



Salesiana

Facultad de Educación

Escuela de Educación Matemática

e informática educativa

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA ARTICULADORA ENTRE
PROPORCIONALIDAD DIRECTA Y LA FUNCIÓN LINEAL A
TRAVÉS DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE VARIACIONAL.

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y
AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICAS E
INFORMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTES:

CARRASCO MARTÍNEZ, ELIAS

GÁLVEZ CABELLO, TAMARA FRANCISCA

MATAMALA FARÍAS, BÁRBARA DEL CARMEN

PROFESOR GUÍA:

JORGE ÁVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE

2015

AGRADECIMIENTOS

Escuche por primera vez la voz interior, la cual me indico el camino a seguir que era enseñar, pero focalizado en las matemáticas creyendo que sería un gran aporte a la sociedad a la cual pertenezco.

Primero agradecer a Dios por todas las oportunidades que me entrego para poder llegar a esta etapa de mi vida y en especial a las personas que me motivaron a continuar sin decaer mi espíritu de trabajo en mi objetivo final. Como no recordar en estos momentos a mi tío Eduardo el cual me enseñó técnicas, las cuales fueron útiles para poder enfrentar la primera etapa de mi camino a nivel universitario y en especial a mis padres los cuales me incentivaron a no decaer en los momentos difíciles que tuve que pasar dentro de la universidad. En especial a mi madre, por su amor y apoyo que me ha dado durante toda mi vida. Además a mis queridos amigos Bárbara y Elías, los cuales durante meses nos acompañamos en este proceso de tesis, donde fueron largas y agradables jornadas de estudio, para llegar a nuestro tan anhelado comienzo de nuestra carrera docente.

Y como no recordar y dar gracias a todos los estudiantes y profesores que pudieron por primera vez conocer mi gestión dentro del aula. Estoy feliz de llegar a ejercer la carrera que yo elegí, y los valores recibidos por la universidad.

Tamara Gálvez Cabello

Ante todo agradecer a Dios, luego a mi familia, en especial a mi madre por su apoyo y amor incondicional. A mis compañeros investigadores por su dedicación y paciencia en este proceso. Finalmente, a los profesores por su relevancia y gestión en mi desarrollo profesional y personal.

Elías Carrasco Martínez

Quisiera agradecer a mi familia, sobre todo a mi Madre y Hermano, por apoyarme en cada momento desde que escogí lo que quería estudiar, para así lograr poco a poco mis sueños. Además de todo el aliento, apoyo y amor que me brindaron durante los años de carrera universitaria. Agradecer a Dios por guiar mi camino y el de mis amigos, durante toda nuestra formación.

Bárbara Matamala

Como equipo de investigadores, agradecemos a nuestro profesor guía Jorge Ávila, por el apoyo que nos brindó durante la elaboración del proceso de seminario. A nuestros profesores que nos formaron durante nuestra estadía universitaria. Finalmente agradecer a nuestros compañeros y amigos, que de una u otra manera nos apoyaron y alentaron para culminar esta etapa de nuestra vida.

Elías, Tamara y Bárbara

RESUMEN

En la siguiente investigación se dará a conocer un set de actividades que fue aplicado a un primer año medio, de un colegio ubicado en la comuna de Maipú. Con el objetivo de favorecer la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, desde la perspectiva del pensamiento y lenguaje variacional entre los estudiantes. Dicho set de actividades fue diseñado por los investigadores en función del estudio realizado a planes y programas, textos escolares: docentes y estudiantes, ubicados curricularmente en los siguientes niveles: séptimo año básico, octavo año básico y primero año medio, y en el sustento teórico variacional anteriormente señalado.

Durante la investigación se utilizaron distintos instrumentos para la recolección de datos, el primero de estos corresponde a una encuesta exploratoria, siendo esta aplicada a cinco cursos de dos colegios distintos. Esta encuesta es un diagnóstico, el cual se divide en dos partes. La parte I, indaga acerca de las nociones que explicitan los estudiantes referentes a la proporcionalidad directa y la función lineal. La parte II, consta de actividades obtenidas del texto escolar de octavo año básico, las cuales están asociadas a preguntas respecto a los temas mencionados anteriormente, además de tablas las cuales deben identificar y justificar si corresponden a proporcionalidad directa y/o función lineal. Posteriormente, se analiza la encuesta exploratoria. Se observa, que existen diversos niveles de apropiación conceptual referente a la proporcionalidad directa y la función lineal en los cursos, de los cuales se seleccionan dos en base a la aproximación a los conceptos implicados. Luego de realizar el análisis parte II para los seleccionados, se evidencia que totalidad de estos no presentan una articulación entre los conceptos anteriormente señalados desde el punto de vista variacional. Finalmente, la muestra de la investigación se reduce a un curso, debido a los análisis de la encuesta exploratoria y el contexto curricular.

Para la creación del set de actividades, se consideró el pensamiento y lenguaje variacional como directriz para favorecer la articulación entre los contenidos ya mencionados. Este set de actividades, se realizó de manera grupal en el aula de clases, en el cual participaron 11 grupos conformados entre dos a tres estudiantes. La actividad planteada consiste en llenar vasos con una cierta cantidad de agua para luego verter en un recipiente, a partir de esto se proponen diversas situaciones las

cuales, pretenden favorecer la articulación entre proporcionalidad directa y la función lineal. Al realizar el análisis de este set, se pudo observar que tres grupos presentaban avance en preguntas claves, estas aluden a la co-variación entre variables, es decir, ¿qué cambió? y ¿cómo cambió?

Por último, se aplica la encuesta final, en donde se analizan tablas, y deben responder si corresponden o no a función lineal y/o proporcionalidad directa, y a su vez deben justificar el porqué. Luego se contrastó la encuesta de los estudiantes de los grupos seleccionados con el diagnóstico de estos mismo, para así evidenciar cambios ocurridos en ellos. Se logra contrastar a un solo estudiante de este curso, ya que este participó en ambos procesos y a su vez realizando el desarrollo de estas.

Finalmente se plantea un rediseño del set de actividades, el cual consta de dos partes, una de manera grupal y otra individual. Luego se realizan sugerencias didácticas y proyecciones de la investigación.

ABSTRACT

The following research will be announced a set of activities that was applied to a first half year, a school located in the commune of Maipú. Aiming to encourage reconciliation between the direct proportionality and linear function, from the perspective of thought and variational language among students. This activity set was designed by the researchers based on the study of plans and programs, textbooks: teachers and students, curricular located at the following levels: seventh grade, eighth grade year and first half year, and the theoretical basis variational previously indicated.

During the investigation other instruments for collecting data were used, the first of these corresponds to an exploratory survey, this being applied to five courses in two different schools. This survey is a diagnosis, which is divided into two parts. Part I explores notions about students that make explicit reference to direct proportionality and linear function. Part II consists of activities obtained the textbook of eighth grade, which are associated with questions regarding the above, plus tables which issues

should be identified and justified if they correspond to direct proportionality and / or linear function. Subsequently, the exploratory survey is analyzed. It is noted that there are various levels of direct proportionality regarding ownership and conceptual linear function in the courses, of which two are selected based on the approach to the concepts involved. After performing the analysis for the selected part II, it appears that not all of these have a link between the concepts outlined above from the point of view variational. Finally, the research sample is reduced to a course, due to the exploratory analysis of survey and curricular context.

To create the set of activities, it thought and variational language was considered as a guideline to encourage reconciliation between the contents mentioned above. This set of activities performed as a group in the classroom, in which 11 groups formed two to three students participated. Action proposed involves filling vessels with a certain amount of water and then pour into a container, from which various situations that are proposed, designed to favor the connection between direct and linear proportionality function. When analyzing this set, it was observed that three groups showed progress on key questions, these refer to the co-variation between variables, that is, what changed? and how did it change?

Finally, the final survey, where tables are analyzed and must answer whether or not correspond to linear function and / or direct proportionality, and in turn must justify why applies. The survey of students selected with the diagnosis of these same, so they show changes in groups vetted. Contrast is achieved by a single student of this course, since this involved in both processes and in turn made the development of these.

Finally redesign the set of activities, which consists of two parts, one way and another single group arises. After teaching suggestion and research projections are made.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	4
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.1 Antecedentes	5
1.2 Justificación e importancia.....	14
1.4. Definición del problema.....	15
1.5. Limitaciones	15
1.6. Supuestos del trabajo.....	15
1.7. Pregunta de investigación.....	16
1.8. Objetivos generales y específicos	16
1.8.1. <i>Objetivo General</i>	16
1.8.2. <i>Objetivos Específicos</i>	16
CAPÍTULO II	18
MARCO TEÓRICO.....	18
2.1. Socioepistemología	18
2.2. Pensamiento y Lenguaje Variacional	20
2.3. Proporcionalidad	24
2.3.1. Diversas definiciones de Proporción.....	26
2.4.2 Definiciones de Proporción Directa	26
2.4. Función.....	26
2.4.1. Diversas definiciones de Función.....	27
2.4.2 Definiciones de Función Lineal	28
2.5 Ingeniería didáctica	28

CAPÍTULO III	32
METODOLOGÍA	32
3.1. Enfoque de investigación	32
3.2. Fundamentación y descripción del diseño.....	34
3.3. Universo y muestra.....	35
3.4 Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos.	36
3.5 Validez y confiabilidad	37
3.6 Metodología de análisis de la Información	38
CAPÍTULO IV	39
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	39
4.1. Actividad de llenado de vasos.....	39
4.2 Conjeturas Actividad llenado de vasos	47
4.2.1. Análisis tabular de los grupos de la Actividad llenado de vasos	50
4.2.2 Contraste de conjeturas con respuestas.....	83
4.2.3 Análisis de selección de grupos	87
4.1.4 Análisis de estudiantes seleccionados	89
CAPÍTULO V	94
REDISEÑO	94
CAPÍTULO VI.....	102
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	102
BIBLIOGRAFÍA	106
ANEXOS	109
Anexo 1	109
Anexo 2	109
Anexo 3	109
Anexo 4.....	110

Anexo 5	115
Respuestas de los estudiantes de actividad “Llenado de vasos”	115
Grupo 1	115
Grupo 2	120
Grupo 3	125
Grupo 4	130
Grupo 5	135
Grupo 6	140
Grupo 7	145
Grupo 8	150
Grupo 9	155
Grupo 10	160
Grupo 11	165
Anexo 6	170
ENCUESTA FINAL.....	170
Anexo 7	172
G4.....	172
E1.....	172
E2.....	172
E3	173
G7.....	174
E1	174
E2	174
E3	175
G9.....	175
E1	175
Anexo 8	176

INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene como eje fundamental teórico el pensamiento y lenguaje variacional (PLV), siendo este el que estudia los fenómenos relativos al cambio, y la relación que existe entre las variables ligadas a este, sustentado en los fundamentos de la socioepistemología.

Los autores que se presentaran a continuación proponen distintos tipos de actividades que propician un aporte para la creación de los instrumentos necesarios para esta investigación, por un lado, en MEN¹ (1998) sugiere que *“la organización de la variación en tablas, ya que puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas”*. Por otro lado, Demana (1990) da a conocer que la repetición de construcciones como expresiones que expliciten un patrón de variación, fomentará a comprender el estudio.

Es por esto, que se utilizará la metodología Ingeniería Didáctica (Douady, 1996) para la creación de un set de actividades, con el fin de lograr la articulación entre la Función Lineal (FL) y la Proporcionalidad Directa (PD) en los estudiantes que cursan primer año de educación media de un colegio particular-subsidiado de la comuna de Maipú. La ingeniería didáctica consta de cuatro etapas fundamentales, en primer lugar el análisis preliminar, en esta fase se realizó la actividad exploratoria, con el fin de identificar la muestra y los conocimientos que tienen consigo los estudiantes; en segundo lugar el análisis a priori, en donde se levantan conjeturas en relación al set de actividades creado por los investigadores para lograr de esta forma la articulación entre los contenidos planteados con anterioridad; en tercer lugar la experimentación de los estudiantes frente a una determinada situación, es decir, la aplicación del set actividades y observar las conductas que presentan los estudiantes frente a dicho instrumento; finalmente una análisis a posteriori, en donde se contrastan las conjeturas con los resultados de los estudiantes, evidenciando de esta manera el progreso que tuvieron los estudiantes en la articulación entre la Proporcionalidad Directa y la Función Lineal, para así lograr el rediseño del set de actividades en base a las respuestas que emergieron por los estudiantes.

¹ Ministerio de Educación de Colombia.

Este estudio se divide en seis capítulos, los cuales serán señalados a continuación brevemente:

Capítulo I, “*Planteamiento del problema*”: En este capítulo se describe la problemática que se investigará, este se configura a través de la pregunta de investigación exponiendo de esta forma los objetivos planteados para el desarrollo del estudio, lo cual ayuda en generar una secuencia didáctica que favorezca la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, entendiendo de forma completa la relación existente entre ambos conceptos.

Capitulo II, “*Marco Teórico*”: Se presentan los sustentos teóricos en que se basa esta investigación. El foco principal es de entender el proceso de cambio que se produce dentro de algún tipo de estudio, a través de la socioepistemología, Pensamiento y Lenguaje Variacional (PLV) e Ingeniería didáctica esta como metodología de investigación, que da pie a como se debe guiar el estudio sobre la articulación que hay dentro en los conocimientos de los estudiantes.

Capitulo III, “*Metodología*”: Se presenta el enfoque de investigación que se considera dentro del estudio, en este caso se dio pie al enfoque cualitativo, el cual es una percepción que depende de lo social, cultural e histórico del objeto a investigar. Además, esta investigación trata de un Estudio de Caso en un curso de treinta estudiantes de un colegio particular subvencionado de la comuna de Maipú. La recolección de información es acorde a una investigación cualitativa. Consta de tres instrumentos: Encuesta exploratoria (diagnóstico), Set de actividades didáctica y por último una encuesta individual, siendo validados por expertos. Cada una de estos instrumentos posee su análisis respectivo de acuerdo a las preguntas que se presentan, el cual busca comprender la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal que existe en los estudiantes del curso analizado.

Capítulo IV, “*Análisis de la información*”: Esta etapa está compuesta por el análisis tabular y reflexión de cada una de las preguntas que compone el segundo instrumento que abarca la recolección de la información, estas fueron analizadas pregunta por pregunta, dejando como evidencia imágenes de los reactivos implementados a los estudiantes, es decir, se enfoca a como fueron las respuestas de los grupos. Posteriormente se realizó el análisis de las conjeturas con las repuestas que los

estudiantes proporcionaron. Finalmente se seleccionaron los grupos que evidenciaron mayor articulación en el set de actividades donde se contrastaron las respuestas de su diagnóstico con su encuesta final. Permitiendo de esta forma evidenciar los principales episodios claves que faltan para completar esta articulación dentro de los conocimientos de los estudiantes, es decir, reconociendo los puntos más débiles de los estudiando.

Capítulo V, “*Rediseño*”: En este punto se plantea la nueva actividad, para que los estudiantes logren la articulación de la proporcionalidad directa y la función lineal, en base a conocimiento mínimos que deben poseer, es decir, conocer lo que es la función lineal y proporcionalidad directa, tener manejo en la operación matemática en base a los elementos de los conjuntos matemáticos y tener insertos distintos registros algebraicos para realizar esta actividad.

Capítulo VI, “*Conclusiones*”: En este último capítulo se evidencias los contrastes finales de lo articulado entre la proporcionalidad directa y la función lineal, dando a conocer la contestación de la pregunta de investigación y el logro de los objetivos planteados al comienzo de la investigación. Además de la proyección que deja estudio para posteriores investigaciones.

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la sociedad, las matemáticas es un delimitante para las personas, ya que es una de las primeras limitaciones en el proceso cognitivo de los niños desde la primaria, dentro de los principales obstáculos que poseen los estudiantes, en la educación de las matemáticas, es la falta de razonamiento matemático², siendo esta una de las principales competencias que los estudiantes deben poseer, es la que permite a los estudiantes lograr producir una interpretación frente a distintos tipos de información y ampliar de esta forma los conocimientos relacionados de lo cuantitativo, de esta manera permite relacionar problemas matemáticos con la vida real, además esta es una de las habilidades que permite la conexión de conocimientos matemáticos a otras áreas de la ciencia, y dar soluciones óptimas a los problemas establecidos dentro de la misma sociedad.

Desde este ámbito para los estudiantes la principal complejidad, es de identificar los cambios que se producen dentro de distintos conceptos entre la misma área que se está estudiando, dejando de lado las competencias y habilidades básicas necesarias para requerir un aprendizaje óptimo, de esta forma teniendo como dificultad la comprensión del porque suceden dichos procedimientos.

Es por esto que al indagar dentro de los textos escolares de profesores y alumnos año 2015 entregados por el Ministerio de Educación, de los cursos séptimo año básico, octavo año básico y primer año medio, en cuanto a los temas de proporcionalidad directa y la función lineal, se observó que estos no presentan diseños que aludan al pensamiento y lenguaje variacional, es decir, no identifican el proceso de cambio que existe entre ambos contenidos, a la vez se presenta una débil articulación entre la Proporcionalidad Directa y Función Lineal desde dicho punto de vista.

² Competencias básicas en el área de las matemáticas.

1.1 Antecedentes

En séptimo básico:

En el texto del estudiante editorial SM, 2014, la proporcionalidad en este nivel se refiere a la equivalencia que existe entre dos o más razones, la misma identificación que permite realizar una comparación entre ellas y al encontrar esta igualdad se nombra como “Proporcionalidad”, luego define la proporcionalidad directa como el aumento de ambas razones y, por el contrario, si una aumenta y la otra disminuye toma el nombre de proporcionalidad inversa.

Si dos razones son equivalentes, se dice que son *proporcionales* una respecto de otra o que están en *proporción*.
Si al aumentar una razón, la otra también lo hace, hablamos de **proporcionalidad directa**. Por el contrario, si al aumentar una razón, la otra disminuye, hablamos de **proporcionalidad inversa**.

3

En octavo básico:

Según PP y PP ⁴del MINEDUC en este nivel se comienza a trabajar con ecuaciones de dos variables, luego se introduce el concepto de función, la cual no es definido, a su vez carece de significado matemático y de sentido o relación para los estudiantes, se da a conocer la función mediante la metáfora de “la máquina matemática” la cual permite encontrar pares ordenados los cuales pueden ubicarse en el plano cartesiano, es decir, se habla de tomar un valor y luego evaluarlo en la función, obteniendo un número, luego estos pares de números son representados de forma tabulada, finalmente serán ubicados en el plano cartesiano y por tanto la gráfica.

Metáfora “Maquina Matemática” (libro del profesor)

1. Presentar

Dirija la atención del estudiante al inicio de la página para leer el primer párrafo y comente cómo funcionan las máquinas matemáticas que producen pares de números (uno que entra a la máquina y el otro que sale de ella) después de ser procesados según la regla.

5

³ texto del estudiante editorial SM, 2014, Séptimo Básico

⁴ Planes y programas 8vo Básico, año 2011

⁵ Libro del profesor año 2015, editorial SM, Octavo Básico

Ejemplo de vinculación entre Proporcionalidad Directa y Función Lineal. (texto del estudiante)

1 Gráfico y análisis de relaciones directamente proporcionales

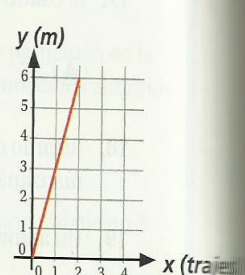
Para confeccionar un traje se necesitan 3 metros de género. La variable independiente es x , la cantidad de trajes y la variable dependiente es y , los metros de género, ya que los metros de género dependen de la cantidad de trajes que se hagan.

La función que modela la cantidad de metros necesarios para confeccionar cierto número de trajes es:

$$f(x) = 3x$$

La gráfica es una recta que comienza en el origen de las coordenadas.

x	y
0	0
1	3
2	6



Podemos determinar que la relación entre las variables es directamente proporcional ya que el gráfico muestra una recta que pasa por el origen.

6

En la imagen anterior el texto del estudiante pretende vincular la proporcionalidad directa con la función, sin mencionar a cual pertenece, pero sí señalando que esta al ser graficada debe tener un comienzo en el origen, además no propone un análisis entre las variables establecidas, donde se asume de forma inmediata que la relación entre dichas variables es directamente proporcional, ya que estas tienen posición en el origen.

Primero medio:

En el texto del estudiante, editorial SM, año 2014, se puede observar qué al comenzar el tema de Función, esta se denota de la forma $y = f(x)$, utilizando términos como “pre-imagen” e “imagen”, a la vez, de “variable dependiente” y “variable independiente”, donde estos dos últimos términos ya son abordados en años anteriores.

Luego de ver el tema “¿Qué es una función?”⁷ se visualizan gráficos y tablas para poder determinar la función que se termina por modelar. Logrando así reconocer rectas, la pendiente y el coeficiente de posición.

⁶ texto del estudiante editorial SM, 2015, Octavo Básico

⁷ texto del estudiante editorial SM, 2014, Primero Medio

Los pasos anteriormente señalados se realizan para dar a conocer un tipo de función en particular, en este caso se da el inicio a la Función Lineal, en donde se realiza una relación con la proporcionalidad directa debido a su gráfica.


Se presentan ejemplos resueltos paso a paso como el siguiente:

¿Cuándo una función es lineal?

- Cuando dos variables son directamente proporcionales, ¿cómo es el gráfico de esta relación?
- Un empleado recibe \$1500 por cada hora trabajada. ¿Qué expresión determina el sueldo del empleado si trabaja x horas en un mes?

Marta y Samuel están realizando un experimento para aplicar la ley de Hooke, suspendiendo masas distintas en un resorte de un material determinado y registrando la fuerza ejercida por este y el estiramiento que se produce en él. A continuación se muestran los resultados.

Fuerza (N)	Estiramiento(cm)
6	1,0
9	1,5
12	2,0
15	2,5
18	3,0



¿Con qué función se puede modelar la Ley de Hooke?

Paso 1 Identificar la relación de dependencia.
La fuerza necesaria para estirar un resorte es proporcional a la longitud de su estiramiento (deformación). Por ende, la deformación depende de la fuerza ejercida para provocar el estiramiento.

Paso 2 Modelar la situación con lenguaje algebraico y expresarla como función.
Primero calcularemos la constante de proporcionalidad que corresponde al cociente entre los correspondientes valores de la deformación y la fuerza.

Fuerza (N)	Estiramiento (cm)	Cociente
6	1,0	$\frac{1,0}{6} = \frac{1}{6}$
9	1,5	$\frac{1,5}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{6}$
12	2,0	$\frac{2,0}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
15	2,5	$\frac{2,5}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{6}$

x: Fuerza necesaria para estirar un resorte.
y: Longitud del estiramiento (deformación).

La longitud del estiramiento se obtiene multiplicando la fuerza por la constante determinada en el paso 2, es decir, $y = \frac{1}{6}x \rightarrow f(x) = \frac{1}{6}x$.

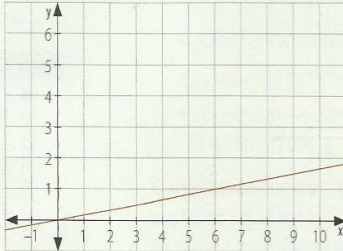
8

Paso 3 Construir una tabla evaluando la expresión algebraica encontrada.
Como ya conocemos algunos valores, calcularemos otros.

x	$f(x) = \frac{1}{6}x$	y
3	$f(3) = \frac{1}{6} \cdot 3$	$\frac{1}{2} = 0,5$
18	$f(18) = \frac{1}{6} \cdot 18$	3,0

Paso 4 Establecer los pares ordenados y graficarlos en el plano cartesiano.

x	y	(x, y)
6	1,0	(6; 1,0)
9	1,5	(9; 1,5)
12	2,0	(12; 2,0)
15	2,5	(15; 2,5)
18	3,0	(18; 3,0)



En este caso, la ley de Hooke se puede modelar con la función lineal $f(x) = \frac{1}{6}x$.

9

⁸ Texto del estudiante, editorial SM 2014, Primero Medio

⁹ Texto del estudiante, editorial SM 2014, Primero Medio

Finalmente, respecto a la imagen se puede observar la existencia de la vinculación entre Proporcionalidad Directa y la Función Lineal, aunque se evidencia una ausencia de análisis en la parte tabular respecto a la variación entre la fuerza y el estiramiento, por tanto no se evidencia el énfasis al fenómeno proporcional que existe, solo se muestra que el cociente es constante.

De este modo con el fin de delimitar la investigación y definir el caso a considerar para el presente estudio, se elaboró un diagnóstico, cuyo objetivo fue identificar los conocimientos que los estudiantes tenían en relación a la Proporcionalidad Directa y la Función Lineal, lo que respecta a su articulación (cfr. Anexo. 4). Antes de su aplicación, la encuesta se sometió a validación por un especialista Magíster en Didáctica de las Matemáticas. (cfr. Anexo. 1)

La Encuesta Exploratoria se divide en dos partes. La Parte I, apunta a explorar la comprensión acerca de los conceptos de Proporcionalidad Directa y la Función Lineal mediante preguntas abiertas respecto de dichas temáticas, la cual dará a conocer el nivel de conocimientos que posee el estudiantado. En tanto, la Parte II, apunta a indagar acerca de la comprensión y usos de dichas temáticas enfrentando a los estudiantes a la resolución de ejercicios y problemas asociados a ellas.

Para el análisis de la encuesta exploratoria, para la Parte I, se levantaron cinco indicadores para Proporcionalidad directa y cuatro indicadores para la Función Lineal, los cuales son presentados a continuación.

Indicadores para Proporcionalidad Directa.

- 1. Sin noción.** Se consideran aquí respuestas en que los estudiantes no poseen ninguna relación hacia el conocimiento del contenido de proporcionalidad directa.
- 2. Maneja proporción o existe relación de variación.** Maneja el concepto de manera clara de proporcionalidad, relacionando con la razón o fracción.
- 3. Identifica la proporcionalidad directa con relación a que dos variables suben o bien bajan.** Posee conocimiento en la característica principal de la proporcionalidad directa.

4. Identifica o relaciona la constante de proporcionalidad.

Identifica un valor en específico que se mantiene constante.

5. Identifica que varía y como varía. Identifica de forma clara y fluida la co-variación que existe dentro de la proporcionalidad directa.

Indicadores para Función Lineal.

1. Sin noción. Se consideran aquí respuestas en que los estudiantes no poseen ninguna relación hacia el conocimiento del contenido de función lineal.

2. Identifica o tiene noción del comportamiento lineal. Identifica a la función lineal como una recta que pasa a través de un gráfico.

3. Identifica la función lineal. Posee de las características principales de la función lineal.

4. Relaciona función con proporcionalidad directa. Identifica la constante de proporcionalidad y el proceso de co-variación que hay inserto.

Para el análisis de la encuesta exploratoria, para la Parte II, se levantaron indicadores con respecto a cada punto de las temáticas con la resolución de ejercicios matemáticos relacionados con la Proporcionalidad Directa y Función Lineal.

Temática Proporcionalidad

1. Sin noción. Se consideran aquí respuestas en que los estudiantes no poseen ninguna relación hacia el conocimiento del contenido de proporcionalidad directa.

2. Realiza Tabla. Tiene el conocimiento de la reacción que tiene construir una tabla relacionada con la proporción.

3. Encuentra relación: Realiza la relación correcta entre la tabla y la proporcionalidad directa.

4. Expresión Algebraica: Según el problema planteado, genera una expresión algebraica que la represente acorde a los datos dados.

Temática Función Lineal

1. **Sin noción.** Se consideran aquí respuestas en que los estudiantes no poseen ninguna relación hacia el conocimiento del contenido de función lineal.
2. **Indica Variables:** Identifica de manera clara la variable dependiente y variable independiente.
3. **Encuentra función:** Identifica la función lineal, dando alguna característica, o simplemente escribiendo la expresión que corresponde.
4. **Identifica Proporción:** Relaciona la función lineal con la proporción, y da a conocer el tipo de proporción al que pertenece.

En cuanto al último punto del diagnóstico parte dos, se dividió para el análisis en diez tablas subdivididas en la temática de proporcionalidad directa y función lineal, en la cual constan de con seis indicadores cada uno, los cuales son mencionados a continuación:

1. **Sin noción.** Se consideran aquí respuestas en que los estudiantes no poseen ninguna relación hacia el conocimiento del contenido de proporcionalidad directa y función lineal.
2. **Bien:** Identifica de forma clara si es Proporcionalidad directa o función lineal.
3. **Mal:** Identificad de forma errónea si es Proporcionalidad directa o función lineal.
4. **Justificado:** Posee un argumento sustentable en relación a lo preguntado.
5. **Medianamente justificado:** Su justificación es escasa, pero indica algunas características de lo preguntado.
6. **No o mal justificado:** No posee justificación o esta es errónea a lo preguntado.

