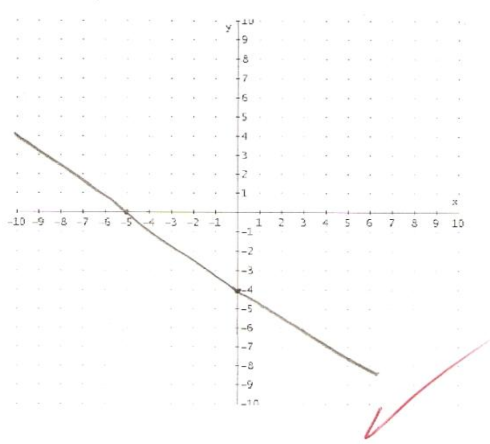
f(x) = 3x + 3



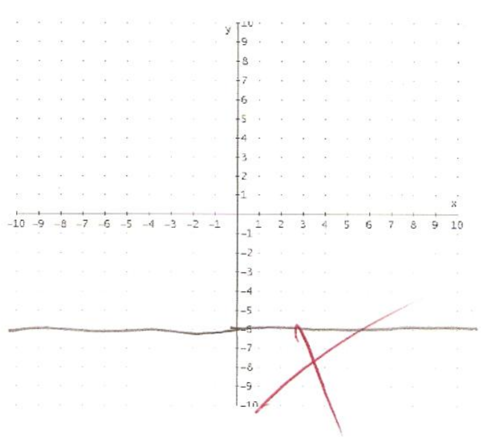
f(x) = -2

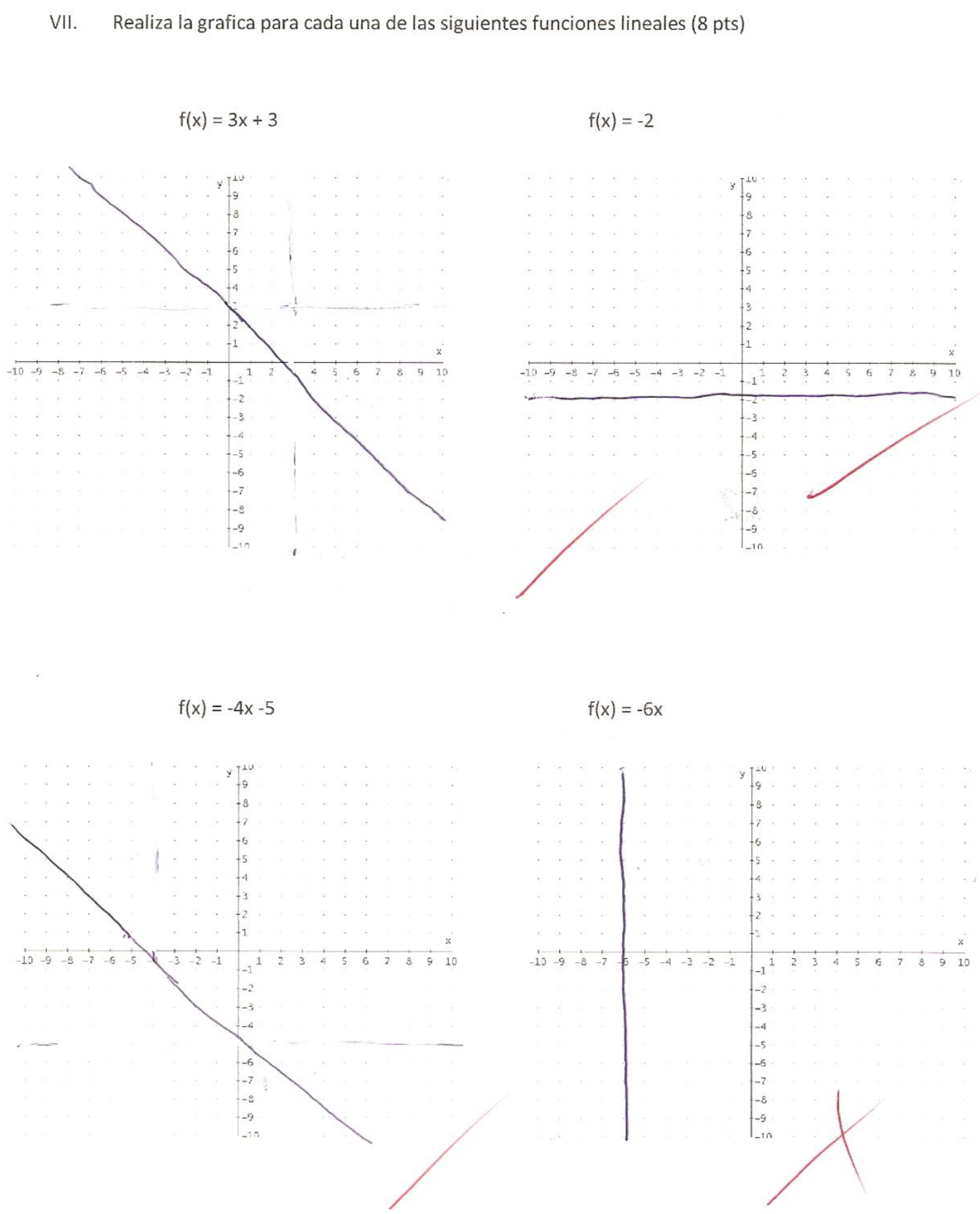


f(x) = -4x -5



f(x) = -6x




VII. Realiza la grafica para cada una de las siguientes funciones lineales (8 pts)

f(x) = 3x + 3

f(x) = -2

f(x) = -4x -5

f(x) = -6x

Realizando un resumen general, de un total de 38 alumnos evaluados, cuatro (10,52%) alumnos obtuvieron una calificación insuficiente y los 34 (89,47%) alumnos restantes aprobaron.

A continuación se presenta un cuadro resumen, el cual destaca los resultados obtenidos por los alumnos en forma individual y general.

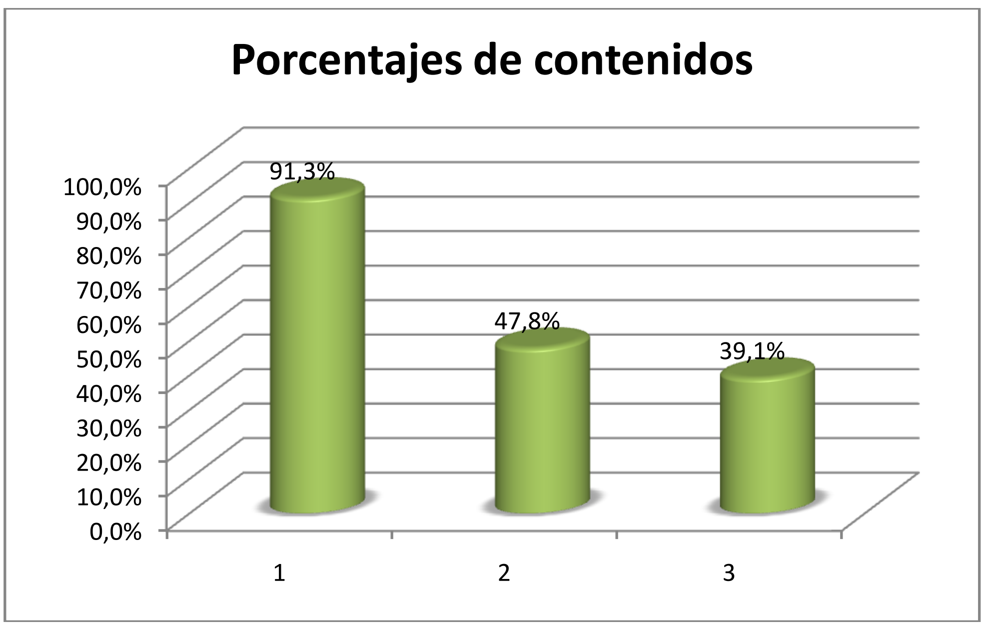
	Nombre del alumno	I (7 pts.)	II (3 pts.)	III (12 pts.)	IV (9 pts.)	V (2 pts.)	VI (5 pts.)	VII (8 pts.)	Total (46 pts.)	Nota
1	Acuña, Xaviera	7	3	1	6	1	2	6	26	4,0
2	Aguilar, Dante	5	2	6	3	1	3	6	26	4,0
3	Arauna, Nicolás	7	3	11	8	2	5	8	44	6,7
4	Barrera, Matías	5	3	10	8	2	4	6	38	5,7
5	Cabello, Miguel Ángel	5	2	10	3	2	3	8	33	4,9
6	Cáceres, Nicolás	5	2	8	6	2	2	1	26	4,0
7	Carreño, Francisca	7	1	5	4	0	3	6	26	4,0
8	Castañeda, Sebastián	6	2	8	2	2	2	4	26	3,7
9	Donoso, Felipe	2	0	4	0	0	0	0	6	2,4
10	Echeverría, Kevin	7	2	10	8	2	3	8	40	6,0
11	Escobar, Alejandro	7	2	8	6	1	4	2	30	4,4
12	Fuentes, Williams	4	1	7	4	2	2	6	26	4,0
13	Gajardo, Jordi	6	1	6	6	2	3	4	28	4,1
14	Gallardo, Rocío	6	3	7	5	2	5	5	33	4,9
15	Gómez, Constanza	6	3	11	7	2	4	6	39	5,9
16	Hernández, Bárbara	7	3	12	9	2	5	8	46	7,0
17	Jerez, Victoria	6	2	8	6	1	4	7	34	5,0
18	Lagos, Michelle	7	3	7	6	1	4	5	33	4,9
19	Loyola, Fernanda	4	3	8	6	2	3	6	32	4,7
20	Martínez, Valeria	7	2	4	6	1	4	4	28	4,1
21	Molina, Mauricio	7	3	10	6	2	4	8	40	6,0
22	Montero, Milenka	4	1	6	2	0	0	6	19	3,4
23	Moraga, Carolina	2	2	7	6	1	3	5	26	4,0
24	Muñoz, Patricia	5	2	8	5	1	3	6	30	4,4
25	Oñate, Leonardo	6	3	8	5	2	2	7	33	4,9
26	Pérez, Esteban	7	2	6	7	1	1	6	30	4,4
27	Pinto, Jairo	4	3	12	8	2	5	6	40	6,0
28	Román, Constanza	7	3	6	6	0	4	6	32	4,7
29	Rosas, Rodrigo	7	2	7	6	2	5	2	31	4,6
30	Rubilar, Carla	5	1	8	8	1	2	6	31	4,6
31	Santis, Pablo	5	1	6	2	0	3	2	19	3,4
32	Soto, Francisca	4	1	4	6	2	4	5	26	4,0
33	Toro, Andrea	5	3	6	6	1	3	3	27	4,0
34	Vargas Durán, Nicolás	7	2	8	7	0	4	7	35	5,2
35	Vargas Ramírez, Carlos	5	2	3	7	1	5	6	29	4,2
36	Vera, Daniela	7	2	8	5	1	3	6	32	4,7
37	Vidal, Camila	7	3	12	9	2	5	8	46	7,0
38	Cisternas Rocío	5	3	12	7	2	4	7	40	6,0
	Puntaje mínimo de aprobación	4	2	7	5	1	3	5	27	
	promedio alumnos	5,65	2,15	7,57	5,71	1,34	3,28	5,47	31,21	
	Porcentaje de aprobación	82%	79%	64%	79%	84%	79%	76%	89%	

IV.4. Análisis de textos de los estudiantes

	Cal y canto 2008 (1)	Mare Nostrum 2002-2003 (2)	Mare Nostrum 2004-2005 (3)
Contenidos previos	1	0	0
Relaciones	0	0	0
Sistema de coordenadas	1	1	1
Distancia entre dos puntos	1	0	0
Punto medio de un segmento	1	0	0
Pendiente	1	1	1
Coef. de posición	1	1	1
Concepto de función	1	1	1
Variables dependientes e independientes	1	0	0
Función escalonada o parte entera	1	0	0
Función valor absoluto	1	1	1
Función lineal	1	1	1
Función a fin	1	1	1
Ecuación de la recta	1	1	1
Ecuación principal de la recta	1	0	0
Ecuación de la recta que pasa por dos puntos	1	1	1
Ecuación punto pendiente	1	0	0

Ecuación general de la recta	1	0	0
Paralelismo y perpendicularidad	1	0	0
Grafica de la función lineal	1	1	1
Ecuación de la recta con ángulo	0	0	0
Aplicación con software matemático	1	0	0
Profundización de los contenidos	1	1	0
Suma	**21**	**11**	**9**
porcentaje contenidos	**91,3%**	**47,8%**	**39,1%**

Lectura tabla:
0: No se encuentra el contenido en el libro
1: Si se encuentra contenido en el libro



Contenidos previos

Cal y canto (2009): En este libro los contenidos previos suelen ser muy básicos, lo cual los lleva a la enseñanza básica y recordar contenidos como ubicar un punto en el plano cartesiano, además de aclarar conceptos claves para iniciar la nueva unidad de función lineal; esto nos permite hacer un diagnostico de lo aprendido previamente por los alumnos.

Mare Nostrum (2002-2003): En este libro no considera los contenidos previos como una base importante para saltar a un nuevo contenido.

Mare Nostrum (2004-2005):

Relaciones:

Cal y canto (2009): En esta ocasión no se considera el tema de relaciones.

Mare Nostrum (2002 - 2003): No se considera el tema.

Mare nostrama (2004-2005): No se considera el tema.

Sistema de coordenadas

Cal y canto (2009): considera como elemento básico el elemento del plano cartesiano y la ubicación de puntos, además utiliza una situación de la vida real como lo es el plano de las calles en una determinada región o comuna, para que los alumnos visualicen su aplicación.

Mare Nostrum (2002-2003): En este libro habla del sistema cartesiano, en cambio no entrega una definición formal y tampoco una imagen del plano cartesiano, pero si invita en una sección a los alumnos a ubicar puntos en el plano.

Mare Nostrum (2004-2005): En este libro habla del sistema cartesiano, en cambio no entrega una definición formal y tampoco una imagen del plano cartesiano, pero si invita en una sección a los alumnos a ubicar puntos en el plano.

Distancia entre dos puntos:

Cal y canto (2009): Ubica dos puntos en el plano cartesiano y deduce la formula de la distancia entre dos puntos a través del teorema de Pitágoras y los presenta gráficamente.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Punto medio de un segmento

Cal y canto (2009): realiza aclaración grafica, contextualizado en la vida cotidiana, luego formaliza de forma muy breve.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema de relaciones.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema de relaciones.

Pendiente

Cal y canto (2009): realiza aclaración grafica de variaciones de pendiente inicialmente, considerando una función creciente, decreciente y monótona.

Mare Nostrum (2002-2003): Define pendiente y la relaciona con la constante de proporcionalidad, existen gráficos con pendiente creciente y decreciente, en cambio no realiza el análisis correspondiente a rectas parar lelas y perpendiculares y que pasa con su pendiente.

Mare Nostrum (2004-2005) :): Define pendiente y la relaciona con la constante de proporcionalidad, existen gráficos con pendiente creciente y decreciente, en cambio no realiza el análisis correspondiente a rectas parar lelas y perpendiculares y que pasa con su pendiente.

Coeficiente de Posición

Cal y canto (2009):

Mare Nostrum (2002-2003): podemos observar que se utiliza el concepto pero no se define como tal.

Mare Nostrum (2004-2005): podemos observar que se utiliza el concepto pero no se define.

Concepto de función

Cal y canto (2009): El concepto de función lo introduce mediante la noción de variable y a través de una problemática, entrega la información grafica y algebraicamente, en cambio no define el concepto de función, no logra formalizar dicho concepto y se queda más en la situación de un problema cotidiano.

Mare Nostrum (2002-2003): explica que es una función, a pesar de no tener una definición formal de esta, lo hace mediante una fórmula, destaca que tiene interpretaciones en tablas, gráficamente y formulas, pero solamente presenta tablas y gráficos; además habla también de elementos de la función como lo son el domino y recorrido, sin realizar una formalización de estos.

Mare Nostrum (2004-2005): explica que es una función pero no en mayor profundidad.

Variables dependientes e independientes

Cal y canto (2009): toca el concepto de variables dependientes e independientes, en cambio no realiza una definición de dichos conceptos.

Mare Nostrum (2002-2003): a través de un ejemplo de la vida cotidiana define los conceptos y entrega una breve definición.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Función escalonada o parte entera

Cal y canto (2009): inicialmente entrega una problemática cotidiana, luego formaliza y entrega una definición de la función, además de mostrarla algebraica y gráficamente.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Función valor absoluto

Cal y canto (2009): parte de una problemática cotidiana la cual se encuentra relacionada con el concepto de distancia, la cual la presenta en la recta numérica, define valor absoluto y se encuentra graficada en el plano cartesiano.

Mare Nostrum (2002-2003): parte una problemática cotidiana, no consideran el concepto de distancia gráficamente, grafica la función en el plano cartesiano.

Mare Nostrum (2004-2005): inicia con un problema, pero no considera la grafica de la función.

Función lineal y función a fin

Cal y canto (2009): trabaja en forma conjunta la función lineal como la función a fin, parte planteando una problemática de la vida diaria, lo cual lo tabula y luego grafica en el plano cartesiano, finalmente concretiza aclarando que tipo de funciones se trabajo y su forma.

Mare Nostrum (2002-2003): realiza la relación con un problema geométrico y luego comienza a relacionar con problema cotidiano, a su vez este problema lo utiliza para ir graficando los puntos y pasar a la grafica en el plano cartesiano. Ve la función a fin en forma separada y en la cual comienza por la teoría y considerándola de la misma forma que la función lineal, pero con un elemento más que es el coeficiente de posición, no lo define, solo lo considera para hacer notar que este elemento permite la movilidad de la recta en el eje de las ordenada.

Mare Nostrum (2004-2005): realiza la relación con un problema geométrico y luego comienza a relacionar con problema cotidiano, a su vez este problema lo utiliza para ir graficando los puntos y pasar a la grafica en el plano cartesiano. Ve la función a fin en forma separada y en la cual comienza por la teoría y considerándola de la misma forma que la función lineal, pero con un elemento más que es el coeficiente de posición, no lo define, solo lo considera para hacer notar que este elemento permite la movilidad de la recta en el eje de las ordenada.

Ecuación de la recta

Cal y canto (2009): presenta la ecuación de la recta en sus dos formas, como ecuación principal y ecuación general

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Ecuación principal de la recta

Cal y canto (2009): inicialmente presenta la ecuación principal de la recta, brevemente su relación con la función lineal y función a fin, muestra sus gráficos, luego tabula los datos entregados y utilizados en los gráficos, luego invita a los alumnos a ver qué ocurre con la expresión de las distintas rectas y analicen su variación.

Indica elementos de la ecuación y luego formaliza dichos conceptos indicado su cálculo y función dentro de la ecuación.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos

Cal y canto (2009): a través de un ejemplo introduce el tema, no utiliza inmediatamente la ecuación, si no que permite al estudiante que formule la ecuación de la pendiente y así incorporarlo a la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, además incorpora el concepto de igual pendiente, lo que permite al alumno hacer un análisis de la situación más allá de la formula y la parte algebraica y no sea mecánico su resolución.

Mare Nostrum (2002-2003): se presenta a través de un ejemplo, y se mencionan como parte de una recta, pero no se presenta en forma directa.

Mare Nostrum (2004-2005): se presenta a través de un ejemplo, y se mencionan como parte de una recta, pero no se presenta en forma directa.

Ecuación punto pendiente

Cal y canto (2009): Entrega el contenido formalizado y lo explica a través de la formula, finalmente presenta un ejemplo.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Ecuación general de la recta

Cal y canto (2009): Parte indicando la forma principal de la recta y que es lo que ocurre cuando llevamos la ecuación a la forma general, además muestra que formas tienen en este caso la pendiente y el coeficiente de posición y la cual no es la misma cuando tenemos la ecuación principal de la recta.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Paralelismo y perpendicularidad

Cal y canto (2009): presenta el paralelismo y perpendicularidad de dos rectas en forma conjunta mostrando la teoría y haciendo hincapié en las propiedades de las pendientes, luego muestra un ejemplo y con posterioridad invita al alumno a realizar un par de ejercicios

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Gráfica de la función lineal

Cal y canto (2009): En cada uno de los puntos analizados anteriormente se va presentando la grafica de la función lineal y en todas sus formas y sus características.

Mare Nostrum (2002-2003): se presenta por medio de ejemplos, realizando una comparación entre la función lineal y afín.

Mare Nostrum (2004-2005): se presenta por medio de ejemplos

Ecuación de la recta con ángulo

Cal y canto (2009): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Aplicación con software matemático

Cal y canto (2009): En este punto se desea llevar al alumno a investigar y ponga en práctica todo lo aprendido a través de un elemento graficador, el cual es indicado, y además incluye la dirección de la pagina web de donde los alumnos la pueden encontrar.

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema.

Profundización de los contenidos

Cal y canto (2009):

Mare Nostrum (2002-2003): No se considera el tema.

Mare Nostrum (2004-2005): No se considera el tema

Objeto institucional

Cal y canto (2009): una vez visto una cantidad de contenidos realiza síntesis

Al final de cada unidad invita al alumno a ejercitar lo antes visto.

Cada sección propone objetivos

Mare Nostrum (2002-2003): se puede observar que no posee ni se mencionan conocimientos previos, si se realiza un breve acercamiento por medio de una problemática, se destacan una serie de ejercicios resueltos y propuestos que persiguen el fortalecimiento de los conceptos mencionados, pose muy brevemente un resumen de la unidad y tres ejercicios de autoevaluación.

Mare Nostrum (2004-2005): El libro corresponde a una copia del libro del año anterior, no presenta avances ni superación en el contenido

Del análisis de texto de los estudiantes entregados por el MINEDUC se pudo observar, que en la ediciones de la editorial Mare Nostrum de los años (2002-2003) y (2004-2005), no cumplían con la secuencia de contenidos propuesta por el plan de estudios, además no cumplían con las sugerencias metodológicas, en cambio en el texto de Cid Figueroa, Eduardo (2006 - 2007), Matemática segundo medio, se pudo observar una gran avance en la metodología y el cumplimiento de contenidos, además de su coherencia con la guía para el profesor, también se puede destacar la metodología utilizada en el libro la cual permite contextualizar los contenidos.

IV.5. Análisis Guía para el Profesor

	Cal y canto 2008
Aprendizajes esperados	✓
Contenidos	
Tiempo sugerido	✓
Relación con contenidos previos	✓
Tratamiento y orden del capitulo	✓
Mapa conceptual del capitulo	✓
Comentarios respecto de los contenidos y actividades	✓
Errores frecuentes	✓
Actividades de refuerzo	✓
Indicaciones al docente	✓
Actividades de profundización	✓
Actividades complementarias	✓
Propuesta de actualización de conocimientos para el docente	✓
Otras actividades para evaluación	✓
Referencias bibliográficas	✓
Actividad introductoria	X

Observaciones generales

Cal y canto (2009): El libro del profesor tiene al igual que el libro de los alumnos los aprendizajes esperados y los contenidos mínimos de la unidad.

Se presenta un mapa conceptual con la relación de contenidos según los distintos niveles (de octavo a tercero medio)

Se realiza un paralelo en el tratamiento de la información entre, el libro y los contenidos mínimos obligatorios.

Se presenta un nuevo mapa conceptual, esta vez con los contenidos del capítulo.

Se realizan una serie de comentarios respecto de los contenidos y las actividades relacionadas con la unidad. Entre estos se presentan algunas actividades que permitan fortalecer los OFT.

Se presenta una tabla con errores frecuentes que se producen en esta unidad, esta tabla costa de una columna dedicada al contenido, el posible déficit y sugerencias metodológicas.

Presenta actividades de reforzamiento y de profundización de actividades, las cuales son muy similares a las que se presentan en el libro del estudiante. En este apartado se agregan algunas indicaciones para el docente relacionadas con dichas actividades.

Por último se entregan algunos link que permitan apoyar la labor del profesor, cabe destacar que algunos de estos link están sin funcionamiento.

El texto Guía para el profesor de Cid Figueroa, Eduardo (2009), Matemática segundo medio, cumple con los planes y programas y contiene las sugerencia metodologías propuestas por el MINEDUC, en cambio, esta solamente concentrada en las sugerencias metodologías en forma muy general para los profesores, la cuales en algunas ocasiones pueden llegar a ser ambiguas, al profesor no se le entrega una propuesta, si no solamente se le entrega un amplio esbozo de cómo llevar los contenidos al aula.

IV.6. Análisis de las Entrevistas

Los alumnos en general mostraron sentirse cómodos y satisfechos en su actuación en el transcurso de la unidad, demostraron que hubo mayor interés por la unidad por la forma en la cual esta se llevo a cabo y se sintieron más competentes y cómodos en ella.

Los alumnos destacaron la falta de ejercicios y cálculos dentro de la unidad, también destacaron la falta de tiempo que se les asigna a las funciones, la cual fue producida por la interrupción de las clases, ya sea con el aniversario del colegio u otras actividades externas al aula.

La secuencia en general estuvo bien evaluada por los alumnos, por su comodidad y mayor compromiso producto del incentivo producido al inicio de la unidad.

IV.7. Análisis de una clase según trayectorias epistémicas

Distancia y Punto medio entre dos puntos

Clase n°4

I. **Distancia entre dos puntos**

1. El profesor dibuja un plano cartesiano en la pizarra o presenta uno previamente hecho.

   - Trayectoria Lingüístico

2. Luego ubica dos puntos figura1

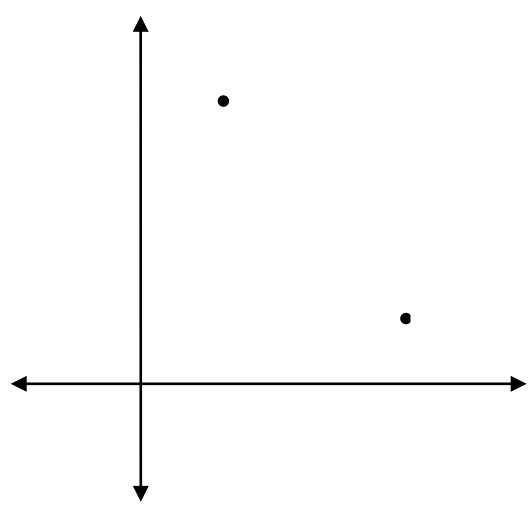


Figura1

- Trayectoria Lingüístico

3. Preguntar ¿Cómo se podrá obtener la distancia que existe entre estos dos puntos?

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Situacional

Se espera que los alumnos concluyan que falta identificar los puntos.

- Trayectoria Actuativo

4. Después de escuchar las respuestas de los alumnos, se identifican dichos puntos en forma general figura 2.

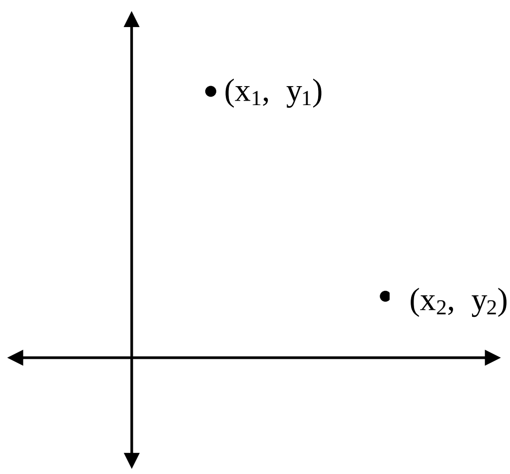


Figura 2.

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Conceptual

5. Se reitera la pregunta ¿Cómo se podrá obtener la distancia que existe entre estos dos puntos?

- Trayectoria Situacional

Se espera que los alumnos logren proyectar los puntos y obtener un triángulo rectángulo figura 3.

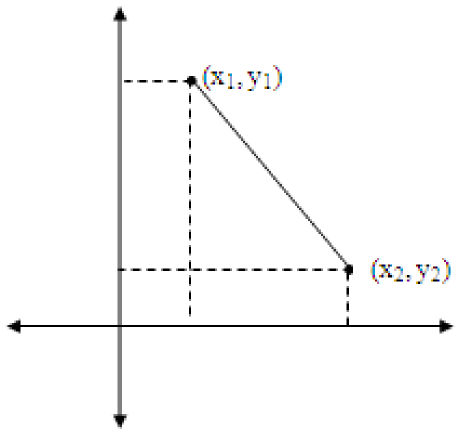


Figura 3

- Trayectoria Actuativo
- Trayectoria Lingüístico

6. Luego se pregunta ¿Cuáles son las medidas de cada cateto?

- Trayectoria Situacional

Se espera que los alumnos respondan que es la diferencia entre las abscisas y las ordenadas figura 4.

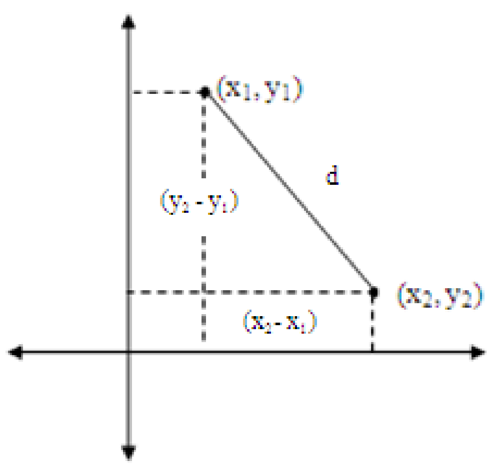


Figura 4

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Conceptual

7. Por último se obtiene la forma (formula) para poder calcular la distancia entre dichos puntos, utilizando el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Figura 5

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Conceptual
- Trayectoria Proposicional

II. Verificación

1. El profesor les pide a sus alumnos que en la hoja en blanco se dibuje un plano cartesiano, siendo cada unidad igual a un centímetro, graduando los respetivos ejes como se observa en la figura 5

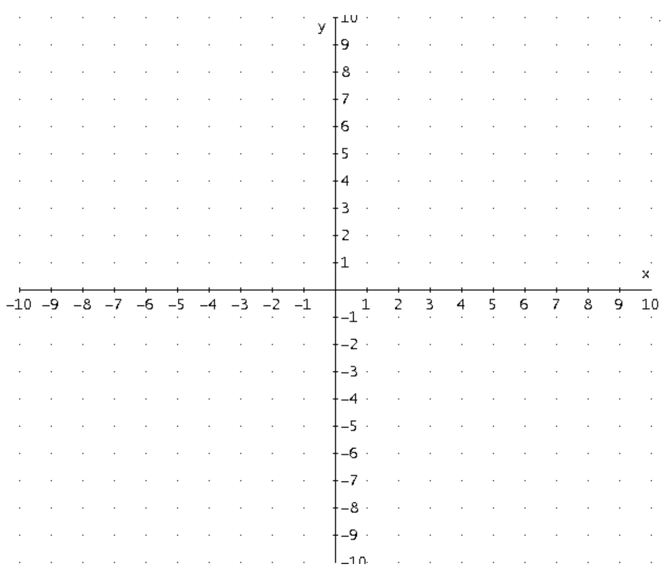
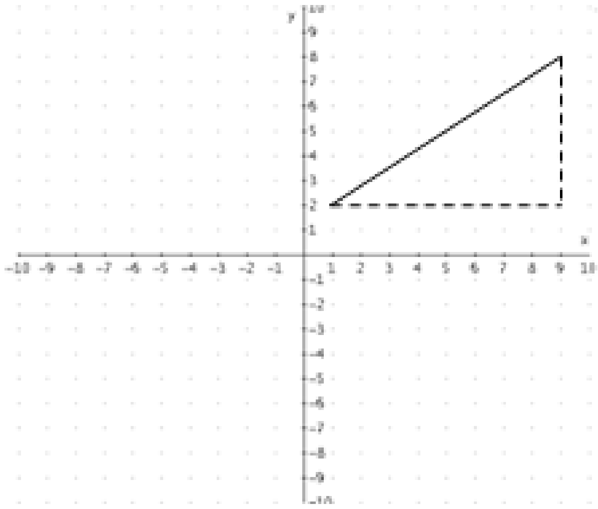


Figura 6

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Actuativo
- Trayectoria Situacional

2. Se les pide que ubique los puntos P1(1, 2) y P2 (9, 8), y que obtengan el valor de la distancia entre dichos puntos figura 7



$$d = \sqrt{(9-1)^2 + (8-2)^2}$$

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$d = \sqrt{64 + 36}$$

$$d = \sqrt{100}$$

$$d = 10$$

Figura 7

- Trayectoria Situacional
- Trayectoria Actuativo
- Trayectoria Lingüístico

3. Los alumnos pueden verificar corroborando las medidas con una regla.

   Se debe recordar que la distancia es una unidad de medida positiva por lo cual el procedimiento anterior es válido para cualquier punto en el plano.

- Trayectoria Proposicional
- Trayectoria Argumentativo
- Trayectoria Actuativo

III. Punto medio

1. El profesor pregunta ¿Cómo creen ustedes se puede obtener el punto medio entre dos puntos, figura 8

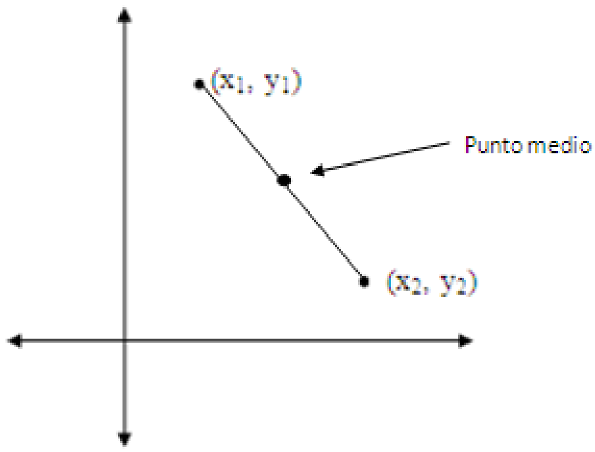
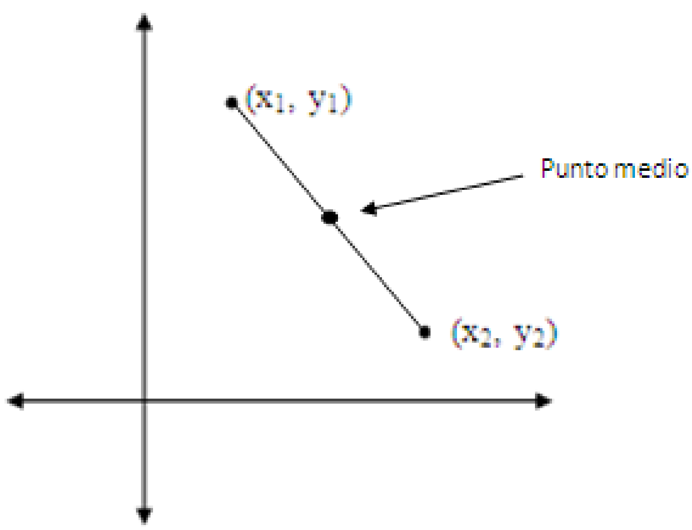


Figura 8

- Trayectoria Situacional
- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Conceptual

2. Se les indica la forma para obtener el punto medio entre dos puntos figura 9



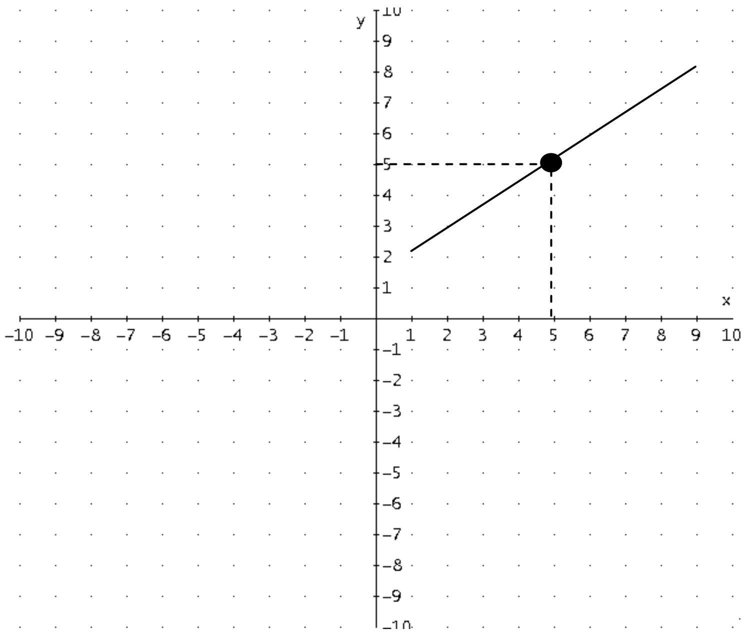
$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Figura 9

- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria proposicional

IV. Verificación

1. Se les pide que encuentren el punto medio entre los puntos utilizados en el problema anterior P1(1, 2) y P2 (9, 8) figura 10



$$M = \left(\frac{1+9}{2}, \frac{2+8}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{10}{2}, \frac{10}{2}\right)$$

$$M = (5,5)$$

Figura 10

- Trayectoria Situacional
- Trayectoria Actuativo
- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Argumentativo

2. Los alumnos verifican calculando la distancia entre un punto y el punto medio: P1(1,2) y M (5,5) figura 11

$$d = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2}$$

$$d = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$d = \sqrt{16+9}$$

$$d = \sqrt{25}$$

$$d = 5$$

Figura 11

Si recordamos la distancia entre los puntos P1 (1, 2) y P2 (9, 8) es igual a 10, por lo cual se puede verificar positivamente la forma como obtener el punto medio

- Trayectoria Situacional
- Trayectoria Actuativo
- Trayectoria Lingüístico
- Trayectoria Argumentativo

CAPITULO V

CONCLUSIONES

Como conclusión a nuestra investigación, iremos analizando y respondiendo las preguntas de investigación que nos planteamos al inicio de esta, en primera instancia consideraremos si los libros entregados por el ministerio de educación, tanto para los estudiantes como para el docente concuerda con la secuencia de contenidos propuesta como contenidos mínimos por el ministerio de educación, lo cual a través del análisis de textos concluimos que efectivamente hay en los libros para el estudiante existen contenidos faltantes y propuestas metodológicas incoherentes con las presentadas por el ministerio de educación, pero esto ocurre en ediciones anteriores de los libros entregados por el MINEDUC, los cuales se suplieron de manera prácticamente completa con la última edición de este libro, por lo que pudimos apreciar un avance significativo en este tema.

En segunda instancia a través de entrevistas con los alumnos y las observaciones realizadas por el investigador en este caso el cual además trabaja en forma continua con los alumnos estudiados, logramos contrastar que los alumnos mostraron una actitud más positiva frente a la unidad y las actividades, se reconocieron así mismos más motivados por las actividades propuestas, calificando de manera efectiva a sus compañeros, su desempeño, las actividades y al investigador, lo cual todo lo relacionaron con el tipo de actividades formuladas, con todo esto se puede concluir que en esta muestra los estudiantes se sintieron más motivados y cómodos con la actividades realizadas, lo cual se traduce en lograr una mayor satisfacción personal por parte de los estudiantes frente a la unidad.

Una vez elaborada la secuencia didáctica fue aplicada en nuestra muestra, la cual reacciono de manera positiva frente a ella, los estudiantes al final del proceso fueron evaluados para poder verificar los logros obtenidos en relación a los objetivos propuestos, en dicho análisis la muestra demostró una buena comprensión de los contenidos, lograban reconocer la ecuación de la recta en su forma general y principal como su trayectoria lingüística y sus gráficos como su trayectoria grafica de manera efectiva y a pesar de identificar errores en las practicas prototípicas, lograban dar fe de manera escrita, que el contenido estaba internalizado, esto lo podemos justificar además producto del análisis de cada una de las evaluaciones y el alto porcentaje de aprobación en correspondiente a la evaluación final el cual en todos los ítem no fue menor al 64%, podemos decir que al menos en esta muestra el objetivo principal del material que corresponde a que los alumnos sean capaces de reconocer de manera efectiva los registros algebraico y grafico como elementos complementarios de la ecuación de la recta esta aprobado en gran porcentaje en esta muestra.

En relación con nuestra última pregunta de investigación: ¿Cuáles son las prácticas prototípicas erradas que explicita un alumno al resolver un campo de problemas correspondientes a la unidad de ecuación de la recta y otras funciones?, en esta investigación y en el análisis de las evaluaciones pudimos verificar la importancia de las practicas prototípicas puestas de manifiesto en el desarrollo de un campo de problemas, en los campos de problemas propuestos por las evaluaciones se pudo verificar que los alumnos cometen errores frecuentes de tipo algebraico, como lo son la operación de números enteros y racionales, problemas con la simplificación y el cálculo de raíces, este punto tiene especial importancia lo cual fue considerado como parte importante de nuestras sugerencias metodológicas, a pesar de que no fue corregido del todo, si se pudo identificar y considerar dentro de nuestro material didáctico para que el docente ponga especial atención y a lo largo del tiempo corregirlo de manera más efectiva, lo cual queda como una importante observación para todos los docentes comprometidos con su labor.

BIBLIOGRAFÍA

1. Godino, J. D. (2003) Teoría de las Funciones Semióticas. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Granada.
2. Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Recherches en Didactique des Mathematiques, 14(3), 325-355.
3. Sampieri, Collado, Lucio (1998) cuarta edición, Metodología de la investigación.
4. Merino C., Belén (2003) Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de Secundaria Tesis Doctoral 2003.
5. Baeza, García, Villena (2005) Santillana, Educación matemática, segundo educación media, texto para estudiantes.
6. Riera lira, Gonzalo (2000), Segundo medio matemática, texto para estudiantes.
7. Cid Figueroa, Eduardo (2006 - 2007), matemática segundo medio, texto para el estudiante.
8. Cid Figueroa, Eduardo (1998), matemática primero medio, texto para el estudiante, Zig - Zag.
9. Mare Nostrum (2002-2003)
10. Mare Nostrum (2004-2005)
11. Cid Figueroa, Eduardo (2009), Matemática segundo medio, Guía didáctica para el profesor.
12. http://www.esdelibro.es/archivos/trabajos07/200700076_estudio_funciones/indxfun.htm
13. María Arias Cabezas, José María Maza Sáez, Ildefonso (2003): Matemáticas B 4, Sevilla, Algaida Editores S.A. (Historia de la función)
14. www.sectormatematica.cl

ANEXOS

ANEXO I

BITACORA DE OBSERVACIONES

BITACORA DE OBSERVACIONES

CLASE A CLASE

En esta Bitácora de observación fue hecha por el investigador clase a clase, plasmando las observaciones y diálogos más relevantes que se hayan producido durante el desarrollo de las clases y la aplicación de la secuencia didáctica.

1. **Clase N°1:Balance diagnostico**

   Miércoles 02 Septiembre.
   8:00 a 9:30

   El profesor saluda a los alumnos e indica que se realizara una prueba, esto genera tensión en los alumnos.

   Alumnos: "*profesor usted no aviso que tendríamos prueba", "es con nota al libro o acumulativa" "que entra"*

   Ante estas interrogantes el profesor les indica que solo se trata de una evaluación diagnostica y da a conocer las razones por la cual se aplicara esta prueba.

   Profesor: *"esta prueba es de carácter diagnóstico, no será calificada, solo se extraerá información que permita fortalecer la presentación de la siguiente unidad"*

   Luego el profesor entrega las pruebas e indica el tiempo con el que cuentan para desarrollar dicha evaluación.

   Mientras se realiza la prueba, los alumnos se observan tranquilos y comprometidos con la evaluación, realizando algunas preguntas de contenido y forma de la prueba. Una vez terminado el tiempo, el profesor retira las pruebas y permite que los alumnos salgan a recreo.

2. **Clase N° 2: corrección balance diagnostico**

Jueves 03 septiembre.
11:30 a 13:00

El profesor saluda a sus alumnos, escribe el objetivo de la clase en la pizarra, dando a conocer las actividades que se realizaran. Explica que durante la clase deberán corregir la prueba realizada en la clase anterior, para esto le pide a los alumnos que formen grupos de cuatro persona y les entrega una prueba en blanco para que estos la respondan en forma grupal.

Profesor:*"trabajaran juntos durante 20 minutos compartiendo sus respuestas y luego responderemos en forma general la prueba"*

Mientras los alumnos trabajan en grupos el profesor prepara la proyección, a la vez atiende consulta de los diversos grupos.

Una vez iniciado el plenario, se realiza la invitación para que los alumnos participen desarrollando ejercicios en la pizarra. Algunas de las respuestas para el ítem 4 son:

Alumnos: "*se multiplica cruzado"" él resultado tiene que ser el mismo" "no recuerdo como se multiplican números decimales"…*

Luego el profesor formaliza los contenidos apoyado por las proyecciones. Se prosigue la corrección de la prueba, revisando las preguntas de proporcionalidad, se repite la temática, los alumnos salen a la pizarra y el profesor formaliza los contenidos.

Al momento de corregir las preguntas de evaluación de términos algebraicos, el alumno pasa a la pizarra pregunta

Alumno: *"¿acá cambio las letras por los números?"*

Profesor: *si*

Alumno: *"¿y qué hago ahora?"* otros replican *"tienes que sumar""no recuerdo como se suman las fracciones".*

Ante esto el profesor termina de presentar el ejercicio.

De esta clase es importante destacar que los alumnos participan activamente de la clase, pero se observan problemas generalizados al momento de resolver ejercicios que involucren operatorias con números racionales y enteros.

3. Clase N° 3: Descarte y el plano cartesiano

Viernes 04 septiembre.
8:00 a 9:30

El profesor saluda a sus alumnos, escribe el objetivo de la clase en la pizarra, dando a conocer las actividades que se realizaran.

Esta clase se inicia con la participación de dos alumnos que realizan una breve exposición, tratando la biografía de descarte y el plano cartesiano. Luego el profesor invita a los alumnos para realizar una actividad en el patio.

El profesor pide a los alumnos se reúnan en la cancha formando un plano cartesiano, en esta actividad se ubican puntos en y son los propios alumnos que orientan a un grupo a localizar dichos puntos.

Una vez realizada la actividad en el patio los alumnos regresan a la sala, comparten la experiencia y trabajan en forma grupal en base a una guía, el profesor invita a los alumnos para que estos compartan sus respuestas.

De esta clase se puede destacar que los alumnos recuerdan que el plano cartesiano, y mantienen una buena disposición frente al trabajo fuera de la sala de clases.

4. Clase N°4:distancia y punto medio entre dos puntos

Miércoles 09 septiembre.
8:00 a 9:30

El profesor saluda al curso y escribe en la pizarra el objetivo de la clase.

Luego pide que los alumnos saquen su hoja de oficio blanco y sus reglas. Les indica que dibujen un plano cartesiano, utilizando un centímetro por unidad. Una vez terminada esta acción por los alumnos dice

Profesor: *"si ubicamos estos dos puntos en el plano. ¿Cómo podremos calcular la distancia entre estos dos puntos?*

Ante esta interrogante los alumnos los alumnos responden por medio de una lluvia de ideas.

Alumnos: *"necesitamos saber los puntos" "dibujemos las otras líneas para obtener un triangulo" "identifíquemelos como*(x_1, y_1) *no podemos llamarlos todos x e y"…*

Ante este tipo de respuesta el profesor guía a sus alumnos crear a dibujar las proyecciones de cada uno de los puntos, obteniendo un triangulo rectángulo. Realiza la siguiente pregunta.

Profesor: *"¿qué tipo de triángulo pueden observar?*

Alumnos: *“es un triángulo rectángulo” “profesor podemos usar Pitágoras” “¿Por qué?” “ese lado es la hipotenusa”…*

Ante estas respuestas el profesor desarrolla el ejercicio, utilizando el teorema de Pitágoras y obteniendo de esta forma la fórmula para poder obtener la distancia entre dos puntos.

Luego el profesor les indica a sus estudiantes que ubique dos puntos en sus respectivos planos, los cuales son P1 (1, 2) y P2 (9, 8) y les pide que obtengan la distancia.

Cuando los alumnos terminan dicha actividad les pide que verifiquen sus resultados obtenidos utilizando la regla, midiendo la distancia que existe entre dichos puntos y que corroboren la igualdad existente entre los valores obtenidos algebraicamente y prácticamente.

Alumnos: *“es la misma medida profesor”*

Luego el profesor plantea una nueva interrogante

Profesor: *“¿Cómo podremos obtener el punto medio entre estos dos puntos”?*

Una vez realizada esta interrogante se realiza una actividad similar a la anterior, permitiendo que los alumnos verifiquen en forma práctica sus resultados.

En esta clase se destaca la oportunidad que se les entrega a los alumnos de verificar en forma práctica y teórica sus resultados.

5. Clase N°5: Plano Cartesiano

Jueves 10 septiembre.
11:30 a 13:00

El profesor saluda a sus alumnos, escribe el objetivo en la pizarra. Luego da las realiza las indicaciones de como se trabajara durante la clase.

En esta clase se produce una interacción menor a nivel general, pero si, los alumnos trabajan en torno a dos guías que les permiten recordar y aplicar los contenidos del plano cartesiano.

Mientras los alumnos realizan dichas actividades el profesor interactúa con cada uno de los grupos clarificando preguntas que se le plantean. Antes de finalizar realiza un breve retro alimentación.

6. **Clase N°6: Plano Cartesiano, Distancia y punto medio entre dos puntos**

Viernes 11 septiembre.
8:00 a 9:30

El profesor saluda a sus alumnos y escribe el objetivo de la clase.

Luego le pide que formen grupos y desarrollen una guía, indicando que esta actividad tendrá una duración aproximada d4e 40 minutos.

Una vez formados los grupos el profesor supervisa el trabajo compartiendo con todos los grupos. Se realiza una breve puesta en común y se pide que se ubiquen en filas para poder desarrollar un control, el cual, tendrá una duración de 40 minutos.

Luego el profesor entrega los controles, para que los alumnos trabajen en ellos.

Antes de finalizar la clase el profesor retira los controles y da a conocer las respuestas correctas.

7. **Clase N° 7: Gráficos**

Miércoles 16 septiembre.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase.

Luego les pide que formen grupos de cuatro personas y que trabajen guía "efectos del cigarrillo", los alumnos forman grupos y trabajan las preguntas que aparecen en la actividad 1

Se observa en forma general la sorpresa por el tipo de preguntas que deben contestar.

Alumnos: *"profe esto que tiene que ver con la materia" "si profesor esto no corresponde" "no es clase de lenguaje"*

Profesor: *"realicen la actividad y cuando realicemos el plenario clarificaremos las preguntas"*

Los alumnos realizan la actividad y participan del plenario.

Se les clarifica que dicha actividad se relaciona directamente con los conceptos de variables dependientes e independientes. Se dan a conocer las respuestas de los grupos y se extraen posturas en común.

A continuación se prosigue el trabajo grupal desarrollando la actividad número 2. Por último se realiza un segundo plenario.

Esta clase tiene como propósito principal, trabajar lectura de tablas y poder recopilar información relevante presentada en ellas.

8. Clase N°8: Grafico de una recta

Jueves 17 septiembre.
11:30 a 13:00

El profesor saluda a sus alumnos y escribe el objetivo de la clase.

