



**“Propuesta innovadora de un modelo de diseño curricular
para la planificación de unidades de geometría, basada en la
teoría de Van Hiele”**

**Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación y al título de
Profesor de Educación Media en Matemáticas e Informática Educativa.**

Integrantes:

Cecilia Guerra Calderón

Rodrigo León Robles

Andrea Saldivia Torres

Jonathan Vergara Cariqueo

Macarena Zúñiga Herbage

Profesor Guía: Alonso Benjamín Quiroz Meza

SANTIAGO, CHILE

2009

AGRADECIMIENTOS

Gracias a nuestras familias por el apoyo incondicional que nos han brindado durante todo nuestro proceso educativo.

Gracias a nuestro profesor guía Alonso Quiroz por su disposición para ayudarnos en todo momento y a los profesores correctores, María Eugenia Tellez y Víctor Peñaloza, por su consejos y tiempo.

INDICE

<u>INTRODUCCIÓN</u>	5
<u>CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</u>	6
<u>1.1 EL PROBLEMA</u>	6
<u>1.2 JUSTIFICACIÓN</u>	6
<u>1.3 OBJETIVO GENERAL</u>	8
<u>1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS</u>	8
<u>1.5 ACTIVIDADES</u>	9
<u>CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL</u>	10
<u>2.1 POR QUÉ ENSEÑAR GEOMETRÍA</u>	10
<u>2.2 MODELO DE DISEÑO CURRICULAR</u>	11
<u>2.2.1 CURRÍCULO ESCOLAR</u>	11
<u>2.2.2 MODELOS EDUCATIVOS</u>	13
<u>2.2.3 PLANIFICACIÓN</u>	14
<u>2.2.4 PLANIFICACIÓN CURRICULAR</u>	14
<u>2.2.5 DISEÑO CURRICULAR</u>	14
<u>2.2.6 CICLO DEL DESARROLLO DEL CURRÍCULO</u>	15
<u>2.3 MODELO DE VAN HIELE</u>	15
<u>2.3.1 NIVELES DE RAZONAMIENTO</u>	17
<u>2.3.2 EJEMPLO DE LOS NIVELES DE VAN HIELE</u>	20
<u>2.3.3 FASES DEL PASO ENTRE NIVELES</u>	21
<u>2.4 RESUMEN DEL CAPÍTULO</u>	24
<u>CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO</u>	25
<u>3.1 INVESTIGACIÓN EDUCATIVA</u>	25
<u>3.2 ENFOQUE MIXTO</u>	26
<u>3.2.1 INVESTIGACIÓN CUANTITATIVA</u>	27
<u>3.2.2 INVESTIGACIÓN CUALITATIVA</u>	29
<u>3.3 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN</u>	31
<u>3.3.1 MÉTODO INDUCTIVO</u>	31
<u>3.3.2 MÉTODO DEDUCTIVO</u>	31

<u>3.4 TIPO DE INVESTIGACIÓN</u>	32
<u>3.4.1 EXPLORATORIA</u>	32
<u>3.5 TIPO DE MUESTRAS</u>	33
<u>3.5.1 MÉTODOS DE MUESTREO PROBABILÍSTICO</u>	33
<u>3.5.2 MÉTODOS DE MUESTREO NO PROBABILÍSTICO</u>	33
<u>3.6 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN</u>	35
<u>3.6.1 ENCUESTA</u>	35
<u>3.6.2 TEST</u>	35
<u>3.6.3 ENTREVISTA</u>	35
<u>3.7 METODOLOGÍA</u>	37
<u>CAPÍTULO IV: DESARROLLO DEL ESTUDIO</u>	40
<u>4.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS</u>	41
<u>4.1.1 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA</u>	42
<u>4.1.2 ANÁLISIS DEL TEST</u>	55
<u>4.1.3 ANÁLISIS DE LA ENTREVISTA</u>	56
<u>4.2 HERRAMIENTA DE TRABAJO</u>	58
<u>4.2.1 RESUMEN ENTREGADO A LOS DOCENTES</u>	58
<u>4.2.2 HERRAMIENTA PARA PLANIFICAR</u>	62
<u>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES</u>	72
<u>5.1 CONCLUSIÓN</u>	72
<u>5.2 ALCANCES</u>	75
<u>5.3 LIMITACIONES</u>	75
<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	76
<u>ANEXOS</u>	78

INTRODUCCIÓN

La siguiente investigación, tiene como finalidad dar a conocer a los docentes la teoría de Van Hiele mediante un resumen. La idea principal es que los docentes puedan planificar una unidad de geometría, basándose en el modelo.

Para poder validar este resumen, se les entregará a los docentes una versión preliminar junto con un test, el cual se utilizará para ver qué tanto comprenden los docentes los niveles de aprendizaje planteados por el modelo y si son capaces de identificar ejercicios de acuerdo con el nivel. Este test es sobre la unidad de transformaciones isométricas, ya que es la unidad más reciente que se integró al currículo escolar.

Debido a que es poco conocida la teoría de Van Hiele, este seminario pretende ofrecer una herramienta basada en esta teoría, que oriente a los profesionales de la educación matemática a planificar según un modelo de diseño curricular adecuado al nivel de razonamiento geométrico que los alumnos hayan adquirido durante su vida. Este modelo de diseño curricular que se pretende ofrecer es aplicable sólo a unidades de contenido geométrico.

Nuestro enfoque metodológico expone de forma precisa el tipo de datos que se quiere indagar para el logro de los objetivos de la investigación, así como la descripción de los distintos métodos y las técnicas que posibilitarán obtener la información necesaria para el análisis de la información. Además, incluye definiciones de encuesta, tipos de muestra y entrevista. Para concluir se mostrará un resumen de la metodología ocupada en la actual investigación.

En el desarrollo del estudio es posible observar los resultados de la encuesta, para luego, entregar un análisis exhaustivo de los datos recopilados. Para continuar, se indican los datos obtenidos del test entregado, enmarcando las preguntas que guiarán la posterior entrevista. Para finalizar se analiza la entrevista, donde se verá las fortalezas y debilidades del resumen entregado, con la finalidad de poder mejorarlo para una futura entrega del material.

Finalmente, se señala el logro del objetivo planteado para este trabajo, y todos aquellos aspectos relevantes obtenidos durante la investigación realizada.

Se espera que esta investigación sea un aporte a la educación de la geometría en Chile.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 EL PROBLEMA

Actualmente en la enseñanza de la Matemática se utilizan taxonomías como la de Bloom y la de Gagné al momento de planificar cualquiera de las temáticas que nos exige el currículo escolar, sin embargo, existen estudios¹ realizados en el extranjero que han demostrado la efectividad de diseños curriculares orientados al tratamiento de temáticas específicas. Uno de estos diseños lo constituye el llamado modelo de Van Hiele el cual se sitúa en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Este modelo, creado en el año 1957 por el matrimonio holandés Dina Van Hiele-Geldof y Pierre Van Hiele, pretende definir con mayor precisión los focos de enseñanza de la geometría, lo que ayuda a establecer los contenidos esenciales que se debe programar, por ejemplo, cuando no se cuenta con el tiempo necesario, y además lograr una secuencia que ayuda al estudiante a comprender de manera efectiva cualquier contenido geométrico que se desea que aprenda.

Sin embargo, luego de una indagación preliminar se ha observado una escasa utilización del modelo por parte de los profesores de enseñanza media debido al desconocimiento que tienen de éste. A objeto de contribuir a la solución de este problema, el trabajo pretende ofrecer una herramienta basada en la teoría de Van Hiele, que oriente a los profesionales de la educación a diseñar un modelo curricular pertinente al nivel de razonamiento geométrico que los alumnos hayan adquirido durante su vida.

1.2 JUSTIFICACIÓN

El motivo que lleva a realizar este seminario es la gran dificultad en el proceso enseñanza- aprendizaje de la geometría que se ha observado durante el proceso educativo.” *La geometría es en Chile, y muy probablemente en varios países del mundo, una de las áreas de la matemática que presenta mayores dificultades para ser enseñada y aprendida.*”²

¹ Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría Netsy Lobo , La Universidad del Zulia. Núcleo Punto Fijo. Programa de Educación. E-mail: netsylobo@cantv.net

² Espinoza Lorena; Barbé Joaquín; Mitrovich Dinko; Rojas Daniel , Grupo Félix Klein. *El problema de la enseñanza de la geometría en la Educación General Básica chilena y una propuesta para su enseñanza en aula.* Universidad de Santiago de Chile

“Uno de los problemas principales que tienen planteado la investigación en didácticas de las matemáticas dentro del campo de geometría escolar es la comprensión de los procesos de aprendizaje de los conceptos geométricos”³

Esta dificultad se produce tanto en el alumno como en el profesor, pues han sido variadas las ocasiones en que se ha escuchado el comentario de profesores a quienes les dificulta el tener que pasar temas de geometría, pues encuentran que los alumnos no están capacitados ya que no han adquirido los conocimientos previos que debieran para entender lo que se desea que aprendan. Es por esto que estos temas se pasan a final de año para que no afecten mayormente las calificaciones de los alumnos. Además, existen investigaciones que demuestran la dificultad en el proceso de la enseñanza aprendizaje en el contenido geométrico, tanto así, que se producen quiebres entre matemáticos y educadores no solo en como profundizar los contenidos, sino también en cómo se enseñan estos contenidos.

La razón por las cuales los alumnos tienen dificultades para aprender geometría, en la mayoría de los casos, se crean por las metodologías utilizadas por el profesor. *“los profesores de niveles educativos básico, debido a su escasa formación matemática y didáctica, tienen serias dificultades para ir más allá de una enseñanza de la geometría centrada en la clasificación rígida y formal de figuras y cuerpos, en la memorización de propiedades y en el cálculo de áreas y perímetros. Por ello, tienden frecuentemente a postergar la enseñanza de la geometría para finales del año escolar, terminando por enseñarla superficialmente por cuestiones de tiempo y disponibilidad en las escuelas.”⁴* En estos casos los alumnos no desarrollan un razonamiento geométrico adecuado, ya que pueden saber los conceptos y propiedades, pero sólo son capaces de aplicarlos en ejercicios similares a los vistos por el profesor en clases y no han adquirido la capacidad de analizar las situaciones para llegar a comprender lo que se desea que aprendan.

Uno de los modelos específicos que se adapta a este propósito de trabajo (docente logre que el alumno desarrolle la capacidad de razonar y descubrir, a través de un modelo curricular), es el modelo de Van hiele para la didáctica de la geometría, que a través de sus niveles ayudan a secuenciar los contenidos y las fases organizan las actividades que podemos diseñar en las unidades didácticas.

³ Gutiérrez Ángel y Adela Jaime. *Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio*. Universidad de Valencia, España.


⁴ Espinoza Lorena; Barbé Joaquim; Mitrovich Dinko; Rojas Daniel, Grupo Félix Klein. *El problema de la enseñanza de la geometría en la Educación General Básica chilena y una propuesta para su enseñanza en aula*. Universidad de Santiago de Chile


Debido a estas razones es que se propone una herramienta que oriente al docente a planificar sus clases de manera eficiente, ya que una buena planificación “*permite secuenciar y segmentar el contenido, haciéndolo coherente y funcional, lo que repercute directamente en la capacidad de los alumnos para apropiarse y asimilar las lecciones de manera global e íntegra*”⁵ ayudando a que los alumnos puedan ir evolucionando en su nivel de razonamiento geométrico lo que los ayudaría a adquirir conocimientos geométricos cada vez más complejos.


1.3 OBJETIVO GENERAL


Diseñar una herramienta de análisis para los docentes de Matemática, basada en la teoría de Van Hiele, que les facilite la elaboración de planificaciones en el ámbito de la geometría, considerando su aplicabilidad y ordenamiento en la unidad de transformaciones isométricas.


1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS


-  Caracterizar cada uno de los niveles del Modelo de Van Hiele.

-  Indagar acerca del conocimiento que tienen los docentes sobre el modelo de Van Hiele.

-  Diseñar un modelo de planificación curricular para las unidades de geometría de acuerdo con el modelo de Van Hiele.











-  Describir el grado de efectividad del material considerando la información otorgada por los profesores.

-  Conocer la percepción de un grupo de docentes respecto a las fortalezas y debilidades del modelo de planificación.

-  Finiquitar el modelo de planificación según observaciones realizadas por los docentes.

⁵ http://www.educra.cl/documentacion/articulos/didactica/04_importancia_planificar.html

1.5 ACTIVIDADES

-  Revisar, seleccionar y sintetizar la bibliografía referida al modelo de Van Hiele.
-  Crear una encuesta para los docentes.
-  Aplicar la encuesta.
-  Analizar los resultados de la encuesta.
-  Analizar ejemplos de contenidos geométricos clasificados según el modelo de Van Hiele.
-  Generar modelo de diseño curricular basado en la teoría de Van Hiele, con la finalidad de dar a conocer a los docentes los niveles de razonamiento geométricos y presentar ejemplos de éstos en el tema de geometría más dominado por los docentes.
-  Analizar, sintetizar y presentar los resultados de la aplicación del test.
-  Realizar una entrevista a los docentes seleccionados que se sometieron al test.
-  Procesar los resultados de la entrevista.
-  Modificar modelo de diseño curricular considerando las observaciones realizadas por los docentes.

En el anexo se encuentra una carta Gantt, que detalla las fechas límites de las actividades.

CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL

2.1 POR QUÉ ENSEÑAR GEOMETRÍA

No se puede desconocer que el ser humano desde épocas remotas tuvo un lenguaje geométrico que le sirvió para comunicar aspectos como posiciones de objetos o historias en las que querían expresar algo a sus vecinos o a sus descendientes, esto es posible verlo en los diferentes jeroglíficos que se han encontrado a lo largo de los años; además, sin ir muy lejos, en el norte del país los pueblos originarios usaban transformaciones isométricas, con una precisión asombrosa, para decorar sus utensilios de greda. Por estos datos se puede inferir que el conocimiento geométrico es innato en el ser humano, pero es necesario ordenar las ideas que se tienen para poder realizar un análisis más acabado de las distintas situaciones que el ser humano enfrenta, dadas las actividades que desarrolla, durante su vida.

Por otro lado, la geometría, es una de las partes de la matemática más próxima a la realidad que nos rodea, y es por ello que su enseñanza es imprescindible ya que, entre otros aspectos, *“favorece al desarrollo de habilidades asociadas al sentido espacial”*⁶, permite el movimiento dentro de un lugar sin mayores inconvenientes con respecto a señalética e informaciones que se otorguen.

La enseñanza de la geometría es importante para comunicar, debido a que el lenguaje verbal diario que se utiliza posee muchos términos geométricos, como punto, paralela o recta, que muchas veces no se logra precisar de inmediato cuando alguien los nombra. Si es necesario comunicarse con otros acerca de la ubicación, el tamaño o la forma de un objeto, la terminología geométrica es fundamental para entenderse, pero si los participantes de una conversación no utilizan los términos adecuadamente la comunicación no será posible.

*“Generalmente el aprendizaje de la geometría se valora como iniciación al pensamiento formal”*⁷, también es importante como una fuente de intuiciones, ya que gracias a la geometría el estudiante adquiere un criterio al escuchar leer y pensar, por lo que deja de aceptar a ciegas proposiciones e ideas, debido a que aprende a pensar de forma clara y crítica, antes de hacer conclusiones definitivas.

⁶S.r. (2004), Matemática. Programa de estudio primer año medio, formación general. Ministerio de educación, república de Chile.

⁷ Id, 6.

2.2 MODELO DE DISEÑO CURRICULAR.

2.2.1 CURRÍCULO ESCOLAR

Durante los últimos años este término ha sido objeto de un amplio debate y en consecuencia han surgido tantas definiciones según el número de autores que lo han estudiado.

La definición que se presenta a continuación es extraída de una investigación realizada en el país, y menciona que el currículo escolar se entiende como el proyecto que determina los objetivos de la educación escolar, es decir, los aspectos del desarrollo y la incorporación a la cultura que la escuela trata de promover y propone un plan de acción adecuado para conseguir estos objetivos. El currículo tiene dos funciones: por un lado hace explícitas las intenciones del sistema educativo y por otro, sirve como guía para orientar la práctica pedagógica, es decir, tiene que ver con el diseño y la acción.

Los elementos que componen el currículo pueden agruparse en torno a estas cuatro preguntas:

¿Qué enseñar? La respuesta a esta pregunta proporciona información sobre los objetivos y contenidos de la enseñanza.

¿Cuándo enseñar? Es necesario decidir también la manera de ordenar y secuenciar estos objetivos y contenidos.

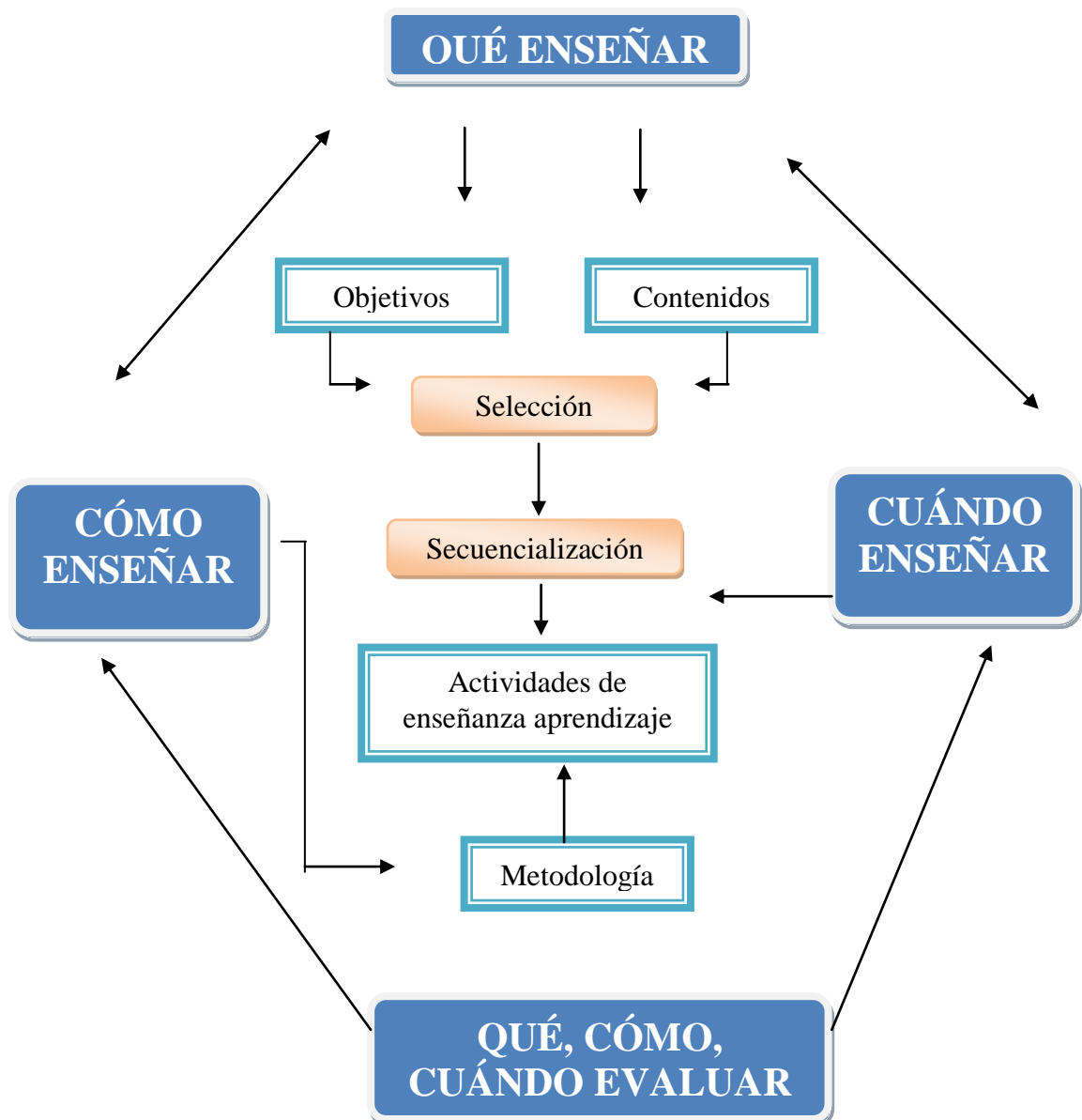
¿Cómo enseñar? Se refiere a la necesidad de llevar a cabo una planificación de las actividades de enseñanza y aprendizaje que permita alcanzar los objetivos planteados.