En la realización de la encuesta exploratoria (diagnóstico) aplicada al curso que se tenía en consideración desde un comienzo para la elaboración de la investigación, siendo este el primero medio A, del primer colegio particular subvencionado (C1)¹⁰, ubicado en la comuna de Maipú. Luego de analizar los resultados de sus estudiantes, surgió un inconveniente, los resultados obtenidos no fueron los óptimos para el desarrollo de la creación de secuencia didáctica, debido a que las nociones sobre Proporcionalidad Directa y Función Lineal fueron nulas o escasas en más del 50% de los estudiantes; por lo cual, se debió optar por analizar otros cursos de distintas características y de otros establecimientos escolares.

A continuación, se adjunta una tabla resumen de las respuestas de los estudiantes del primero año medio A del primer colegio particular subvencionado (C1) en la primera parte de la encuesta.

Proporcionalidad	
Sin noción	24
Maneja proporción o existe relación de variación.	5
Identifica la proporcionalidad directa con relación a que dos variables suben o bien bajan	0
Identifica o relaciona la constante de proporcionalidad	1
Identifica que varía y como varía	0

Funciones	
Sin noción	24
Identifica o tiene noción del comportamiento lineal	5
Identifica la función lineal	0
Relaciona función lineal con proporcionalidad directa	0

Luego de ver los resultados de este curso, se tomó la decisión de aplicar el mismo diagnóstico a dos Octavos Básico del primer colegio particular subvencionado (C1) y dos Primeros Medios del segundo colegio particular subvencionado (C2), obteniendo los siguientes resultados de la primera parte del diagnóstico, en relación a los conocimientos previos que poseen los estudiantes en cuanto a la proporcionalidad directa y la función lineal, dentro de cada nivel:

¹⁰ (C1): Primer Colegio particular subvencionado

		8°A (C1)	8°B (C1)	1°A (C2)	1°C(C2)
P R O P O R C I O N	Sin noción	3	6	10	15
	Maneja proporción o existe relación de variación.	26	24	27	21
	Identifica la proporcionalidad directa con relación a que dos variables suben o bien bajan	20	22	17	12
	Identifica o relaciona la constante de proporcionalidad	4	0	5	3
	Identifica que varía y como varía	0	0	0	0
F U N C I O N	Sin noción	12	3	17	21
	Identifica o tiene noción del comportamiento lineal	17	27	19	15
	Identifica la función lineal	7	14	13	4
	Relaciona con proporcionalidad directa	0	4	1	1

Luego de realizar el análisis de la Parte I, encuesta exploratoria a los cuatro cursos involucrados, se decide analizar la Parte II de solo dos cursos, los cuales son los que muestran mayor dominio dentro de los temas planteados al comienzo, estos cursos son 8° básico A del Primer colegio particular subvencionado (C1) y 1° Medio A del segundo colegio particular subvencionado (C2), ambos de la comuna de Maipú, los cual nos evidencia el conocimiento adquirido por los estudiantes en relación a la proporcionalidad directa y función lineal, aunque estos sean por separado.

Encuesta exploratoria Parte 2

Pregunta 1		8°A (C1)	1°A (C2)
Sin noción		1	10
Realiza Tabla	Correcta	22	13
	Incompleta	4	3
	Sin hacer	2	11
Encuentra Relación	Correcta	4	9
	Justifica	14	10
	Sin hacer	10	8
Expresión Algebraica	Correcta	5	1
	Incompleta	9	6
	Sin hacer	14	20

Pregunta 2		8°A (C1)	1°A (C2)
Sin noción		1	10
Identifica Variables	Correcta	13	8
	Invertida	6	9
	Sin identificar	9	10
Encuentra Función	Correcta	11	6
	Incompleta	4	8
	Sin hacer	13	13
Identifica Proporción	Sin identificar	9	13
	Identifica proporción	7	0
	Identifica Prop. Directa	7	5
	Justifica	5	9

Pregunta 3		Relación de tablas con Función Lineal		Relación de tabla con Proporcionalidad directa	
		8°A (C1)	1°A (C2)	8°A (C1)	1°A (C2)
Sin noción		7	19	8	23
T A B L A 1	Bien	7	11	4	4
	Mal	15	7	17	10
	Justificado	1	6	2	0
	Medianamente Justificado	0	0	0	0
	No o mal Justificado	21	12	19	14
T A B L A 2	Bien	9	13	15	9
	Mal	13	5	6	5
	Justificado	0	0	8	4
	Medianamente Justificado	4	10	1	1
	No o mal Justificado	18	8	12	9
T A B L A 3	Bien	9	10	6	4
	Mal	13	8	15	10
	Justificado	1	5	3	0
	Medianamente Justificado	0	0	0	0
	No o mal Justificado	21	13	18	14
T A B L A 4	Bien	18	8	13	13
	Mal	4	10	8	1
	Justificado	0	0	8	3
	Medianamente Justificado	2	3	2	3
	No o mal Justificado	20	15	11	8
T A B L A 5	Bien	13	5	17	11
	Mal	9	12	4	3
	Justificado	0	0	6	2
	Medianamente Justificado	2	2	2	3
	No o mal Justificado	20	16	13	9

Luego de realizar el análisis detallado en relación a la encuesta exploratoria (diagnóstico), aplicada a cinco cursos de dos establecimientos educativos dentro de la comuna de Maipú, al ver los resultados obtenidos, se llega a la conclusión de trabajar con el curso I° Medio A del segundo colegio particular subvencionado (C2), teniendo en consideración de que sus resultados no fueron los mejores como se muestran en las tablas de los análisis, en relación a la aplicación de los temas tratados para la investigación, se eligió este nivel y curso por el hecho de que en primero medio se ve con formalidad el contenido de Función Lineal, además de manejar los conocimientos mínimos que se requieren para continuar con el set de actividades, y así los estudiantes de este nivel tienen más claro en que consta el concepto de función.

1.2 Justificación e importancia

Esta investigación desea indagar en los conocimientos adquiridos por los estudiantes respecto a proporcionalidad directa y la función lineal, desde la perspectiva del pensamiento variacional, para así analizar la relación existente entre estos contenidos.

Teniendo como principal importancia lograr la conexión de los contenidos establecidos en base al pensamiento y lenguaje variacional comprendido desde las prácticas sociales, permitiendo de esta manera crear un set de actividades, el cual se enfoca en lograr que los estudiantes analicen y reflexionen respecto a la relación de co-variación existente entre las variables, las cuales se presentan en forma de proporcionalidad directa o como función lineal. De esta forma, fortaleciendo el aprendizaje significativo¹¹ de los estudiantes dentro del razonamiento matemático.

“La función lineal representa la estructura de proporcionalidad, sirve para visualizar los diferentes estados de variación, es decir expresa su comportamiento cualitativo”. (Fiol y Fortuny, 1990)

¹¹ “El origen de la Teoría del Aprendizaje Significativo está en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social” (Ausubel, 1976).

1.4. Definición del problema

En base a lo investigado en textos escolares y los planes y programas del MINEDUC, del presente año, es posible evidenciar una débil articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal desde el punto de vista variacional, siendo que ambas herramientas matemáticas son vinculables a los mismos fenómenos.

1.5. Limitaciones

Una de las principales limitaciones que se encontrará dentro de esta investigación, es la falta de la totalidad de los estudiantes en las distintas etapas que este posee, es decir, que no siempre en el desarrollo de los distintos instrumentos estarán los mismos estudiantes, por el hecho de no ser de carácter obligatorio, desde el punto de vista académico, es por este motivo, que el análisis de los resultados de los estudiantes en relación a su encuesta exploratoria y encuesta final, sea dificultosa y se pueda llegar a tener una muestra reducida.

Otra de las limitaciones que existe, es la disposición que presentan los estudiantes al momento de enfrentar los diversos instrumentos que se aplican para realizar el estudio, es decir, si es que entregan todo el conocimiento que poseen de los contenidos aplicados o el hecho de no contestar nada de lo preguntado.

Finalmente, dentro del set de actividades aplicada, esta sea planteada de distinta a la forma que los estudiantes obtuvieron su aprendizaje, y de esta forma no lograr la conexión requerida entre los temas establecidos con anterioridad.

1.6. Supuestos del trabajo

- Los estudiantes antes de participar de las secuencias de aprendizaje presentarán dificultades para obtener una relación entre la Proporcionalidad Directa y la Función Lineal. Algunas de estas son:
 - Ver cada tema como un contenido aislado.

- Reconocer la relación que hay entre ambos, sólo por la identificación de características sin mayor significado, tales como que el cociente es constante (en el caso de la Proporcionalidad Directa) y que la gráfica de una Función Lineal es una recta.
- Luego de haber realizado la secuencia a los estudiantes lograrán evidenciar significados variacionales asociados a la Proporcionalidad Directa y a la Función Lineal tales como el hecho que, cuando en un fenómeno específico, se relacionan dos magnitudes de manera Proporcionalmente Directa, ante la variación constante de una siempre la otra se ve afectada por una misma constante; y, también que, producto de lo anteriormente señalado, ocurre que el cociente entre ambas magnitudes permanece constante ante mismas variaciones de cualquiera de las dos variables que co-varían.

1.7. Pregunta de investigación

¿Cómo favorecer la articulación entre la Proporcionalidad Directa y la Función Lineal a través de un set de actividades en base al Pensamiento y Lenguaje Variacional?

1.8. Objetivos generales y específicos

1.8.1. Objetivo General

Diseñar una secuencia de aprendizaje que favorezca la articulación entre la Proporcionalidad Directa y Función Lineal a través del Pensamiento y Lenguaje Variacional.

1.8.2. Objetivos Específicos

- Diseñar una propuesta de actividades didácticas en relación a la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

- Implementar en set de actividades en donde se dé significado a la co-variación ocurrida en variables directamente proporcionales.
- Contrastar respuestas de los estudiantes respecto a las conjeturas del set de actividades planteadas, para evidenciar avances en la articulación entre la Proporcionalidad Directa y la Función Lineal.

CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1. Socioepistemología

“La ciencia y su educación están ligadas a prácticas sociales y culturales. Sin embargo, las matemáticas, como es bien sabido, se han desarrollado bajo la premisa de que ellas tratan con objetos abstractos, anteriores por tanto a la praxis social y en consecuencia externas al individuo. Esta visión platonista del conocimiento impregna por igual al quehacer didáctico de nuestros días; un profesor comunica “verdades preexistentes” a sus alumnos mediante un discurso; la forma entonces, asume esta visión, hará develar más temprano que tarde el significado de los objetos abstractos entre los alumnos. Sostenemos que el conocimiento matemático, aun aquel que consideramos avanzado, tiene un origen y una función social asociados a un conjunto de prácticas humanas socialmente establecidas.” (Cantoral R.)¹²

Bajo este último escenario, los investigadores recurren a la teoría socioepistemológica de la matemática educativa, conocida sintéticamente como socioepistemología, con el fin de comprender sus principales características dentro de las cuales se desprende el pensamiento y lenguaje variacional directriz de la presente investigación.

“Debemos señalar que la aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico en un sentido amplio, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza” (Cantoral & Farfán, 2004).

El problema educativo no radica en la constitución de objetos abstractos, si no en la significación de conceptos mediante el uso culturalmente situado, por tanto, en la

¹² La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: Una mirada emergente

participación y recreación de la matemática enraizada en la vida de los partícipes del proceso enseñanza-aprendizaje.

Específicamente la socioepistemología se preocupa del problema de la construcción social del conocimiento matemático y el de su difusión institucional. *“El problema que motiva a las investigaciones pueden ser la dificultad de los estudiantes para aprender algún concepto; sin embargo, estudiarlo desde la perspectiva socioepistemológica persigue el fin de contribuir a una visión alternativa que contemple las prácticas sociales asociadas y, en esa medida, de una mirada social y cultural del saber matemático”* (Cabañas & Cantoral, 2009; Cantoral, 2013)¹³

Bajo esta orientación debe concebirse las prácticas sociales según Covián (2005): *“La práctica social no es lo que hace en si el individuo o el grupo, sino aquello que les hace hacer lo que hacen”*. Lo cual ressignifica el discurso matemático escolar, pues el contexto tiene implicancias dentro de la construcción del conocimiento.

La aproximación a la construcción social del conocimiento, es en base a cuatro componentes fundamentales: su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza.

- En primer lugar, se preocupa del estudiante o grupo de estudiantes tanto en el contexto escolar como en el contexto social.
- El segundo componente se basa en visualizar el objeto matemático no como concepto riguroso o formal, sino en sentido de la utilidad social y cultural que se desprende de él.
- En tanto el tercer componente se encarga de integrar el fenómeno didáctico desde los distintos planos cognitivos, sociales y culturales.
- Por último, el cuarto componente se cuestiona ¿Cómo es el lugar o escenario donde surgen las ideas?, por tanto, recoge las ideas matemáticas de la práctica social, es decir, lo variacional de los fenómenos a estudiar.

¹³ Socioepistemología, Matemáticas y Realidad

Dichas características son fundamentales para la presente investigación, principalmente por la contextualización de un fenómeno matemático en una situación cotidiana y de utilidad, tanto social y cultural para los estudiantes. *“Está más basada en la intuición y las vivencias cotidianas de los estudiantes así como en la naturaleza intrínseca de los conceptos y procesos matemáticos a la luz de sus contextualizaciones significantes primarias”* (Cantoral y Montiel, 2001)¹⁴

2.2. Pensamiento y Lenguaje Variacional

Esta investigación se adscribe al Pensamiento y Lenguaje Variacional (PLV), los principales exponentes son Cantoral, Farfán, Díaz y MEN, esta es una línea de investigación que se encuentra al seno de la perspectiva teórica de la socioepistemología, bajo el contexto social, no es posible reducir el aprendizaje de la matemática a la adquisición de definiciones de conceptos determinados, ni a la producción didáctica de situaciones repetitivas en torno a un contenido en específico que proporcionen la memorización de algoritmos y resultados, sino a la construcción sucesivas de conocimiento propio del estudiante, cuyo objetivo es generar el éxito ante cierto obstáculo de aprendizaje, dejando de lado el fracaso de los estudiantes.

El pensamiento y lenguaje variacional *“estudia los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y el medio social que le da cabida. Hace énfasis en los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando estructuras y lenguajes variacionales”* (Cantoral, 2003). Es decir, se ocupa principalmente de estudiar el cambio o variación existente entre variables que se relacionan entre sí, y de los procesos complejos y lentos para la comprensión de los estuantes. Es por esto que se entiende el concepto de cambio como una modificación de estado en proceso de la experimentación, en tanto variación como una cuantificación de dicho cambio. Sin embargo, cabe destacar que el concepto de variación es difícil y complejo de adquirir, pues requiere de la composición de diversos campos, ya sea el numérico, analítico, visual, gráfico y geométrico, también procesos matemáticos específicos como: número, variable, constante entre algunos pertinentes al estudio, las cuales permiten tener una construcción adecuada del conocimiento.

¹⁴ La socioepistemología una aproximación teórica para educar en valores

Además, el Pensamiento y Lenguaje Variacional *“pone particular atención en el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando para ello diferentes estructuras y lenguajes variacionales”* (Cantoral, 2005). Es por esto que busca principalmente la orientación de estos procesos cognitivos y culturales a través de tres ejes fundamentales, primeramente se preocupa de las estructuras variacionales, por otro lado, estudia las funciones cognitivas de los seres humanos, finalmente aborda problemas desde el punto de vista de las situaciones en el terreno social, que permite dar articulación entre la investigación y las prácticas sociales que se dan en la enseñanza de la matemática educativa.

En relación al cambio, su estudio sobre el efecto en las variables tiene por objetivo algo inherente al ser humano, la predicción. Ante la imposibilidad de manipular el tiempo y observar el desarrollo del fenómeno se han desarrollado diversas herramientas relacionadas al estudio del cambio con el fin de estudiar sistemas complejos, donde la predicción ha sido una parte esencial en la construcción de resultados y conceptos matemáticos, que al igual que el Pensamiento y Lenguaje Variacional *“se construye a partir de vivencias y experiencias de individuos y grupos sociales”* (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez, 2006).¹⁵

“El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas”. (MEN, 1998).

En tanto para Vasco (2003): *“el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocessos recortados de la realidad”.*

¹⁵ Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, cantoral; editorial 2013

En este escenario es que se precisa comprender que la variación y el cambio se desprenden de la covariación, en palabras de Carlson, Jacobs, Larsen, Hsu. (2003) *“las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra”*. Por lo tanto se puede reducir a dos preguntas fundamentales en las cuales basar el Pensamiento y Lenguaje Variacional: ¿qué cambia? y ¿cómo cambia?

Desde la luz de las investigaciones relacionadas con el Pensamiento y Lenguaje Variacional, estas apuntan esencialmente al estudio de la aritmética, las derivadas y derivadas de orden superior, estudios de cambios en general. Principalmente se utiliza para realizar estudios en estudiantes de bachillerato o primer año de enseñanza superior con el fin de que estos pudiesen incorporar el concepto de variación y cambio en el contexto de funciones de diversos tipos, para luego apropiarse del concepto derivada y el estudio del cálculo en sus distintos niveles.

Estos estudios evidenciaron que la ausencia de Pensamiento y Lenguaje Variacional en dichos estudiantes era un factor importante en la dificultad de apropiación de componentes claves vertientes de la variación y cambio, como la razón de cambio, predicción y derivadas de distintos órdenes.

Sin duda uno de los aspectos distintivos que están presentes en la variación directamente proporcional entre dos variables, es identificar qué es lo que cambia y cómo debe darse ese cambio, para que las variables se relacionen frecuentemente, esto alude en el sistema escolar, es decir, que cambien “de manera proporcional”. Debido a esto es que se desea conocer la relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal que podrían eventualmente tener los estudiantes de octavo básico y primero medio.

El uso del Pensamiento y Lenguaje Variacional dentro de la enseñanza de las matemáticas en proceso escolar desea lograr que el aprendizaje de cada una de las personas se logre de manera integral, entregando contenidos, conceptos y procedimientos interestructurados, en los cuales se puedan analizar y modelar, situaciones de manera matemática y problemas que son presentadas a los estudiantes,

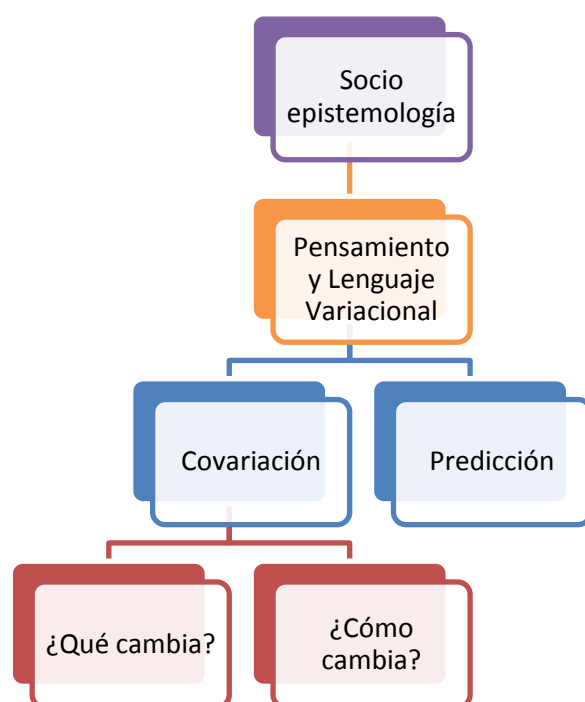
en los cuales debe estar presente la variación, ya sea de magnitudes y/o cantidades que tengan una relación entre sí.

Para poder utilizar el Pensamiento y Lenguaje Variacional en las aulas de clases, es necesario que se propongan problemas y/o situaciones contextualizada a los estudiantes en donde se consiga visualizar como una determinada variable modifica su comportamiento y por consiguiente otra varía en función de esta, de forma que esa modificación genere una variación directamente proporcional entre los valores pertenecientes a cada variable, vincular a la función lineal a través de la variación directamente proporcional, identificar que las variables de este determinado fenómeno lo hacen predecible y modelable. Para lograr este objetivo se pueden utilizar diversos registros, ya sean a través de tablas, gráficos, representaciones pictóricas e icónicas por nombrar algunas.

En el uso del registro tabular se pueden identificar las variables, logrando así una conexión con el concepto de función, la cual es representada de manera numérica y discreta. De esta manera los estudiantes se comienzan a enfrentar a situaciones problemáticas en la cual deben construir expresiones algebraicas o fórmulas.

“La exposición repetida de construcciones de fórmulas, como expresiones que explicitan un patrón de variación, ayuda a los estudiantes a comprender la sintaxis de las expresiones algebraicas que aparecerán después del estudio del álgebra”. (Demana, 1990). La exposición ante situaciones de cambio converge en reconocimiento de patrones y regularidades, a la representación de esta mediante algoritmos y/o funciones. *“Los patrones y regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. Estos pueden ser reconocidos, ampliados y generalizados mediante la construcción de situaciones que involucren procesos de variación y cambio”*¹⁶

¹⁶ Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos



17

2.3. Proporcionalidad

La noción de proporción viene asociada desde la antigüedad con la idea de precisar cuantitativamente la noción de semejanza, la cual bajo la forma del Teorema de Thales (636 a 546 a de C.) Se remonta a la más alta antigüedad y es de uso corriente entre los arquitectos. Esta noción vaga de semejanza tiene sus antecedentes en la de comparar cosas de la misma especie, de hallar sus razones en el sentido corriente del término, es decir, de querer medir sus magnitudes. En los documentos babilónicos, egipcios y chinos, se encuentran siempre las razones y las proporciones en situaciones particulares, eventualmente llamadas medidas. (M. Luisa Fiol, Josep M., Fortuny, 2000)¹⁸.

Al hablar de proporcionalidad se habla de una división que se genera a través de dos números que son separados a través del símbolo “:”, que en simples palabras se está realizando una conexión con el concepto de “razón” que en la mayoría de las veces esta noción tiene relación siempre con las fracciones, que es lo que conduce a dificultades de comprensión de los estudiantes de distintos niveles. El concepto de razón hace alusión a las magnitudes que pueden ser medibles en un problema

¹⁷ Elaboración de los investigadores.

¹⁸ María Luisa Fiol Mora; Josep Fortuny Aymemí. -- 1a.ed. --Madrid : Editorial Síntesis., 1990.-- 188p., graf. : 1.- Serie: Colección Matemática: cultura y aprendizaje Nº20, Colección Matemática: cultura y aprendizaje Nº20

matemático ficticio o real, aplicando relaciones de magnitudes, que se relacionen entre sí.

Una proporción aparece bajo el alero del concepto de igualdad de dos fracciones, ya que al aplicar el producto cruzado entre si, se obtiene un equilibrio o ser equivalentes, que suelen ser representadas generalmente como razones. Desde otra perspectiva, el ámbito geométrico busca en crear una relación entre dos o más dimensiones respecto a un total. También haciendo alusión al Módulo, para dar evidencia a la repetición que se utiliza o como una medida de comparación.

En cuanto a esto J. Godino y C. Batanero nos plantean lo siguiente en relación al concepto de proporcionalidad:

“En general, decimos que dos series de números, con el mismo número de elementos, son proporcionales entre sí, si existe un número real fijo k , llamado razón de proporcionalidad, que permite escribir cada valor de la segunda serie como producto por k de los valores correspondiente de la primera serie.” (Proporcionalidad, pág. 421).

Lo que se infiere que la proporcionalidad al estar aplicada a una serie de números que están relacionados entre sí de manera clases se manifiesta un valor “ K ”, que es más conocido como “*constante de proporcionalidad*”, que es la que indica la razón que existe entre dos magnitudes que son medibles, siendo este un concepto escaso dentro de las personas..

Además, se dice que para que sean proporcionales están en correspondencia sus magnitudes que son medibles, que se correspondan forman una serie de números que son proporcionales (se puede visualizar a través de una tabla), es decir, que existe una relación lineal entre ellas mismas.

2.3.1. Diversas definiciones de Proporción

- “La noción de proporción viene asociada desde la antigüedad con la idea de precisar cuantitativamente la noción de semejanza” (Proporcionalidad directa. La forma y el número, 1990)
- “Semejanza tiene sus antecedentes en la de comparar cosas de la misma especie, de hallar razones en el sentido corriente del término, es decir, de querer medir magnitudes.” (Proporcionalidad directa. La forma y el número, 1990)
- “Una igualdad con la que se indica que dos razones son equivalentes se llama proporción.” (Texto estudiante 7^{mo}, 2014. Ed SM)
- “Una proporción es la igualdad entre dos razones.
Dos cantidades X e Y son directamente proporcionales si el cociente entre sus valores correspondientes es constante” (Texto estudiante I^o medio, 2014. Ed SM)

2.4.2 Definiciones de Proporción Directa

- “Si al aumentar una razón, la otra también lo hace, hablamos de proporcionalidad directa.” (Texto estudiante 7^{mo}, 2014. Ed. SM)
- “Dos cantidades son directamente proporcionales si el valor de la razón entre ellas es siempre constante.” (Texto estudiantes 8^{vo}, 2014. Ed. Galileo)

2.4. Función

Las funciones han sido utilizadas desde tiempos remotos, en esta investigación se tendrá como inicio en la edad antigua, la cual era usada en la astronomía en Babilonia¹⁹. La matemática utilizada en estos inicios se basaba en tablas de cálculos, sin la utilización de métodos matemáticos, debido a esto no existen los conceptos de

¹⁹ Carmen Azcárate Giménez; Jordi Deulofeu Piquet -- 1a.ed. --Madrid : Síntesis, 1996.-- 176 p., il.- Serie: Colección Matemáticas : cultura y aprendizaje ; 26, Colección Matemáticas : cultura y aprendizaje

variable o función. Por otro lado, en Grecia comenzaron a surgir conceptos como el de proporción, así también surge el problema de la diferencia entre número y magnitud, queriendo lograr la unificación de estos. Finalmente, en la época antigua las interpolaciones era de manera lineal, a pesar de esto Ptolomeo introduce la función seno con su tabla de cuerdas, a pesar de estos avances no existen los conceptos de función y variable.

Durante varios siglos se utilizó la expresión verbal, gráfica y tabular para representar funciones. En el siglo XVII se da a conocer la función logarítmica a través de Burgi (1620) y Neper (1619). En 1637 Descartes expande la geometría analítica, siendo esta la que afecta notoriamente las funciones, ya que en este trabajo se demuestra la dependencia entre dos variables x e y .

“... Aparece por vez primera el hecho que una ecuación x e y es una forma de representar dependencia entre dos variables, de manera que, a partir de ella, es posible calcular los valores de una variable que corresponden a determinados valores de la otra.” (Azcárate y Deulofeu, 1990).

2.4.1. Diversas definiciones de Función

En los siguientes párrafos se darán a conocer diversas definiciones que se han utilizado para referirse al concepto de función, en libros escolares durante el siglo XX.

- “Si existe una correspondencia entre los valores de una variable independiente x y otra variable y , dependiente de aquella, de tal modo que a cada valor de x corresponda un valor de y , se dice que y es función de x .” (Rey Pastor-Puig Adam, 1938).
- “Sea C un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$, diremos que C define una función entre los conjuntos A y B si a cada elemento de A se le asigna aquel o aquellos elementos de B que formen un par con él en uno de los elementos de C .” (Ediciones SM, 1967).

- “Una relación entre dos conjuntos A y B se dice que es una aplicación cuando a todo elemento de A le corresponde un elemento de B y solo uno. Una aplicación de un conjunto numérico en otro se denomina función.” (Marcos de Lanuza, 1970).
- “En general diremos que y es función de x y lo escribiremos $y = f(x)$ cuando, para x variable de un determinado conjunto, a cada valor de x le corresponde un solo valor de y ; los valores de y constituyen otro conjunto. A y se le da el nombre de variable dependiente, porque depende de los valores que toma x ; en cambio x es la variable independiente.” (Lombardo Radice-Mancini Proia, 1977).
- “La característica esencial de una función o aplicación de dependencia entre dos variables. Una función o aplicación está formada por:
 - a) Conjunto de valores que puede tomar la variable independiente.
 - b) Conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente.
 - c) Regla que asigna a cada elemento del conjunto de salida uno y sólo uno del conjunto de llegada.” (Grup Zero, 1981).