Entrega guía de trabajo y les pide a sus alumnos que desarrollen actividad 1, otorgando 20 minutos. Entre tanto el profesor atiende consultas que los alumnos realizan.

Luego invita a los alumnos que compartan sus respuestas pasando a la pizarra.

Una vez realizada dicha acción los alumnos prosiguen con la actividad 2. Al momento de realizar la puesta en común los alumnos manifiestan.

Alumnos: *“los datos de las tablas son parecidos a los otros pero los gráficos son distinto” “los otros son solo puntos” “en estos son rectas”*

El profesor responde estas inquietudes formalizando algunos y relacionando algunos conceptos.

De esta clase se destaca que los alumnos pueden completar tablas, extraen información y la representan en su forma grafica, diferenciándolo unos de otros.

Por último es importante destacar que los alumnos se observan más inquietos que otros días, al parecer influye el calor.

9. Clase N°9: Pendiente y coeficiente de posición en una recta.

Miércoles 23 Sep.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo en la sala de clases.

Se proyectan las imágenes y se indica a los alumnos que lean la problemática planteada en la primera proyección.

Alumnos:*”lo importante es que ya tienen dinero reunido y solo se le sumara lo que obtengan en las entradas”*

El profesor destaca las respuestas y continúa con las proyecciones.

Se destacan las siguientes respuestas de los alumnos a medida que realizan las actividades planteadas en las proyecciones.

“la recta crece si el numero que esta con la x es positivo y decrece si es negativo”
“si le sumamos o le restamos un números a la ecuación la recta sube o baja”

“intercepta en el mismo valor, si es positivo arriba y si es negativo abajo”

“Si no se le suma nada pasa por el medio”

Ante esto el profesor formaliza los contenidos indicando que lo observado por ellos depende de la pendiente y el coeficiente de posición”

Antes de finalizar la clase los alumnos preguntan y manifiestan que les gustaría trabajar con más ejercicios.

Alumnos: *“profesor traiga mas ejercicios para que podamos calcular”*

Profesor: *“las próximas clases ejercitaremos, primero reconoceremos algunos conceptos”*

10. Clase N°10: Ecuación de la recta que pasa por dos puntos y ecuación punto pendiente

Jueves 24 Sep.
11:30 a 13:00

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase.

Se presenta una proyección en la cual se observa una recta y se destacan dos puntos de ella.

Profesor: *“en la clase anterior aprendimos que una recta tiene una pendiente, un coeficiente de posición y se escriben y = xm + n”*

“¿Cómo se obtendrá dicha información si solo conocemos dos puntos”?

Para responder dicha interrogante el profesor les escribe la forma como pueden obtener la ecuación de la recta, a través de las proyecciones los alumnos observan cómo se puede reconocer la ecuación de la recta conociendo dos puntos, su pendiente y la ecuación punto pendiente.

Lo fundamental es que los alumnos verifican por medio de las proyecciones la veracidad de su trabajo algebraico.

Luego el profesor entrega una guía, los alumnos trabajan en forma grupal.

De esta clase se destaca que los alumnos trabajan acertadamente al momento de remplazar en cada una de las formulas, pero cometen errores al momento de realizar operatorias con números enteros, racionales y al despejar una ecuación”

11. Clase N° 11: Rectas Paralelas, Perpendiculares y Coincidentes

Viernes 25 Sep.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo

Esta clase tuvo un carácter más expositivo el profesor escribe dos ecuaciones en la pizarra y pregunta

"que tienen en común estas dos ecuaciones"

Alumnos: *"la letra y" "la x" "nada" "que el número que multiplica la x son iguales" "las pendientes son iguales"*

Profesor: *"esa es la respuesta las pendientes son iguales"*

Luego el profesor explica la importancia de la pendiente en el caso de ser iguales, explicando que esto es el reflejo de rectas paralelas
De igual forma se explica las rectas coincidentes y perpendiculares.

Una vez presentados los conceptos los alumnos trabajan en grupo y desarrollan guía de trabajo.

En esta clase es importante destacar que gran parte de los alumnos han olvidado la definición para rectas paralelas y perpendiculares, pero sí reconocen sus imágenes.

12. Clase N° 12: ecuación de la recta

Miércoles 30 Sep.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase

A continuación los alumnos forman grupos de cuatro a cinco personas y desarrollan guía, se les otorga un tiempo de 30 minutos.

Es importante destacar que esta clase se realiza con normalidad los primeros 30 minutos, cuando se inicia el trabajo grupal (control formativo) se presenta el inspector retira 15 alumnos de la sala los cuales tienen una actividad extra programática, esto interfiere directamente en la actividad por lo cual se toma la decisión de omitir la evaluación formativa. Se reorganizan los alumnos se continuar con el trabajo grupal reorganizando la actividad.

Ante esta situación se omite los resultados de esta actividad en la recogida de información. Se imposibilita realizar otra evaluación formativa por no contar con los tiempos necesarios.

13. Clase N°13: Función

Jueves 01 Oct.
11:30 a 13:00

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase.

Para iniciar la clase una alumna realiza una breve exposición sobre las funciones.

Una vez finalizada la presentación el profesor redefine y clarifica conceptos como: función, recorrido, dominio, imagen, pre imagen, entre otros.
Luego el profesor entrega una guía y propone que la lean y la desarrollen en conjunto. De esta actividad es importante destacar algunos comentarios de los alumnos.

"esa es función por que todos los números tienen una sola imagen"

"profesor una imagen puede estar unida a dos pre imágenes"

"cuando uno mira una tabla es más fácil si un numero se repite en las columnas de las x no es función"

"mirando la grafica es más difícil"

"a mí me enseñaron en el otro colegio que tenía que tirar una línea y si tocaba más de una vez no es función"

Es importante destacar que en esta clase los alumnos identifican funciones por medio de diagramas, tablas y gráficos. Resaltando correctamente las componentes de una función.

14. Clase N° 14: Función lineal y afín

Viernes 02 Oct.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase.

Para comenzar esta clase el profesor pregunta

"¿Cómo podemos reconocer la pendiente de una recata? ¿Qué función cumple?

"¿En qué consiste el coeficiente posición?

Terminada las respuestas de los alumnos el profesor realiza una relación entre la ecuación de la recta, la función lineal y afín.

Luego se les entrega una guía de trabajo y los alumnos, en la cual los alumnos realizan las graficas de una serie de funciones planteadas.

Los alumnos pasan a la pizarra y realizan las graficas correspondientes.

En esta clase se esperaba que los alumnos reconozcan las funciones lineales y afín y resuelven problemas los cuales son llevados a su forma grafica, se observa algunos manifiestan dificultad al realizar la relación entre una función lineal y la recta.

15. Clase N° 15: Función parte entera y valor absoluto

Miércoles 07 Oct.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe el objetivo de la clase.

Para iniciar la clase el profesor pregunta:

"¿Quién recuerda que es el valor absoluto de un número?"

Alumnos: *"no recuerdo" "¿Qué es eso?" "es cuando todos los números son positivos"...*

El profesor realiza una retroalimentación entorno al valor absoluto de un número, luego realiza la relación con la función valor absoluto.

Para presentar la función parte entera se procede de forma similar.

Luego los alumnos trabajan en forma grupal desarrollando una guía. El profesor supervisa el trabajo de los alumnos y luego comparten la respuesta a nivel general.

16. Clase N° 16: la recta y función lineal

Jueves 08 Oct.
11:30 a 13:00

El profesor saluda, les pide que se ubique en filas para poder realizar la prueba, cambia algunos alumnos de posición y entrega las indicaciones:

"para contestar la prueba tienen una hora, si quieren realizar preguntas levantan la mano y yo iré a sus puestos, y antes de iniciar leeremos la prueba en forma conjunta"

El profesor lee cada pregunta y contesta interrogantes. Una vez finalizada la lectura de la prueba se inicia el tiempo para poder desarrollarla.

Terminado el tiempo el profesor retira las pruebas, permitiendo que los alumnos se retiren a recreo.

17. Clase N° 17: la recta y función lineal

Viernes 09 Oct.
8:00 a 9:30

El profesor saluda y escribe objetivo de la clase.

Esta clase fue de carácter expositivo, el profesor presenta las respuestas de la prueba final de la unidad. Resaltando los aciertos y errores que se cometieron al momento realizar la prueba.

De esta clase se destaca que los alumnos en su mayoría manejan los conceptos de la unidad pero las principales dificultades se presen tan al momento de realizar operatorias con números enteros, racionales y al despejar una ecuación.

Se realiza corrección de la prueba final, aun así se observa problemas de operatorias que afectan las respuestas de los alumnos.

ANEXO II
ENTREVISTA

ENTREVISTAS

Las entrevistas fueron realizadas una vez finalizada la intervención, se desarrollaron con una duración de aproximada de 10 minutos, las preguntas utilizadas son de tipo abiertas, el objetivo de utilizar este tipo de preguntas es debido a que permite expresar libremente las experiencias e ideas de los entrevistados, las cuales se realizaron en forma individual, el lugar que se utilizado fue la biblioteca del colegio, no se produjeron interrupciones mientras se realizaban las entrevista, lo que permitió un ambiente propicio para el correcto desarrollo de cada una de las entrevistas.

El material utilizado para las entrevistas fueron la preguntas elaboradas previamente y una grabadora, para que la posterior transcripción fuera de manera textual y no se perdiera información o ideas que pueden ser relevantes en el análisis de las entrevistas.

Los estudiantes seleccionados por el investigador de manera específica y producto de ciertas características posteriormente señaladas.

Entrevista N°1

Fecha	21 de octubre 2009
Hora	8:50
Lugar	Biblioteca cra del establecimiento
Nombre del estudiante	Rocío Cisterna
Justificación de la selección	Esta alumna fue seleccionada por incorporarse al grupo de estudio el mismo día que se inicio la unidad didáctica y en su colegio anterior esta unida ya se encontraba realizada.

1. ¿Cómo se sintió con la materia con respecto al otro colegio?
   Al principio no entendí mucho para donde iba la micro, pero después me di cuenta que materia estábamos viendo, me gusto mas, acá es mejor como me pasaron la materia, fue más entretenido.

2. ¿Qué diferencias puedes establecer entre los dos colegios al momento de ser aplicada la unidad?
   En mi otro colegio lo distinto al momento de enseñar es que se nos daban las formulas y teníamos que aplicarlas y acá uno debe deducir la formula mirando algunos ejemplos, pero después se hacen ejercicios parecidos con ella, allá era como mas ejercicio, mucho calculo.

También acá vimos el efecto del cigarro para saber cuando era independiente y dependiente en el plano cartesiano e igual es como un poco raro ver esas cosas en matemáticas, pero igual entretenido.

3. ¿Consideras que el orden de los contenidos fue el apropiado?

    Yo encuentro que acá no falta nada, porque uno entiende bien como ejercitar la materia.

4. ¿Qué le cambiaria a esta forma de ver la materia?

    No sé, creo que nada, porque igual entendí más cosas, aprendí un poco más, como que ahora entendí de donde venían otras cosas que no cache en el otro colegio.

5. ¿Cómo consideras que fue tu aprendizaje?

    Yo creo que ahora tengo cosas más claras con esta nueva forma de ver la materia, además creo que es más entretenida, no con tanto cálculo.

6. ¿Cómo evaluarías con una nota del 1.0 al 7.0 tu desempeño y el del curso con respecto a esta unidad? Justifique.

    A ver la nota del curso yo creo que como un 5.5, porque igual se vio que todos estaban como entusiasmados en las clases y todos participaban, no sé si serán siempre así en matemáticas, o fue ahora no mas, y yo me evaluaría con un 6,0, porque entendí mas la materia, me gusto ahora la materia.

7. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 las actividades propuestas en la unidad? Justifique.

    (Piensa), un 60, por que estuvieron entretenidas las clases y se entendía mas, además trabajamos arto en grupo y eso igual es bueno.

8. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 el desempeño del profesor solo en esta unidad?

    Un 65, lo hizo bien y fue entretenido, creó buen ambiente para trabajar y todas esas cosas

Entrevista N°2

Fecha	21 de octubre 2009
Hora	9:10
Lugar	Biblioteca cra del establecimiento
Nombre del estudiante	Jordi Gajardo
Justificación de la selección	Este alumno fue seleccionado ser un alumno repitente, lo cual permite una mirada comparativa con el año anterior.

1. ¿Qué diferencias puedes establecer con el año anterior?

    Fue diferente en cuanto al orden de los contenidos, encuentro que fue más ordenado que el año pasado por que vimos punto medio después de la recta y tal vez fue más profundizada a excepción de las funciones ya que el año anterior fue más tiempo.

2. ¿Cómo consideras el orden de los contenidos?

    El orden de este año estuvo mejor, porque el año pasado empezamos al tiro por las formulas y eso igual es fume, porque si uno no se las sabe hasta ahí no mas queda, además ahora se entiende mas la materia de esta manera.

3. ¿Cómo se sintió con la materia con respecto al año anterior?

    Mejor, aprendí mas ahora no se, era mas entrete y se entiende más las cosas que no sea de una formula y listo.

4. ¿Cómo crees que fue tu aprendizaje?

    Quizás profundice más, ya que tenía el conocimiento del año anterior, pero la materia ahora como que la cache mas y la puedo poner en práctica ahora, eso es entretenido.

5. ¿Qué le cambiaria a esta nueva forma de ver la materia?

    No, nada, no le cambiaria nada, ah bueno a lo mejor le cambiaria un poco que el año pasado vimos mas funciones, parece que ahora no tuvimos tanto tiempo para ver más profundo las funciones.

6. ¿Cómo evaluarías con una nota del 1.0 al 7.0 tu desempeño y el del curso con respecto a esta unidad? Justifique.

    El desempeño del curso… (Piensa) igual es difícil, pero le pondría un 50 y el mío un 55.

¿Por qué?

(Piensa)… por que el curso igual participamos arto y como que era la única clase en que nos portábamos tan bien, y eso a veces es raro, n se como que algo paso y todo funcionaba mejor en estas clases, yo creo y a mí me fue mejor.

7. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 las actividades propuestas en la unidad? Justifique.

   Un 70, obvio, no estaban más buenas, fue más entretenido todo ahora cuando vi esta materia, todo lo entendí mejor con todas las cosas que hicimos, además todo era distinto, las maneras de hacer los ejercicios y como aprenderlos, no hubieron unas clases que estuvieron muy buenas como esa en que salimos al patio, esa fue muy buena, o también cuando jugábamos a las batallas navales creo que se llamaba o guerras navales, no sé, algo así.

8. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 el desempeño del profesor solo en esta unidad?

   Yo cacho que con un 70, por que hizo todo distinto a otras veces y fue mejor y creo que se notó.

Entrevista N°3

Fecha	22 de octubre 2009
Hora	9:00
Lugar	Biblioteca cra del establecimiento
Nombre del estudiante	Barbará Hernández
Justificación de la selección	Esta alumna fue seleccionada por lograr una de las mejores notas.

1. ¿Consideras que el orden de los contenidos fue el apropiado?
   Yo creo que la materia se paso rápida y fácil, por lo menos para mí, ya que la mayoría era ecuaciones y era una cuestión de poner atención y aplicar

2. ¿Qué críticas puedes realizar?
   Quizás faltaron un par de ejercicios de aplicación con enunciado.

3. ¿Cómo se sintió con esta materia?
   Bien, no tuve ningún problema con la materia, al principio era muy entretenido, era como ir jugando, que era entretenido

4. ¿Cómo considera que fue su aprendizaje?
   Yo creo que la nota igual refleja mi aprendizaje, me fue bien y pude tener una buena nota, que es lo mejor, aun que a veces dicen que las notas no reflejan lo que uno sabe, pero yo creo que ahora si, por que aprendí de donde venían algunas cosas y todo eso.

5. ¿Cómo evaluarías con una nota del 1.0 al 7.0 tu desempeño y el del curso con respecto a esta unidad? Justifique.
   A mí un 65, porque me fue re bien, y al curso con un 60, por que la mayoría entendió todo y se portaban mejor.

6. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 las actividades propuestas en la unidad? Justifique.
   (Piensa)… con un 70, hubieron actividades re buenas, que me gustaron, fueron como mas interactivas

7. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 el desempeño del profesor solo en esta unidad?
   Al profe con un 60, estuvo mejor que en otras materias.

Entrevista N°4

Fecha	22 de octubre 2009
Hora	10:00
Lugar	Biblioteca cra del establecimiento
Nombre del estudiante	Camila Vidal
Justificación de la selección	Esta alumna se ofreció en forma voluntaria en la participación de la entrevista.

1. ¿Consideras que el orden de los contenidos fue el apropiado?

   Yo creo que la materia fue pasada de una manera muy práctica para que a todos se nos hiciera más fácil, además que las formulas las fuimos sacando con los gráficos y así fue más fácil aprenderlas para poder aplicarlas en los ejercicio.

2. ¿Qué críticas puedes realizar?

   Yo creo que falto mas practicar funciones, bueno que tampoco tuvimos mucho tiempo a lo mejor por la interrupción de las clases, con eso del aniversario, la feria científica y todas esas cosas que tuvimos en el segundo semestre.

3. ¿Cómo se sintió con esta materia?

   Mas cómoda por lo menos que con otras materias, ya que jugamos mas, eso de empezar con los gráficos y todo eso, era más entretenido y se entendí mejor la materia, no creo que a nadie le debería haber ido mal en la prueba, porque fue mas entrete y participamos mas.

4. ¿Cómo considera que fue su aprendizaje?

   Bueno, fue mejor que en otras ocasiones por lo menos.

5. ¿Cómo evaluarías con una nota del 1.0 al 7.0 tu desempeño y el del curso con respecto a esta unidad? Justifique.

   Al curso con un 50 y a mí con un 58, por que a todos nos fue mejor y como que todos entendimos más cosas que en otras materias.

6. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 las actividades propuestas en la unidad? Justifique.

   Con un 70 o a lo mejor con un 65, por que estuvieron re buenas unas actividades, o sea no es que las otras estuvieran malas, si no que hubieron algunas que estuvieron muy entretes como esa que hicimos en el patio, ah… igual que revisar las pruebas nunca lo había hecho.

7. ¿Cómo evaluarías con nota del 1.0 al 7.0 el desempeño del profesor solo en esta unidad?

   Con un 60 por que igual hizo todo más entretenido

ANEXO III

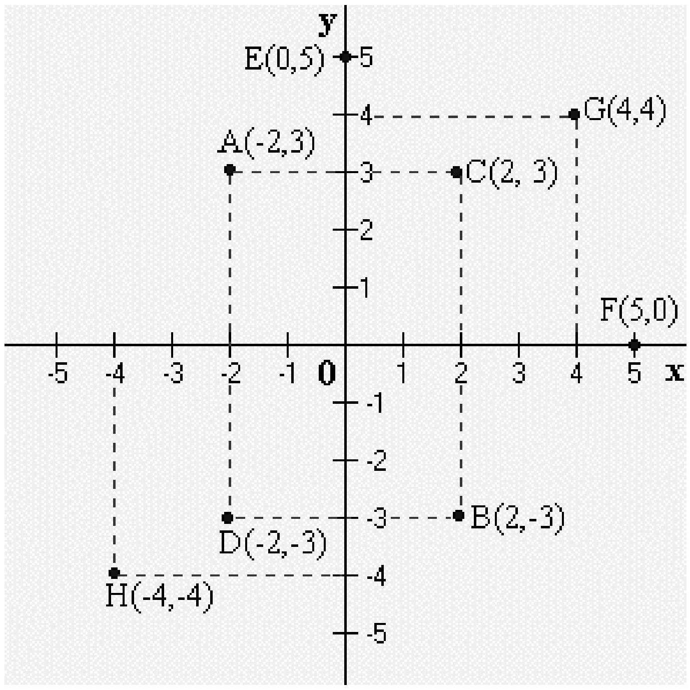
SECUENCIA DIDACTICA

Ejercicio resuelto

1. Ubicar en un plano cartesiano los siguientes puntos:

(-2, 3), (2, -3), (2, 3), (-2, -3), (0, 5), (5, 0), (4, 4), (-4, -4)

Solución:



Para facilitar su referencia, nombramos los puntos:
A (-2, 3), B (2, -3), C (2, 3), D (-2, -3), E (0, 5), F (5, 0), G (4, 4), H (-4, -4)

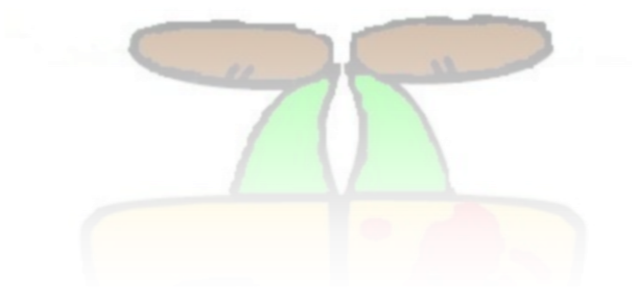
Sugerencias metodológicas:

Utilizar el material entregado de la bibliografía de René Descartes para apoyar la disertación del alumno como introducción de la clase, o en el caso de que el estudiante no cumpla con la tarea hacer de manera natural la introducción utilizando este elemento.

En la actividad en el patio del colegio supervisar que no estén alumnos ajenos al curso que puedan entorpecer el correcto desarrollo de la actividad, además para esta actividad el docente debe desarrolla y llevar distribuida las funciones de acuerdo a las características de los estudiantes, al finalizar esta actividad procurar llevar de regreso a los alumnos de manera los mas ordenados posible para no perder el hilo conductor de la clase y de la actividad posterior.

En la segunda actividad permitir libertad a los alumnos en el desarrollo de esta, pero el docente debe ir supervisando el desarrollo de esta, poner énfasis en la ubicación de los puntos al momento de dar la actividad, para evitar errores frecuentes de los alumnos como lo son confundir los ejes coordenados y al momento de escribir un punto suelen hacerlo con las componentes cruzadas, al finalizar esta actividad destacar la ubicación de números racionales en la recta numérica, para trabajar posteriormente con los componentes de los pares ordenados como fracciones, ya que este tópico suele ser una de las practicas con más errores al momento desarrollar un campo de problemas.

ECUACIÓN DE LA RECTA Y OTRAS FUNCIONES



Natalia Alvarado - Sergio Nahuel

INTRODUCCION

La ecuación de la recta es un tópico muy utilizado en matemáticas, el cual continúa su vigencia en el desarrollo de los planes de estudios, es por esto que es tan importante poner énfasis desde el comienzo de la unidad para no dejar nada inconcluso que después pueda afectar el correcto desempeño de los alumnos en sus futuras practicas.

Es por ello que se ha generado este material para el profesor, lo principal es apoyar al profesor proponiéndole actividades y material a utilizar en el aula que le permita predecir su actuación frente a los alumnos, lo que además le permite crear una mayor destreza al enfrentar posibles situaciones problemas.

TIPO DE MATERIAL

Aquí encontramos un material didáctico correspondiente al profesor, el material consta de las planificaciones de cada clase de la unidad, consta con una evaluación diagnostica en su inicio, posteriormente con las evaluaciones formativas como control de procesos y finalmente una evaluación sumativa, además consta con las actividades propuestas para cada una de las clases y el material propuesto para el profesor, tanto como conocimientos para recordar como sugerencias metodológicas

OBJETIVO DEL MATERIAL

Aportar un material para el profesor y que facilite la comprensión de los alumnos la unidad de ecuación de la recta y otras funciones, correspondientes al nivel NM2, con un especial énfasis en los cambios de registros.

CONCEPTOS BASICOS

Para la mayor comprensión en su lectura al docente le presentamos a continuación un extracto de los conceptos más importantes y utilizados en el desarrollo del material didáctico presentado.

Práctica: se les llama a las actuaciones o expresiones realizadas por las personas para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas.

Institución: está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas.

Los objetos institucionales son los constituyentes del conocimiento objetivo dentro de una institución determinada, por tanto el objeto institucional es un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas.

En cada realización del proceso instruccional se producen una serie de estados posibles y no otra. Es decir, se produce una trayectoria muestral del proceso, que describe la secuencia particular de funciones o componentes que ha tenido lugar a lo largo del tiempo. Distinguiremos seis tipos de procesos y sus correspondientes trayectorias muéstrales:

Trayectoria epistémica, que es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes se van sucediendo en un cierto orden determinado en cada tipo de proceso de instrucción.

Trayectoria docente: distribución de las funciones/tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.

Trayectorias discentes: distribución de las funciones/acciones desempeñadas por los estudiantes, siendo distintas para cada tipo de estudiantes.

Trayectoria mediacional, que representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).

Trayectorias cognitivas: cronogénesis de los significados personales de los estudiantes.

Trayectorias emocionales: distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

La Teoría de las Funciones Semióticas distingue seis categorías de entidades primarias como constituyentes de los sistemas de prácticas: lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos. La trayectoria epistémica es la distribución en el tiempo de estos componentes en un proceso de estudio. Distinguiremos, por tanto, en ella seis estados posibles, según el tipo de entidad que se estudia en cada momento.

E1: Situacional: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.

E2: Actuativo: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.

E3: Lingüístico: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.

E4: Conceptual: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.

E5: Proposicional: se enuncian e interpretan propiedades.

E6: Argumentativo: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas. Estos estados se suceden a lo largo del proceso instruccional relativo a un tema o contenido matemático.

CALENDARIZACIÓN

PROFESOR: Sergio Nahuel Sepúlveda
NIVEL: Segundo Medio
HORAS ESTIMADAS: 34 horas

SECTOR/ESPECIALIDAD: Matemática		**CURSO: A**
CLASE N°	**CONTENIDO/ACTIVIDAD PRINCIPAL**	**OBSERVACIONES**
1	Prueba diagnostica	Los alumnos realizan prueba de diagnostico de Proporciones, plano cartesiano, evaluación de expresiones algebraicas
2	Los alumnos trabajan en grupos y junto al profesor corrigen prueba de diagnostico	Los alumnos realizan una auto evaluación y corrigen sus errores
3	Los alumnos realizan actividad al aire libre, generando un plano cartesiano, e identifican puntos en este.	Los alumnos recuerdan el plano cartesiano
4	Los alumnos deducen la distancia entre dos puntos utilizando el teorema de Pitágoras.	Los alumnos calculan distancia entre dos punto e identifican su punto medio
5	Evaluación formativa, plano cartesiano distancia entre dos puntos y punto medio	Los alumnos aplican sus conocimientos.
6	Los alumnos trabajan guía referente a los efectos de cigarrillo, rescatando e iniciando el manejo en conceptos de variables dependientes e independientes.	Los alumnos descubren tipos de graficas.
7	Los alumnos interpretan diversas tablas de información y luego realizan sus respectivas graficas asociadas	Los alumnos diferencian entre distintos tipos de gráficos.
8	Los alumnos observan diversos tipos de gráficos de una ecuación lineal, analizando el comportamiento de las pendiente y sus respectivos coeficientes de posición	Los alumnos identifican la pendiente y el coeficiente de posición de una recta.
9	Los alumnos encuentran la ecuación de la recta que pasa por dos puntos. O un punto y una pendiente conocida, expresando en forma principal y general.	Loa alumnos calculan la ecuación de la recta.
10	Recta paralelas, perpendiculares y coincidentes.	Los alumnos identifican rectas, paralelas, coincidentes y paralelas.

11	Ecuación de la recta, rectas paralelas, coincidentes, perpendiculares, punto medio y distancia entre dos puntos.	Los alumnos aplican aprendizajes adquiridos
12	Los alumnos trabajan con la definición de función.	Los alumnos identifican una función por medio de diagramas, tablas y graficas.
13	Los alumnos relacionan la recta con una función lineal, identidad y afín	Los alumnos reconocen una función lineal y una función afín
14	Los alumnos relacionan diversas graficas de una recta con las funciones valor absoluto y parte entera.	Los alumnos reconocen y diferencian entre una función valor absoluto y parte entera.
15	Evaluación final ecuación de la recta y función lineal	Los alumnos aplican aprendizajes adquiridos
16	Los alumnos corrigen prueba final de la unidad	Los alumnos reconocen sus aciertos y errores

DISEÑO CLASE Nº1

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos serán capaces de poner de manifiesto sus conocimientos previos. **TIEMPO:** 90 minutos		
ACTIVIDADES CLAVES: Prueba diagnóstica		
CONTENIDOS: Proporciones, plano cartesiano, evaluación de expresiones algebraicas		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor entra a la sala de clases, saluda a los alumnos, les permite tomar asiento en silencio para poder dar las instrucciones de la actividad y objetivos del día. El profesor explica que los objetivos de la clase.	Plumón Pizarra Pruebas
DESARROLLO	El profesor les comenta que el día de hoy hará una prueba diagnóstica en la cual deberán hacer su mejor esfuerzo por resolverla por completo y de buena manera. El profesor indica a los alumnos que la idea de esta prueba es saber cuánto saben ellos del tema de proporciones, para comenzar de buena manera con el siguiente tema. El profesor entrega a cada alumno su respectiva prueba, lee las instrucciones de la prueba y lee la prueba para resolver las respectivas dudas, luego el profesor anota en el pizarrón el tiempo con el cual contaran para resolver y responder la prueba, una vez hecho esto el profesor da inicio a la prueba. Los alumnos desarrollan en forma individual y en silencio la prueba, una vez finalizada los alumnos deben entregar la prueba y tienen la posibilidad de salir de la sala de clases en silencio y para no interrumpir al resto de sus compañeros.	
CIERRE	El profesor a medida que van entregando sus pruebas y saliendo de la sala de clases, les pregunta en voz baja por su rendimiento, les desea suerte y se despide de los alumnos.	

DISEÑO CLASE Nº2

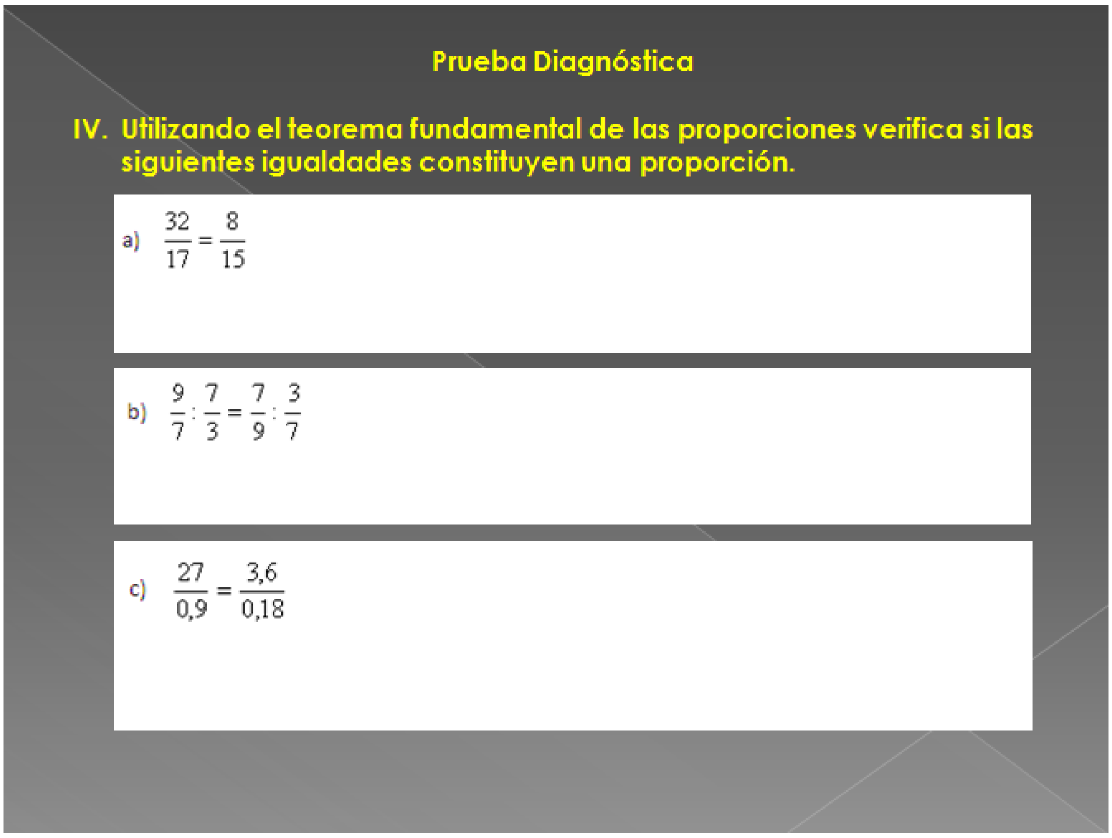
APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos deberán ser capaces de identificar sus aciertos y errores producidos en su evaluación diagnostica. **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Identificar		
ACTIVIDADES CLAVES: Corrección prueba de diagnostico		
CONTENIDOS: Proporcionalidad directa e inversa, plano cartesiano, evaluación de expresiones algebraicas		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor entra a la sala de clases, saluda a los alumnos, les permite tomar asiento en silencio para poder dar las instrucciones de la actividad y objetivos del día. El profesor indica que los objetivos de la clase.	Proyector Computador Pizarra Plumón
DESARROLLO	El profesor explica que en esta ocasión corregirán la prueba realizada la clase anterior, para poder aclarar conceptos que deberían saber, pero los recordaremos en el caso que no lo hagan. El profesor entrega a los alumnos una prueba en blanco, les da un tiempo de 30 minutos para que los alumnos desarrollen en forma autónoma la prueba y puedan recordar dudas que aparecieron durante el desarrollo de esta. Una vez cumplido el tiempo el profesor prende el proyector, en el cual está el power point, para ir corrigiendo la prueba punto por punto. El profesor a medida que va corrigiendo los ejercicios, los resuelve y atiende las dudas de los alumnos. (Considerar las sugerencias metodológicas del material del profesor).	
CIERRE	Una vez terminada la corrección de la prueba el profesor comienza a recordar los contenidos vistos durante la clase, atiende las últimas dudas y da por	

	finalizada la clase, despide a sus alumnos felicitándolos por su participación durante el desarrollo de la clase, además pide a dos alumnos voluntarios para realizar una mini disertación de no más de 10 minutos para la próxima clase y al inicio de esta, la cual será evaluada (la intención de la evaluación es ayudar a alumnos menos aventajados en la asignatura) los temas serán la biografía de de Descartes y el plano cartesiano, uno por alumno, después de esto les permite comenzar con su recreo.	

CORRECCIÓN PRUEBA DE DIAGNOSTICO

Ítem IV. Utilizando el teorema fundamental de las proporciones verifica si las siguientes igualdades constituyen una proporción.

Objetivo: El alumno debe ser capaz de aplicar el teorema fundamental de las proporciones e identificar si la igualdad corresponde a una proporción.



Sugerencias metodológicas:

El profesor utiliza power point, para la corrección de la prueba, los alumnos deben contar con pruebas en blanco para que ellos inicialmente contesten la prueba y posteriormente logren identificar sus errores, que posiblemente sean los mismos que cometieron en el desarrollo de la prueba, esto también lo pueden hacer con las pruebas corregidas, a pesar de que es más conveniente hacerlo con las pruebas en blanco para evitar distracciones y que los alumnos intenten que el profesor solo atienda a sus consultas puntuales.

En la corrección no se utiliza el mismo orden en el cual se desarrollo la prueba y en esta ocasión de debe seguir el orden propuesto en los power point el cual concuerda con un aumento gradual de dificultad.

a) $\frac{32}{17} = \frac{8}{15}$

Respuesta: 480=136

No es proporción

b) $\frac{9}{7} : \frac{7}{3} = \frac{7}{9} : \frac{3}{7}$

Respuesta 729=2401

No es proporción

c) $\frac{27}{0,9} = \frac{3,6}{0,18}$ Respuesta:

4,86=3,24 No es proporción

Sugerencias metodológicas:

La pregunta con mayores errores es la pregunta b) ya que en muchas ocasiones no recuerdan cómo dividir fracciones, poner especial énfasis al momento de su corrección.

El profesor al momento de revisar los ejercicios frente al curso, les debe recordar a los alumnos que para comprender el concepto de proporcionalidad, directa o inversa, debemos comenzar por comprender el concepto de razón, momento en el cual el profesor debe hacer un breve resumen de los conceptos de razón y proporción, los cuales son:

Razón y Proporción Numérica

Razón entre dos números

Siempre que hablemos de Razón entre dos números nos estaremos refiriendo al cociente (el resultado de dividirlos) entre ellos. Entonces:

Razón entre dos números a y b es el cociente entre $\frac{a}{b}$

Por ejemplo, la razón entre 10 y 2 es 5, ya que $\frac{10}{2} = 5$

Y la razón entre los números 0,15 y 0,3 es $\frac{0.15}{0.3} = \frac{1}{2}$

Proporción numérica

Ahora, cuando se nos presentan dos razones para ser comparadas entre sí, para ver cómo se comportan entre ellas, estaremos hablando de una proporción numérica Entonces:

Los números a, b, c y d forman una proporción si la razón entre a y b es la misma que entre c y d.

Es decir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Se lee “a es a b como c es a d”

Los números 2, 5 y 8, 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que la razón entre 8 y 20.

Es decir $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

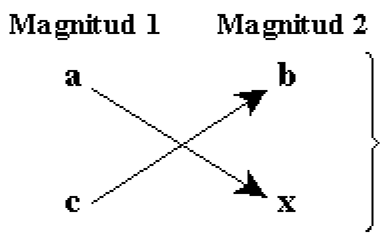
En la proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Hay cuatro términos; a y d se llaman extremos, c y b se llaman medios.

La propiedad fundamental de las proporciones es: en toda proporción, el producto de los extremos es igual al de los medios.

Así, en la proporción anterior $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

Se cumple que el producto de los extremos nos da 2 x 20 = 40 y el producto de los medios nos da 5 x 8 = 40

En general $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ==» a x d = b x c



$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} \Rightarrow \mathbf{x} = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}}{\mathbf{a}}$$

Comprendido el concepto de proporción como una relación entre números o magnitudes, ahora veremos que esa relación puede darse en dos sentidos:

Las dos magnitudes pueden subir o bajar (aumentar o disminuir) o bien si una de las magnitudes sube la otra bajo y viceversa.

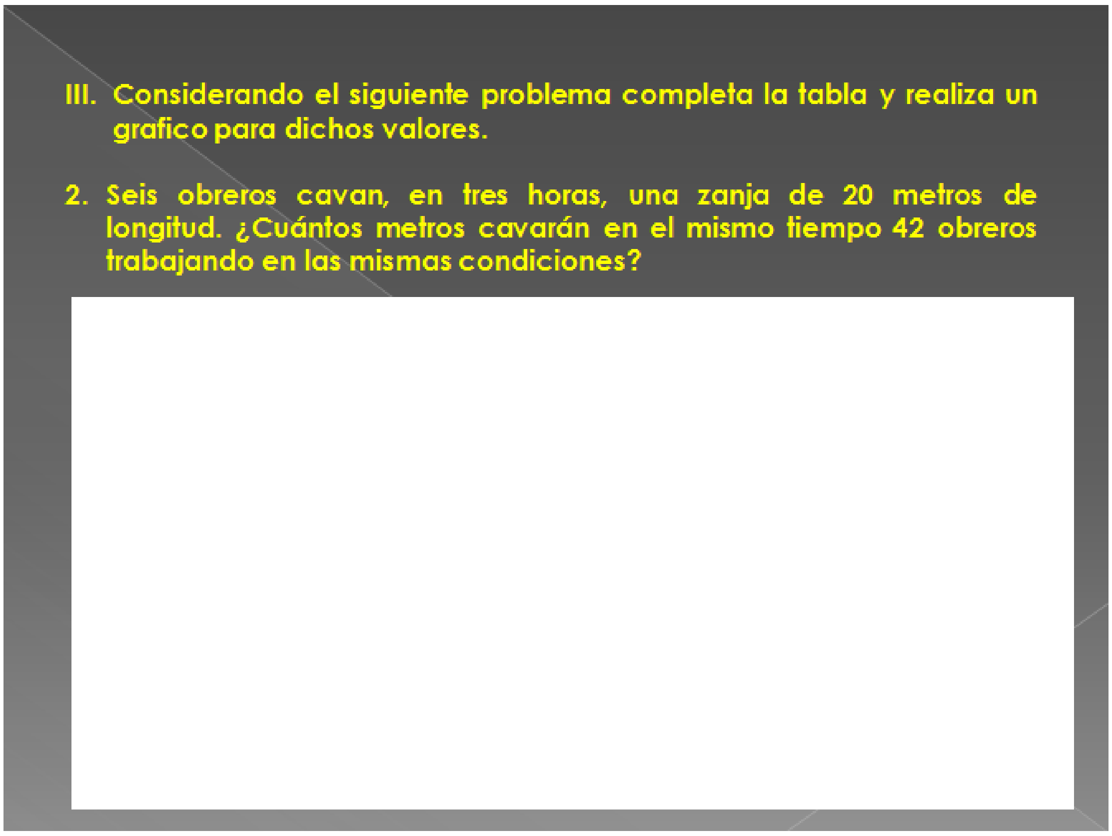
Si ocurre, como en el primer caso, que las dos magnitudes que se comparan o relacionan pueden subir o bajar en igual cantidad, hablaremos de Magnitudes directamente proporcionales.

Si ocurre como en el segundo caso, en que si una magnitud sube la otra baja en la misma cantidad, hablaremos de Magnitudes inversamente proporcionales.

Ítem III. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores

Objetivo: Los alumnos deberán ser capaces de completar la tabla correspondiente al problema y graficar el conjunto de puntos en un sistema cartesiano.

Los alumnos deberán ser capaces de identificar el tipo de proporción y aplicarla en la resolución del problema planteado.

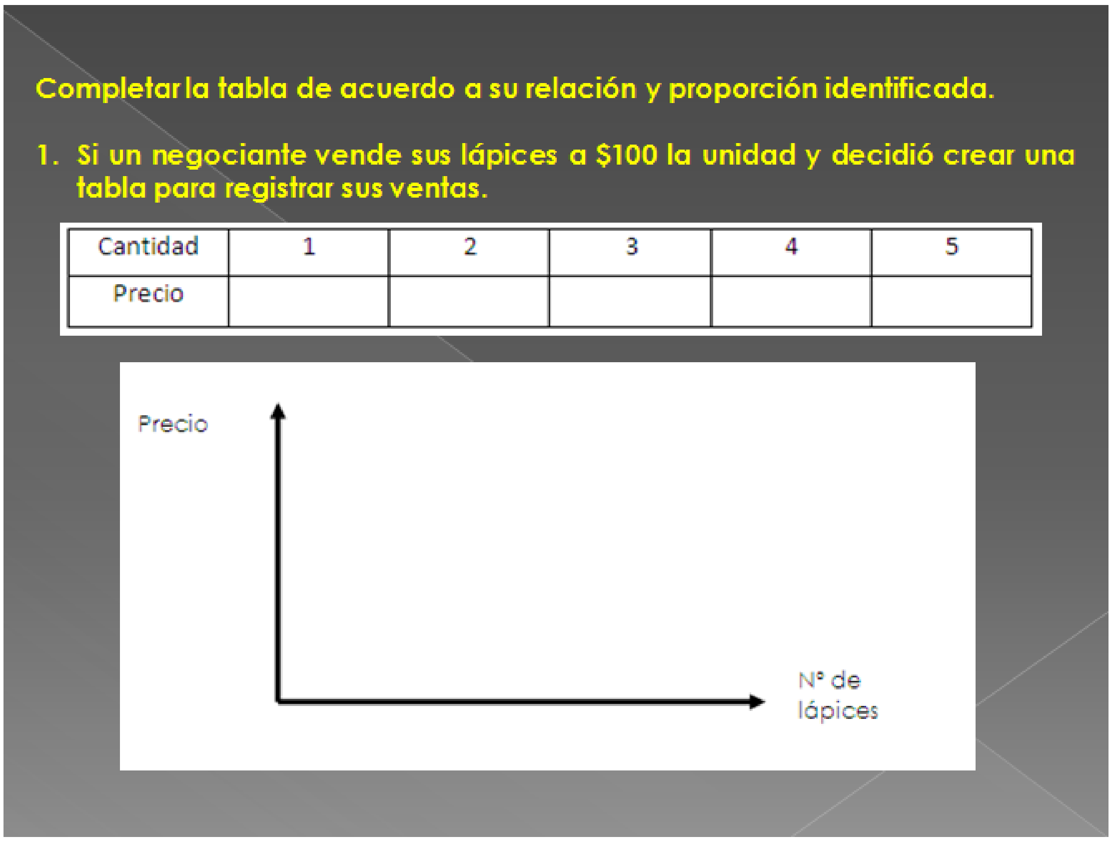


Sugerencias Metodológicas:

El profesor en la corrección de este ejercicio debe tener precaución y poner énfasis en la graduación de los ejes, ya que en ocasiones los alumnos no ubican correctamente las cantidades en forma proporcional en los ejes lo cual permite que su gráfico no sea exactamente el que corresponde.

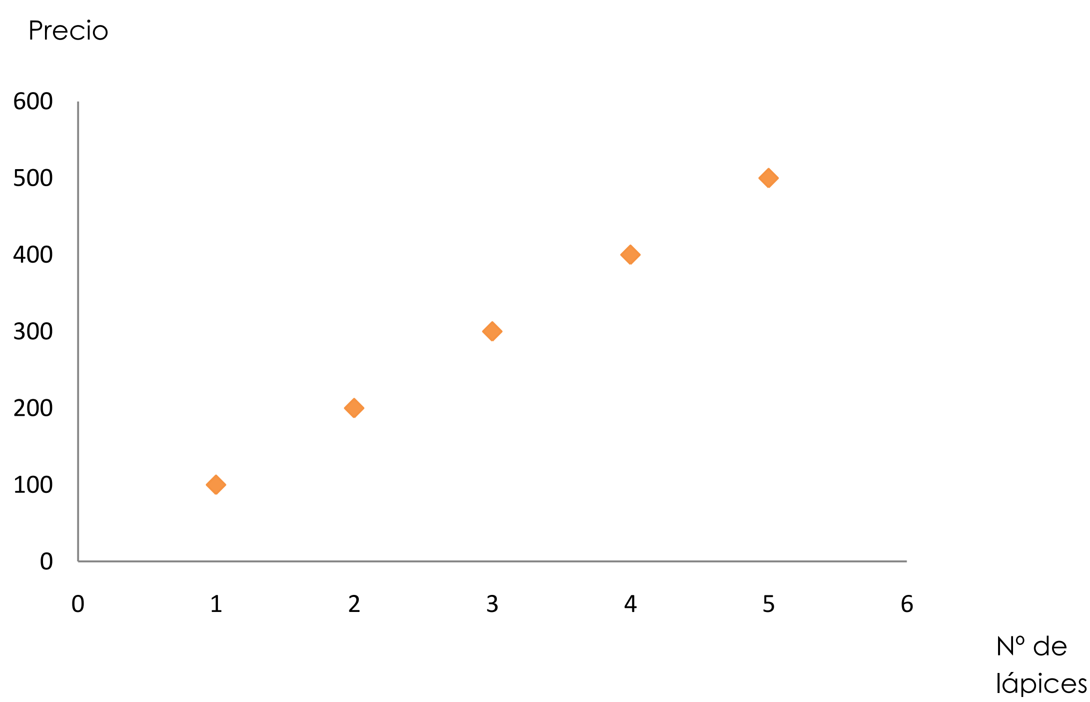
Pregunta N°2. Seis obreros cavan, en tres horas, una zanja de 20 metros de longitud. ¿Cuántos metros cavarán en el mismo tiempo 42 obreros trabajando en las mismas condiciones?

Respuesta: 140 Metros



Pregunta N°1. Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.

Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	100	200	300	400	500



Sugerencias metodológicas:

El docente al momento de corregir esta pregunta debe incitar a los alumnos a identificar el tipo de proporción correspondiente, además les debe dar el espacio a los estudiantes a descubrir la grafica, el docente debe tener mucha precaución con el traspaso de la tabla al grafico, que esto no sea de manera mecánica, si no incitar a los alumnos a reconocer que tipo de proporción se puede reconocer algebraicamente y que ocurre con las variables, además insistir en cómo es su grafica, además de esto el profesor debe recordar los siguientes conceptos referentes a esta pregunta:

Magnitudes directamente proporcionales

Si dos magnitudes son tales que a doble, triple... cantidad de la primera corresponde doble, triple... cantidad de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son directamente proporcionales.

Ejemplo: Un saco de papas pesa 20 kg. ¿Cuánto pesan 2 sacos?

Un cargamento de papas pesa 520 kg ¿Cuántos sacos de 20 kg se podrán hacer?

Número de sacos	1	2	3	...	26	...
Peso en kg	20	40	60	...	520	...

Para pasar de la 1ª fila a la 2ª basta multiplicar por 20

Para pasar de la 2ª fila a la 1ª dividimos por 20

Observa que $\frac{1}{20} = \frac{2}{40} = \frac{3}{60} = \ldots$

Las magnitudes número de sacos y peso en kg son directamente proporcionales.

La constante de proporcionalidad para pasar de número de sacos a kg es 20.

Proporcionalidad Directa

Ejemplo 1: En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

Como en doble cantidad de agua de mar habrá doble cantidad de sal; en triple, triple, etc. Las magnitudes cantidad de agua y cantidad de sal son directamente proporcionales.