¿Qué, cómo y cuándo evaluar? Por último, es imprescindible realizar una evaluación que permita juzgar si se han alcanzado los objetivos marcados.

En la primera pregunta se recogen los aspectos del currículo relativo a hacer explícitas las intenciones del sistema educativo y al establecimiento de las interacciones. Las tres restantes se refieren al plan de acción que se debe seguir de acuerdo con estas intenciones y sirven de instrumento para desarrollar las prácticas pedagógicas.

Como el interés de esta investigación se centra en el desarrollo de las prácticas pedagógicas y más específicamente en la metodología que se utiliza para llevar a cabo el proyecto educativo, es que el presente estudio se centra específicamente en la pregunta ¿Cómo enseñar?

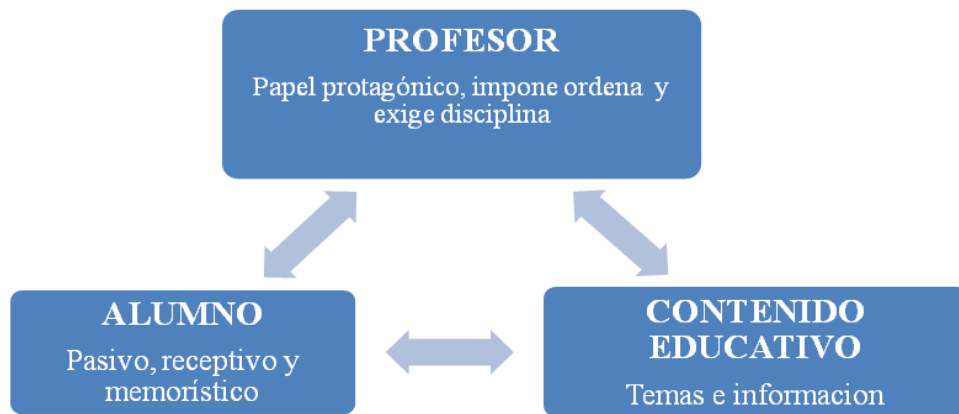
A continuación se presenta un esquema con los elementos básicos del currículo, para clarificar de mejor manera.



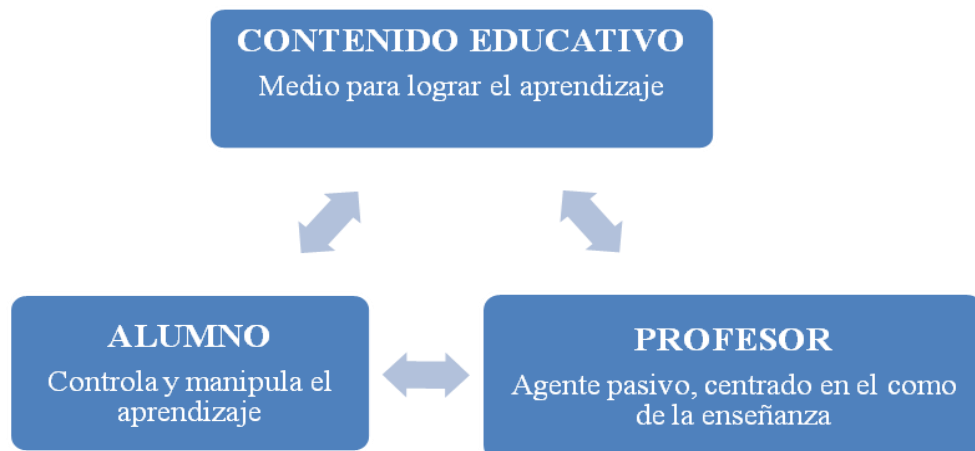
2.2.2 MODELOS EDUCATIVOS

Los modelos educativos se caracterizan por el foco en que se centran; dentro de estos modelos podemos encontrar:

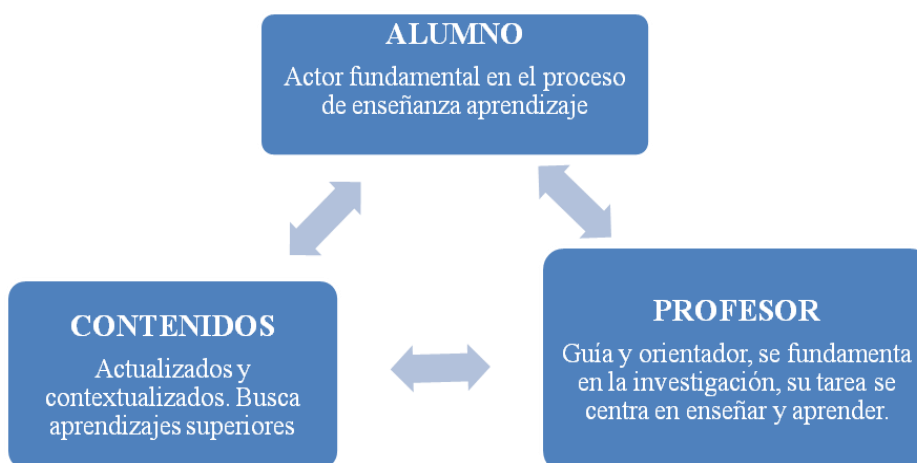
Modelo Centrado en el Profesor



Modelo Centrado en el contenido educativo



Modelo Centrado en el alumno.



Para efectos de esta investigación, se considera como modelo educativo más adecuado el que centra su foco en el alumno, puesto que lo que se quiere lograr es que cada individuo cree su aprendizaje gracias a sus vivencias y a la adecuada orientación que el profesor se encargue de otorgar; el docente debe estar bien capacitado y con los objetivos claros a fin de lograr un proceso de enseñanza aprendizaje ameno y fluido. Estas características se adecuan a lo que la teoría de Van Hiele propone.

2.2.3 PLANIFICACIÓN

Proceso de establecer objetivos, estrategias, delinear tareas e itinerarios para lograr las metas.




2.2.4 PLANIFICACIÓN CURRICULAR

Proceso de establecer objetivos educativos, estrategias de enseñanza, procesos de evaluación, organizar los contenidos basados en las necesidades del estudiante y en un modelo de diseño curricular.

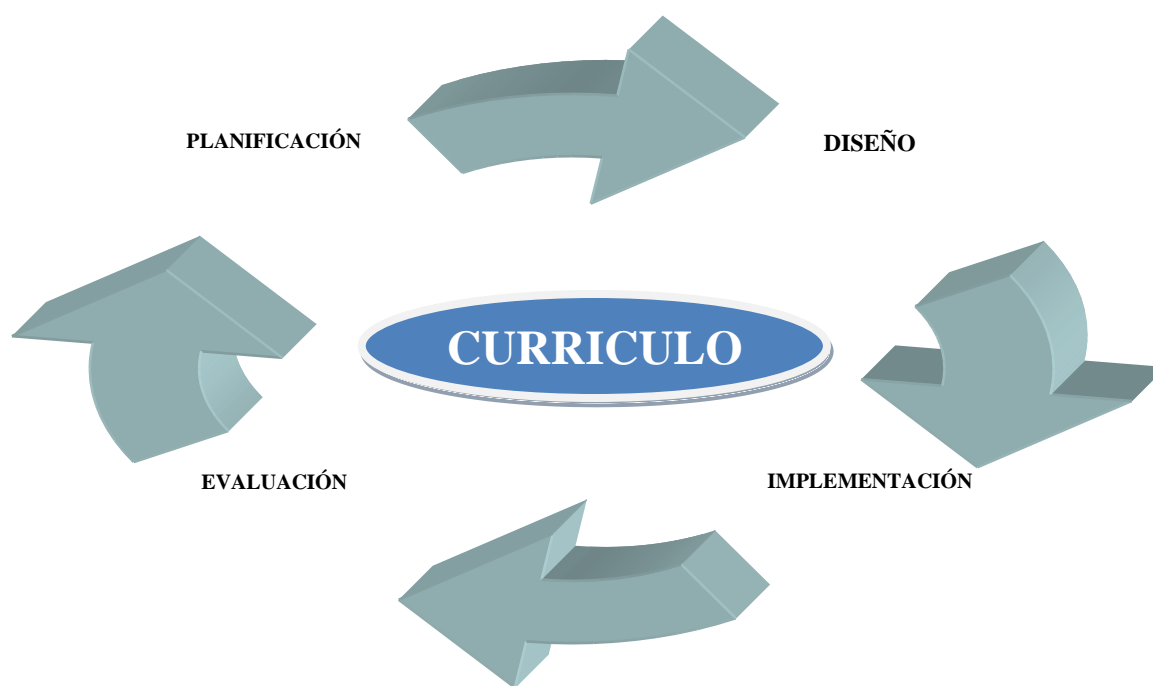
2.2.5 DISEÑO CURRICULAR

Es una metodología que cuenta con una serie de pasos, organizados y estructurados, con el fin de conformar el currículum. El término diseño curricular está reservado para el proyecto que recoge las intenciones y el plan de acción que se realizará para luego poner en práctica o desarrollar el currículo deseado.

El diseño curricular cumple con las siguientes características:

-  **Dinámico**, orientado al cambio de manera lógica y razonada.
-  **Continuo**, se compone de varias fases estrechamente relacionadas entre sí, con una secuencia en espiral.
-  **Participativo**, requiere de la colaboración de todos los actores involucrados en el proceso de enseñanza aprendizaje

2.2.6 CICLO DEL DESARROLLO DEL CURRÍCULO



El interés de la presente investigación se centra en el currículo del subsector de matemática en las unidades referidas a geometría, la idea es entregar un diseño curricular diferenciado para planificar esta unidad. Con el fin de lograr este objetivo es necesario orientarlo, como ya se ha pronunciado; este diseño curricular se focalizará en el cómo enseñar, es decir, en la metodología utilizada para desarrollar el proyecto educativo, además, el protagonista del proceso de enseñanza aprendizaje es el alumno, con una correcta guía y orientación del profesor a cargo del proceso educativo.

2.3 MODELO DE VAN HIELE

Las personas a lo largo de la vida van construyendo su aprendizaje geométrico, en los primeros años se da hincapié “a la capacidad de descubrir, describir y comprender gradualmente la realidad”⁸, por lo que se introducen conceptos que ayudan a los alumnos a manejar su entorno y a visualizar propiedades geométricas que cumplen los objetos al ser manipulados, por ejemplo, “establecer algunas semejanzas y diferencia entre elementos mediante la comparación de sus atributos(forma, tamaño, color, longitud)”⁹. La idea principal en los niveles de párvulo es ir introduciendo los conceptos de a poco y todo mediante la manipulación y observación de las distintas situaciones que guía el profesional que está a cargo de los niños. Esta forma de ir introduciendo los conceptos de a poco y logrando que los

⁸S.r. (2008), *Programa pedagógico educación parvularia, primer nivel transición*, Ministerio de educación república de Chile.

⁹Id, 8.

alumnos los vean tan naturales, es lo que se debe lograr con todos los conceptos geométricos que se espera que aprendan durante su vida, esta no es una tarea fácil pues según la teoría de Van Hiele las personas deben ir pasando por diferentes etapas de aprendizajes con un mismo concepto para lograr un aprendizaje significativo.

El modelo de Van Hiele ayuda a los estudiantes a pasar por las diferentes etapas de aprendizaje para lograr los conocimientos que se les exigen. Según la realidad, los conocimientos exigidos los impone el ministerio de educación en sus planes y programas. Estas etapas a las que se refiere el modelo deben ser superadas una por una para lograr un verdadero aprendizaje, de modo contrario el aprendizaje en los niveles superiores sería sólo de algoritmos.

En la actualidad son cinco los niveles de razonamiento que plantea el modelo Van Hiele, sin embargo, la cantidad de niveles de razonamiento ha sufrido modificaciones a lo largo de su historia, permitiendo que el modelo de Van Hiele evolucione. Este proceso de evolución se debe gracias a las últimas investigaciones y el contraste con las ideas de otros expertos en el tema.

Es importante considerar que no hay unanimidad en cuanto a la numeración de los niveles pues, algunas publicaciones hablan de los niveles del 0 al 4 y otras hablan de los niveles del 1 al 5. Para efectos de esta tesis se optó por los niveles del 1 al 5, por comodidad y para evitar confusiones.

El modelo de Van Hiele cumple con características que es importante que se tengan en cuenta: *“en un primer lugar hablamos de **secuenciación**, luego de **jerarquización** esto es, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, lo cual es obvio visto también lo anterior y los niveles **son recursivos**. Esta última idea es importante y conviene explicarla y concretarla un poco más. Esta característica nos indica que lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel”*.¹⁰

A continuación se entrega algunas de las características más importantes de cada nivel para comenzar con la orientación del informe.

¹⁰Berritzegune de Donosti, Fernando F. (2004). <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/paseoGeometria.asp>

2.3.1 NIVELES DE RAZONAMIENTO

NIVEL 1: VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
2. Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno, no hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto. (es como una puerta, se parece a una pelota, etc.)
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos con los que se está trabajando.

NIVEL 2: ANÁLISIS

1. Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2. De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en geometría se elaboran a partir de propiedades, no pueden elaborar definiciones. (los cuadrados son figuras de cuatro lados de igual medida y sus lados forman cuatro ángulos rectos)
3. Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades
4. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

NIVEL 3: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerar las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes.

1. Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.
2. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. (los cuadrados son figuras de cuatro lados de igual medida, tiene cuatro ángulos rectos y sus lados no consecutivos son paralelos por lo que pertenecen a la familia de los paralelogramos)
3. Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico está limitado a seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la geometría.

NIVEL 4: DEDUCCIÓN FORMAL

1. En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. (demostrar que un cuadrado se puede inscribir en una circunferencia)
2. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
3. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

NIVEL 5: RIGOR

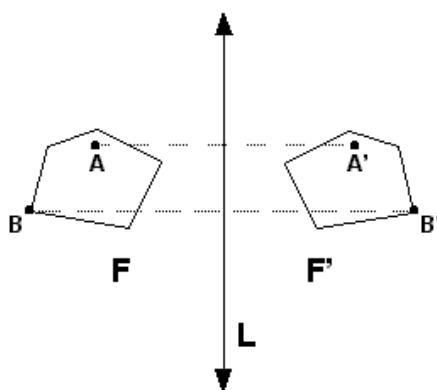
1. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar diferentes geometrías, como por ejemplo la geometría plana con la tridimensional. (Demostrar que un cuadrado se puede inscribir en una circunferencia y extender esta demostración en geometría tridimensional (un cubo dentro de una esfera))
2. Se puede trabajar la geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

Para resumir los componentes que se deben tener en cuenta en los cuatro primeros niveles del modelo de Van Hiele se presenta el siguiente esquema:

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
NIVEL 1	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 2	Partes y propiedades de las Figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 3	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 4	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

2.3.2 EJEMPLO DE LOS NIVELES DE VAN HIELE EN LA UNIDAD DE “TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS” EN EL TEMA DE “SIMETRÍA AXIAL”

Si se muestran figuras reflejadas a los alumnos se obtienen distintas interpretaciones de lo que observan dependiendo del nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentren.



NIVELES	INTERPRETACIÓN
NIVEL 1	Es como si se vieran en un espejo.
NIVEL 2	Las figuras se encuentran a la misma distancia de la línea central.
NIVEL 3	Cada punto de la figura original y de la figura reflejada se encuentra a la misma distancia del eje de simetría.
NIVEL 4	Dada una recta, llamada eje de simetría, se puede observar que se transforma cada punto A en otro punto denominado A', de forma que el eje de simetría es la mediatriz de AA'.
NIVEL 5	Dada una recta, llamada eje de simetría, se puede observar que se transforma cada punto A en otro punto denominado A', de forma que el eje de simetría es la mediatriz de AA'. Si se ve en tres dimensiones las figuras se transforman con respecto a un plano, pero se cumplen con las mismas características que se observan en el plano bidimensional.

2.3.3 FASES DEL PASO ENTRE NIVELES

Lo visto hasta ahora, parece dar pista de cómo es posible secuenciar los contenidos curriculares de geometría cuando se debe construir o diseñar un currículo de geometría para una determinada etapa educativa (enseñanza preescolar, enseñanza básica, enseñanza media, enseñanza universitaria).

Lo que se verá puede dar pistas de cómo organizar las actividades dentro de una unidad didáctica, es decir, qué tipo de actividades se pueden realizar conforme al desarrollo de una unidad. A menudo, se suele mezclar el “cómo y qué se hace” y “a qué va dirigida” una actividad con su contenido específico. Cuando se habla de “a qué va dirigida” se refiere a si se trata de una actividad de presentación de un tema, de refuerzo, de repaso o de profundización, de resumen, de grupo, individual, dinámica de grupos, etc. Sin embargo, cuando se habla de “cómo y qué se hace” se refiere al contenido propio de la actividad como resolver problemas abiertos, uso de instrumentos de medida, geometría inductiva, cálculos métricos o estimación, dibujos, construcciones con sólidos, etc.