2.4.2 Definiciones de Función Lineal

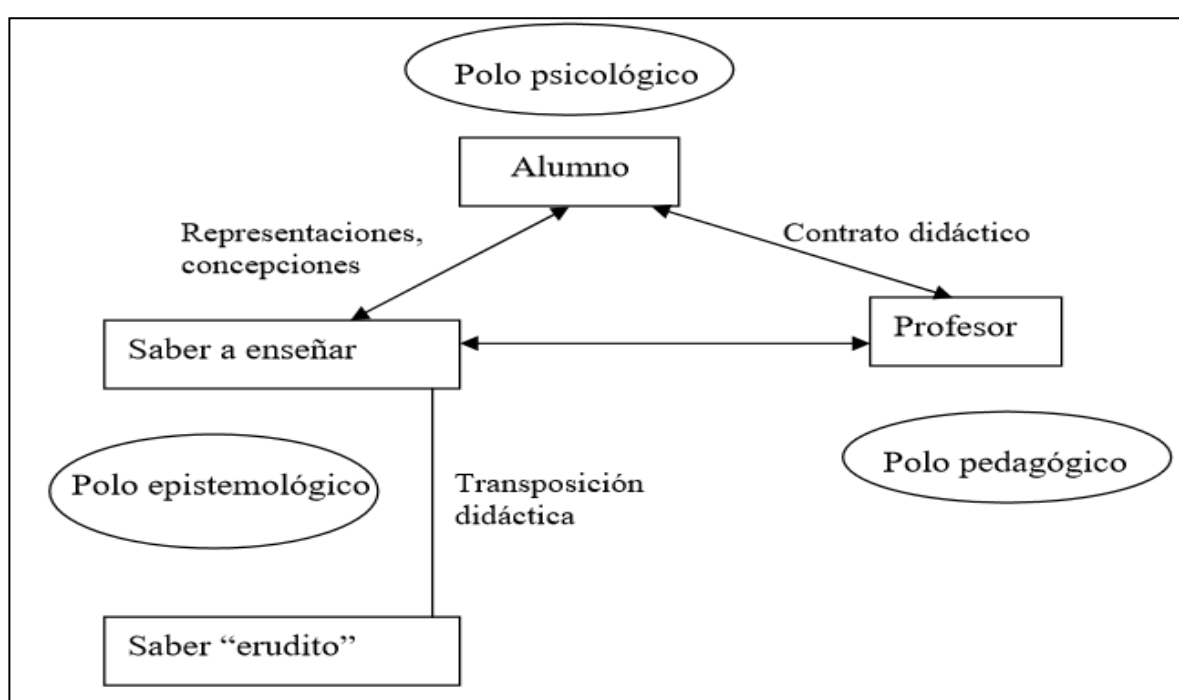
- Indica la inclinación que se posee en la relación de los ejes de las abscisas (X), esta es simbolizada a través de “ m ”, que representa cualquier número, donde “ m ” es conocida como la pendiente de la recta. Cuanto mayor sea “ m ”, se obtendrá una mayor inclinación dentro de la recta y mayor será el ángulo obtenido.

2.5 Ingeniería didáctica

La ingeniería didáctica surge de la necesidad de indagar las prácticas que suceden dentro del aula escolar, en busca de respuesta de estas, además que esta encuentra solo sentido en el área de las matemáticas, donde toma dos roles principales o más bien dos funciones cruciales, las cuales son: como una metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y de aprendizaje. (Douady, 1996,p-

241). Este tipo de diseño metodológico surge en los inicios de los años sesenta, en Francia dentro de los institutos de investigación de la educación matemática.

En el aspecto teórico en que se basa la ingeniería didáctica proviene de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1992), que tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).



20

Esta metodología de investigación es prácticamente nueva, dentro del área de las investigaciones matemáticas, es eminente por el carácter cualitativo que posee, es decir, que se centra en la cualidad o en la calidad de ese algo que se está investigando, el cual está integrada por distintas fases que permite que la investigación se produzca de forma clara y concisa, además de basarse en los estudios de casos y la validación que tienen es esencialmente interna.

Para este tipo de metodología, existen dos tipos de niveles de investigación dentro de la ingeniería didáctica, los cuales ayudan a tomar una gran determinación para verificar que pauta debe involucrar dicha exploración, lo cual ayuda a complementar la investigación que se está realizando y acotar los temas a tratar. Estos niveles son:

²⁰ Cuaderno de investigación y formación de educación matemática, 2006.

- **Nivel de micro-ingeniería**: En este tipo de investigación el centro de estudio es un determinado tema, y toman en cuenta principalmente lo que sucede dentro del aula escolar, sin considerar los agentes externos que puede afectar a la investigación.
- **Nivel de macro-ingeniería**: Se basa principalmente en complementar la micro-ingeniería, buscando los fenómenos de duración que existe entre la enseñanza y el aprendizaje dentro del aula.

La ingeniería didáctica para esta investigación tienen una gran importancia, ya que indica los pasos que el estudio debe seguir de una forma ordenada, para obtener de forma clara la información que está requiriendo para finalmente llegar a los objetivos planteados al principio de esta. Las fases²¹ que componen la ingeniería didáctica, para obtener una investigación apropiada son:

- Primera fase: Análisis preliminar
- Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas
- Tercera fase: Experimentación
- Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación

A continuación se describe de forma clara en qué consiste cada una de las fases de la ingeniería didáctica:

- **Análisis Preliminar**

Esta fase se desarrolla bajo una perspectiva sistemática, que hace una triangulación en las concepciones que se deben tomar en cuenta, las cuales son la institución (docente), los estudiantes y el saber matemático que hay en juego, además de considerar la relación estrecha que hay en cada uno de ellos. Además de basarse en la parte epistemológica que están contemplados en la enseñanza de las matemáticas, y poder identificar las restricciones que se tendrá dentro de la misma investigación, dando pie así a elaborar cambios en los pasos que se desean seguir dentro de la misma investigación.

²¹ CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA 2006, Año 1, Número 2

- **Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas**

Para realizar esta etapa de la investigación, los investigadores toman la decisión de las variables que utilizaron en los análisis previos del objeto que se estudió y al problema planteado en dicha investigación, además de tener en consideración las estrategias que se diseñaron para llevar la investigación a cabo, como lo son las variables que involucran para el análisis, teniendo en consideración el contenido didáctico que está manipulando, los medios o simplemente las herramientas que serán utilizadas para complementar las tácticas, y llegar al logro que se desea. Lo más importante para este proceso es que se necesita de una validación con lo que se trabajará, para percibir si lo que se quiere estudiar es válido, luego se debe continuar con el análisis posteriori, ayudando también a saber el post comportamiento que tendrán los objetos a estudiar.

- **Experimentación**

Esta fase se realiza de experimentación con una muestra de estudiantes, que representan al universo en relación al tema que se está estudiando. Donde este inicia con el contacto entre los investigadores-profesor-estudiante siendo estos últimos los objetos a estudiar, para la implementación de las estrategias didácticas que se establecieron en el proceso de la concepción y además de la ejecución de los instrumentos de investigación que fueron confeccionados y validados con anticipación y dedicación, asimismo el registro de las observaciones que se realizan durante el proceso de la experimentación.

- **Análisis a posteriori y evaluación**

Este es el último punto de la ingeniería didáctica, que pasa a ser el proceso donde todo lo recolectado dentro de la investigación, tanto como el diagnóstico, actividad de llenado de vasos, entrevista semi-estructurada y observaciones que se realizaron dentro del aula al aplicar los instrumentos, esto permite completar información dentro de la investigación hechos para el análisis de la información completa de este estudio realizado. Dando pie a los investigadores para afirmar o refutar la hipótesis global que se planteó al principio de la investigación.

CAPÍTULO III METODOLOGÍA

3.1. Enfoque de investigación

Para esta investigación, el enfoque utilizado es del tipo cualitativo, la cual es una percepción que depende de lo social, cultural e histórico de lo que está investigando, buscando así una clasificación o valoración de las cualidades que se están observando del objeto a investigar, centrándose específicamente en la comprensión de la realidad que ayuda a la construcción de la parte histórica, es decir, la historia que existe tras el conocimiento de los alumnos, y lo más importante es la jerarquía que se da los personajes en estudio .

Por otro lado, los autores Blasco y Pérez (2007:25)²², “*señalan que este tipo de enfoque estudia principalmente la realidad del objeto a investigar en su contexto natural, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas*”. Por lo tanto, cada estudio se enfoca en la realidad del objeto a estudiar, es decir, que no hay una intervención de los investigadores a la hora de realizar el análisis de lo observado, más bien a evidenciar lo que se observó de manera verídica. Por lo mismo los instrumentos para recolectar información en este enfoque son diversos, como lo son las entrevistas, encuestas, observaciones e historias de vida, los cual permiten conocer y analizar la información que es perteneciente a cada individuo que se investigará.

Este tipo de investigación tiene como línea principal las acciones de la observación dentro de su proceso, el descubrimiento de nuevos conceptos dentro de lo investigado y encontrar el razonamiento inductivo dentro de este mismo.

Para dar desarrollo a esta investigación cualitativa se debe tener en consideración las fases que están insertas dentro de esta misma, que da lugar a formar el cuerpo de este estudio, esto es citado por Alberto Quintana ²³ como métodos de investigación cualitativa:

²² http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/enfoque_cualitativo.html

²³ Quintana, A. y Montgomery, W. (Eds.) (2006). Psicología: Tópicos de actualidad. Lima: UNMSM.

- La *formulación* se basa principalmente en la pregunta de qué es lo que se va a investigar y por qué.
- El *diseño* apunta principalmente a crear un plan de como los investigadores reflexionan sobre el contacto con la realidad del objeto estudiado, respondiendo a las siguientes preguntas ¿Cómo se realizará la investigación? y ¿En qué circunstancias?
- La *ejecución* es el comienzo observable de la investigación, el contacto real con el objeto a investigar.
- El *cierre* pretende sistematizar de forma progresiva el proceso y los resultados de la investigación.

Por otro lado, se tiene en consideración el paradigma interpretativo dentro de esta investigación, donde este permite estudiar situaciones que suceden en el mundo real, es decir, estudia los comportamientos naturales que surgen dentro del objeto que se está estudiando, ya sea en sus conductas o en la misma práctica social en que está inserto, poniendo especial énfasis a los procesos que suceden dentro de esta misma, el investigador se apasiona por comprender todo lo sucedido dentro de las observaciones, sin dar ningún tipo de prejuicio, además de considerar la no manipulación de los datos obtenidos a través de los distintos instrumentos utilizados, es por esto que profundiza el análisis detallado de los datos, para de esta forma encontrar categorías y poder interrelacionarlas, pudiendo evidenciar los cambios producidos por los estudiantes dentro de esta investigación.

Uno de los principales autores de este paradigma, Edmundo Husserl²⁴, mencionando la fenomenología, que es uno de los principales puntos que se utilizó dentro de esta investigación, es decir, saber cómo son las cosas a través de lo que se piensa en relación a un conocimiento en específico.

²⁴ *Fenomenología de Husserl: Aprender a ver*

3.2. Fundamentación y descripción del diseño.

La investigación realizada corresponde a un estudio de caso, correspondiente a un grupo de 41 estudiantes de aproximadamente 15 años, siendo un primer año medio del segundo colegio particular subvencionado (C2) de la comuna de Maipú, de los cuales 37 de los estudiando respondieron la encuesta exploratoria.

El argumento de esta investigación de estudio de casos, es utilizado como una herramienta para los investigadores, después de obtener los resultados entregado por los estudiantes, se realiza el análisis de la actividad que fue implementada en el grupo curso, y visualizar si se logra el objetivo planteado en este set, permitiendo de esta forma tener la posibilidad de realizar una entrevista semiestructurada a los estudiantes de forma individual y lograr así un análisis exhaustivo de la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, conforme a los resultados esperados del set de actividades didáctico diseñado para lograr este objetivo.

De acuerdo a lo que plantea Sampieri, Fernández- Collado y Baptista Lucio (2010) sobre el estudio de caso, según Hernández Sampieri, y Mendoza (2008), dice que es *“una investigación que mediante los procesos cualitativos, cuantitativos y/o mixtos, se analiza profundamente una unidad integral para responder al planteamiento del problema, para probar hipótesis y desarrollar la teoría”*. Por lo cual este tipo de estudio es una aproximación investigativa, de una o muchas instancias de estudio se realizan de forma profunda y exhaustiva, para dar así una respuesta clara al problema investigado. Además de enmarcar su interés en situaciones particulares dentro de un problema, buscando también la comprensión de los actos educativos y sociales que influyen dentro de este mismo.

Varios autores como señala Sampieri et al., 2010, “Stake 2006, Sampieri y Mendoza (2008) y Grinnell Williams y Unrau (2009)” plantean que más que un método de investigación es un diseño y una muestra. Además, las preguntas que abarca este estudio de caso dentro de una investigación son el *¿Cómo?*, *¿Cuándo?*, *¿Por qué?*, *¿Quién?*, *¿Qué?*, *¿Cuánto?*, *¿Dónde?*

3.3. Universo y muestra

El tipo de muestreo a utilizar es no probabilístico²⁵, ya que este es necesario para el tipo de investigación que se hará, debido a que no se desea generalizar, más bien comprender la articulación de los contenidos de un determinado curso a tratar. De este tipo de muestreo se desprende el muestreo intencional, en el cual se seleccionó un grupo determinado de estudiantes, los cuales cumplieran con los requisitos pedidos, además de que el colegio brindó acceso a los investigadores para trabajar con dichos estudiantes

Para adquirir la muestra de estudio, anteriormente se realizó un diagnóstico exploratorio, la institución seleccionada fue el establecimiento particular subvencionado (C2) ubicado en la Región Metropolitana de la comuna de Maipú, que cuenta con jornada escolar completa, y se subdivide en tres niveles de enseñanza: Educación Pre-Básica, Educación Básica y Educación Media especializada en Científico Humanista. La comunidad estudiantil consta con 3700 estudiantes los cuales representan 84 cursos.

El proyecto educativo que presenta el establecimiento se rige por los siguientes ejes fundamentales: Promover el mejoramiento de la calidad de la educación a través de la redefinición de metas; lograr en los estudiantes acrecentar sus capacidades, valores, destrezas y aptitudes que poseen.

El curso con que se trabajó en el estudio fue con el Primero medio A, consta con 37 estudiantes en el aula el día de la encuesta exploratoria. Este fue elegido por sus resultados obtenidos dentro del diagnóstico exploratorio que se realizó al comienzo de la investigación, para analizar cuál es la relación que poseen entre la proporcionalidad directa y la función lineal, por lo cual, la falta de articulación es evidente, al no relacionar lo que se pidió en dicho diagnóstico.

Para validar el de la logró la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, se pidió a los estudiantes de la muestra que efectuaron el set de actividades, realizar una entrevista semi-estructurada, donde esta incluye preguntas abiertas y una pregunta que fue extraída de la encuesta exploratoria.

²⁵ Metodología de la investigación, 5ta edición

3.4 Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos.

Análisis didáctico de la articulación entre proporcionalidad directa y función lineal.

Como se trata de una recolección de datos, en base al conocimiento de los estudiantes y la falta de articulación existente entre la proporcionalidad directa y la función lineal que existe en los estudiantes. Los instrumentos utilizados en base a la investigación cualitativa y estudio de caso, son oportunos para la obtención de datos, los cuales son los siguientes: *Encuesta exploratoria, set de actividades didácticas y entrevista semi-estructurada*, todos debidamente validados por expertos. Estos instrumentos, permitieron obtener datos de la falta de articulación y relación que existe entre dichos contenidos estudiados.

El primer instrumento consistió en la formulación de una encuesta exploratoria, la cual es de dos partes, la primera parte consta en preguntas asociadas al conocimiento conceptual de la proporción, proporcionalidad directa, función y función lineal, el cual permite a los investigadores tener en consideración si la muestra es óptima en los conocimientos tratados, en cuanto la segunda parte se basa netamente en ejercicios matemáticos relacionados con los mismos contenidos mencionados anteriormente, con el fin de visualizar si los estudiantes logran establecer la conexión entre los dos conceptos, estas instrucciones fueron extraídas del texto escolar del estudiantes de octavo básico ²⁶ con el fin de encontrar el nivel de conocimientos que poseen los estudiantes y saber la falta de la articulación de la proporcionalidad directa y la función lineal. Los criterios observados para el análisis de la encuesta exploratoria fueron consensuados por los investigadores, por cada ítem de la encuesta, llegando de esta manera a crear un instrumento que permitiera evidenciar la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

La segunda forma de recolectar información es a través del primer set de actividades didácticas, la cual se generó, a través de las respuestas que se adquirió dentro del diagnóstico exploratorio aplicado a los cinco cursos, planteando una actividad experimental que da paso a responder a las preguntas que dan paso a que los

²⁶ Texto del estudiante 8^{vo}, editorial SM, año 2015

estudiantes puedan reconocer distintos conceptos que hay dentro de la articulación, cómo es la constante, la co-variación y predicción que existe entre la proporcionalidad directa y la función lineal. Permitiendo así identificar y observar la articulación que lograron los estudiantes del primero medio A, con los contenidos que se están estudiando.

Y por último se realiza la entrevista semi-estructurada a un grupo de estudiantes que lograron la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, lo que nos permite de esta forma realizar el rediseño del set de actividades didácticas para la relación entre los contenidos anteriormente mencionados.

3.5 Validez y confiabilidad

Al realizar el diagnóstico exploratorio (ver anexo 4, encuesta exploratoria parte 1 y 2), fue necesario requerir del proceso de validación de dos expertos, que en este caso fue por un especialista Magíster en Didáctica de las Matemáticas (cfr anexo 1), para que este mismo pudiera ser aplicado a los estudiantes de los distintos niveles con los que se trabajó.

En el caso del set de actividades didáctico, este debió pasar por el mismo proceso de validación, ya que es el objetivo principal de la investigación, para verificar si lo que se está planteando en el nuevo set es válido, para obtener así comprender el desarrollo de los estudiantes. Este instrumento fue validado por un especialista Magíster en Didáctica de las Matemáticas (cfr anexo 3), y un Profesor de Educación Media Tecnológica mención en Matemáticas (cfr anexo 2).

Por último la entrevista semi-estructurada que se aplicó a un grupo de estudiantes, para saber el proceso de cómo logró la articulación de la proporcionalidad directa y función lineal, que tiene como fin propio dar a conocer si los estudiantes adquirieron una articulación apropiada para obtener dicho pensamiento sobre los contenidos mencionados anteriormente. Esta parte del estudio no tuvo como requerimiento ser validada, ya que fueron preguntas abiertas además se utilizó una pregunta del diagnóstico para verificar si los estudiantes pudieron llegar de alguna forma a la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

3.6 Metodología de análisis de la Información

El análisis de la información recabada se formaliza en base a las fases de la Ingeniería didáctica. Estas fases son:

- Análisis preliminar: Encuesta Exploratoria.
- Análisis a priori: Conjeturas.
- Experimentación: Aplicación set de actividades y respuestas de estudiantes.
- Análisis posteriori: Análisis de las respuestas y contraste de conjeturas con respuestas de los estudiantes.

Bajo el contexto del análisis cualitativo-inductivo de los datos, este se desarrolla en un ambiente natural para los estudiantes (aula de clases), lo cual reconoce su parte interpretativa al frente de los hechos, esta es condicionada por los investigadores a cargo del estudio, enfocándose de lo particular a lo general del estudio realizado (Rodríguez y Valldeorio, 2012: 50).

Los instrumentos utilizados para la recolección de información para esta investigación fueron: un diagnóstico exploratorio, un set de actividades y una entrevista individual, permitiendo recabar información sobre el estado de la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal. Estos antecedentes fueron analizados de forma separada, creando de esta forma un análisis categorial, donde estas fueron inducidas por los investigadores a raíz de las respuestas de los estudiantes, tomando puntos relevantes de cada una de estas (análisis inductivo), permitiendo de esta forma dar características principales de los hechos del fenómeno. Produciendo un contraste entre el diagnóstico exploratorio y la encuesta, ya que ambas fueron realizadas de forma individual, lo cual permite determinar el avance que obtuvieron los estudiantes.

Los procesos realizados suscitan por medio del descubrimiento y el desarrollo teórico que fundamentan la investigación, lo que permite refinar y completar los análisis e instrumentos descritos en este proceso.

En este estudio la parte teórica tuvo gran importancia al momento del análisis, ya que es el sustento de la articulación a través del cambio, la variación, la percepción, analizando fenómenos que las variables se relacionen entre si (MEN, 2006).

CAPÍTULO IV ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La aplicación de la actividad de llenado de vasos, fue realizada por los estudiantes se convirtió en instancias de recolección de información, las producciones realizadas fueron en una clase, rescatando las formas de pensar de los estudiantes y la manera de articular la proporcionalidad directa y función lineal a través de preguntas relacionadas entre sí. El objetivo de esta actividad fue plasmar la oportunidad de evidenciar que los estudiantes de nuestra muestra, pueden lograr la articulación entre dichos contenidos y al mismo tiempo dar cuenta de las distintas percepciones entre los temas tratados que se producen con la manipulación de esta actividad. Teniendo en consideración que esta actividad consta con dieciocho preguntas de experimentación relacionada con la cantidad de vasos y el llenado de agua en un recipiente. Como parte final de esta actividad se plantea una pregunta clave donde los estudiantes deben discutir entre los participantes de su grupo, si se produce una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

4.1. Actividad de llenado de vasos

Actividad Llenado de vasos

Nombres: _____

Curso: _____ Fecha: ____/____/2015

E-mail _____ Teléfono _____

La presente actividad es para recoger información importante para nuestro trabajo de Seminario de Grado.

Más que revisar si tus respuestas son CORRECTAS o INCORRECTAS, lo que nos interesa es tratar de comprender cuáles son tus procesos de resolución, tus ideas y pensamientos, por ello **te solicitamos** y **agradecemos** que RESPONDAS TODAS

LAS PREGUNTAS LO MAS DETALLADAMENTE POSIBLE ¡¡¡Desde ya muchas gracias!!!

Instrucciones:

- Los grupos deben ser de dos o tres personas como máximo.
- Lean atentamente cada enunciado y desarrollen lo que en ellos se pide, aunque no estén seguro(a) de sus respuestas.
- No borren sus desarrollos.
- Deben ocupar los materiales de forma correcta y ordenada, de acuerdo a cómo se indica en cada instrucción.

Descripción de la actividad: La siguiente actividad consta del llenado de vasos con agua, los cuales deben vaciar en el recipiente. Los vasos que recibe cada grupo tienen escrito el rótulo de su capacidad y la marcación de esta.

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc^3

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc^3 utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc^3 ? Expliquen.

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
--------------------------------	-------------------------------

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc^3 en el recipiente? Expliquen

SI

NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
--------------------------------	-------------------------------

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc^3)	Cociente
1		
2		
3		
10		
20		
30		
40		

Explicación

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

--

6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente:
- Variable independiente:

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

--

8.Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua	b) 800 vasos de agua	c) Medio vaso de agua
----------------------	----------------------	-----------------------

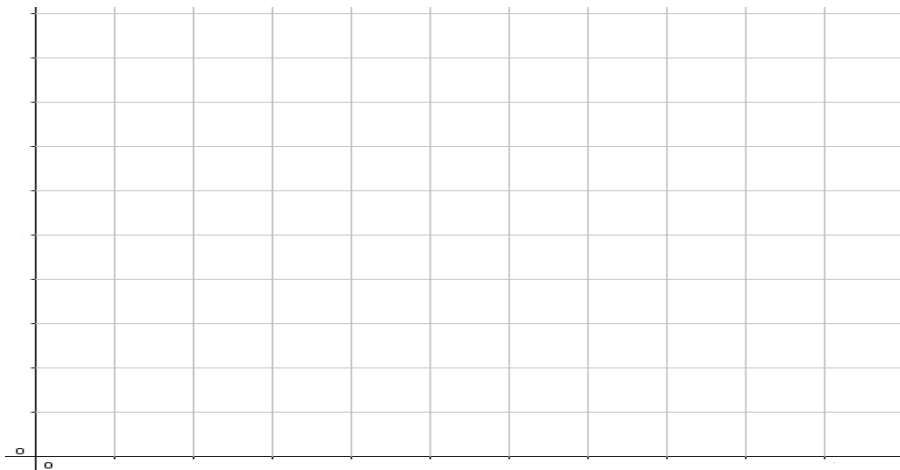
9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³	b) 100.000 cc ³	d) 250 cc ³
----------------------------	----------------------------	------------------------

10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.



13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

14. Grafiquen la función.



15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI O

Explicación

4.2 Conjeturas Actividad llenado de vasos

Antes de realizar esta actividad se debe exponer las posibles respuestas que tendrán los estudiantes al realizar la experimentación del llenado de vasos en relación a los cc^3 del recipiente, lo que se mostrará a continuación:

- 1) Dentro de la primera pregunta relacionada con el registro de la tabla, se espera que los estudiantes no presenten complejidad en este ámbito, ya que es por medio de la misma experimentación que realizaron.
- 2) Se espera que los estudiantes marquen la alternativa SI, y den una respuesta relacionada que entre más vasos mayor será la cantidad de líquido que se necesita. Si la cantidad de vasos disminuye a la mitad, será la mitad del líquido utilizado anteriormente.

En el ámbito matemático los estudiantes pueden responder de dos formas que son expresadas de la siguiente manera:

$$\frac{4}{480}, \frac{2}{240} \quad \text{ó} \quad 4 \rightarrow 480, 2 \rightarrow 240$$

- 3) Se espera que los estudiantes marquen la alternativa SI, y mencionar que si aumenta la cantidad de vasos aumentara la cantidad de agua dentro del recipiente.

De forma matemática los estudiantes pueden expresar la relación de la siguiente manera:

$$x \rightarrow y \quad \text{ó} \quad 1 \rightarrow 120$$

- 4) En cuanto al llenado de tabla se espera que los estudiantes, en las primeras filas no tendrán problema en completar lo que se pide, ya que tienen al alcance la cantidad de vasos que se solicita, pero desde la cuarta fila en adelante podría tener alguna dificultad en calcular la cantidad de cc^3 en el recipiente al no tener los vasos requeridos en ese instante. En cuanto al cociente, uno de los principales errores que pueden llegar a cometer los estudiantes, es el de realizar la división de manera invertida.

La explicación que debería llegar a dar los estudiantes es que el cociente va siendo igual y constante.

- 5) Se espera que los estudiantes identifiquen el rol del vaso como un indicador de los cc^3 de agua que tendrá el recipiente, y que esta será la misma siempre, y de que este sea invariable indica que siempre se irá llenando con la misma cantidad de cc^3 , de manera constante, indicando el crecimiento de las variables.
- 6) Se espere que los estudiantes identifiquen de forma correcta cual es la variable dependiente y la variable independiente, sin tener ninguna confusión de estas mismas.
- 7) Se espera que los estudiantes realicen la expresión algebraica correctamente, y sin confundir las variables o agregar variables que no existen.
- 8) Los estudiantes al tener la expresión algebraica ya escrita, se espera que reemplacen los valores dados, que en este caso son la cantidad de vasos para obtener la cantidad de agua requerida en el recipiente.
- 9) Al igual que en la pregunta anterior se espera que los estudiantes, al tener la expresión algebraica requerida, se debieran dedicar a reemplazar en la variable correspondiente para obtener de esta forma la cantidad de vasos necesarios para requerir los cc^3 pedidos.
- 10) En cuanto a qué fue lo que cambio, se espera que los estudiantes respondan que lo que cambio fue la cantidad de vasos utilizados y la cantidad de agua

que hay en el recipiente. En cuanto a cómo cambia se espera que respondan que es un cambio de forma constante y sin ninguna alteración.

- 11) Se espera que el estudiante comprenda que al no tener vasos no tendrá agua en el recipiente, es decir, para cero números de vasos corresponde cero cc^3 de agua en el recipiente.
- 12) Se espera que el estudiante no tenga problemas al graficar los puntos que obtuvo en la tabla anterior, y pueda determinar cuánto se trasladó de un punto a otro. Por lo cual debe reconocer que los desplazamientos entre puntos están en razón equivalentes entre el desplazamiento vertical y horizontal.
- 13) Se espera que el estudiante al ver los puntos del gráfico y la expresión algebraica anterior, relacionen esta de forma correcta con la función lineal.
- 14) Se espera que en los estudiantes no haya complejidad al graficar, y que la gráfica sea la correcta.
- 15) Se espera que los estudiantes puedan identificar que al tomar un punto en las abscisas (eje x) obtendrá la cantidad de vasos y la cantidad de agua requerida siempre y cuando ellos proyecten la pre-imagen hacia la recta obtenida.
- 16) a) Se espera que respondan que no hay diferencia, ya que el proceso sea distinto la cantidad de agua requerida en el recipiente es la misma.

b) Se espera que se den cuenta que es trabaja con la misma grafica que en la pregunta número catorce.

c) Se espera que realicen la expresión algebraica de forma correcta y sin confundir las variables pedidas.

d) Se espera que respondan que NO, y se den cuenta que es la misma expresión, ya que la capacidad del vaso sigue siendo la misma.

- 17) Se espera que los estudiantes se den cuenta que si disminuye a la mitad se necesitaran más vasos para llenar el mismo recipiente con la misma cantidad de agua anterior.
- a) Se espera que respondan que no hay diferencia, ya que el proceso sea distinto la cantidad de agua requerida en el recipiente es la misma.
 - b) Se espera que se den cuenta que es diferente ya que la inclinación (pendiente) cambiaría con respecto al cambio de la cantidad del vaso.
 - c) Se espera que el estudiante divida la capacidad del vaso por la mitad y continúe con la expresión algebraica que ya conocían.
 - d) Se espera que el estudiante marque NO, dándose cuenta que ahora se tiene la mitad de la capacidad del vaso.
- 18) Se espera que marque SI, ya que existe la relación que va aumentando de manera proporcional y constante la cantidad de agua que hay en el recipiente.