Si representamos por x el número de litros que contendrá 5200 gramos de sal, y formamos la siguiente tabla:

Litros de agua	50	x
Gramos de sal	1.300	5.200

Se verifica la proporción: $\frac{50}{1300} = \frac{x}{5200}$

Y como en toda proporción el producto de medios es igual al producto de extremos (en palabras simples, se multiplican los números en forma cruzada) resulta:

50 por 5.200 = 1.300 por x

Es decir $x = \frac{50.5200}{1300} = 200$

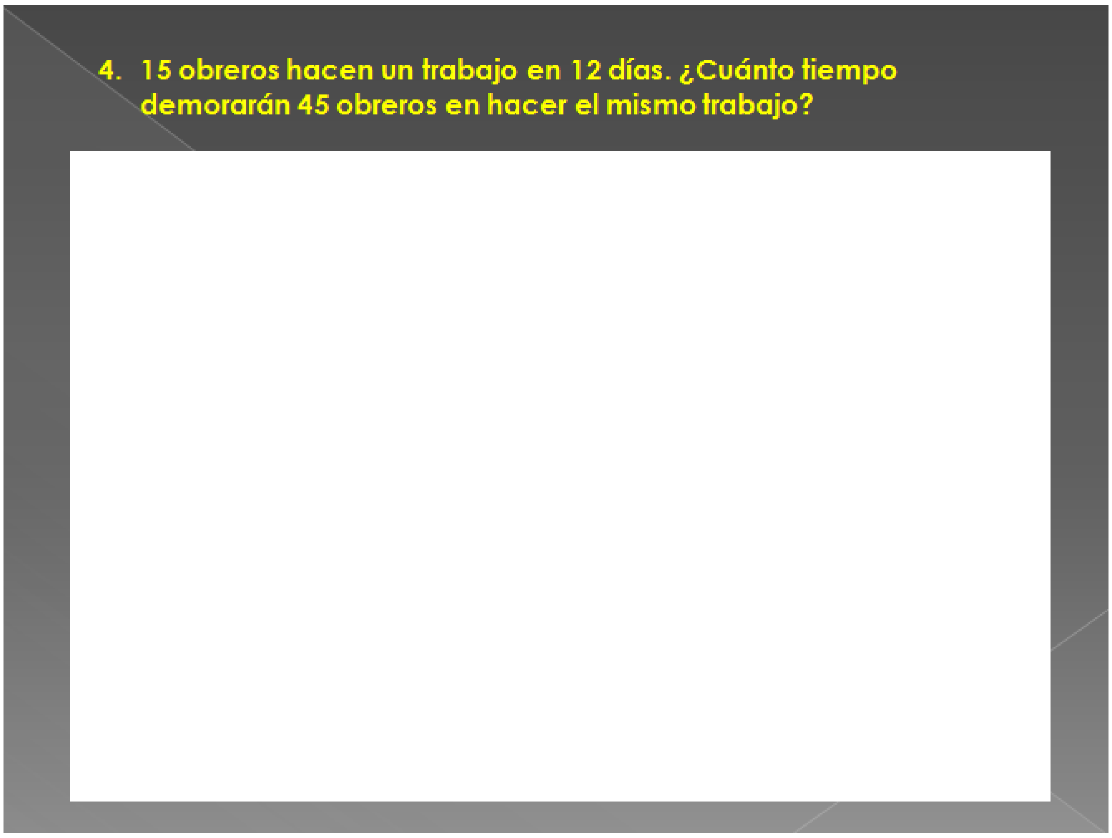
En la práctica esto se suele disponer del siguiente modo:

$$\left.\begin{array}{l} En\ 50\,l\ hay\ 1300\,g\ de\ sal \\ En\ x\,l\ habrá\ 5200\,g\ de\ sal \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 50\,l \_\_\_\_ 1300\,g \\ x\,l \_\_\_\_ 5200\,g \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{50.5200}{1300} = 200$$

Ejemplo 2: Un automóvil gasta 5 litros de bencina cada 100 km. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

$$\left.\begin{array}{l} 5\,l \_\_\_\_ 100\,km \\ 6\,l \_\_\_\_ x\quad km \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{6.100}{5} = 120$$

Luego, con 6 litros el automóvil recorrerá 120 km

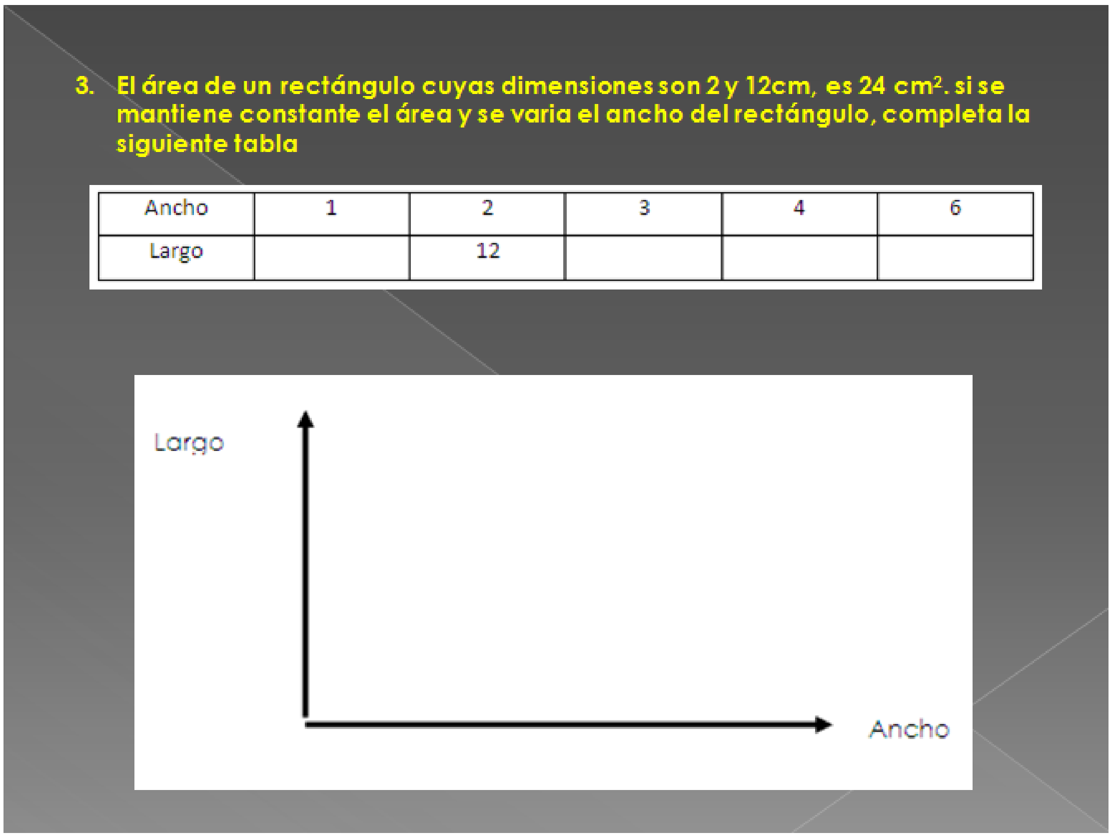


Ítem III. Pregunta Nº 4: 15 obreros hacen un trabajo en 12 días. ¿Cuánto tiempo demorarán 45 obreros en hacer el mismo trabajo?

Respuesta: 4 Días

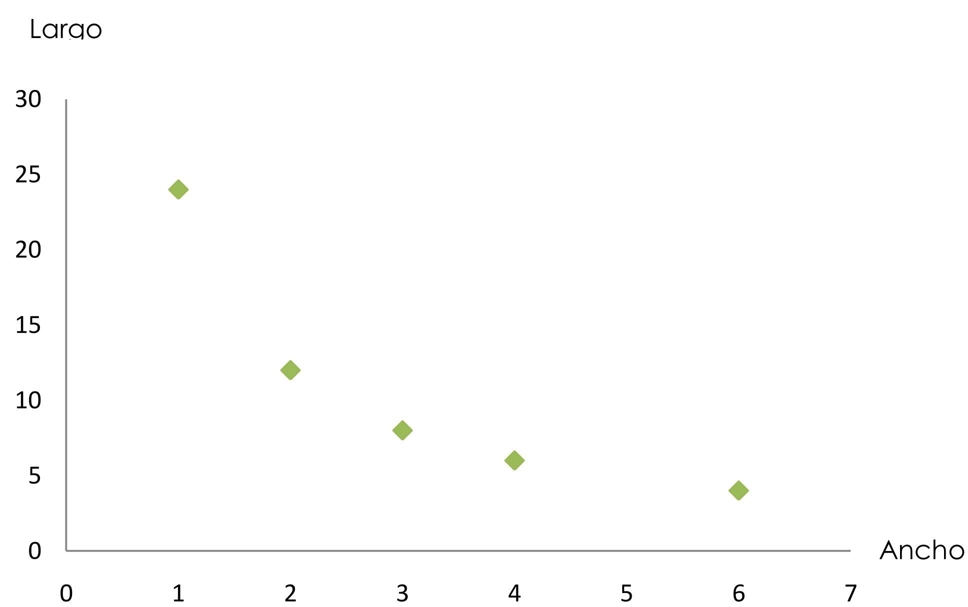
Sugerencias Metodológicas:

Al igual que en la pregunta N°2, el profesor en la corrección de este ejercicio debe tener precaución y poner énfasis en la graduación de los ejes, ya que en ocasiones los alumnos no ubican correctamente las cantidades en forma proporcional en los ejes lo cual permite que su gráfico no sea exactamente el que corresponde, esto ocurre sin distinción del tipo de proporcionalidad.



Ítem III. Pregunta N°3: El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. Si se mantiene constante el área y se varía el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo	24	12	8	6	4



Sugerencias metodológicas:

Al igual que en la pregunta N°1 de este ítem el docente al momento de corregir esta pregunta debe incitar a los alumnos a identificar el tipo de proporción correspondiente, además les debe dar el espacio a los estudiantes a descubrir la grafica, el docente debe tener mucha precaución con el traspaso de la tabla al grafico, que esto no sea de manera mecánica, si no incitar a los alumnos a reconocer que tipo de proporción se puede reconocer algebraicamente y que ocurre con las variables, además insistir en la relación del comportamiento algebraico y como se relación con su grafica, además de esto el profesor debe recordar los siguientes conceptos referentes a esta pregunta:

Magnitudes inversamente proporcionales

Si dos magnitudes son tales que a doble, triple... cantidad de la primera corresponde la mitad, la tercera parte... de la segunda, entonces se dice que esas magnitudes son inversamente proporcionales.

Ejemplo: Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

En este caso a doble número de trabajadores, el trabajo durará la mitad; a triple número de trabajadores, el trabajo durará la tercera parte, etc. Por tanto, las magnitudes son inversamente proporcionales (también se dice que son indirectamente proporcionales).

Formamos la tabla:

Hombres	3	6	9	...	18
Días	24	12	8	...	?

Vemos que los productos 3 por 24 = 6 por 12 = 9 por 8 = 72

Por tanto 18 por x = 72, O sea que los 18 hombres tardarán 4 días en hacer el trabajo

Proporcionalidad Inversa (o indirecta)

Ejemplo 1: Un ganadero tiene pienso suficiente para alimentar 220 vacas durante 45 días. ¿Cuántos días podrá alimentar con la misma cantidad de pienso a 450 vacas?

Vemos que con el mismo pienso, si el número de vacas se duplica, tendrá para la mitad de días; a triple número de vacas, tercera parte de días, etc. Por tanto, son magnitudes inversamente proporcionales.

X = número de días para el que tendrán comida las 450 vacas

Nº de vacas	220	450
Nº de días	45	x

Se cumple que: 220 por 45 = 450 por x, de donde $x = \dfrac{220.45}{450} = 22$

En la práctica esto se suele disponer del siguiente modo:

$$\left.\begin{array}{l} 220\ vacas\ tienen\ \ para\ 45\ días \\ 450\ vacas\ tienen\ \ para\ x\ \ días \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 220 vacas \_\_\_\_ 45 días \\ 450 vacas \_\_\_\_\_ x\ días \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{220.45}{450} = 22$$

Luego 450 vacas podrán comer 22 días

Ejemplo 2: Para envasar cierta cantidad de vino se necesitan 8 toneles de 200 litros de capacidad cada uno. Queremos envasar la misma cantidad de vino empleando 32 toneles. ¿Cuál deberá ser la capacidad de esos toneles?

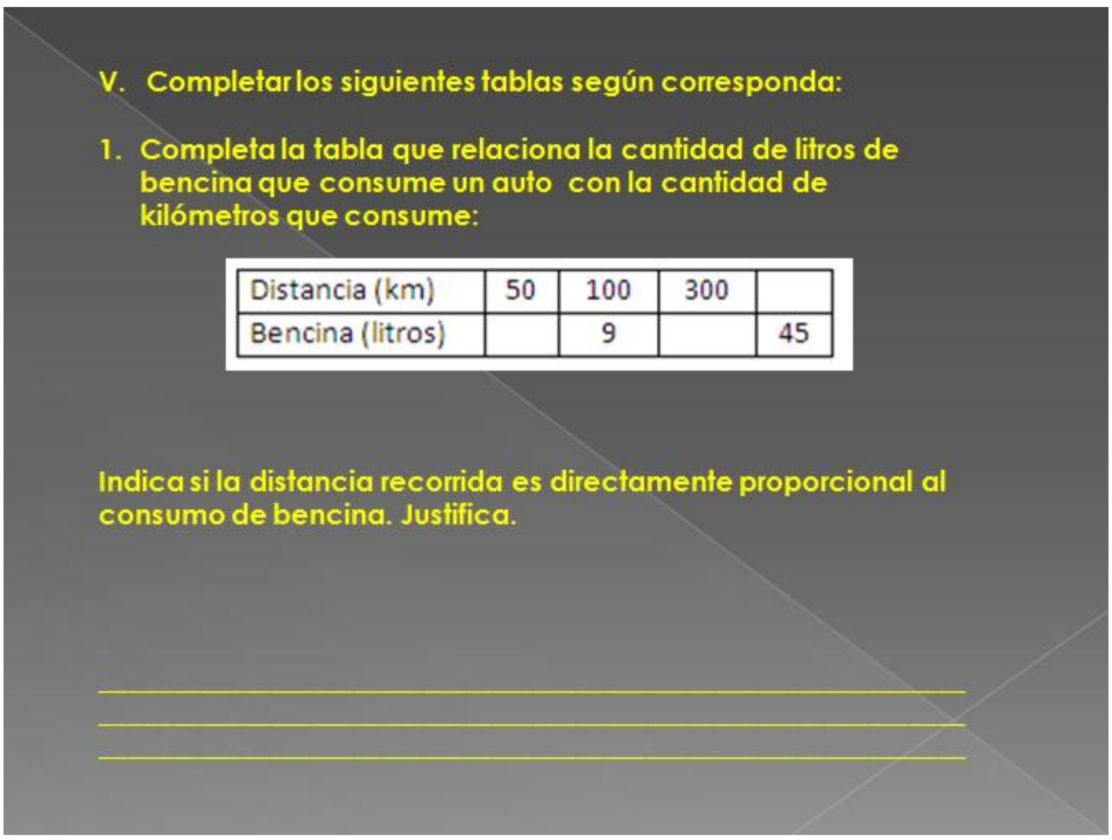
$$\left.\begin{array}{l} 8\ toneles \_\_\_\_\_\_ 200\ litros \\ 32\ toneles \_\_\_\_\_ x\ litros \end{array}\right\} x = \frac{8.200}{32} = 50$$

Pues la cantidad de vino = 8 por 200 = 32 por x

Debemos tener 32 toneles de 50 litros de capacidad para poder envasar la misma cantidad de vino.

Ítem V. Completar las siguientes tablas según corresponda:

Objetivo: El alumno deberá ser capaz de completar la tabla y a partir de ella identificar el tipo de proporción involucrada en el problema



Pregunta Nº1: Completa la tabla que relaciona la cantidad de litros de bencina que consume un auto con la cantidad de kilómetros que recorre:

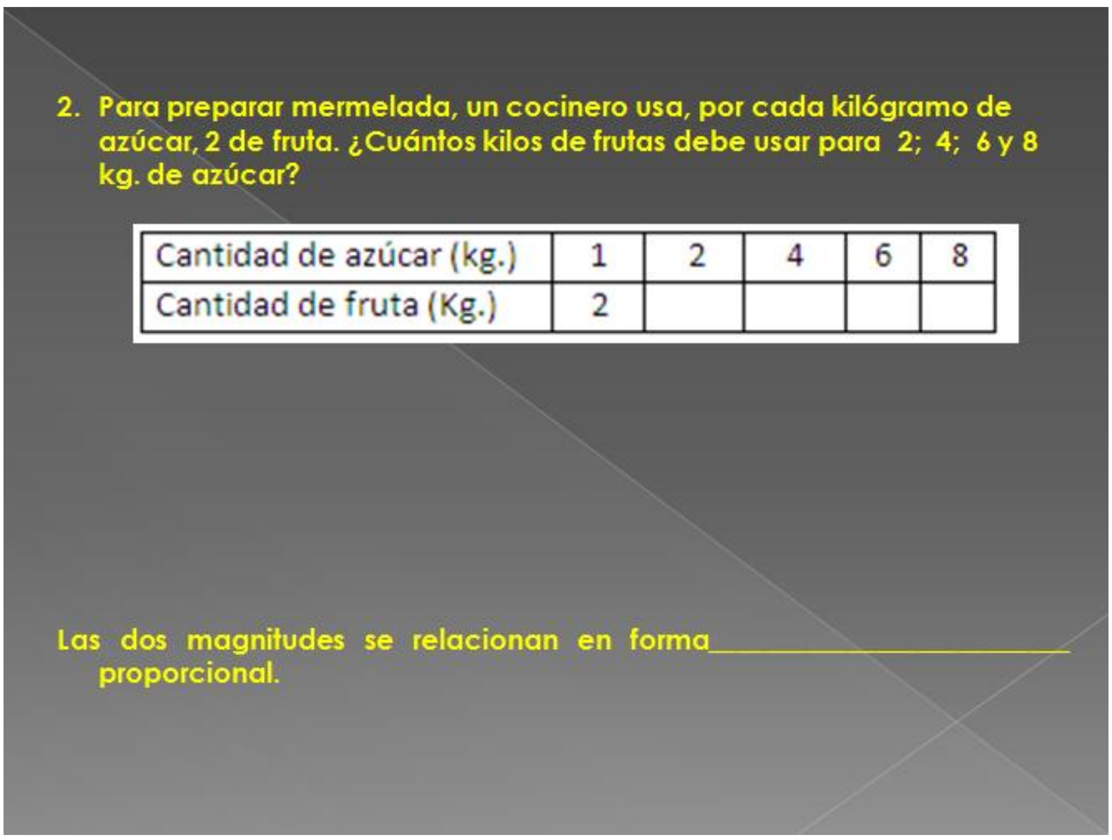
Distancia (km)	50	100	300	500
Bencina (litros)	4,5	9	27	45

Indica si la distancia recorrida es directamente proporcional al consumo de bencina. Justifica.

Si, los datos son directamente proporcionales, a medida que aumenta la distancia recorrida aumenta la cantidad de bencina que consume el auto

Sugerencias metodológicas:

Al momento de corregir esta pregunta el docente debe dar el espacio a los alumnos que ellos presenten sus ideas relacionadas con el problema, el docente puede permitir que un alumno pase a la pizarra a desarrollar el ejercicio, al completar la tabla debe insistir en cómo se comportan las variables y luego en la justificación debe poner énfasis en el lenguaje utilizado.



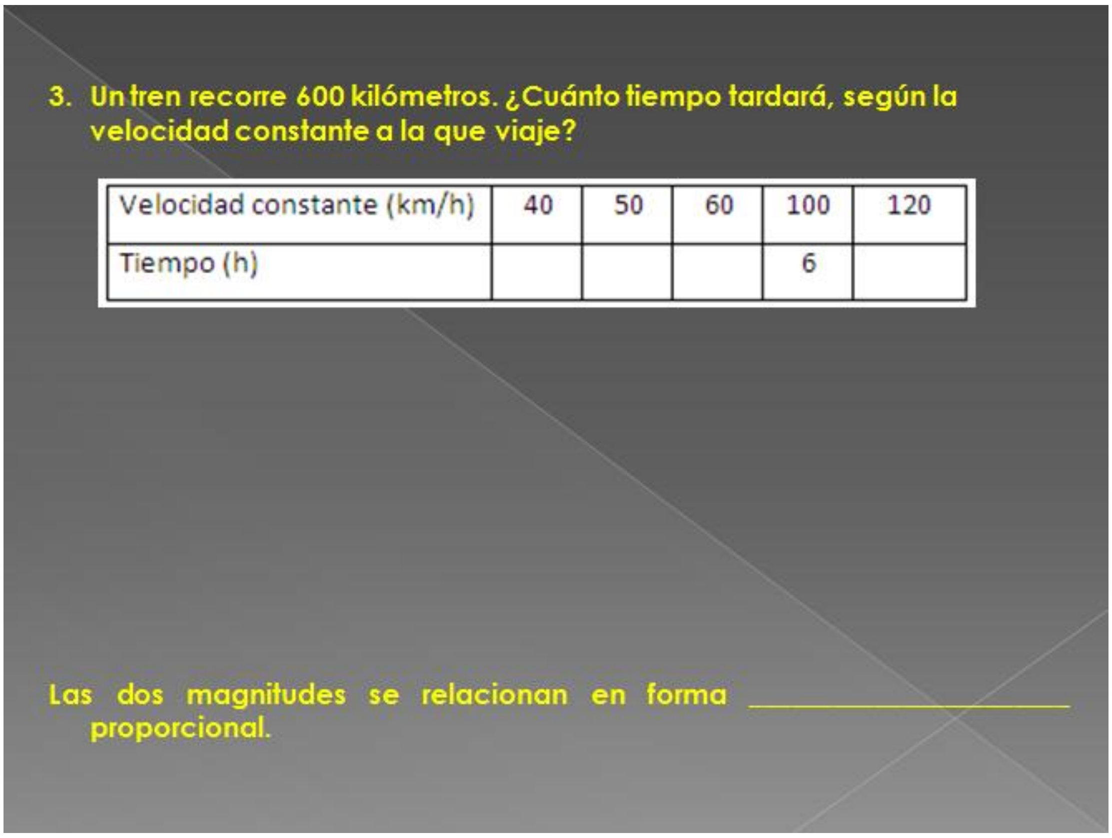
Pregunta Nº2: Para preparar mermelada, un cocinero usa, por cada kilógramo de azúcar, 2 de fruta. ¿Cuántos kilos de frutas debe usar para 2; 4; 6 y 8 kg. De azúcar?

Cantidad de azúcar (kg.)	1	2	4	6	8
Cantidad de fruta (Kg.)	2	4	8	12	16

Sugerencias metodológicas:

En esta pregunta el docente debe apelar al sentido común y la cotidianeidad de la situación presentada y eso relacionarlo con el comportamiento de las variables.

Las dos magnitudes se relacionan en forma __Directamente_______ proporcional.



Pregunta Nº3: Un tren recorre 600 kilómetros. ¿Cuánto tiempo tardará, según la velocidad constante a la que viaje?

Velocidad constante (km/h)	40	50	60	100	120
Tiempo (h)	15	12	10	6	5

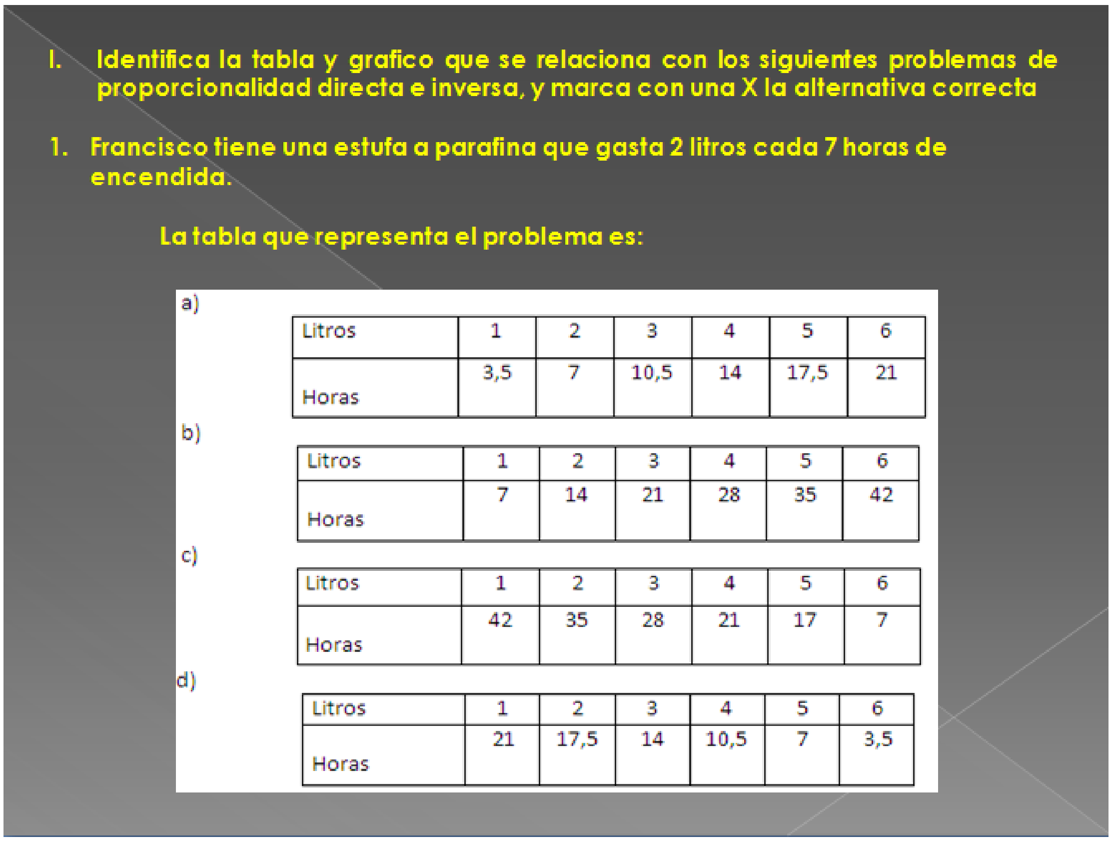
Las dos magnitudes se relacionan en forma ____Inversamente______ proporcional.

Sugerencias metodológicas:

Al igual que en la pregunta N°1, al momento de corregir esta pregunta el docente debe dar el espacio a los alumnos que ellos presenten sus ideas relacionadas con el problema, el docente puede permitir que un alumno pase a la pizarra a desarrollar el ejercicio, al completar la tabla debe insistir en cómo se comportan las variables y luego en la justificación debe poner énfasis en el lenguaje utilizado.

Ítem I. Identifica la tabla y grafico que se relaciona con los siguientes problemas de proporcionalidad directa e inversa y marca con una X la alternativa correcta

Objetivo: el alumno debe ser capaz de identificar la tabla asociada al enunciado del problema y la relaciona con el grafico respectivo.



I. Identifica la tabla y grafico que se relaciona con los siguientes problemas de proporcionalidad directa e inversa, y marca con una X la alternativa correcta

1. Francisco tiene una estufa a parafina que gasta 2 litros cada 7 horas de encendida.

La tabla que representa el problema es:

a)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	3,5	7	10,5	14	17,5	21

b)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	7	14	21	28	35	42

c)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	42	35	28	21	17	7

d)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	21	17,5	14	10,5	7	3,5

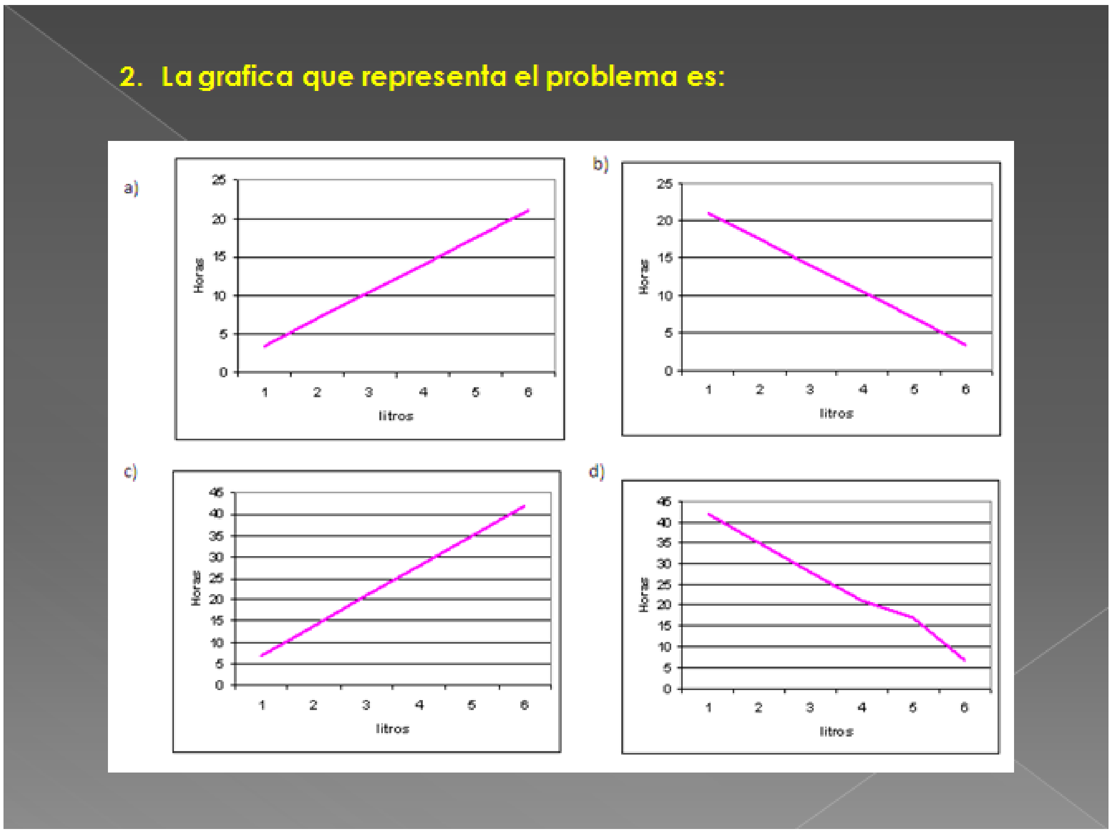
Pregunta Nº 1: Francisco tiene una estufa a parafina que gasta 2 litros cada 7 horas de encendida. La tabla que representa el problema es:

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	3,5	7	10,5	14	17,5	21

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	7	14	21	28	35	42

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	42	35	28	21	17	7

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	21	17,5	14	10,5	7	3,5



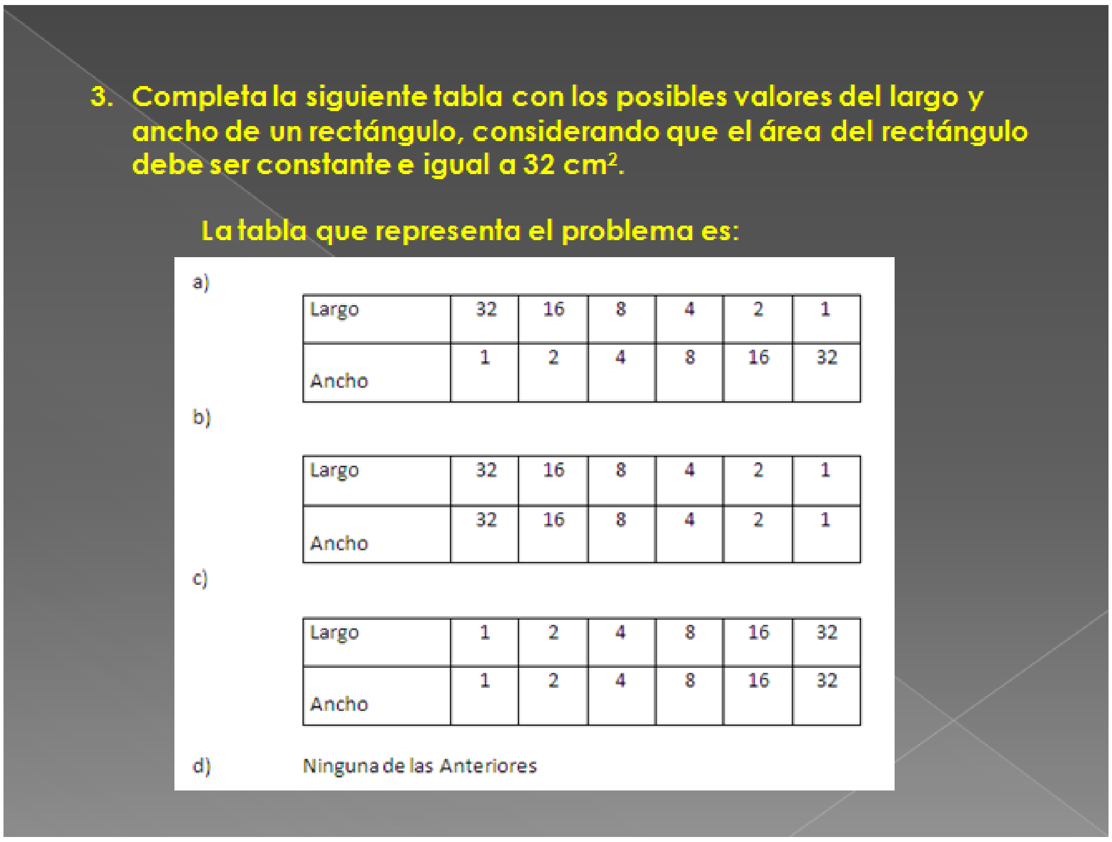
Pregunta Nº 2. La grafica que representa el problema es:

a) X

b)

c)

d)



Pregunta Nº 3. Completa la siguiente tabla con los posibles valores del largo y ancho de un rectángulo, considerando que el área del rectángulo debe ser constante e igual a 32 cm^2. La tabla que representa el problema es:

a) X

Largo	32	16	8	4	2	1
Ancho	1	2	4	8	16	32

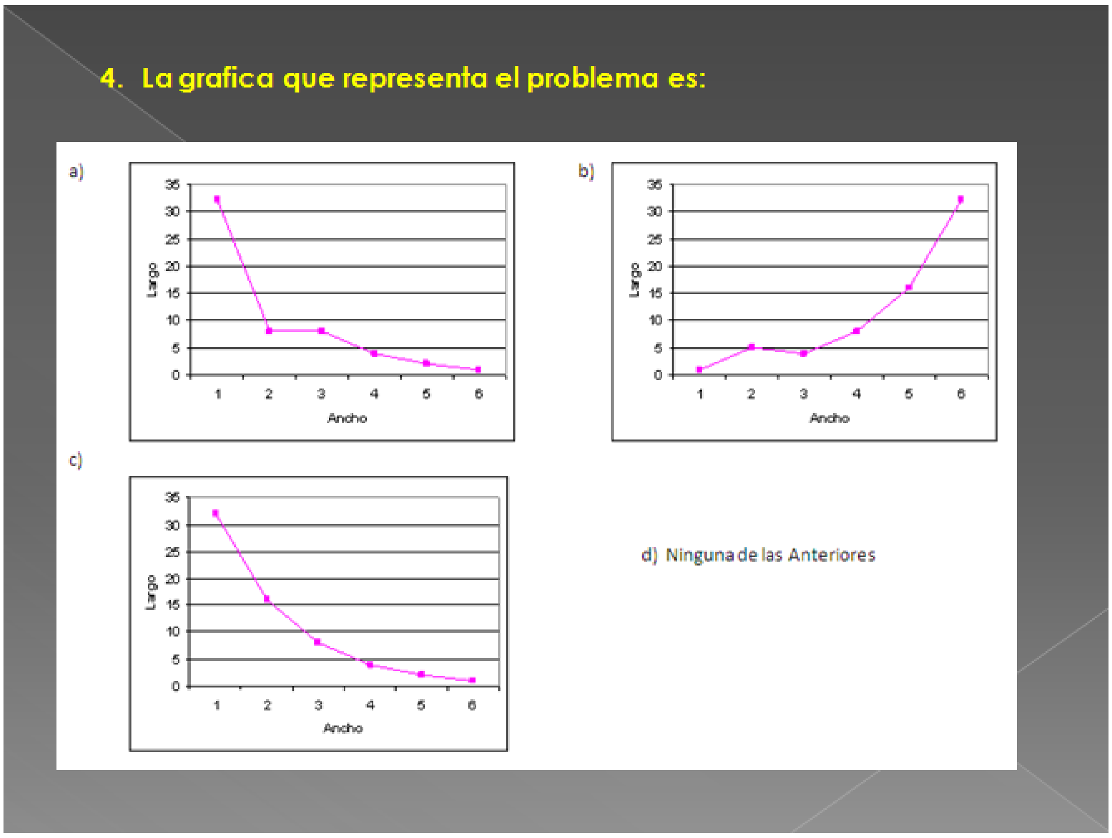
b)

Largo	32	16	8	4	2	1
Ancho	32	16	8	4	2	1

c)

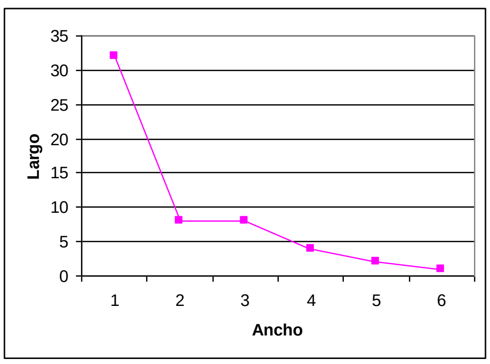
Largo	1	2	4	8	16	32
Ancho	1	2	4	8	16	32

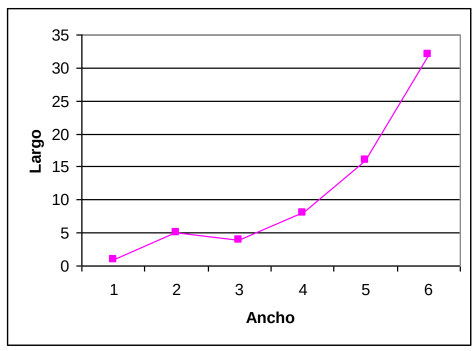
d) Ninguna de las Anteriores

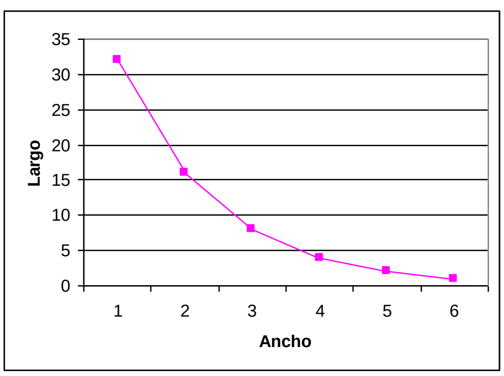


Ítem I. Pregunta Nº 4. La grafica que representa el problema es:

a)







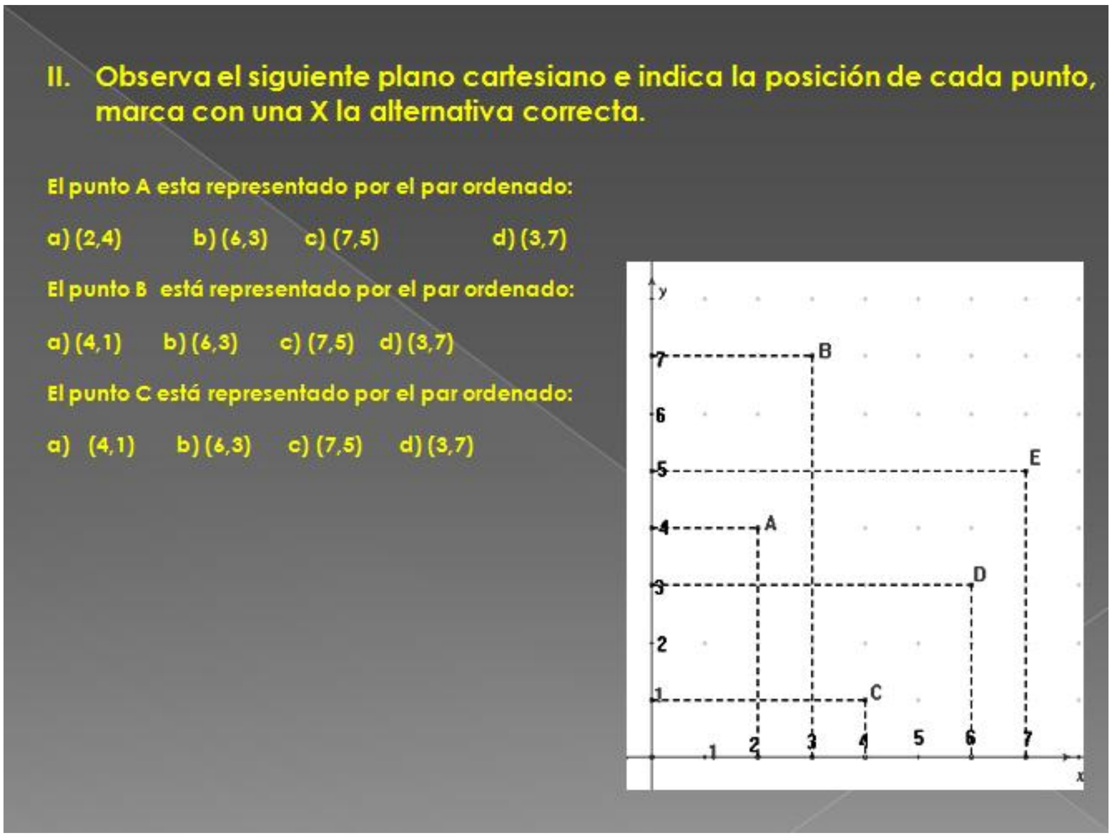
d) Ninguna de las Anteriores

Sugerencias metodológicas:

En el ítem I poner atención en como los alumnos reconocen los problemas y como los relacionan con el comportamiento de las variables asociadas al problema.

Ítem III. Observa el siguiente plano cartesiano e indica la posición de cada punto, marca con una X la alternativa correcta.

Objetivo: Los alumnos deben ser capaces de reconocer y ubicar los puntos en el plano.



1. El punto A esta representado por el par ordenado:

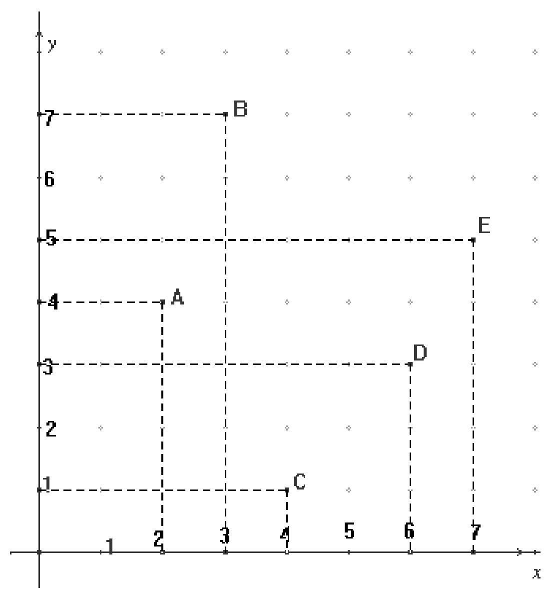
   ~~a) (2,4)~~ b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)

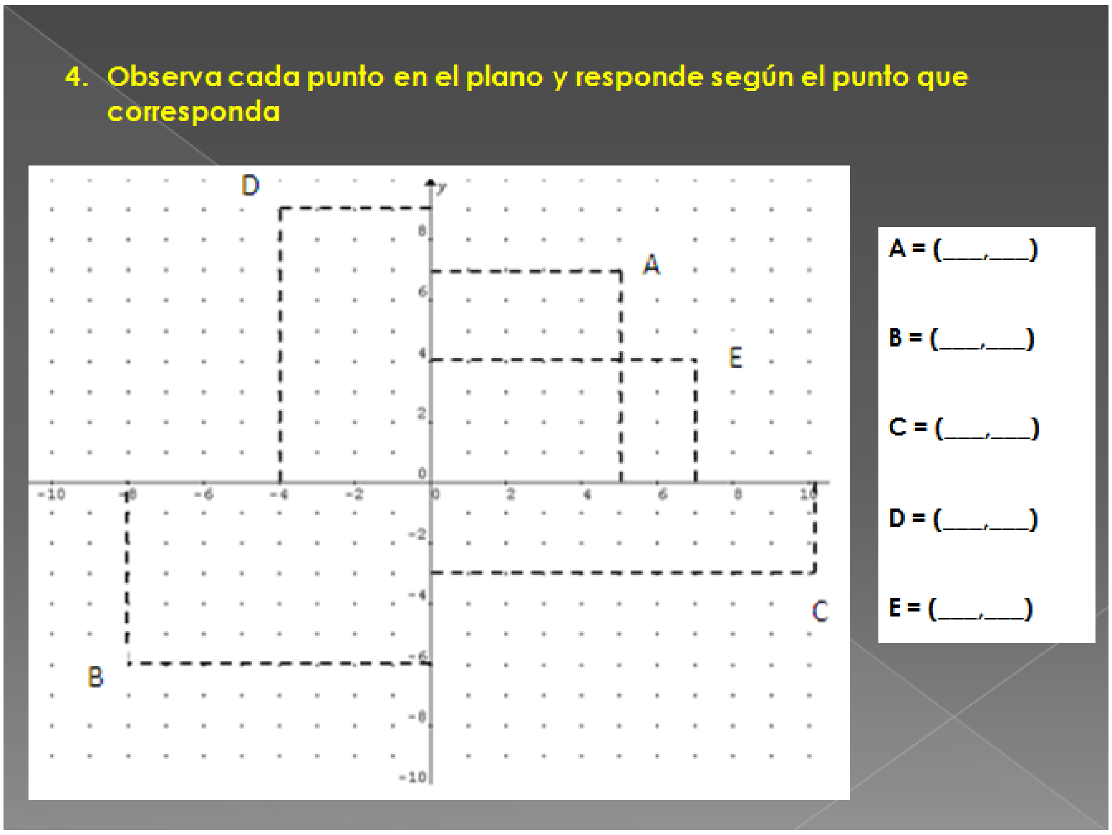
2. El punto B está representado por el par ordenado:

   a) (4,1) b) (6,3) c) (7,5) ~~d) (3,7)~~

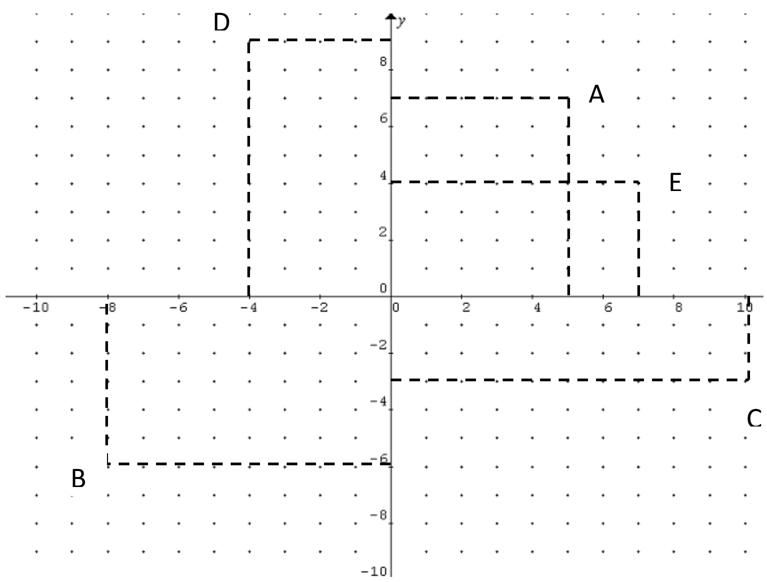
3. El punto C está representado por el par ordenado:

   ~~a) (4,1)~~ b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)





Pregunta N°4: Observa cada punto en el plano y responde según el punto que corresponda



A = (5, 7)

B = (-8, -6)

C = (10, -3)

D = (-4, 9)

E = (7, 4)

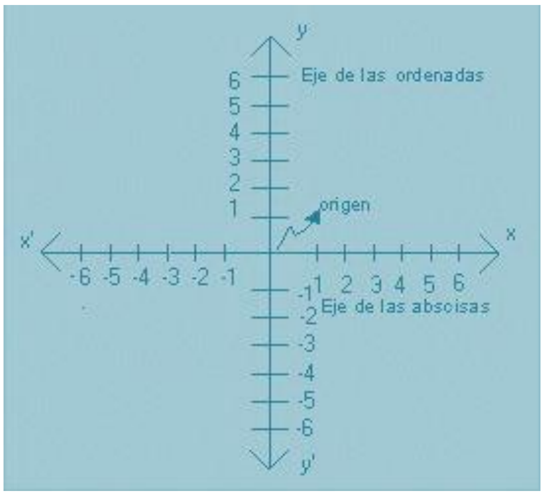
Sugerencias metodológicas:

En este Ítem el docente debe poner atención en que los alumnos tengan claro el orden de las componentes de los pares ordenados de cada uno de los puntos, debido a que en ocasiones suelen escribirlos en forma cruzada, esto puede ocurrir al identificar un punto o al momento de ubicar el punto. Recordar las formas del plano cartesiano y el orden de sus ejes coordenados, además el docente una vez revisado o al momento de revisar este ítem, debe recordar los siguientes conceptos:

El plano cartesiano

El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o de las equis (x), y la vertical, eje de las ordenadas o de las yes, (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de origen.

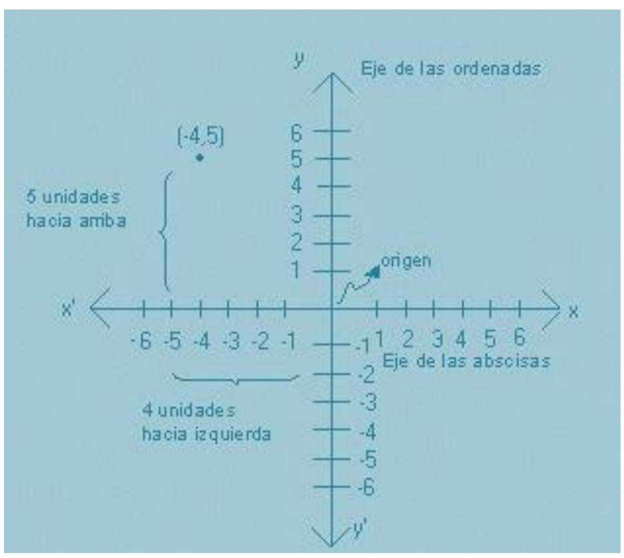
El plano cartesiano tiene como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se representan por sus coordenadas o pares ordenados. Las coordenadas se forman asociando un valor del eje de las "X" y uno de las "Y", respectivamente, esto indica que un punto se puede ubicar en el plano cartesiano con base en sus coordenadas, lo cual se representa como: P (x, y)



Para localizar puntos en el plano cartesiano se debe llevar a cabo el siguiente procedimiento:

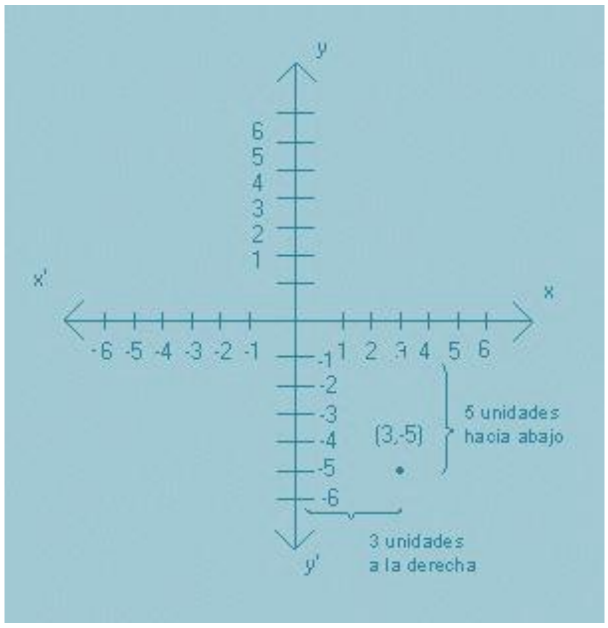
1. Para localizar la abscisa o valor de x, se cuentan las unidades correspondientes hacia la derecha si son positivas o hacia a izquierda si son negativas, a partir del punto de origen, en este caso el cero.

2. Desde donde se localiza el valor de x, se cuentan las unidades correspondientes hacia arriba si son positivas o hacia abajo, si son negativas y de esta forma se localiza cualquier punto dadas sus coordenadas.