Lo que se pretende resolver es la interrogante de “cómo organizar las actividades”. En su trabajo los Van Hiele enfatizan en la idea que *“el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez”*, es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados.

Las fases que postulan en su modelo son cinco y que, a continuación, se describen:

- 1° FASE: PREGUNTAS/INFORMACIÓN
- 2° FASE: ORIENTACIÓN DIRIGIDA
- 3° FASE: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)
- 4° FASE: ORIENTACIÓN LIBRE
- 5° FASE: INTEGRACIÓN

1° FASE: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as. Se cumpliría la famosa afirmación de Ausubel: *“Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que él influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”* (Ausubel 1978).

Esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes.

Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe señalar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta como la respuesta, es decir, diseñar una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

2ºFASE: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a toma relevancia, pues necesitará de ésta para crear actividades adecuadas. De su experiencia señalan que el rendimiento de los alumnos/as (resultados óptimos frente al tiempo empleado) es bueno si existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc. las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc. que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

3ºFASE: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos/as y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel.

La interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

4ºFASE: ORIENTACIÓN LIBRE

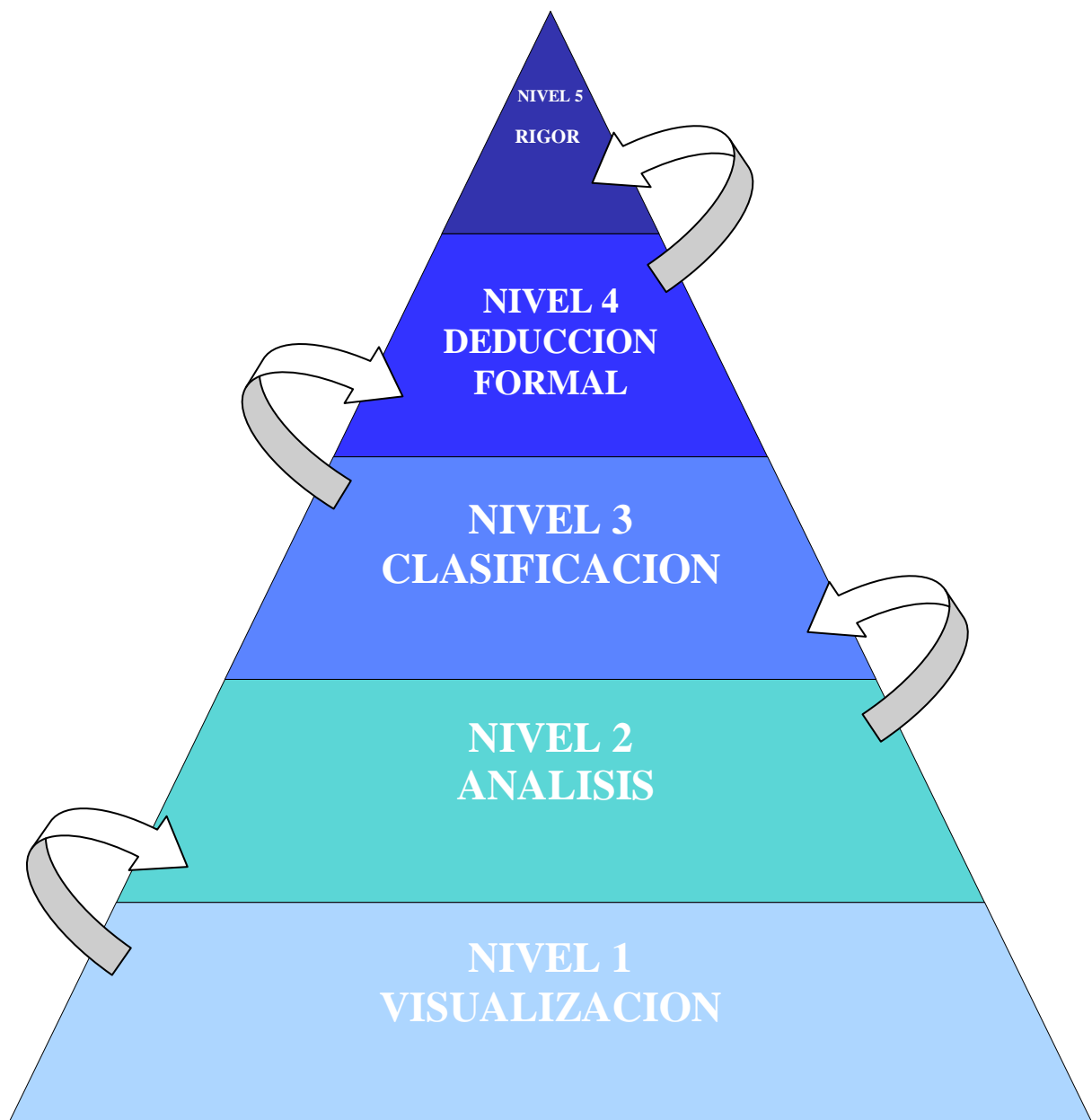
Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.

Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

5ºFASE: INTEGRACIÓN

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía.

Como idea final se puede señalar cómo en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los alumnos/as que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos profundizar algo más con aquellos alumnos/as de mejor rendimiento. Aunque no se ha explicitado, las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.



2.4 RESUMEN DEL CAPÍTULO

La nueva reforma educacional Chilena invita a realizar un trabajo en aula en el que el alumno sea el protagonista y el profesor esté capacitado para entregar herramientas que incentiven este descubrir del aprendizaje. Estas son las bases que se utilizan para enmarcar el presente trabajo, ya que según la teoría de Van Hiele, el alumno debe ir construyendo su aprendizaje a base de experiencias que el profesor debe ir facilitando según lo necesiten.

La intervención que se propone está enfocada en cómo enseñar, en la creación de un material que oriente al docente en la tarea de planificar las unidades que tengan que ver con geometría, basándose en lo que se propone en la teoría de Van Hiele; esta planificación debe ser dinámica pues depende de los avances e intereses del curso en el que se está implementando, las distintas actividades que se irán desarrollando a lo largo del periodo establecido para dicha unidad.

Lo esencial de la teoría es ir desarrollando los temas a medida que los alumnos logren los niveles de razonamiento geométrico que propone el matrimonio Van Hiele. Para este fin se debe establecer o diagnosticar en qué nivel de razonamiento geométrico se encuentran los alumnos, para luego guiarlos hasta que consigan avanzar al siguiente nivel, esto se realiza a través de las 5 fases, las que no se pueden dejar a un lado, pues son las que ayudan a jerarquizar de mejor manera las actividades que se proponen a lo largo del desarrollo de la unidad.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

A continuación se hará referencia al tipo de enfoque, métodos, tipos de investigación, tipos de muestra e instrumentos de medición utilizados en el estudio. Sin perjuicio de lo dicho anteriormente, se nombrará sin mayores detalles el resto de los términos.

3.1 INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

*“La investigación educativa, es un proceso que utilizando el método científico, permite obtener nuevos conocimientos en el campo de la realidad social (investigación pura) o bien estudiar una situación para diagnosticar necesidades y problemas a efectos de aplicar los conocimientos con fines prácticos”.*¹¹

Entendida como disciplina, es un ámbito de conocimiento reciente, aproximadamente tiene un siglo de historia, pues, su origen se sitúa a fines del siglo XIX, cuando la pedagogía, a semejanza de lo que anteriormente había realizado otras disciplina humanísticas, como la Sociología, Psicología entre otras, adoptó la metodología científica como instrumento fundamental para constituirse en una ciencia.

Esta conversión científica, fue el resultado de un largo proceso que arranca a fines de la Edad Media y a principios de la Moderna, del trabajo de diversos autores, pero muy especialmente de las aportaciones de Galileo es así como surgió un nuevo modelo de aproximaciones al conocimiento de la realidad.

Sin embargo, la expresión "Investigación Educativa" es bastante reciente, ya que tradicionalmente se denominaba "Pedagogía Experimental", el cambio terminológico y conceptual se debe fundamentalmente a razones de tipo sociocultural y a la preexistencia de las aportaciones del mundo anglosajón en el ámbito educativo.

La investigación Educativa trata las cuestiones y problemas relativos a la naturaleza, epistemología, metodología, fines y objetivos en el marco de la búsqueda progresiva de conocimiento en el ámbito educativo. Sin embargo, la investigación educativa persigue aportar a la construcción de una teoría científica de la enseñanza y el aprendizaje, en cuyo marco el profesorado define problemas reales que afectan a

¹¹M° Antonieta Tapia. (2002). Apuntes de Metodología. www.Angelfire.com/emo/tomaustin/met/metinacap.

su actividad docente, formula posibles soluciones, aplica un método investigativo, analiza los resultados y contrasta sus hipótesis. La investigación educativa, así entendida, debe tener fundamentalmente un carácter práctico y aplicado, analizando cuestiones concretas y al mismo tiempo relevantes a la actividad del docente, contrastando en la realidad los presupuestos teórico-prácticos en que se sustenta la acción educativa, y conectándola con los problemas y dificultades que comparte el profesorado en el desarrollo de su profesión y de sus tareas cotidianas.

Para términos del presente estudio, la investigación educativa juega un papel fundamental, puesto que se desea innovar al momento de planificar unidades de geometría, ya que a pesar de los avances tecnológicos y mayores recursos que el estado ha incorporado en los colegios para lograr la equidad en la calidad de la educación en el país, aún no se ha logrado cambios significativos en este aspecto, *“esto se debe básicamente a que la reforma se ha situado hasta el momento en la generación de condiciones de base, sin pasar todavía a políticas que ponen en serio el foco en la escuela y en los procesos que ahí deben cumplirse para avanzar en la calidad de los aprendizajes”*¹².

Por lo expuesto anteriormente el estudio pretende lograr un cambio sociocultural, al intervenir dentro de la escuela, en uno de los momentos fundamentales dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje que es la planificación.

Existen tres enfoques de investigación, los cuales son: enfoque cualitativo, enfoque cuantitativo y enfoque mixto. Para efectos de esta investigación, ésta se centrará en un enfoque mixto el cual se describe continuación.

3.2 ENFOQUE MIXTO

Es un proceso que recolecta, analiza y vincula datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio, en una serie de investigaciones para responder a un planteamiento del problema, o para responder a preguntas de investigación.

En este tipo de investigación se usan, tanto métodos cualitativos como cuantitativos y pueden involucrar la conversión de datos cualitativos en cuantitativos y viceversa.

¹² Raczynski, Dagmar y Muñoz, Gonzalo (2007). *Reforma educacional chilena: el difícil equilibrio entre la macro y la macropolítica*. Chile: Corporación de estudios para Latinoamérica.

*“Cabe destacar que el enfoque mixto va más allá de la simple recopilación de datos de diferentes modos sobre el mismo fenómeno. Implica desde el planteamiento del problema hasta el uso combinado de la lógica inductiva y la deductiva. Como indican Tashakkori y Eddie (2003), un estudio mixto lo es en el planteamiento del problema”.*¹³

Características:

*“Se logra una perspectiva más precisa del fenómeno; ayuda a clarificar y a formular el planteamiento del problema, así como las formas más apropiadas para estudiar y teorizar los problemas de investigación....”*¹⁴

La multiplicidad de observaciones produce datos más ricos y variados, ya que se consideran diferentes fuentes y tipos de datos, contextos o ambientes y análisis. Se rompe con la investigación uniforme.

Al combinar métodos, se amplía la dimensión de la investigación, para lograr un mejor entendimiento y una mayor rapidez.

Éste enfoque comprende tanto la investigación cuantitativa como cualitativa, las cuales se describirán a continuación.

3.2.1 INVESTIGACIÓN CUANTITATIVA

*“Es aquella en la que se recogen y analizan datos cuantitativos (que se puedan contar) sobre variables. La investigación cuantitativa utiliza técnicas como los cuestionarios, inventarios, encuestas, etc. los cuales originan datos susceptibles de análisis estadísticos (Quevedo & Castaño, s.f.)”*¹⁵

*“Los métodos cuantitativos son muy potentes en términos de validez externa, ya que con una muestra representativa de la población objeto de estudio, hacen inferencia a dicha población a partir de una muestra, con seguridad y precisión definida. (Fernández & Díaz)”*¹⁶

Entre los tipos de investigación cuantitativa están las investigaciones descriptivas, analíticas y experimentales.

¹³ Sampieri Hernández, Roberto, Fernández – Collado, Carlos y Lucio Baptista, Pilar. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

¹⁴Id, 1

¹⁵ Revista de psicodidáctica, N°. 14, Quevedo & Castaño: “Introducción a la metodología de investigación cualitativa.” 2002

¹⁶ Fernández, P. & Díaz, P. ((2002). *Investigación cualitativa y cualitativa*.

INVESTIGACIÓN DESCRIPTIVA

En una investigación descriptiva se selecciona una serie de argumentos y se mide cada una de ellos independientemente, para así describir lo que se investiga.

Miden de manera más bien independiente los conceptos o variables a los que se refieren, éstos se centran en medir con la mayor precisión posible, como menciona Sellitz, 1965. En esta clase de investigación, el investigador debe ser capaz de especificar quienes deben estar incluidos en ésta.

La investigación descriptiva, requiere un gran conocimiento del área que se investiga para formular las preguntas específicas que busca responder Dankhe, 1986. La descripción puede ser más o menos profunda, pero en cualquier caso se basa en la medición de uno o más atributos del fenómeno descrito.

INVESTIGACIÓN ANALÍTICA

Es un procedimiento complejo, que consiste fundamentalmente en establecer la comparación de variables entre grupos de estudio y de control, sin aplicar o manipular las variables estudiando éstas según se dan naturalmente en los grupos. Además, se refiere a la proposición de hipótesis que el investigador trata de probar o negar.

INVESTIGACIÓN EXPERIMENTAL

En este tipo de diseño el investigador desea comprobar los efectos de una intervención específica, en este caso el investigador tiene un papel activo, pues lleva a cabo dicha intervención.

“La investigación experimental se caracteriza por la introducción y manipulación del factor causal o de riesgo para la determinación posterior del efecto. En esa manipulación se organiza usualmente a la población muestra en un grupo de estudio o de casos y en un grupo control. En el grupo control no se aplica la variable (Guerrero)”¹⁷

Estos tipos de investigación van más allá de las descriptivas o de relaciones entre conceptos, están enfocadas a establecer las causas de los hechos sociales o eventos físicos, intentan explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da, o por qué dos o más variables están relacionadas.

¹⁷ Guerrero, S: “Metodología de la Investigación.”

3.2.2 INVESTIGACIÓN CUALITATIVA

Este tipo de investigación, proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas. También aporta un punto de vista fresco, natural y holístico, de los fenómenos, así como su flexibilidad.

Características:

- 🖼 Es flexible, se adapta al campo de estudio, a las experiencias de los individuos, de los acontecimientos ocurridos.
- 🖼 Es holística, es decir, no ve a las personas, lugares, escenarios como variables independientes, sino que lo ve como un todo.
- 🖼 Es inductiva, es decir, en el transcurso de la investigación, va desarrollando nuevos conceptos o ampliando los ya conocidos.
- 🖼 Crea un ambiente, en el cual el individuo se sienta cómodo y pueda abrirse con el investigador y así este pueda obtener más información.

Entre los tipos de investigaciones cualitativas esta la investigación etnográfica, estudio de caso, investigación acción - participativa.

INVESTIGACIÓN ETNOGRÁFICA

Combina tanto los métodos de observación participativa como las no participativas con el propósito de lograr una descripción e interpretación holística del asunto o problema a investigar. El énfasis es documentar todo tipo de información que se da a diario en una determinada situación o escenario, observar y llevar a cabo entrevistas exhaustivas y continuas, tratando de obtener el mínimo de detalle de lo que se está investigando.

Su relevancia es que permite ver muchos aspectos subjetivos difíciles de cuantificar o de medir objetivamente.

Su limitación, es que como es un estudio de naturaleza interpretativa, por parte del investigador puede estar afectada por prejuicios y que a su vez se cuestione por ende la validez y confiabilidad de la investigación.

Para probar su confiabilidad y validez es importante:

- 🖨 Que los hallazgos se comprueben por diversos medios e instrumentos de investigación. Por ello es muy importante utilizar una gran variedad de instrumentos que sirvan para corroborar los resultados.
- 🖨 Repetir las entrevistas e instrumentos para procurar la consistencia en las respuestas de los sujetos.

INVESTIGACIÓN ACCIÓN – PARTICIPATIVA

Donde el investigador participa dentro de la situación o problema que se vaya a investigar. Ejemplo fue el caso de Óscar Lewis quién convivió con los residentes de La Perla en San Juan y se pasó como un pordiosero y al interpretar y redactar sus experiencias escribió su muy famoso libro, “La vida” y expone su teoría sobre la cultura de la pobreza.

También es aceptable que el investigador sea reconocido de antemano en una investigación, como por ejemplo, si se desea saber cómo se da el proceso de enseñanza en una sala de clase, en una determinada materia y se quiere estar en la clase como participante y a la vez haciendo las observaciones e interpretaciones pertinentes al estudio, en este caso el observador participante no debe influir mayormente en el ritmo cotidiano de la clase, es decir, no influir de manera significativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

ESTUDIO DE CASO

Es un método de enseñanza que se basa en casos concretos de un grupo de personas que enfrentan una situación en particular.

Este estudio se aborda en equipo realizando en un principio un análisis de las preguntas elaboradas, luego se realizan más preguntas del caso para llegar a conclusiones relevantes.

ESQUEMA DE ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN



3.3 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

Existen dos métodos de investigación: el inductivo y el deductivo.

3.3.1 MÉTODO INDUCTIVO

Generalmente asociado a investigaciones cuantitativas, consiste en establecer enunciados universales ciertos a partir de la experiencia, esto es, ascender lógicamente a través del conocimiento científico, desde la observación de los fenómenos o hechos de la realidad, a la ley universal que los contiene. Según este método, se admite que cada conjunto de hechos de la misma naturaleza está regido por una Ley Universal. El objetivo científico es enunciar esa Ley Universal partiendo de la observación de los hechos.

3.3.2 MÉTODO DEDUCTIVO

Generalmente asociado a investigaciones cualitativas, consiste en encontrar principios desconocidos a partir de los conocidos, se va de lo general a lo particular. De forma que partiendo de unos enunciados de carácter universal y utilizando instrumentos científicos, se infieren enunciados particulares, pudiendo ser axiomático-deductivo, cuando las premisas de partida están constituidas por axiomas,

es decir, proposiciones no demostrables, o hipotéticos-deductivo, si las premisas de partida son hipótesis contrastables.