4.2.1. Análisis tabular de los grupos de la Actividad llenado de vasos

La actividad de “Llenado de vasos”, se realizó en el curso seleccionado a través de la encuesta exploratoria, siendo este Primero medio A del segundo colegio particular subvencionado (C2), a treinta estudiantes, entre ellos hombres y mujeres, para ejecutar la actividad se subdividieron en once grupos, lo cuales fueron conformados en parejas o tríos, según sus afinidades.

A continuación se presenta el estudio tabular de cada pregunta que conforma la actividad, con indicadores que fueron establecidos por los investigadores para el posterior análisis cualitativo-inductivo, lo cual fue desarrollado de acuerdo a las respuestas dadas por cada grupo.

Pregunta n°1

Respuestas	Tabla correcta y completa	Tabla incompleta o incorrecta	No realiza tablas
Grupo 1	X		
Grupo 2	X		
Grupo 3	X		
Grupo 4	X		
Grupo 5	X		
Grupos 6		X	
Grupo 7	X		
Grupo 8	X		
Grupo 9	X		
Grupo 10	X		
Grupo 11		X	
respondidos	9	2	0
Total respondidos	11		

Tabla correcta y completa	Tabla incorrecta o incompleta	No realiza tabla
81.8%	18.2%	0%

Los resultados obtenidos en la pregunta n°1 indican que gran parte de los grupos que realizaron la actividad lograron terminar la tabla completa y correcta, por tanto, identifican la relación numérica de cada variable y la correspondencia entre estas, es decir, para n-vasos corresponde cierta cantidad de agua. Mientras que el resto de estos lo realizó de forma incompleta o incorrecta, lo cual revela una dependencia entre la manipulación de una cierta cantidad de vasos y los cc^3 correspondientes. Siendo la cantidad de vasos una limitante en la tabulación, ya que los estudiantes no asimilan el crecimiento constante o multiplicativo entre las variables o situación (tabla incompleta); por otro lado, existen errores operacionales de cálculos.

Las siguientes imágenes representan la respuesta “tabla correcta y completa” (fig.1) y “tabla incompleta o incorrecta” (fig.2)

(fig.1)

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc^3
1/2	60 cc^2
1	120 cc
1 1/2	180 cc
2	240 cc
3	360
2 1/2	300
3 1/2	420
7	480

(fig.2)

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc^3
1	120
2	240
3	360
4	480

Grupo 9

Los estudiantes identifican la relación de correspondencia entre las variables y su comportamiento. La utilización de números enteros y racionales en orden y/o forma no correlativa, permite evidenciar la identificación y manejo de variación del tipo proporcional existente en la situación expuesta.

Grupo 11

Los integrantes evidencian dependencia de operatoria concreta, ya que al limitar el número de vasos disponibles dificulta el trabajo tabular completo.

Pregunta n°2

Respuestas	Alternativa		Ex. En palabras			Ex. Matemática		
	Si	No	1	2	3	1	2	3
Grupo 1	X			X		X		
Grupo 2	X		X			X		
Grupo 3	X			X			X	
Grupo 4	X		X			X		
Grupo 5	X		X			X		
Grupo 6	X		X			X		
Grupo 7	X		X			X		
Grupo 8	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 9	X				X			X
Grupo 10	X			X		X		
Grupo 11	X		X					X
Respondido	10	0	6	3	1	7	1	2
Total Respondido	10		10			10		

Explicación en palabras:

1: Establece relación entre la variable cantidad de vasos y la variable cantidad de agua.

2: Establece relación entre una de las variables. Es decir, solo se refiere a la modificación de la cantidad de vasos o la cantidad de agua.

3: No establece relación, con ninguna de la variables.

Explicación matemática:

1: Representa la relación entre variables como ecuación, proporción, múltiplo o cociente.

2: Expresa una relación incompleta entre las variables, es decir, utiliza un par de datos o datos de la misma variable.

3: No representa la relación o establece de forma errónea.

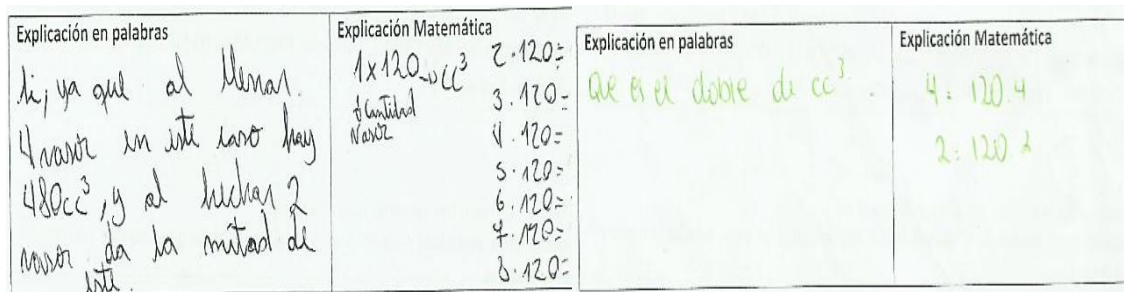
Contestan	90.9%	No Contestan	9.1%
-----------	-------	--------------	------

Alternativa		Ex. En palabras			Ex. Matemática		
Si	No	1	2	3	1	2	3
90.9%	0%	54.5%	27.3%	9.1%	63.6%	9.1%	18.2%

Según los resultados obtenidos de los grupos que contestaron esta pregunta, un alto porcentaje de los estudiantes responden a que **si** existe relación entre llenar cuatro vasos con la cantidad de cc^3 y dos vasos con la cantidad de cc^3 en el recipiente. Al pedir que los estudiantes realicen la explicación de la relación en palabras, los grupos tienden a hallar la relación existente entre la variable cantidad de vasos y cantidad de agua. En cambio, a la explicación matemática, generalmente logran representar esta relación a través de una función, ecuación, múltiplos o cuocientes, y a su vez estas representaciones eran de manera correcta. Además, se puede observar que los grupos tienden a explicar en palabras y matemáticamente de la forma esperada, en relación a las variables establecidas.

Figura 3

Figura 4



Explicación en palabras:

“Si, ya que al llenar 4 vasos en este caso hay $480cc^3$, y al echar 2 vasos da la mitad de este.”

Grupo 2

Los estudiantes de este grupo establecen de forma correcta la relación establecida entre las dos variables, evidenciando de esta manera la capacidad de encontrar la variabilidad de la cantidad de vasos y la cantidad de agua que habrá dentro del

Explicación en palabras:

“Que es el doble de cc^3 ”

Grupo 10

En cuanto a las respuestas del Grupo, solo establecen relación con una de las variables, que en este caso es la cantidad de agua que habrá dentro del recipiente cc^3 , dejando de lado la función que cumple la cantidad de vasos dentro del

recipiente. En cuanto a la expresión matemática que presentan es del ámbito multiplicativo, es decir, que por cada vaso aplican la operación multiplicación para encontrar la cantidad de agua requerida. Teniendo así una respuesta completa respecto a relación de los distintos tipos de vasos.

experimento. Al igual que el grupo dos presentan una su expresión matemática aplicando el proceso multiplicativo, para encontrar de forma rápida la cantidad de agua requerida dentro del recipiente.

Pregunta N°3

Respuestas	Alternativa		Ex. En palabras				Ex. Matemática			
	Si	No	1	2	3	4	1	2	3	4
Grupo 1	X			X			X			
Grupo 2	X					X		X		
Grupo 3	X				X		X			
Grupo 4	X		X				X			
Grupo 5	X					X	-	-	-	-
Grupo 6	X		-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 7	X		X				X			
Grupo 8	X		X				X			
Grupo 9	X					X				X
Grupo 10	X					X				X
Grupo 11	X				X					X
respondido	11		3	1	2	4	5	1	0	3
Total respondido	11		10				9			

Explicación en palabras:

- 1: Establece relación general entre la variable cantidad de vasos y la variable cantidad de agua.
- 2: Establece relación entre las variables en casos particulares.
- 3: Relaciona de forma incompleta.
- 4: No establece relación.

Explicación matemática:

- 1: Representa la relación entre variables como ecuación, proporción, múltiplo o cociente.
- 2: Expresa una relación para casos particulares entre las variables, como cociente o múltiplos.

3: Presenta relación de forma incompleta.

4: No representa relación.

Alternativa		Ex. En palabras				Ex. Matemática			
Contestan	100%	Contestan		90.9%		Contestan		81.8%	
Si	No	1	2	3	4	1	2	3	4
100%	0%	27.3%	9.1%	18.2%	36.4%	45.5%	9.1%	0%	27.3%

Dado los siguientes resultados se observa una diferencia respecto a la pregunta anterior la cual buscaba relación entre una cierta cantidad de vasos con su respectiva cantidad de agua. Se observa en esta pregunta que los grupos no tienen claridad al expresar una situación a través de palabras, por el contrario, de la forma matemática, es donde la mayoría de los grupos hallan la relación existente entre las variables. Evidenciando la desconexión que poseen los estudiantes, cuando poseen una cierta cantidad establecida en las variables y cuando es de representación general de la misma situación.

Fig .5

Explicación en palabras	Explicación Matemática
Mientras más vasos, más contenido en el recipiente	Proporcionalidad directa: Más vasos de agua, más agua en el recipiente

Explicación en palabras

“Mientras más vaso, más cantidad en el recipiente”

Explicación Matemática

“Proporcionalidad directa; mas vasos de agua, más agua en el recipiente”

Grupo 7

La respuesta del Grupo, nos indica que establecen de forma general y correcta la manera de relacionar las variables cantidad de vasos y cantidad de agua, para una n-

Fig.6

Explicación en palabras	Explicación Matemática
Que todos tienen el valor de 120cc	Ej: $\begin{matrix} 1 \cdot 120 \\ 2 \cdot 240 \\ 3 \cdot 360 \\ 4 \cdot 480 \end{matrix} = 120 \cdot x$

Explicación en palabras

“Que todos tiene el valor de 120cc”

Grupo 3

En este caso los estudiantes poseen una respuesta incompleta, ya que solo indican que todo tendrá un valor de 120 cc, sin decir de forma explícita a que variable se está

cantidad de cualquiera de las dos variables. refiriendo, no tienen en consideración las variables utilizadas. En cuanto a su expresión matemática esta es a través de una proporcionalidad directa, donde las expresiones matemáticas de las dos variables tienen la posibilidad de aumentar o disminuir su cantidad en una misma proporción.

Pregunta n°4.

Respuestas	Cociente		Regularidad			
	si	no	1	2	3	4
Grupo 1	X				X	
Grupo 2	X				X	
Grupo 3	X					X
Grupo 4	X		X			
Grupo 5	X			X		
Grupo 6	X				X	
Grupo 7	X		X			
Grupo 8	X		X			
Grupo 9	X				X	
Grupo 10	X			X		
Grupo 11	X				X	
respondidos	11	0	3	2	5	1
Total respondidos	11		11			

Cuociente:

Si: Determina cuociente entre las variables.

No: No determina o determina de forma errónea.

Regularidad:

1: Identifica proporcionalidad directa y la relación constante entre las variables.

2: Identifica proporcionalidad directa entre las variables.

3: Identifica el cuociente como constante.

4: No identifica regularidad o establece erróneamente.

Contestan	100%	No Contestan	0%
------------------	-------------	---------------------	-----------

Cociente		Regularidad			
Si	No	Si	No	Si	No
100%	0%	100%	0%	100%	0%

Según los resultados obtenidos todos los grupos logran hallar el cociente entre las variables de forma correcta, el cual da como resultado 120 para cada par de término. Respeto a la regularidad que deben explicar, solo el 27.3% de los grupos consiguen identificar este valor como constante y de forma proporcional. A pesar de esto la mayor cantidad de la muestra identifica esta relación como constante el cociente.

Fig.7

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc')	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación
 la cantidad de vasos aumenta proporcionalmente con la cantidad de agua, por lo que el cociente va a ser el mismo siempre cuando la cantidad de vasos valla creciendo.

“La cantidad de vasos aumenta proporcionalmente con la cantidad de agua, por lo que el cociente va a ser el mismo siempre y cuando la cantidad de vasos valla creciendo”

Fig.8

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc')	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1.200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4.800	120

Explicación
 esto se debe a cuando uno divide da el cociente 120 que seria los 120 recién mencionados.

“Esto se debe a cuando uno divide da el cociente 120 que seria los 120 recién mencionados”

Grupo 8

La respuesta dada por este grupo, realiza de forma correcta la identificación del cociente, es decir, que realiza de forma adecuada la división que se requirió para encontrar este. Además este grupo de estudiantes concordó de forma completa con las conjeturas planteada anteriormente, ya que relaciona de forma constante ambas variables establecidas.

Grupo 11

En cuanto a los estudiantes de este grupo, encontraron de forma correcta el cociente, realizando la razón adecuada para encontrar lo pedido. En relación a la relación a la regularidad que encontraron solo mencionaron que se trataba de una constante, sin relacionar con ninguna variable expuesta en el experimento.

Pregunta n°5

Respuestas	Rol		Efecto		
	Correcto	Incorrecto	1	2	3
Grupo 1	-	-	-	-	-
Grupo 2	X			X	
Grupo 3	X			X	
Grupo 4		X			X
Grupo 5		X			X
Grupo 6		X		X	
Grupo 7	X				X
Grupo 8		X			X
Grupo 9		X			X
Grupo 10		X			X
Grupo 11	X				X
respondidos	4	6	0	3	7
Total respondidos	10		10		

Rol:

Correcto: Identifica de forma correcta el rol de la capacidad del vaso, es decir, identifica la cantidad de cc^3 de agua por vaso que ira al recipiente.

Incorrecto: No identifica de forma correcta el rol del vaso.

Efecto:

1: Identifica la capacidad del vaso como constante y argumenta de forma correcta el crecimiento, es decir cómo cambian o modifican las variables.

2: Solo identifica la capacidad del vaso como constante. No argumenta o argumenta inapropiadamente el efecto invariable.

3: No identifica la capacidad del vaso como constante. No argumenta o argumenta inapropiadamente el efecto invariable.

Contestan	90.9%	No Contestan	9.1%
------------------	--------------	---------------------	-------------

Rol		Efecto		
Correcto	Incorrecto	1	2	3
36.4%	54.5%	0%	27.3%	63.6%

La tabla da a conocer que la menor parte de los grupos reconocen el rol de la capacidad del vaso en el experimento, siendo este el que indica la cantidad de agua que habrá dentro del recipiente en cc^3 , el resto no establece la relación del rol que cumple el vaso, y a su vez el 63.6% no identifican el efecto invariable lo que significa que el vaso tiene siempre la misma capacidad, logrando ser este constante. Se puede observar también que ningún grupo logra identificar y argumentar el efecto que logra este, lo que significa que no se apropia del crecimiento del experimento planteado.

Fig.9

el rol de la capacidad del vaso indica la cantidad de agua que habrá, el efecto que tiene la invariable es que afecta con la cantidad de vasos a la cantidad de agua

Fig.10

que los resultados se pueden predecir

“El rol de la capacidad del vaso indica la cantidad de agua que habrá, el efecto que tiene la invariable es que afecta con la cantidad de vasos de la cantidad de agua”

“Que los resultados se pueden predecir”

Grupo 3

Grupo 9

De acuerdo a lo observado, consiguen indicar el rol del vaso de forma correcta, estableciendo que es la capacidad de agua en cc^3 que habrá dentro del recipiente luego de ser traspasada. En cuanto al efecto invariable que produce el vaso solo tienen en consideración que su crecimiento será de forma constante.

En tanto los estudiantes de este grupo, no se puede observar si hallan o no el rol del vaso en el experimento y el efecto que produce si este no varía.

Pregunta n°6

Respuestas	Identifica		
	Correcta	Invertido	Incorrecto
Grupo 1	-	-	-
Grupo 2			X
Grupo 3	X		
Grupo 4	X		
Grupo 5			X
Grupo 6	-	-	-
Grupo 7		X	
Grupo 8	X		
Grupo 9		X	
Grupo 10	X		
Grupo 11	X		
respondido	5	2	2
Total respondido	9		

Identifica:

Correcta: Identifica de forma correcta las variables, cantidad de vaso como variable independiente y cantidad de agua como variable dependiente.

Invertida: Establece de forma invertida las variables.

Incorrecta: No identifica variable dependiente y/o independiente.

Contestan	81.9%	No Contestan	18.2%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Correcta	Invertido	Incorrecto
45.5%	18.2%	18.2%

En cuanto a la identificación de las variables en la cantidad de vasos y cantidad de agua cc^3 , como variable independiente y dependiente respectivamente, los grupos tienen a responder de que la variable independientes es la cantidad de vasos y la independiente es la cantidad de cc^3 en el recipiente, en algunos casos realizan esta relación de forma invertida, respecto a esto se puede evidenciar que los estudiantes reconocen las variables involucradas, pero sin identificar claramente a cual corresponde cada una.

Fig.11

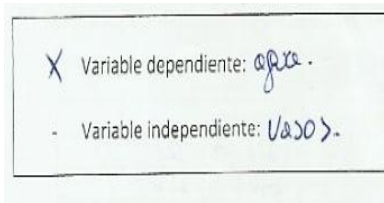


Fig.12

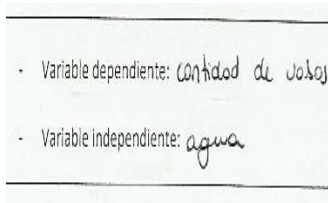
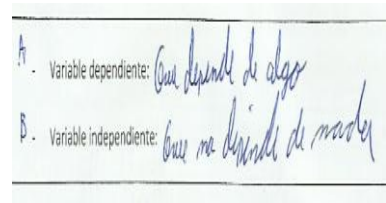


Fig.13



“Variable dependiente: agua

Variable independiente: vasos”

Grupo 4

“Variable dependiente: cantidad de vasos

Variable independiente: agua”

Grupo 7

“Variable dependiente: que depende de algo

Variable independiente: que no depende de algo”

Grupo 5

En relación a esta pregunta de encontrar las variables dependiente e independiente da paso a que los grupos identifiquen que la situación expuesta, tiene relación directa con la función lineal, en esta oportunidad el grupo 4 concuerda con las conjeturas planteadas, ya que indica de forma clara la variable correspondiente a la cantidad de vasos y la cantidad de agua. En el caso de del Grupo 7, se percibe una confusión al identificar las variables, colocando de forma invertida, lo cual se infiere que al graficar los ejes de las coordenadas las tiene de forma invertida. Mientras que el grupo 5 da una “respuesta” de lo que corresponde cada una de las variables.

Pregunta n°7

Respuestas	Identifica			
	ecuación	función	Incompleta	incorrecta
Grupo 1	-	-	-	-
Grupo 2		X		
Grupo 3	X			
Grupo 4	X			
Grupo 5				X
Grupo 6	-	-	-	-
Grupo 7		X		
Grupo 8			X	
Grupo 9				X
Grupo 10	X			
Grupo 11				X
respondido	3	2	1	3
Total respondido	9			

Identifica:

Ecuación: Identifica de forma correcta la situación como ecuación de dos variables.

Función: Identifica de forma correcta la situación como función con las variables correspondientes.

Incompleta: Identifica de forma incompleta la situación, ya sea como función, ecuación u otros.

Incorrecta: No identifica de forma correcta la situación.

Contestan	81.9%	No Contestan	18.2%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Ecuación	Función	Incompleta	Incorrecta
27.3%	18.2%	9.1%	27.3%

Según las respuestas de los grupos, se da a conocer que usualmente utilizan para representar gráficamente a través de ecuación o función, dando la cual da a conocer que pasan del lenguaje literal al lenguaje algebraico, permitiendo a los estudiantes graficar líneas rectas a través de la intersección de las rectas. A pesar de estos logros, existe un porcentaje de grupos que no pudieron encontrar la expresión algebraica, ya sea que la presentaron de manera incompleta, quiere decir solo con una variable o era de manera incorrecta.

Fig.14

A handwritten equation $\frac{x}{120} = y$ is shown inside a rectangular box. The 'y' is written with a diagonal slash through it, possibly indicating a correction or a specific notation.

Grupo 4

Fig.15

A handwritten function $F(x) = 120 \cdot x$ is shown on a light green background.

Grupo 7

Fig.16

A handwritten equation $1 \text{ vaso} = 120 \text{ cc}$ is shown on a light green background.

Grupo 9

Ambos grupos sus respuestas fueron de forma correcta, ya que ellos analizaron la situación a través del lenguaje algebraico y poder representar a través de una ecuación de dos variables (indicando en la pregunta anterior cual variable corresponde a cual), y

En cambio este grupo, solo relacionó la expresión algebraica a través de una equivalencia entre un vaso y la cantidad respectiva de

como reconociendo esta de forma inmediata como una función lineal. cc^3 , lo cual al visualizar no da ningún indicio sobre dicha expresión y no se

Cabe destacar que el grupo 4 identificó en la pregunta anterior como “x” la cantidad de agua. relaciona con las conjeturas establecidas.

Pregunta n°8

Respuestas	a		B		C	
	Correcta	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	correcto	Incorrecto
Grupo 1	X		X		X	
Grupo 2	X		X		X	
Grupo 3	X		X		X	
Grupo 4		X	X		X	
Grupo 5	X		X		X	
Grupo 6	X		X		X	
Grupo 7		X		X	X	
Grupo 8	X		X		X	
Grupo 9	X		X		X	
Grupo 10	X		X		X	
Grupo 11	X		X		X	
respondido	9	2	10	1	11	0
Total respondido	11		11		11	

Contestan	100%	No Contestan	0%
------------------	-------------	---------------------	-----------

a		b		C	
Correcta	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	correcto	Incorrecto
81.9%	18.2%	90.9%	9.1%	100%	0%

En cuanto a encontrar la cantidad de agua sugerida por una cierta cantidad de vasos, se evidencia que los grupos de estudiantes lograron hallar la cantidad de cc^3 que habrá en el recipiente. El cómo encontraron el resultado no se puede evidenciar en la actividad, ya que solo se limitaron a escribir el resultado. Aunque según lo observado en la experimentación, tendían a multiplicar 120 por la cantidad de vasos requeridos.

Fig.17

a) 500 vasos de agua 60.000 cc	b) 800 vasos de agua 96.000 cc	c) Medio vaso de agua 60 cc
-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------

Grupo 9

Lo que se pudo observar en este tipo de pregunta, es la falta de desarrollo matemático de los estudiantes, es decir, que solo presentan el resultado y la operatoria se realizaría a través de calculadora y/o celular.

Pregunta n°9

Respuestas	a		B		C	
	Correcta	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	correcto	Incorrecto
Grupo 1	-	-		X	X	
Grupo 2	-	-	-	-	-	-
Grupo 3		X		X		X
Grupo 4	X		X			X
Grupo 5	X		X		X	
Grupo 6	X		-	-	X	
Grupo 7	X		X		X	
Grupo 8	X		X			X
Grupo 9		X		X	X	
Grupo 10	X		X		X	
Grupo 11	X		X		X	
respondido	7	2	6	3	7	3
Total respondido	9		9		10	

Contestan	90.9%	No Contestan	9.1%
------------------	--------------	---------------------	-------------

a		b		C	
Contesta	81.9%	Contesta	81.9%	Contesta	90.9%
Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto	Correcto	Incorrecto
63.6%	18.2%	54.5%	27.3%	63.6%	27.3%

Dadas las respuestas, encontrar el agua requerida según una cantidad determinadas de vasos, a los grupos de estudiantes fue difícil encontrar esta variable, aunque esta pregunta tenía el mismo enfoque la número ocho, dando una cierta cantidad de agua y preguntándoles por la cantidad de vasos que se podrán llenar con dicha cantidad de

agua, respecto a las respuestas de los grupos la tendencia la tendencia es indicar de forma correcta la cantidad de vasos requeridos; el principal error cometido por los estudiantes fue el de aproximar de manera incorrecta, y finalmente no se evidencia como ellos llegaron a los resultados, por el hecho de no identificar operatoria matemática, limitándose solo al resultado.

Fig.18

a) 250.000 cc ³ <u>250000</u> 120 2,083,3	b) 100.000 cc ³ <u>120</u> 833,3	d) 250 cc ³ <u>120</u> 2,083
---------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------	-----------------------------------------------

Grupo 10

Lo que presenta este grupo, es la presencia de la razón o división que realizó para encontrar la cantidad de vasos necesarios con una cierta cantidad de agua, pero sin presentar ningún desarrollo matemático dentro de este mismo.

Pregunta n°10

Respuestas	¿Qué cambia?			¿Cómo cambia?		
	1	2	3	1	2	3
Grupo 1		X				X
Grupo 2			X			X
Grupo 3	X					X
Grupo 4	X			X		
Grupo 5			X		X	
Grupo 6		X				X
Grupo 7	X					X
Grupo 8		X				X
Grupo 9	X					X
Grupo 10	-	-	-	-	-	-
Grupo 11		X				X
respondido	4	4	2	1	1	8
Total respondido	10			10		

¿Qué cambio?:

- 1: Identifica que las variables cantidad de vasos y cantidad de agua son las que cambian
- 2: Identifica el cambio a una de las variables.
- 3: No identifica el cambio en las variables.

¿Cómo cambia?:

- 1: Argumenta que el cambio fue constante, por cada vaso que incremente o disminuya habrá un aumento o disminución de 120 cc^3 de agua en el recipiente.
- 2: Identifica que el cambio fue constante, no argumenta como fue el cambio.
- 3: No identifica como fue el cambio en las variables.

Contestan	90.9%	No Contestan	9.1%
------------------	--------------	---------------------	-------------

¿Qué cambia?			¿Cómo cambia?		
1	2	3	1	2	3
36.4%	36.4%	18.2%	9.1%	9.1%	72.7%

Esta pregunta es clave para comprobar si los grupos de estudiantes logran identificar cual es el cambio y como fue lo que cambio dentro de la proporcionalidad que se presenta en las preguntas anteriores, según la situación del llenado de vasos. Los resultados indican que el 36.4% de los grupos identifican que fue lo que cambio, esto corresponde a un bajo porcentaje, la cual da evidencia de que ambas variables involucradas cambian al mismo tiempo. Por otro lado un 9.1% identifica como cambia, es decir, establece que el cambio fue constante de acuerdo al aumento o disminución de la cantidad requerida en el recipiente. Finalmente se evidencia que los grupos, presentan una falencia en reconocer el cambio, que se produce en las variables dentro de un experimento.

Fig.19

La cantidad de agua cada vez que
 disminuye la cantidad de vasos variable
 la cantidad de agua

"La cantidad de agua cada vez que
 aumenta o disminuye cantidad de vasos
 variable 120 cc³ la cantidad de agua"

Grupo 4

Este grupo identifica de forma correcta las variables involucradas son las que provocan el cambio, indicando que son estas las que aumentan y disminuyen, estableciendo que este cambio fue y es de forma constante, siendo esta de 120 cc³. Finalmente los estudiantes reconocen el proceso de cambio entre la proporcionalidad directa y la función lineal.

Fig.20

LA EXPRESION de la operacion
 LA CANTIDAD de AGUA y de Vasos. y cada vaso
 cambia 120.

"La expresión de la operación
 la cantidad de agua y de vasos y de cada
 vaso cambia en 120"

Grupo 5

En cuanto a este grupo, no hace una conexión con el cambio que producen las variables, al momento de producirse la diferencia. Pero si menciona que existe un cambio constate de 120 cc³ por cada vaso al transportar al recipiente, es decir, que no se apropia de las variables como un cambio, pero si relaciona el cambio que habrá por cada vaso que aumenta o disminuye.

Pregunta n°11

Respuestas	Cantidad de agua para la cantidad de cero vasos	
	1	2
Grupo 1	-	-
Grupo 2		X
Grupo 3	X	
Grupo 4	X	
Grupo 5		X
Grupo 6	X	
Grupo 7	X	
Grupo 8	-	-
Grupo 9		X
Grupo 10		X
Grupo 11	X	
Respondidos	5	4
Total respondidos	9	

Cantidad de agua para la cantidad de cero vasos:

1: Se basa en la relación de las variables para establecer que para cero vasos hay cero cc^3 de agua en el recipiente.

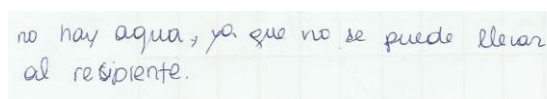
2: No establece la cantidad de agua en el recipiente o argumenta con situaciones externas al experimento.

Contestan	81.9%	No Contestan	18.2%
-----------	-------	--------------	-------

1	45.5%	2	36.4%
---	-------	---	-------

De acuerdo a los resultados obtenidos, en relación a no poseer vasos para trasladar agua al recipiente, siendo esta la única forma en la cual se podía llenar el recipiente, respecto a los grupos que contestaron, tienden a comprender que al no existir vasos, no se puede trasladar agua al recipiente, debido a esto mencionan que al no tener vasos, no habrá agua en el recipiente. Como se puede observar en las imágenes siguientes:

Fig.21



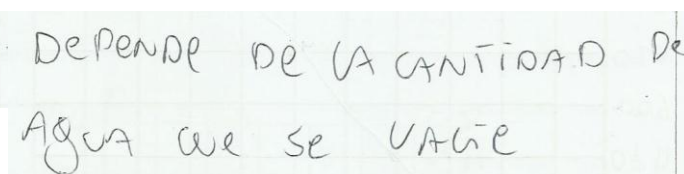
no hay agua, ya que no se puede llevar al recipiente.