Ejemplos: Localizar el punto A (-4, 5) en el plano cartesiano. Este procedimiento también se emplea cuando se requiere determinar las coordenadas de cualquier punto que esté en el plano cartesiano.

Determinar las coordenadas del punto M. Las coordenadas del punto M son (3,-5).

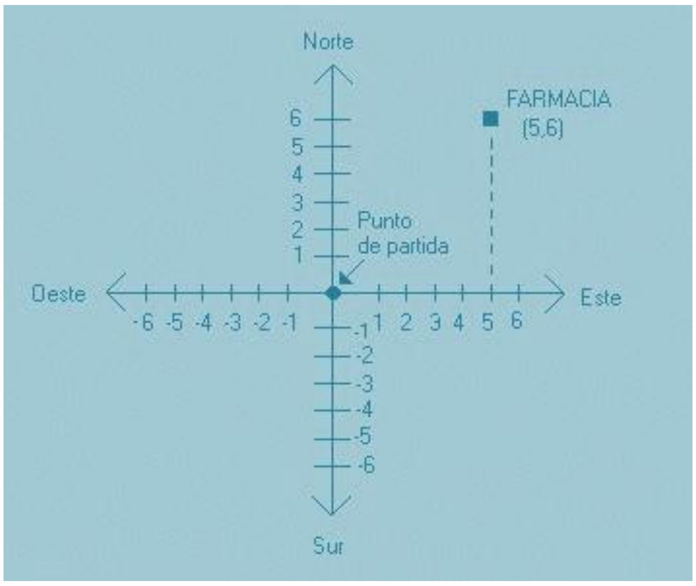


De lo anterior se concluye que: Para determinar las coordenadas de un punto o localizarlo en el plano cartesiano, se encuentran unidades correspondientes en el eje de las x hacia la derecha o hacia la izquierda y luego las unidades del eje de las y hacia arriba o hacia abajo, según sean positivas o negativas, respectivamente.

Doña Lupe nos ha dicho que su farmacia está dentro del centro de la ciudad. Supongamos que deseamos saber la ubicación exacta de la farmacia de Doña Lupe Una vez que ya estamos en el centro le preguntamos a un policía para que nos oriente. El policía nos ha dicho que caminemos 5 cuadras hacía el este y 6 cuadras hacía el norte para llegar a la farmacia. La cantidad de cuadras que tenemos que caminar las podemos entender como coordenadas en un plano cartesiano.

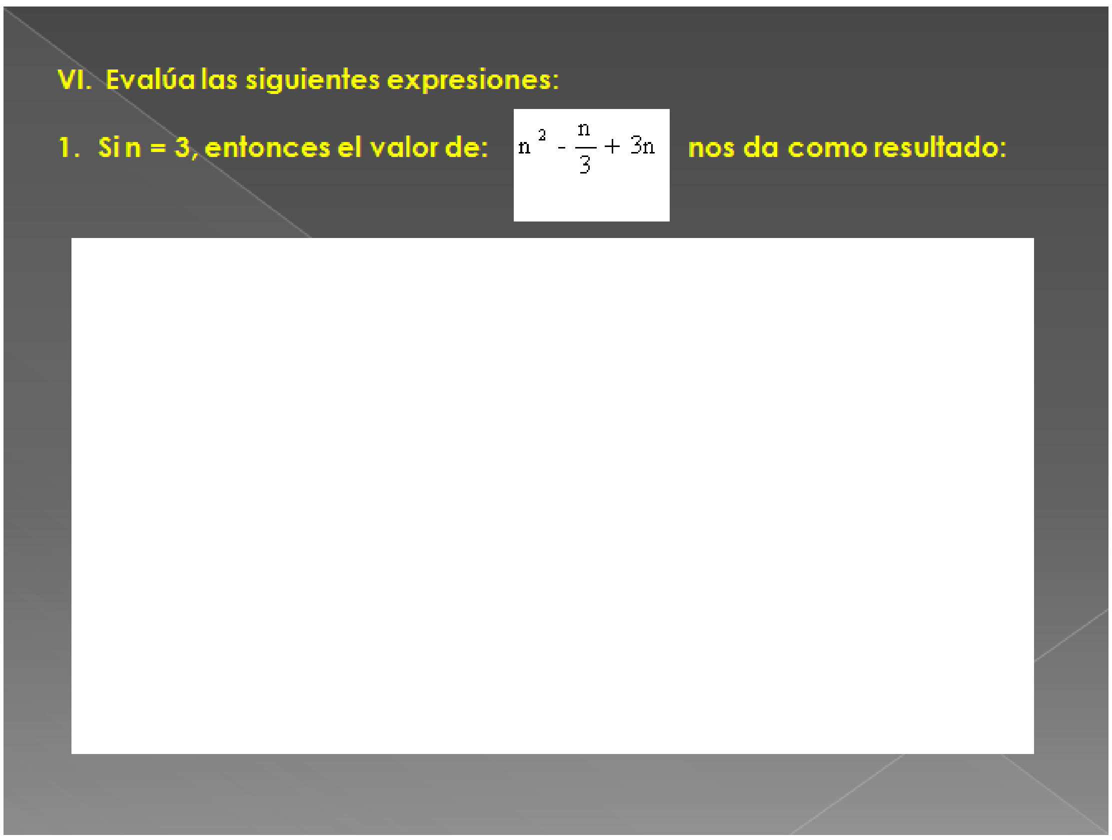
Lo anterior lo podemos expresar en un plano cartesiano de la siguiente manera:

Para el problema planteado, el origen del plano será el punto de partida que es en donde le preguntamos al policía sobre la ubicación de la farmacia.



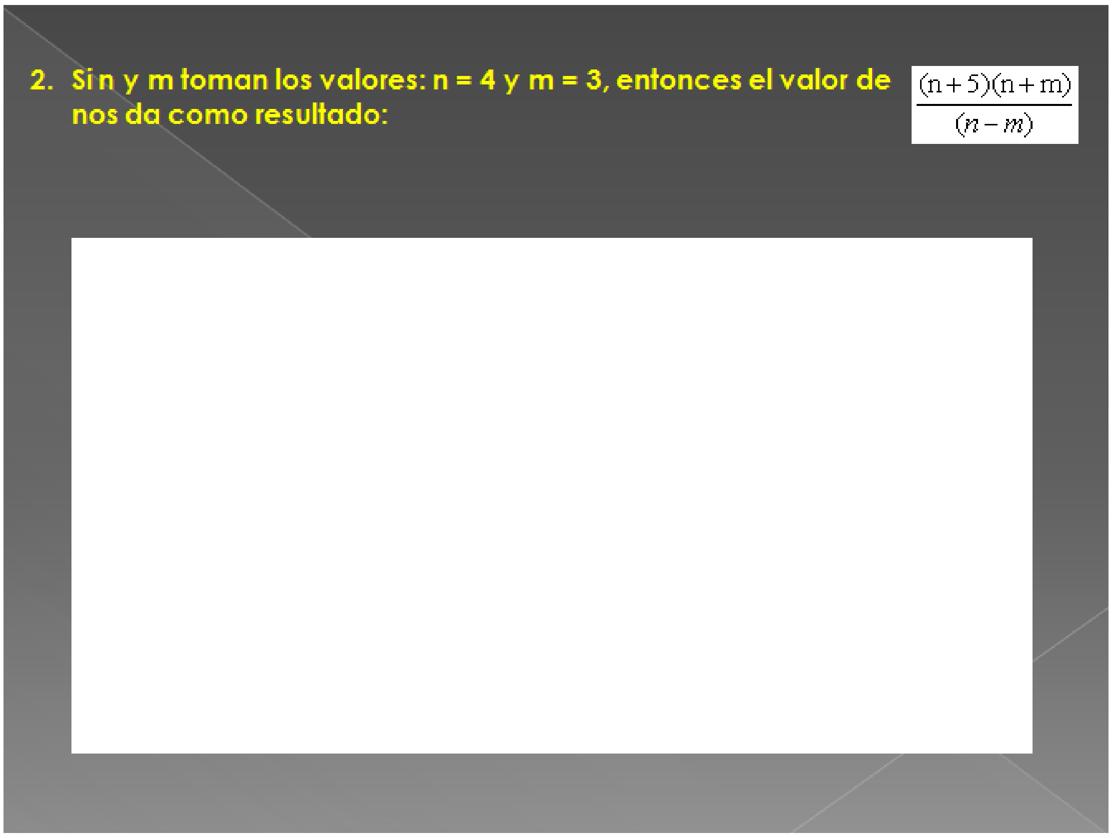
Ítem VI. Evalúa las siguientes expresiones:

Objetivo: El alumno deberá ser capaz de evaluar una expresión algebraica.



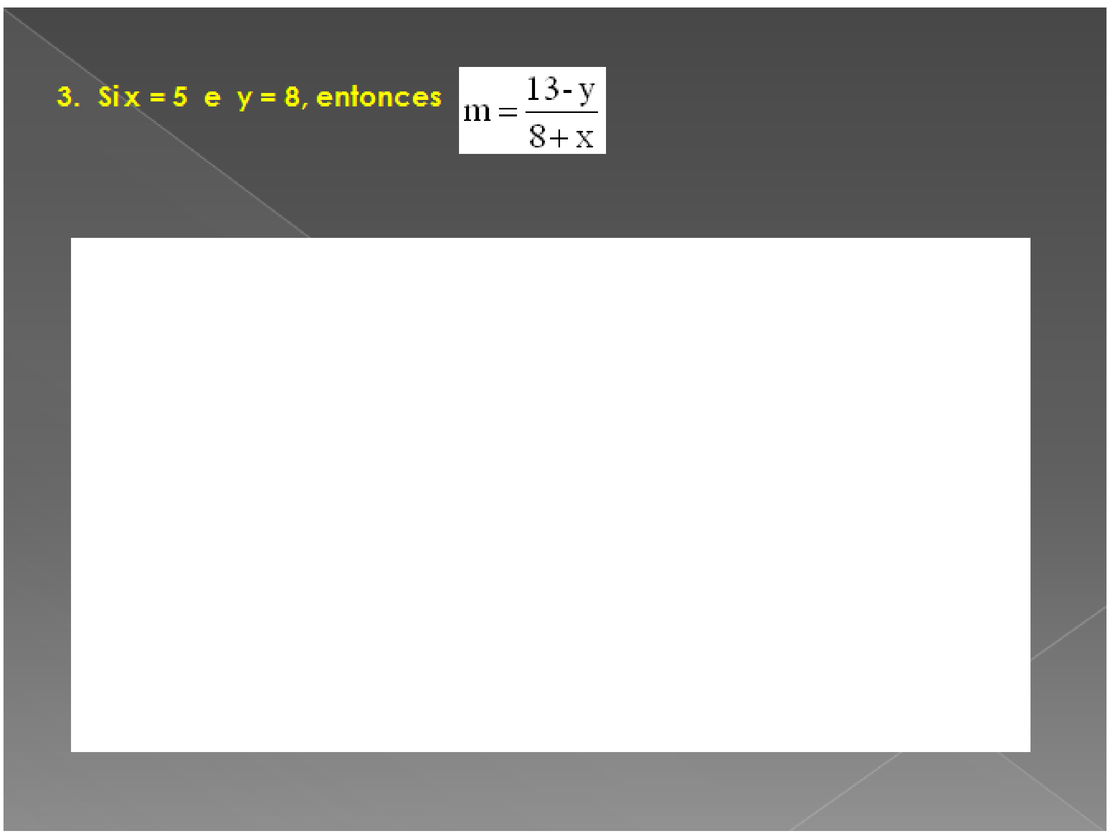
1. Si n=3, entonces el valor de: $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$ nos da como resultado:

Respuesta: 17



Si n y m toman los valores: n = 4 y m = 3, entonces el valor de $\frac{(n+5)(n+m)}{n-m}$ nos da como resultado

Respuesta: 63



Si x = 5 e y = 8, entonces $m = \frac{13-y}{8+x}$

Respuesta: 5/13

Sugerencias metodológicas:

El docente debe tener precaución prácticas erradas de los alumnos de tipo algebraicas, idealmente el profesor lea este ítem e identificar los errores que cometieron los alumnos y destacarlas al momento de la corrección, sin identificar los alumnos que los cometieron.

Para recordar elementos importantes el docente tiene la posibilidad de utilizar el siguiente material:

Evaluación de expresiones algebraicas

Ejemplo: Si a = 3 y b = 2, reemplazamos esos valores en la expresión:

3 a – 2b – 5a + 4b – 6a + 3b =

A cada letra o factor literal se le asigna un determinado valor numérico. Ahora tú: Si a = -2; b = 4 ; c = -1 encuentra el valor de cada expresión

1. 12a - 8a + 10a + 3a - 18a + 5a =
2. 7^a - 8c + 4b + 6c - 4b + 3a =

Veamos ahora un ejemplo con números racionales: Si a = $\frac{2}{3}$ y b = $\frac{1}{2}$, evaluaremos la expresión: 3a - 2b - 5a + 4b - 6a + 3b =

$$3\bullet\frac{2}{3} - 2\bullet\frac{1}{2} - 5\bullet\frac{2}{3} + 4\bullet\frac{1}{2} - 6\bullet\frac{2}{3} + 3\bullet\frac{1}{2} =$$

$$2 - 1 - \frac{10}{3} + 2 - 4 + \frac{3}{2} = \frac{^-17}{6} = {}^-2\frac{5}{6}$$

DISEÑO CLASE Nº3

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos deberán ser capaces de identificar puntos en el plano cartesiano **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Identificar		
ACTIVIDADES CLAVES: Actividad al aire libre de ubicación de puntos en el plano		
CONTENIDOS: Descartes y el plano cartesiano		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor entra a la sala de clases, saluda a los alumnos, les permite tomar asiento en silencio para poder dar las instrucciones de la actividad y objetivos del día. El profesor indica a los alumnos los objetivos de la clase.	Patio del colegio Conos (utilizados en educación física) Guía de ejercicios
DESARROLLO	El profesor pide a los alumnos que quedaron de hacer la disertación que se ponga de pie y exponga su tema (primero lo hará el alumnos que hable de descartes y luego el alumno con el tema del plano cartesiano), una vez finalizada cada presentación el profesor debe corregir errores dichos por lo alumnos y agregar datos a lo ya expuesto, el profesor felicita a los alumnos después de sus disertaciones y les pide volver a sus lugares. El profesor les cuenta a los alumnos que ahora harán una actividad al aire libre, en la cual deben mantener orden y respeto ya que será la base de nuestra nueva unidad. El profesor indicara que algunos formaran el plano cartesiano siendo a partes de los ejes coordenados. 5 alumnos ubicaran los conos en distintas sector señalándolos con distintos nombres (Casa, farmacia, bomberos, etc.), estos alumnos serán los encargados de guiar a 5 alumnos que desconocen las ubicaciones de estos lugares. Cada alumno debe guiar a un compañero sin indicar el punto coordenado, solo puede dar	

	indicaciones como avanzar, retroceder, girar, etc. Una vez realizada esta actividad los alumnos se dirigen con el profesor a su sala de clases y comparten sobre la actividad.	
CIERRE	Para finalizar el profesor entregara una guía de trabajo relacionada con el plano cartesiano, esta se puede resolver en parejas. Se invita a compartir en un plenario abierto las respuestas, de cada pareja. Una vez recogida todas las opiniones el profesor refuerza los conceptos aprendidos durante la clase, y los invita a salir a su recreo.	

Biografía René Descartes

Infancia

René Descartes nació el 31 de marzo de 1596 en La Haye en Touraine, cerca de Poitiers. Desde 1967 La Haye se llama Descartes en honor al filósofo, que fue el tercer hijo del jurista Joachim Descartes y de Jeanne Brochard. Aunque René pensaba que su madre murió al nacer él, lo cierto es que murió un año después, durante el parto de un hermano que tampoco sobrevivió. Tras la muerte de su madre, él y sus 2 hermanos fueron educados por su abuela, pues su padre, consejero del Parlamento de Bretaña, se ausentaba cada 2 años por largas temporadas, y acabó dejando atrás a sus hijos al contraer nuevas nupcias con una doncella inglesa.

Educación

La educación en la Fleche le proporcionó, durante los cinco primeros años, una sólida introducción a la cultura clásica, habiendo aprendido latín y griego en la lectura de autores como Cicerón, Horacio y Virgilio, por un lado, y Homero, Píndaro y Platón, por el otro. El resto de la enseñanza estaba basada principalmente en textos filosóficos de Aristóteles (Organon, Metafísica, Ética a Nicómaco), acompañados por comentarios de jesuitas (Suárez, Fonseca, Toledo, quizá Vitoria) y otros autores españoles (Cayetano). Conviene destacar que Aristóteles era entonces el autor de referencia para el estudio, tanto de la física, como de la biología. El plan de estudios incluía también una introducción a las matemáticas (Clavius), tanto puras como aplicadas: astronomía, música, arquitectura. Siguiendo una extendida práctica medieval y clásica, en esta escuela los estudiantes se ejercitaban constantemente en la discusión () (Cfr. Gaukroger, quien toma en cuenta la Ratio studiorum: el plan de estudios que aplicaban las instituciones jesuíticas).

La universidad

A los 18 años, René Descartes ingresó a la Universidad de Poitiers para estudiar derecho y algo de medicina. Para 1616 Descartes cuenta con los grados de bachiller y licenciado. Descartes fue siempre un alumno sobresaliente y fue gracias al gran afecto de algunos de sus profesores lo que hizo que René pudiera visitar los laboratorios de la universidad con asiduidad.

Etapa investigadora

En 1619, en Breda, conoció a Isaac Beeckman, quien intentaba desarrollar una teoría física corpuscularista, muy basada en conceptos matemáticos. El contacto con Beeckman estimuló en gran medida el interés de Descartes por las matemáticas y la física. Pese a los constantes viajes que realizó en esta época, Descartes no dejó de formarse y en 1620 conoció en Ulm al entonces famoso maestro calculista alemán Johann Faulhaber. Él mismo refiere que, inspirado por una serie de sueños, en esta época vislumbró la posibilidad de desarrollar una «ciencia maravillosa». El hecho es que, probablemente estimulado por estos contactos, Descartes descubre el teorema denominado de Euler sobre los poliedros.

A pesar de discurrir sobre los temas anteriores, Descartes no publica entonces ninguno de estos resultados. Durante su estancia más larga en París, Descartes reafirma relaciones que había establecido a partir de 1622 con otros intelectuales, como Marin Mersenne y Guez de Balzac, así como con un círculo conocido como «Los libertinos». En esta época sus amigos propagan su reputación, hasta el punto de que su casa se convirtió entonces en un punto de reunión para quienes gustaban intercambiar ideas y discutir. Con todo ello su vida parece haber sido algo agitada, pues en 1628 libra un duelo, tras el cual comentó que «no he hallado una mujer cuya belleza pueda compararse a la de la verdad». El año siguiente, con la intención de dedicarse por completo al estudio, se traslada definitivamente a los Países Bajos, donde llevaría una vida modesta y tranquila, aunque cambiando de residencia constantemente para mantener oculto su paradero. Descartes permanece allí hasta 1649, viajando sin embargo en una ocasión a Dinamarca y en tres a Francia.

La preferencia de Descartes por Holanda parece haber sido bastante acertada, pues mientras en Francia muchas cosas podrían distraerlo y había escasa tolerancia, las ciudades holandesas estaban en paz, florecían gracias al comercio y grupos de burgueses potenciaban las ciencias fundándose la academia de Ámsterdam en 1632. Entre tanto, el centro de Europa se desgarraba en la Guerra de los Treinta Años, que terminaría en 1648. Enunció las leyes de refracción y reflexión de la luz y fundó la geometría analítica.

Fallecimiento

En septiembre de 1649 la Reina Cristina de Suecia le llamó a Estocolmo. Allí murió de una neumonía el 11 de febrero de 1650. Falleció a los 53 años de edad.

Actualmente se pone en duda si la causa de su muerte fue la neumonía. En 1980, el historiador y médico alemán Eike Pies halló en la Universidad de Leiden una carta secreta del médico de la corte que atendió a Descartes, el holandés Johan Van Wullen, en la que describía al detalle la agonía. Curiosamente, los síntomas presentados —náuseas, vómitos, escalofríos— no eran propios de una neumonía. Tras consultar a varios patólogos, Pies concluyó en su libro El homicidio de Descartes, documentos, indicios, pruebas, que la muerte se debía a envenenamiento por arsénico. La carta secreta fue enviada a un antepasado del escritor, el holandés Willem Pies.

En el año de 1676 se exhumaron los restos de Descartes; colocados en un ataúd de cobre se trasladaron a París para sepultarlos en la iglesia de Sainte-Geneviève-du-Mont; movidos nuevamente durante el transcurso de la Revolución Francesa, los restos fueron colocados en el Panthéon, la basílica dedicada a los grandes hombres de la nación francesa; nuevamente, en 1819, los restos de René Descartes cambiaron de sitio de reposo siendo llevados esta vez a la Iglesia de Saint-Germain-des-Prés donde actualmente se encuentran.

Las primeras obras

Aunque se conservan algunos apuntes de su juventud, su primera obra fue Reglas para la dirección del espíritu creada en 1628 y publicada en 1701. (Póstuma). Luego escribió La luz o Tratado del mundo y El hombre, que retiró de la imprenta al enterarse de la condena de la Inquisición a Galileo en 1633, y que más tarde se publicaron a instancias de Leibniz. En 1637 publicó el Discurso del método para dirigir bien la razón y hallar la verdad en las ciencias, seguido de tres ensayos científicos: Dióptrica, La Geometría y Los meteoros. Con estas obras, escritas en francés, Descartes acaba por presentarse ante el mundo erudito, aunque inicialmente intentó conservar el anonimato.

En 1641 publicó las Meditaciones metafísicas, acompañadas de un conjunto de Objeciones y respuestas que amplió y volvió a publicar en 1642. Hacia 1642 puede fecharse también un diálogo, La búsqueda de la verdad mediante la razón natural (póstumo).

En 1647 aparecen los Principios de filosofía, que Descartes idealmente habría destinado a la enseñanza. En 1648 Descartes le concede una entrevista a Franz Burman, un joven estudiante de teología, quien le hace interesantes preguntas sobre sus textos filosóficos. Burman registra detalladamente las respuestas de Descartes, y éstas usualmente se consideran genuinas. En 1649 publica un último tratado, Las pasiones del alma, sin embargo aún pudo diseñar para Cristina de Suecia el reglamento de una sociedad científica, cuyo único artículo es que el turno de la palabra corresponda rotativamente a cada uno de los miembros, en un orden arbitrario y fijo.

De Descartes también se conserva una copiosa correspondencia, que en gran parte canalizaba a través de su amigo Mersenne, así como algunos esbozos y opúsculos que dejó inéditos. La edición de referencia de sus obras es la que prepararon Charles Adam y Paul Tannery a fines del siglo XIX e inicios del XX, y a la que los comentaristas usualmente se refieren como AT, por las iníciales de los apellidos de

Las reglas del método

Ya la parte segunda del Discurso había presentado el método. Descartes considera que aunque la lógica tenía muchas reglas válidas, en general éstas son inútiles, puesto que, como afirma en las Reglas para la dirección del espíritu, la capacidad de razonar es básica y primitiva, y nadie puede enseñárnosla. Son las reglas del método:

1. El llamado precepto de la evidencia (o también, de la duda metódica): No admitir nunca algo como verdadero, si no consta con evidencia que lo es, es decir, no asentir más que a aquello que no haya ocasión de dudar, evitando la precipitación y la prevención.
2. El precepto del análisis: Dividir las dificultades que tengamos en tantas partes como sea preciso, para solucionarlas mejor.
3. El precepto de la síntesis: Establecer un orden de nuestros pensamientos, incluso entre aquellas partes que no estén ligadas por un orden natural, apoyándonos en la solución de las cuestiones más simples (que Descartes llama "naturalezas simples") hasta resolver los problemas más complejos a nuestro alcance.
4. El precepto de control: Hacer siempre revisiones amplias para estar seguros de no haber omitido nada.

Descartes anuncia que empleará su método para probar la existencia de Dios y del alma, aunque es preciso preguntar cómo podrían él, o sus lectores, cerciorarse de que los razonamientos que ofrece para ello tienen genuino valor probatorio. Desarrollar una prueba genuina es algo muy problemático, especialmente en lo tocante a cuestiones fundamentales, según habían señalado ya autores como Aristóteles y Sexto Empírico. Veremos que en este punto, las teorías cartesianas pueden considerarse como un desarrollo de la filosofía griega.

El problema del círculo

Este problema consiste en cómo saber que existe Dios, si frente a los ateos no basta invocar un texto sagrado (como Descartes mismo destaca en la "Carta a los Decanos y Doctores..." que precede a las Meditaciones), y frente al escéptico que pone en duda la evidencia, no bastaría siquiera dar un alegato evidente. Este es un tema discutido entre los comentaristas, pero hay dos respuestas básicas: o no lo sabemos en absoluto; o bien se trata de una prueba dialéctica.

Según la segunda línea interpretativa, Descartes no ha intentado demostrar la existencia de Dios, sino refutar la hipótesis en la que se funda la duda. Esto se conseguiría mostrando: 1) que un argumento incompatible con la hipótesis del genio (o del azar adverso, etc.) es comparativamente 'más sólido que' la(s) respectiva(s) hipótesis escéptica(s); y 2), que ni ese argumento, ni el juicio que lo considera incompatible y superior al alegato opuesto, merecen ser juzgados circulares.

Atendiendo al último punto: la refutación de la hipótesis del genio sería circular si ente el argumento refutatorio, el escéptico aún pudiera sugerir que «acaso el propio genio le haya sugerido a Descartes este alegato». Así, la "prueba" de que no hay genio sucumbiría a la misma duda que aspira a superar. Pero esta réplica es ilegítima bajo el método cartesiano, puesto que para ofrecerla, el escéptico necesita apoyarse en una idea -la del genio maligno- que una vez expuesta la refutación, hemos adquirido razones para poner en duda (V. gr., las razones en que estriba la misma refutación).

Este camino sólo sería promisorio, por supuesto, si no suponemos de entrada que la duda radical planteada por el escéptico y admitida en la investigación, es universal (si lo fuera, a priori toda respuesta a esa duda estaría condenada a la circularidad). Además, habría que preguntarse dos cosas: 1) Si es posible plantear una duda general, que afecte incluso a las ideas evidentes, pero que no sea universal. Una posibilidad, desde luego, es imaginar que la duda se formula con ayuda del cuantificador plurativo: «la mayoría de...» y 2), Si habría razones que permitan desechar la duda universal, y que no se reduzcan a señalar el fracaso al que estaríamos condenados, si hubiésemos de enfrentar esta clase de escepticismo.

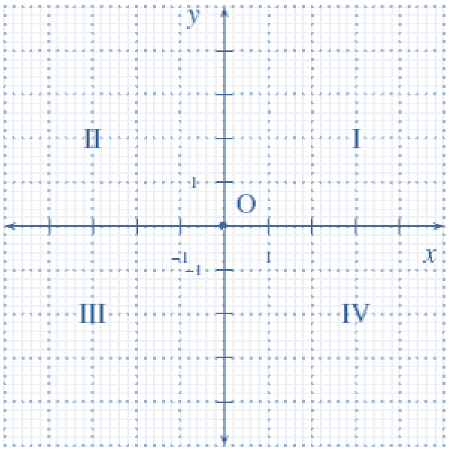
Plano Cartesiano

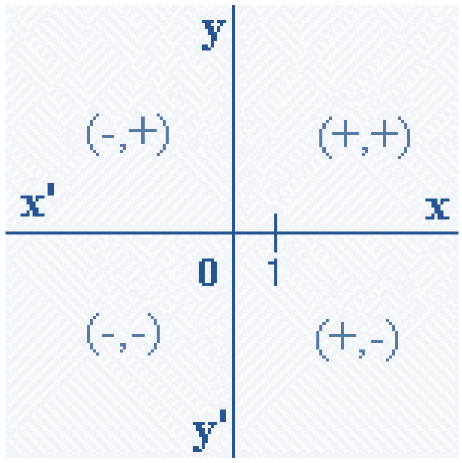
En matemáticas, el sistema de referencia se forma sobre un plano con dos rectas perpendiculares que se intersecan en un punto, que se denota con la letra O. El punto O recibe el nombre de origen de coordenadas.

Se escoge también una unidad de medida, con la que se marcan con signo positivo las distancias en las semirrectas desde el origen hacia arriba y hacia la derecha, y con signo negativo desde el origen hacia abajo y hacia la izquierda. El eje horizontal se denomina eje de abscisas o eje de las *x*, mientras que el eje vertical se denomina eje de ordenadas o eje de las *y*.

Este sistema de referencia se denomina sistema de ejes cartesianos o sistema cartesiano (de Cartesius, nombre latinaizado de René Descartes, filosofó y matemático francés del siglo XVII).

Con ello, todo el plano queda dividido en cuatro cuadrantes (I, II, III y IV), que se numeran en sentido contrario al movimiento de las agujas de un reloj.





Coordenadas de un punto: establecido en un plano un sistema de ejes coordenados, a cada punto del plano le corresponde un par ordenado de números reales, una *abscisa* y una ordenada, que se llaman coordenadas del punto. A la derecha de la letra correspondiente del punto se escriben, entre paréntesis y separados por una coma, las coordenadas de éste, primero el valor de la abscisa y luego el de la ordenada. Por ejemplo, si A es un punto en el plano cartesiano, cuya abscisa es 3 y cuya ordenada es 5: se tiene A (3, 5).

Existen dos casos:

Caso1: dado un punto sobre el plano, hallar sus coordenadas. Para determinar dichas coordenadas, se trazan por el punto, paralelas a los ejes y se determinan los valores donde estas paralelas cortan a los ejes.

Caso2: dadas las coordenadas de un punto, ubicar el punto en el plano. Se traza una recta perpendicular por la abscisa y otra por la ordenada del punto, la intersección entre estas rectas sitúa al punto en el plano.

Nota: el origen, coordenado, del plano está representado por O (0, 0). Los puntos donde la abscisa es 0, quedan ubicados sobre el eje *y*; y, los puntos con ordenadas iguales a 0, se encuentran en el eje *x*.

DISEÑO CLASE Nº4

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos identifican la distancia y el punto medio entre dos puntos en el plano cartesiano. **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Calcular		
ACTIVIDADES CLAVES: actividad de deducción de la distancia entre dos puntos.		
CONTENIDOS: distancia y punto medio entre dos puntos		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor entra a la sala de clases, saluda a los alumnos, les permite tomar asiento en silencio para poder a conocer el objetivo de la clase. El profesor dibuja un plano cartesiano.	Plumones Pizarra Hojas tamaño carta Regla
DESARROLLO	El profesor ubica dos puntos en el plano (primer cuadrante), le pregunta cuales pueden ser los nombres de esos puntos. Se realiza una lluvia de ideas y se espera que los alumnos los identifiquen en forma general como (x_1, y_1) y (x_2, y_2). Luego el profesor une estos dos punto por medio de un trazo y pregunta cómo se podría calcular la distancia entre esos dos puntos, generando de esta forma una lluvia de ideas, recoge las posturas de sus alumnos y forma el triangulo rectángulo, luego les pregunta a los alumnos como se puede escribir las medidas de los catetos, se espera que los alumnos los escriban como $x_2 - x_1$ y $y_1 - y_2$, utilizando el teorema de Pitágoras los alumnos deducen la forma de calcular la distancia entre dos puntos $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Luego se les pide que dibujen un plano cartesiano en su hoja, tomando cada centímetro como una unidad en los ejes coordenados se ubican dos puntos, se sugieren los puntos (1,2) y (9,8), una vez finalizado este ejercicio los alumnos verifican dicha distancia con su regla.	

	Luego se les da a conocer la forma de cómo obtener el punto medio $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$, se sugiere que los alumnos lo calculen con los puntos anteriores y verifique su exactitud calculando la distancia entre un punto y el punto medio, los alumnos podrán verificar utilizando su regla.	
CIERRE	El profesor entrega una serie de ejercicios para que los alumnos practiquen lo aprendido, supervisa dicha actividad y realiza una retro alimentación de la clase	

Distancia y Punto Medio Entre Dos Puntos

A continuación se presenta, los pasos que debe realizar el profesor para realizar la clase:

I. Distancia entre dos puntos

1. El profesor dibuja un plano cartesiano en la pizarra o presenta uno previamente hecho.

2. Luego ubica dos puntos figura1.

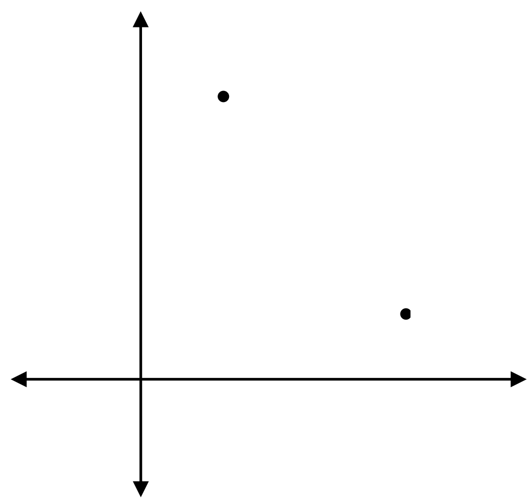


Figura1

3. Preguntar ¿Cómo se podrá obtener la distancia que existe entre estos dos puntos?

   Se espera que los alumnos concluyan que falta identificar los puntos.

4. Después de escuchar las respuestas de los alumnos, se identifican dichos puntos en forma general figura 2.

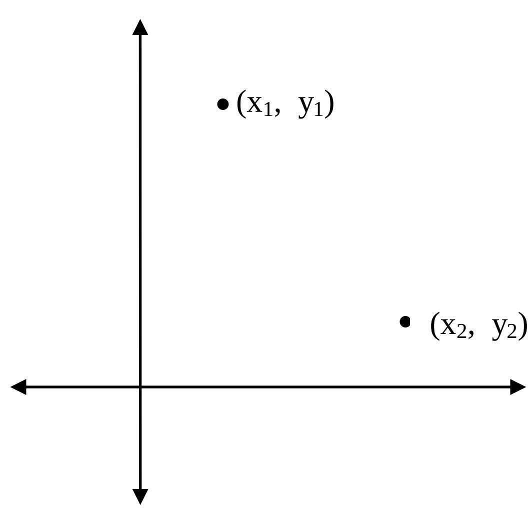


Figura 2.

5. Se reitera la pregunta ¿Cómo se podrá obtener la distancia que existe entre estos dos puntos?

   Se espera que los alumnos logren proyectar los puntos y obtener un triángulo rectángulo figura 3.

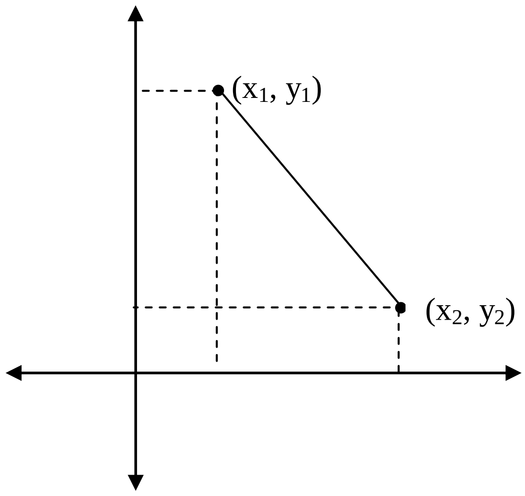


Figura 3

6. Luego se pregunta ¿Cuáles son las medidas de cada cateto?

   Se espera que los alumnos respondan que es la diferencia entre las abscisas y las ordenadas figura 4.

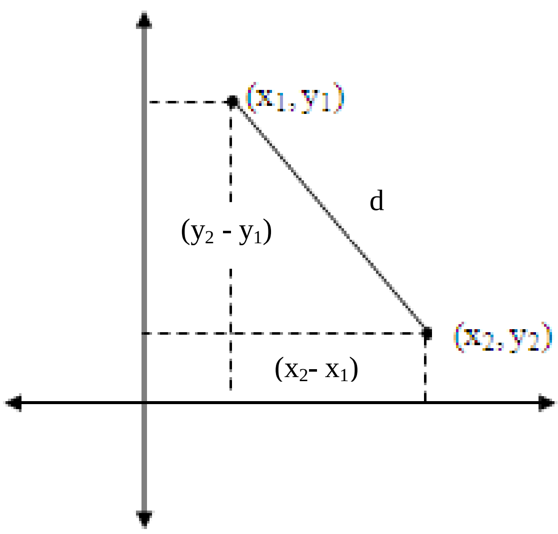


Figura 4

7. Por último se obtiene la forma (formula) para poder calcular la distancia entre dichos puntos, utilizando el teorema de Pitágoras.

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$ Figura 5

II. Verificación

1. El profesor les pide a sus alumnos que en la hoja en blanco se dibuje un plano cartesiano, siendo cada unidad igual a un centímetro, graduando los respetivos ejes como se observa en la figura 5

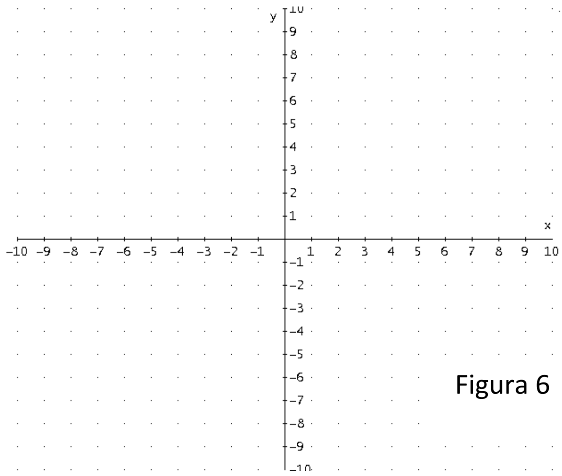
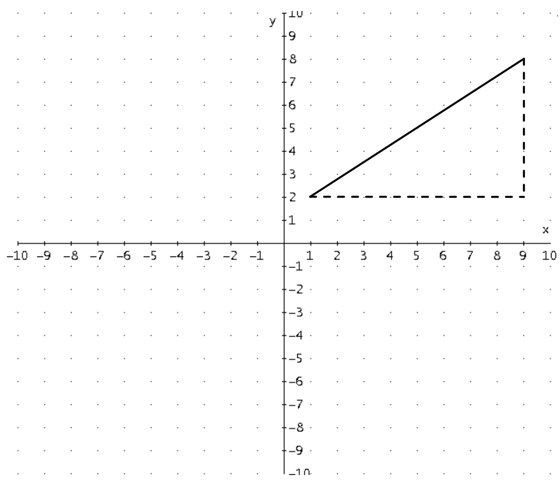


Figura 6

2. Se les pide que ubique los puntos P1(1, 2) y P2 (9, 8), y que obtengan el valor de la distancia entre dichos puntos figura 7



$$d = \sqrt{(9-1)^2 + (8-2)^2}$$

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$d = \sqrt{64 + 36}$$

$$d = \sqrt{100}$$

$$d = 10$$

Figura 7

3. Los alumnos pueden verificar corroborando las medidas con una regla.

Se debe recordar que la distancia es una unidad de medida positiva por lo cual el procedimiento anterior es válido para cualquier punto en el plano.

III. Punto medio

1. El profesor pregunta ¿Cómo creen ustedes se puede obtener el punto medio entre dos puntos, figura 8

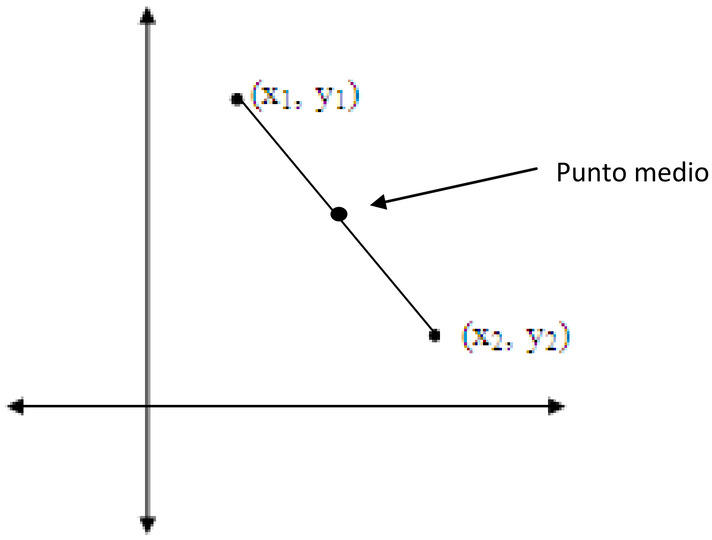
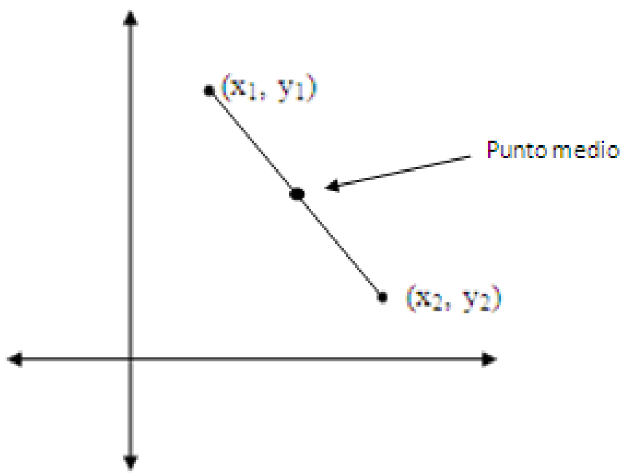


Figura 8

Se espera que los alumnos reconozcan o mencionen que es la mitad.

2. Se les indica la forma de obtener el punto medio entre dos puntos figura 9

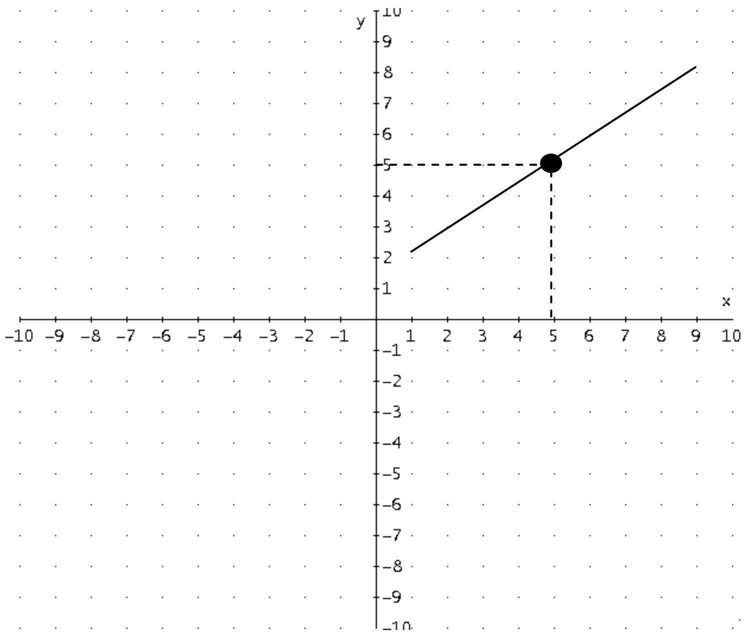


$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Figura 9

IV. Verificación

1. Se les pide que encuentren el punto medio entre los puntos utilizados en el problema anterior P1(1, 2) y P2 (9, 8) figura 10



$$M = \left(\frac{1+9}{2}, \frac{2+8}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{10}{2}, \frac{10}{2}\right)$$

$$M = (5,5)$$

Figura 10

2. Los alumnos verifican calculando la distancia entre un punto y el punto medio: P1(1,2) y M (5,5) figura 11

$$d = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2}$$

$$d = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$d = \sqrt{16+9}$$

$$d = \sqrt{25}$$

Figura 10

$$d = 5$$

Si recordamos la distancia entre los puntos P1 (1, 2) y P2 (9, 8) es igual a 10, por lo cual se puede verificar positivamente la forma como obtener el punto medio

Sugerencias metodológicas:

En esta clase por necesitar material traído en forma personal por los alumnos es importante que el docente prevea la falta de los materiales y que la clase no se desarrolle de la manera esperada, es por esto que el docente debe contar con un stock de materiales, esta actividad es importante que los alumnos la desarrollen en forma individual para que cada unos de los estudiantes trabaje de forma autónoma y construya su propio conocimiento.

Tener precaución con errores algebraico tanto como con números enteros como con números racionales, además recordar brevemente el cálculo de raíces y simplificación, para que no afecten estas prácticas prototípicas erradas en el desarrollo de la actividad.

DISEÑO CLASE Nº5

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): los alumnos reafirman aprendizajes de las clases anteriores **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Aplicación		
ACTIVIDADES CLAVES: Trabajo grupal		
CONTENIDOS: Plano Cartesiano, Distancia y punto medio entre dos puntos		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega las indicación para realizar la clase, los alumnos se ubican en cuartetos	Plumón Pizarra Guía
DESARROLLO	El profesor entrega guía de trabajo a los diversos grupos, estos trabajaran durante 30 minutos siendo supervisados por el profesor. Los alumnos se mantienen en forma grupal, desarrollan guía de trabajo numero dos. El profesor supervisa dicha actividad, respondiendo las consultas que se generan.	
CIERRE	Luego el profesor genera un plenario compartiendo con los alumnos las inquietudes más y errores más frecuentes.	

DISEÑO CLASE Nº6

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos aplican aprendizajes de las clases anteriores **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Evaluar		
ACTIVIDADES CLAVES: Evaluación formativa		
CONTENIDOS: Plano Cartesiano, Distancia y punto medio entre dos puntos		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega las indicaciones para realizar la clase, los alumnos se ubican en grupos de cuatro a cinco personas.	Guías Plumón Pizarrón Control formativo
DESARROLLO	El profesor entrega guía de trabajo a los diversos grupos, estos trabajaran durante 30 minutos siendo supervisados por el profesor. Los alumnos vuelven a sus ubicaciones y el profesor realiza una breve aclaración en el caso de reiteradas interrogantes. El profesor pide a sus alumnos que guarden sus cuadernos y entrega control formativo de duración 30 minutos.	
CIERRE	El profesor retira los controles. Entrega la respuestas de este	

DISEÑO CLASE Nº7

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos deben ser capaces de recopilar y graficar información tabulada **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Interpretar		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos interpretan información entregada por tablas		
CONTENIDOS: tabulación e interpretación de datos		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega las pautas para realizar la clase y pide que los alumnos formen grupos de cuatro personas.	Guías Plumón Pizarrón
DESARROLLO	Cuando los grupos se forma el profesor entregara guía de trabajo y pedirá a las alumnos que lean el texto y realicen la actividad numero 1. Luego realiza plenario y recoge las respuestas de los alumnos. Duración aproximada 35 minutos. Luego solicita que los alumnos realicen actividad 2. . Luego realiza plenario y recoge las respuestas de los alumnos. Duración aproximada 40 minutos.	
CIERRE	El profesor realiza una reiteración de la clase y resalta sobre los distintos tipos de gráficos obtenidos en la actividad 2.	

Sugerencias metodológicas:

El docente en esta actividad debe ser capaz de incentivar a los alumnos a leer el texto, debido a sus interacciones con el medio hay datos que pueden ser de uso común, en cambio lo importante es que ellos lean la información y expongan en forma clara y precisa el objeto institucional propuesto por el texto y a raíz de sus interacciones y debates consensuen el significado institucional creado.

El docente debe ser capaz de inculcar el respeto entre los estudiantes al momento de hacer el plenario, es importante escuchar cada una de las respuestas para verificar si han cumplido con las indicaciones del material.

En las actividades siguientes el docente debe preocuparse que los alumnos logren interpretar correctamente los datos y formular efectivamente los gráficos.

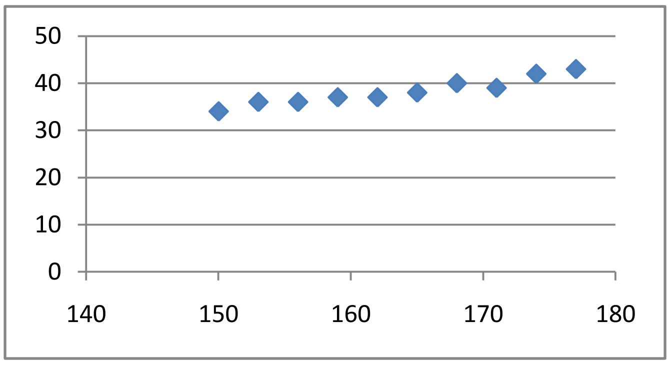
DISEÑO CLASE Nº8

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos interpretan diversos tipos de gráficos **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Diferenciar		
ACTIVIDADES CLAVES: Creación y estudio de gráficos		
CONTENIDOS: Grafica de una recta		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega las instrucciones para realizar la clase	Plumones Pizarra Guía
DESARROLLO	El profesor entrega guía de trabajo a sus alumnos. Estos pueden trabajar en parejas o tríos. Los alumnos realizan actividad 1 y esta es supervisada por el profesor. Luego el profesor invita a algunos alumnos dibujen las graficas en la pizarra y se analizan. El profesor les pide a sus alumnos que trabajen actividad 2 y esta es supervisada por el profesor. Luego el profesor invita a algunos alumnos dibujen las graficas en la pizarra y se analizan.	
CIERRE	El profesor debe complementar las actividades resaltando las diferencias entre las diversas graficas de la actividad 1 y 2 resaltando las diferencias entre las grafica de a y b respecto de las graficas c, d y e de la actividad 2	

I. Graficar las siguientes tablas en un sistema cartesiano, considerando una variable para el eje de las abscisas y la otra variable para el eje de las ordenadas, e indicar que tipo de resultado obtuvimos si una nube de puntos o una función más bien lineal.

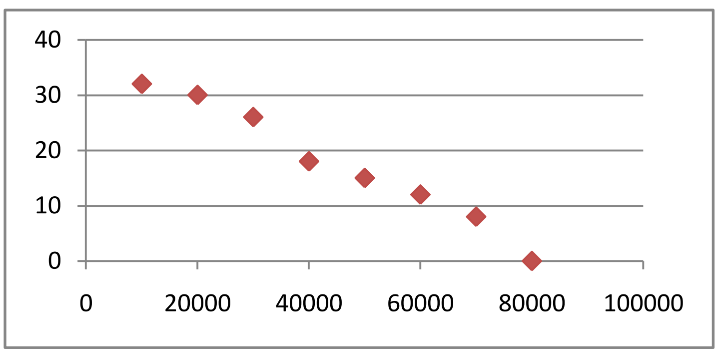
1. En un grupo de jóvenes se anotan la estatura y el número de zapato de cada uno.