ESQUEMA DE MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN



3.4 TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.4.1 EXPLORATORIA.

“Por una parte, y como ya indica el adjetivo «exploratorio», se trata del estudio que se realiza al abordar o entrar en contacto con un campo de problemas del cual sólo se conocen algunos representantes. Es el tipo de actividad que realizamos cuando nos enfrentamos por vez primera a un problema con unas cuantas técnicas preestablecidas, o cuando utilizamos alguna técnica matemática con la que estamos poco familiarizados.”¹⁸

Los estudios exploratorios nos permiten aproximarnos a fenómenos desconocidos, con el fin de aumentar el grado de familiaridad y contribuyen con ideas respecto a la forma correcta de abordar una investigación en particular. Además, los estudios exploratorios en pocas ocasiones constituyen un fin en sí mismos, por lo general, determinan tendencias, identifican relaciones potenciales entre variables y establecen el 'tono' de investigaciones posteriores más rigurosas (Dankhe, 1986). Se caracterizan por ser más flexibles en su metodología en comparación con los estudios descriptivos o explicativos y son más amplios y dispersos que estos otros dos tipos (buscan observar tantas manifestaciones del fenómeno estudiado como sea posible). Asimismo, implican un mayor "riesgo" y requieren gran paciencia, serenidad y receptividad por parte del investigador.

¹⁸ Bosch, m. Y gascón, J, (1994), *Integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos De problemas de matemáticas*. Departamento de matemhtiques. Universitat autónoma de Barcelona.)

3.5 TIPO DE MUESTRAS




Una muestra estadística (también llamada muestra aleatoria o simplemente muestra) es un subconjunto de casos o individuos de una población estadística.

Las muestras se obtienen con la intención de inferir propiedades de la totalidad de la población, para lo cual deben ser representativas de la misma. Para cumplir esta característica la inclusión de sujetos en la muestra debe seguir una técnica de muestreo. En tales casos, puede obtenerse una información similar a la de un estudio exhaustivo con mayor rapidez y menor costo.

Los autores proponen diferentes criterios de clasificación de los diferentes tipos de muestreo, aunque en general pueden dividirse en dos grandes grupos: métodos de muestreo probabilístico y métodos de muestreo no probabilístico.

3.5.1 MÉTODOS DE MUESTREO PROBABILÍSTICO

Los métodos de muestreo probabilístico son aquellos que se basan en el principio de equiprobabilidad. Es decir, aquellos en los que todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar parte de una muestra y por consiguiente, todas las posibles muestras de tamaño n tienen la misma probabilidad de ser elegidas. Sólo estos métodos de muestreo probabilísticos aseguran la representatividad de la muestra extraída y son, por tanto, los más recomendables. Dentro de los métodos de muestreo probabilísticos se encuentran los siguientes tipos:

-  MUESTREO ALEATORIO SIMPLE
-  MUESTREO ALEATORIO SISTEMÁTICO
-  MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO

3.5.2 MÉTODOS DE MUESTREO NO PROBABILÍSTICO

A veces, para estudios exploratorios, el muestreo probabilístico resulta excesivamente costoso y se acude a métodos no probabilísticos, aun siendo conscientes de que no sirven para realizar generalizaciones, pues no se tiene certeza de que la muestra extraída sea representativa, ya que no todos los sujetos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos. En general se seleccionan a

los sujetos siguiendo determinados criterios procurando que la muestra sea representativa.

Dentro de los métodos de muestreo no probabilísticos se encuentran los siguientes tipos:

📄 **MUESTREO POR CUOTAS:** Se asienta generalmente sobre la base de un buen conocimiento de los estratos de la población y/o de los individuos más "representativos" o "adecuados" para los fines de la investigación. Mantiene, por tanto, semejanzas con el muestreo aleatorio estratificado, pero no tiene el carácter de aleatoriedad de aquél.

📄 **MUESTREO INTENCIONAL:** Se caracteriza por un esfuerzo deliberado de obtener muestras "representativas" mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos. Es muy frecuente su utilización en sondeos preelectorales de zonas que en anteriores votaciones han marcado tendencias de voto.

📄 **MUESTREO CASUAL O INCIDENTAL:** Trata de un proceso en el que el investigador selecciona directa e intencionadamente los individuos de la población. El caso más frecuente de este procedimiento es utilizar como muestra los individuos a los que se tiene fácil acceso (los profesores de universidad emplean con mucha frecuencia a sus propios alumnos).

ESQUEMA TIPO DE MUESTRAS



3.6 INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

3.6.1 ENCUESTA

Instrumento cuantitativo de investigación social mediante la consulta a un grupo de personas elegidas de forma estadística, realizada con ayuda de un cuestionario.

En poblaciones pequeñas (por ejemplo, los trabajadores de una empresa), se pueden realizar encuestas censales, es decir, a todos los individuos de un colectivo. Normalmente, las encuestas se realizan mediante muestras estadísticamente representativas de una población mayor, para posteriormente extrapolar los resultados al conjunto de la población. La encuesta se diferencia de otros métodos de investigación en que la información obtenida ya está de antemano preparada y estructurada.

Según la forma en que se obtienen los datos, las encuestas pueden ser presenciales (administradas por encuestadores calificados, estas son las más fiables, exhaustivas y costosas), telefónicas o postales.

3.6.2 TEST

“Prueba objetiva y estandarizada que proporciona información cuantificable e independiente sobre determinadas características de una persona. Su interpretación se basa en la comparación de las respuestas con otras ya establecidas como referencia”¹⁹.

3.6.3 ENTREVISTA

Conversación que tiene como finalidad la obtención de información. En una entrevista intervienen el entrevistador y el entrevistado. El primero, además de tomar la iniciativa de la conversación, plantea mediante preguntas específicas cada tema de su interés y decide en qué momento el tema ha cumplido sus objetivos. El entrevistado facilita información sobre sí mismo, su experiencia o el tema en cuestión.

La entrevista como instrumento de investigación ha sido utilizada de forma ambiciosa por antropólogos, sociólogos, psicólogos, economistas. Es por ello que gran parte de los datos con que cuentan las ciencias sociales proceden de las entrevistas.

¹⁹ id, 8

Los tipos de entrevista son:

ENTREVISTA ESTRUCTURADA

Se caracteriza por estar rígidamente estandarizada, se plantean idénticas preguntas y en el mismo orden a cada uno de los participantes, quienes deben escoger la respuesta entre dos, tres o más alternativas que se les ofrecen.

Para orientar mejor la entrevista se elabora un cuestionario, que contiene todas las preguntas. Sin embargo, al utilizar este tipo de entrevista el investigador tiene limitada libertad para formular preguntas independientes generadas por la interacción personal.

ENTREVISTA NO ESTRUCTURADA

Es más flexible y abierta, aunque los objetivos de la investigación rigen a las preguntas, su contenido, orden, profundidad y formulación se encuentran por entero en manos del entrevistador. Si bien el investigador, sobre la base del problema, los objetivos y las variables, elabora las preguntas antes de realizar la entrevista, modifica el orden, la forma de encauzar las preguntas o su formulación para adaptarlas a las diversas situaciones y características particulares de los sujetos de estudio.

ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA O MIXTA

La entrevista mixta cuenta con preguntas ya elaboradas, pero se pueden modificar o anexar otras en el momento de llevar a cabo la sesión. Con este método se obtienen mejores resultados, ya que permite una mayor libertad y flexibilidad en la obtención de información.

Los entrevistadores despliegan una estrategia mixta, con preguntas estructuradas y no estructuradas. La parte estructurada proporciona una base informativa que permite la comparación entre candidatos. La parte no estructurada añade interés al proceso y da a conocer características específicas del solicitante.

3.7 METODOLOGÍA

El presente estudio ocupa un enfoque mixto, ya que se recolectaran datos de diferentes modos, ya sea de modo cuantitativo con una encuesta y un test, y de modo cualitativo con una entrevista.

Se realizara una descripción holística, pues no se verá a los docentes entrevistados como variables independiente, sino que más bien se verán como un todo, porque el objetivo de este estudio es tener una visión amplia del conocimiento por parte de los docentes sobre el modelo de Van Hiele, cual es el grado de preferencia que le dan a la geometría, entre otros.

Es importante destacar que se creara un ambiente grato, donde los docentes entrevistados se puedan sentir con la total confianza en responder con la más alta sinceridad, sobre los temas expuestos.

Dentro de la investigación cualitativa, no se puede dejar de mencionar que éste será un estudio de caso, porque se toma un grupo de docentes para indagar sobre el conocimiento del modelo de Van Hiele. Para esto se realiza una encuesta, luego una entrevista con la intención de validar la herramienta para planificar clases de geometría.

La metodología de este estudio, utiliza una combinación tanto del método inductivo y deductivo, ya que luego de una indagación preliminar se ha observado una escasa utilización del modelo de Van Hiele y/o un desconocimiento de éste por parte de los profesores de enseñanza media, es esto lo que lleva a diseñar una encuesta para corroborar estas afirmaciones. Además, mediante la entrevista personalizada se podrá validar el modelo de diseño curricular que se pretende entregar a los docentes como guía de planificación para unidades de geometría y obtener una mayor información referente a lo que piensan sobre la geometría.




El tipo de estudio empleado en esta investigación, es de tipo exploratorio, puesto que se parte de indagaciones preliminares que indica que los docentes de matemáticas utilizan en forma escasa o desconocen el modelo, sin embargo se debe destacar que existen estudios en el extranjero que dan cuenta de la eficacia del modelo de Van Hiele a la hora de enseñar unidades de geometría, lo que ayudaría a mejorar la calidad de la enseñanza - aprendizaje de esta unidad en nuestro país. Es por eso que el sentido del estudio es ofrecer una herramienta basada en la teoría de Van Hiele, que oriente a los profesionales de la educación a diseñar un modelo

curricular pertinente al nivel de razonamiento geométrico que los alumnos hayan adquirido durante su vida.






El tipo de muestra es no probabilístico, ya que no se elige de manera aleatoria a los profesores, sino que se selecciona una muestra pequeña, siendo nuestro universo docentes de fácil acceso, como por ejemplo, profesores de centros de prácticas, y aquellos establecimientos en los que se curso enseñanza media. De esta manera, la investigación no representa la realidad de todos los establecimientos y docentes del sistema educacional chileno. Es así como el tipo de muestreo, es de carácter intencionado, ya que bajo los criterios de accesibilidad del profesorado y la dependencia de los establecimientos se determinada la muestra, esto es lo que anteriormente se definió como muestreo casual o incidental.

La muestra es de 26 docentes de enseñanza media del Sub-sector Matemática de establecimientos educacionales de carácter Municipal, Particular-subvencionado y Particular pagado de la región metropolitana.

Para el desarrollo del presente estudio se dispuso de diversos tipos de instrumentos para medir las variables de interés, como lo son:

-  Encuestas a Docentes.
-  Test referente a la Unidad de Transformaciones Isométricas.
-  Entrevistas a Docentes.

La encuesta consistirá en una recopilación de información referente a los siguientes puntos.

-  Conocimiento de la teoría del Modelo de Van Hiele.
-  Utilización de modelo de Van Hiele.
-  Modelo de planificación.
-  Grado de interés en las unidades de geometría.
-  Nivel de conocimiento de la unidad transformaciones isométricas.

🖼 Nivel de abstracción y apropiación de los alumnos sobre las demostraciones geométricas de acuerdo a la percepción del docente.

Una vez realizada dicha encuesta, a los docentes se les entrega un resumen del Modelo de Van Hiele, con la finalidad de que comprendan cada nivel e incorporen los ejemplos entregados.

Con la aplicación del test se busca validar la comprensión que adquieren los docentes del resumen entregado.

La entrevista será mixta, ya que por un lado se tiene una pauta de preguntas generales previamente elaboradas, de acuerdo con los resultados entregados por la encuesta realizada a los docentes, y además de realizar preguntas nuevas de acuerdo con las opiniones que den los docentes al momento de la entrevista.

Francisco Sierra define: "... una conversación entre dos o más personas para una determinada finalidad. Cuando esta finalidad es exclusivamente la de obtener información, estamos ante una **herramienta** de Investigación Social. Del enfoque que le demos a la información obtenida derivará el carácter, cualitativo o cuantitativo, de la herramienta." ²⁰

Es por esto que la entrevista a realizar será enfocada a la totalidad de los docentes seleccionados de forma no aleatoria.

²⁰ Sierra, Francisco. (1998). *Función y sentido de la entrevista cualitativa en investigación social en Jesús Galindo Cáceres, Técnicas de investigación en sociedad, cultura y comunicación*. México, Addison Wesley Longman.

CAPÍTULO IV: DESARROLLO DEL ESTUDIO

INTRODUCCIÓN

En un principio esta investigación iba a estar centrada en qué instrumentos utilizar y cómo enseñar el tema de transformaciones isométricas, ya que este tema es relativamente nuevo en los programas de estudio de nuestro país. Esta unidad se elaboró para la reforma de 1997 (última reforma hasta el momento) y se terminó de implementar entre los años 1999 y 2000. Como la mayoría de los docentes no conocen este tema, es interesante de abarcar.

Sin embargo, durante la búsqueda de material se encontraron con tesis ya existentes sobre este tema, aun así se siguió indagando sobre la unidad de transformaciones isométricas, hasta que se llegó a un modelo de planificación desconocido para muchos, pero con grandes logros fuera de Chile.

Este modelo está basado en la teoría de Van Hiele (matrimonio holandés). Lo que más llama la atención de este modelo es que es jerarquizado, estructurado, lo que permite un orden lógico de la materia, ayudando al alumno a que comprenda con mayor facilidad.

El desarrollo de esta investigación se haría con dos cursos de primer año medio, al primer curso se le haría una clase según la metodología del profesor y al otro aplicando los niveles de razonamiento geométrico según la teoría de Van Hiele, para luego comparar cuál de los dos cursos obtendría mejores resultados en la evaluación de producto que el profesor le aplicaría a los dos cursos por igual.

La limitación de esta propuesta, fue que en las planificaciones de los establecimientos educacionales la unidad de transformaciones isométricas se ve en el primer semestre o a fines del segundo, lo cual nos impedía desarrollar la investigación.

Con el fin de no perder la idea esencial, que era centrarse en el modelo de Van Hiele, se apuntó en los docentes de enseñanza media en matemática y se amplió la visión, ya no solo a un tema específico de geometría, sino más bien a cualquier unidad que se quisiera tratar.

Fue así, cómo surgió la idea de dar a conocer la teoría de Van Hiele a los docentes, por medio de un resumen con la idea de orientarlos a la hora de planificar unidades de geometría, pero para no dejar de lado la unidad de transformaciones

isométricas que fue la que originó todo esto, se verá la aplicabilidad del modelo sobre esta unidad.

Ya que no hay investigaciones en Chile sobre este modelo enfocado a los docentes, no hubo otra opción que la de acoplarse a la disponibilidad de los docentes.

Es por esto que con la idea de conocer a los docentes con los cuales se trabajará, se aplicó una encuesta. Los docentes no se eligieron de manera aleatoria, sino que se eligió una muestra pequeña, acomodándose a las necesidades de la investigación, como por ejemplo docentes de distintos tipos de establecimiento. De esta manera, la investigación no representa la realidad de todos los establecimientos y docentes del sistema educacional chileno.

Si bien a la mayoría de los docentes a los que se les realizó la encuesta, se les indicó que luego tendrían que leer un resumen para responder un test y al final se les haría una entrevista, no todos tuvieron el tiempo. Es por esto que las personas que respondieron el test fueron menos de las esperadas, en un principio la idea era realizar la entrevista a las personas que respondieron el test, pero como hubo tan poco quórum fue necesario entrevistar a personas que no respondieron el test, que sólo leyeron el resumen.

4.1 ANÁLISIS DE RESULTADOS

A continuación, se dará a conocer los resultados de la encuesta, el test y la entrevista. Cada resultado irá con un análisis.

En una primera instancia está el análisis de la encuesta; se encuestó a docentes de matemática, principalmente para saber qué tanto conocen o han escuchado hablar del modelo de Van Hiele, también se aprovechó la oportunidad de preguntar qué ocurre con las demostraciones dentro del aula, las preferencias de unidades de matemática etc. Para poder hacer un análisis más acabado de la encuesta, en primer lugar aparece la respuesta de los docentes a las preguntas realizadas y luego hay informaciones cruzada y distintos tipos de análisis, según la experiencia de los docentes, el género, tipo de establecimiento, etc.

Luego está el análisis del test; este análisis se realizó más que nada, para poder sacar preguntas para la entrevista y también para ver qué tanto entendieron el

resumen los docentes, por ejemplo por los resultados del test se puede observar qué nivel fue el más claro y cuál el más difícil de entender.

Por último, se encuentra el análisis de la entrevista, este análisis consiste en sintetizar lo que los docentes entrevistados dijeron y poder sacar conclusiones sobre qué cosas están bien y qué cosas son las que le faltan al resumen.

4.1.1 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA

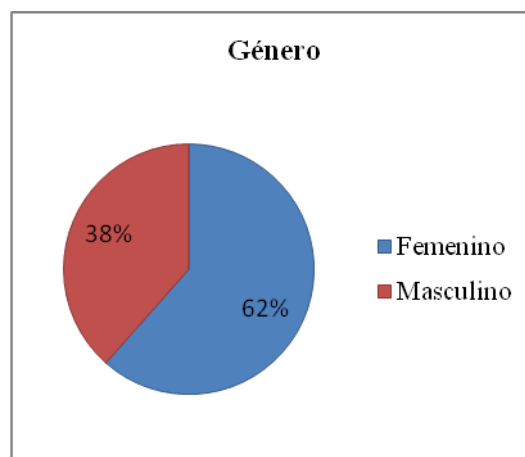
El siguiente análisis es de una encuesta que se le realizó a algunos docentes, de matemática, para poder conocer sus preferencias, conocimiento acerca del modelo de Van Hiele e indirectamente hasta qué nivel del modelo enseñan.