“No hay agua, ya que no se puede llevar agua al recipiente”

Grupo 6

Los estudiantes identificaron que si no existe una de estas variables o si es cero como en este caso, sucederá lo mismo con la otra.

Fig.22



DEPENDE DE LA CANTIDAD DE AGUA que se vació

“Depende de la cantidad de agua que se vació”

Grupo 2

Este grupo responde que la cantidad de agua que tendrá el recipiente será la que ya se ha incluido, sin lograr evidenciar que una de estas (cantidad de agua) depende de la otra (cantidad de vasos).

Pregunta n°12

respuestas	Puntos en el plano cartesiano		Identifica y explica			
	correcto	incorrecto	1	2	3	4
Grupo 1	-	-	-	-	-	-
Grupo 2	X				X	
Grupo 3	X					X
Grupo 4	X				X	
Grupo 5	-	-	-	-	-	-
Grupo 6		X				X
Grupo 7	X			X		
Grupo 8	X					X
Grupo 9	X			X		
Grupo 10	X				X	
Grupo 11	X				X	
respondido	8	1	0	2	4	3
Total respondido	9		9			

Puntos en el plano cartesiano:

Correcto: Representa los datos como puntos en el plano cartesiano.

Incorrecto: Representa de forma incorrecta los datos como puntos en el plano cartesiano.

Identifica y explica:

1: Identifica y explica el fenómeno variacional entre puntos en el plano.

2: Se acerca al fenómeno variacional entre puntos en el plano cartesiano.

3: Identifica el fenómeno variacional.

4: No identifica el fenómeno variacional.

Contestan	81.9%	No Contestan	18.2%
------------------	--------------	---------------------	--------------

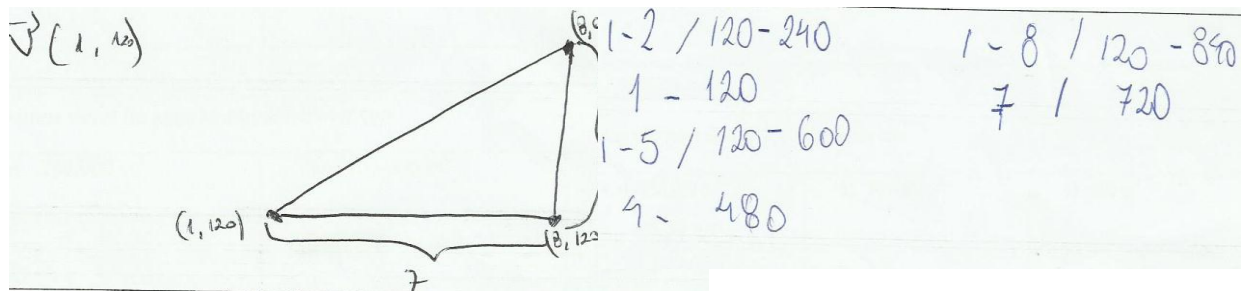
Puntos en el plano cartesiano		Identifica y explica		
Correcto	Incorrecto	1	2	3
72.8%	9.1%	18.2%	36.4%	27.3%

Respecto a los resultados de los estudiantes, la tendencia es a ubicar los puntos de manera correcta, logrando evidenciar que esta no corresponde a una dificultad para ellos. En cambio cuando se les pide identificar y explicar lo que ocurre al momento

de realizar la traslación de los puntos, la minoría logra identificar y explicar de manera variacional, a través de dibujo y/o a través de expresiones matemáticas. A pesar de que ambas formas son distintas, apuntan a la misma relación. (ver fig.23 y fig.24)

Fig.23

Fig.24



Grupo 7

Grupo 8

La explicación y relación que realiza este grupo respecto a la variación de cada punto, lo realizan a través de un triángulo, en el cual ubican la cantidad de cc^3 con un vaso y la cantidad de cc^3 con ocho vasos, observando que la diferencia en vasos corresponde a siete, mientras que la diferencia en cc^3 es 840.

Este grupo halla la relación a través de la diferencia que existe entre un par de datos que ellos seleccionan, siempre comparándolos con un vaso y 120 cc^3 respectivamente. Es decir que si aumenta en un vaso, aumenta en 120 cc^3 , mientras que si aumenta en cuatro vasos, la cantidad de agua aumentara en 480 cc^3 , y a su vez, si aumenta en siete vasos, el agua aumentara en 720 cc^3 .

Pregunta n°13

Respuestas	Función		Nombre de la función	
	si	No	correcto	incorrecto
Grupo 1	-	-	-	-
Grupo 2	X		X	
Grupo 3	-	-	-	-
Grupo 4	X		X	
Grupo 5	-	-	-	-
Grupo 6	-	-	-	-
Grupo 7	X		X	

Grupo 8	X		X	
Grupo 9	X		X	
Grupo 10	X		X	
Grupo 11	X		X	
Respondido	7	0	7	0
Total respondido	7		7	

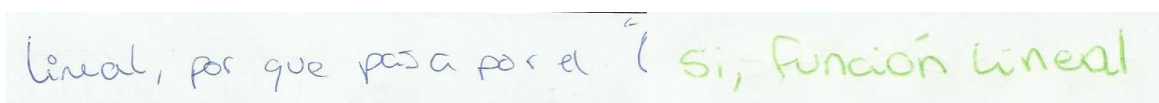
Contestan	63.6%	No Contestan	36.4%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Función		Nombre de la función	
Si	No	Correcto	Incorrecto
63.6%	0%	63.6%	0%

Luego de lo observado en la pregunta número 7, los grupos representaran la situación en lenguaje algebraico permitió que los estudiantes relacionaran esta expresión algebraica como una función, ya que esta cumple el mismo cargo que es representar la situación descrita al principio de la actividad, permitiendo de esta manera que los estudiantes encontraran de forma clara y concisa el nombre de la función que se necesitaba, que en este caso es la “función lineal”, dando a conocer una de las principales características de esta, en la cual indican que “pasa por el punto (0,0)”.

Fig.25

Fig.26



“Lineal, por que pasa por el “0””.

“Si, función lineal”

Grupo 8

Grupo 7

En esta pregunta, la forma en la que respondieron ambos grupos fue la esperada, si bien una justifica por qué corresponde a función lineal, no era lo primordial. Se enfocaba más bien en el reconocimiento de esta.

Pregunta n°14

Respuestas	Gráfico de Función		
	correcto	incompleto	Incorrecto
Grupo 1	-		-
Grupo 2		X	
Grupo 3	-	-	-
Grupo 4	X		
Grupo 5	-		-
Grupo 6	-		-
Grupo 7	X		
Grupo 8	X		
Grupo 9	X		
Grupo 10	X		
Grupo 11	X		
Respondido	6	1	0
Total respondido	7		

Gráfico de la función:

Correcto: Realiza la gráfica utilizando los puntos que representan los datos en el plano cartesiano correctamente e incluye el origen.

Incompleto: No utiliza el origen en la gráfica.

Incorrecto: La gráfica no representa los puntos representantes de los datos en el plano cartesiano.

Contestan	63.6%	No Contestan	36.4%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Correcto	Incompleto	Incorrecto
54.5%	9.1%	0%

Graficar una función no es complejo, pero no todos los grupos pudieron realizar esta acción, por el hecho de no haber encontrado la relación de la situación a través de una función lineal, además de no reconocer los puntos de pares ordenados encontrados anteriormente como parte de la misma función, o tener errores mínimos como el no partir del origen la función lineal, como fue el caso del grupo dos. De esta forma la tendencia abarca a que los estudiantes saben graficar una función lineal de forma correcta.

Fig.27

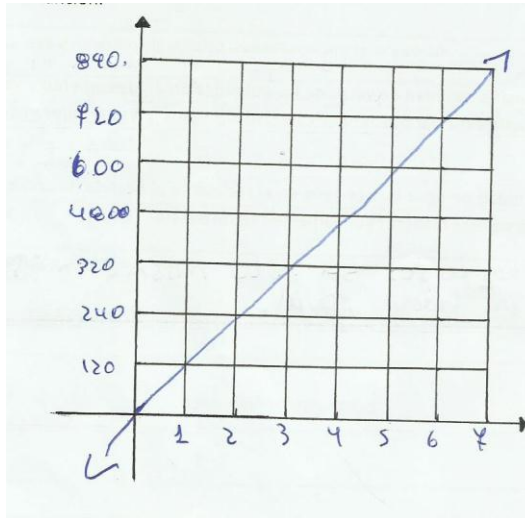
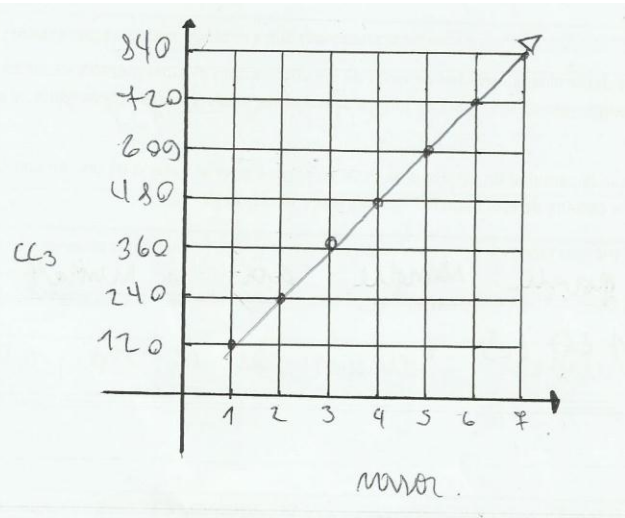


Fig.28



Grupo 4

Este grupo al igual que la mayoría realizó la gráfica de tal manera que incluyera al cero en sus resultados, afirmando lo dicho en la pregunta 13, la cual dan a conocer que la función lineal debe “pasar” por el (0,0)

Grupo 2

Los estudiantes de este grupo realizan la gráfica lineal, olvidando que esta debe incluir el (0,0), ya que esto la identifica como tal.

Pregunta n°15

Grupos	Análisis gráfico	
	correcto	Incorrecto
Grupo 1	-	-
Grupo 2		X
Grupo 3	-	-
Grupo 4		X
Grupo 5	-	-
Grupo 6	-	-
Grupo 7		X
Grupo 8		X
Grupo 9	X	
Grupo 10		X
Grupo 11		X
Respondido	1	6
Total respondido	7	

Análisis gráfico:

Correcto: Al identificar un valor en X (pre-imágenes), proyecta este hacia la recta obtenida y se refleja en un valor en Y (imágenes) o representa las variables a través del punto.

Incorrecta: No relaciona los valores obtenidos en la gráfica con el llenado de vasos.

Contestan	63.6%	No Contestan	36.4%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Correcto	9.1%	Incorrecto	54.5%
-----------------	-------------	-------------------	--------------

Según los resultados de los estudiantes, se puede observar que la minoría de los grupos argumentaron de la forma que se esperaba según las conjeturas. Mientras que el resto, no respondió de la forma esperada o muy vagamente. En las siguientes imágenes dan a conocer estas respuestas.

Fig.29

Se puede utilizar ya que el punto Representa ambas variables

“Se puede utilizar ya que el punto representa ambas variables”

Grupo 9

Este grupo recurre a la gráfica de los puntos realizada en la pregunta 12 y a la gráfica de la pregunta 14, es por esto que relacionan el punto como la intersección de ambas variables.

Fig.30

observando la información y dividiendo los datos

“Observando la información y dividiendo los datos”

Grupo 7

La respuesta de estos estudiantes, es presentara de manera confusa, probablemente conecta están pregunta con la pregunta 4, en la cual se pedía el cociente de los datos.

Pregunta N°16

Preguntas	a			b			c				D		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3
Grupo 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 2			X		X			X				X	
Grupo 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 4			X			X				X	X		
Grupo 5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 6			X	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 7			X			X		X					X
Grupo 8		X				X			X		X		
Grupo 9			X			X				X		X	
Grupo 10			X			X			X			X	
Grupo 11		X		X						X	X		
Respondidos	0	2	6	1	1	5	0	2	2	3	3	3	1
Total respondidos	8			7			7				7		

Parte a

- 1: Sí. (Diferente)
- 2: No. (Igual)
- 3: No y correctamente justificado.

Parte c

- 1: Ecuación de dos variables.
- 2: Función.
- 3: Incompleta.
- 4: Incorrecta.

Parte b

- 1: Mismo gráfico y fundamenta correctamente.
- 2: Mismo gráfico.
- 3: Distinto gráfico.

Parte d

- 1: Sí.
- 2: No.
- 3: No y justificación correcta.

Contestan	72.7%	No Contestan	27.3%
------------------	--------------	---------------------	--------------

a			b		
Contestados		72.7%	Contestados		63.6%
1	2	3	1	2	3
0%	18.2%	54.5%	9.1%	9.1%	45.5%

c				d		
Contestados		63.6%		Contestados		63.6%
1	2	3	4	1	2	3
0%	18.2%	18.2%	27.3%	27.3%	27.3%	9.1%

Esta pregunta, consta en identificar una determina situación de como cambiaba el llenado del recipiente de acuerdo a la forma echar el agua a este, indicando preguntas de la misma índole que las preguntas anteriormente vistas. Es por esto, que al visualizar los resultados de los grupos, la minoría de los estudiantes tendió a identificar que la apariencia del recipiente no se ve afectada con la manera de echar la cantidad de agua de forma diferente, es por eso que relacionan la expresión algebraica con la establecida anteriormente, y establecer que su gráfica no cambiaría. En consideración a los grupos que contestaron de forma incorrecta o no contestaron, se puede decir que no comprendieron la orientación de la pregunta.

Fig.31

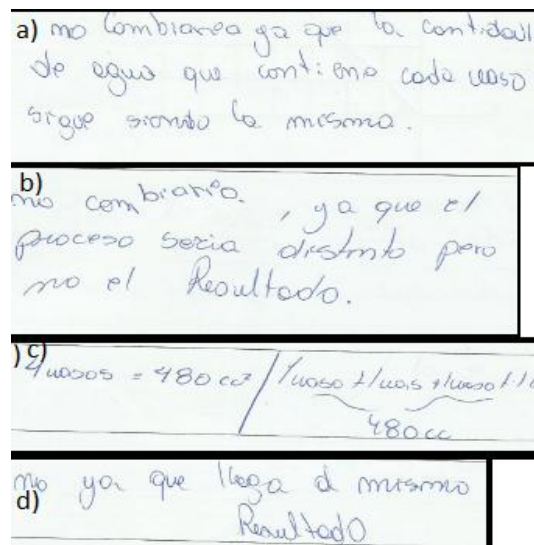
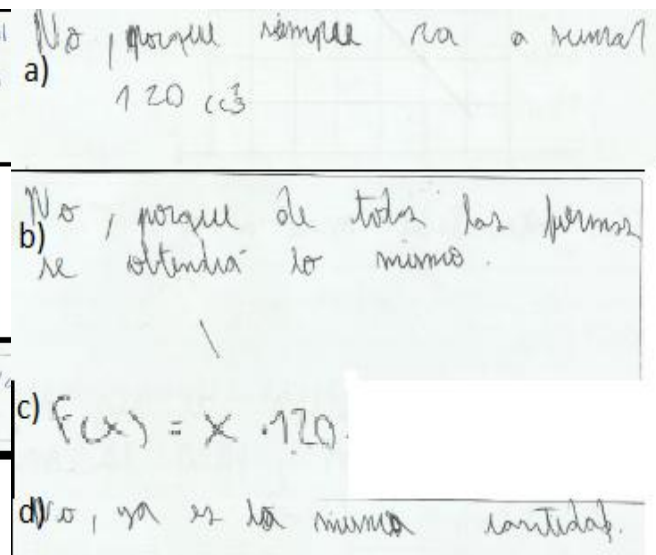


Fig.32



- a) "No cambiaría ya que la cantidad de agua que contiene cada vaso sigue siendo la misma"
- b) "No cambiaría, ya que el proceso sería distinto pero no el resultado"

- a) "No, porque siempre va a sumar 120cc³"
- b) "No, porque de todas formas se obtendrá lo mismo"
- c) "F(x) = x · 120"
- d) "No, ya es la misma cantidad"

- c) “4 vasos = 480 cc³
 Ivaso+Ivaso+Ivaso+Ivaso =
 480 cc”
- d) “No ya que llega al mismo
 resultado”

Grupo 9

Se puede evidenciar que identifican el proceso de llenado del recipiente sea distinto la cantidad de agua siempre será igual, pero de este modo no equiparan que la gráfica seguirá siendo la misma y no tendrá ningún cambio, en relación a la expresión algebraica solo evidencia un equilibrio entre la cantidad de vasos con la cantidad de agua dentro del recipiente, observando que se llegará al mismo resultado. Por lo tanto este grupo la dificultad que posee es en exponer su expresión algebraica que represente la situación pedida.

Grupo 2

De acuerdo a lo leído, este grupo posee una apropiación del experimento, es decir, encuentra las respuestas claras para evidenciar lo pedido. Identifican que el llenado del recipiente será diferente pero la cantidad de agua siempre será la misma, además de que la gráfica no es afectada por la forma de cómo se llena, ya que se obtendrá lo mismo, relacionando la situación como una función lineal al pedir una representación algebraica, lo cual se puede inferir que poseen una relación con este tipo de función y la proporcionalidad directa.

Pregunta n°17 (a, b, c y d respecto a la pregunta 16)

Preguntas	A			B			c				D		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	4	1	2	3
Grupo 1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 2	X					X		X				X	
Grupo 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 7			X	X				X				X	
Grupo 8	-	-	-	-	-	-				X	-	-	-
Grupo 9		X		X						X	X		

Grupo 10		X		X					X			X	
Grupo 11		X		X					X			X	
Respondidos	1	3	1	4	0	1	0	2	2	2	1	4	0
Total respondidos	5			5			6			5			

Parte a

1: NO. (IGUAL)

3: SI (DIFERENTE)

2: NO y justificación correcta.

Parte b

1: Mismo gráfico.

3: Distinto gráfico y fundamentado.

2: Distinto gráfico.

Parte c

1: Ecuación de dos variables.

3: Incompleta.

2: Función.

4: Incorrecta.

Parte d

1: Sí.

3: No.

2: Si, justificado.

Contestan	54.5%	No Contestan	45.5%
------------------	--------------	---------------------	--------------

a			B		
Contestaron		45.5%	Contestaron		45.5%
1	2	3	1	2	3
9.1%	27.3%	9.1%	36.4%	0%	9.1%

c				D		
Contestaron		54.5%		Contestaron		45.5%
1	2	3	4	1	2	3
0%	18.2%	18.2%	18.2%	9.1%	36.4%	0%

Pregunta n°17

preguntas	Identifica cambio		¿Qué cambia?			¿Cómo cambia?		
	si	no	1	2	3	1	2	3
Grupo 1	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 2	X		X					X
Grupo 3	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 4	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 5	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 6	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 7	X		X			X		
Grupo 8	-	-	-	-	-	-	-	-
Grupo 9	X			X				X
Grupo 10	X				X			X
Grupo 11	-	-	-	-	-	-	-	-
Respondido	4	0	2	1	1	1	0	3
Total respondido	4		4			4		

Identifica cambio.

Si: Identifica que si hubo un cambio.

No: No identifica que hubo un cambio.

¿Qué cambio?

1: Identifica las variables.

2: Identifica una de las variables.

3: No identifica variables.

¿Cómo cambia?

1: Identifica como cambian las variables o como es el comportamiento de una respecto a la otra variable.

2: Identifica como cambia una de las variables.

3: No identifica como cambian las variables.

Contestan	36.4%	No Contestan	63.6%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Identifica cambio		¿Qué cambia?			¿Cómo cambia?		
Si	no	1	2	3	1	2	3
36.4%	0%	18.2%	9.1%	9.1%	9.1%	0%	27.3%

Esta es una de las preguntas claves para ver si los grupos lograron encontrar los elementos que hay dentro de la articulación, aunque tiene la misma dirección que la pregunta anterior, la única diferencia que existe es que ahora se disminuye la cantidad de la capacidad del vaso a la mitad. En la cual los grupos que logran evidenciar el cambio que existe respecto a la capacidad del vaso, pero no relacionan de esta forma que es lo que cambia dentro del experimento ni mucho menos identifican como será el comportamiento de las variables ya establecidas. Por lo cual se evidencia que los estudiantes están condicionados a responder según una cierta cantidad de agua, siendo que esta es al comienzo de la secuencia es de 120 cc³, sin desmerecer a los pocos grupos que si encontraron la diferencia que ocurre al momento de disminuir la capacidad del vaso a la mitad.

Fig.33

Cambian las cantidades, pero sigue siendo el caso de proporcionalidad directa

1 = 60
2 = 120
3 = 180

“Cambiarlas cantidades, pero sigue siendo el caso de proporcionalidad directa.”

1 = 60, 2 = 120, 3 = 180”

a) Es posible, ya que si tengo 3 vasos de 60 cc
pero agitando agua en 3 vasos de 120cc

b)

c)

d) $f(x) = 60 \cdot x$

e) Si, cambian las variables

Fig.34

→ se disminuyen todos los resultados a la mitad, cambia la capacidad del vaso

“Se disminuyen todos los resultados la mitad, cambia la capacidad del vaso”

a) no, por que la cantidad en cc³ no varía.

b) igual, sigue siendo función lineal

c) x = 60

d) si por que se disminuyó a la mitad la capacidad

a) “no, porque la cantidad de cc³ no varía”

b) “Igual sigue siendo función lineal”

- a) *“Es posible, ya que si ocupo 3 vasos de 60cc son distinto a que ocupe vasos de 120cc”*
- b) *“Si, porque se disminuyó a la mitad la capacidad”*
- c) *“ $f(x) = 60 \cdot x$ ”*
- d) *“Si, cambian las variables”*

Grupo 7

En relación a la respuesta dadas por este grupo, se puede establecer que encontraron de forma correcta el cambio que se produce dentro de ambas variables establecidas dentro del experimento, identificando de esta forma el comportamiento que tendrá una respecto la otra indicando que sucederá cuando hay un vaso o tres y así sucesivamente. Infiriendo de esta manera que no dependen de algo físico para responder al cambio que genera.

Grupo 10

Este grupo, solo se identificó que había un cambio, ya que los resultados disminuían a la mitad en todo momento, pero sin identificar que sucede con las variables que fueron establecidas y cuál sería su comportamiento una respecto a la otra, lo cual no provoca una confusión si no una falta de comprensión.

Pregunta n°18

Preguntas respuestas	Marcación		Justificación		
	si	no	correcta	incompleta	incorrecta
Grupo 1	-	-	-	-	-
Grupo 2	X			X	
Grupo 3	-	-	-	-	-
Grupo 4	-	-	-	-	-
Grupo 5	-	-	-	-	-
Grupo 6	-	-	-	-	-
Grupo 7	X				X
Grupo 8	X			X	
Grupo 9	X			X	
Grupo 10	X			X	
Grupo 11	X			X	
Respondidas	6	0	0	5	1
Total	6		6		

Justificación

Correcta: Comprende y menciona los conceptos insertos dentro de la proporcionalidad directa y la función lineal.

Incompleto: Solo presenta algunos rasgos de ña proporcionalidad directa y la función lineal.

Incorrecta: Su justificación no es adecuada con lo pedido.

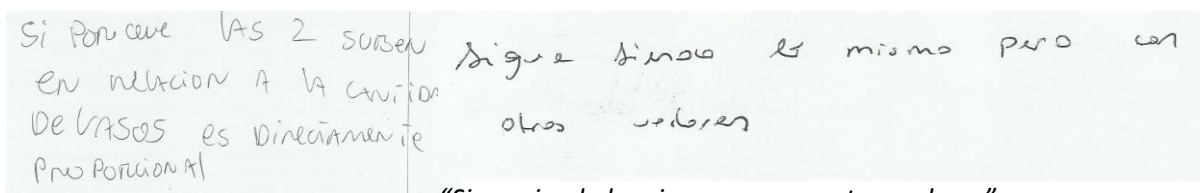
Contestan	54.5%	No Contestan	45.5%
------------------	--------------	---------------------	--------------

Marcación			Justificación	
Si	no	correcta	incompleta	Incorrecta
54.5%	0%	0%	45.5%	9.1%

Esta pregunta está realizada de manera directa sobre la relación que tienen la proporcionalidad directa y la función lineal. Las respuestas de los estudiantes dan a conocer que la mayoría de los que contestaron presentan solo algunos rasgos sobre los temas tratados. Por otro lado de los grupos que contestaron solo una minoría halló una relación de manera incorrecta.

Fig.35

Fig.36



“Siendo lo mismo pero con otros valores”

“Si porque las dos suben en relación a la cantidad de vasos es directamente proporcional”

Grupo 2

Grupo 7

Los integrantes de este grupo dan a conocer que presentan relación ambos temas, notando que dependerá de los vasos la

Este grupo si bien marcó el casillero que hace mención a que existe relación entre función lineal y proporcionalidad directa, su explicación no fue adecuada, por una parte dice que es lo mismo, sin

cantidad de agua del recipiente y que este aumento será directamente proporcional, observando que utilizan conceptos de la función lineal como de la proporcionalidad directa. mencionar a que se refiere esto, y luego para finalizar diciendo que corresponde a otros valores que no son explicados.

4.2.2 Contraste de conjeturas con respuestas

El contraste que se puede establecer de acuerdo a las respuestas que se obtuvieron de los once grupos de estudiantes se puede determinar en relación a las conjeturas establecidas para el set de actividades, que estas fueron de gran diversidad en relación a si contestaron o no las preguntas establecidas, es decir, las contestaciones mayoritariamente fueron las establecidas al relacionar la proporcionalidad directa con la función lineal, permitiendo de esta manera llegar a los siguientes análisis por pregunta.

- **Pregunta número uno**

Los estudiantes no tuvieron dificultad para completar el llenado de la tabla con los datos de las variables que se establecieron dentro del experimento, ya que ellos tenían como manipular a lo máximo cuatro vasos con su respectivo recipiente, evidenciando de esta forma que existe de esta forma una regularidad con el llenado del receptáculo.

- **Pregunta número dos**

En relación a las conjeturas todos los grupos respondieron que si existe una relación entre una cierta cantidad de vasos y su respectiva cantidad de cc^3 sin dejar de lado una de las variables, la diferencia que se produjo fue en el aspecto de la explicación matemática, ya que se esperaba que encontraran una correspondencia de cantidad de vasos con cantidad de agua, pero los estudiantes incluyeron de forma correcta la relación de ecuación de dos variables, función para establecer dicha correspondencia.

- Pregunta número tres

Encontrar la relación entre una “X” cantidad de vasos y una “Y” cantidad de agua, se estableció que no debería haber una complicación al relacionar una cantidad infinita en ambas variables ya que esta está relacionada con la pregunta número dos del set de actividades, la diferencia se produjo principalmente en la explicación en palabras de estas ya que no tenían en consideración ambas variables para complementar el experimento, en cuanto a la explicación matemática lo integraron los estudiantes de forma correcta fue ver esta relación como una proporcionalidad directa.

- Pregunta número cuatro

Como se estableció en las conjeturas que uno de los errores que se podía cometer era la división invertida para encontrar el cociente, pero fue lo contrario todos los grupos encontraron este de forma correcta, indicando además que este tiene un comportamiento constate y a la vez como una proporcionalidad directa, aunque unos pocos grupos no asemejaron la regularidad que podía llegar tener el cociente dentro del experimento.

- Pregunta número cinco

La mayoría de los grupos no identifican de forma correcta el rol de la capacidad que cumple el vaso, no relacionan los cc^3 que habrá dentro del recipiente. En relación al efecto invariable del vaso los estudiantes solo relacionaron este de una forma constante entre las variables, pero no especifican como fue el cambio que se produjo entre ellas.

- Pregunta número seis

Lo grupos tienden a identificar de forma correcta la variable dependiente e independiente en relación al experimento, solo un par de grupos las identifican de forma invertida.

- Pregunta número siete

De acuerdo a las conjeturas los estudiantes relacionan de forma correcta las variables que se establecen dentro de la expresión algebraica pedida, haciendo estas tanto en ecuación de dos variables o como función con las variables correspondientes que fueron establecidas en la pregunta anterior.

- Pregunta número ocho

Según las conjeturas se esperaba que los estudiantes reemplazaran en la expresión algebraica obtenida para obtener la cantidad de agua que se requiere, pero no se puede determinar que esta haya sido así, ya que las respuestas de las estudiantes no poseen algún tipo de desarrollo matemático para evidenciar lo establecido anteriormente.

- Pregunta número nueve

Al igual que en la pregunta anterior se esperaba que los estudiantes reemplazaran los valores en la expresión algebraica obtenida para encontrar la cantidad de vasos para un cierto cc^3 , pero no se puede determinar de que esto haya sido de esta forma, porque los estudiantes no presentan operatorias para validar esto.