Estatura en cm.	**150**	**153**	**156**	**159**	**162**	**165**	**168**	**171**	**174**	**177**
Numero de zapatos	34	36	36	37	37	38	40	39	42	43



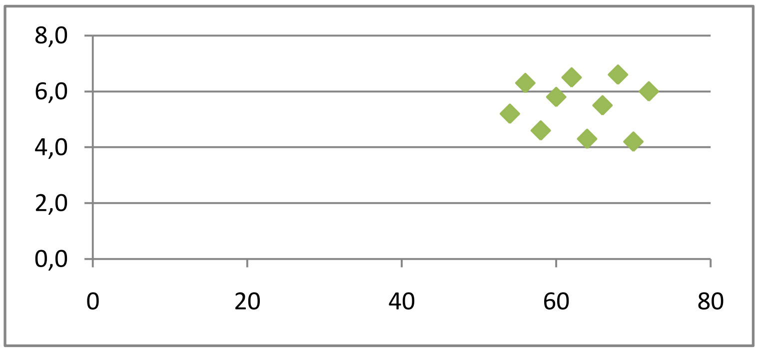
2. En un negocio se registran el numero de radios portátiles vendidas y el precio de cada una de ellas

Precio unitario	**10.000**	**20.000**	**30.000**	**40.000**	**50.000**	**60.000**	**70.000**	**80.000**
Radio vendidas	32	30	26	18	15	12	8	0



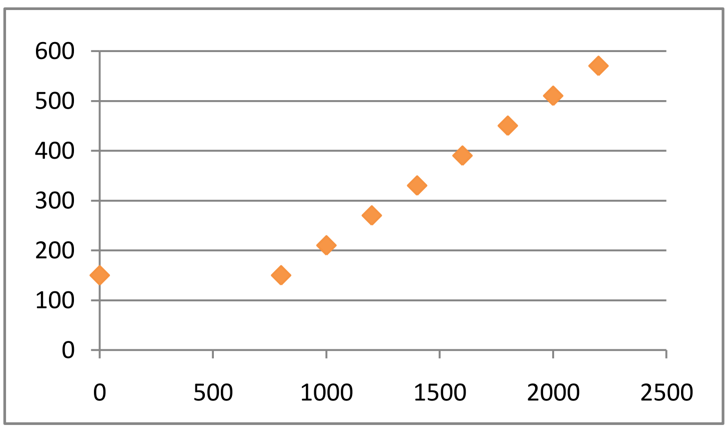
3. En un curso se anotan el peso de los estudiantes y su calificación en historia.

Peso en Kg	**54**	**56**	**58**	**60**	**62**	**64**	**66**	**68**	**70**	**72**
Nota en historia	5,2	6,3	4,6	5,8	6,5	4,7	5,5	6,6	4,2	6,0



4. En una tabla se anotan la distancia recorrida y el precio cobrado por un taxi.

Distancia recorría (m)	**0**	**800**	**1.000**	**1.200**	**1.400**	**1.600**	**1.800**	**2.000**	**2.200**
Precio cobrado $	150	150	210	270	330	390	450	510	570



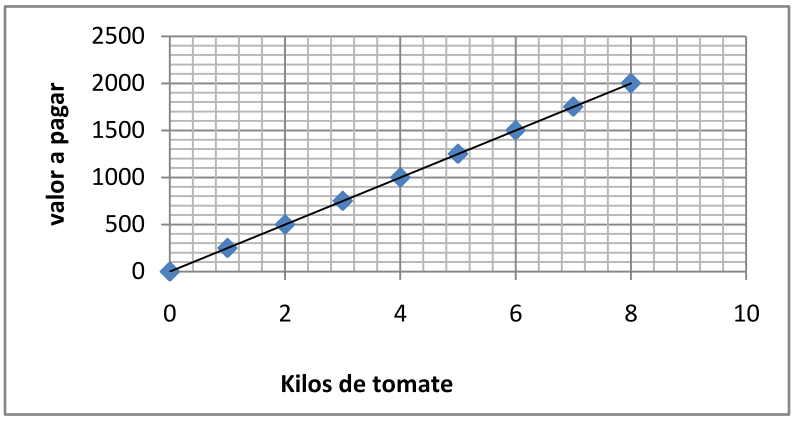
Sugerencias metodológicas:

El docente en este ítem debe ser capaz de apoyar a los estudiantes para que ellos sean capaces de identificar el objeto matemático como lo es el elemento grafico como una forma de representar el comportamiento de dos variables, además de identificar que su comportamiento no es único.

II. Completar las siguientes tablas con los datos correspondientes considerando la formula que genera los datos, en la cual solo debes evaluar y obtendrás tus valores, además grafica la tabla obtenida.

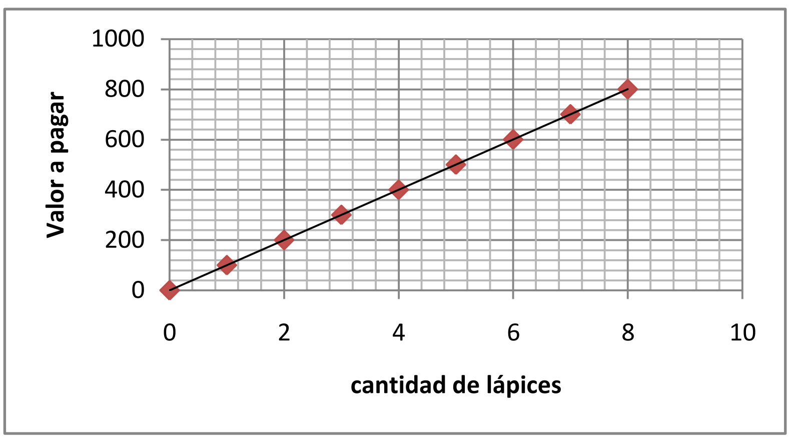
1. La madre de Juan va a comprar tomates el valor que ella pagara dependerá de cuantos kilos ella compre, el valor del almacén de la esquina está calculado como: 150*X

Kilos de tomates	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Valor a pagar por los tomates	0	250	500	750	1.000	1.250	1.500	1.750	2.000



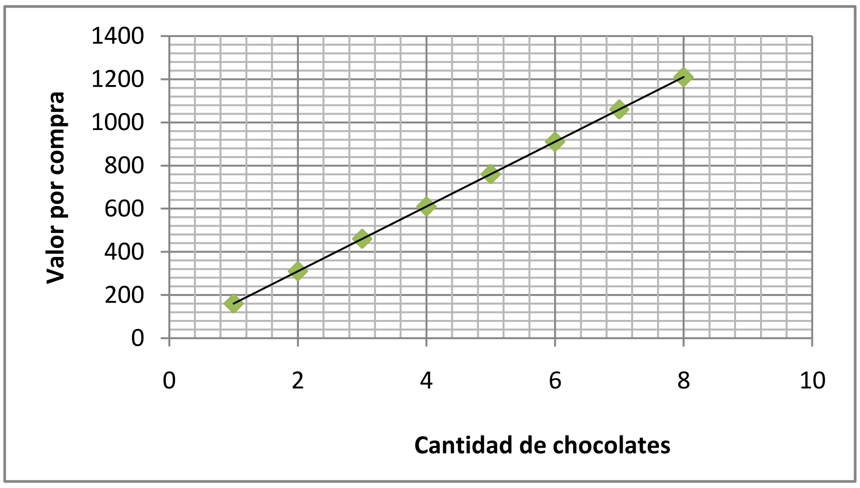
2. En una librería el valor de unos lápices está determinada por: 100*X

Cantidad de lápices	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Valor a pagar	0	100	200	300	400	500	600	700	800



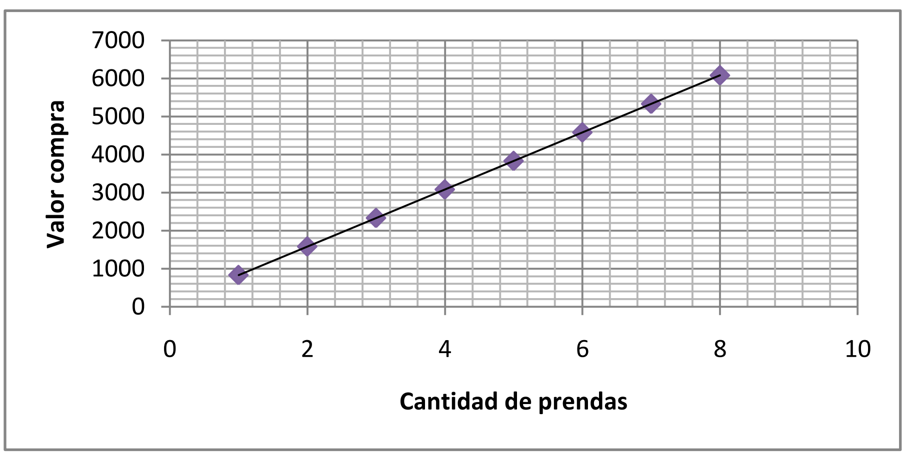
3. En una chocolatería el valor de la venta de chocolates está determinada por la formula: 150*X + 10, en el cual X indicaría la cantidad de chocolates que compre un cliente y los $10 indica un precio fijo por concepto de bolsas en la cual entregan los chocolates, esto sin importar la cantidad.

Cantidad de chocolates	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Valor a pagar	160	310	460	610	760	910	1060	1210



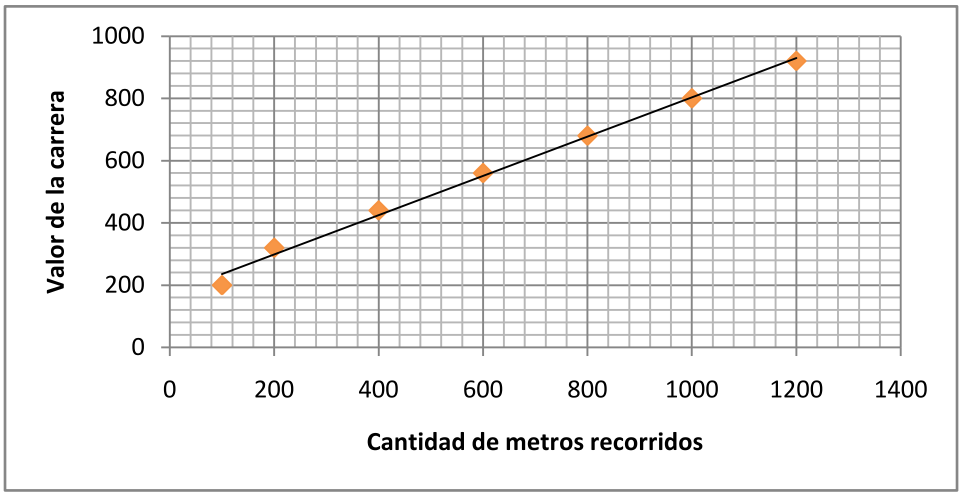
4. En una tienda de ropa el valor de cada prenda de ropa está determinada por la ecuación: 750*X + 80, en la cual X indicara la cantidad de prendas que lleve el cliente y 80 será la comisión del vendedor por la compra en la cual no importara la cantidad de prendas que lleve el cliente.

Cantidad de prendas	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Valor a pagar	830	1580	2330	3080	3830	4580	5330	6080



5. Si al subir un taxi debemos pagar un precio inicial de $200 y luego $120 por cada 200 metros recorridos ¿Cuánto deberé pagar al final de la carrera considerando diferentes kilometrajes? ¿qué expresión matemática modela la situación?

Cantidad de kilómetros recorridos	**100**	**200**	**400**	**600**	**800**	**1.000**	**1.200**
Valor a pagar al final de la carrera	200	320	440	560	680	800	920



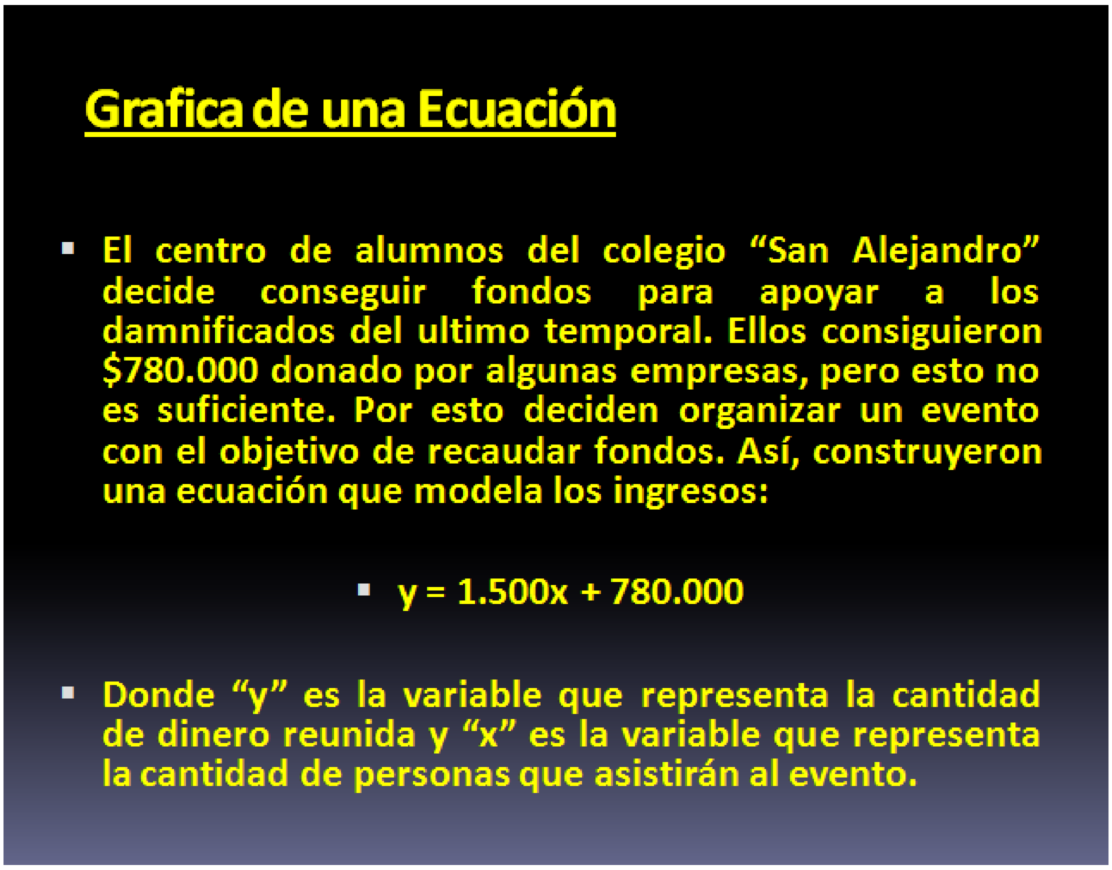
Sugerencias metodológicas:

El docente en esta actividad debe ser capaz de invitar a los alumnos a trabajar de manera grupal para consensuar e identificar correctamente el objeto matemático propuesto, además debe guiarlos a al formular las graficas, debido a que pueden surgir errores en la graduación de los ejes.

El docente debe ser capaz de supervisar cada una de las prácticas prototípicas puestas en juego en el desarrollo de la actividad, debido a que pueden existir internalizados objetos matemáticos poco correcto producto de prácticas no supervisadas o evaluadas.

DISEÑO CLASE Nº9

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Identifican pendiente y coeficiente de posición de una recta **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Identificar		
ACTIVIDADES CLAVES: Análisis gráficos de rectas.		
CONTENIDOS: Pendiente y coeficiente de posición de una recta		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos y entrega objetivo de la clase, dando instrucciones para esta.	Proyector Power Point
DESARROLLO	El profesor presenta un problema por medio de una proyección, los alumnos entregan sus conclusiones por medio de una lluvia de ideas. Luego el profesor presenta tres ecuaciones, les pide a sus alumnos que completen tablas y realicen sus graficas respectivas, les pide a sus alumnos que saquen sus conclusiones y entrega información respectos a la pendiente de la ecuación. El profesor presenta tres ecuaciones, les pide a sus alumnos que completen tablas y realicen sus graficas respectivas, les pide a sus alumnos que saquen sus conclusiones y entrega información respectos al coeficiente de posición de la ecuación.	
CIERRE	Por último el profesor formaliza los conceptos de pendiente y coeficiente de posición.	



Sugerencias metodológicas:

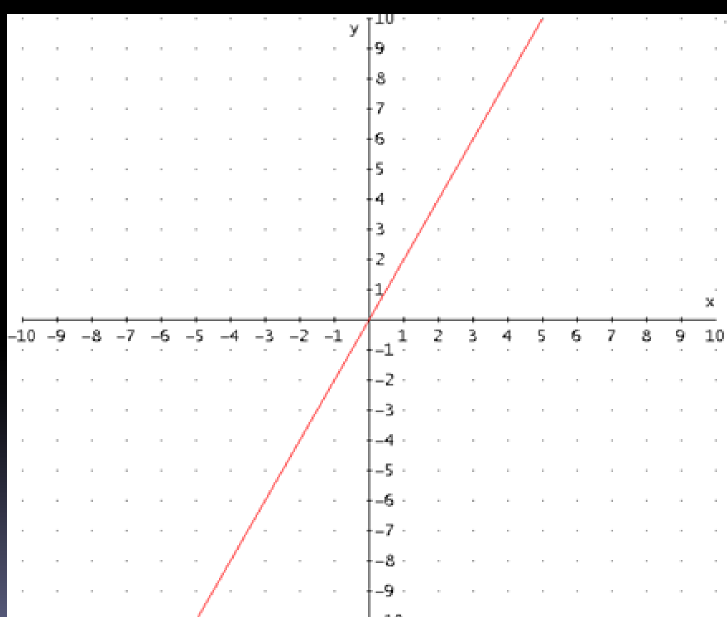
Esta clase se encuentra elaborada principalmente de manera expositiva, debido a que es necesario consensuar con respecto al objeto matemático y que su significado sea institucional, los objetos mediacionales a utilizar es proyectos y el power point propuesto en esta secuencia.

El inicio de la clase es con una propuesta de un campo de problemas de tipo lingüístico.

- Notemos que la ecuación tiene la forma = mx + n, donde m = 1.500 y n = 780.000
- ¿Cuál es la ventaja de escribirla de esta forma?
- Al expresarla como y = mx + n, podemos encontrar fácilmente el valor de "y" para un valor particular de "x".
- En nuestro ejemplo si asisten 100 personas al evento, recaudaran:
- y = 1.500*100 + 780.000 = 930.000 pesos, mientras que si no asistiera nadie recaudarían:
- y = 150.00*0 + 780.000 = 780.000 pesos, que corresponde a la cantidad donada por las empresas.

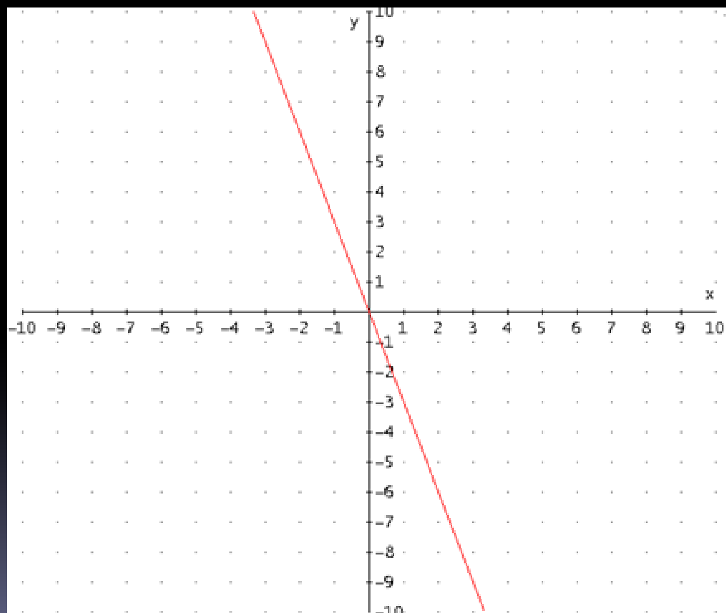
Dada la siguiente ecuación "y = 2x" completa la tabla para los siguientes valores de x y realiza la grafica correspondiente

x	2x
2	
1	
0	
-1	
-2	



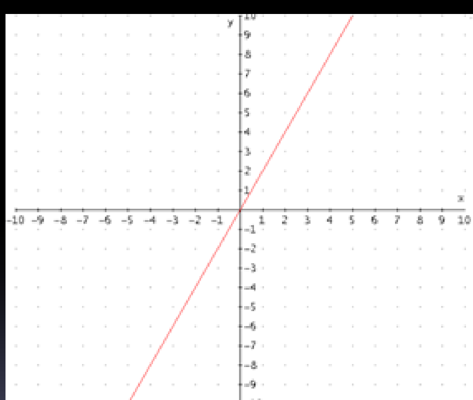
Dada la siguiente ecuación "-3x" completa la tabla para los siguientes valores de x y realiza la grafica correspondiente

x	-3x
2	
1	
0	
-1	
-2	

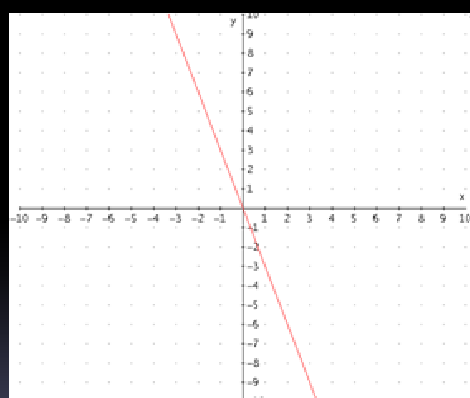


¿Qué conclusiones puedes obtener observando las graficas y sus respectivas ecuaciones?

2x

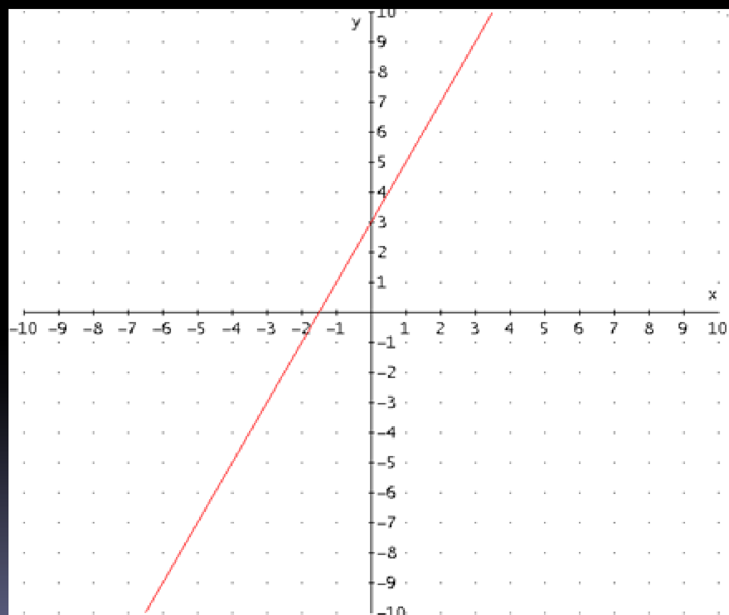


-3x



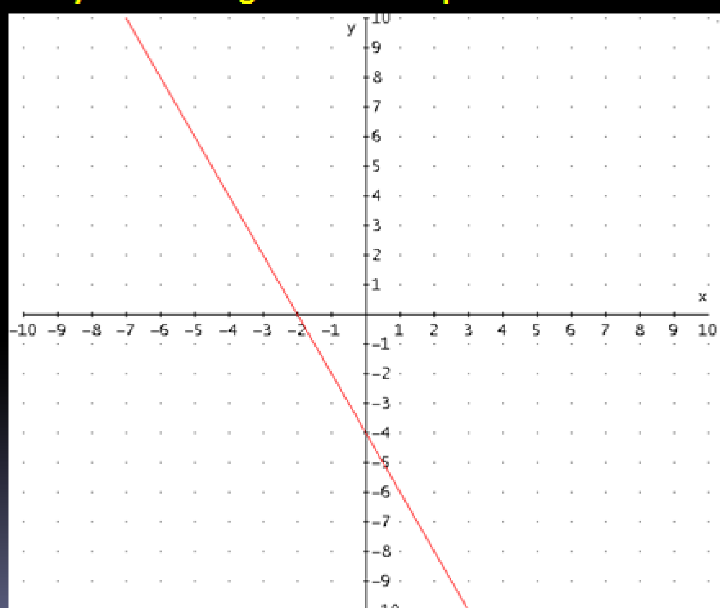
Dada la siguiente ecuación "2x + 3" completa la tabla para los siguientes valores de x y realiza la grafica correspondiente

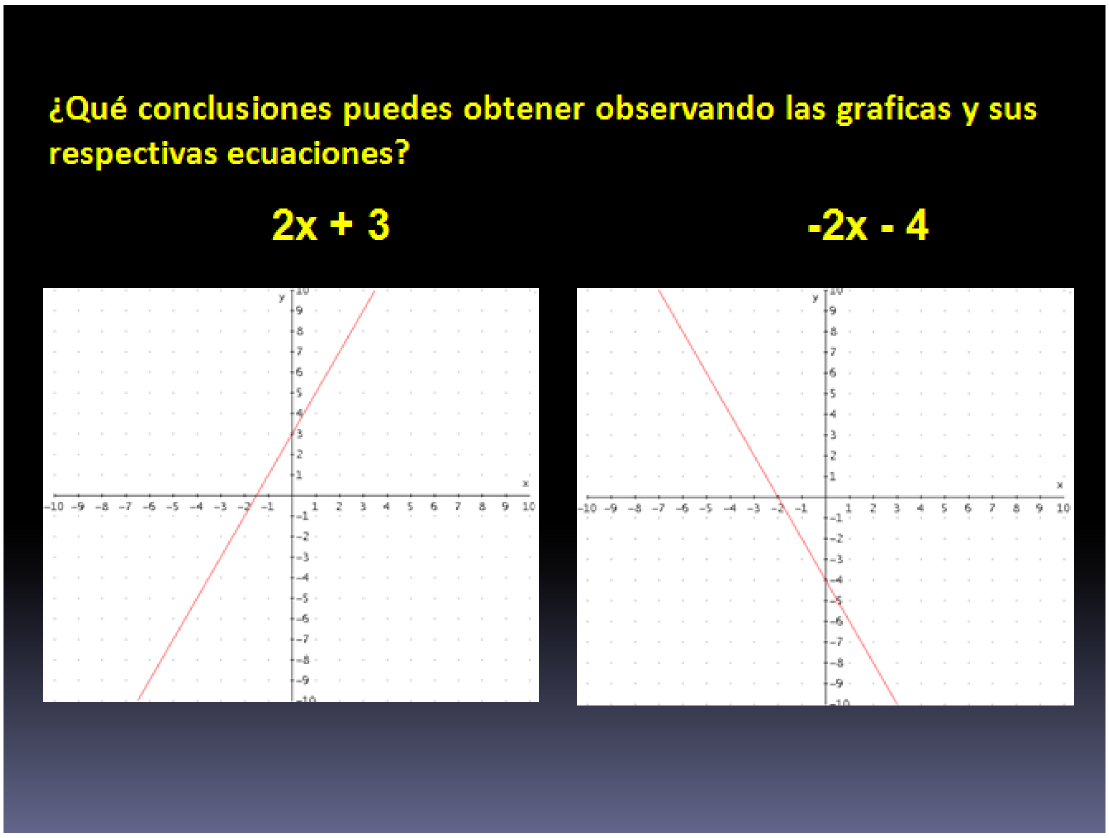
x	2x + 3
2	
1	
0	
-1	
-2	



Dada la siguiente ecuación "-2x - 4" completa la tabla para los siguientes valores de x y realiza la grafica correspondiente

x	-2x - 4
2	
1	
0	
-1	
-2	



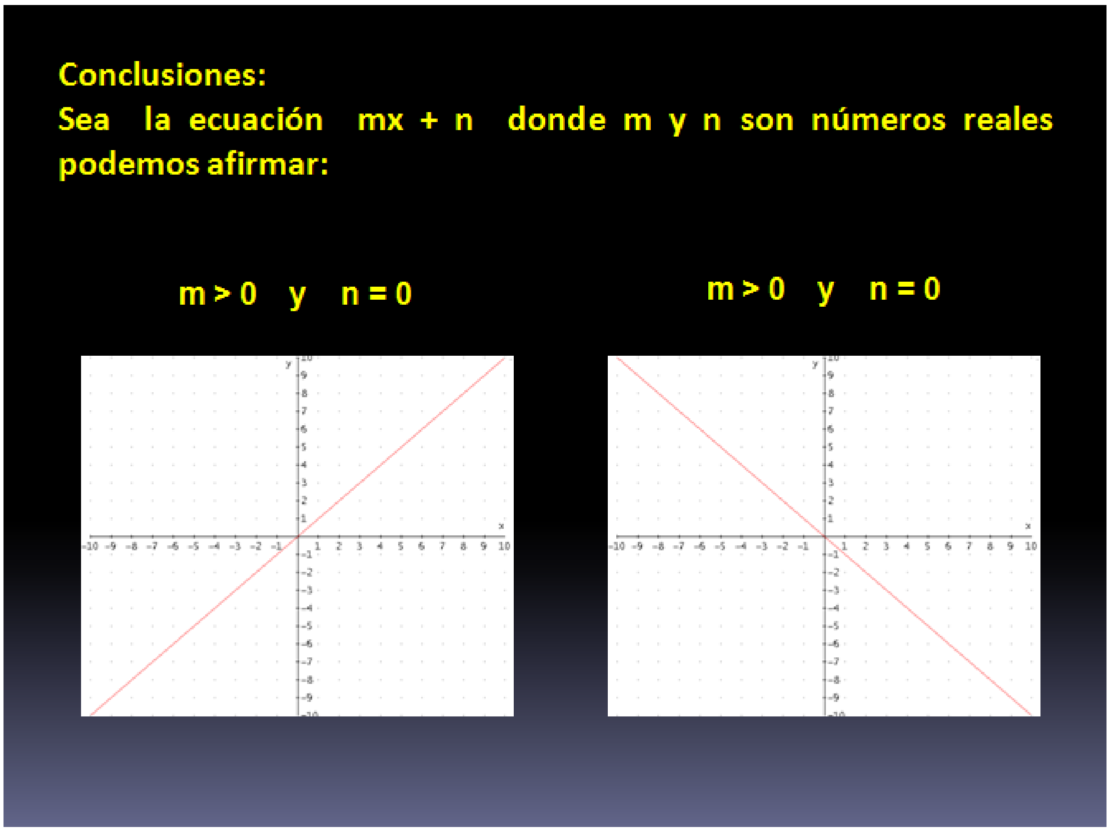


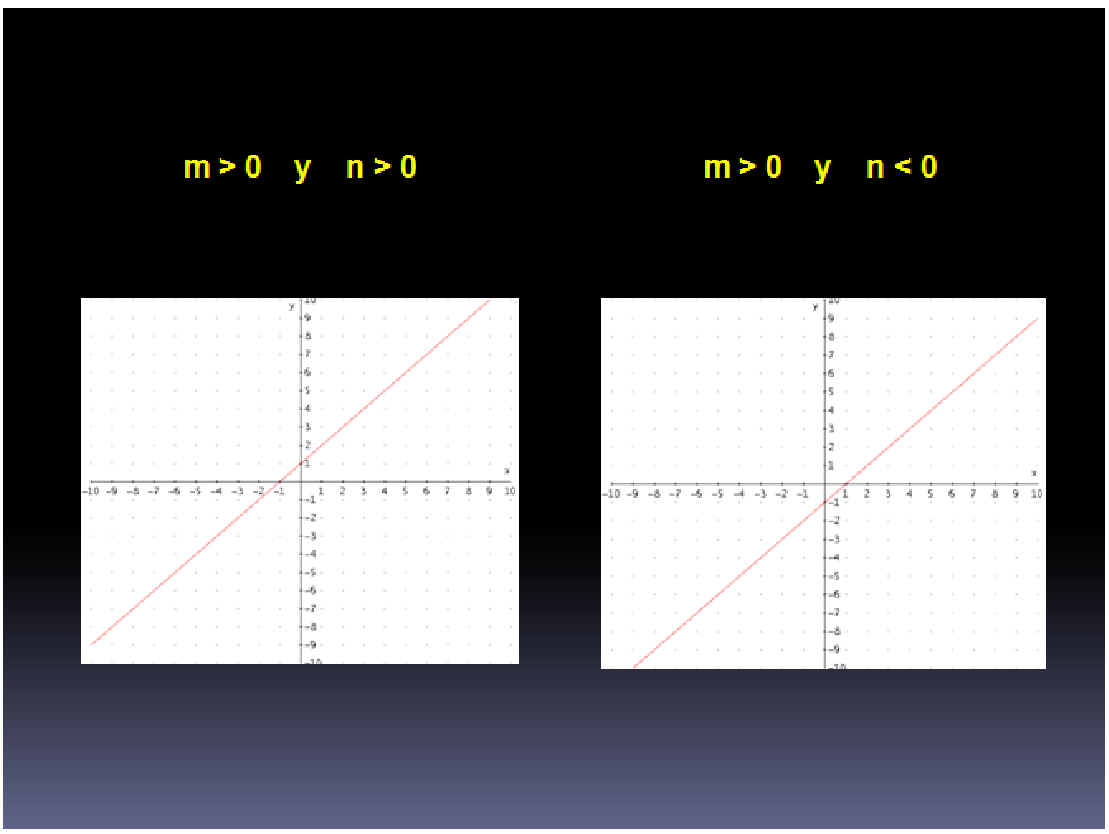
Sugerencias metodológicas:

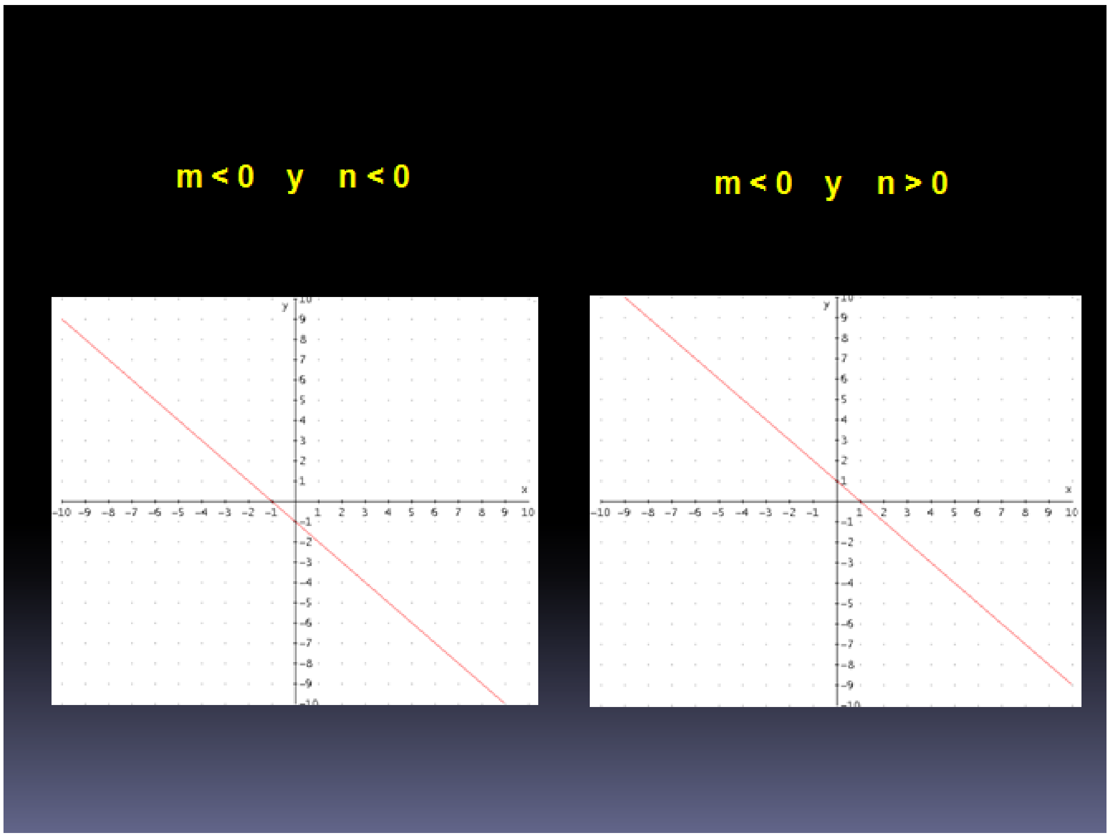
En cada una de las actividades el docente debe ser capaz de dar a los alumnos un tiempo pertinente para la generación de sus objetos matemáticos personales, que los alumnos interactúen y consensuen sobre el objeto institucional, pero que lo obtengan a través de sus prácticas e interacciones con sus pares.

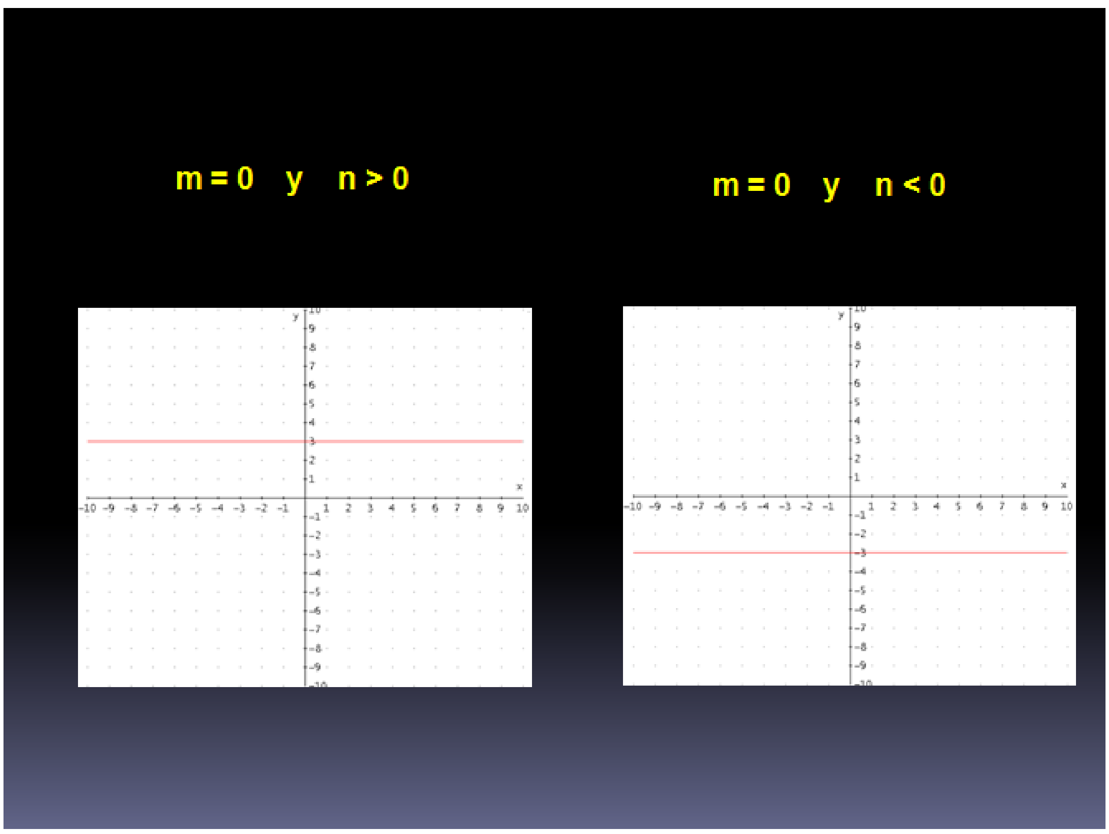
El docente debe dar el tiempo a los alumnos al momento de graficas

Finalmente el docente debe invitar a los alumnos a dibujar el grafico y luego corroborar la solución, para que sean los alumnos quienes identifiquen las distintas formas de la pendiente.


Conclusiones:
Sea la ecuación mx + n donde m y n son números reales podemos afirmar:
m > 0 y n = 0
m > 0 y n = 0


m > 0 y n > 0
m > 0 y n < 0


m < 0 y n < 0
m < 0 y n > 0


m = 0 y n > 0
m = 0 y n < 0

Sugerencias metodológicas:

Es importante que el docente pueda hacer énfasis en errores de expresiones algebraicas.

El docente en las últimas diapositivas debe realizar un análisis del desplazamiento de la recta dependiendo de su coeficiente de posición o de la pendiente, debe hacer énfasis en las posiciones y las diferencias entre un tipo de recta y otras, además de hacer la relación con su trayectoria lingüística, para esto le presentamos al docente el siguiente material de apoyo para recordar elementos necesarios para el desarrollo de esta clase:

La Recta

Conceptos básicos

- La intersección en forma perpendicular de dos rectas, una vertical y otra horizontal, ambas en un mismo plano, forma un sistema ortogonal o cartesiano.
- Un punto en el plano sólo tiene posición dada por las coordenadas (x_0 , y_0)
- La dirección de una recta la definiremos por el ángulo que éste tiene con respecto a la recta horizontal en sentido anti horario.
- La línea recta horizontal, por definición tiene dirección cero.
- La pendiente o inclinación de la recta L1 que pasa por los puntos (x_1, y_1) a (X_2 , y_1) se define

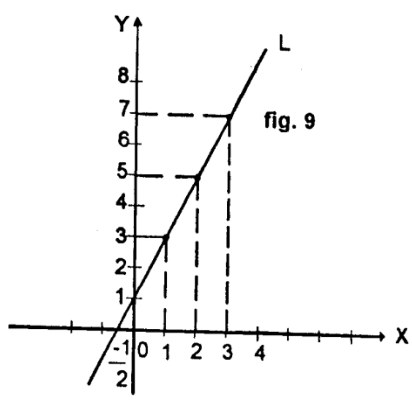
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

- Tres puntos son colineales si la pendiente calculada, considerando los puntos de dos en dos, entregan el mismo valor. Ejemplo:
-

Graficar la recta L: y = 2x + 1

Se construye una tabla de valores:

x	2x + 1	y	(x, y)
1	$2 \cdot 1 + 1$	3	(1, 3)
2	$2 \cdot 2 + 1$	5	(2, 5)
3	$2 \cdot 3 + 1$	7	(3, 7)
.	.	.	.
.	.	.	.



Los pares ordenados (x, y) se ubican en el plano cartesiano (fig. 9). El gráfico de la recta L, se determina al unir los puntos (x, y).

Importante: La intersección de la recta L con el eje Y se obtiene cuando x = 0.

Reemplazando en la ecuación resulta $y = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ (valor de n).

Luego, la intersección con el eje Y es el punto (0, 1).

La intersección de la recta L con el eje X se obtiene cuando y = 0. Reemplazando en la ecuación resulta 0 = 2x + 1, o sea $x = -\frac{1}{2}$

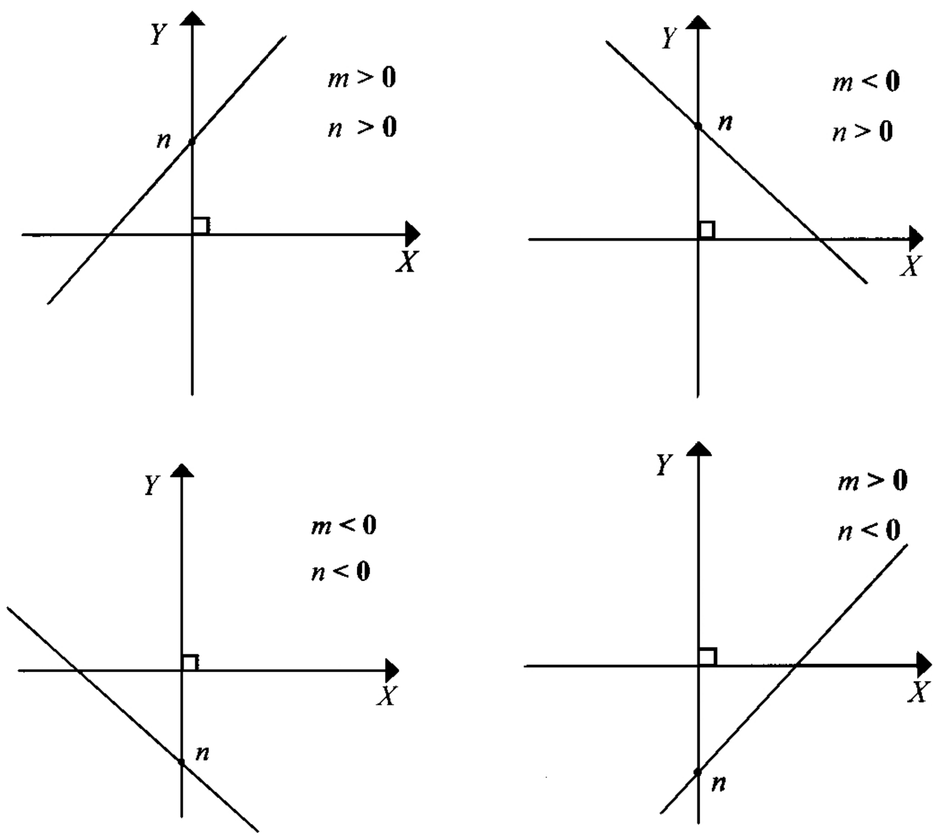
2

Luego, la intersección con el eje X es el punto $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

Observando el gráfico de la fig. 9, se comprueba que la recta interseca al eje Y en (0, 1) y al eje X en $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.

La recta L de ecuación principal y = mx + n tiene pendiente m e intersecta al eje Y en el punto (0, n).

Diversos casos según m y n

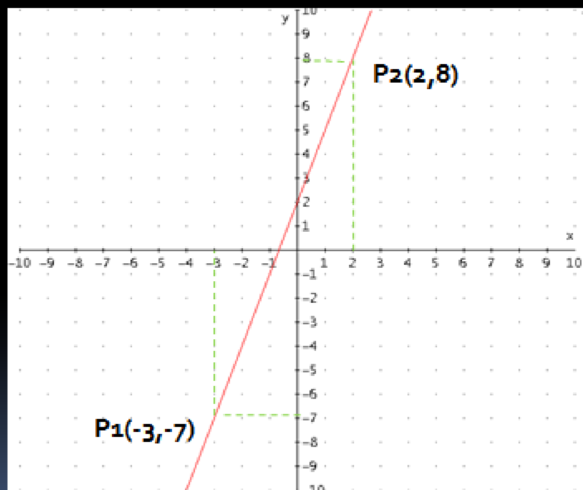


DISEÑO CLASE Nº10

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos encuentran la ecuación de la recta que pasa por dos puntos, por un punto y una pendiente conocida. **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Calcular		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos deducen la ecuación de la recta que pasa por dos puntos y ecuación punto pendiente.		
CONTENIDOS: Ecuación de la recta que pasa por dos puntos y ecuación punto pendiente		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega el objetivo de la clase y da las instrucciones para esta.	Plumones Pizarras Proyector
DESARROLLO	El profesor pregunta cómo se podrá identificar la ecuación de la recta que pasa por dos puntos conocidos. Utilizando la presentación el profesor explica como calcular la ecuación de la recta que pasa por dos puntos. Y muestra cual es como calcular su pendiente. Luego explica por medio de un ejemplo como calcular la ecuación punto pendiente. En ambos casos les indica como calcular la ecuación principal y general de la recta. Luego entrega guía de trabajo, los alumnos pueden trabajar en grupos.	
CIERRE	El profesor realiza una retro alimentación recordando los elementos más importantes vistos en la clase.	

Ecuación de la recta

Sea la ecuación $y = 3x + 2$



- <u>Ecuación de la recta que pasa por dos puntos :</u>

La ecuación de la recta que pasa por dos puntos queda determinada por:

$$(y - y_1) = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$$

Si tomamos dos puntos pertenecientes a la recta anterior P1(-3,-7) , P2 (2,8) y remplazamos en la ecuación nos queda:

$$(y + 7) = \frac{(8 + 7)}{(2 + 3)}(x + 3)$$

Si continuamos desarrollando

$$(y + 7) = \frac{15}{5}(x + 3)$$

$(y+7)=3(x+3)$ $\quad$ $y+7=3x+9$

Finalmente despejando "y" obtenemos:

$$y=3x+2$$

Esta forma la llamaremos ecuación principal

Si esta ecuación la igualamos a cero obtendremos :

$$3x-y+2=0$$

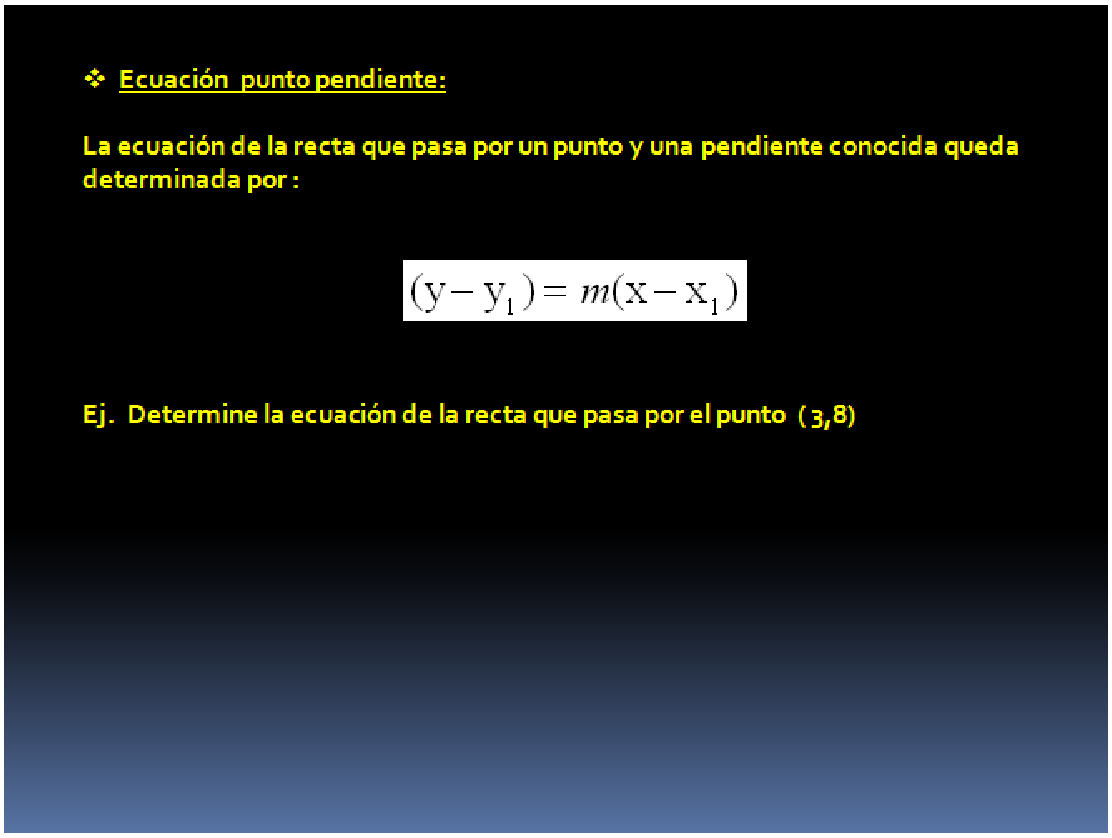
Esta forma la llamaremos ecuación principal

Si observamos la ecuación principal de la recta anterior $y=3x+2$

El valor de la pendiente es igual a tres (m = 3).
Revisando el desarrollo del ejercicio anterior podemos observar

Realizando este análisis podemos asegura que:

$$m=3 \Rightarrow \frac{15}{5} \Rightarrow \frac{(8+7)}{(2+3)} \Rightarrow \frac{(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)}=m$$



Sugerencias metodológicas:

Utilizando el power point indicado e ir desarrollando paso a paso y hacer énfasis en los ejercicios en los cuales se involucre estos problemas indicados, para que no se vuelva repetitivo el repaso de las mismas carencias de los alumnos.