Se ha encuestado a 26 profesores, todos profesionales y con un mínimo de un año de experiencia, provenientes de distintas universidades del país, por ejemplo:

1. Pontificia Universidad Católica de Chile.
2. Universidad de La Serena
3. Universidad de Playa Ancha
4. Universidad de Osorno
5. Universidad Metropolitana de las Ciencias de la Educación

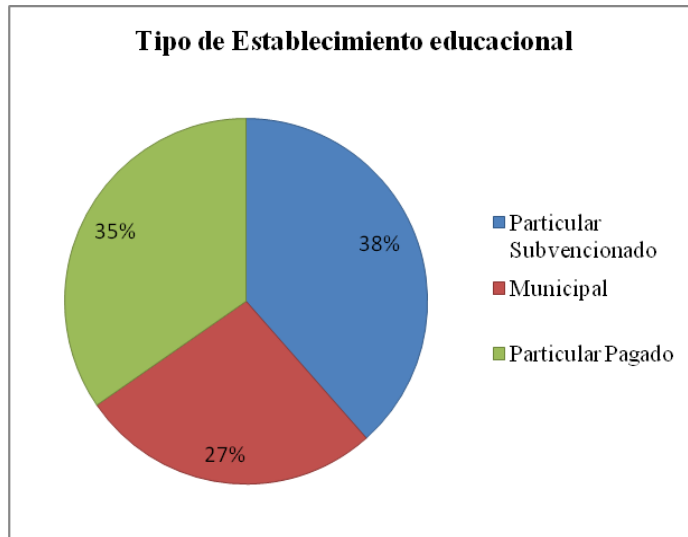
De los cuales el 100% considera importante enseñar geometría a sus alumnos.

Para un análisis más acabado, lo primero en analizar es el género de los docentes encuestados



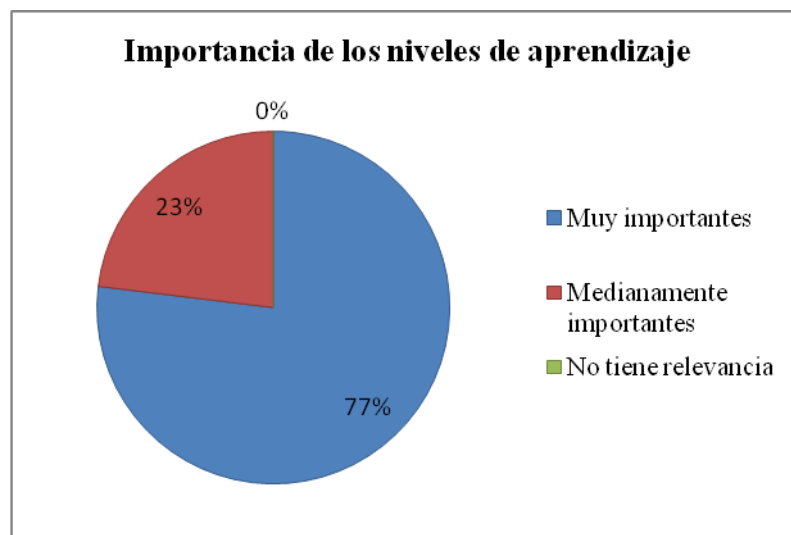
De la población de docentes encuestados un 62% son mujeres y un 38% hombres.

Es necesario saber el establecimiento educacional, por si puede haber alguna influencia de éstos sobre el conocimiento del modelo de Van Hiele.



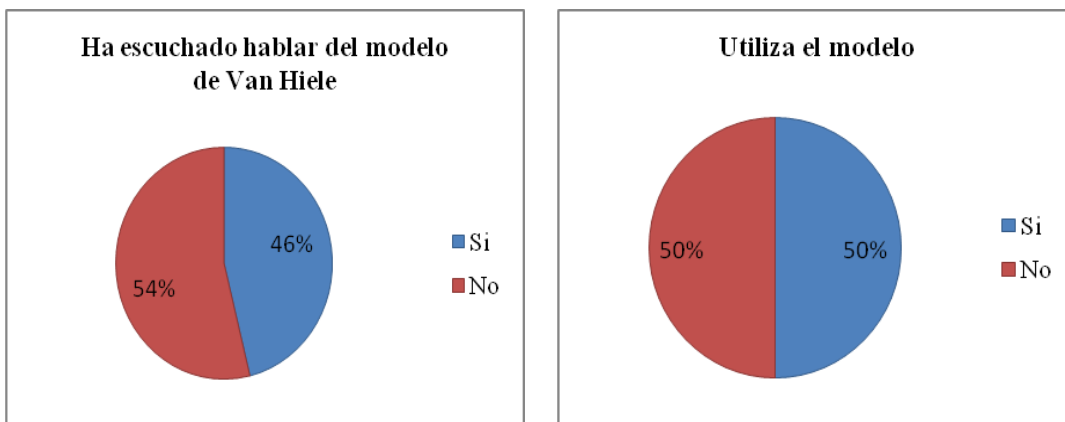
El 38% de los profesores encuestados hacen clases en colegios particulares subvencionados, los colegios particulares pagados les siguen con un 35%, y por último con un 27% los colegios municipales.

Como para la teoría de Van Hiele, son fundamentales los niveles de aprendizaje, se incorporó esta pregunta en la encuesta.



Un 77% considera que son muy importantes los niveles de aprendizaje y un 23% considera que son medianamente importantes.

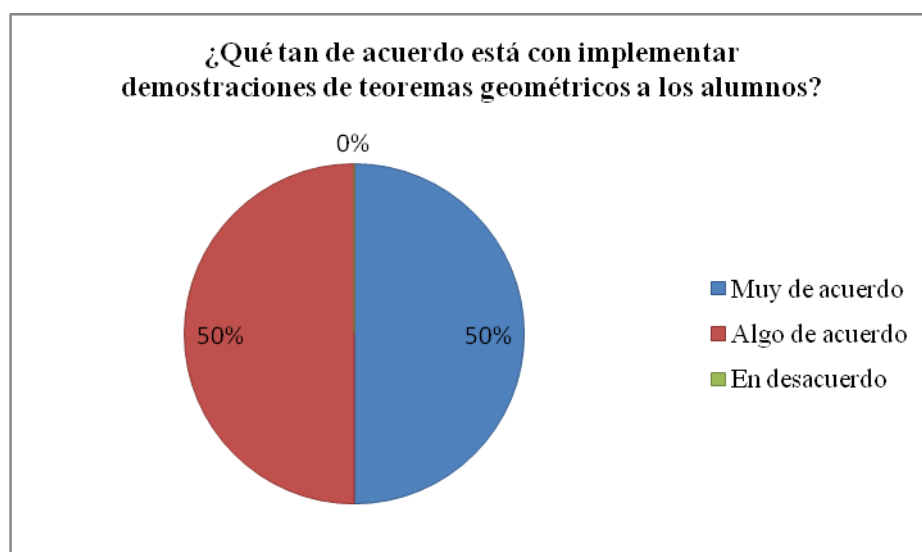
El objetivo de las siguientes preguntas, fue saber si han escuchado hablar del modelo de Van Hiele y si es así, si lo han utilizado o no.



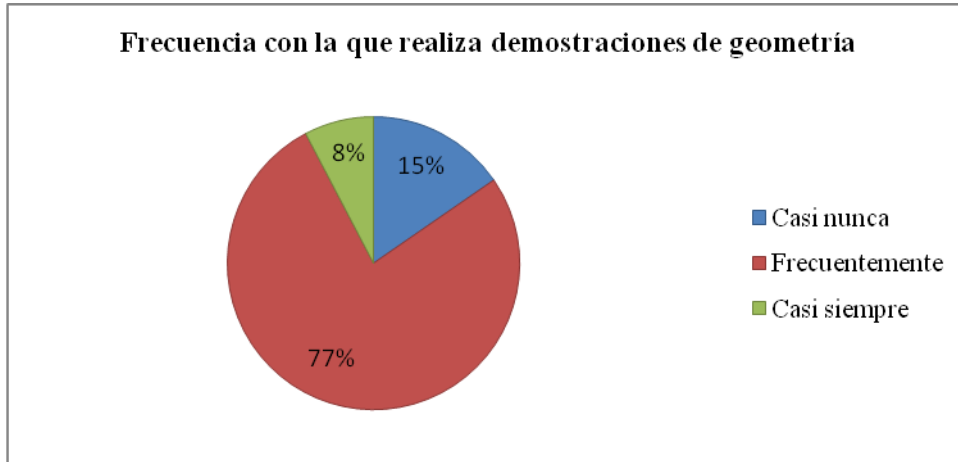
Como se puede observar el 46% de los profesores, han escuchado hablar del modelo de Van Hiele, esto corresponde a un 56,25% de las mujeres y un 30% de los hombres encuestados.

Del 46% que ha escuchado hablar del modelo, el 50% de estos lo utilizan, el otro 50% no lo utiliza.

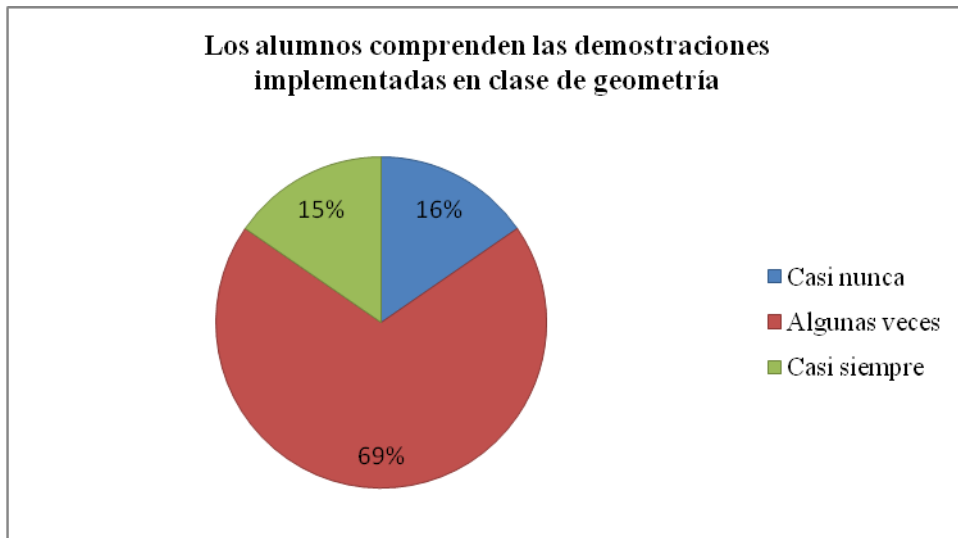
Los siguientes cuatro gráficos, tienen como objetivo saber hasta qué nivel de aprendizaje según el modelo de Van Hiele llegan los alumnos en la enseñanza media.



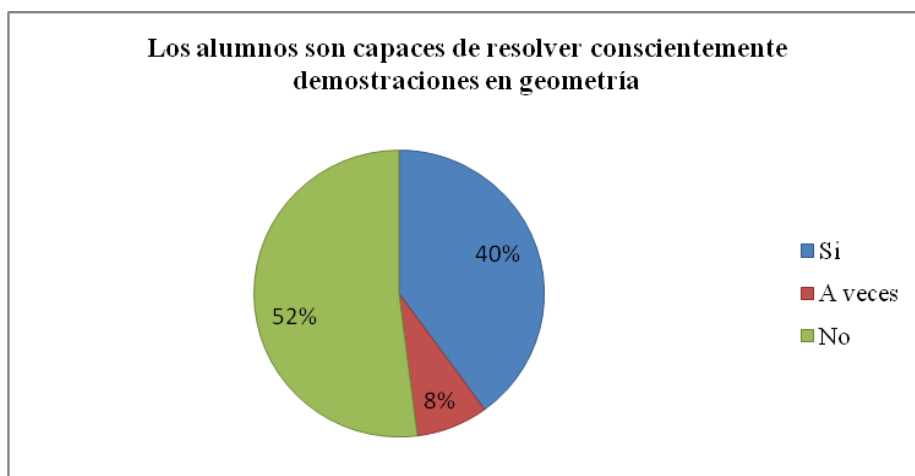
El 50% de los docentes está de acuerdo con implementar demostraciones de teoremas geométricos, un 50% está algo de acuerdo con la implementación de demostraciones y un 0% está en desacuerdo con la implementación.



Como se observa en el gráfico anterior un 0% no está en desacuerdo con la implementación de demostraciones, y aun así un 15% casi nunca realiza demostraciones en clases. Un 77% realiza demostraciones casi siempre y solo un 8% hace demostraciones frecuentemente.



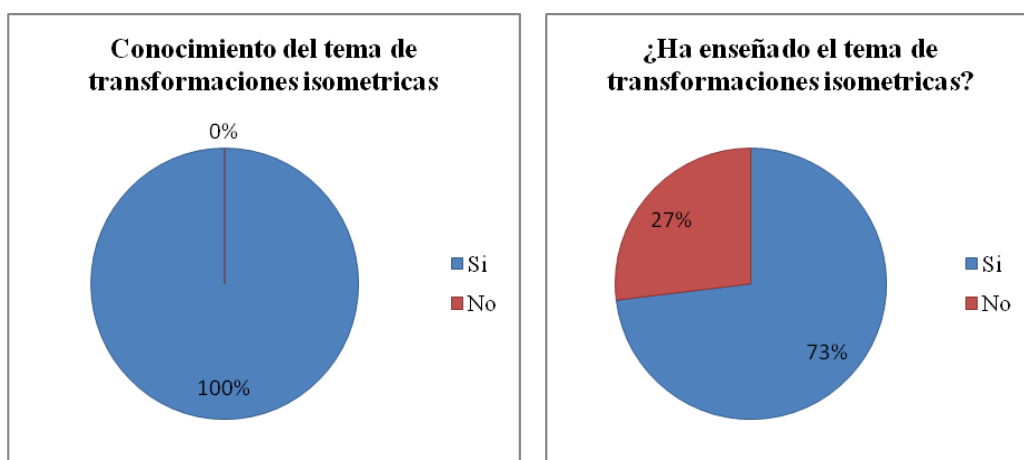
Según los docentes encuestados, un 16% cree que los alumnos casi nunca comprenden las demostraciones realizadas en clases, un 69% considera que algunas veces los alumnos si logran entender las demostraciones y un 15% cree que los alumnos casi siempre entiendes las demostraciones implementadas en clases de geometría.



Al preguntarle a los docentes si creen que los alumnos son capaces de realizar demostraciones conscientemente el 52% dijo que no, el 8% contestó que a veces y el 40% respondió que los alumnos sí son capaces de resolver las demostraciones.

Si bien todos los profesores están de acuerdo con la implementación de demostraciones, un 69% cree que los alumnos solo algunas veces comprenden las demostraciones, y un 52% cree que los alumnos no son capaces de desarrollarlas conscientemente. Es por esto que se decide que en el resumen sólo se presente hasta el nivel 3.

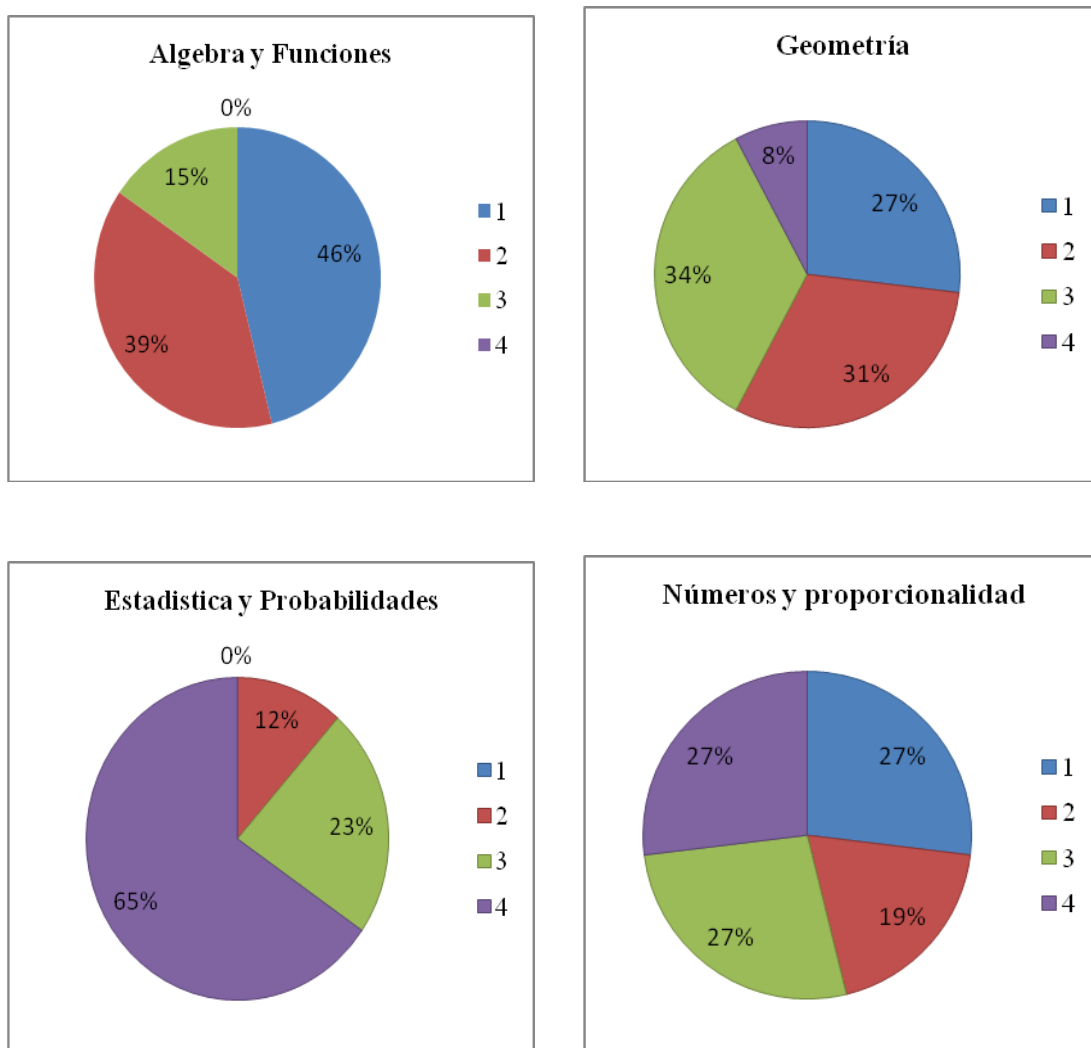
Como la investigación se centra en el modelo de Van Hiele, viendo su aplicabilidad en la unidad de transformaciones isométricas, se les preguntó a los docentes si conocen este tema y si alguna vez lo han enseñado.



Como se observa, el 100% de los docentes encuestados conocen el tema de transformaciones isométricas, pero de estos hay un 27% que nunca ha enseñado el tema.

Como el modelo de Van Hiele se centra en la enseñanza de la geometría, se quiere saber en qué lugar de preferencia se encuentra para los docentes.

Temas enumerados del 1 al 4, según la preferencia del docente, considerando que el número 1 nos indica su mayor preferencia.