- Pregunta número diez

Con respecto a las conjeturas la mayoría de los grupos de los estudiantes identificó el cambio que existía entre la cantidad de vasos utilizados y la cantidad de agua, como lo planteaba las conjeturas, pero la divergencia que se produjo en no identificar como fue el cambio constante que hay entre las variables, cuando aumente o disminuya en 120 cc^3 .

- Pregunta número once

Como se estableció en las conjeturas la tendencia de los grupos fue a responder que si no hay vasos no habrá agua, por lo cual no existirá agua dentro del recipiente, aunque alguno de los grupos se basan en explicaciones externas.

- Pregunta número doce

Los estudiantes ubican de forma correcta los puntos encontrados dentro del plano cartesiano, pero las conjeturas no fueron cumplidas por la mayoría de los estudiantes, ya que solo identifican el fenómeno variacional que existe dentro del experimento, pero no identifican el cambio que hay dentro de las variables y sus ejes que los representan.

- Pregunta número trece

Las conjeturas fueron completamente apropiadas hacia los estudiantes, ya que reconocen que el experimento se relaciona con un tipo de función, identificado de forma correcta que esta es una función lineal, por el comportamiento que esta posee.

- Pregunta número catorce

Se apropian de forma esperada las conjeturas, ya que los estudiantes grafican de forma correcta la función, al saber que esta es lineal, partiendo así esta del origen siendo esta una de las características principales de este tipo de función.

- Pregunta número quince

En esta pregunta las conjeturas no fueron codificadas por los grupos, ya que no identificaron como encontrar el valor en cc^3 dentro del recipiente solo viendo la gráfica, aplicando sus proyecciones.

- Pregunta número dieciséis

- a) En este caso mayoritariamente mencionaron que no existe diferencia en el proceso del llenado de vasos, ya que siempre serán lo mismo.
- b) Las conjeturas fueron diferentes a lo que respondieron los estudiantes, ya que ellos al observar que no hay cambio en el proceso del llenado, si su grafica sería distinta pero el motivo de esto no es evidenciado.
- c) Se evidencia que ocupan la misma expresión algebraica que en la pregunta número siete, ya que el llenado del recipiente es el mismo, ocupando así la misma ecuación de dos variables o función que represente la situación.
- d) Mayoritariamente de los grupos responden de acuerdo a las conjeturas establecidas, es decir evidencian que la expresión algebraica sigue siendo la misma, ya que la capacidad del vaso sigue siendo de 120 cc^3 .

- Pregunta número diecisiete

En relación a las conjeturas, los estudiantes solo encuentran la relación que existe entre las variables, la minoría de estos evidencian que cambió y como fue el cambio, pero no identifican que la inclinación de la recta al ser graficado cambiara.

- a) En este caso mayoritariamente mencionaron que no existe diferencia en el proceso del llenado de vasos, ya que siempre serán lo mismo, pero con la capacidad del vaso reducida a la mitad.
- b) Las conjeturas son completamente distintas a las respuestas de los estudiantes ya que estos no evidencian que el cambio que habrá en la gráfica, al ubicar los puntos encontrados en dicha situación.
- c) En relación con las conjeturas, los estudiantes no relacionaron la expresión algebraica que poseían, es decir, que no lograron completar una nueva para la mitad de la capacidad del vaso.
- d) Respecto a la comparación entre esta expresión y la anterior identifican que esta debe ser distinta al igual como se plantea en las conjeturas.

- Pregunta número dieciocho

Según lo planteado en las conjeturas, mayoritariamente los grupos identifican la relación que existe entre la proporcionalidad directa y la función lineal, pero sin embargo no presentan de esta manera los conceptos claves que existe entre estos dos conceptos, los cuales solo mencionan características que tiene cada uno de ellos.

Finalmente se puede concluir que las conjeturas fueron cumplidas mayoritariamente por los estudiantes, teniendo en consideración que existen grupos en los cuales y no contestaron la totalidad de las preguntas del set de actividades propuesto.

4.2.3 Análisis de selección de grupos

Luego del análisis general del set de actividades, se identifican siete puntos claves de esta, en las cuales los estudiantes explicitan o evidencian un avance en la articulación de Proporcionalidad Directa y Función Lineal a través Pensamiento y Lenguaje Variacional de sus respuestas.

Clave 1: Pregunta n°1. Completan la tabla de forma correcta y completa, lo que indica que manejan la asignación de valores para las variables y logran establecer un control abstracto sobre la utilización de la capacidad del vaso (al ser la cantidad de vasos limitada) y la manipulación de datos. El uso de tablas y la manipulación de estas, proporciona la visualización de las variables; como estas se modifican por sí solas y también una respecto de la otra, por tanto, da pie al desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional.

Clave 2: pregunta n°2-n°4. Identifican las variables, como estas se comportan en casos particulares respecto de la otra. Establecen explicaciones y algoritmos genéricos para la situación. La exposición repetitiva de situaciones propicia la aproximación a la representación algorítmica, el cual a su vez representa de forma genérica el comportamiento de las variables, en términos de nuestra investigación favorece a la identificación de lo modificable y a la cuantía de esto.

Clave 3: pregunta n°7. Establecen representación algorítmica, ya sea función, Ecuación o proporción en forma general. Este punto favorece la generalización del fenómeno y por tanto devela el carácter predictivo de este dada la naturaleza de su variación.

Clave 4: Pregunta n°10 Identifican que las variables no permanecen estáticas, luego relacionan el cambio de cada una, respecto de la otra.

Clave 5: pregunta n°12. Visualizan y analizan el fenómeno variacional entre los distintos puntos. El análisis gráfico, además del traslado horizontal y vertical permite identificar lo que se está modificando en cada eje (por tanto, las variables en juego) y como estas varían por si solas y en comparación a la otra. Permite percibir la variación bidireccionalmente, como se acerca o aleja del origen.

Clave 6: Pregunta n°16-n°17. Logran identificar similitudes y diferencias ante un supuesto cambio en el fenómeno, por tanto, evidencia un traslado de lo concreto a abstracto, modifica la forma de la representación, pero conserva el fondo.

Clave 7: Pregunta n°18. Explicitan y argumentan la conexión variacional entre Proporcionalidad Directa y Función Lineal en el fenómeno estudiado.

Luego de dada una reseña de cada una de las claves mencionada anteriormente, la cuales facilitan evidenciar un avance en la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal en base al pensamiento y lenguaje variacional, los investigadores analizaron grupo a grupo las respuestas obtenidas en cada pregunta clave. Para identificar la evolución adquirida dentro de cada uno de los grupos, esto se realizó a través de las tablas obtenidas respecto a los indicadores formulados para cada una de estas, es por esto que se debe tener en consideración que no todos los grupos cumplieron con el conjunto de condiciones necesarias dentro de las claves

establecidas. Es por este motivo que solo tres de los once grupos analizados cumplen con un porcentaje mayor en su proceso de articulación.

La siguiente tabla presenta el grado de apropiación de los tres grupos que evidenciaron avances significativos respecto del pensamiento y lenguaje variacional, dentro de los parámetros establecidos por preguntas del set de actividades, claves para el desarrollo de la articulación de proporcionalidad directa y función lineal desde dicha mirada.

Claves	Grupo 4	Grupo 7	Grupo 9
1	Logrado	Logrado	Logrado
2	Logrado	Logrado	Medianamente logrado
3	Logrado	Logrado	No logrado
4	Logrado	Medianamente logrado	Mayormente logrado
5	Mayormente logrado	Logrado	Logrado
6	Medianamente logrado (respuestas sin contestar)	Mayormente logrado	Medianamente logrado
7	-	Insuficiente	Insuficiente

Indicadores de análisis de grupos seleccionados:

- Logrado: Evidencia la totalidad de la clave requerida.
- Mayormente Logrado: Evidencia pequeñas faltas para la totalidad de la clave requerida.
- Medianamente Logrado: Evidencia la mitad de los matices requeridos en la clave.
- Insuficiente: Presenta algunos matices de la clave requerida.
- No Logrado: No evidencia ningún rasgo de la clave requerida.

4.1.4 Análisis de estudiantes seleccionados

Posteriormente se analizan las respuestas de la Encuesta final de los estudiantes pertenecientes de los tres grupos seleccionados anteriormente, contrastándolas con respecto a la encuesta exploratoria (diagnóstico) para verificar el avance en forma individual que presentan respecto a la articulación de proporción directa y función

lineal. A continuación se presenta el análisis a través de una tabla por cada grupo seleccionado.

Simbología de análisis:

C: Correcto E1: Estudiante uno

I: Incorrecto E2: Estudiante dos

-: Sin contestar E3: Estudiante tres

Grupo 4

	Encuesta Exploratoria	Encuesta Final
E1	a) C,I,C,C,I	a) I,C,C,I,I
	b) -, -, -, -, -	b) C,X,X,C,C
E2	a) -, -, -, -, -	a) I,C,C,C,I,I
	b) -, -, -, -, -	b) I,C,C,C,C
E3	a) -, -, -, -, -	a) I,C,C,C,I
	b) -, -, -, -, -	b) I,C,C,C,I

(Ver anexos Grupo 4 → E1, E2, E3)

Respeto a los estudiantes de este grupo, solo se puede comparar el E1, las respuestas de este alumno en la tabla **a**, en esta presenta una diferencia, ya que en la primera encuesta presenta tres correctas, mientras en la segunda (encuesta final) presenta solamente dos, no necesariamente corresponden a las misma de la primera vez, a su vez en la tabla **b**, de no contestar, en la última encuesta es capaz de responderla presentando tres correctas. Para los estudiantes E2 y E3, ambos no presentan respuestas en la encuesta exploratoria, pero si en la encuesta final. Debido a que por lo general no contestan en el diagnóstico, no es posible evidenciar si existe un aumento de la articulación entre en la función lineal y la proporcionalidad directa, ya que no se puede comparar entre algo que no se realizó.

Grupo 7

	Encuesta Exploratoria	Encuesta Final
E1	a) -, -, -, -	a) C, C, X, -, -
	b) -, -, -, -	b) -, -, -, -
E2	a) C, C, I, I, I	a) C, C, C, C, C
	b) -, -, -, -	b) I, C, C, C, C
E3	a) -, -, -, -	a) C, C, -, -, -
	b) -, -, -, -	b) -, -, -, -

(Ver anexos Grupo 7 → E1, E2, E3)

En cuanto al Grupo siete, al observar las respuestas de los tres estudiantes, solo el estudiante E2 presenta respuestas en la encuesta exploratoria con respecto a la función lineal. En relación a la encuesta final, la tendencia de los estudiantes de este grupo es a contestar las tablas, afirmando o negando si corresponden a función lineal las tablas que se presentan. Para los estudiantes E1 y E3, presentan avance en contestar la encuesta, aun así, no se puede comparar, ya que, al no tener la intención de contestar la primera, no se observa si logran vincular la Función Lineal y la Proporcionalidad Directa. En cambio, con el estudiante E2 se presenta un avance entre los primeros resultados y la encuesta final, evidenciando que este estudiante logra la articulación entre la función lineal y la proporcionalidad directa, obteniendo el 90% de la tabla de manera correcta y a la vez justificándola.

Grupo 9

	Encuesta Exploratoria	Encuesta Final
E1	a) -, -, -, -	a) ausente
	b) -, -, -, -	b) ausente
E2	a) ausente	a) ausente

	b) ausente	b) ausente
E3	a) ausente	a) ausente
	b) ausente	b) ausente

(Ver anexos Grupo9→ E1, E2,E3)

En cuanto al Grupo nueve, no es posible realizar una comparación entre ambas encuestas, ya que los estudiantes no respondían o estaban ausentes en el momento de la aplicación.

Luego de comparar la tabla de los grupos seleccionados y sus integrantes, en cuanto a la encuesta exploratoria parte II, con el fin de visualizar el progreso respecto de la articulación entre proporcionalidad directa y función lineal, es posible comparar a dos estudiantes Grupo 4-E1 y Grupo 7-E2, ya que estos estuvieron presentes en ambos instrumentos al momento de ser aplicado. Provocando de esta manera que la muestra de estudiantes se reduzca de manera considerable, ya que se necesita de ambos instrumentos para su posterior análisis, pero cumpliendo con el objetivo de evidenciar un avance en la articulación de los contenidos mencionados con anterioridad.

En cuanto a Grupo 4-E1, no presenta avances respecto a los resultados, sin embargo, presenta argumentos que vinculan o identifican la función lineal con la proporcionalidad directa.

Mientras el Grupo 7-E2, presenta avance total respecto a los resultados, en cuanto a los argumentos alude a características fundamentales del Pensamiento y Lenguaje Variacional, como el crecimiento constante ligado a la co-variación, también específica característica de la función lineal como el paso por el origen y discrimina respecto de otras funciones, es capaz de identificar el comportamiento parabólico de uno de los casos presentados en las tablas.

Ante la circunstancia presentada recurrimos a la encuesta exploratoria parte I, referente a los conocimientos de los estudiantes en relación a la proporcionalidad directa y función lineal como conceptos previos al set de actividades (cfr., anexo 8), lo que permite de esta forma evidenciar, que adquirir este aprendizaje de los

contenidos tratados es necesario, ya que están entrelazados para adquirir una articulación propicia.

Es por este motivo que se evidenció en la parte conceptual de los estudiantes, que el Grupo 4-E1 presentaba nociones básicas de estos contenidos, definiciones que son las presentadas por los textos escolares de los años anteriores y los estudiantes lo aprenden de una manera simple y sin relacionar nada con otros conceptos matemáticos, en tanto, Grupo 7-E2 presenta nociones avanzadas de estos conceptos, ocupando definiciones que están relacionadas con las nociones que presenta el pensamiento y lenguaje variacional, aunque no presenta la totalidad de sus respuestas entre los parámetros de análisis de la encuesta exploratoria parte I.

Finalmente se encuentra una relación cuantitativa, a las cantidades de tablas que fueron respondidas de forma correcta por los alumnos y cualitativa respecto a los argumentos entre los conceptos previos de los estudiantes y los avances alcanzados por los estudiantes luego del set de actividades. Permitiendo de esta manera evidenciar que se presenta un avance significativo dentro de la articulación entre la proporcionalidad directa y función lineal, aunque este no es de forma completa, los estudiantes lograron un avance revelador con el set de actividades que se planteó dentro de la investigación.

CAPÍTULO V REDISEÑO

Para generar el rediseño, los investigadores se basaron en las preguntas claves que permiten generar la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, según las respuestas que los estudiantes establecidos en el set de actividades. También se atendió a los comentarios generados en la encuesta final, en cuanto a la extensión de esta. Además de dividir el rediseño en dos partes, las cuales se subdividen en lo siguiente: Parte I, consiste en trabajo grupal, para el llenado de cierta cantidad de vasos y analizar la variación que hay dentro de las preguntas establecidas, mientras tanto en la Parte II, se establece de forma individual, donde se evidencia los conceptos claves que producen el cambio dentro del experimento, lo cual se basa en lo realizado en la parte grupal.

Los principales cambios que se produjeron dentro del set de actividades para el rediseño, se basaron en los avances que evidenciaron en las respuestas adquiridas por los estudiantes, y las siete preguntas claves que fueron descritos en el análisis de los grupos seleccionados, permitiendo de esta manera realizar un rediseño óptimo para lograr la articulación, los principales aspectos cambiados son en relación a tablas de llenado y encontrar la razón de cambio:

- El llenado de las tablas en relación a la cantidad de agua en cc^3 y la cantidad de vasos requerida, será dada en esta ocasión, para lograr en los estudiantes que evidencien de forma clara la co-variación que existe en el experimento, tanto de la forma creciente o decreciente de las variables que se establecieron.
- En cuanto a encontrar el cociente, la modificación realizada fue encontrar en primer lugar la razón, lo cual permite a los estudiantes visualizar de forma inmediata la razón de cambio que hay dentro del experimento descrito, y no posean dificultad para encontrar el cociente y de esta forma obtener una explicación clara al momento de ver la razón con anterioridad.

A continuación, se presenta la propuesta de rediseño, en base a las fundamentaciones descritas anteriormente.

Actividad
Llenado de vasos
Parte Grupal

Nombres: _____

Curso: _____ Fecha: ____/____/2015

E-mail _____

Teléfono _____

Instrucciones:

- La siguiente actividad se realiza en duplas.
- Disponen de 4 vasos con rotulo de su capacidad y marcación de estas. También de un recipiente con rótulos de sus medidas en centímetros cúbicos.
- Lean atentamente cada enunciado y desarrollen lo que en ellos se pide, aunque no estén seguro(a) de sus respuestas, contestar en el espacio asignado.
- No borren sus desarrollos.
- Deben ocupar los materiales de forma correcta y ordenada, de acuerdo a cómo se indica en cada instrucción.

Descripción de la actividad: la siguiente actividad consta del llenado de vasos con agua, los cuales deben vaciar en el recipiente. La capacidad del vaso es de 120 cc³.

1. Llenar Las distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, las veces necesarias y registren los datos obtenidos.

Tabla A:

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
0	
1	
2	
3	
4	

$4\frac{1}{2}$	
5	
$5\frac{1}{4}$	

Describan lo realizado para llenar la tabla.

Tabla B: Llenen el recipiente con 960cc^3 , luego determine cuantos vasos puede llenar con las distintas cantidades de agua en el recipiente.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc^3
	960
	840
	720
	660
	600
	580
	520
	0

Describe lo realizado para llenar la tabla.

¿Qué pasa con la cantidad de vasos? Y ¿Qué pasa con la cantidad de agua en el recipiente?

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc^3 utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc^3 ? Expliquen.

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc^3 en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática

4. Completen la tabla. Luego escribir como razón cada par de valores de las variables. Luego calculen el cociente entre dichas razones ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc^3)	Razón	Cociente
1			
2			
3			
4			
6			
$6\frac{1}{2}$			
8			

Explicación

Actividad

Llenado de vasos

Parte Individual

Nombres: _____

Curso: _____ Fecha: ____/____/2015

E-mail _____

Teléfono _____

Instrucciones:

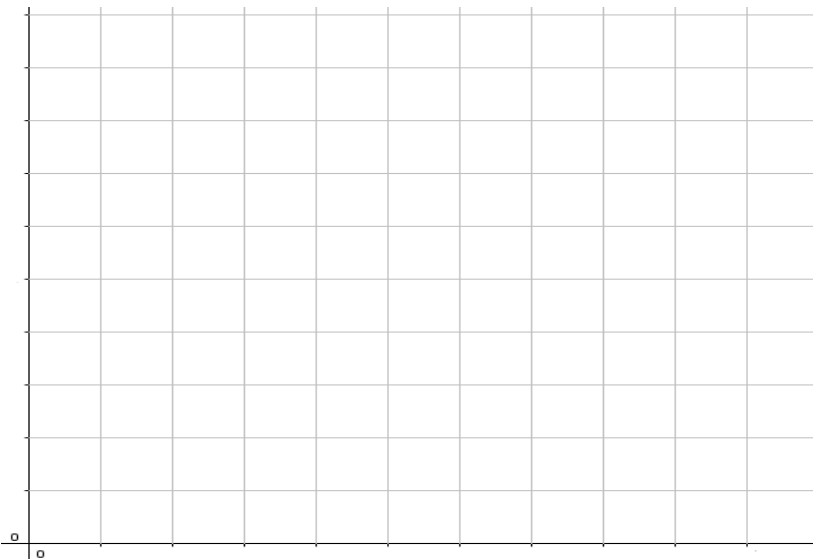
- La siguiente actividad se realiza en duplas.
- Disponen de 4 vasos con rotulo de su capacidad y marcación de estas. También de un recipiente con rótulos de sus medidas en centímetros cúbicos.
- Lean atentamente cada enunciado y desarrollen lo que en ellos se pide, aunque no estén seguro(a) de sus respuestas, contestar en el espacio asignado.
- No borren sus desarrollos.
- Deben ocupar los materiales de forma correcta y ordenada, de acuerdo a cómo se indica en cada instrucción.

Descripción: Las siguientes preguntas, están relacionadas a las respuestas que diste en la actividad anterior en forma grupal.

5. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 100cc^3	b) 1180cc^3	c) 540cc^3
Cálculos:	Cálculos:	Cálculos:
Resultado:	Resultado:	Resultado:

6. . Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido. Sugerencia observar la tabla de la situación 4.



7. ante la situación expuesta anteriormente **¿Qué** fue lo que cambió? Y **¿Cómo** fue ese cambio? Argumenten.

8. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es esta función? Y ¿Cómo es su nombre?

9. Grafiquen la función.



10. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

CAPÍTULO VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al alero de la pregunta de investigación, se puede favorecer la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal, a través de un set de actividades, el cual debe estar sustentado en el Pensamiento y Lenguaje Variacional, por tanto, al seno de las principales características de la socioepistemología, dentro de esta cabe señalar el aprendizaje como práctica social y el conocimiento a favor de la utilidad sociocultural, siendo problematizando desde el contexto de los estudiantes. Sin embargo, se debe considerar que para lograr el aprendizaje de manera óptima, el estudiante debe manejar ciertos conceptos y/o habilidades que permitan la adecuada articulación.

Tras la revisión de los lineamientos curriculares, en base a los textos escolares de docentes y estudiantes, se pudo evidenciar que estos documentos no presentan definiciones matemáticamente correctas sobre proporcionalidad directa y la función lineal, tampoco se observan actividades o sugerencias didácticas que apunten o fortalezcan los conceptos desde la perspectiva variacional y a su vez, no se contextualiza y/o da utilidad social a los fenómenos. Cabe destacar que en los textos escolares no se evidencia articulación entre proporcionalidad directa y la función lineal, sugiriendo solo una problemática con el intento de realizar una vinculación entre estos contenidos, dejando de lado el proceso de cambio y la co-variación.

Además se propone la enseñanza de estos contenidos de forma segmentada, siendo que estos abarcan situaciones de similar comportamiento, lo cual quedó demostrado al analizar las respuestas de los estudiantes en la encuesta exploratoria, específicamente en la parte I, los estudiantes explicitan estas definiciones de manera errónea y/o vaga, lo cual se evidencio en las tablas desarrolladas al comienzo de la investigación, la mayoría de los encuestados hicieron referencia al indicador *“Identifica la proporcionalidad directa con relación a que dos variables suben o bien bajan”*. Por otro lado, respecto a la temática de función lineal los jóvenes enfatizaron en el indicador *“Identifica o tiene noción del comportamiento lineal. Identifica a la función lineal como una recta que pasa a través de un gráfico”*.

Luego del examinar la parte II, se devela que los estudiantes no presentan nociones sobre la relación existente entre proporcionalidad directa y la función lineal, en cuanto al fenómeno variacional la mayoría de los estudiantes argumentaron de forma incompleta y/o equivocada.

En cuanto al contraste realizado por los investigadores entre las conjeturas y las respuestas de los estudiantes respecto del set de actividades, se logró establecer que en preguntas claves los estudiantes, presentaron avances significativos desde el punto de vista variacional para la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal. Lo cual fue develado en representaciones expuestas por los estudiantes, como:

- Figura 14 y figura 15: Los estudiantes luego de estar expuestos a un fenómeno variacional, en el cual la experimentación requería la reiteración de acciones y/o maniobras. Lo cual, promovió la determinación de expresiones algebraicas representativas al fenómeno, tales como: funciones, ecuaciones de dos variables.
- Figura 19: los estudiantes identificaron las variables de la situación expuesta, indicaron como estas variaron por si solas y también como se comportaban en relación a la otra, es decir, lo que se modificó y como fue esa alteración.
- Figura 23 y figura 24: Los estudiantes relacionaron las variables como pares ordenados y ubicaron como puntos en el plano cartesiano, luego asimilaron la diferencia entre las coordenadas, encontrando una razón constante entre los distintos puntos, por tanto un acercamiento al concepto de pendiente y la representación gráfica de la función lineal.

En el proceso a pesar de que los estudiantes no explicitaron esta relación de forma completa, presentan evolución relativa al ¿Qué cambia? y ¿Cómo cambia? bajo una situación contextualizada.

Los grupos presentan distintos niveles de avance respecto a los procesos de cambio y co-variación en relación a la situación descrita.

Tras realizar la selección de los grupos con mayores aproximaciones a las preguntas claves y el posterior estudio individual de sus integrantes, se obtuvo que solo un

estudiante (G7-E2), explicitó avances significativos en la articulación entre la proporcionalidad directa y la función lineal. Si bien, no alcanzo a explicitar la articulación por completa, obtuvo evolución cuantitativa, en cuanto al aumento en respuestas correctas. Y cualitativa, en la argumentación de conceptos variacionales, lo que se devela mayormente en el análisis del estudiante, al diferenciar el comportamiento lineal de uno parabólico en la encuesta final (cfr.,G7-E2), a pesar de que este último concepto aun no fue abordado curricularmente hasta el nivel cursado.

En base a esta evidencia y lo planteado por los autores especialistas, en cuanto a los requerimientos para adquirir avances variacionales, los conceptos y habilidades previos de los estudiantes son determinantes en el nivel de este desarrollo.

Es por esto que al observar los objetivos planteados en el comienzo de la investigación, se detecta el cumplimiento de los tres puntos planteados, es decir, diseñando un set de actividades que fomentaba la articulación entre la función lineal y la proporcionalidad directa siendo a su vez aplicado a la muestra y sus respuestas contrastadas con las conjeturas planteadas.

Luego, con el análisis de los grupos seleccionados y la nueva muestra producto de la comparación, es que G7-E2 presenta avances significativos desde el punto de vista variacional,

Permitiendo como grupo de investigadores, dar las respectivas recomendaciones hacia los docentes de la enseñanza de las matemáticas e instituciones educativas, el cual se desea que estos contenidos sean enseñados y aprendidos por los estudiantes de manera significativa, en base al pensamiento y lenguaje variacional, donde es propiciar actividades que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático, conexión con la vida cotidiana y otras áreas de la ciencia, a través de la co-variación, es decir, qué cambia y cómo cambia existente entre dos o más variables. Estas actividades se pueden realizar en diversos temas, como por ejemplo:

- Situaciones para la existencia de variables.
- Secuencias, sucesiones y series.
- Variables continuas y discretas.
- Función lineal u otras.
- Reconocimiento de regularidades y patrones en secuencias geométrica y numérica.

- En otras áreas de la ciencia, como Física, Química.

Dentro de un punto de vista curricular, diseñar secuencias didácticas que incluyan el pensamiento y lenguaje variacional en unidades de aprendizaje como eje transversal, para obtener de esta forma un aprendizaje basado en el constructivismo y a su vez este sea significativo para los estudiantes.

Una de las principales proyecciones que posee esta investigación es la aplicación del rediseño planteado, para que posteriores investigadores evidencien la articulación existente entre los contenidos vistos en el estudio, lo cual no es necesario que este sea implementado al mismo nivel de la muestra realizada para la investigación, ya que esta es de libre elección.

Por otro lado, se abren distintos campos en donde se puede realizar este mismo tipo de estudio, en el cual el foco principal es identificar el proceso de co-variación que existe dentro de los pensamientos de los estudiantes, como puede ser dentro de la Química o Física, con respecto a esta última se pueden considerar las variables distancia v/s tiempo, rapidez v/s distancia, etc. Además de indagar y evidenciar el porqué de los pensamientos de los estudiantes, permitiendo de esta manera, tener un análisis completo del procedimiento matemático de los estudiantes en relación a los contenidos que se estudiaran.

BIBLIOGRAFÍA

Azcárate C; Deulofeu J. (1990). Funciones y Graficas. Editorial Síntesis. Madrid.

Blasco, J. E., Pérez, J. A. (2007). Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: ampliando horizontes. España. Editorial Club Universitario.

Brousseau, B. (1997). Theory of didactical situations in mathematics. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Cantoral R. La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: Una mirada emergente. México.

Cantoral R. (2005). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa – Vol. 17

Cantoral R. (2013). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. México.

Cantoral R; Reyes-Gasperini D; Montiel G. (2014) Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista latinoamericana de Ethnomatemática.

Cantoral, R. & Farfán, R. (2004). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. Recherches en Didactique des Mathématiques.

Cantoral R; Farfán R; Lezama J; Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: Algunos Ejemplos. In Special Issue, Radford, L & D'Amore (Guess Editors). Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

Carlson M; Jacobs S; Larsen S; Hsu E. (2003) Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. Revista EMA, Vol. 8, N°2, 121-156

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (1), 73-112.

Demana F. (1990) *Transition to college mathematics*. Editorial Addison-Wesley.

De Faria E. (2006) *Ingeniería Didáctica. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, año 1, N°2.

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En Barbin, E., Douady, R. (Eds.). *Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas*. Francia. Topiques éditions.

Publicación del I.R.E.M.

Farfán, R. y Cantoral, R. (2003). *Mathematics Education: A Vision of its Evolution*. *Educational Studies in Mathematics* 53(3), 255-270.

Fiol M.; Fortuny J. (1990). *Proporcionalidad directa: la forma y el número*. Editorial Síntesis. Madrid.