Es importante dar el tiempo a los alumnos para ir analizando las situaciones, para que ellos logren crear su propio objeto a través de sus prácticas personales puestas en juego, debido a que esta clase es principalmente expositiva en su primer momento.

En la actividad propuesta en forma grupal el docente debe supervisar las practicas institucionales formuladas a través de dicha actividad, además de guiar a los alumnos hacia el objeto matemático puesto en juego en dicha práctica.

DISEÑO CLASE Nº11

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos identifican rectas paralelas, perpendiculares y coincidentes. **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Identificar		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos identifican rectas paralelas, perpendiculares y coincidentes.		
CONTENIDOS: Rectas paralelas, perpendiculares y coincidentes.		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega el objetivo de la clase y da las instrucciones para esta.	Plumones Pizarras Guía
DESARROLLO	El profesor explica como identificar dos rectas perpendiculares por medio de sus pendientes. Los alumnos trabajan ejercicios de su guía e identifican rectas perpendiculares. El profesor explica como identificar dos rectas Paralelas por medio de sus pendientes. El profesor explica como identificar dos rectas coincidentes por medio de sus pendientes. Los alumnos continúan trabajando	
CIERRE	El profesor realiza una retro alimentación de la clase	

Rectas Paralelas, coincidentes y perpendiculares

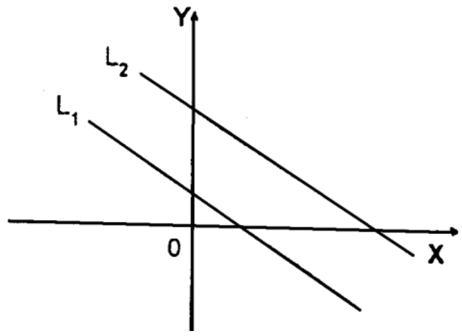
- Dos rectas son paralelas cuando sus pendientes son iguales y sus coeficientes de posición distintos, o sea

L_1: $y = m_1x + n_1$

L_2: $y = m_2x + n_2$,

Entonces $L_1 // L_2$ sí y sólo si $m_1 = m_2$

Ejemplo: Las rectas $y = 4x + 5$; $y = 4x - 2$ son paralelas.



- Dos rectas son coincidentes cuando sus pendientes son iguales y sus coeficientes de posición iguales, o sea

L_1: $y = m_1x + n_1$

L_2: $y = m_2x + n_2$,

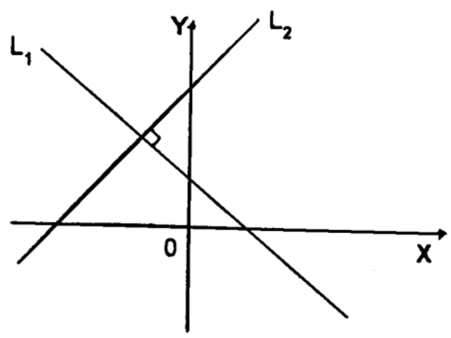
Entonces L_1 coincidente con L_2 sí y sólo si $m_1 = m_2$ y $n_1 = n_2$

- Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes es -1, o sea

L_1: $y = m_1x + n_1$

L_2: $y = m_2x + n_2$,

Entonces $L_1 \perp L_2$ sí y sólo si $m_1 \cdot m_2 = -1$



Ejemplo:

L_1: $y = -2x + 3$

L_2: $y = 0,5x - 4$

Entonces $L_1 \perp L_2$ ya que $-2 \cdot 0,5 = -1$

Sugerencias metodológicas:

El docente en esta clase debe hacer la distinción cada vez que los alumnos deban llevar de la forma general de la recta a la forma principal y viceversa, como se nombran y la forma de las rectas.

El docente debe presentar a los estudiantes el material para que ellos posteriormente sean capaces de reconocer la igualdad entre las pendientes, el profesor realiza la relación con las rectas paralelas coincidentes y perpendiculares.

DISEÑO CLASE Nº12

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Aplicar conceptos relacionados con la ecuación de la recta **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Ejercitación		
ACTIVIDADES CLAVES: Evaluación formativa		
CONTENIDOS: Ecuación de la recta		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Indica los objetivos de la clase El profesor divide el curso en grupos de cuatro a cinco alumnos.	Pizarra Plumones Guía Taller formativo
DESARROLLO	Entrega taller formativo cuatro integrantes, y supervisa el trabajo realizado por los alumnos. Luego realiza una retroalimentación utilizando el taller formativo.	
CIERRE	El profesor retira los talleres y permite que sus alumnos salgan a recreo.	

DISEÑO CLASE Nº13

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos reconocen una función **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Análisis		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos identifican funciones analizando distintos registros		
CONTENIDOS: función		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. Entrega el objetivo de la clase y realiza una pequeña introducción al concepto de función.	Guía Plumón Pizarrón
DESARROLLO	Realiza las indicaciones para el trabajo grupal. El profesor forma grupos de tres personas y entrega guía de trabajo, este debe supervisar el trabajo de sus alumnos durante 45 minutos. Luego realiza una puesta en común y reafirma o rectifica los objetos matemáticos propuestos y obtenidos por sus alumnos	
CIERRE	El profesor realiza una retroalimentación de la clase y les pregunta a sus alumnos lo que entienden por función	

Historia del concepto de función

Si tratáramos hoy de contestar a la difícil pregunta ¿qué son las matemáticas? muchas veces respondemos algo como 'El estudio de las relaciones entre conjuntos' o 'El estudio de las dependencias entre cantidades variables'. Si estas afirmaciones son cercanas a la verdad entonces sería lógico sugerir que el concepto de función debe haber aparecido desde las primeras etapas del desarrollo de las matemáticas. Ciertamente, si vemos las matemáticas babilónicas encontramos tablas de cuadrados de los números naturales, cubos de los números naturales y recíprocos de los números naturales. Estas tablas sin duda definen funciones de N sobre N o de N sobre R. E. T. Bell escribió en 1945: "*Puede no ser demasiado generoso dar crédito a los antiguos babilonios de tener el instinto de función; ya que una función ha sido definida sucesivamente como una tabla o como una correspondencia".*

Sin embargo esto seguramente viene de ver a los antiguos matemáticos a través de ojos modernos.
Si avanzamos hasta las matemáticas griegas entonces llegamos al trabajo de Ptolomeo. Él computó cuerdas de un círculo lo que esencialmente quiere decir que computó funciones trigonométricas. Seguramente, uno podría pensar, que si estaba calculando funciones trigonométricas entonces Ptolomeo debe haber comprendido el concepto de función. Como escribió O Petersen en 1974: *"Pero si concebimos una función no como una fórmula sino como una relación más general que asocia elementos de un conjunto con los elementos de otro conjunto, es obvio que las funciones en ese sentido abundan en el* Almagesto".

Habiendo sugerido que el concepto de función estaba ausente en estas antiguas obras matemáticas, permítanos sugerir, como lo hace Youschkevitch en The concept of function up to the middle of the 19th century, que Oresme se estaba acercando en 1350 cuando describió las leyes de la naturaleza como leyes que dan una dependencia entre una cantidad y otra. Youschkevich escribe en *The concept of function up to the middle of the 19th century*:

La noción de una función aparece por primera vez en una forma más general durante el siglo XIV en las escuelas de filosofía natural de Oxford y París.

Galileo estaba empezando a entender el concepto aún con mayor claridad. Sus estudios sobre el movimiento contienen la clara comprensión de una relación entre variables. De nuevo otra parte de sus matemáticas muestra que estaba empezando a captar el concepto de mapeo entre conjuntos. En 1638 estudió el problema de dos círculos concéntricos con centro *O*, el círculo más grande *A* con diámetro del doble que el círculo más pequeño *B*. Pero al tomar cualquier punto *P* sobre el círculo *A* entonces *PA* corta al círculo *B* en un punto. Así Galileo había construido una función que mapeaba cada punto de *A* sobre un punto de *B*. De modo similar, si *Q* es un punto sobre *B* entonces el segmento *OQ* resultante corta al círculo *A* en exactamente un punto. De nuevo tiene una función, esta vez de los puntos en *B* hacia los puntos en *A*. Aunque la circunferencia de *A* sea el doble de la circunferencia de *B*, ambas tienen el mismo número de puntos. También produjo la correspondencia uno-a-uno estándar entre los enteros positivos y sus cuadrados, la cual (en términos modernos) daba una bisección entre N y un subconjunto propio.

Casi al mismo tiempo que Galileo llegaba a estas ideas, Descartes introducía el álgebra a la geometría en *La Géometrie* (*La geometría*). Afirma que una curva puede dibujarse al permitir que una línea tome sucesivamente un número infinito de valores distintos. Esto de nuevo lleva el concepto de función a la construcción de una curva ya que Descartes está pensando en términos de la magnitud de una expresión algebraica que toma infinitos valores como en que la magnitud a partir de la cual se compone la expresión, toma un infinito número de valores.

Detengámonos por un momento antes de llegar a la primera vez que se usó la palabra 'función'. Es importante entender que el concepto se desarrolló con el paso del tiempo; su significado fue cambiando y también fue siendo definido con mayor precisión a través de los años. Ya hemos sugerido que una tabla de valores, aunque defina una función, no es pensada necesariamente por su creador como una función. Los primeros empleos de la palabra 'función' sí encapsulaban ideas del concepto moderno pero de manera mucho más restrictiva.

Se puede decir que en 1748 el concepto de función saltó a la fama en matemáticas. Esto se debió a Euler quien publicó *Introductio in analysin infinitorum* en el año en que hace central el concepto de función en su presentación del análisis. Euler definió una función en el libro como sigue: *"Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de la cantidad variable y de números o cantidades constantes".*

Euler permitió que las operaciones algebraicas de sus expresiones analíticas aparecieran un número infinito de veces, dando como resultado series infinitas, productos infinitos y fracciones continuas infinitas. Más adelante sugiere que una función trascendente debe ser estudiada expandiéndola en una serie de potencias. No afirma que todas las funciones trascendentes puedan ser expandidas de este modo pero sí que se debe probar en cada caso específico. Sin embargo, había una dificultad en el trabajo de Euler que generaría confusión ya que no logró distinguir entre una función y su representación.

Hasta Euler las cantidades trigonométricas seno, coseno, tangente, etc. se consideraban como líneas relacionadas con el círculo más que como funciones. Fue Euler quien introdujo el acercamiento funcional.

El concepto de función había llevado a Euler a hacer muchos descubrimientos importantes antes de que escribiera *Introductio in analysin infinitorum*. Por ejemplo, había llegado a definir la función gamma y a resolver el problema que había derrotado a los matemáticos durante mucho tiempo: la suma de la serie 1/12 + 1/22 + 1/32 + 1/42 +... Demostró que la suma da π2/6 y publicó el resultado en 1740.

Regresemos a los contenidos de *Introductio in analysin infinitorum*. Allí Euler presenta las funciones continuas, discontinuas y mixtas pero ya que solo los primeros dos de estos conceptos tienen significados modernos distintos, llamaremos las versiones de Euler *E-continuas* y *E-discontinuas* para evitar confusiones. Una función *E-continua* era aquella que se expresaba mediante una única expresión analítica, una función mixta se expresaba en términos de dos o más expresiones analíticas y una función *E-discontinua* incluían funciones mixtas pero era un concepto más general. Euler no indicó claramente qué quería decir por una función *E-discontinua* aunque es obvio que las consideraba más generales que las mixtas. Más adelante las definió como aquellas funciones que tenían curvas dibujadas arbitrariamente como sus gráficas (de modo más bien confuso, son esencialmente lo que llamamos hoy funciones continuas).

En 1746 d'Alembert publicó una solución al problema de una cuerda tensa que vibra. La solución, por supuesto, depende de la forma inicial de la cuerda y d'Alembert insistió en su solución en que la función que describe las velocidades iníciales de cada punto de la cuerda tenía que ser *E-continua*, es decir, expresada mediante una sola expresión analítica. Euler publicó un artículo en 1749 en el que objetaba la restricción impuesta por d'Alembert, afirmando que, por razones físicas, expresiones más generales para la forma inicial tenían que permitirse. Youschkevitch escribe *The concept of function up to the middle of the 19th century*:

d'Alembert no estaba de acuerdo con Euler. Así empezó la larga controversia sobre la naturaleza de las funciones que se permitían como condiciones iníciales y en las integrales de las ecuaciones diferenciales parciales, las cuales continuaba apareciendo en cantidades cada vez mayores en la teoría de la elasticidad, la hidrodinámica, la aerodinámica y la geometría diferencial.

En 1755 Euler publicó otro libro muy importante, *Institutiones calculi differentialis*. En este libro definió una función de manera totalmente general, dando lo que podemos razonablemente afirmar que era una definición verdaderamente moderna de función:

"Si algunas cantidades dependen de otras del tal modo que si estas últimas cambian también lo hacen las primeras, entonces las primeras cantidades se llaman funciones de las segundas. Esta definición se aplica de manera más bien amplia e incluye todas las formas en que una cantidad puede ser determinada por otra. Si, por lo tanto, x *denota una cantidad variable, entonces todas las cantidades que dependen de* x *de cualquier modo, o que son determinadas por ella, son llamadas* funciones de x".

Otros matemáticos dieron sus propias versiones de la definición de función. Condorcet parece haber sido el primero en retomar la definición general de Euler de 1755. En 1778 Condorcet envío las primeras dos partes de un trabajo de cinco, *Traité du calcul integral* a la Academia de París. Nunca fue publicado pero muchos de los principales matemáticos franceses lo vieron. En esta obra, Condorcet distingue tres tipos de funciones: funciones explícitas, implícitas dadas solo por ecuaciones no resueltas y funciones que se definen a partir de consideraciones físicas tales como las que son solución de una ecuación diferencial.

Lacroix, quien había leído el trabajo inconcluso de Condorcet, escribió en 1797: *Cada cantidad cuyo valor depende de una o más cantidades se llama una función de éstas últimas, se conozca o no qué operación es necesario usar para llegar de la última a la primera.*

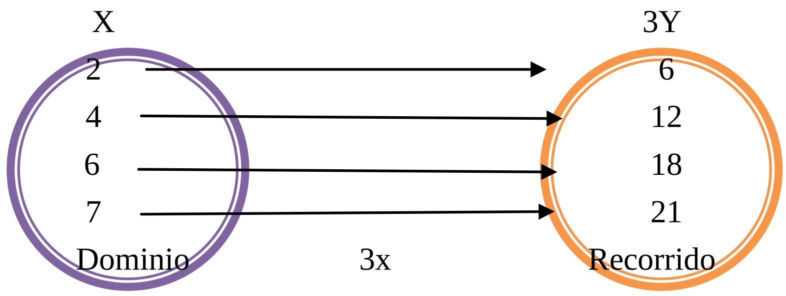
Cauchy, en 1821, dio una definición que hace de la dependencia entre variables el centro del concepto de función. Escribió en *Cours d'analyse*:

"Si cantidades variables son unidas entre ellas de tal modo que el valor de una de ellas está dado, se puede llegar a los valores de todas las otras; uno ordinariamente concibe estas distintas cantidades como expresadas mediante una de ellas, la cual entonces toma el nombre de variable independiente; las otras cantidades expresadas mediante la variable independiente son aquellas a las que se llaman funciones de esta variable".

Nótese que a pesar de la generalidad de la definición de Cauchy, que está diseñada para cubrir tanto las funciones implícitas como las explícitas, aún piensa en una función en términos de una fórmula. De hecho, hace la distinción entre funciones implícitas y explícitas justo después de dar esta definición. También introduce conceptos que indican que todavía piensa en términos de expresiones analíticas.

Concepto de función

Una función es la relación matemática entre dos o más variables, de forma que cada valor de x corresponde un único valor de y o viceversa. En los cuales los valores tomados por la variable X corresponden al dominio de la función y los valores de Y corresponden al dominio o conjunto de llegada de la función. Además debemos recordar que por convención, la variable x se denomina variable independiente y la variable y, variable independiente.



Forma de la función

La función se representa de la siguiente manera: f (x)=y, Que se lee función de X, algunos ejemplos de funciones son:

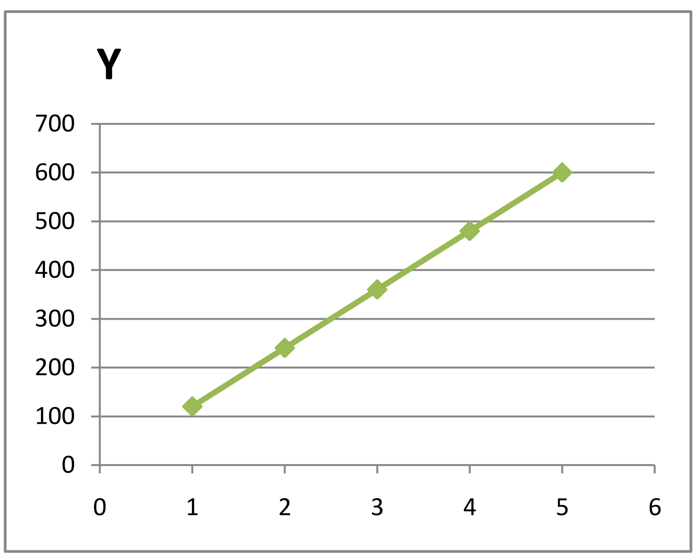
a. F(x) = 3x
b. F(x) =x+4
c. F(x) = 2x-5
d. F(x) =y

Otro caso de función es:

El precio de un metro de cinta es de $ 120, por lo que 2m debería costar $ 240, a menos que exista una oferta, el cual no es el caso.

Precio = 120*metros, lo cual también lo podemos escribir: Y = 120X

X	Y
1	120
2	240
3	360
4	480
5	



Considerando los siguientes valores para x =3, 2, 0,-1 y -2 tabula las funciones:

1. $f(x)= 3x^2 + 4x$

X	Y	(x, y)
3	39	(3,39)
2	20	(2,20)
0	0	(0,0)
-1	-1	(-1,-1)
-2	4	(-2,4)

Operaciones:

$F(x)= 3(3)^2+4(3)=39$

$F(x)= 3(2)^2 + 4(2) =20$

$F(x) = 3(0)^2 + 4(0)= 0$

$F(x) = 3(-1)^2 +4(-1) = -1$

$F(x) = 3(-2)^2 + 4(-2) = 4$

2. $f(x) = x^2+4x-3$

X	Y	(x, y)
3	18	(3,18)
2	8	(2,8)
0	-3	(0,-3)
-1	-6	(-1,-6)
-2	-7	(-2,-7)

3. $f(x) =5x^2-6$

X	Y	(x, y)
3	39	(3,39)
2	14	(2,14)
0	0	(0,0)
-1	-1	(-1,-1)
-2	14	(-2,14)

4. $f(x) = \frac{x+4}{2}$

X	Y	(x, y)
3	3.5	(3,3.5)

2	3	(2,3)
0	2	(0,2)
-1	1.5	(-1,1.5)
-2	1	(-2,1)

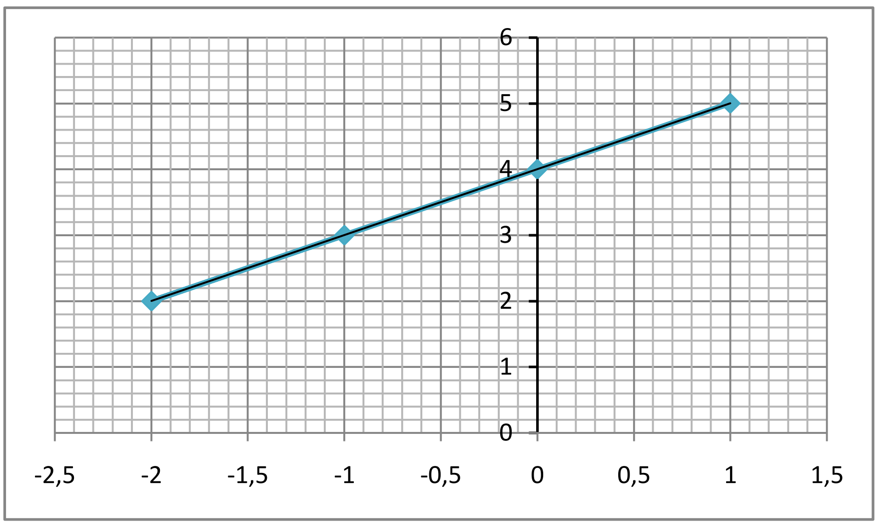
Gráfica de una función

Para poder encontrar una función en un plano cartesiano, primero se tabulará la función para que las parejas encontradas se ubiquen en el plano cartesiano.

Ejemplo: f(x) = x+4

X	Y	Coordenada
-1	3	(-1,3)
-2	2	(-2,2)
0	4	(0,4)
1	5	(1,5)

Luego graficamos las coordenadas obtenidas:



Sugerencias metodológicas

El docente debe apoyar la presentación del alumno(a) elegido la clase anterior para iniciar la clase con la disertación del concepto de función y reforzar lo expuesto, además insertar el objeto de función.

Hacer énfasis en la correcta evaluación de funciones según corresponde.

DISEÑO CLASE Nº14

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Reconocer y evaluar una función afín y lineal **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Diferenciar		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos trabajan diferencian entre una función lineal y una función afín		
CONTENIDOS: Función lineal y afín		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. El profesor explica el objetivo de la clase El profesor realiza un recuerdo de la ecuación de la recta y coeficiente de posición.	Pizarra Plumones Guía
DESARROLLO	El profesor explica la similitud entre una función lineal y una ecuación de la recta de la forma y = xm. Formaliza el contenido. Luego realiza la similitud entre una función afín y una ecuación de la recta de la forma y = xm + n. El profesor entrega guía de trabajo explicando que esta se trabajara en forma personal. Supervisa el trabajo realizado por sus alumnos. Para finalizar la actividad llama algunos alumnos a su sala de clases.	
CIERRE	El profesor realiza un retroalimentación de la clases, enfatizando la relación entre una función lineal, afín y la ecuación de la recta	

Sugerencias metodológicas:

El docente en esta clase debe poner atención al momento de relacionar de la ecuación de la recta con la función lineal y afín, ya que los estudiantes suelen confundirlas su trayectoria lingüística, debido a su gran similitud y destacar la característica que las diferencia.

El docente en esta clase debe dar énfasis tanto a la forma grafica como algebraica de la función lineal y afín, para que el objeto matemático quede institucionalizado en forma correcta y los alumnos posteriormente no solo puedan reconocer su trayectoria lingüística, si no también en su trayectoria

Realizar la comparación entre la función lineal y la función afín

DISEÑO CLASE Nº15

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Reconocer y graficar, una función parte entera y valor absoluto **TIEMPO: 90 minutos**		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Graficar		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos realizan diversas graficas de funciones parte entera y valor absoluto.		
CONTENIDOS: función parte entera y valor absoluto		
MOMENTO	**NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN**	**MATERIALES**
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos Entrega objetivo de la clase Pregunta a sus alumnos lo que recuerdan de parte entera y valor absoluto generando una lluvia de ideas.	Plumones Pizarra Guía Proyector
DESARROLLO	El profesor retro alimenta a sus alumnos con los conceptos de parte entera y valor absoluto. El profesor entrega guía a los alumnos, les pide que lean y realicen las graficas pedidas para la actividad 1 Luego verifican junto a los alumnos las respectivas graficas utilizando la proyección. Luego les pide que lean y realicen las graficas pedidas para la actividad 2 Luego verifican junto a los alumnos las respectivas graficas utilizando la proyección.	
CIERRE	El profesor realiza un resumen de los contenidos recién revisados y entrega temario prueba final.	

CONOCIENDO OTRAS FUNCIONES

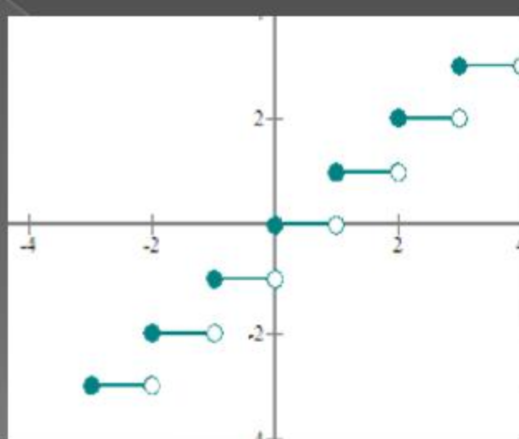
Función Parte Entera

La función parte entera de x hace corresponder a cada número real el número entero inmediatamente inferior.
Siendo su grafica:

f(x) = [x]

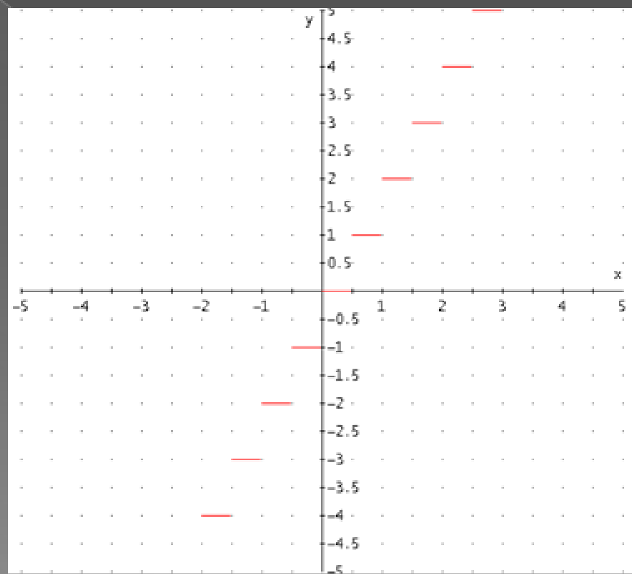
x	0	0.5	0.9	1	1.5	1.9	2
f(x) = [x]	0	0	0	1	1	1	1

Su grafica es

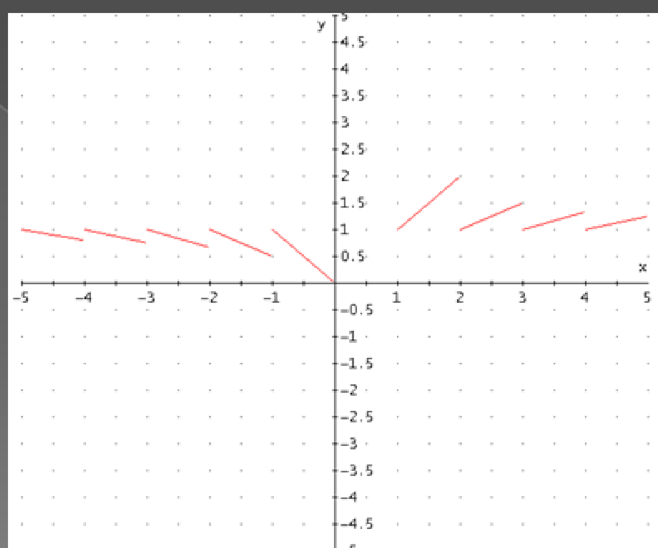


1. Grafica, ahora las siguientes expresiones, analizando los gráficos y constatando si hay valores para x en los que la expresión no tiene sentido.

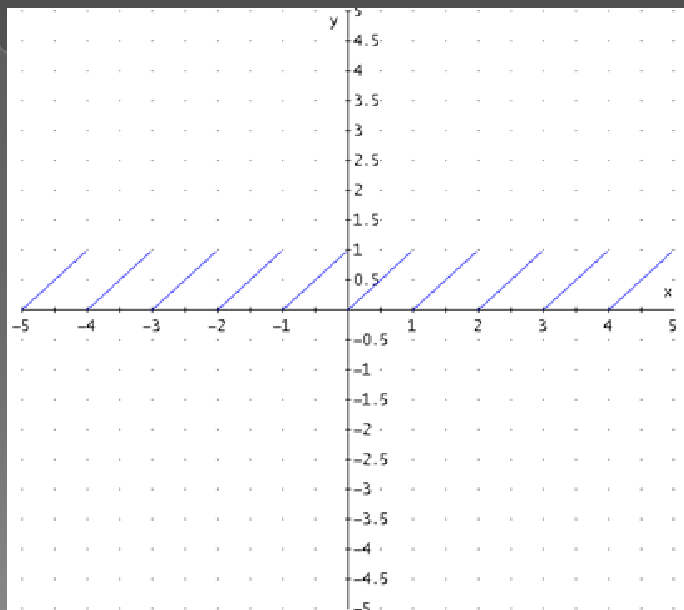
y = [2x]



$$y=\frac{x}{[x]}$$



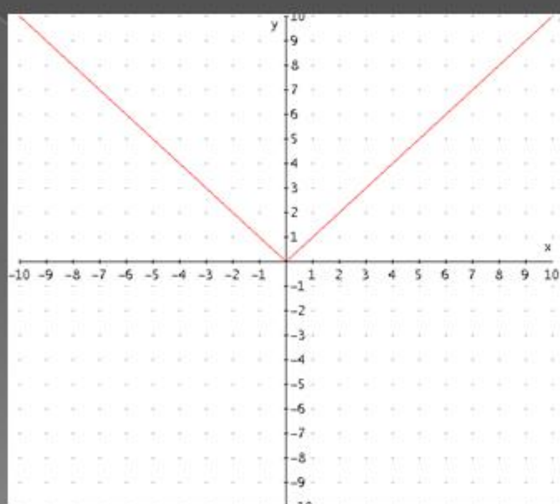
$y = x - [x]$

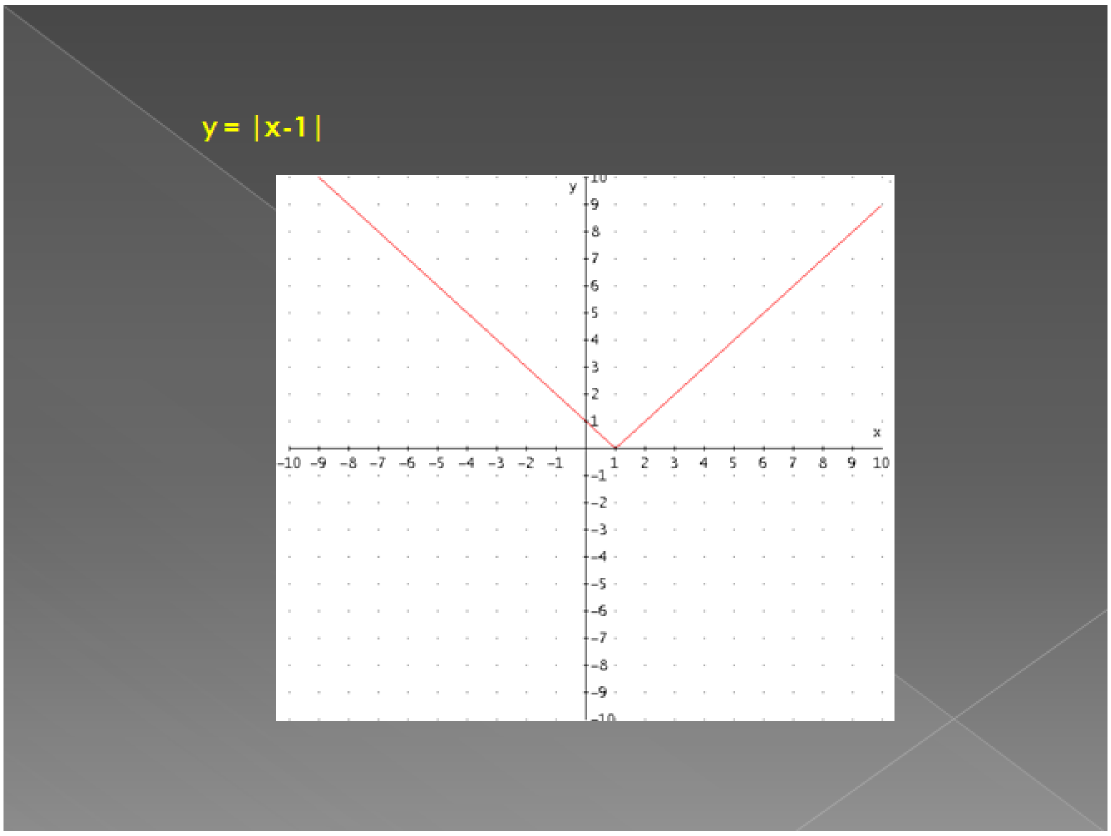


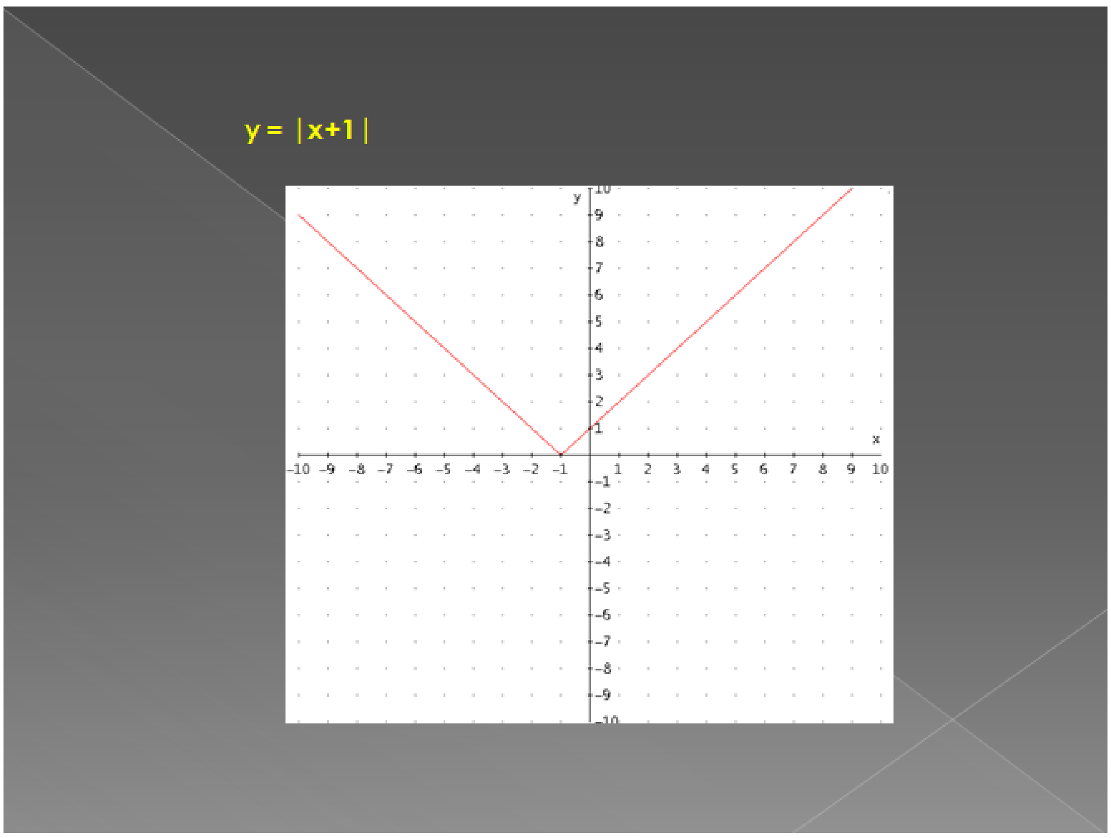
FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO Y SUS GRAFICAS

Grafica, ahora las siguientes expresiones, analizando los gráficos

$y = |x|$




y = |x-1|


y = |x+1|

Sugerencias metodológicas

El docente al iniciar la clase debe iniciar haciendo un pequeño recordatorio o una lluvia de ideas y que los alumnos manifiesten sus conocimientos con respecto al objeto matemático de valor absoluto y su manejo, luego seguir la secuencia de Presentaciones propuestas para el desarrollo de la clase.

Además el docente debe recordar al momento de llegar al objeto matemático de función valor absoluto, debe comenzar con el orden y la ubicación de números ya sea enteros y racionales en la recta numérica, para evitar futuras practicas prototípicas erradas y que afecten el resultado final de algún campo de problemas propuestos referente a la unidad.

Para el desarrollo de la clase el docente también cuenta con el siguiente material para poder recordar y preparar la clase:

Conociendo otras funciones

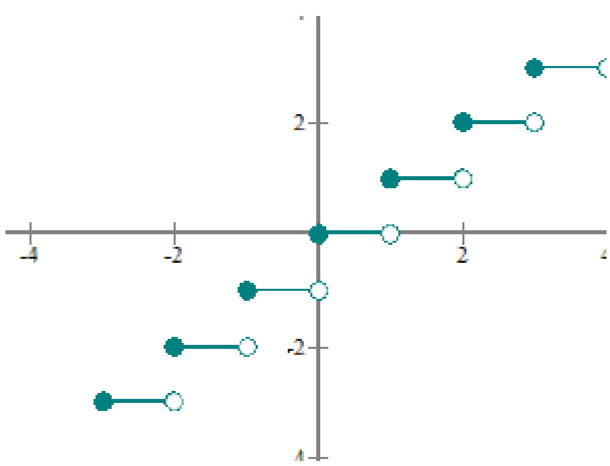
Función Parte Entera

La función parte entera de x hace corresponder a cada número real el número entero inmediatamente inferior.

Siendo su grafica:

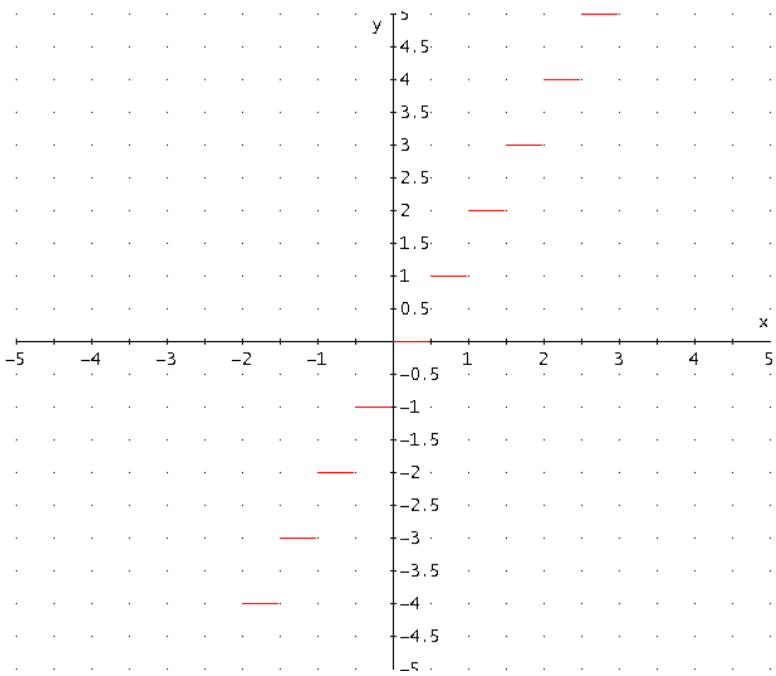
f(x) = [x]

x	0	0.5	0.9	1	1.5	1.9	2
f(x) = [x]	0	0	0	1	1	1	1

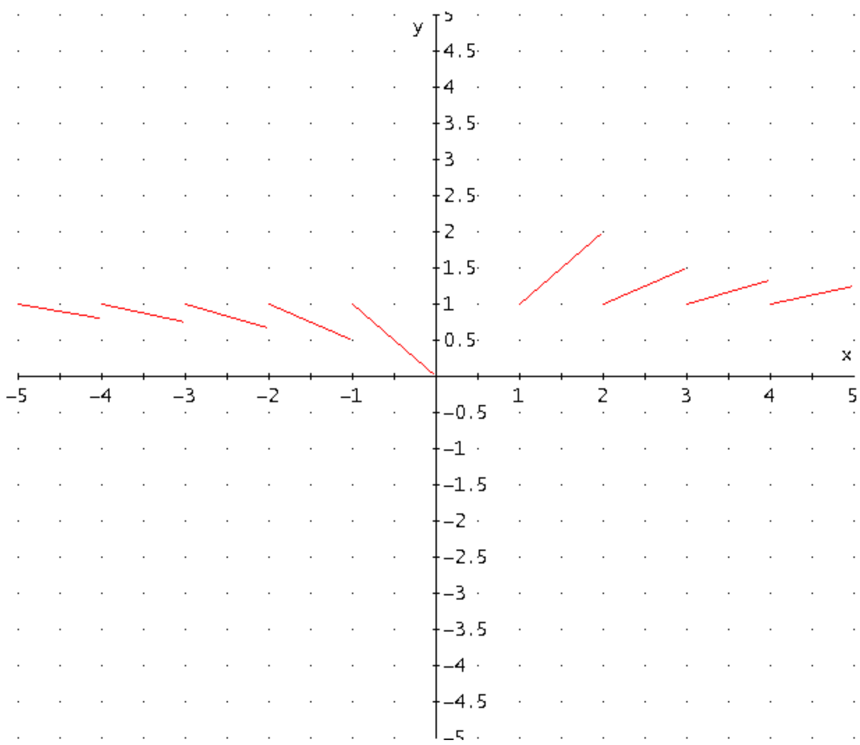


1. Grafica, ahora las siguientes expresiones, analizando los gráficos y constatando si hay valores para x en los que la expresión no tiene sentido.

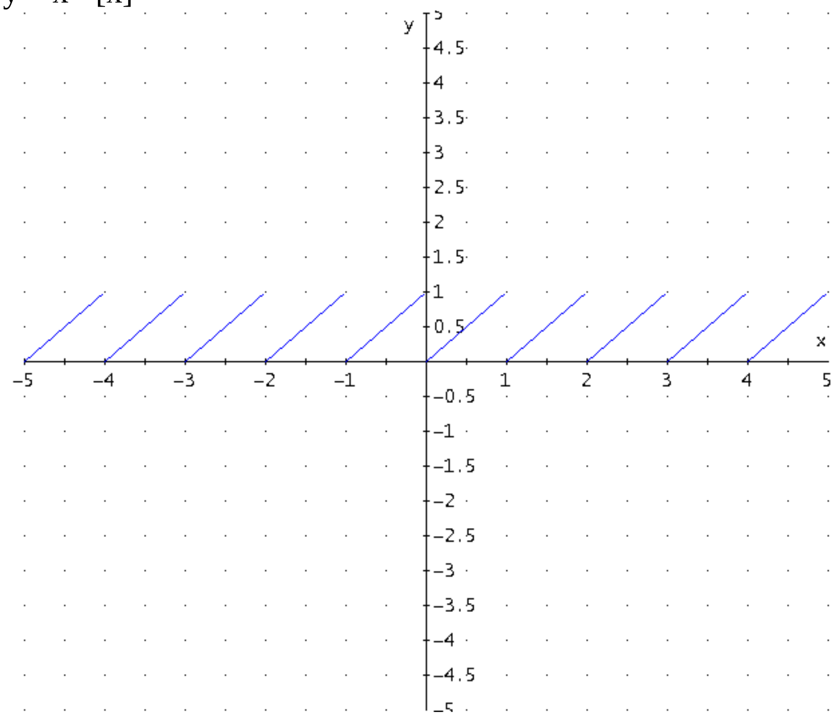
A. y = [2x]



B. $y = \dfrac{x}{[x]}$

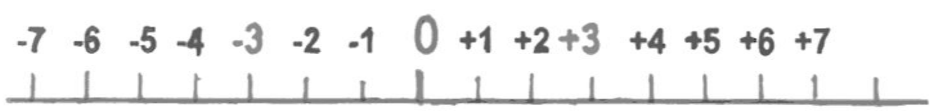


C. y = x - [x]



Función Valor Absoluto

Observa la recta numérica:



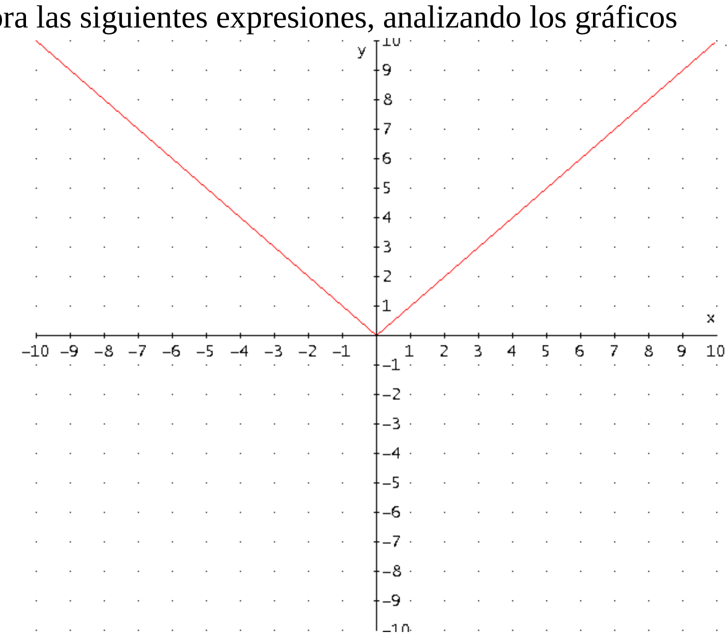
Los números +3 y –3 se encuentran a la misma distancia del cero. Ocurre así porque los dos números están formados por el mismo número natural, el 3, aunque con distinto signo. Al número 3 se le llama valor absoluto de +3 y –3, y se indica así:

|+3| = | -3 | = 3

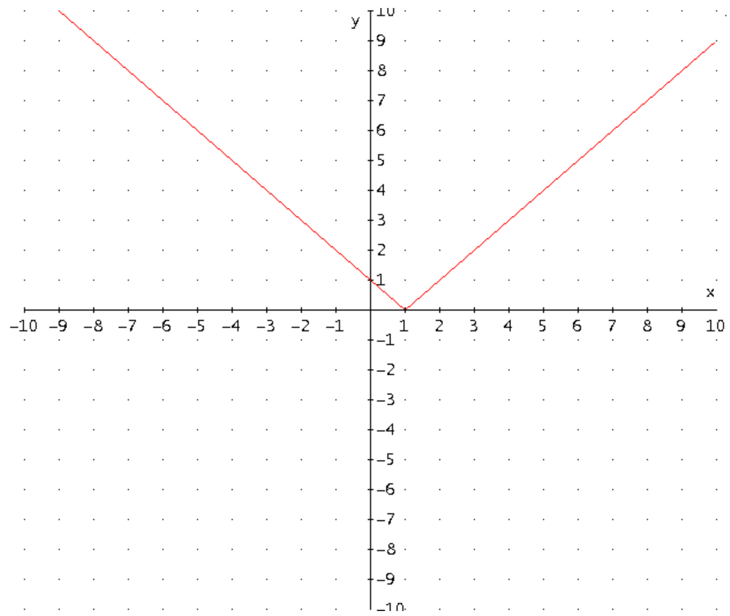
Función valor absoluto y sus graficas

1. Grafica, ahora las siguientes expresiones, analizando los gráficos

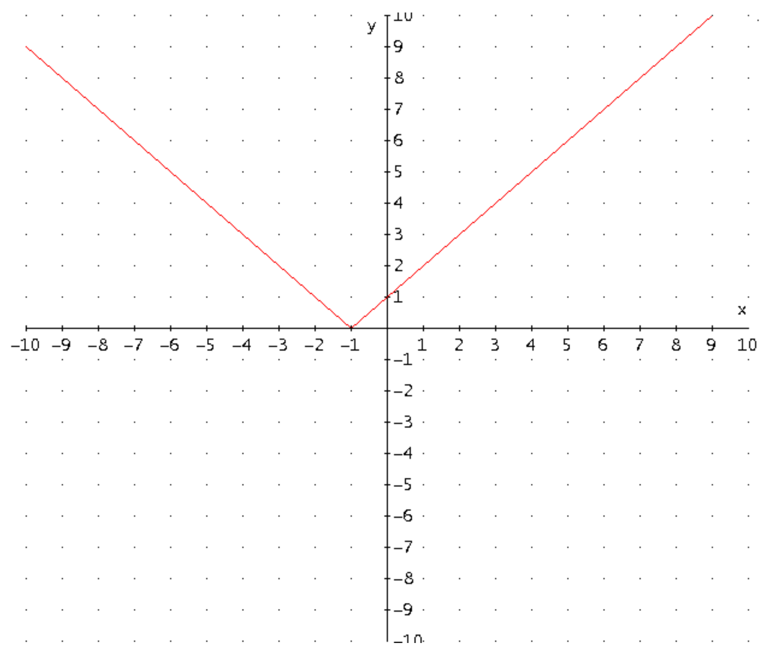
1. y = |x|



2. y = |x-1|


y
x
−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
9 8 7 6 5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7 −8 −9

3. y = |x+1|


y
x
−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
9 8 7 6 5 4 3 2 1 −1 −2 −3 −4 −5 −6 −7 −8 −9

DISEÑO CLASE Nº16

APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos aplican los aprendizajes adquiridos **TIEMPO:** 90 minutos		
HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Sintetizar		
ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos responden prueba final.		
CONTENIDOS: La recta y función lineal		
MOMENTO	NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN	MATERIALES
INICIO	El profesor saluda a sus alumnos. El profesor explica el objetivo de la clase	Pruebas
DESARROLLO	El profesor entrega las instrucciones para poder realizar la prueba y entrega el tiempo de duración de esta. Entrega la pruebas y lee junto a los alumnos todas las instrucciones Da inicio a la prueba final, supervisa el desarrollo de la prueba	
CIERRE	El profesor retira las pruebas y permite que los alumnos se retiren a recreo	

DISEÑO CLASE N°17

<table>
<tr><td colspan="3">APRENDIZAJE(S) ESPERADO(S): Los alumnos reflexionan entorno a sus aciertos y errores
TIEMPO: 90 minutos</td></tr>
<tr><td colspan="3">HABILIDAD ESPECÍFICA (Paso Procedimental): Verificar</td></tr>
<tr><td colspan="3">ACTIVIDADES CLAVES: Los alumnos corrigen la prueba final</td></tr>
<tr><td colspan="3">CONTENIDOS: La recta y función lineal</td></tr>
<tr><td>MOMENTO</td><td>NARRACIÓN DE LA INTERACCIÓN</td><td>MATERIALES</td></tr>
<tr><td>INICIO</td><td>El profesor saluda a sus alumnos.
El profesor explica el objetivo de la clase</td><td>Plumón
pizarra
Pruebas</td></tr>
<tr><td>DESARROLLO</td><td>El profesor pide que los alumnos formen grupos de cuatro personas, les entrega una copia de la prueba a cada grupo y les pide que la desarrollen en forma grupal, esta actividad es de 30 minutos, luego pide que algunos alumnos realicen ejercicios en la pizarra. Y de esta forma sacar una puesta en común, el profesor debe clarificar conceptos errados apoyándose en su pauta de corrección.</td><td></td></tr>
<tr><td>CIERRE</td><td>El profesor realiza una última retro alimentación de la unidad, y resalta los contenidos que se utilizaran mayormente en la próxima unidad de sistemas de ecuaciones.</td><td></td></tr>
</table>

CORRECCION PRUEBA FINAL

I. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Debes justificar las falsas (7pts.)

a) ....V... El plano cartesiano se encuentra dividido en cuatro cuadrantes.

b) ....V... Los ejes coordenados de un plano cartesiano son perpendiculares.

c) ....F... El eje coordenado "y" corresponde al eje de las abscisas: y corresponde a las ordenadas

d) .... A "x" se le denomina variable dependiente. x es denominada variable independiente pues no se estudio la función inversa

e) ....v... El punto A (3,8) tiene por ordenada 8.

II. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano, dibuja el segmento y calcula su distancia (3pts)

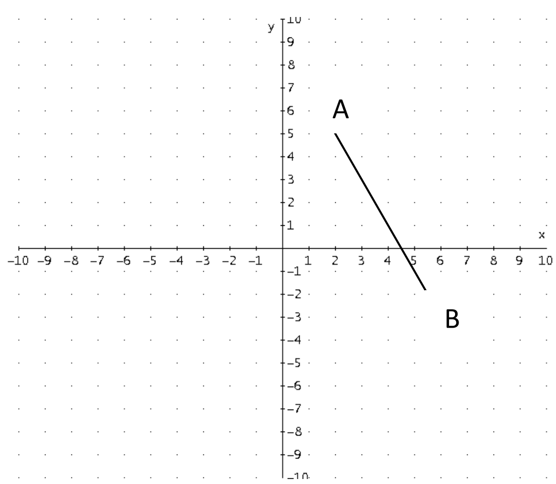
A (2,5)

C (6, -3)

$\sqrt{(6-2)^2+(-3-5)^2}$

$\sqrt{16+64}$

$\sqrt{80}$



Distancia: $\sqrt{80}$

III. Marca con una x la alternativa correcta, debes desarrollar el ejercicio. (12 pts.)

1. El punto medio del segmento formado por los puntos (3,4) y (-1,8) es

   a) (1,-6)
   b) (-1,6)
   c) (-1,-6)
   ~~d) (1, 6)~~
   e) N.A.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{3 - 1}{2}, \frac{4 + 8}{2}\right)$$

$$M = \left(\frac{2}{2}, \frac{12}{2}\right)$$

$$M = (1{,}6)$$

2. La ecuación principal de la recta 4x – 2y + 6 = 0 es

   a) y = -2x - 3
   b) y = -2x + 3
   c) y = 2x -3
   ~~d) y = 2x +3~~
   e) N.A.

$$4x - 2y + 6 = 0$$

$$2y = 4x + 6$$

$$y = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$$

$$y = 2x + 3$$

3. La pendiente de la ecuación de la recta 3x + 2y - 8 = 0 es

   ~~a)~~ $\cancel{-\frac{3}{2}}$
   b) $\frac{2}{3}$
   c) $-\frac{2}{3}$
   d) $\frac{3}{2}$
   e) N.A.

$$m = -\frac{3}{2}$$

4. El coeficiente de posición de la ecuación de la recta 9x + y – 3 = 0 es

   a) 9
   b) -3
   c) -9
   ~~d) 3~~
   e) N.A.

5. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (5,-2)

a) $-\frac{1}{5}$
b) - 5
~~c) $\frac{1}{5}$~~
d) 5
e) N.A.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-2+3}{5-0}$$

$$m = \frac{1}{5}$$

6. Qué valor debe tomar K para que la recta determinada por los puntos (5,3) y (2,-4) sea paralela a la recta que determinan los puntos (-4,2) y (k,-1)

a) 2
b) 5
c) -4
d) 3
~~e) N.A.~~

$$m_1 = m_2$$

$$\frac{-4-3}{2-5} = \frac{-1-2}{k+4}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{-3}{k+4}$$

$$7k + 28 = -9$$

$$7k = -37$$

$$k = -\frac{37}{7}$$

IV. En los siguientes casos identifica la ecuación general y principal de la recta: (9pts)

1. Determinada por los puntos (3,-5) y (-6,4)

$$(y - y_1) = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - y_1}\right)(x - x_1)$$

$$(y + 5) = \left(\frac{4+5}{-6-3}\right)(x - 3)$$

$$(y + 5) = -\frac{9}{9}(x - 3)$$

$$(y + 5) = -(x - 3)$$

$$y = -x - 2$$

E.P: y = –x – 2 **E.G: x + y + 2 = 0**

2. Que pasa por el punto (-4,-5) y tiene pendiente 4.

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$(y + 5) = 4(x + 4)$$

$$y = 4x - 11$$

E.P: y = 4x – 11 **E.G: 4x – y – 11 = 0**

3. Que pasa por (8, -2) y que es perpendicular a la recta 5x – 3y = 7.

La pendiente de la recta 5x – 3y = 7 es:

$m_2 = \frac{3}{5}$ Luego $\frac{3}{5} \cdot m_1 = -1 \quad \rightarrow \quad m_1 = -\frac{5}{3}$

$$(y - y_1) = m_1(x - x_1)$$

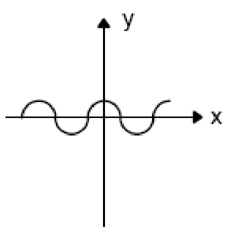
$$(y + 2) = -\frac{5}{3}(x - 8)$$

$$y = -\frac{5}{3}x + \frac{34}{2}$$

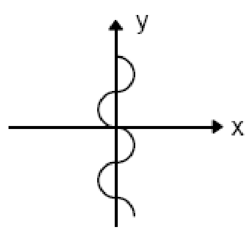
E.P: $\boldsymbol{y = -\frac{5}{3}x + \frac{34}{2}}$ **E.G:**$\boldsymbol{\frac{5}{3}x + y - \frac{34}{2} = 0}$

V. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa(n) una función f(x)? Justifica tu respuesta (2 pts.)

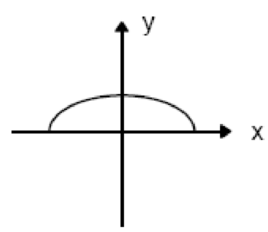
I)



II)

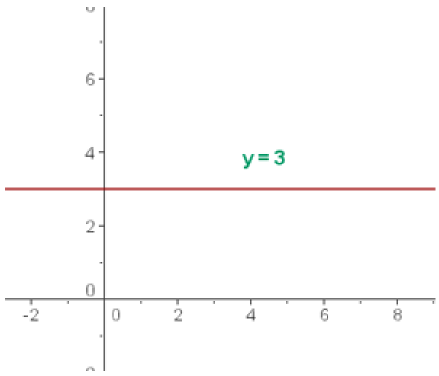


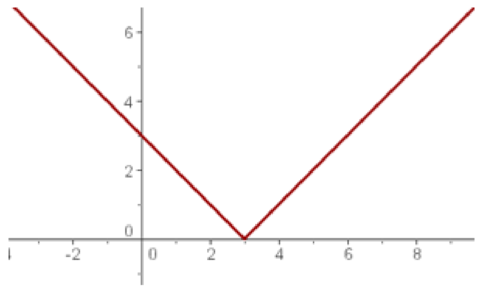
III)



Los gráficos que representa una función son I y III pues en el caso del grafico III la Pre imágenes tienen más de una imagen

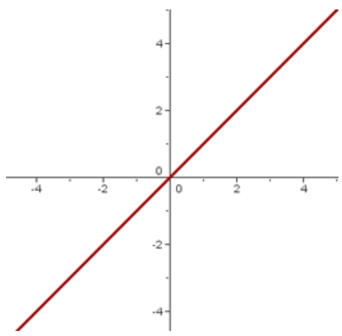
VI. Escribe el nombre de cada una de las siguientes funciones según su grafico (5 pts.)

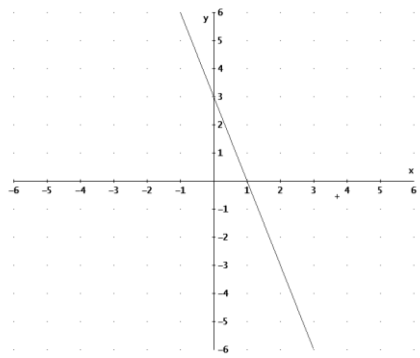




_____Constante___________

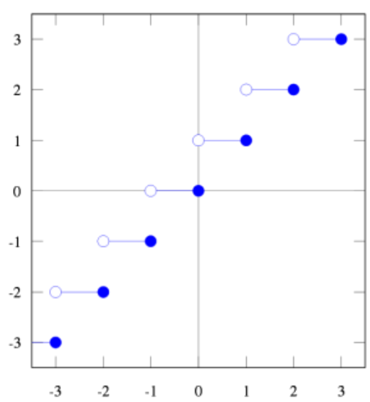
_Valor absoluto_____





_____Lineal Identidad_

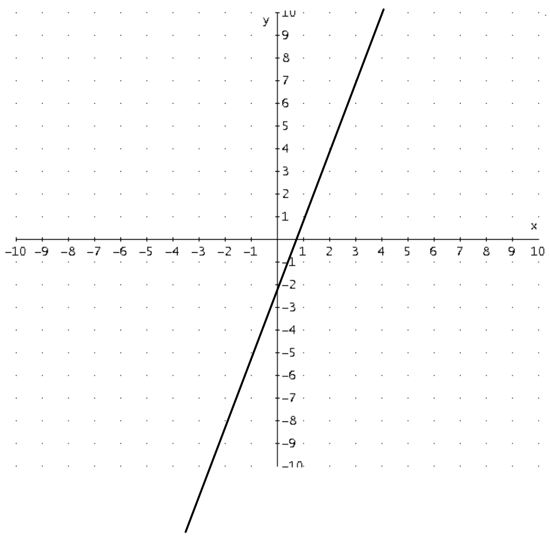
___________Afín____________



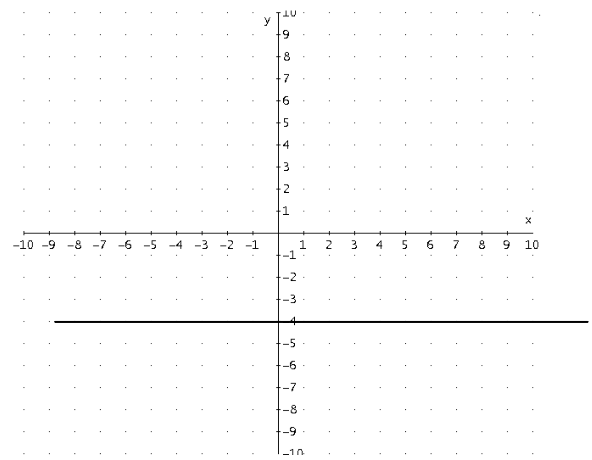
_____Parte entera_________

VII. Realiza la grafica para cada una de las siguientes funciones lineales (8 pts.)

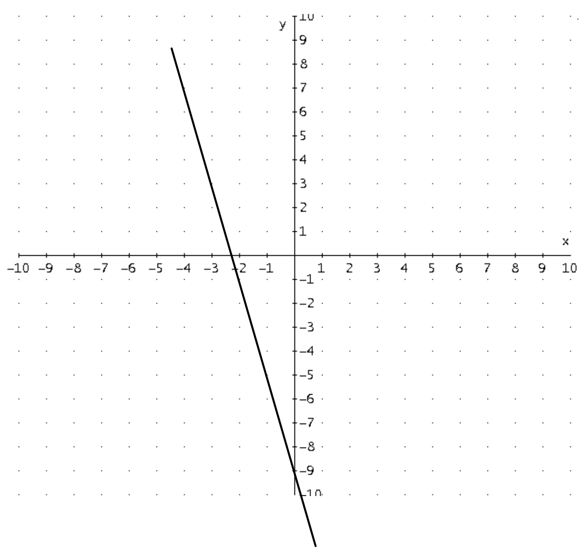
f(x) = 3x + 3



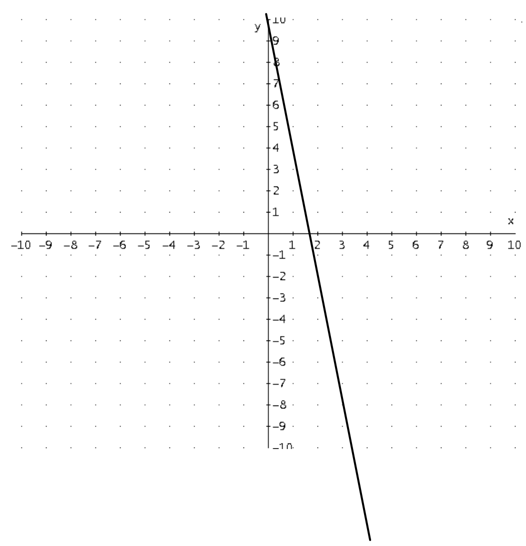
f(x) = -2

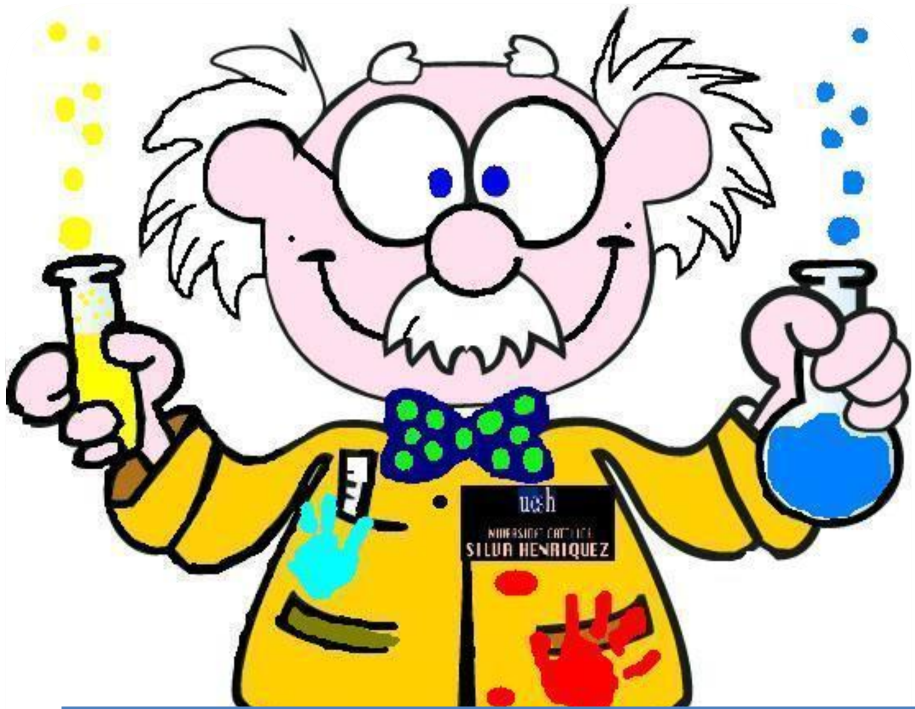


f(x) = -4x -5



f(x) = -6x





MATERIAL PARA EL ESTUDIANTE

ECUACIÓN DE LA RECTA Y OTRAS FUNCIONES

PRUEBA DIAGNÓSTICA

Nombre: ___________________________________ Curso: 2 medio

II. Identifica la tabla y grafico que se relaciona con los siguientes problemas de proporcionalidad directa y continua, y marca con una X la alternativa correcta

2. Francisco tiene una estufa a parafina que gasta 2 litros cada 7 horas de encendida.

La tabla que representa el problema es:

a)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	3,5	7	10,5	14	17,5	21

b)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	7	14	21	28	35	42

c)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	42	35	28	21	17	7

d)

Litros	1	2	3	4	5	6
Horas	21	17,5	14	10,5	7	3,5

3. La grafica que representa el problema es:

a)

b)

c)

d)

4. Completa la siguiente tabla con los posibles valores del largo y ancho de un rectángulo, considerando que el área del rectángulo debe ser constante e igual a 32 cm^2.

La tabla que representa el problema es:

a)

Largo	32	16	8	4	2	1
Ancho	1	2	4	8	16	32

b)

Largo	32	16	8	4	2	1
Ancho	32	16	8	4	2	1

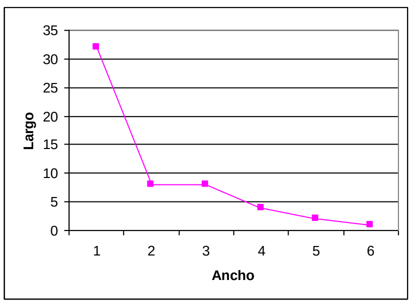
c)

Largo	1	2	4	8	16	32
Ancho	1	2	4	8	16	32

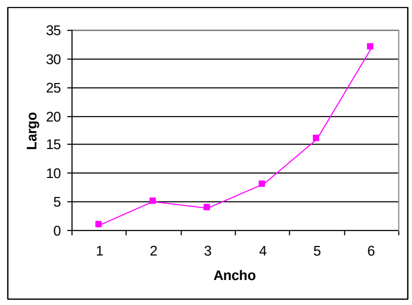
d) Ninguna de las Anteriores

5. La grafica que representa el problema es:

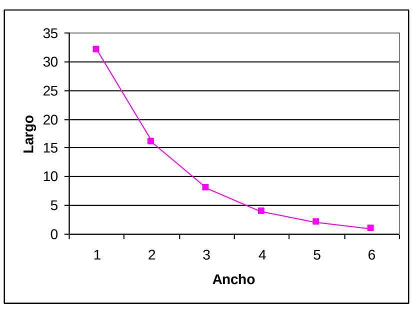
a)



b)

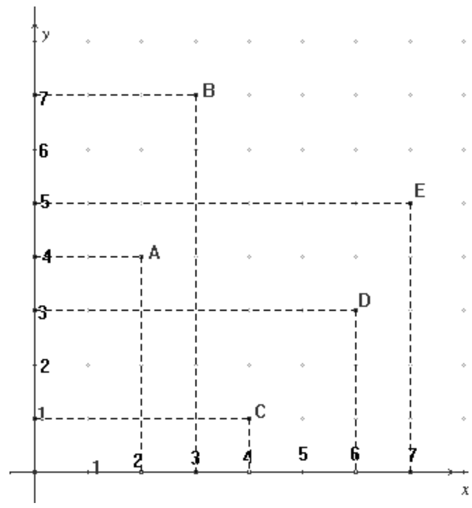


c)



d) Ninguna de las Anteriores

III. Observa el siguiente plano cartesiano e indica la posición de cada punto, marca con una X la alternativa correcta.



1. El punto A esta representado por el par ordenado:

a) (2,4) b) (6,3) c) (7,5)
d) (3,7)

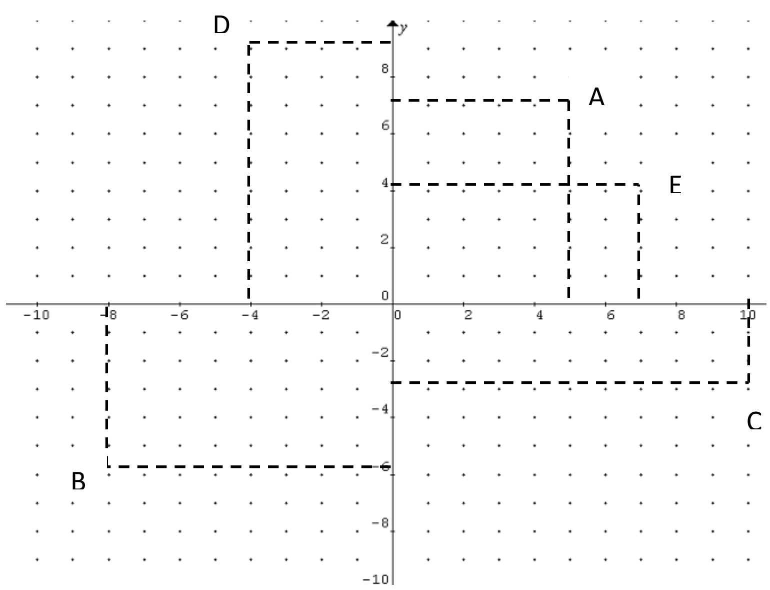
2. El punto B está representado por el par ordenado:

a) (4,1) b) (6,3) c) (7,5)
d) (3,7)

3. El punto C está representado por el par ordenado:

a) (4,1) b) (6,3) c) (7,5) d) (3,7)

4. Observa cada punto en el plano y responde según el punto que corresponda



A = (___,___)

B = (___,___)

C = (___, ___)

D = (___, ___)

E = (___, ___)

IV. Considerando el siguiente problema completa la tabla y realiza un grafico para dichos valores.

1. Si un negociante vende sus lápices a $100 la unidad y decidió crear una tabla para registrar sus ventas.

Cantidad	1	2	3	4	5
Precio					

2. Seis obreros cavan, en tres horas, una zanja de 20 metros de longitud. ¿Cuántos metros cavarán en el mismo tiempo 42 obreros trabajando en las mismas condiciones?

Respuesta:

3. El área de un rectángulo cuyas dimensiones son 2 y 12cm, es 24 cm^2. si se mantiene constante el área y se varia el ancho del rectángulo, completa la siguiente tabla

Ancho	1	2	3	4	6
Largo		12			

4. 15 obreros hacen un trabajo en 12 días. ¿Cuánto tiempo demorarán 45 obreros en hacer el mismo trabajo?

Respuesta:

V. Utilizando el teorema fundamental de las proporciones verifica si las siguientes igualdades constituyen una proporción.

a) $\frac{32}{17} = \frac{8}{15}$

Respuesta:

b) $\frac{9}{7} : \frac{7}{3} = \frac{7}{9} : \frac{3}{7}$

Respuesta:

c) $\frac{27}{0{,}9} = \frac{3{,}6}{0{,}18}$

Respuesta:

VI. Completar los siguientes tablas según corresponda:

1. Completa la tabla que relaciona la cantidad de litros de bencina que consume un auto con la cantidad de kilómetros que consume:

Distancia (km)	50	100	300	
Bencina (litros)		9		45

Indica si la distancia recorrida es directamente proporcional al consumo de bencina. Justifica.

___

___

2. Para preparar mermelada, un cocinero usa, por cada kilógramo de azúcar, 2 de fruta. ¿Cuántos kilos de frutas debe usar para 2; 4; 6 y 8 kg.de azúcar?

Cantidad de azúcar (kg.)	1	2	4	6	8
Cantidad de fruta (Kg.)	2				

Las dos magnitudes se relacionan en forma___________________________ proporcional.

3. Un tren recorre 600 kilómetros. ¿Cuánto tiempo tardará, según la velocidad constante a la que viaje?

Velocidad constante (km/h)	40	50	60	100	120
Tiempo (h)				6	

Las dos magnitudes se relacionan en forma ________________________ proporcional.

VII. Evalúa las siguientes expresiones:

1. Si n=3, entonces el valor de: $n^2 - \frac{n}{3} + 3n$ nos da como resultado:

Respuesta:

2. Si n y m toman los valores: n = 4 y m = 3, entonces el valor de $\frac{(n+5)(n+m)}{n-m}$ nos da como resultado:

Respuesta:

3. Si x = 5 e y = 8, entonces $m = \frac{13-y}{8+x}$

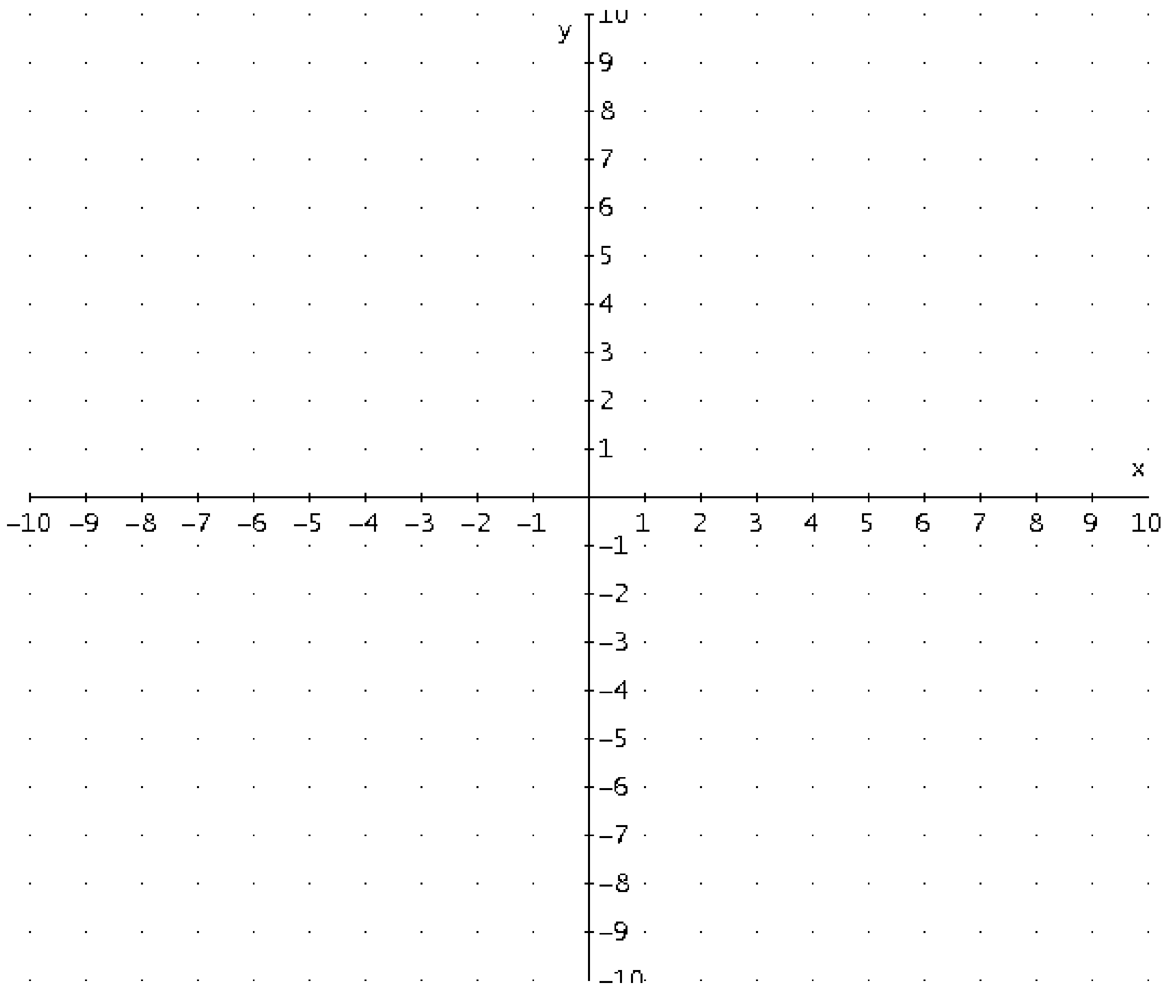
Respuesta:

GUIA DE MATEMATICAS Nº 1

I. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano

A (-3,8) B (0,5) C (-7,9) D (5,9)

E (7,-8) F (-8,-9) G (3,0) H (-7,0) I (0,-5)



II. Responde las siguientes preguntas:

1. Si ambas coordenadas son positivas ¿en qué cuadrante se encuentra el punto?
2. Si ambas coordenadas son negativas ¿en qué cuadrante se encuentra el punto?
3. Si la primera coordenada es positiva y la segunda coordenada es negativa ¿en qué cuadrante se encuentra el punto?
4. Si la primera coordenada es negativa y la segunda coordenada es positiva ¿en qué cuadrante se encuentra el punto?
5. Si una coordenada es igual a 0 ¿donde se encuentra el punto?

GUIA DE MATEMATICAS Nº2

I. Juego Batalla Naval

La batalla naval es un juego de estrategia en el que participan dos jugadores. Se juega con lápiz y papel, y no interviene el azar.

Preparación:

Antes de comenzar el juego, cada participante dibuja en un papel cuadriculado dos tableros cuadrados de 10 × 10 casillas. Las filas horizontales se numeran de la A hasta la J, y las columnas verticales del 1 al 10. Basta con indicar las coordenadas de un disparo con un par letra/numero (por ejemplo, A6 o J9).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

FLOTA PROPIA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

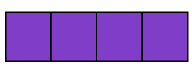
DISPAROS

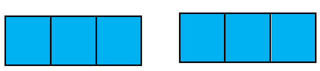
En el cuadrado de la izquierda se coloca la flota propia (se muestra un ejemplo). En el cuadrado de la derecha se irán marcando los disparos que el jugador efectúa en el mar del contrincante: barcos tocados, hundidos y disparos al agua.

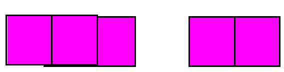
La flota:

Cada jugador dispone en su tablero izquierdo una flota completa, sin que el contrincante vea su posición.

Los barcos no pueden tocarse entre sí, es decir, que todo barco debe estar rodeado de agua o tocar un borde del tablero. La flota está formada por:

1 portaaviones (de cuatro  cuadraditos);

2 acorazados (de tres cuadraditos); 

3 buques (de dos cuadraditos); 

4 submarinos (de un cuadradito).

Mecánica del juego:

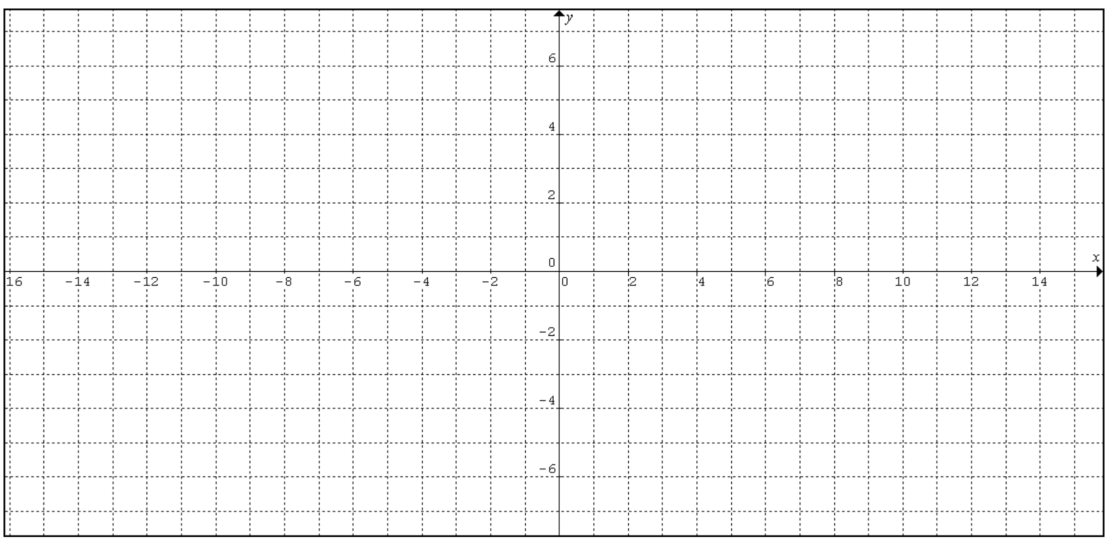
• El turno pasa alternativamente de un jugador a otro.

• En su turno, el jugador hace un disparo a una posición del mar enemigo, indicando la coordenada correspondiente (letra y cifra). Si no hay barcos en ese cuadradito, el otro jugador dice: « ¡agua!»; si el disparo ha dado en algún barco dice: « ¡tocado!»; si con dicho disparo el rival logra completar todas las posiciones del barco, debe decir « ¡hundido!» En el ejemplo, un primer disparo sobre H9 seria «agua»; sobre G5, «tocado», y sobre D7, «hundido».

• Gana el jugador que consigue hundir todos los barcos del rival.

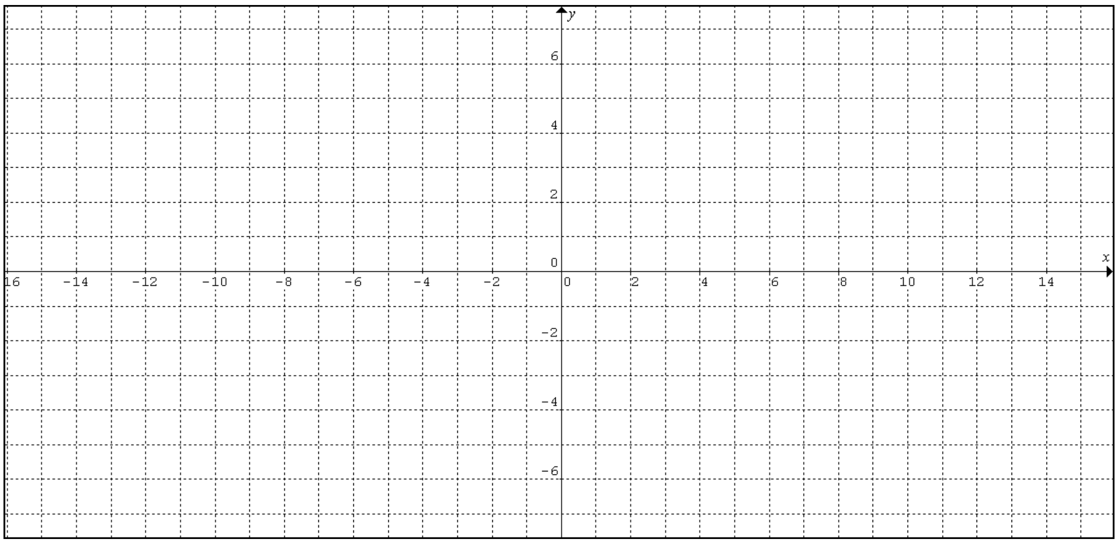
II. Ejercicios de localización de puntos en el plano

1. A. Determinar la abscisa y la ordenada del puno P.
   B. Determinar las coordenadas del punto Q e indicar los signos de ambas componentes.
   C. Representar el punto S (+3, -8)

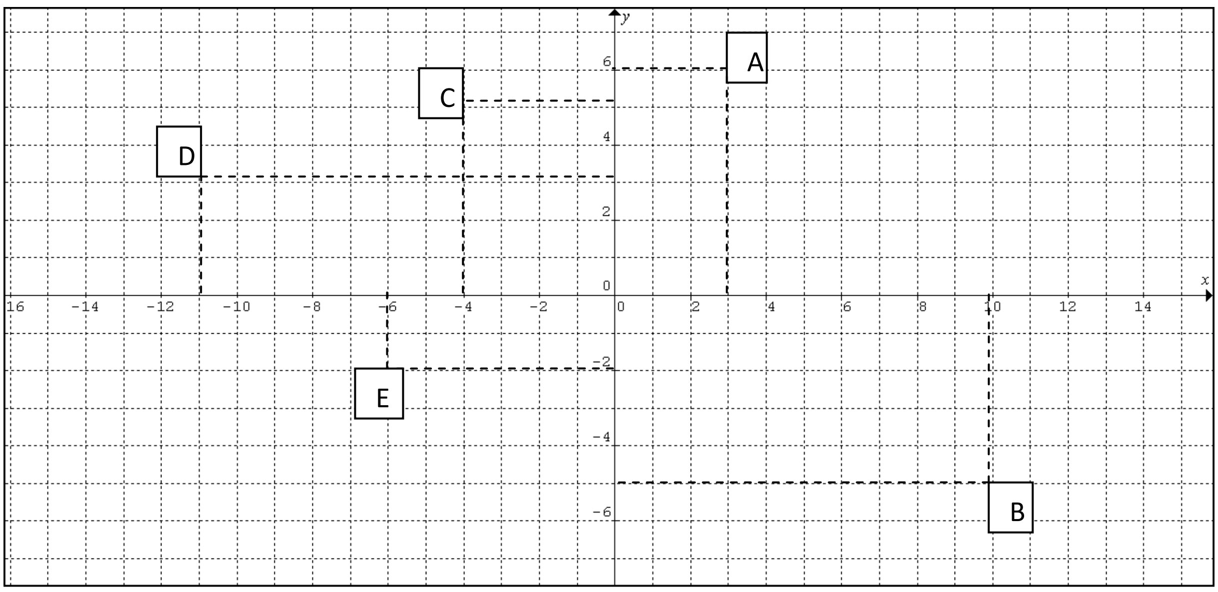


III. Ubicar en el plano cartesiano los siguientes puntos:

A (+5,+2)	C (+5,-4)
A` (+2, +5)	C` (-4, +5)
B (-2, +3)	D (-2, -3)
B` (+3, -2)	D` (-3,-2)



IV. Indicar las coordenadas de los siguientes puntos



V. Calcular la distancia entre los siguientes puntos guiándote por el ejercicio anterior

1. A y B =

2. B y C =

3. C y D =

4. A y D =

GUIA DE MATEMATICAS Nº3

I. Calcular el punto medio entre los siguientes puntos

1. A (6, 6) y B (9, 9)
2. C (-2, 2) y D (-4, 5)
3. E(3, -5) y F(8, 1)
4. G(-3, -3) y H(-10, -10)
5. I (0,0) y J(5, 5)
6. K(1, 2) y L(-1, -2)

II. Indicar el otro punto del extremo del trazo

1. Si A (2, 5) es el primer extremo y B (4, 7) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

2. Si D (-3, 5) es el primer extremo y E (-4, 9) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

3. Si G (-6, -5) es el primer extremo y H (-4, 2) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

4. Si J (4, -5) es el primer extremo y K (4, -9) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

5. Si M (-2, -3) es el primer extremo y N (2, 3) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

6. Si O (2, 2) es el primer extremo y P (-4, -4) es el punto medio, ¿Cuál es el otro extremo?

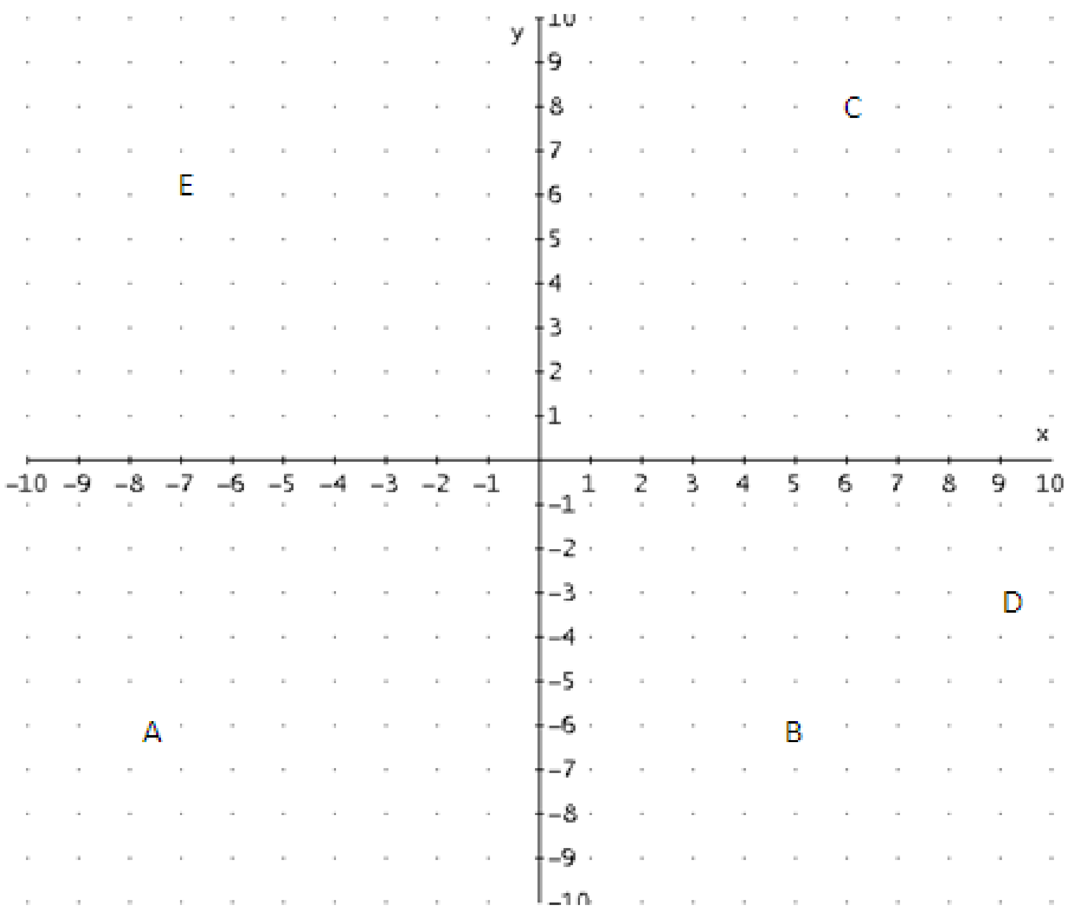
EVALUACION FORMATIVA

Nombre: ____

Curso: ____________________ Fecha: _______________

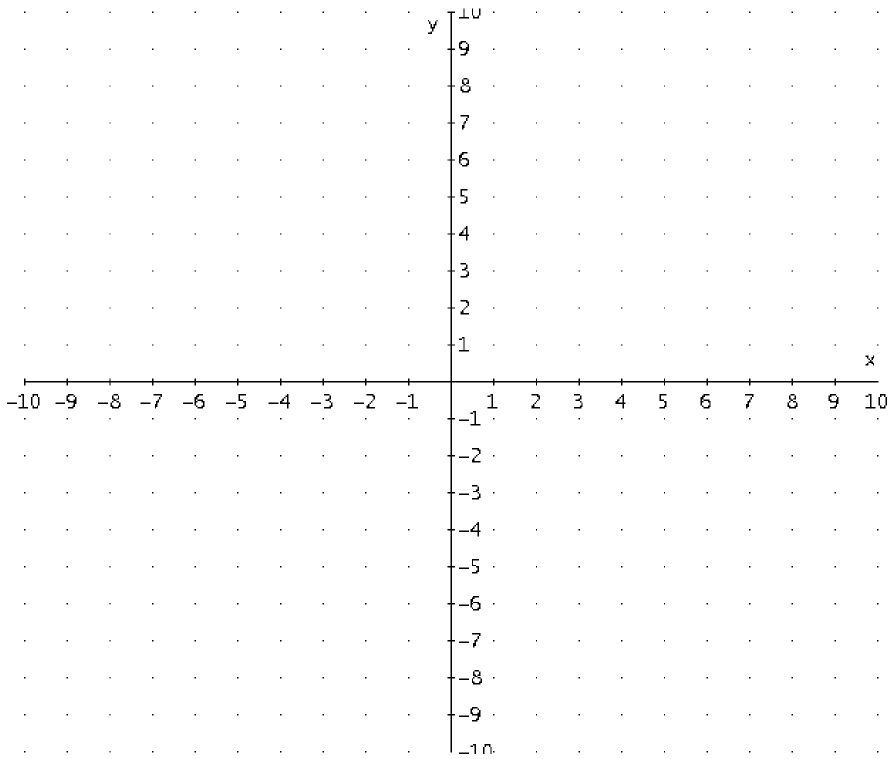
I. Dado el siguiente plano cartesiano identifica las coordenadas de los puntos indicados.

A (,) B (,) C (,) D (,) E (,)



II. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano únelos y calcula el perímetro de la figura resultante.

A (2,5)B (6, 2)C (6, -3)D (-2, -9)E (-2, 2)



Desarrollo

R: ____

III. Halle el otro punto extremo del segmento de recta que tiene el punto medio y el punto extremo dados.

1. Punto medio (7, 3), Punto extremo (2, 4)

   R: ____________________________

2. Punto medio (6, -2), Punto extremo (1, 2)

   R: ____________________________

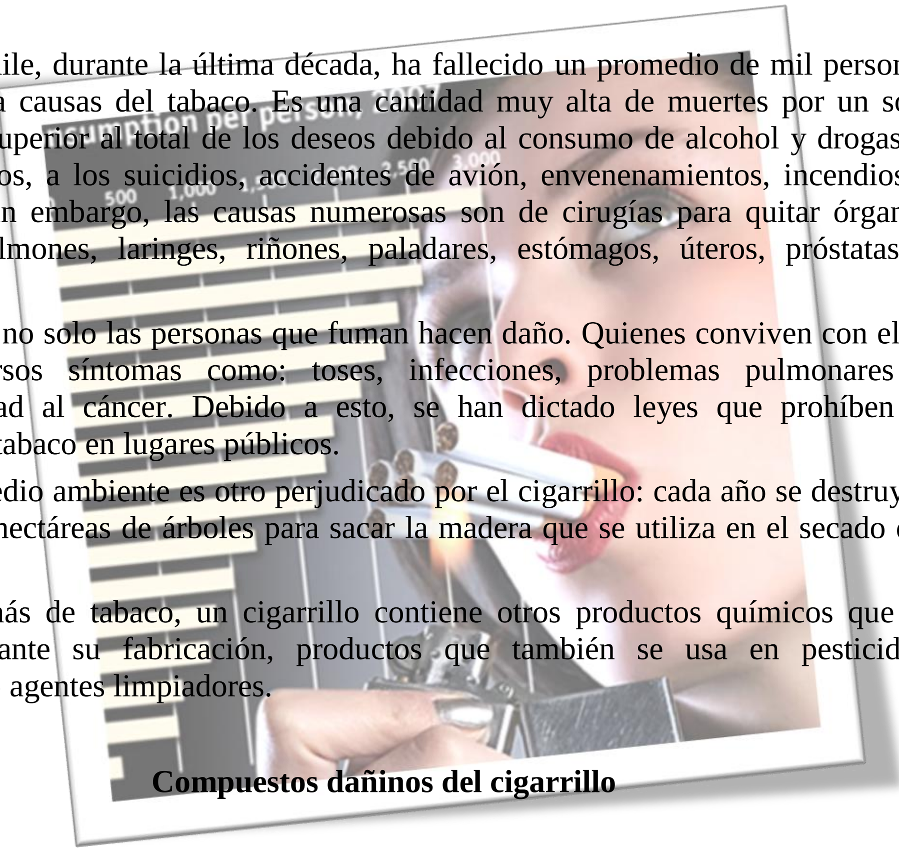
3. Punto medio (5, -1, Punto Extremo (2, 2)

   R: ____________________________

GUIA DE MATEMATICAS Nº4

I. Formar grupos de no más de cuatro alumnos, lee el siguiente texto y luego responder las preguntas que encuentras a continuación.

LOS EFECTOS DE FUMAR CIGARRILLOS



En chile, durante la última década, ha fallecido un promedio de mil personas anualmente a causas del tabaco. Es una cantidad muy alta de muertes por un solo motivo. Es superior al total de los deseos debido al consumo de alcohol y drogas, a los homicidios, a los suicidios, accidentes de avión, envenenamientos, incendios y ahogados. Sin embargo, las causas numerosas son de cirugías para quitar órganos dañados: pulmones, laringes, riñones, paladares, estómagos, úteros, próstatas y páncreas.

Pero, no solo las personas que fuman hacen daño. Quienes conviven con ellas sufren diversos síntomas como: toses, infecciones, problemas pulmonares y susceptibilidad al cáncer. Debido a esto, se han dictado leyes que prohíben el consumo de tabaco en lugares públicos.

El medio ambiente es otro perjudicado por el cigarrillo: cada año se destruyen millones de hectáreas de árboles para sacar la madera que se utiliza en el secado del tabaco.

Además de tabaco, un cigarrillo contiene otros productos químicos que se agregan durante su fabricación, productos que también se usa en pesticidas, detergentes o agentes limpiadores.

Compuestos dañinos del cigarrillo

El humo del cigarrillo contiene cerca de 4.000 agentes químicos, incluyendo 60 sustancias que se sabe causan cáncer (carcinógenos) en los humanos.

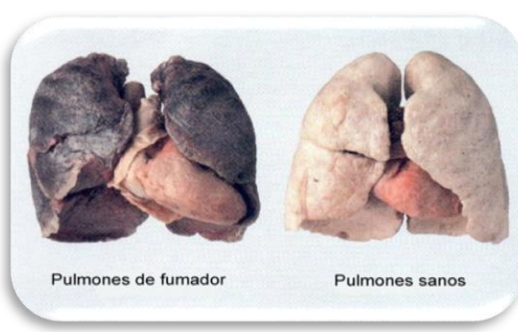
Además, muchas de estas sustancias, como el monóxido de carbono, el alquitrán, arsénico y plomo, son venenosas y tóxicas para el cuerpo humano.

La nicotina es una droga que está presente naturalmente en la planta de tabaco y es responsable principalmente de la adicción de una persona a los productos de tabaco, incluyendo los cigarrillos. Al fumar, la nicotina se absorbe rápidamente en el torrente sanguíneo y viaja hasta el cerebro en cuestión de segundos.

La nicotina causa una adicción a los cigarrillos y a otros productos de tabaco que es semejante a la adicción producida por el uso de heroína y de cocaína

Efectos en el cuerpo humano

El monóxido de carbono evita que la sangre transporte su carga completa de oxígeno. Se ha comprobado que los agentes cancerígenos se ubican en el humo del tabaco. Estos alteran el crecimiento de las células, provocando su crecimiento anormal. Se ha comprobado que el humo



del cigarrillo provoca mutaciones en el ADN, ateroesclerosis y causa lesiones crónicas en los pulmones.

Aumenta el proceso de envejecimiento ya que impide la natural oxigenación celular por lo que promueve la aparición de cáncer, enfermedades cardiovasculares y enfermedad pulmonar obstructiva crónica.

El tabaquismo deprime al sistema inmunológico. Por eso, aumentan las posibilidades de sufrir infecciones respiratorias. El tabaco inhibe los antioxidantes naturales del organismo. Los fumadores tienen niveles de antioxidantes inferiores a los de las personas que no fuman

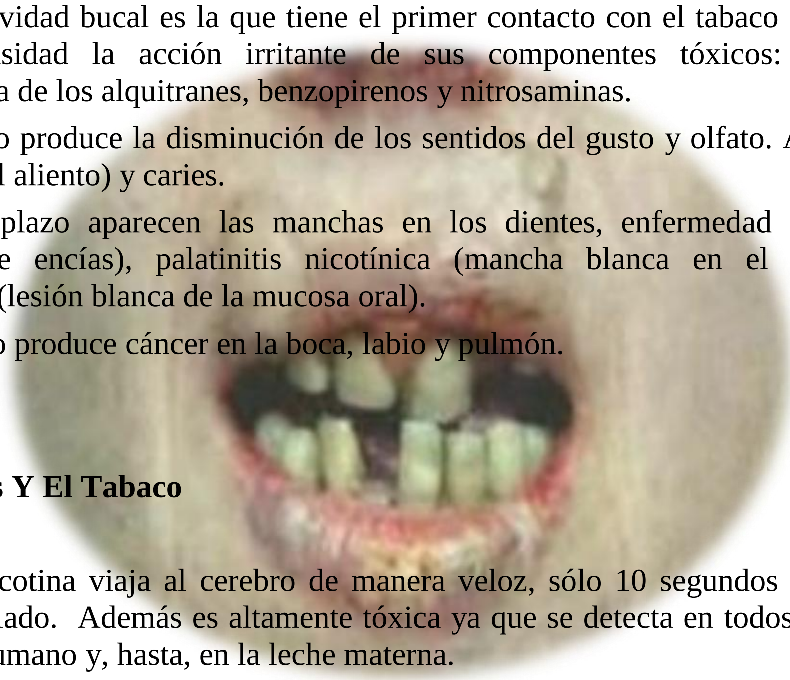
La Zona Bucal

La cavidad bucal es la que tiene el primer contacto con el tabaco y sufre con mayor intensidad la acción irritante de sus componentes tóxicos: la acción carcinogénica de los alquitranes, benzopirenos y nitrosaminas.