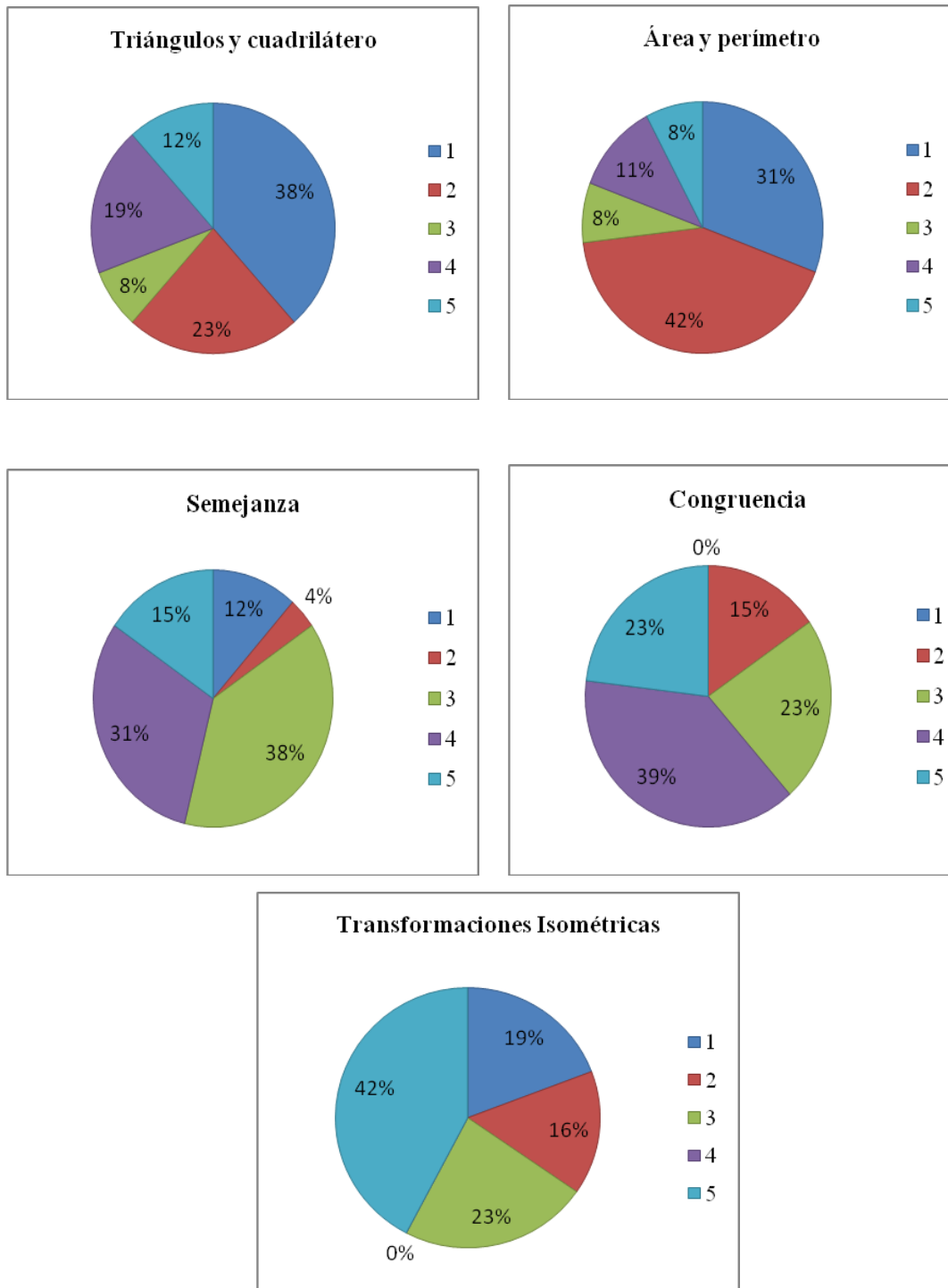
Se puede observar con gran claridad que los docentes encuestados, prefieren el tema de *álgebra y funciones* ya que un 46% lo sitúa en un primer lugar, un 39% en un segundo puesto, un 15% en un tercer lugar y un 0% en la última posición.

En segundo lugar, se encuentra el tema de *geometría*; con un 27% como primera preferencia, un 31% como segunda preferencia, un 34% como tercera opción y solo un 8% lo sitúa como su última elección.

Como tercera preferencia se encuentra el tema de *números y proporcionalidad*, este es el tema más dividido; un 27% lo coloca en la primera posición, un 19% en una segunda posición, 27% en un tercer lugar y el 27% de los docentes lo selecciona como último lugar.

De los cuatro temas dados, el que ocupa el último lugar es el de *estadísticas y probabilidades*, ninguno de los profesores encuestados lo situó en primer lugar, de hecho, el 65% de los docentes lo ubico como el último tema de sus preferencias, el 23% lo ubicó en el tercer lugar y solo un 12% en el segundo.

Temas enumerados del 1 al 5, según la preferencia, considerando que el número uno indica su mayor preferencia



Se puede decir que la unidad con mayor preferencia es la de *triángulos y cuadriláteros*, ya que obtiene como primera preferencia un 38%, un segundo lugar con el 23%, tercer lugar con un 8%, cuarto lugar con el 19% y un quinto lugar con un 12%.

La unidad con una segunda preferencia es la de *área y perímetro* un 31% la sitúa en la primera posición, 42% en segunda posición, un 8% en la tercera posición, 11% en la cuarta y un 8% en último lugar.

Según los docentes encuestados, la unidad de *semejanza* es la tercera preferencia. Un 12% elige esta unidad como primer lugar, solo el 4% la elige para un segundo lugar, el 38% para un tercer lugar, el 31% como cuarto lugar y un 15% como último lugar.

La unidad de *congruencia* se queda con el cuarto lugar en las preferencias, ya que, el 0% la sitúa en una primera posición, solo el 15% la sitúa en una segunda posición, un 39% la ubica en un cuarto lugar y por último el 23% de los docentes la ubica en último lugar.

Para los docentes encuestados, la última unidad a enseñar es la de *transformaciones isométricas*, ya que, un 42% de los docentes la ubica como la última de sus preferencias, un 0% la sitúa en una cuarta posición, un 23% en la tercera posición, el 16% en una segunda posición y un 19% ubica en primer lugar de preferencia.

ANÁLISIS SEGÚN EL GÉNERO

De la población de docentes encuestados un 62% son mujeres y un 38% hombres.

Un 87,5% de las mujeres y un 60% de los hombres, consideran muy importante los niveles de aprendizaje.

El 56,25% de las mujeres ha escuchado hablar del modelo de Van Hiele, y de ellas el 75% utiliza el método, por otro lado, de los hombres encuestados el 40% dice haber escuchado del método, sin embargo, ninguno lo utiliza.

Un 81,25% de las mujeres y el 60% de los hombres encuestados, han enseñado transformaciones isométricas, solo un 18,75% y un 40% respectivamente no ha enseñado esta unidad.

Un 30% de los hombres encuestados casi siempre realizan demostraciones y con un 6,25% las mujeres.

Se puede concluir que las mujeres consideran más importante los niveles de aprendizaje, en comparación con los hombres, son éstas las que han escuchado hablar del modelo y lo utilizan, en cambio, mayor cantidad de hombres realizan demostraciones en clases.

De los siguientes temas; álgebra y funciones, geometría, estadística y probabilidades y números y proporciones las preferencias de hombres y mujeres son:

Mujeres	Hombres
1.- Álgebra y funciones	1.- Álgebra y funciones
2.- Geometría	2.- Números y proporciones
3.- Número y proporciones	3.- Geometría
4.- Estadística y probabilidades	4.- Estadística y probabilidades

De los temas de geometría mencionados en la encuesta hombres y mujeres prefieren en primer lugar triángulos y cuadriláteros, en segundo lugar, área y perímetro, en tercer lugar las mujeres prefieren congruencia, no así los hombres que optan por semejanza, en cuarto lugar, los hombres prefieren congruencia y las mujeres semejanza, en el último lugar vuelven a estar de acuerdo con transformaciones isométricas.

ANÁLISIS SEGÚN LA EXPERIENCIA

Los profesores encuestados tienen en promedio 14 años de experiencia.

Para un análisis más eficiente, se dividió a los docentes en cuatro grupos según la experiencia.

Grupo	Años de experiencia	Porcentaje de docentes
1	0 - 9	50%
2	10 - 19	11,54%
3	20 - 29	19,23%
4	30 - 39	19,23%

De los docentes que han escuchado hablar del modelo de Van Hiele, son los pertenecientes al primer grupo quienes más han escuchado hablar de esta teoría, con un 58,33%, le sigue el grupo tres con un 25% y el grupo dos con un 16,67%, de los docentes con mayor experiencia pertenecientes al grupo cuatro, ninguno conoce el modelo.

Sin embargo, del grupo dos y tres el 100% de los docentes que conocen el método lo utilizan, no así el grupo uno, donde solo el 14% lo utiliza.

Se puede decir, que son los docentes con menos experiencia quienes han escuchado hablar más del modelo, sin embargo, un porcentaje pequeño de este grupo lo utiliza. Son los docentes pertenecientes a los grupos 2 y 3 (10-19 y 20-29 años de experiencia respectivamente) quienes utilizan el modelo. Se puede concluir que son los docentes con menos experiencia los que conocen el modelo, ya que ningún docente con más de 30 años ha escuchado hablar de éste.

Según la preferencia de temas, los docentes con menos experiencia (grupo uno) eligen como primer tema el de números y proporciones, seguido de álgebra y funciones, geometría y en última opción estadística y probabilidades.

Para los docentes entre 10 y 19 años de experiencia, el primer tema es geometría, el segundo es álgebra y funciones, el tercero es números y proporcionalidades y el último tema es estadística y probabilidad.

El grupo tres prefiere álgebra y funciones, continuando con geometría, de ahí estadística y probabilidad y por último número y proporciones.

Los docentes con mayor experiencia son de preferencias más difusas, ya que en un primer lugar se produce un empate entre los temas de geometría y números y proporcionalidad. En tercer lugar, álgebra y funciones y al final estadística y probabilidad.

Del primer grupo, el orden de preferencia en las unidades a enseñar es: en primer lugar *triángulo y cuadriláteros*, seguido de *área y perímetro*, *transformaciones isométricas*, *congruencia* y por último *semejanza*.

Para el segundo grupo el orden de mayor a menor preferencia es; *transformaciones isométricas*, *congruencia*, *semejanza*, *triángulos y cuadriláteros* y por último *área y perímetro*.

Tercer grupo; *semejanza*, *área y perímetro*, *congruencia*, *triángulos y cuadriláteros* y al final *transformaciones isométricas*.

Cuarto grupo; *área y perímetro*, *triángulos y cuadriláteros*, *semejanza*, *congruencia* y *transformaciones isométricas*.

ANÁLISIS SEGÚN EL TIPO DE ESTABLECIMIENTO

Particular subvencionado, corresponde al 38% de los docentes encuestados, de los cuales el 50% son mujeres y 50% hombres. Según los años de experiencia el 80% pertenece al grupo uno (0-9 años de experiencia), y el 20% restante al grupo 3 (20-29 años de experiencia). Con respecto a los niveles de aprendizaje, el 80% los considera muy importante y el 20% medianamente importante.

Municipales, el 27% de los docentes encuestados pertenece a este tipo de colegios, de estos el 85% son mujeres y el 15% hombres. Del 27% de los docentes, el 29% pertenece al grupo 1 (0-9 años de experiencia), el 29% al grupo 2 (10-19 años de experiencia), el 13% al grupo 3 (20-29 años de experiencia) y el 29% al grupo 4 (30-39 años de experiencia) El 85% considera muy importante los niveles de aprendizaje, solo un 15% los considera medianamente importante.


Por último, el 35% pertenece a colegios particulares pagados, está compuesto por un 56% de docentes femeninas y un 44% de docentes masculinos. Según los años de experiencia que tienen los docentes, el 35% de ellos pertenecientes a este tipo de establecimiento el 33% son del grupo 1, 11% del grupo 2, 22% grupo 3, 34% grupo 4. De los docentes el 67% considera muy importante los niveles de aprendizaje y el 33% los considera medianamente importantes.

De los docentes que conocen la teoría de Van Hiele, el 33% pertenece a colegios particulares subvencionados, el 25% a colegios municipales y un 35% a colegios particulares pagados.


Del 23% de los docentes que conoce y utiliza el método de Van Hiele, el 33% hace clases en colegios municipales y el 67% en colegios particulares pagados.


De los colegios particulares subvencionados, solo el 50% ha enseñado el tema de transformaciones isométricas, de los colegios municipales el 85% ha enseñado el tema y de los colegios particulares pagados el 89%.

Con respecto a las demostraciones:

-  Colegios particulares subvencionados: El 50% está muy de acuerdo con implementar demostraciones de teoremas geométricos en clases y el otro 50% sólo está algo de acuerdo. El 70% realiza demostraciones frecuentemente, no así el 30% que casi nunca las realiza. Esto puede ser ya que solo el 20% cree que los alumnos entienden las demostraciones

hechas en clases, el 50% cree que sólo algunas veces y el 30% cree que casi siempre. El 40% piensa que los alumnos son capaces de resolver conscientemente una demostración y el 60% piensa que no.

 Colegios municipales: Para la implementación de demostraciones de teoremas geométricos en clases, un 71% de los docentes, está muy de acuerdo y un 29% está algo de acuerdo. Un 86% realiza frecuentemente demostraciones, solo un 14% casi nunca las realiza. No obstante, un 86% piensa que los alumnos solo algunas veces entienden las demostraciones, un 14% cree que casi nunca las entienden. Un 43% piensa que los alumnos no son capaces de resolver una demostración, otro 43% piensa que los alumnos si son capaces y un 14% cree que algunas veces.

 Colegios particulares pagados: El 33% de los docentes, está muy de acuerdo con la implementación de demostraciones, y un 67% está algo de acuerdo. A diferencia de los otros dos tipos de establecimientos, el 22% casi siempre realiza demostraciones y un 78% las realiza frecuentemente. Respecto a si los docentes piensan que los alumnos entienden las demostraciones hechas en clases, un 78% cree que algunas veces y un 22% piensa que los alumnos casi siempre las entienden. Un 33% de los docentes cree que los alumnos si son capaces de resolver demostraciones, el 11% piensa que algunas veces y el 56% cree que los alumnos no son capaces de resolverlas por ellos mismos.

Se observa que el método es más conocido y utilizado por los colegios particulares pagados. No obstante, son los colegios municipales los que están más de acuerdo con la implementación de demostraciones y son éstos los que con mayor frecuencia las realizan en clases. Esto puede ser debido a que los docentes pertenecientes a este tipo de establecimientos creen con un mayor porcentaje que los alumnos entienden y son capaces realizar conscientemente las demostraciones de geometría.

Los docentes que pertenecen a colegios particulares subvencionados, prefieren en primer lugar álgebra y funciones, seguido de números y proporciones, geometría y en el último lugar estadística y probabilidades. No así los colegios municipales que son una muestra más chica que las otras dos, es más complejo un análisis detallado. En un primer lugar hay un empate entre álgebra y funciones y números y proporcionalidad, en el segundo lugar de las preferencias también ocurre un empate, entre algebra y funciones y geometría, no obstante, la mayoría expresó que geometría

debería ocupar el tercer lugar, pero sin lugar a dudas el cuarto lugar se lo lleva estadística y probabilidad. Por último, los docentes pertenecientes a colegios particulares pagados, prefieren el tema de geometría en primer lugar, en un segundo puesto esta el tema de álgebra y funciones, en tercer lugar estadística y probabilidades y al final el tema de números y proporciones.

Según la preferencia de la unidad de geometría a tratar, los resultados son los siguientes:

Particulares Subvencionados	Municipales	Particulares Pagados
1.- Triángulos y cuadriláteros	1.- Transformaciones isométricas	1.- Área y perímetro
2.- Área y perímetro	2.- Triángulos y cuadriláteros	2.- Transformaciones isométricas
3.- Congruencia	3.- Área y perímetro	3.- Semejanza
4.- Semejanza	4.- Semejanza	4.- Congruencia
5.- Transformaciones isométricas	5.- Congruencia	5.- Triángulos y cuadriláteros

ANÁLISIS SEGÚN SI LOS DOCENTES HAN ENSEÑADO O NO EL TEMA DE TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS.

Del 100% que conoce el tema de transformaciones isométricas, el 73% lo ha enseñado en alguna ocasión, no así el 27% que nunca lo ha enseñado.

Del 73% que lo ha enseñado, el 68% son mujeres y el 32% son hombres. Un 26% de estos docentes pertenecen a colegios particulares subvencionados, un 32% a colegios municipales y un 42% a colegios particulares pagados.

De los docentes que nunca han enseñado esta unidad, el 43% son mujeres y el 57% son hombres. Un 72% son de colegios particulares subvencionados, un 14% pertenece a colegios municipales y otro 14% a colegios particulares pagados.

Son más mujeres y los colegios particulares pagados los que han enseñado el tema de transformaciones isométricas, en cambio, son los hombres y los colegios particulares subvencionados los que menos han enseñado este tema.

Según la preferencia en temas de geometría los resultados son los siguientes. Tanto los docentes que han enseñado transformaciones isométricas como los que no, prefieren en primer lugar triángulos y cuadriláteros, en un segundo lugar área y perímetro, en tercer lugar las personas que han enseñado el tema prefieren semejanza y luego congruencia, no así los que no han enseñado el tema, estos prefieren primero congruencia y luego semejanza, pero ambos grupos, eligen como último tema transformaciones isométricas, aunque cabe mencionar que los que no han enseñado el tema y lo sitúan en último lugar son un 67% de los docentes.

4.1.2 ANÁLISIS DEL TEST

De los docentes encuestados, solo el 27% contestó el test, esta cifra es baja debido a que la mayoría de los docentes dijeron no tener tiempo suficiente en esta época del año (noviembre)

Los docentes que contestaron el test pertenecen a dos tipos de establecimientos, con un 57% están los colegios municipales compuestos por un 75% de mujeres y un 25% de hombres, y por otro lado están los colegios particulares pagados con un 43% y compuesto 100% por mujeres.

Tomando el total de la muestra un 86% corresponden a mujeres que según los años de experiencia; un 33% pertenecen al grupo 2 (10-19 años de experiencia), un 50% al grupo 3 (20-29 años de experiencia) y un 17% al grupo 4 (30-39 años de experiencia). Y un 14% a hombres, correspondiente al grupo 1 (0-9 años de experiencia).