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., y Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. 5ª edición. Mc. Graw-Hill. México.

MEN (1998). *Serie de Lineamientos Curriculares*. Colombia.

Moreno O. *Investigación cualitativa*.

Planes y programas 7mo, 8vo y I°Medio, MINEDUC. Chile.

Puerto J. (2013) *El uso de fractales para potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico-variacional a través del software cabrí “Del pensamiento numérico al pensamiento Algebraico-Variacional”*. *Revista Científica*. Octubre 2013. Bogotá.

Quintana, A. y Montgomery, W. (Eds.) (2006). *Psicología: Tópicos de actualidad*. Lima: UNMSM.

REDINE (2009). La socioepistemología una aproximación teórica para educar en valores. Revista electrónica. Volumen 1, N°1

Stake R. (2006). Evaluación comprensiva y evaluación basada en estándares. Barcelona: Editorial Graó. Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa.

Texto del estudiante 7mo, editorial SM, año 2014.

Texto del estudiante 8vo, editorial SM, año 2015.

Texto de práctica del estudiante 8vo, editorial SM, año 2015.

Texto del estudiante I°Medio, editorial SM, año 2014.

Texto del profesor 7mo, editorial SM, año 2015.

Texto del profesor 8vo, editorial SM, año 2015.

Vasco C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Colombia.

ANEXOS

Anexo 1

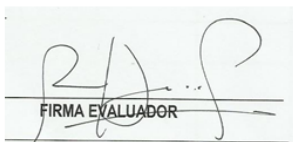
Validación encuesta exploratoria

Experto 1

RESUMEN INSTRUMENTO

VALIDADO _____ VALIDADO CON REPAROS _____ X _____

NO VALIDADO _____


FIRMA EVALUADOR

Anexo 2

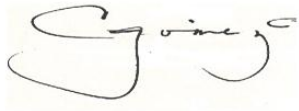
Validación Set de actividades

Experto 1

RESUMEN INSTRUMENTO

VALIDADO _____ VALIDADO CON REPAROS _____ X _____

NO VALIDADO _____



Anexo 3

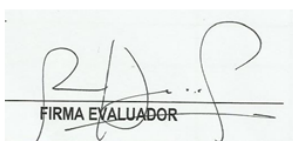
Validación Set de actividades

Experto 2

RESUMEN INSTRUMENTO

VALIDADO _____ VALIDADO CON REPAROS _____ X _____

NO VALIDADO _____


FIRMA EVALUADOR

Anexo 4

Encuesta Exploratoria PARTE 1

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

La presente encuesta es para recoger información importante para nuestro trabajo de Seminario de Grado.

Más que revisar si tus respuestas son CORRECTAS o INCORRECTAS, lo que nos interesa es tratar de comprender cuáles son tus procesos de resolución, tus ideas y pensamientos, por ello **te solicitamos** y **agradecemos** que RESPONDAS TODAS LAS PREGUNTAS LO MAS DETALLADAMENTE POSIBLE ¡¡¡Desde ya muchas gracias!!!

Instrucciones:

- Lee atentamente cada enunciado y desarrolla lo que en ellos se te pide, aunque no estés seguro(a) de tu respuesta.
- No borres tus desarrollos.

1) ¿Cuándo dos variables son directamente proporcionales?

2) ¿Qué significa para ti que dos variables cambien de manera directamente proporcional?

3) Da un ejemplo en el cual **dos variables cambien de forma directamente proporcional** y **explica por qué.**

4) ¿Cuándo se dice que una función es lineal?

5) ¿Qué significa para ti que una función sea lineal?

6) Da un ejemplo en el cual **dos variables se relacionan mediante una función lineal** y **explica por qué.**

Encuesta Exploratoria PARTE 2

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

La presente encuesta es para recoger información importante para nuestro trabajo de Seminario de Grado.

Más que revisar si tus respuestas son CORRECTAS o INCORRECTAS, lo que nos interesa es tratar de comprender cuáles son tus procesos de resolución, tus ideas y pensamientos, por ello **te solicitamos** y **agradecemos** que RESPONDAS TODAS LAS PREGUNTAS LO MAS DETALLADAMENTE POSIBLE ¡¡¡Desde ya muchas gracias!!!

Instrucciones:

- Lee atentamente cada enunciado y desarrolla lo que en ellos se te pide, aunque no estés seguro(a) de tu respuesta.
- No borres tus desarrollos.

1) Cocinar un queque cuesta \$3.000 en ingredientes. Sabiendo que se vende cada trozo de queque a un precio de \$200 cada uno.

- a) Construye una tabla en donde se vea la relación entre la cantidad de trozos vendidos y el precio.

--

- b) ¿Podría decirse que en la situación descrita hay proporcionalidad directa?, **EXPLICA POR QUÉ SÍ O POR QUÉ NO.**

--

c) Representa con una expresión algebraica la situación descrita anteriormente.

2) La siguiente tabla muestra la relación que hay entre las variables “cantidad de trajes que se pueden confeccionar” y la “cantidad de metros de género que se necesitan”:

Cantidad de trajes	1	2	3	4
Metros de género	3	6	9	12

a) Identifica la variable independiente y la variable dependiente

b) ¿Existe alguna función que represente el enunciado anterior, para “ x ” cantidad de trajes?, De ser así ¿Cuál es esa función?

c) ¿Existe algún tipo de proporcionalidad en el enunciado? De ser así, **EXPLICA QUÉ TIPO DE PROPORCIONALIDAD ES.**

3) Para las siguientes tablas que muestran una relación entre variables, responde lo que se pide a continuación:

TABLA 1

X	y
5	7
6	8
7	9
8	10

TABLA 2

x	y
0	0
3	4
6	8
9	12

TABLA 3

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16

TABLA 4

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8

TABLA 5

x	y
8	24
6	18
4	12
2	6

¿En cuál de ellas distingues que hay una relación mediante **función lineal**? ¿Por qué?

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

a) ¿En cuál de ellas distingues que hay una relación de **proporcionalidad directa**? ¿Por qué?


	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Anexo 5

Respuestas de los estudiantes de actividad "Llenado de vasos"

Grupo 1

Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa



1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480
5	600
6	720
7	840
8	960

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.

SI NO


<p>Explicación en palabras</p> <p>por que 4 vasos es el doble de 2 vasos por eso existe una relación.</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>2 vasos = 240 cc $\div 2$ 4 vasos = 480 cc $\div 2$</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

<p>Explicación en palabras</p> <p>Los 4 vasos estan unidos con la cantidad de cc que hay en el recipiente.</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>recipiente = $\frac{cc}{\text{vasos}}$</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------

Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa



4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
4	480	120
5	600	120
6	720	120
7	840	120
8	960	120

Explicación

El vaso tiene la cantidad exacta que que da para que el cociente sea 120.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

Cambio las cc en el recipiente,
el agua disminuyó

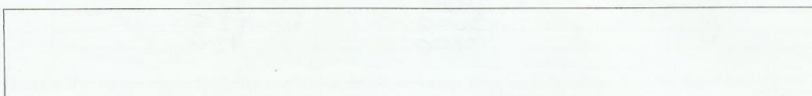
11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente:
- Variable independiente:

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.



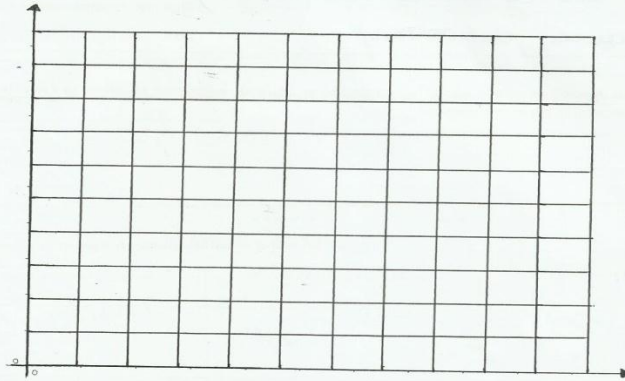
8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua	b) 800 vasos de agua	c) Medio vaso de agua
60.000cc	96000cc	60cc

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

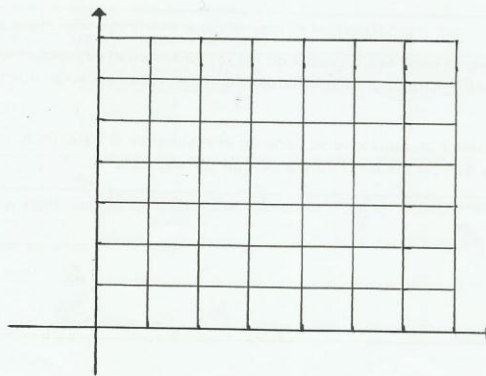
a) 250.000 cc ³	b) 100.000 cc ³	d) 250 cc ³
	830 vasos y sobran 400cc	20 vasos y sobran 10cc

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.



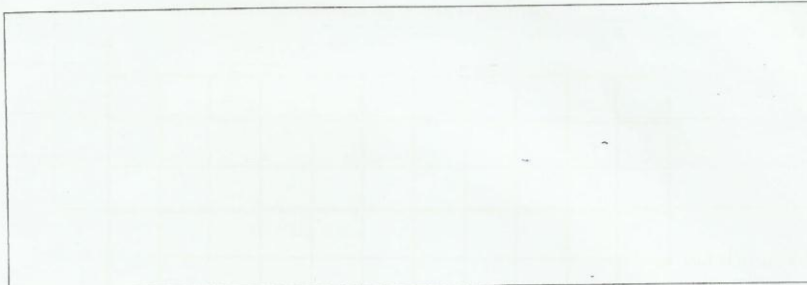
13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

14. Grafiquen la función.



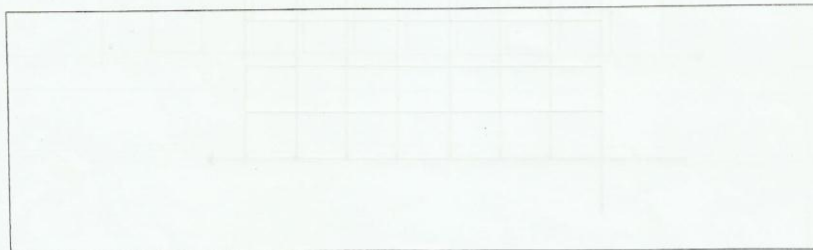


15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

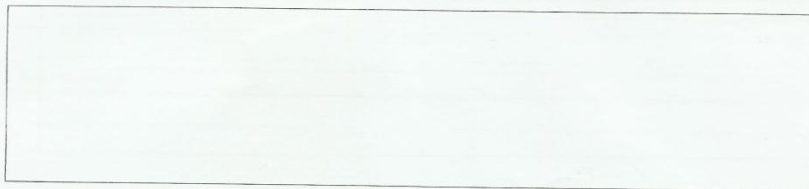


16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.



c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Grupo 2



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480
5	600
6	720
7	840
8	960

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.

SI NO

Explicación en palabras

Si, ya que al llenar 4 vasos en este caso hay 480cc³, y al hacer 2 vasos da la mitad de este.

Explicación Matemática

$1 \times 120 = 120 \text{ cc}^3$

$2 \cdot 120 = 240$

$3 \cdot 120 = 360$

$4 \cdot 120 = 480$

$5 \cdot 120 = 600$

$6 \cdot 120 = 720$

$7 \cdot 120 = 840$

$8 \cdot 120 = 960$

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen


SI NO

Explicación en palabras

CADA 4 VASOS DE 120CC SE LLENA EL RECIPIENTE MAS LA MITAD

Explicación Matemática

$4 \cdot 120 =$



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completan la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1.200	120
20	2.400	120
30	3.600	120
40	4.800	120

Explicación

el cociente siempre va a ser 120 siempre. esa es la regularidad, la cantidad de cc³ con la división de cantidad vaso

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

cumple que cada uno tiene 120cc. Al duplicar la cantidad de vasos el cociente va a ser igual



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente:
- Variable independiente:

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$f(x) = x \cdot 120 = 120x$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua $500 \cdot 120$ 60.000	b) 800 vasos de agua $800 \cdot 120$ 96.000	c) Medio vaso de agua 60
---------------------------------------------------	---------------------------------------------------	-----------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³ 250.000 / 120	b) 100.000 cc ³ 900	d) 250 cc ³
--------------------------------------------------------	-----------------------------------	------------------------



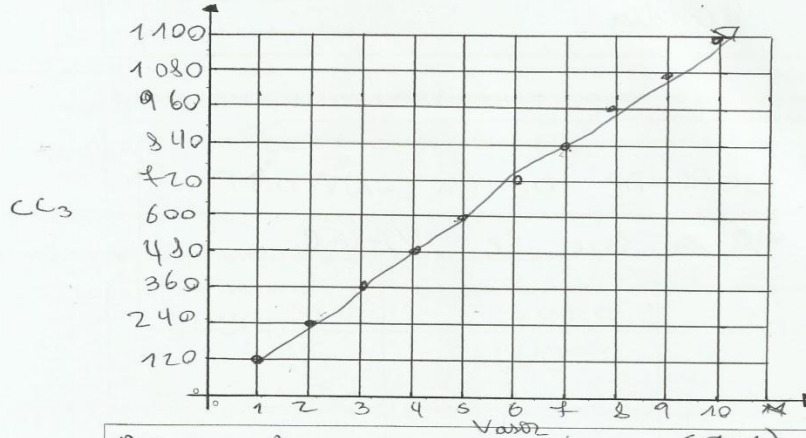
10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

Primero se multiplicaba, pero luego se dividía.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

DEPENDE DE LA CANTIDAD DE AGUA QUE SE VAQUE

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

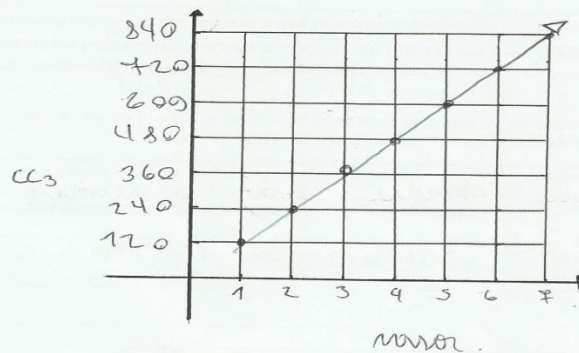


~~lineal~~ ~~función~~ cada ~~valor~~ ~~que~~ ~~es~~ ~~1,200~~
 aumenta se asegura 120cc3

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

lineal.

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

Si puede, ya que al analizar la gráfica se da la respuesta.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

No, porque siempre va a sumar 120 cc^3



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

No, porque de todas las formas se obtendría lo mismo.

escriba una expresión algebraica que represente la situación.

$f(x) = x \cdot 120 =$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

No, ya es la misma cantidad.

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

Menor cantidad de agua, cambiarían sus cc^3 .



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta a la que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

se necesitaría más agua, y tiempo

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

~~se~~ No deja de ser una
función, pero es más
redefinida

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$f(x) = x - 60 =$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO?
¿Por qué?

si, porque se reduce la cantidad
de agua.




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

si porque las 2 surgen
en relación a la cantidad
de vasos es directamente
proporcional

Grupo 3



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480
5	600
6	720
7	840
8	960

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
tiene relación porque 240 es la mitad de 480	$240 \cdot 2 = 480$

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
Que todos tienen el valor de 120 cc	$\begin{matrix} 1 & \cdot & 120 \\ 2 & \cdot & 240 = 120 \cdot x \\ 3 & \cdot & 360 \\ 4 & \cdot & 480 \end{matrix}$



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

La regularidad es que por cada cantidad de vasos por su cantidad de agua el cociente es mayor.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

el rol de la capacidad del vaso indica la cantidad de agua que habrá, el efecto que tiene la capacidad invariable es que afecta con la cantidad de vasos a la cantidad de agua.



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

x - Variable dependiente: la cantidad de agua
y - Variable independiente: la cantidad de vasos

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$x = 120 \cdot y$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua 60.000 cc ³	b) 800 vasos de agua 96.000 cc ³	c) Medio vaso de agua 60 cc ³
------------------------------------------------	------------------------------------------------	---------------------------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³ $120 \cdot 2090 = 250.800$ 2084 vasos	b) 100.000 cc ³ $120 \cdot 834 = 100.080$ 835 vasos	d) 250 cc ³ 3 vasos
------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------	-----------------------------------



10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

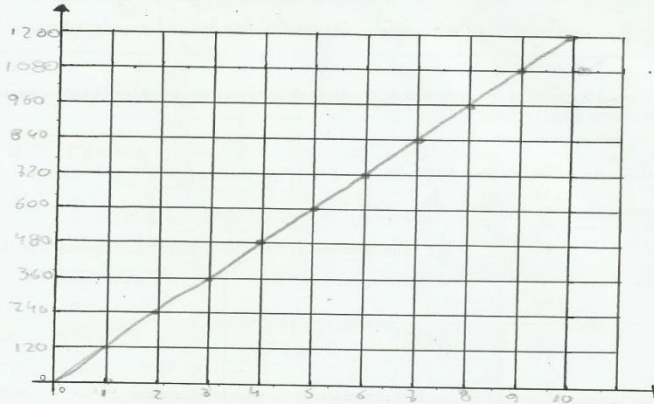
lo que cambio fue la cantidad de agua
porque variaba por la cantidad de vasos

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

la cantidad sería nada porque los vasos
indican los litros del agua



12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

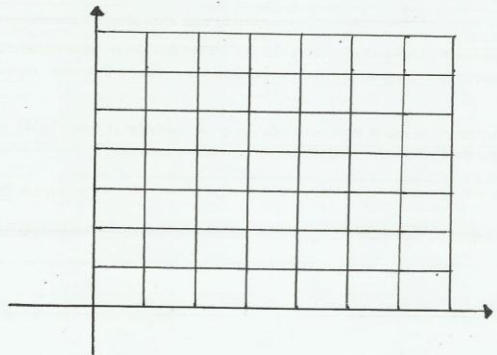


Cantidad de varos	CC ³
1	120
2	240
3	360
4	480



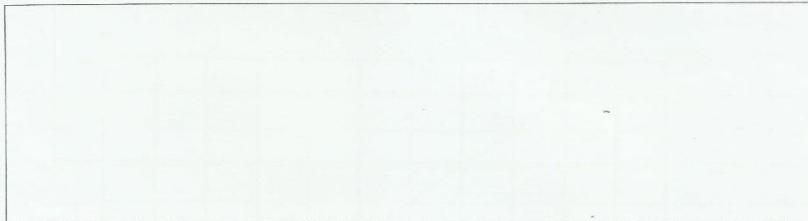
13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

14. Grafiquen la función.



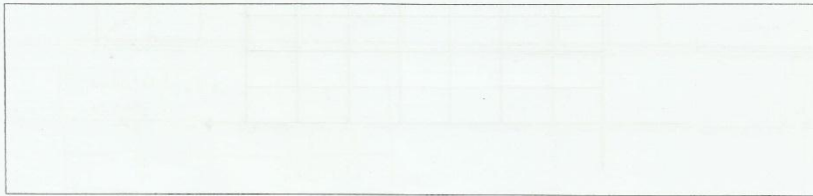


15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

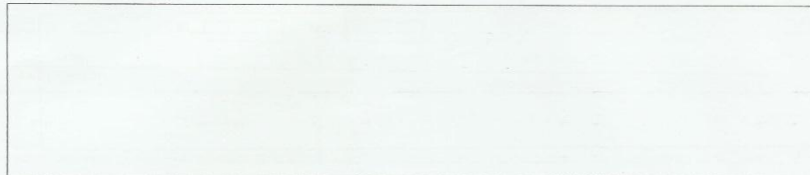


16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.



c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Grupo 4



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120 cc ³
2	240 cc ³
3	360 cc ³
4	480 cc ³
5	600 cc ³
6	720 cc ³
7	840 cc ³
8	960 cc ³

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

<p>Explicación en palabras</p> <p>Los números aumentan respectivamente 120 cc cada vez que avanza un número</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>$x = \text{cantidad de vasos}$</p> <p>$120 \cdot x = \text{cc}^3$</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen.

SI NO

<p>Explicación en palabras</p> <p>porque las cc³ aumentan en 120 de agua. Es directamente proporcional.</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>$120 \cdot x = \text{cc}^3$</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120 cc ³	$120 \div 1 = 120$
2	240 cc ³	$240 \div 2 = 120$
3	360 cc ³	$360 \div 3 = 120$
10	1200 cc ³	$1200 \div 10 = 120$
20	2400 cc ³	$2400 \div 20 = 120$
30	3600 cc ³	$3600 \div 30 = 120$
40	4800 cc ³	$4800 \div 40 = 120$

Explicación

En el cociente la regularidad es de 120. Como es directamente proporcional, siempre que se divide por lo que se multiplicó da el mismo

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

de que todo sea igual

6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

X Variable dependiente: agua.
- Variable independiente: Vasos.

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$\frac{x}{120} = y$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua	b) 800 vasos de agua	c) Medio vaso de agua
$\begin{array}{r} 300 \cdot 120 \\ 500 \cdot 120 \\ \hline 16000 \end{array}$	$\begin{array}{r} 800 \cdot 120 \\ 800 \\ \hline 96000 \end{array}$	60 cc ³

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

$\begin{array}{r} 250.000 \text{ cc}^3 : 120 = 2083,3 \\ 1000 \\ 400 \\ 400 \end{array}$	$\begin{array}{r} 100.000 \text{ cc}^3 : 120 = 833,3 \\ 100 \end{array}$	$\begin{array}{r} 250 \text{ cc}^3 : 120 = 2,08 \\ 1000 \\ 10 \end{array}$
------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------

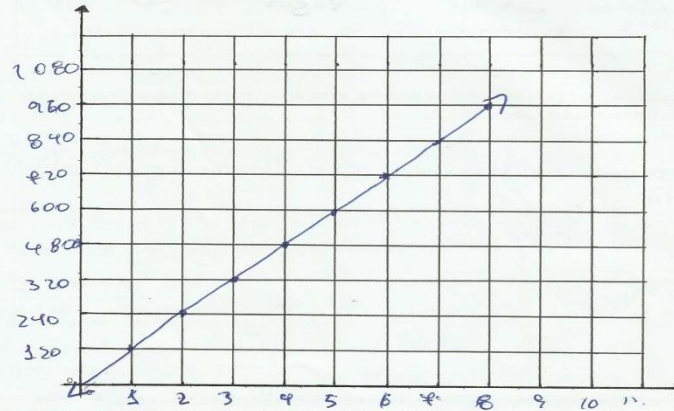
10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

La cantidad de agua cada vez que aumentan o disminuye la cantidad de vasos variaba 120 cc³ la cantidad de agua.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

Nada, porque no hay vaso que lleve agua al recipiente.

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

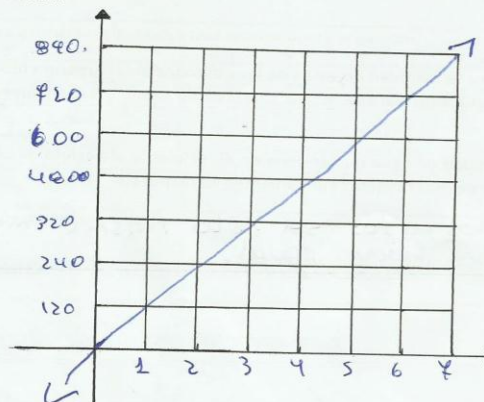


es un grafico directamente proporcional.
por que las cantidades aumentan en 120.

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

esta función es lineal porque 0 en adelante.

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

depende de la medida del vaso y de lo que se le
vierte dentro del recipiente.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

no porque si los vasos son de la misma medida,
la cantidad va hacer igual.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

no cambia por que la x y no varía.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$x \cdot y = 720$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

si por que es tu va aumentando.

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16. ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO?
¿Por qué?




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Grupo 5

Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa



1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
2	240 cc ³
3	360 cc ³
4	480
5	600
6	720
7	840

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.

SI NO


Explicación en palabras	Explicación Matemática
SI SE LLENA MAS VASOS DE AGUA VA AUMENTANDO LA CANTIDAD DE CCMO	$ \begin{array}{r} 7 \rightarrow 120 = \\ 2 \rightarrow 120 = 2 \\ \rightarrow 120 = 3 \\ \rightarrow 120 = 4 \\ \rightarrow 120 = 5 \\ \rightarrow 120 = 6 \\ \rightarrow 120 = 7 \end{array} $

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
porque la cantidad de vasos que se llenan al recipiente son la misma	

Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

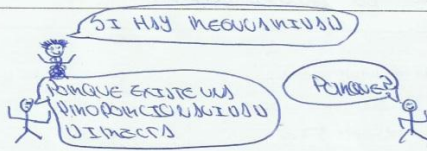


4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	$120 : 1 = 120$
2	240	$240 : 2 = 120$
3	360	$360 : 3 = 120$
10	1200	$1200 : 10 = 120$
20	2400	$2400 : 20 = 120$
30	3600	$3600 : 30 = 120$
40	4800	$4800 : 40 = 120$

Explicación

SI HAY REGULARIDAD



5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

que se mantiene igual al del vaso



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- A - Variable dependiente: *Que depende de algo*
B - Variable independiente: *Que no depende de nada*

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

La cantidad de agua en el recipiente es igual a A y la cantidad de vasos es la independiente $120 \rightarrow A = B$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua $500 \cdot 120$ 60.000	b) 800 vasos de agua $800 \cdot 120$ 96.000	c) Medio vaso de agua 60.
-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	----------------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³ $250.000 : 120$ 2.083,3333	b) 100.000 cc ³ $100.000 : 120 =$ 833,33333	d) 250 cc ³ $250 : 120$ 2,08333333
-------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------



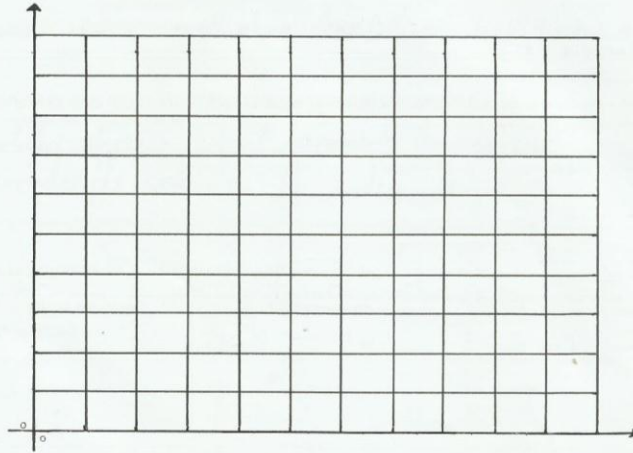
10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

*LA EXPRESION de la operacion
LA CANTIDAD de AGUA y de Vasos. y cada VASO
cambia 120.*

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

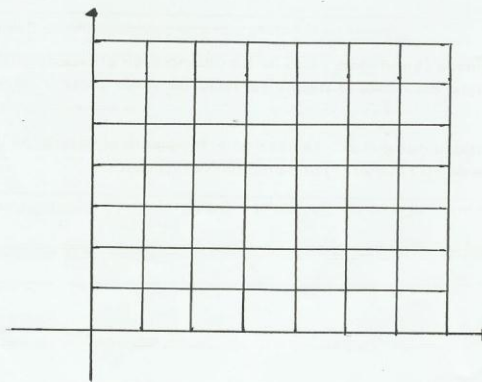
no se sabe.

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.



13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Grupo 6



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
4	480
2	240
3	360
2	300
3	360
4	420
4	480
1	180

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
es el doble en vasos y en cantidad de cc ³	$4 \text{ vasos} = 480 / 2 \text{ vasos} = 240$ $\frac{240}{240} = 1$ que es igual a 4 vasos

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

* todo de 120 ya que al dividir los números correspondientes llegamos a ese mismo resultado.
 * Es el número principal ya que los vasos contienen 120cc

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

los cc³ que tengo son directamente proporcional a la cantidad de vasos



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente:
- Variable independiente:

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua 60.000.	b) 800 vasos de agua 96.000	c) Medio vaso de agua 60 cc
---------------------------------	--------------------------------	--------------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³ 20.833.	b) 100.000 cc ³ 800.	d) 250 cc ³ 2.
---------------------------------------	------------------------------------	------------------------------



10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

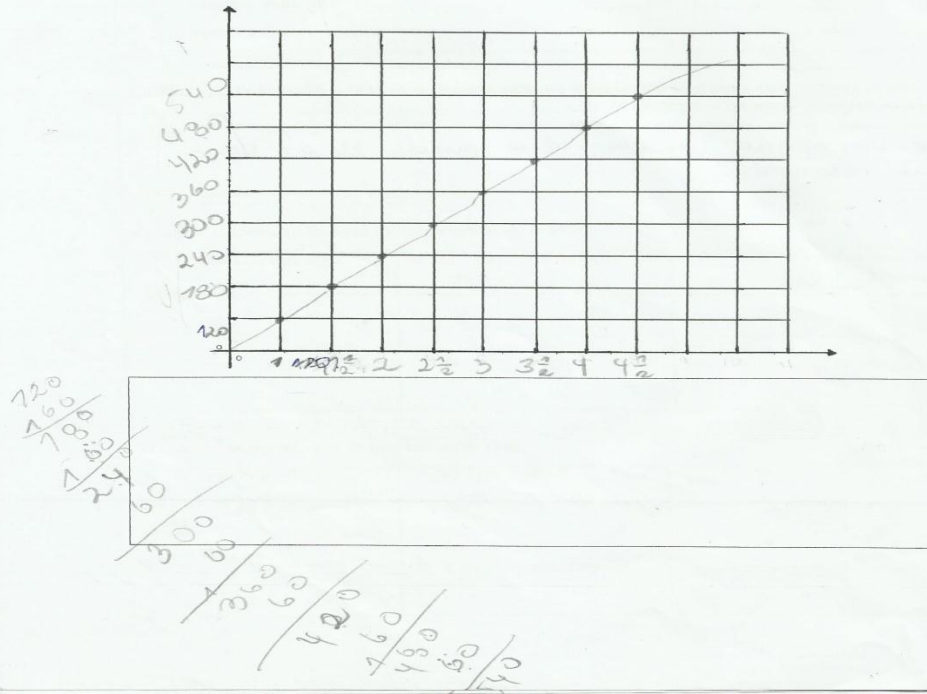
la cantidad de cc.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

no hay agua, ya que no se puede llevar agua al recipiente.