A corto plazo produce la disminución de los sentidos del gusto y olfato. Además, de halitosis (mal aliento) y caries.

A mediano plazo aparecen las manchas en los dientes, enfermedad periodontal (sangrado de encías), palatinitis nicotínica (mancha blanca en el paladar) y leucoplasias (lesión blanca de la mucosa oral).

A largo plazo produce cáncer en la boca, labio y pulmón.



Las Mujeres Y El Tabaco

La nicotina viaja al cerebro de manera veloz, sólo 10 segundos después de haberse inhalado. Además es altamente tóxica ya que se detecta en todos los tejidos del cuerpo humano y, hasta, en la leche materna.

De hecho según los datos del Ministerio de Salud los niveles de tabaquismo en las mujeres jóvenes chilenas son muy altos en comparación a estándares mundiales. Las cifras del año 2003 mostraban que las adolescentes chilenas que fumaban regularmente alcanzaban un porcentaje de 37,8 %, cifra mucho mayor que la de los hombres de su misma edad (28,4%).

Para los profesionales de la Salud la detección del tabaquismo es esencial en mujeres en edad fértil, ya que está comprobada la relación que existe entre la adicción al tabaco y los partos prematuros con niños de bajo peso.

Preguntas:

Trabajar las siguientes preguntas en grupos de 4 personas, para esto tendrá 30 minutos, lo cual deberán exponerlo en un plenario, en el cual cada grupo aportara sus puntos de vista de acuerdo a lo conversado.

Algunos años atrás, las personas no tenían los conocimientos necesarios para adquirir conciencia sobre los peligros que implica el hábito de fumar. Probablemente esta ignorancia les hizo actuar en contra de su propia salud y la de las otras personas que les rodean.

¿Por qué, a pesar de la información que existe en la actualidad, siguen apareciendo nuevas personas fumadoras? ¿Cuáles serán las causas o motivos que las indicen a fumar?

¿Por qué las personas adictas al cigarrillo tienen, por lo general, dificultad para dejar este hábito? ¿Qué tratamientos existen para ayudarlas? ¿En qué consisten estos tratamientos? ¿Qué tan efectivos son?

El tabaquismo, ¿está ligado a alguna dependencia física, social o sicológica?

Fumemos o no, todos somos parte de la sociedad. ¿Qué medidas se están tomando o se podrían tomar para combatir una posible agresividad entre fumadores y no fumadores? Hacer un listado de “buena educación” para enfrentar este problema

II. El consumo de tabaco como fenómeno generalizado en el nivel de población examinado (12 – 64 años). El valor de la prevalencia del consumo de tabaco de los tres últimos estudios lo muestra la siguiente tabla:

Tipo de droga	Estudio		
	1994	1996	1998
Tabaco	46,09%	47,9%	47,5%

- Haz una grafica con los datos de la tabla y anota algunas conclusiones. Compara con tu grupo de trabajo

III. Haciendo un análisis más detallado tenemos la siguiente tabla

Tipo de droga	Genero	Estudio		
		1994	1996	1998
Tabaco	Hombres	50,67	52,12	53,14
	Mujeres	41,51	43,71	41,93

- Respecto al consumo de tabaco en los hombres se observa una sostenida pero moderada alza. ¿Qué sucede en el caso de las mujeres?
- Haz una grafica para visualizar la información de esta tabla y anota algunas conclusiones.
- Reúnete con algunos compañeros y consideren una muestra de 30 personas de ambos sexos; averigüen si son o no fumadores, anoten los datos en una tabla considerando el género, comparar si es la misma tendencia de la tabla anterior

IV. Con la siguiente tabla se pretende ver es la relación entre el numero de cigarrillos consumidos y el número de muertes por cáncer.

Promedio de consumo de cigarrillos	Muertes por año	Por cada	100.000	Habitantes
Al año por persona	Cáncer de próstata	Cáncer de pulmón	Cáncer del riñón	Leucemia
1.600	3,10	15,60	1,77	6,08
1.820	2,95	17,25	1,80	6,10
2.000	3,02	14,12	3,32	7,00
2.100	3,45	17,44	2,65	7,20
2.150	3,90	23,15	2,32	6,72

Si fijamos en la columna marcada "cáncer pulmonar", observamos que: "cuando aumenta el consumo de cigarrillos, aumenta el porcentaje de cáncer al pulmón".

Pero esta conclusión no es muy precisa y quisiéramos tener resultados más exactos y visibles. Con este propósito haremos una grafica que represente los datos de la columna.

Vamos a dibujar un eje horizontal en el cual marcaremos los puntos 1800, 1900, 2000, etc. Igualmente espaciados.

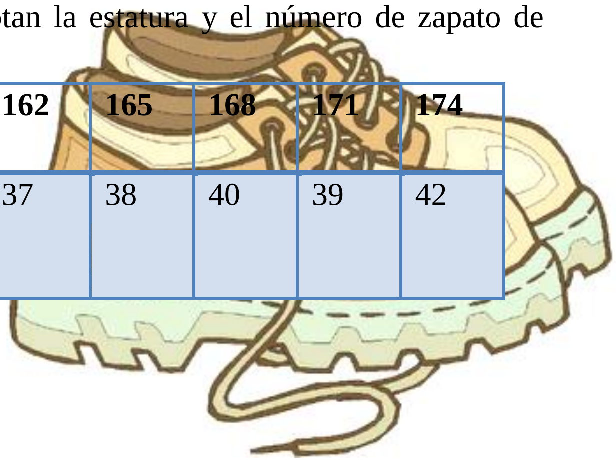
En un eje vertical, marcamos espacios que van desde 14 a 27, en este eje se representa el número de muertes al año por cáncer pulmonar por cada 100.000 habitantes. Procedemos ahora a marcar un punto por cada línea de datos, por ejemplo en el primer dato 1.600 (cigarrillos) y 15,60 (cáncer de pulmón), se representa por un punto situado sobre 1.600 a una altura de 17,25 aproximadamente, etc. Se debe continuar así con los puntos restantes.

GUIA DE MATEMATICAS Nº5

I. Graficar las siguientes tablas en un sistema cartesiano, considerando una variable para el eje de las abscisas y la otra variable para el eje de las ordenadas, e indicar que tipo de resultado obtuvimos si una nube de puntos o una función más bien lineal.

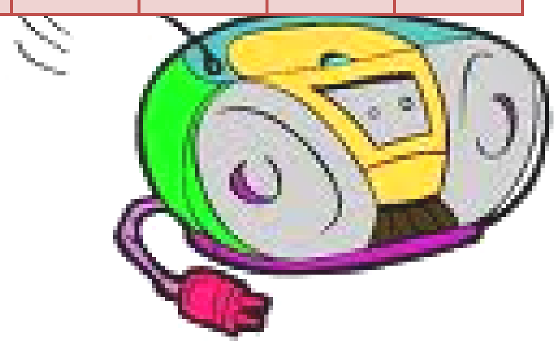
1. En un grupo de jóvenes se anotan la estatura y el número de zapato de cada uno.

Estatura en cm.	**150**	**153**	**156**	**159**	**162**	**165**	**168**	**171**	**174**
Numero de zapatos	34	36	36	37	37	38	40	39	42

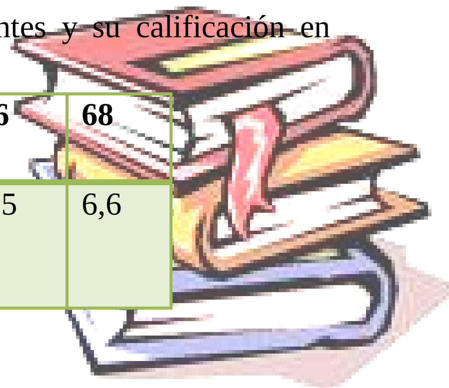


2. En un negocio se registran el numero de radios portátiles vendidas y el precio de cada una de ellas

Precio unitario	**10.000**	**20.000**	**30.000**	**40.000**	**50.000**	**60.000**	**70.000**
Radio vendidas	32	30	26	18	15	12	8

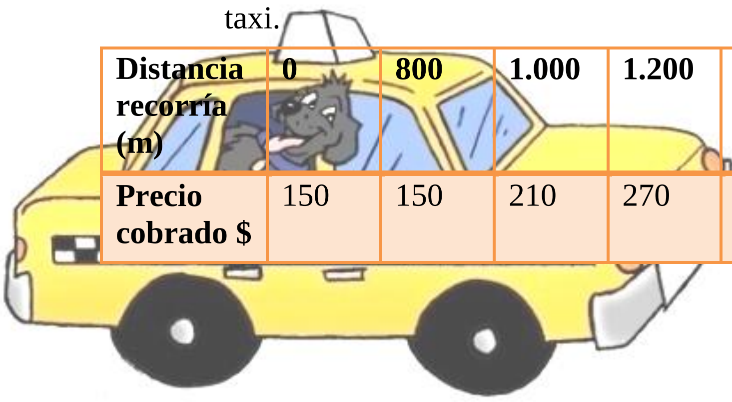


3. En un curso se anotan el peso de los estudiantes y su calificación en historia.



Peso en Kg	54	56	58	60	62	64	66	68
Nota en historia	5,2	6,3	4,6	5,8	6,5	4,7	5,5	6,6

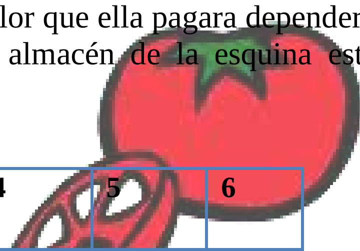
4. En una tabla se anotan la distancia recorrida y el precio cobrado por un taxi.



Distancia recorría (m)	0	800	1.000	1.200	1.400	1.600	1.800
Precio cobrado $	150	150	210	270	330	390	450

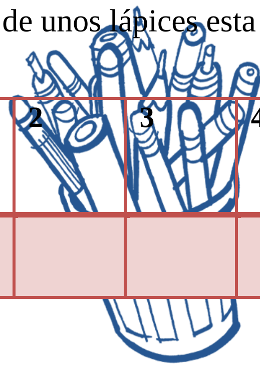
II. Completar las siguientes tablas con los datos correspondientes y considerando la formula que genera los datos, en la cual solo debes evaluar y obtendrás tus valores, además grafica la tabla obtenida.

1. La madre de Juan va a comprar tomates el valor que ella pagara dependerá de cuantos kilos ella compre, el valor del almacén de la esquina está calculado como: 250*X

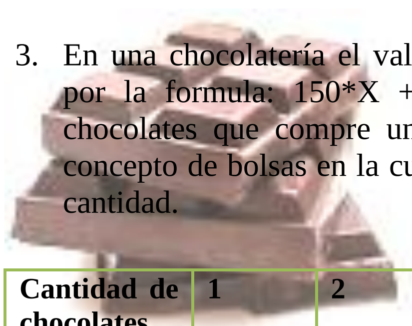


Kilos de tomates	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Valor a pagar por los tomates	0	250	500				

2. En una librería el valor de unos lápices esta determina da por: 100*X



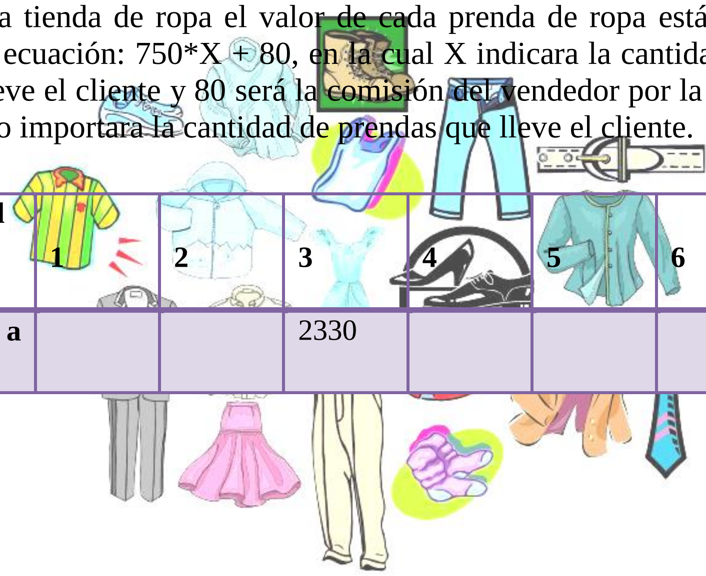
Cantidad de lápices	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Valor a pagar		1.000					



3. En una chocolatería el valor de la venta de chocolates está determinada por la formula: 150*X + 10, en el cual X indicaría la cantidad de chocolates que compre un cliente y los $10 indica un precio fijo por concepto de bolsas en la cual entregan los chocolates, esto sin importar la cantidad.

Cantidad de chocolates	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Valor a pagar	160				760	

4. En una tienda de ropa el valor de cada prenda de ropa está determinada por la ecuación: 750*X + 80, en la cual X indicara la cantidad de prendas que lleve el cliente y 80 será la comisión del vendedor por la compra en la cual no importara la cantidad de prendas que lleve el cliente.



Cantidad de prendas	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Valor a pagar			2330			

5. Si al subir un taxi debemos pagar un precio inicial de $200 y luego $120 por cada 200 metros recorridos ¿Cuánto deberé pagar al final de la carrera considerando diferentes kilometrajes? ¿qué expresión matemática modela la situación?

Cantidad de kilómetros recorridos	**0**	**100**	**200**	**300**	**400**	**500**	**600**
Valor a pagar al final de la carrera							

GUIA DE MATEMATICAS Nº6

La Recta

I. Resolver los siguientes ejercicios según corresponda

1. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto (3, -2) y tiene pendiente 2/5.

2. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (-4,-5) y tiene pendiente 4.
3.

4. Halla la ecuación de la recta determinada por los puntos (3,-5) y (-6,4)

5. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,-1) y (3,2)

6. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,3) y (2,-4)

7. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto (0, -2) y tiene pendiente -2.

8. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (-2,-5) y tiene pendiente -4.

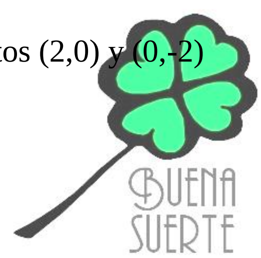
9. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, 5) y tiene pendiente 3/5.

10. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (3,3) y tiene pendiente 2.

11. Halla la ecuación de la recta determinada por los puntos (4,-5) y (5,8)

12. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,-7) y (3,0)

13. Determine la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,0) y (0,-2)



Ecuación De La Recta Que Pasa Por Dos Puntos

Sean $P_1 = (X_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$ los puntos dados, con $x_1 \neq x_2$. Entonces, la ecuación de la recta que pasa por P_1 y P_2 es

Ejemplo:

La ecuación de la recta que pasa por los puntos P1 (-3,-7) y P2 (2,8) **es**

$$(y - y_1) = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1)$$

$$(y+7) = \frac{(8+7)}{(2+3)}(x+3)$$

$$(y+7) = \frac{15}{5}(x+3)$$

$$(y+7) = 3(x+3)$$

$$y+7 = 3x+9$$

$$y = 3x+2$$

$$3x - y + 2 = 0$$

Esta forma la llamaremos ecuación principal

Si esta ecuación la igualamos a cero obtendremos:

Esta forma la llamaremos ecuación General

Ecuación Punto Pendiente

Sea $P_1 = (x_1, y_1)$ el punto por el cual pasa la recta L cuya pendiente m es conocida. Entonces, la ecuación de la recta L es:

$$(y - y_1) = m(x - x_1)$$

Ejemplo: La ecuación de la recta que pasa por el punto (4, 5) y tiene una pendiente igual a 2, es:

$$Y - 5 = 2\ (x - 4)$$
$$y = 2x - 8 + 5$$
$$y = 2x - 3.$$

Casos Particulares

a) Si el punto dado es el origen (0, 0) la ecuación se reduce a y = mx (figura 10).

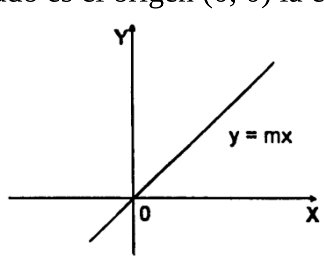
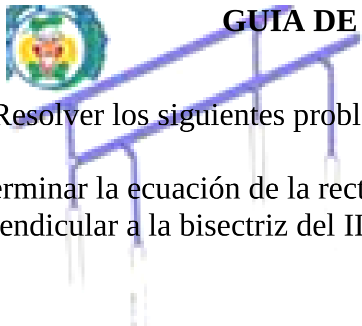
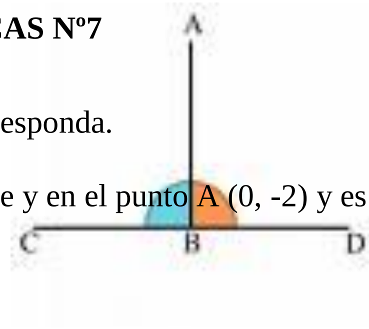


fig. 10

GUIA DE MATEMATICAS Nº7





I. Resolver los siguientes problemas según corresponda.

1. Determinar la ecuación de la recta que corta el eje y en el punto A (0, -2) y es perpendicular a la bisectriz del II cuadrante.

2. Dados los puntos A (3,5), B (7, -1), C (- 4, 4) y D (0, -2) ¿Es AB // CD?

3. Sean los puntos A (3,5), B (7, -1), C (0,0) y D (12, 8). ¿Es AB // CD?

4. Determinar los valores de R para que las rectas R_1 y R_2 de ecuaciones $(1 – R)x – 10y + 3 = 0$ y $(m + 2)x + 4y – 11m –18 = 0$ sean:
   a) perpendiculares
   b) paralelas
   c) coincidentes

5. Determinar el valor de p, de forma tal que $px – y – 1 = 0$ y $(p—1) x + py + 10 = 0$ sean perpendiculares.

6. Demostrar que los puntos A (1,-3) y C (-3, 7) y D (-6, -1) son los vértices de un paralelogramo.

7. Demostrar que A (7,9), B (10,-3) y C (2, -5) son las coordenadas de los vértices de un triángulo rectángulo.

8. Determinar y de manera que la recta pasa por (-4, -3) y (8, y) sean paralela a la recta que pasa por (4,-4) y (3, 5).

9. Determinar y de manera que la recta que pasa por (-2, -1) y (10, y) sea perpendicular a la recta que pasa por (6, -2) y (5, 7).

10. Escribir la recta que pasa por (8, -2) y que es perpendicular a la recta 5x – 3y = 7.

II. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

…... 1.- Dos rectas son paralelas entre sí cuando sus pendientes son iguales.

…... 2.- Dos rectas son perpendiculares entre sí cuando el producto de sus pendientes es 1.

…... 3.- La pendiente de una recta perpendicular a la recta y = 5x + 8.

.... 4.- Las rectas 2x + 3y – 3 = 0 y 3x – 2y = 0 son perpendiculares.

EVALUACION FORMATIVA

Integrantes: ______________________________________

Nota: ____________

1. Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto (-3,-5) y tiene pendiente 4.

2. Determina la pendiente y la intersección con el eje y de la recta de la ecuación -x + y - 6 = 0.

3. Halla la ecuación general y principal de la recta determinada por los puntos (5,-5) y (-3,-2).

4. Halla la ecuación de la recta que está sobre, a una distancia de 5 unidades, en forma paralela a la recta x +3y = -2

5. Calcular el perímetro y los puntos medios de los lados de un triángulo cuyos vértices son A (-3,1), B (3,3) y C (0,-1).

6. Escribir la recta que pasa por (8, -2) y que es perpendicular a la recta 5x – 3y = 7.

7. Hallar la ecuación de la recta r, que pasa por A(1,5), y es paralela a la recta s ≡ 2x + y + 2 = 0

8. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto (2, -3) y es paralela a la recta que une los puntos (4, 1)) y (-2, 2).

GUIA DE MATEMATICAS Nº8

FUNCIONES

En el mundo en que vivimos muchas cosas suelen presentarse en cantidades variables: kilos de manzanas, $ boletos de microbuses, mm de agua caída, etc.

Además podemos también observar que muchas veces una cantidad depende de otra, hay relaciones de interdependencia entre ellas. Por ejemplo:

- La cantidad de combustible que consume un vehículo depende de la distancia recorrida.
- La temperatura ambiente depende del instante que la midamos.
- La cuenta de luz a fin de mes depende de la cantidad de electricidad que se ha consumido.

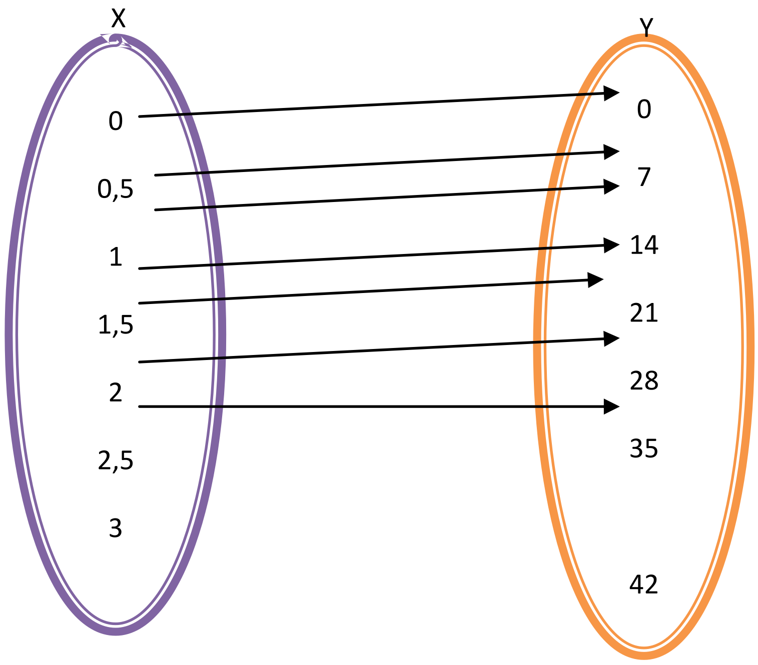
Como la cantidad de combustible a consumir depende de la distancia a recorrer y además se puede determinar cuántos litros se necesitan para viajar una determinada distancia (conociendo previamente el rendimiento que tiene el vehículo).

Se puede afirmar entonces que la cantidad de combustible está en función de la distancia a recorrer (o viceversa). La variable cantidad de combustible depende de la variable distancia a recorrer. Imaginémonos que se tiene un auto que da 14 km por litro de bencina (con 1 litro de bencina puedo recorrer 14 km). Con esta información te invito a llenar la siguiente tabla:

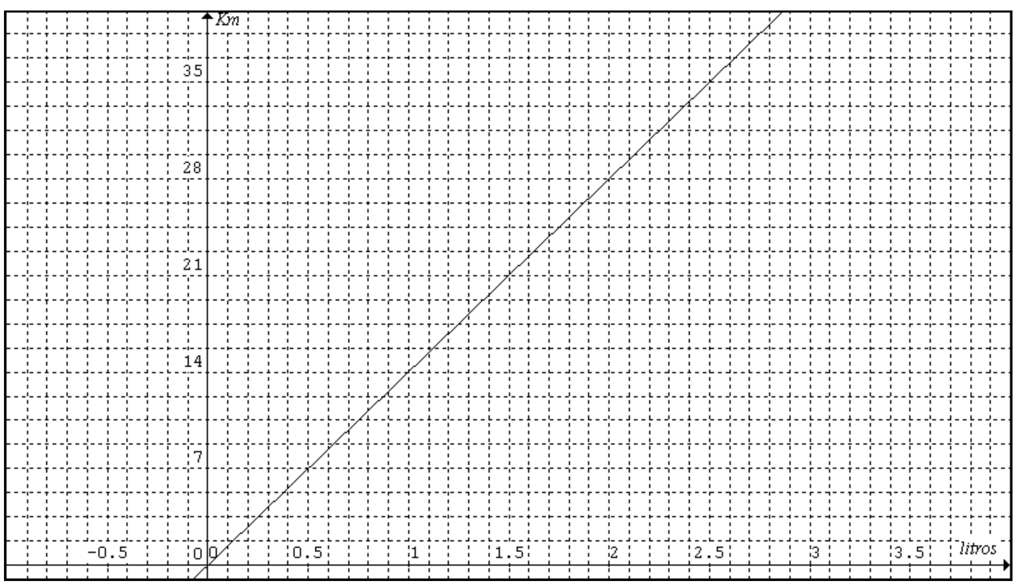
Y (litros de bencina)	X (distancia en km)
0	0
0,5	7
1	14
1,5	21
2	
2,5	35
3	
3,5	49
4	
4,5	63
5	

La tabla que has completado corresponde a una forma de mostrar los datos que corresponden a esa función. Este método recibe el nombre de Tabla de valores y corresponde a un registro de la función.

Otro registro para la misma función corresponde al conocido Diagrama y los datos se mostrarían de la siguiente manera:



Y por último, uno de los registros más importante sería la **representación gráfica,** donde lo que se hace es ubicar los puntos mencionados antes en el ***plano cartesiano***, donde el eje X representa al conjunto de litros de bencina y el eje Y el conjunto de distancias recorridas. Observa:



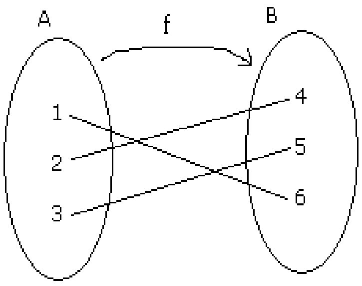
Nota: Has visto que se han unido los puntos del gráfico y eso se ha dado porque tiene sentido pensar por ejemplo: con 1,8 litros de bencina puedo recorrer 25,2 km.

Si miras este registro, el gráfico es una línea recta que nace en el origen del sistema. Si observamos a más litros de bencina más km a recorrer o viceversa.

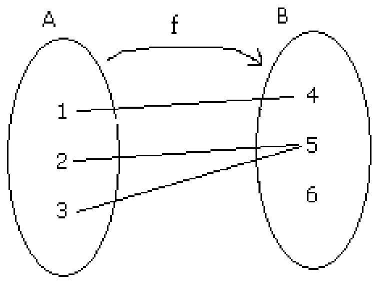
I. Para realizar esta segunda parte te invito a realizar las siguientes actividades:

1. Ahora ya empezaremos a definir los conjuntos que se están considerando para que dé a poco te des cuenta de la importancia de conocerlos. Los conjuntos a considerar son A = {1, 2, 3} y B = {4, 5, 6}.Visualiza distintos ejemplos en este registro:

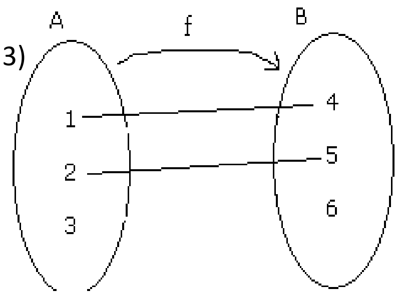
1)



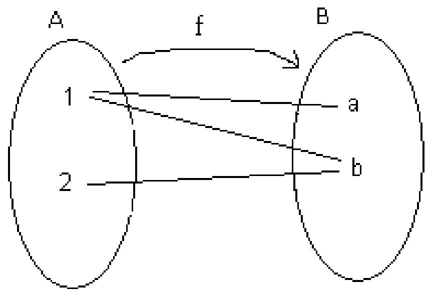
2)



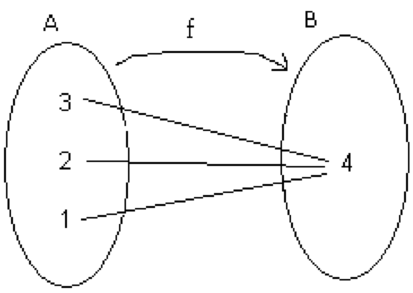
3)



4)



5)



2. Se afirma que sólo 1), 2) y 4) son diagramas que corresponden a funciones. ¿Por qué será? ¿Por qué la 3) y la 5) se dice que no son funciones, que sólo representan una relación?

____

II. Analiza distintos ejemplos en este registro, donde X = {1, 2, 3} e Y = {1, 2, 3, 4, 5, 6}:

Tabla 1

X	Y
1	2
2	4
3	6

Tabla 2

X	Y
1	4
2	4
3	4

Tabla 3

X	Y
1	1
2	2
3	3

Tabla 4

X	Y
1	4
2	4
3	2
3	1

Tabla 5

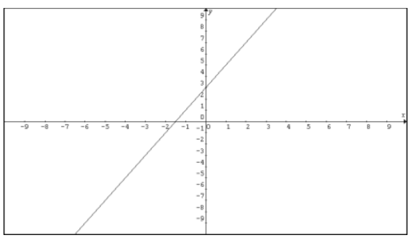
X	Y
1	1
1	2

Se dice que la tabla1, la 1 y la 3 son funciones. ¿A qué se deberá que la tabla 4 y la 5 no son funciones?

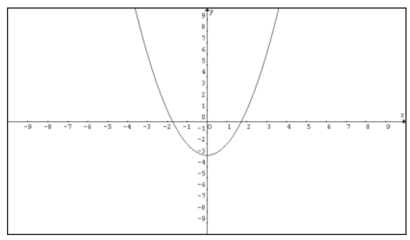
____
____
____
____
____

III. Analiza ejemplos siguientes en el registro gráfico**:**

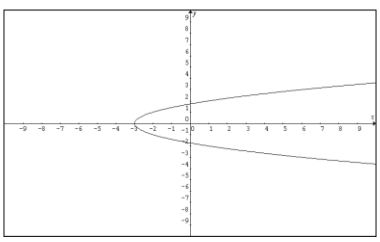
1)



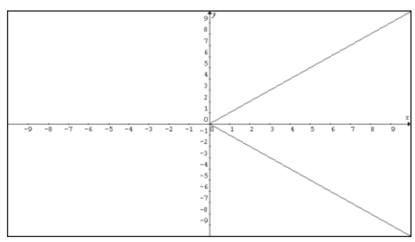
2)



3)



4)



Se dice que 1) y 2) son sólo funciones. ¿Qué ocurre con las gráficas de aquellas que no son funciones? Anota tus conclusiones:

____
____
____
____
____

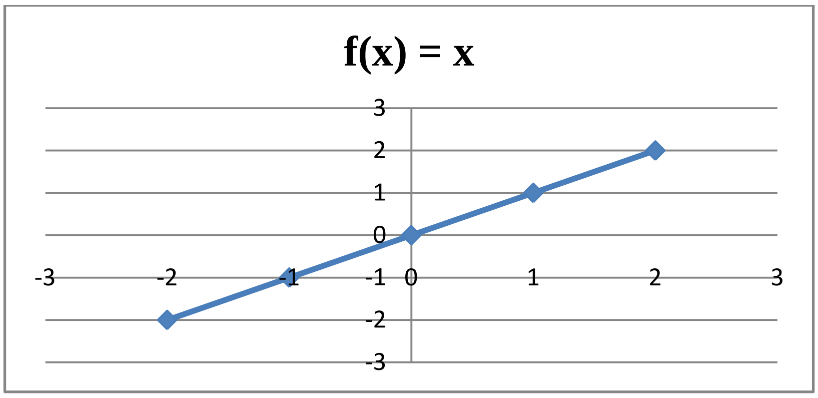
GUIA DE MATEMATICAS Nº9

FUNCIÓN LINEAL

Como ya vimos anteriormente que la recta que pasa por el origen y tiene pendiente m, se representa por la ecuación y = mx.

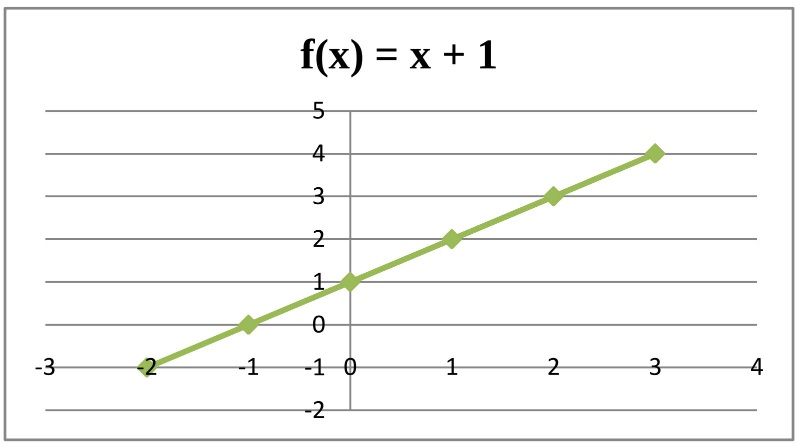
Esta ecuación lleva el nombre de función lineal y al ser representada como función se escribe f(x) = mx, donde f(x) es la función lineal de x.

Debemos recordar que la función lineal su coeficiente de posición es cero, por lo cual su grafica es una lineal recta que pasa por el origen del plano cartesiano el cual puede ser de la forma:



Función Afín

Una función a fin cuando las variables x e y se representan por la ecuación de la recta y=mx+n, en la cual m y n son constantes (n≠0).



Función Lineal y Afín

I. Grafica las siguientes funciones:
1. y = x
2. y = 5x
3. y = 0,2x
4. y = 0,01x
5. y = 100x

Extrae alguna conclusión de los gráficos hechos

6. y = -x
7. y = -2x
8. y = -0,5x
9. y = -50x

Compara con los realizados en el punto 1) y extrae conclusiones.

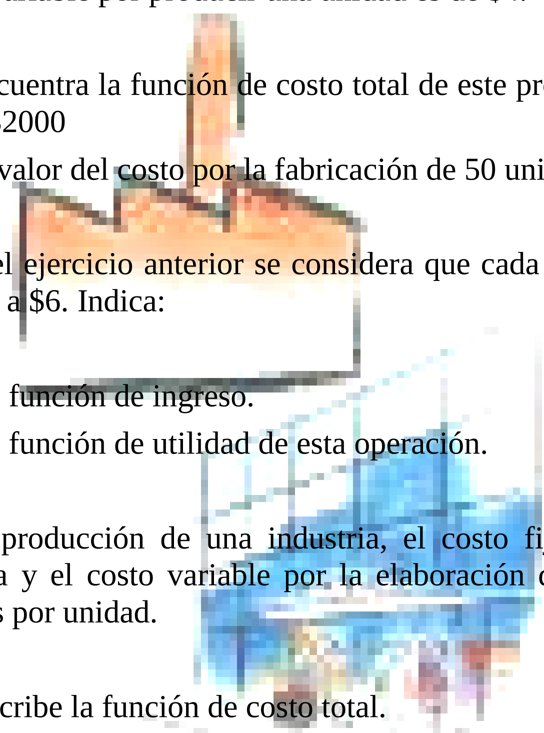
10. y = x + 3
11. y = x – 4
12. y = -x + 3
13. y = -x – 4

Extrae alguna conclusión de los gráficos hechos

II. Resuelve los siguientes ejercicios

1. Una compañía que fabrica cierto producto tiene costos fijos de $32.000. Si el costo variable por producir una unidad es de $4.

   a) Encuentra la función de costo total de este producto Respuesta C (X) = 4x + 32000
   b) El valor del costo por la fabricación de 50 unidades



2. Si en el ejercicio anterior se considera que cada producto fabricado se puede vender a $6. Indica:

   a) La función de ingreso.
   b) La función de utilidad de esta operación.

3. En la producción de una industria, el costo fijo es de 6.500 dólares a la semana y el costo variable por la elaboración de ciertos productos es de 9 dólares por unidad.

   a) Escribe la función de costo total.
   b) Calcula el monto de este en la producción de 1500 de estos productos.

PRUEBA DE MATEMÁTICA

Nombre: ____

Curso: ________________ Fecha: _________________________

I. Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Debes justificar las falsas (7pts.)

1. .... El plano cartesiano se encuentra dividido en cuatro cuadrantes.__________
   ____

2. .... Los ejes coordenados de un plano cartesiano son perpendiculares._______
   ____

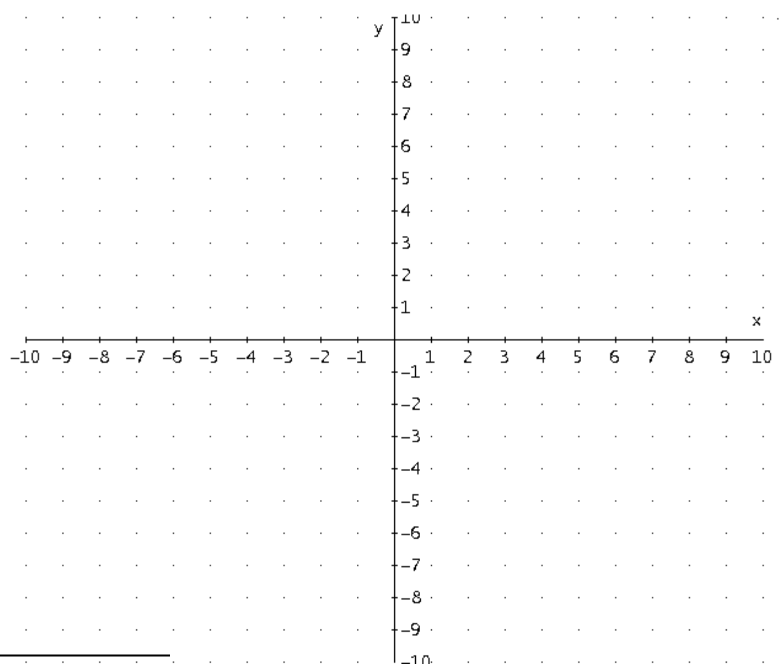
3. .... El eje coordenado “y” corresponde al eje de las abscisas.______________
   ____

4. .... A “x” se le denomina variable dependiente.____

5. ...... El punto A (3,8) tiene por ordenada 8.______________________________
   ____

II. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano, dibuja el segmento y calcula su distancia (3pts)

A (2,5)
C (6, -3)



Distancia: ________________

III. Marca con una x la alternativa correcta, debes desarrollar el ejercicio. (12 pts.)

1. El punto medio del segmento formado por los puntos (3,4) y (-1,8) es
   a) (1,-6)
   b) (-1,6)
   c) (-1,-6)
   d) (1, 6)
   e) N.A.

2. La ecuación principal de la recta $4x - 2y + 6 = 0$ es
   a) $y = -2x - 3$
   b) $y = -2x + 3$
   c) $y = 2x - 3$
   d) $y = 2x + 3$
   e) N.A.

3. La pendiente de la ecuación de la recta $3x + 2y - 8 = 0$ es
   a) $-\frac{3}{2}$
   b) $\frac{2}{3}$
   c) $-\frac{2}{3}$
   d) $\frac{3}{2}$
   e) N.A.

4. El coeficiente de posición de la ecuación de la recta $9x + y - 3 = 0$ es
   a) 9
   b) -3
   c) -9
   d) 3
   e) N.A.

5. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos (0,-3) y (5,-2)
   a) $-\frac{1}{5}$
   b) - 5
   c) $\frac{1}{5}$
   d) 5
   e) N.A.

6. Qué valor debe tomar K para que la recta determinada por los puntos (5,3) y (2,-4) sea paralela a la recta que determinan los puntos (-4,2) y (k,-1)

   a) 2
   b) 5
   c) -4
   d) 3
   e) N.A.

IV. En los siguientes casos identifica la ecuación general y principal de la recta: (9pts)

1. Determinada por los puntos (3,-5) y (-6,4)

E.P:______________________ E.G:_______________________

2. Que pasa por el punto (-4,-5) y tiene pendiente 4.

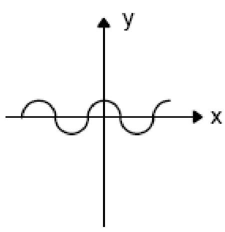
E.P:______________________ E.G:_______________________

3. Que pasa por (8, -2) y que es perpendicular a la recta 5x – 3y = 7.

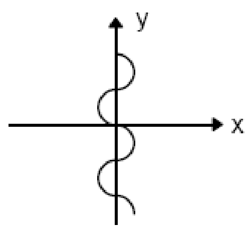
E.P:______________________ E.G:_______________________

V. ¿Cuál(es) de los siguientes gráficos representa(n) una función f(x)? Justifica tu respuesta (2 pts.)

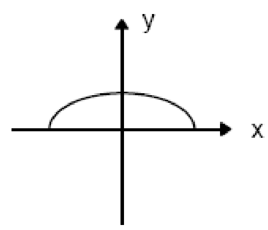
I)



II)



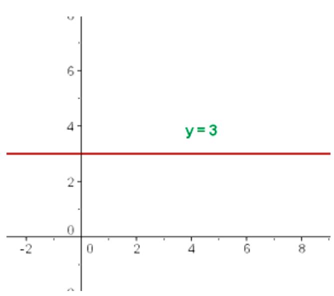
III)

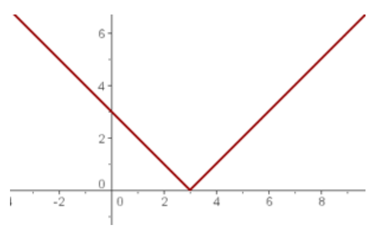


____

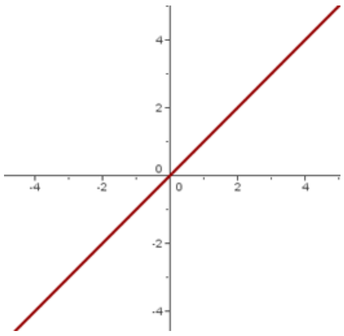
____

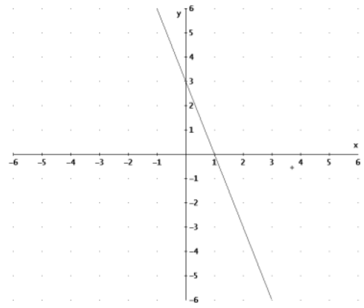
VI. Escribe el nombre de cada una de las siguientes funciones según su grafico (5 pts.)

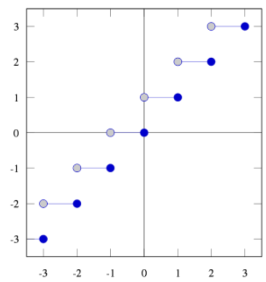




_______________________ _______________________



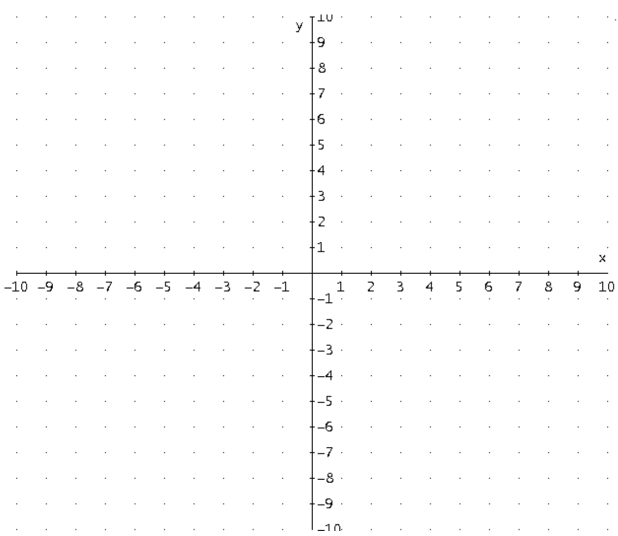


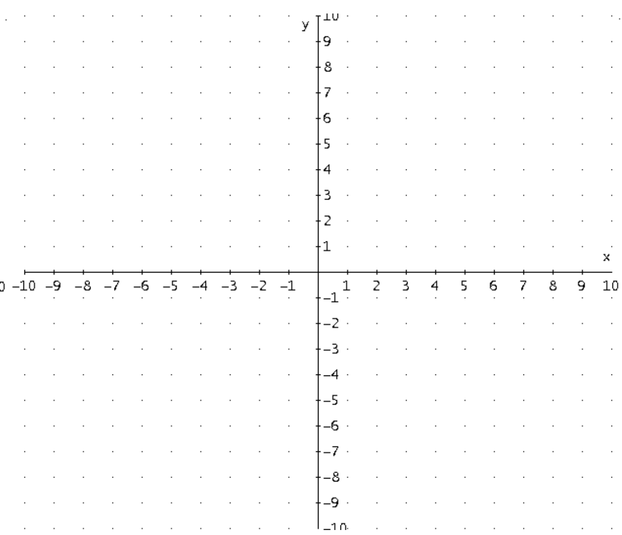


VII. Realiza la grafica para cada una de las siguientes funciones lineales (8 pts.)

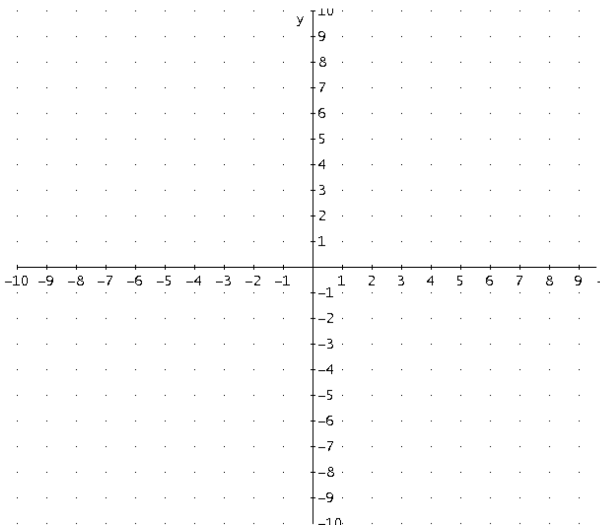
f(x) = 3x + 3

f(x) = -2

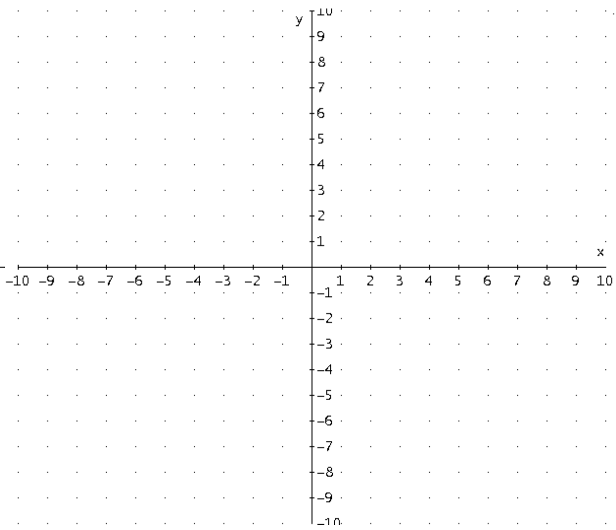




f(x) = -4x -5


y
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1
1 2 3 4 5 6 7 8 9
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10

f(x) = -6x


y
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
x
−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7
−8
−9
−10

Trayectoria epistémica N°	Material Didáctico					Tiempo (Minutos)	Modalidad de la actividad		Tipo de Función semiótica	Trayectoria Mediacional
	Trayectoria Docente	Pagina N°	Trayectoria Discente	Ítems	Pagina N°		Grupal	Individual		
1	Planificación	7	Pruebas	-	102	80 Minutos		X	-	Pruebas
2	Planificación Corrección prueba	8 10	-	-	-	80 Minutos	X		-	Proyector Pruebas
3	Planificación Material profesor	34 36	Actividad patio Guía N°1	I II	108	40 Minutos 20 Minutos	X X		Lingüístico conceptual	Guías Plumones Pizarra
4	Planificación Material Profesor	42 44	-	-		80 minutos		X	Situacional Actuativo Lingüístico Conceptual Proposicional Argumentativo	Plumones Pizarra Hojas oficio Regla
5	Planificación	49	Guía N°2	I II III	109	80 minutos	X X X		Situacional Actuativo Actuativo Actuativo	Plumón Pizarra Guías

				IV				X	Actuativo	
				V				X	Lingüístico Actuativo	
5	Planificación	50	Guía N°3	I	112	30 minutos	X		Actuativo Lingüístico	Guías
	Material Profesor			II			X		Situacional Actuativo	Plumón Pizarrón
			Evaluación	I	113	40 minutos		X	Lingüístico	Evaluación
6			Formativa	II				X	Lingüístico Actuativo	formativa
				III				X	Situacional Actuativo	
7	Planificación	51	Guía N°4	I	116	20 minutos	X		Situacional	Guías
				II		20 minutos	X		Situacional Lingüístico	
				III		20 minutos	X		Situacional Lingüístico	
				IV		20 minutos	X		Situacional	

									Lingüístico	
8	Planificación Material Profesor	52 53	Guía N°5	I II	120	40 Minutos 40 Minutos	X X		Situacional Actuativo Lingüístico Situacional Actuativo Lingüístico	Plumones Pizarra Guía
9	Planificación Material Profesor	58 59	-	-		80 Minutos			Situacional Actuativo Lingüístico Conceptual Proposicional Argumentativo	Proyector Power Point
10	Planificación Material Profesor	68 69	Guía N°6	I	124	30 minutos	X		Situacional Actuativo	Plumones Pizarras Proyector
11	Planificación Material Profesor	72 73	Guía N°7	I II	126	15 minutos 15 Minutos		X X	Situacional Actuativo Situacional Argumentativo	Plumones Pizarras Guía
12	Planificación	74	Evaluación Formativa	-	128	80 Minutos	X		Actuativo Situacional	Evaluación formativa

13	Planificación Material Profesor	75 76	Guía N°8	I II III	129	10 minutos 10 Minutos 10 Minutos			Situacional Lingüístico Argumentativo Situacional Lingüístico Argumentativo Lingüístico Argumentativo	Guía Plumón Pizarrón
14	Planificación Material Profesor	82 83	Guía N°9	I II	133	20 Minutos 20 Minutos		X X	Lingüístico Argumentativo Situacional	Pizarra Guía Plumones
15	Planificación Material Profesor Power Point	84 85	-	-	-	50 minutos	-	-	Situacional Actuativo Lingüístico Conceptual Proposicional Argumentativo	Plumones Pizarra Guía Proyector
16	Planificación	93	Prueba Sumativa	-	135	80 minutos	-	X	Situacional Actuativo Lingüístico	Prueba Sumativa

									Conceptual Proposicional Argumentativo	
17	Planificación Material Profesor	94 95	Corrección Prueba Sumativa	I II III IV V VI VII	 -	80 minutos		X	Argumentativo Lingüístico Actuativo Actuativo Conceptual Situacional Actuativo Conceptual Situacional Lingüístico Proposicional Argumentativo Lingüístico Proposicional Lingüístico Argumentativo proposicional	Prueba Sumativa Plumones Pizarra