Para estos docentes es importante la enseñanza de la geometría, y encuentran muy importante los niveles de aprendizaje. Como el test es sobre el modelo de Van Hiele viendo su aplicabilidad en las transformaciones isométricas, a continuación se dará a conocer si los docentes que respondieron el test conocen o no sobre los temas.

Todos los docentes que realizaron el test conocen el tema de transformaciones isométricas, aunque son las mujeres quienes sí han enseñado el tema y no así los hombres.

Con respecto al conocimiento sobre el modelo de Van Hiele el 86% ha escuchado hablar de él, un 14% de no han escuchado hablar del modelo. Este 14% corresponde a mujeres de colegio municipal. De las personas que han escuchado

hablar del modelo un 86% lo ocupa y un 17% no lo utiliza, este 17% corresponde al total de los hombres.

Se obtuvo un promedio de cinco preguntas malas por docente, en donde ninguna pregunta fue respondida correctamente por todos y ningún docente contestó todo el test correctamente. De los 15 ejercicios, 3 de ellos tenían como respuesta el primer nivel, solo en una de ellos la mayoría no respondió correctamente. Al contrario que en el primer nivel, de los 5 ejercicios que correspondían al segundo nivel sólo en uno de éstos, la mayoría de los docentes acertó, habiendo otros cuatro ejercicios donde las respuestas fueron erróneas. De los 7 ejercicios que correspondían al nivel 3 todos estos fueron respondidos correctamente por la mayoría.

Esto demuestra que el segundo nivel es el más difícil de distinguir para los docentes. Por las respuestas obtenidas al parecer las diferencias entre el primer y el segundo nivel no están claras.

4.1.3 ANÁLISIS DE LA ENTREVISTA

Del 27% de los docentes que respondieron el test, solo el 57% de éstos respondieron la entrevista, como son menos docentes de lo esperando, se entrevistó a otros docentes que respondieron la encuesta, a éstos sólo se les entrego el resumen de la teoría de Van Hiele con la finalidad de tener más opiniones y poder mejorar de manera efectiva el resumen. Esto quiere decir que un 31% de la muestra total respondió la entrevista.

Al preguntarle a los docentes sobre si los alumnos eran consientes de realizar demostraciones, éstos explicaron que los alumnos en su mayoría pueden resolverla, siempre y cuando ésta ya se haya realizado en clases. Esto fundamenta la hipótesis de que los alumnos de enseñanza media solo llegan hasta el nivel 3, según el modelo de Van Hiele.

Acerca del test, los docentes lo encontraron un poco largo, más aún en esta época del año (noviembre) donde el tiempo es escaso. Los docentes dijeron no haber entendido dos preguntas y que otras tres preguntas estaban mal diseñadas o con dibujos poco claros. Aun así, lo encontraron bueno ya que contenía variados ejercicios, y comentaron que les sirvió mucho para recordar el tema de transformaciones isométricas.

Con respecto al resumen que se les entrego a los docentes, muchos de éstos recalcaron que su planificación era muy similar a este modelo, es decir, también se rigen por los niveles de aprendizaje planteados por Van Hiele. Los docentes lo encontraron de su agrado por completo que éste estaba, ya que estaba claro lo que tenía que hacer el docente en cada nivel, y el indicador de cuándo los alumnos ya estaban listos para continuar al siguiente. Sin embargo, casi en unanimidad los docentes dijeron que el ejemplo del resumen es poco claro, ya que si bien se entiende cuando uno lee el resumen, el ejemplo dado no sirve para responder el test ya que se encuentra alejado en formato y del tema de transformaciones isométricas.

Al preguntar qué les gustaría que se agregara al resumen, los docentes respondieron que para responder el test de forma más precisa, en el resumen se podría anexar un ejemplo con la unidad de transformaciones isométricas, pero más que nada con ejercicios. Y en el caso que no hubiera test sino solamente un resumen, que el ejemplo no sea sólo de palabra sino también con ejercicios. Los docentes recalcaron que si no se va a entregar el test, el ejemplo que debe aparecer en el resumen no tiene que ser sobre transformaciones isométricas, algunos argumentaron que era porque no les gustaba el tema y otros porque es el tema que menos manejan. Entonces al ser un buen modelo el de Van Hiele, quieren verlo implementado en algún tema de geometría que les guste.

Con respecto a los niveles, como era de esperar el nivel que más claro quedó era el tercer nivel, ya que era el más complejo y según los docentes son ese tipo de preguntas (las correspondientes al nivel 3) con las que hay que tener cuidado al minuto de hacer una prueba. Con respecto a los dos primeros niveles, fue el segundo nivel el menos claro y específico, según los docentes se debe a que este nivel es muy parecido al primero, ya que la única gran diferencia entre uno y otro es la formalidad con que se presenta la pregunta. En cualquier caso, los docentes manifestaron que quizá con algún otro tema como el del ejemplo es más fácil poder distinguir los niveles.

A las personas que no conocían el modelo, les gustó bastante el resumen y están de acuerdo en que es buen modelo para planificar especialmente el tema de geometría ya que estos niveles se adaptan a la perfección.

Las personas que conocían el modelo pero no lo utilizaban, era porque solo habían escuchado hablar éste, y no tenían claro los niveles. Entonces, la entrega del resumen les sirvió bastante, ya que dijeron que ahora se amplía su conocimiento sobre éste y creen que es totalmente aplicable a las clases y para planificar una unidad.

Para las personas que ya utilizaban el modelo, les sirvió para aclarar algunas cosas, ya que nunca lo habían visto tan estructurado.

Como conclusión para mejorar el resumen, es necesario implementar dos nuevos ejemplos, uno sobre las transformaciones isométricas pero con ejercicios y el otro puede ser el mismo ejemplo que está en el resumen, pero agregándole ejercicios de cada nivel, para que los docentes puedan ver de forma más clara las diferencias entre los dos primeros niveles especialmente.

4.2 HERRAMIENTA DE TRABAJO

4.2.1 RESUMEN ENTREGADO A PROFESORES

Para dar a conocer los niveles de Van Hiele a los profesores que se sometieron a la encuesta, se les entregó este resumen para que ellos lo leyeran y luego contestaran el test (se encuentra en los anexos), en el que se pide reconocer el nivel de Van Hiele al que pertenece la actividad propuesta. Hay que destacar que el test se basa en actividades de transformaciones isométricas, ya que es un tema nuevo el cual los docentes deben conocer y dominar. Con estos documentos se pretende conocer si a los docentes les sirvió el resumen para contestar el test.

A continuación se presenta el resumen que se entrega a los docentes.

GUIA PARA PLANIFICAR UNIDADES GEOMETRICAS DEL CURRICULUM ESCOLAR CHILENO

Los niveles de razonamiento geométrico propuestos por la teoría de Van Hiele nos ayudan a organizar y jerarquizar de mejor manera los contenidos geométricos que debemos enseñar según el currículum escolar, es por esta razón que presentamos a continuación una guía práctica que ayudará al docente a obtener un aprendizaje significativo por parte de sus alumnos en unidades de geometría.

Para realizar una planificación basada en esta teoría, se debe tener en consideración que los alumnos son los encargados de su propio aprendizaje y el profesor es el guía, encargado de realizar actividades adecuadas para el óptimo desarrollo de la unidad. Además, se necesita una comunicación constante entre los alumnos y su profesor para que este pueda ir guiando al alumno según el nivel en que

se encuentra, ya que para obtener buenos resultados se debe aprobar un nivel antes de comenzar el siguiente.

NIVEL	CARACTERÍSTICAS	TAREA DEL PROFESOR	INDICADORES PARA PASAR AL SIGUIENTE NIVEL
1	<p>Los alumnos perciben las figuras geométricas en su totalidad.</p> <p>Describen, aspectos físicos de estas pero no reconocen propiedades.</p> <p>Utilizan lenguaje cotidiano para describir los elementos que observan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diagnosticar si la mayoría de los alumnos se encuentra en este nivel. • Realizar actividades para que los alumnos logren encontrar características propias de los elementos estudiados. • Incentivar a los alumnos a compartir su experiencia con los compañeros a modo de llegar a conclusiones en conjunto. • Introducir lenguaje matemático a medida que los alumnos avancen en los contenidos. 	<p>El alumno logra diferenciar aspectos básicos de los elementos estudiados y comunica lo que sabe con términos netamente matemáticos.</p>
2	<p>Los alumnos se percatan mediante la observación que las figuras geométricas están compuestas de elementos y partes, además están dotadas de propiedades matemáticas. Se refieren a estos aspectos de manera informal.</p> <p>Sin embargo, aún no son capaces de relacionar propiedades por lo que no realizan una clasificación lógica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar actividades que ayuden al alumno a observar los elementos y partes en las que ésta compuesta una figura. • Guiar a los alumnos para que establezcan propiedades, utilizando un lenguaje informal. • Introducir lenguaje matemático cuando los alumnos demuestren su dominio en lo aprendido. 	<p>Los alumnos logran establecer propiedades de las figuras basándose en sus partes y elementos.</p>
3	<p>Los alumnos comienzan a desarrollar la capacidad de razonamiento formal matemático.</p> <p>Pueden clasificar lógicamente, aun mediante manipulaciones, las</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar actividades que guíen al alumno al razonamiento lógico y de ahí a las propiedades. • Incentivar la clasificación de las figuras en estudio a modo de resumen de lo ya aprendido. 	<p>Los alumnos logran realizar distintos tipos de clasificaciones basándose en el razonamiento y las propiedades que conocen.</p>

	<p>diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas.</p> <p>Pueden describir una figura de manera formal, comprenden el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.</p> <p>No logran encadenar los razonamientos lógicos, por lo que no comprenden la estructura de las demostraciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Introducir lenguaje matemático en lo que se vaya incorporando. • Mostrar la estructura de las demostraciones con el objetivo que las conozcan. 	
--	--	---	--

SUGERENCIA DE ACTIVIDADES DE CADA NIVEL

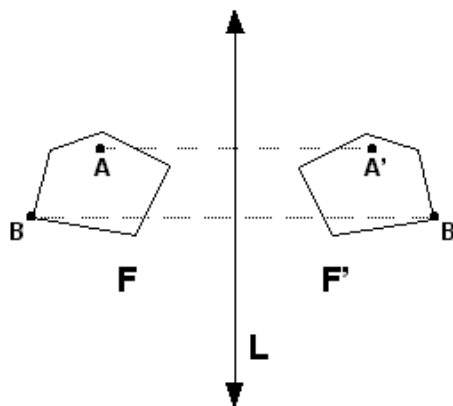
Las actividades que se señalan a continuación están preparadas para la unidad de enseñanza aprendizaje “Cuadriláteros”, la finalidad es entregar ejemplos que ayuden a clarificar cualquier duda que eventualmente puede quedar luego de haber leído el material docente entregado.

NIVEL	EJEMPLO
1	<ul style="list-style-type: none"> • Se pide a los alumnos diferenciar entre cuadriláteros y figuras que no lo son, esto se puede realizar pidiendo que observen su entorno y establezcan que objetos pudieran llegar a cumplir con las condiciones de la figura estudiada. • Se caracterizan los cuadriláteros según lo que se puede observar de ellos (figura de cuatro lados), esto se puede realizar mostrándoles a los alumnos distintas figuras geométricas y distintos cuadriláteros, para que mediante la observación se den cuenta que es posible encontrar cuadriláteros de variadas formas.
2	<ul style="list-style-type: none"> • Analizar elementos que componen a un cuadrilátero, esto se va haciendo mediante la observación, la idea es que los propios alumnos vayan descubriendo las propiedades que queremos que aprendan. • Construir cuadriláteros a partir de una propiedad dada. El profesor puede mostrar a sus alumnos cómo se pueden utilizar las propiedades para construir un cuadrilátero, para luego pedir a los alumnos que realicen esta actividad con las distintas propiedades.

	<ul style="list-style-type: none"> • Asociar cuadriláteros a tipos de propiedades.
3	<ul style="list-style-type: none"> • Establecer relaciones entre propiedades. • Realizar clasificaciones (inclusivas y exclusivas) • Formalizar definiciones, utilizando parte de definiciones que los alumnos han ido construyendo, para que puedan darse cuenta que en el fondo es lo mismo que ellos han dicho pero con palabras diferentes.

INTERPRETACIONES DE LOS ALUMNOS SEGÚN EL NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN EL QUE SE ENCUENTRAN.

Si se muestran figuras reflejadas a los alumnos se obtienen distintas interpretaciones de lo que observan dependiendo del nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentren.



NIVELES	INTERPRETACIÓN
1	Es como si se vieran en un espejo.
2	Las figuras se encuentran a la misma distancia de la línea central.
3	Cada punto de la figura original y de la figura reflejada se encuentra a la misma distancia del eje de simetría.

4.2.2 HERRAMIENTA PARA PLANIFICAR UNIDADES DE GEOMETRIA

Luego del estudio realizado se ha mejorado el resumen entregado en un principio según las observaciones obtenidas de aquellos docentes que se sometieron a los instrumentos de medición que consideramos pertinentes para ello. Este nuevo documento tiene una estructura más amigable que el primero, con lo que se pretende hacer más amena y liviana su lectura y comprensión.

En la entrevista realizada a los docentes se obtuvo información para modificar algunos aspectos del resumen entregado con anterioridad, entre los cambios efectuados es posible encontrar:

1. Respuestas a interrogantes que surgen al momento de planificar según el modelo de Van Hiele.
2. Ejemplo de actividades con el tema de transformaciones isométricas.
3. Ejemplos de interpretaciones de los alumnos
4. Ejemplo, en simetría axial, de interpretación de los alumnos según el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran.

Esperando que con esto la herramienta que se propone a continuación para planificar sea cogida de buena manera, y sea un real aporte para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.



PLANIFICAR UNIDADES DE GEOMETRIA, UN DESAFIO CONSTANTE

Guía de orientación para docentes de enseñanza media.

En este documento usted podrá encontrar un diseño de modelo curricular basado en la Teoría de Van Hiele que le ayudara a orientarse a la hora de planificar unidades de geometría.

Segundo semestre 2009



¿Qué nos propone la Teoría de Van Hiele?

La teoría invita a los docentes a centrar el proceso de enseñanza aprendizaje en el alumno, para lo que el profesor debe ser capaz de entregar actividades adecuadas, con la finalidad de que el alumno valla descubriendo los conocimientos que se desea que adquiriera, junto con esto se debe tener una constante comunicación entre las partes involucradas para ir observando los avances de los alumnos de manera paulatina.

Para lograr que el alumno comprenda lo que se le quiere enseñar se debe diagnosticar en que nivel de razonamiento geométrico se encuentra, pues no se puede aprender los conocimientos en un nivel sino a superado los niveles anteriores.

A continuación se presentan las características de cada nivel por los que un alumno de enseñanza media debiera pasar.

N I V E L	CARACTERISTICAS	TAREA DEL PROFESOR	INDICADORES PARA PASAR AL SIGUIENTE NIVEL
1	<p>Los alumnos perciben las figuras geométricas en su totalidad.</p> <p>Describen aspectos físicos de estas pero no reconocen propiedades.</p> <p>Utilizan lenguaje cotidiano para describir los elementos que observan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Diagnosticar si la mayoría de los alumnos se encuentran en este nivel. • Realizar actividades para que los alumnos logren encontrar características propias de los elementos estudiados. • Incentivar a los alumnos a compartir su experiencia con los compañeros a modo de llegar a conclusiones en conjunto. <p>Introducir lenguaje matemático a medida que los alumnos avancen en los contenidos.</p>	<p>El alumno logra diferenciar aspectos básicos de los elementos estudiados y comunica lo que sabe con términos netamente matemáticos.</p>
2	<p>Los alumnos se percatan mediante la observación que las figuras geométricas están compuestas de elementos y partes, además están dotadas de propiedades matemáticas. Se refieren a estos</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar actividades que ayuden al alumno a observar los elementos y partes en las que esta compuesta una figura. • Guiar a los alumnos para que establezcan 	<p>Los alumnos logran establecer propiedades de las figuras basándose en sus partes y elementos.</p>

	<p>aspectos de manera informal.</p> <p>Sin embargo aun no son capaces de relacionar propiedades por lo que no realizar una clasificación lógica.</p>	<p>propiedades, utilizando un lenguaje informal.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Introducir lenguaje matemático cuando los alumnos demuestren su dominio en lo aprendido. 	
3	<p>Los alumnos comienzan a desarrollar la capacidad de razonamiento formal matemático. Pueden clasificar lógicamente, aun mediante manipulaciones, las diferentes familias de figuras a partir de sus propiedades o relaciones ya conocidas.</p> <p>Pueden describir una figura de manera formal, comprenden el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.</p> <p>No logran encadenar los razonamientos lógicos, por lo que no comprenden la estructura de las demostraciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar actividades que guíen al alumno al razonamiento lógico y de ahí a las propiedades. • Incentivar la clasificación de las figuras en estudio a modo de resumen de lo ya aprendido. • Introducir lenguaje matemático de lo que se valla incorporando. • Mostrar la estructura de las demostraciones con el objetivo que las conozcan. 	<p>Los alumnos logran realizar distintos tipos de clasificaciones basándose en el razonamiento y las propiedades que conoce.</p>

¿Qué se debe considerar para trabajar un nivel determinado?

Para trabajar un nivel determinado se deben seguir 5 pasos bien secuenciados, que a continuación se los presentamos.

1. Realice preguntas necesarias, ya sea de forma oral o escrita, para determinar los conocimientos que tiene el alumno y así comenzar a desarrollar las actividades pertinentes.
2. Crear actividades bien secuenciadas para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc. las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc. que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

3. Incentivar a los alumnos a compartir lo aprendido con sus pares, la misión del profesor es corregir el lenguaje de modo que se utilice el lenguaje matemático adecuadamente.
4. Crear actividades más complejas, en las que se deba utilizar lo ya aprendido, lo ideal es que los enunciados sean abiertos de modo que se pueda abordar de distintas maneras.
5. Sintetizar lo ya aprendido, no entregar nuevos conocimientos, sino ordenar lo ya aprendido con el lenguaje matemático adecuado.

¿Puedo considerar los conocimientos previos para establecer el nivel de razonamiento geométrico que tienen los alumnos?

A pesar que los alumnos de enseñanza media ya han adquirido algunos conocimientos no podemos asumir que superaron un nivel determinado, pues el alcanzar un nivel no tiene que ver con la edad ni el curso en el que se encuentre, sino con las experiencias vividas con el tema.

¿Cómo planifico una unidad si no conozco el nivel de razonamiento geométrico que han alcanzado los alumnos?

Comience con actividades del nivel 1, a pesar de que en algún momento de su proceso de aprendizaje le hayan enseñado este concepto, pues no nos podemos arriesgar, recuerde que no es posible alcanzar un nivel si no se ha pasado por el anterior.