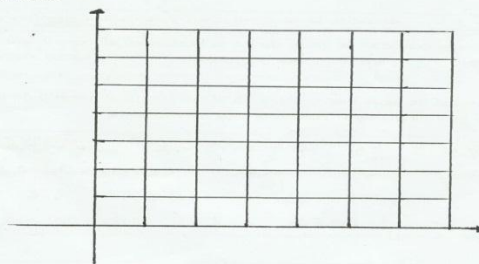


12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.



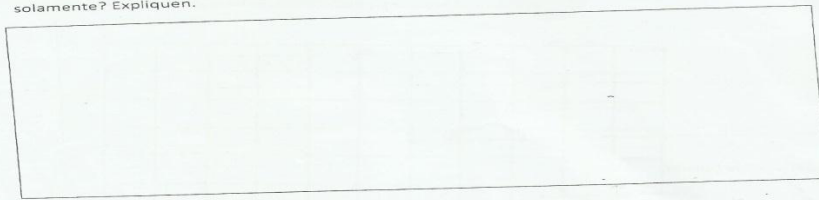
13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.



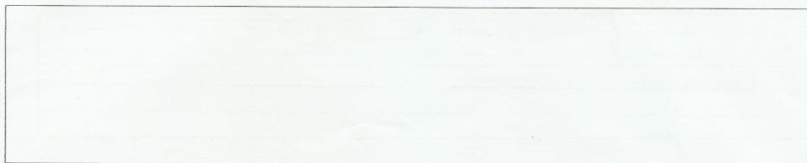
16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

Si ya que es la misma cantidad de cc^3 y cc que cambia es la forma en la cual se llena el recipiente.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.



c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Grupo 7

Escuela de Educación en Matemática e Informática Educativa



1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480
5	600
6	720
7	840
8	960

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.

SI NO


Explicación en palabras	Explicación Matemática
directamente proporcional, es el doble	$2 \cdot 120 = 240$ $4 \cdot 120 = 480$ $6 \cdot 120 = 720 \dots$

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
Mientras más vasos, más contenido en el recipiente	Proporcionalidad directa: Más vasos de agua, más agua en el recipiente

Escuela de Educación en Matemática e Informática Educativa



4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120 120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

al ser directamente proporcional, si se divide la cantidad de vasos agregados en el total de cc³ el resultado será lo mismo del vaso inicial (1)

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

El vaso cumple el rol de dar la medida del agua.



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente: *cantidad de vasos*
- Variable independiente: *agua*

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$f(x) = 120 \cdot x$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua

$$4 \frac{1}{6}$$

b) 800 vasos de agua

$$6 \text{ vasos y } \frac{2}{4}$$
$$6 \frac{2}{4}$$

c) Medio vaso de agua

$$60 \text{ cc}$$

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc³

$$2.093,3 \text{ vasos}$$

b) 100.000 cc³

~~1000~~ vasos

$$933,3$$

d) 250 cc³

~~2~~

$$2 \frac{1}{2}$$



10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

Cambia la cantidad de agua.

La cantidad de agua varía dependiendo al llenado del vaso

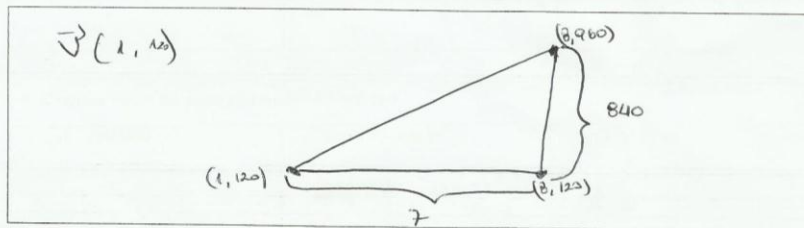
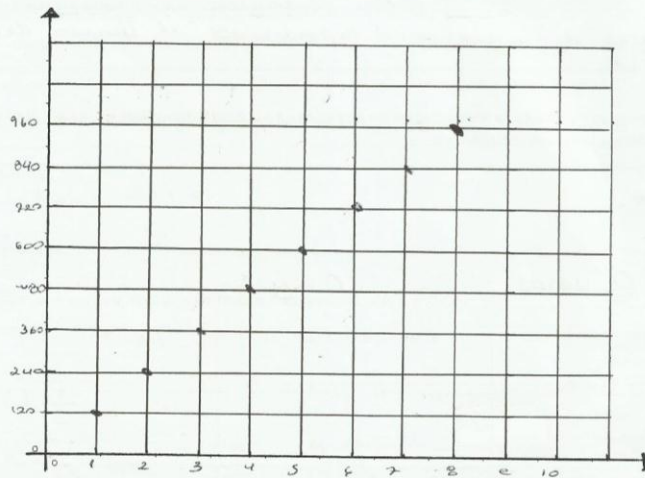
11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

Nada.

0 vasos

0 agua

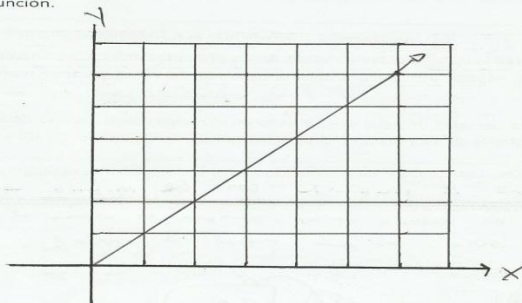
12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.



13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

Función lineal

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

observando la información y dividiendo los valores

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

Si se llena el recipiente con la misma cantidad de vasos, no debería variar, aunque se altere el orden los partes serán las que mejor el total



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

igual, fuer los más vasos más agua

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$f(x) = 120 \cdot x$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

Es lo mismo, y lo que demuestra los valores y el caso

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

Cambiar los contenidos, pero sigue siendo un caso de proporcionalidad directa

$$\begin{aligned} 1 &= 60 \\ 2 &= 120 \\ 3 &= 180 \end{aligned}$$



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

Es posible, ya que si tengo 3 vasos de 60 cc
tengo distinta agua que si tengo 3 vasos de 120 cc

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.



c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$f(x) = 60 \cdot x$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

Si, cambian las variables




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Si, sigue siendo el mismo pero con
otras variables

Grupo 8



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
10	1200
20	2400
30	3600
40	4800

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
Mientras más vasos sean, más agua va haber en el recipiente.	son directamente proporcionales.



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

la cantidad de vasos aumenta proporcionalmente con la cantidad de agua, por lo que el cociente va a ser el mismo siempre cuando la cantidad de vasos vaya creciendo.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

la capacidad del vaso es lo unico que no cambió en todo el experimento.

6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente: agua
- Variable independiente: vasos.

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$x \cdot 120$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua

$$120 \cdot 500$$

$$\underline{60.000 \text{ c}}$$

b) 800 vasos de agua

$$120 \cdot 800$$

$$\underline{96.000}$$

c) Medio vaso de agua

$$120 : 2 = \underline{60}$$

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc³

$$250.000 : 120 :$$

$$\underline{2083.\bar{3}}$$

b) 100.000 cc³

$$100.000 : 120 :$$

$$\underline{833.\bar{3}}$$

d) 250 cc³

$$250 : 120 :$$

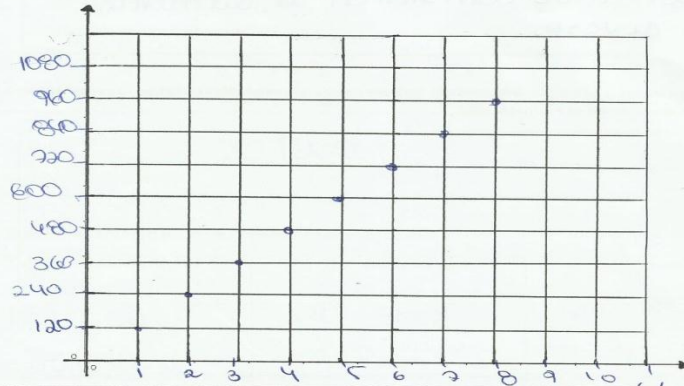
$$\underline{2.08\bar{3}}$$

10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

los resultados cambiarán al aumentar la cant. de vasos.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

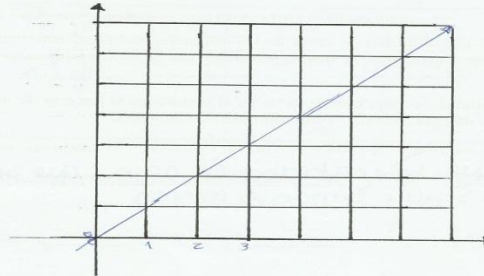


Aumento ya que al aumentar la cantidad de vasos aumento la cant. de agua.

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

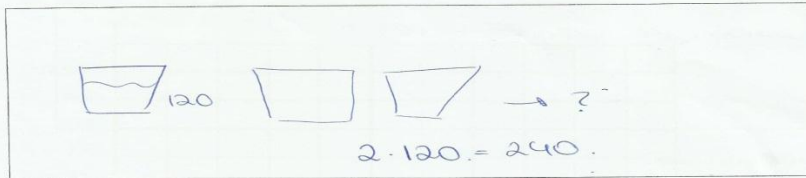
Lineal, por que pasa por el "0"

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.



16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta a la que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

→ no, porque la cantidad de agua que se añade va a seguir siendo lo mismo.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

Sería igual, ya que ~~es~~ la cant del agua seguiría siendo el mismo.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$x \cdot 120$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

Si

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

[Empty box for answer to question a)

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

[Empty box for answer to question b)

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$x = 20$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

[Empty box for answer to question d)




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

→ la función lineal cada vez va aumentando, y la proporcionalidad directa también aumenta.

Grupo 9



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	60 cc ³
1 1/2	180 cc
2	240 cc
2 1/2	360
3 1/2	420
4	480

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
240 múltiplo de 2 480 múltiplo de 4	$2 \times 2 \times 2 \times \dots = 240$ $4 \times 4 \times 4 \dots = 480$

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen.

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
480 múltiplo de 4	$4 \times 4 \times 4 \dots = 480 //$



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

el cociente es el mismo en todos los vasos.
los números siempre son por.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

que los Resultados se pueden predeeterminar.



6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente: cantidad de vasos
- Variable independiente: cantidad de agua

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$1 \text{ vaso} = 120 \text{ cc}$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua 60.000 cc	b) 800 vasos de agua 96.000 cc	c) Medio vaso de agua 60 cc
-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc ³ 208, $\bar{3}$	b) 100.000 cc ³ 50	d) 250 cc ³ $2 \frac{1}{24}$
----------------------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------------



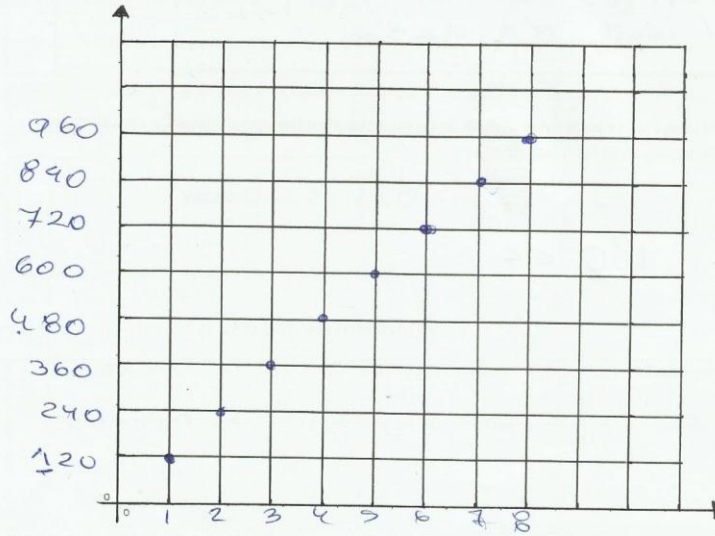
10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

comentan los cc cuando se aumento
la cantidad de vasos

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

480 cc

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

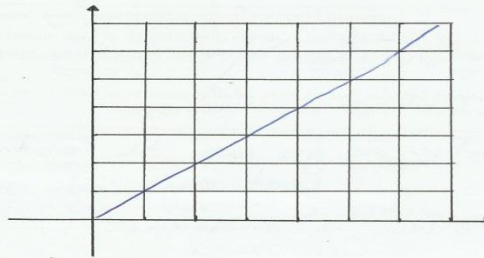


$1-2 / 120-240$ $1-8 / 120-840$
 $1-120$ $7 / 720$
 $1-5 / 120-600$
 $4-480$

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

funcion lineal ya que comienza de el menor punto subiendo 0

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

Se puede utilizar ya que el punto Representa ambas variables.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

no cambiaría ya que la cantidad de agua que contiene cada vaso sigue siendo la misma.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

no cambiaría, ya que el proceso sería distinto pero no el Resultado.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$4 \text{ vasos} = 480 \text{ cc} \quad / \quad \underbrace{1 \text{ vaso} + 1 \text{ vas} + 1 \text{ vaso} + 1 \text{ vas}}_{480 \text{ cc}}$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

no ya que llega al mismo Resultado

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los items que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

Cambiaría a que se necesitarían los vasos para llegar a la misma cantidad el resultado



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

Es lo mismo si se mantiene la
cantidad de cc por vaso

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

Será igual

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$4 \text{ vasos} = 480 \text{ cc}^3$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO?
¿Por qué?

el proceso distinto pero mismo
Resultado




18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

aumenta cuando la variable
Restante aumenta.

Grupo 10



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480
5	600
6	720
7	840
8	960

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
que es el doble de cc ³	$4 \cdot 120 = 480$ $2 \cdot 240 = 480$

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

Explicación en palabras	Explicación Matemática
que es la misma que hay en los vasos	$x \cdot 120$



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1200	120
20	2400	120
30	3600	120
40	4800	120

Explicación

Porque ellos lo quiso.
Por que la cantidad de vasos y cc³ en un vaso es directamente proporcional.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

que va a ser que todos los resultados sean exactos.

6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente: Agua.
X - Variable independiente: Vasos.

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$c \text{ agua} = X \cdot 120$ $X = \text{vasos}$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua	b) 800 vasos de agua	c) Medio vaso de agua
120.500 60.000 cc ³	96000 cc ³	60 cc ³

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

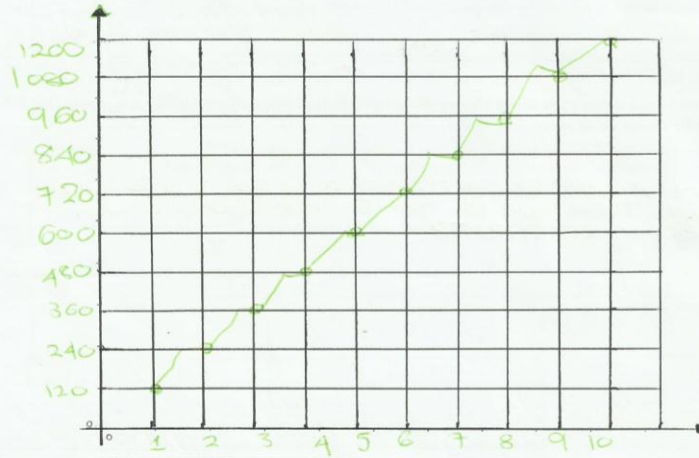
a) 250.000 cc ³	b) 100.000 cc ³	d) 250 cc ³
$\frac{250000}{120}$ 2.083,3	$\frac{100000}{120}$ 833,3	$\frac{250}{120}$ 2,083

10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

Si no hay vasos la cantidad que se puede llenar es todo el total que se tenga de agua lo que alcance en el recipiente.

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

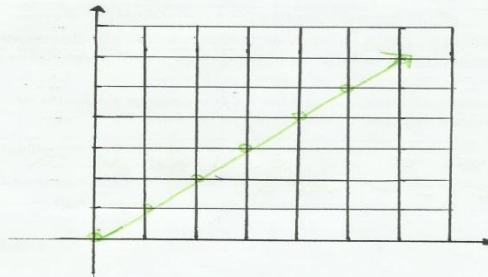


Es directamente proporcional la cantidad de vasos con el agua.

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

Si, función lineal

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

Se puede determinar por sus valores que hay en ella.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

No, siempre va a ser igual porque la cantidad de cc no varía.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

Sería igual porque la función sigue siendo lineal.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$x \cdot 120$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

No

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los items que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

→ se disminuyen todos los resultados a la mitad
cambia la capacidad del vaso



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

no, por que la cantidad en cc³ no varía.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

igual, sigue siendo función lineal

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$x \cdot 60$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

si por que se disminuyó a la mitad la capacidad



18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?


SI NO

Explicación

la relación que hay es que la cantidad de vasos con la del agua por ejemplo siempre van a aumentar o disminuir tanto.



Grupo 11



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

1. Llenar distintas cantidades de vasos con agua y vaciarlos en el recipiente, en cada intento o experimentación registrar los datos en la siguiente tabla.

Cantidad de vasos	Agua en el recipiente en cc ³
1	120
2	240
3	360
4	480

2. ¿Existe alguna relación entre el llenado de 4 vasos con agua y la respectiva cantidad de cc³ utilizada con el llenado de 2 vasos y su respectiva cantidad de cc³? Expliquen.


SI NO

<p>Explicación en palabras</p> <p>Porque mientras más vasos, más cc³.</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>$xv = xp$</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------

3. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de vasos y la cantidad de cc³ en el recipiente? Expliquen

SI NO

<p>Explicación en palabras</p> <p>La cantidad de agua en los vasos es la cantidad en el recipiente</p>	<p>Explicación Matemática</p> <p>$x + 1 + 2ax = 4x$</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------



Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

4. Completen la tabla y realicen el cociente entre las variables, luego comparen los cocientes. ¿Qué regularidad observan? Expliquen.

Cantidad de vasos	Cantidad de agua (cc ³)	Cociente
1	120	120
2	240	120
3	360	120
10	1.200	120
20	2.400	120
30	3.600	120
40	4.800	120

Explicación

esto se debe a como uno divide da el cociente 120 que serían los 120 veces multiplicados.

5. ¿Cuál es el rol que cumple la capacidad del vaso? Y ¿qué efecto tiene sobre el experimento al mantenerse invariable? Argumenten.

La capacidad del vaso es la medida que se coloca en el recipiente.
que solo se va sumando.

6. Identifique a qué tipo de variable corresponde la cantidad de vasos y la cantidad de agua.

- Variable dependiente: CC^3
- Variable independiente: $VASOS$

7. Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$X \text{ VASOS} = X \text{ CC}^3$$

8. Cuál es la cantidad de agua utilizada habiendo usado:

a) 500 vasos de agua 60.000 cc^3	b) 800 vasos de agua 96.000 cc^3	c) Medio vaso de agua 60 cc^3
---------------------------------------	---------------------------------------	------------------------------------

9. Cuantos vasos de agua se pueden llenar con:

a) 250.000 cc^3 2.083. $\bar{3}$	b) 100.000 cc^3 833. $\bar{3}$	d) 250 cc^3 2.083
---------------------------------------	-------------------------------------	------------------------

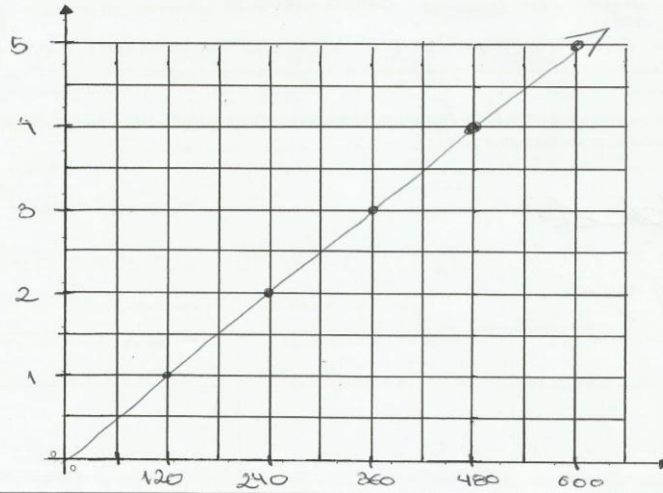
10. ¿Qué fue lo que cambió? Y ¿Cómo fue ese cambio? Argumenten.

El número de vasos llenados.

11. Si no se tienen vasos y esa es la única forma de llevar agua al recipiente ¿Cuál es la cantidad de agua que se puede vaciar en el recipiente?

7000 cc^3
No hay agua.

12. Utilice la tabla de datos y representen cada dato como un punto en el plano cartesiano. Luego observe cuanto se debe mover en la horizontal y vertical para llegar a otro punto. Repita la observación para varios puntos, identifique y explique lo ocurrido.

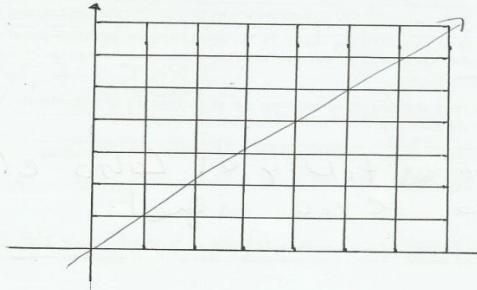


La cantidad de vasos es directamente proporcional a la cantidad de cc^3 en el recipiente.

13. ¿Es posible determinar una función que represente el experimento? Si es así, ¿Cuál es el nombre de esta función?

Si, función lineal

14. Grafiquen la función.





15. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de cc^3 usada en llenar los vasos utilizando la gráfica solamente? Expliquen.

Viendo la gráfica.

16. Al llenar una determinada cantidad de vasos de los utilizados en el experimento y vaciar en el recipiente. Y, luego, repetir esto para la misma cantidad de vasos y vaciar nuevamente; y así sucesivamente.

a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta.

Lo porque al fin y al cabo el resultado sería igual.



b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

Sería diferente ya que el plano representaría una recta creciente y el gráfico disminuiría los resultados.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$x + y + 120$$

(vasos)

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

Si ya que hay diferencia.

17. Supongan ahora que la capacidad del vaso que utilizan disminuye a la mitad y respondan nuevamente todos los ítems que se efectúan en la PREGUNTA 16, ¿Qué pasaría? ¿Cambiaría algo? Y si cambia ¿Qué cambia y cómo cambia?

60



a) ¿Es posible que la cantidad de agua que se llene en el recipiente al hacerlo de uno en uno sea distinta lo que se obtiene de esta manera? Fundamenten su respuesta. **60**

Si ya que en ambos se llena
con la misma cantidad.

b) Al efectuar un gráfico en el plano cartesiano que represente esta situación ¿la gráfica sería diferente o igual a la obtenida en la pregunta número 14? Fundamenten su respuesta.

Iguales ambas serían funciones lineales.

c) Establezca una expresión algebraica que represente la situación.

$$x60 \neq xcc^3$$

d) ¿Esta expresión algebraica es diferente a la que obtuvieron en la pregunta número 7? ¿SI? ¿NO? ¿Por qué?

Si ya que cambió el o la capacidad del
Vaso a 60cc3



18. ¿Existe una relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?

SI NO

Explicación

Porque al aumentar una variable
la otra también aumenta.

Anexo 6

ENCUESTA FINAL

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

4) Para las siguientes tablas que muestran una relación entre variables, responde lo que se pide a continuación:

TABLA 1

X	y
5	7
6	8
7	9
8	10

TABLA 2

x	y
0	0
3	4
6	8
9	12

TABLA 3

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16

TABLA 4

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8

TABLA 5

x	y
8	24
6	18
4	12
2	6

b) ¿En cuál de ellas distingues que hay una relación mediante **función lineal**? ¿Por qué?

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			

TABLA 5			
---------	--	--	--

¿En cuál de ellas distingues que hay una relación de **proporcionalidad directa**? ¿Por qué?

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

5) Opinión acerca de la actividad “LLENADO DE VASOS” efectuada el jueves 03 de diciembre?

¿Te gustó?

¿Qué no te gustó?

¿Qué le cambiarías, agregarías o quitarías?

6) ¿Existe alguna relación entre la proporcionalidad directa y la función lineal?
Fundamenta

Anexo 7

G4

E1

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	
TABLA 2		✓	
TABLA 3	X	X	
TABLA 4	X		
TABLA 5		X	

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		por que considero que no son por una relación de proporcionalidad.
TABLA 2	X		esta es una relación de el 0
TABLA 3		X	considero que de un número.
TABLA 4		X	
TABLA 5		X	

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	
TABLA 2		X	
TABLA 3	X		
TABLA 4	X		
TABLA 5	X		

E2

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		
TABLA 2	X		
TABLA 3		X	
TABLA 4	X		
TABLA 5		X	

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		
TABLA 2	X		
TABLA 3		X	
TABLA 4	X		
TABLA 5		X	

E3

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		Los Números Aumentan de igual manera
TABLA 2	X		" "
TABLA 3		X	No Aumentan de igual manera
TABLA 4	X		Los N° Aumentan de igual manera
TABLA 5		X	No Aumentan de igual manera

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		Los 2 aumentan
TABLA 2	X		" "
TABLA 3		X	No Aumentan igual
TABLA 4	X		Los 2 aumentan
TABLA 5		X	No Aumentan igual

G7

E1

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	
TABLA 2	X		
TABLA 3	X		
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		
TABLA 2	X		
TABLA 3		X	
TABLA 4	X		
TABLA 5	X		

E2

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	Porque no pasa del 0
TABLA 2	X		Porque no pasa del 0.
TABLA 3	X		" "
TABLA 4		X	Porque no pasa del 2
TABLA 5		X	Porque no pasa del 4.

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	Lo isolo no pasa por el origen
TABLA 2	X		Lo isolo pasa por el origen
TABLA 3		X	No puede ser lineal por lo mismo que tiene la isola
TABLA 4	X		Pasa por el origen
TABLA 5	X		Pasa por el origen

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1	X		crea constante
TABLA 2	X		//
TABLA 3		X	NO !!
TABLA 4	X		crea constante
TABLA 5	X		//

E3

Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Encuesta Final

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1		X	Porque no paso por el 0
TABLA 2	X		Porque paso por el 0
TABLA 3	/		
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

G9- E1 Encuesta exploratoria

Tabla función lineal

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Tabla proporcionalidad directa

	SI	NO	¿POR QUÉ?
TABLA 1			
TABLA 2			
TABLA 3			
TABLA 4			
TABLA 5			

Anexo 8

Conocimientos previos, Parte I, Encuesta exploratoria

G4	Parte 1	Parte 2
E1	<p><u>Proporción:</u> una sube y la otra baja</p> <p><u>Función:</u> pasa por (0,0)</p> <p><u>Ejemplo:</u> que da sobre función es una recta constante (auto a 100km siempre)</p>	<p><u>Proporción:</u> disminuyendo en números</p>
E2 y E3	No contestan	

G7	Parte 1	Parte 2
E1	<p><u>Proporción:</u> una sube y otra baja. Ambas cambian</p> <p><u>Función:</u> hay número e incógnita</p>	Sin contestar
E2	<p><u>Proporción:</u> ambas suben o ambas bajan en igual patrón. Realiza ejemplo correcto</p> <p><u>Función:</u> pasa por (0,0), incluye pendiente e incógnita. realiza ejemplo correcto</p>	Responde bien las preguntas, a pesar de que da como precio de cada trozo de queque \$600, y en función de eso realiza las preguntas siguientes.
E3 (no está presente en la encuesta final)	<p><u>Proporción:</u> Igual o equivalente</p> <p><u>Función:</u> pasa por origen y realiza grafica de esta</p>	<p><u>Proporción:</u> relación entre precio y lo vendido</p> <p><u>Función:</u> da el nombre de a fin</p>

G9	Parte 1	Parte 2
E1	Proporción: ambas suben	Sin contestar