Considere que si planifica basándose en esta teoría, puede ir modificando a medida que usted observe los avances de los alumnos, no es una planificación rígida.

¿Cómo organizo las actividades si algunos alumnos tienen un nivel de razonamiento más avanzado que el resto de sus compañeros?

Recuerde que en el transcurso de las actividades los alumnos se nivelaran y todos habrán alcanzado el mismo nivel de razonamiento geométrico, pero mientras esto sucede tome en cuenta lo siguiente:

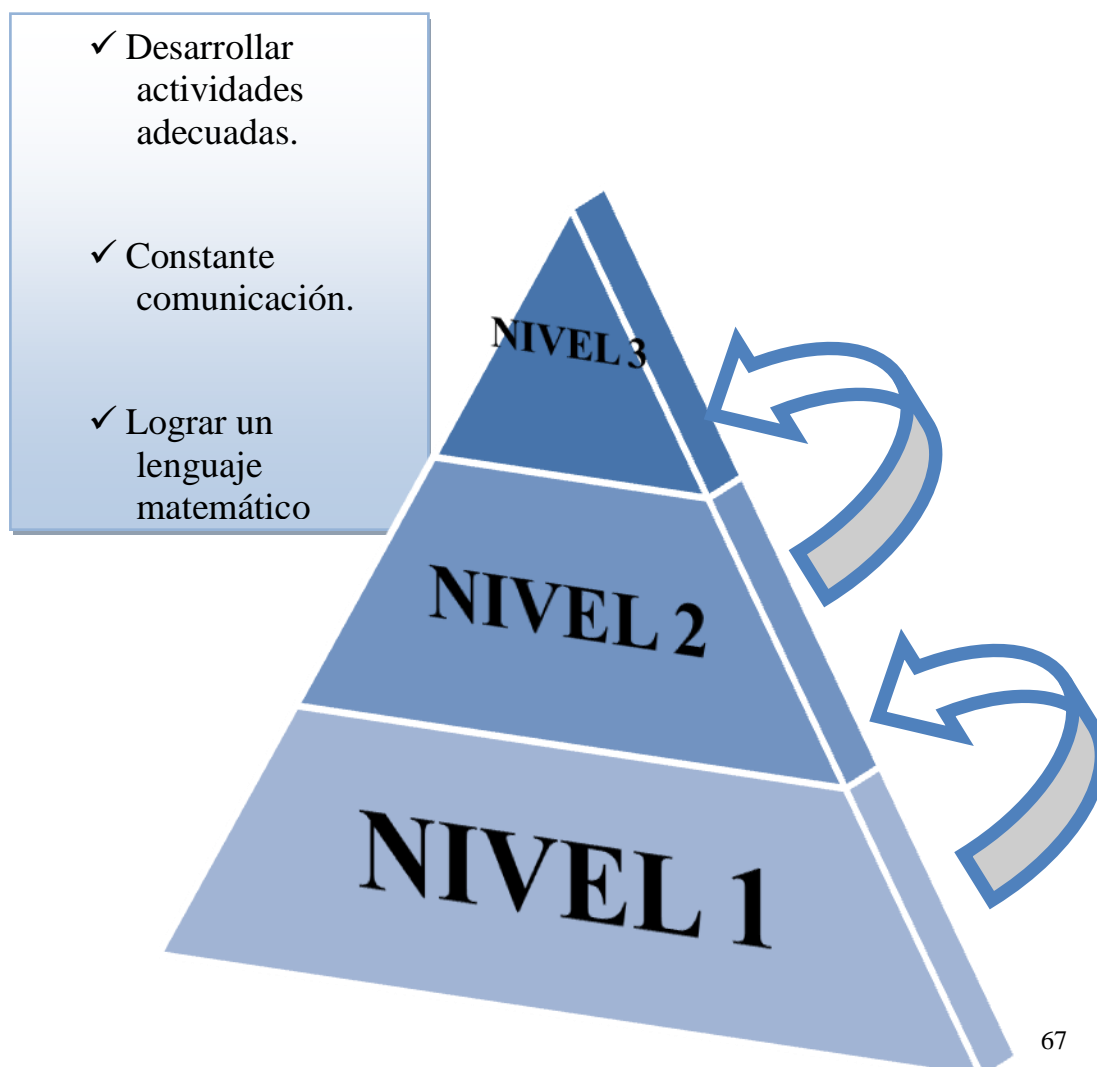
1. Las actividades deben estar orientadas al nivel más bajo que presenten los alumnos.

2. Realice actividades en grupo donde uno de los integrantes sea el alumno con mayor nivel de razonamiento, para que estos aporten ideas al resto de sus compañeros y halla diversidad de opiniones con respecto a la actividad.
3. Trate que los alumnos con mayor nivel de razonamiento aporten en el mejoramiento del lenguaje matemático del resto de sus compañeros.

¿Puedo avanzar más rápido si veo que me queda poco tiempo y no he desarrollado actividades del tercer nivel?

Se debe recordar que el paso por un nivel no tiene que ver con una madurez biológica, ni con una cantidad de horas de enseñanza. Incluso con enseñanza adecuada, la forma de razonamiento de algunos estudiantes no llegara al tercer nivel, para conseguir llegar a este nivel se necesitan años con experiencias adecuadas.

Por la razón que acabamos de exponer y porque no debemos forzar al paso por un nivel determinado, no es recomendable avanzar mas rápido para lograr desarrollar todas las actividades presupuestadas. Si se ha logrado que los alumnos alcancen el nivel 2 durante el tiempo estimado para la unidad, es recomendable dejarlo hasta ahí, pues es imposible que comprendan actividades del siguiente nivel si no han superado por completo el nivel anterior.



ANEXO

SUGERENCIA DE ACTIVIDADES DE CADA NIVEL

Las actividades que se señalan a continuación están preparadas para la unidad de enseñanza aprendizaje “cuadriláteros”.

NIVEL	EJEMPLO
1	<ul style="list-style-type: none">• Se pide a los alumnos diferenciar entre cuadriláteros y figuras que no lo son, esto se puede realizar pidiendo que observen su entorno y establezcan que objetos pudieran llegar a cumplir con las condiciones de la figura estudiada.• Se caracterizan los cuadriláteros según lo que se puede observar de ellos (figura de cuatro lado), esto se puede realizar mostrándoles a los alumnos distintas figuras geométricas y distintos cuadriláteros, para que mediante la observación se den cuenta que es posible encontrar cuadriláteros de variadas formas.
2	<ul style="list-style-type: none">• Analizar elementos que componen a un cuadrilátero, esto se va haciendo mediante la observación, la idea es que los propios alumnos vallan descubriendo las propiedades que queremos que aprendan.• Construir cuadriláteros a partir de una propiedad dada. El profesor puede mostrar a sus alumnos como se pueden utilizar las propiedades para construir un cuadrilátero, para luego pedir a los alumnos que realicen esta actividad con las distintas propiedades.• Asociar cuadriláteros a tipos de propiedades.
3	<ul style="list-style-type: none">• Establecer relaciones entre propiedades.• Realizar clasificaciones (inclusivas y exclusivas)

	<ul style="list-style-type: none"> • Formalizar definiciones, utilizando parte de definiciones que los alumnos han ido construyendo, para que puedan darse cuenta que en el fondo es lo mismo que ellos han dicho pero con palabras diferentes.
--	--

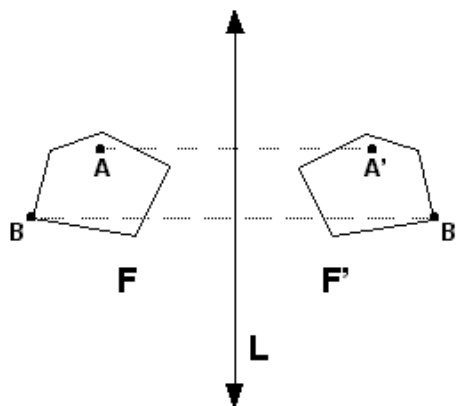
Las actividades que se señalan a continuación están preparadas para la unidad de enseñanza aprendizaje “isometrías”.

NIVEL	EJEMPLO
1	<p>Se crean actividades con la finalidad que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • reconozcan la conservación de tamaños y formas de las figuras. • Tengan la posibilidad de reconocer los movimientos y realizarlos sirviéndose de materiales auxiliares. • Utilicen propiedades fuertemente visuales para identificar isometrías, como “establecer la igualdad” de las figuras en la traslación, la disposición circular de las figuras en la rotación y la visión del eje de simetría como separador “por la mitad” de las dos figuras simétricas, junto con el cambio de orientación en estas. • Empleen vocabulario elemental de las isometrías: traslación, rotación, simetrías, eje de simetrías, etc.
2	<p>Se crean actividades con la finalidad que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Haga uso de forma intencionada y explícita de los elementos que caracterizan a cada una de las isometrías: módulo, dirección y sentido del vector en las traslaciones, centro y ángulo en las rotaciones y ejes en las simetrías. • Determinen los elementos que caracterizan una isometría concreta a partir de las propiedades de estos elementos: en las traslaciones los “componentes del vector” y en las simetrías el “eje”. En la rotación el centro y ángulo, solo en casos particulares que no lleven a una clasificación o propiedad del tercer nivel. • Utilicen la definición de cada movimiento en tareas de reconocimiento y de aplicación directa del movimiento en

	<p>cuestión.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apliquen composiciones de isometrías, realizando sucesivamente los movimientos correspondientes sobre figuras concretas.
3	<p>Se crean actividades con la finalidad que los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Comprendan y utilicen el corte de mediatrices de segmentos que unen puntos homólogos para determinar el centro de una rotación. • Comprenda y utilicen la posibilidad de descomposición, de infinitas formas, como por ejemplo, de una traslación y de una rotación en producto de dos rotaciones de distinto centro. • Simplifiquen adecuadamente composiciones de isometrías: utilización de la conmutatividad en los casos posibles, de la idempotencia de las simetrías, de la asociatividad y de las relaciones conocidas entre las distintas isometrías. • Establecer relaciones generales, sin soporte de figuras o traslaciones concretas, entre las coordenadas de un punto, de su imagen y del vector de traslación aplicada.

INTERPRETACIONES DE LOS ALUMNOS SEGÚN EL NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN EL QUE SE ENCUENTRAN.

Si se muestran figuras reflejadas a los alumnos se obtienen distintas interpretaciones de lo que observan dependiendo del nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentren.



NIVELES	INTERPRETACION
1	Es como si se vieran en un espejo.
2	Las figuras se encuentran a la misma distancia de la línea central.
3	Cada punto de la figura original y de la figura reflejada se encuentra a la misma distancia del eje de simetría.

CAPITULO V: CONCLUSIONES

5.1 CONCLUSIÓN

Al finalizar el presente estudio y gracias a las indagaciones realizadas, se puede concluir que se caracterizó cada uno de los niveles y fases del Modelo de Van Hiele, explicando cada una de sus etapas, tanto en el marco referencial como en un resumen entregado a los docentes de matemática, con la finalidad de que sea una ayuda para planificar unidades de geometría.

Fue a través de los instrumentos de medición empleados como lo son la encuesta, el test y la entrevista que se indagó acerca del conocimiento que tienen los docentes sobre el modelo de Van Hiele, dentro de la encuesta entregada a los docentes se realizó un par de preguntas que sirvió para tener claro cuántos de los encuestados conocían el modelo y cuántos lo utilizan dentro del aula, además de preguntas relacionadas por su gusto por la geometría, si conocían el tema transformaciones isométricas y si implementaban demostraciones de teoremas geométricos en sus clases, entre otros.

Gracias a la entrevista realizada a los docentes fue posible que ellos comentaran sobre el modelo de Van Hiele y el grado de efectividad del resumen, alguno de estos comentarios son:

Los docentes que no conocían el modelo les gusto bastante el resumen y estaban de acuerdo en utilizarlo para planificar. Los que conocían el modelo pero no lo utilizaban, debido a que solo habían escuchado hablar de él y no tenían claro los niveles, la entrega del resumen les sirvió bastante, ya que declararon que se amplió su conocimiento sobre el modelo de Van Hiele y creen que es totalmente aplicable a las clases de geometría y sumamente útil a la hora de planificar una unidad. Por ultimo a las personas que ya utilizaban el modelo, les sirvió para aclarar algunos conceptos, ya que nunca lo habían visto tan estructurado.

Cabe señalar que con la entrevista se indagó con respecto a las fortalezas y debilidades del resumen como modelo de planificación. Los docentes afirmaron que estos pasos sirven para organizar una planificación de las unidades de geometría, pero fueron más allá aun argumentando lo que se expone a continuación:

Con respecto al resumen que se les entrego a los docentes, muchos de éstos recalcaron que su planificación era muy similar a este modelo, es decir, también se rigen por los niveles de aprendizaje planteados por Van Hiele. Encontraron de su

agradó el resumen por estar muy completo ya que se expone en forma clara cada nivel de razonamiento geométrico y el indicador de cuándo el alumno ya está listo para continuar al siguiente nivel.






Para mejorar el resumen, fue necesario implementar dos nuevos ejemplos, uno sobre las transformaciones isométricas y el otro sobre las interpretaciones de los alumnos según el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran, para que los docentes pudieran ver de forma más clara las diferencias entre los dos primeros niveles.

Luego del análisis del presente estudio y de acuerdo a las declaraciones de los docentes encuestados, se puede inferir que se ha logrado obtener un producto que ayudará a los docentes de matemática a planificar unidades de geometría, cabe destacar que este instrumento está basado en la teoría de Van Hiele y cuenta con observaciones hechas por los propios docentes involucrados en este estudio, los que ayudaron a mejorar y validar este documento.




Este resumen y la herramienta final “Planificar unidades de geometría, una tarea constante” se encuentran en el desarrollo del estudio.

5.2 ALCANCES

Esta sección se ha incluido para describir desde un punto de vista global, los tópicos que hicieron falta cubrir.

-  Realizar un estudio que tenga por objetivo la búsqueda de un estudio cuantitativo, confirmando lo efectivo del modelo de diseño curricular para planificar unidades de geometría.
-  Enseñanza del modelo de Van Hiele en entidades de enseñanza superior que impartan las carreras de pedagogía en matemáticas y pedagogía básica.
-  Capacitación a los docentes insertos en el sistema educacional y a los estudiantes de pedagogía en matemáticas y pedagogía básica sobre el modelo de diseño curricular.
-  Implementación del modelo de diseño curricular en las diferentes unidades de geometría, ya sea nivel de enseñanza básica y media.
-  A raíz de la encuesta nacen las siguientes interrogantes. ¿Por qué los profesores sitúan el eje temático de estadística y probabilidades como su última preferencia?, ¿Por qué existen profesores que haciendo clases en primero año medio nunca hayan enseñado transformaciones isométricas?

5.3 LIMITACIONES

-  En esta investigación no se indagó entre los alumnos de enseñanza media sobre la necesidad de tener un nuevo método de enseñanza en las unidades de geometría.
-  El resumen no da cuenta de los cinco niveles de la teoría de Van Hiele.
-  Poca participación de los docentes en la entrevista, debido a diferentes problemáticas, como por ejemplo, paro de profesores, modificación prueba SIMCE, PSU, notas finales semestrales y anuales (terminó del periodo escolar).

BIBLIOGRAFÍA

Libros

- “Aplicación del modelo propuesto en la Teoría de Van Hiele para la enseñanza de la geometría Netsy Lobo”, La Universidad del Zulia. Núcleo Punto Fijo. Programa de Educación. E-mail: netsylobo@cantv.net
- Programa de estudio, Primer año Medio, Formación General educación Media, Unidad de Currículo y Evaluación, Ministerio de Educación de Chile, Segunda edición (2004).
- S.r. (2008), Programa pedagógico educación parvularia, primer nivel transición, ministerio de educación república de Chile.
- Sampieri Hernández, Roberto, Fernández – Collado, Carlos y Lucio Baptista, Pilar. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.
- Fernández, P. & Díaz, P: “*Investigación cualitativa y cuantitativa.*” (2002).
- Bosch, m. Y gascón, J, (1994), *Integración del momento de la técnica en el proceso de estudio de campos De problemas de matemáticas*. Departamento de matemhtiques. Universitat autónoma de Barcelona.)
- Guerrero, S: “*Metodología de la Investigación.*”
- Sierra, Francisco. "Función y sentido de la entrevista cualitativa en investigación social" en Jesús Galindo Cáceres, *Técnicas de investigación en sociedad, cultura y comunicación*. México, Addison Wesley Longman, 1998
- Educación secundaria obligatoria. Sgto., chile ministerio de educación y ciencias 1988

Revistas

- Revista de psicodidáctica, N°. 14, Quevedo & Castaño: “*Introducción a la metodología de investigación cualitativa.*” 2002

Páginas Web

- <http://www.curriculum-mineduc.cl/curriculum/mapas-de-progreso/matematica/#top>
- <http://www.simce.cl/index.php?id=247>
- <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article4073>
- <http://www.simce.cl/index.php?id=100>
- http://www.mineduc.cl/biblio/documento/nota_tecnica_pisa.pdf
- <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article5240>
- Berritzegune de Donosti, Fernando F. s.f. DivulgaMAT. (2004).
<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/paseoGeometria.asp>
- María Antonieta Tapia. Apuntes de Metodología.
www.Angelfire.com/emo/tomaustin/met/metinacap,2002.
- www.santillana.cl/mat1
- www.educarchile.cl/./P0001%5CFile%5CTransformaciones%20Isométricas.ppt
- http://www.sectormatematica.cl/articulos/conceptos_geo.pdf
- <http://www.educarchile.cl/personas/docenteargentina/gfx/Introducci%F3n%20Laboratorio%20Geometr%EDa.doc>

ANEXOS

CARTA GANTT DE ACTIVIDADES

ACTIVIDADES	FECHA LIMITE
Crear una encuesta para los docentes.	31/08
Aplicar la encuesta a los docentes.	14/09
Analizar los resultados de la encuesta realizada.	21/09
Redactar resultados de la encuesta	21/09
Revisar, seleccionar y sintetizar la bibliografía referida al Modelo de Van Hiele.	05/10
Redactar Marco Metodológico	21/09
Redactar Marco Referencial	05/10
Analizar ejemplos de contenidos geométricos clasificados según el Modelo de Van Hiele.	28/09
Generar material para los docentes con la finalidad de dar a conocer los niveles de razonamiento geométricos.	05/10
Crear y aplicar un test de evaluación, con respecto a la unidad de Transformaciones Isométricas.	19/10
Modificar guía para el docente.	26/10
Redactar el capítulo de resultados.	26/10
Redactar las conclusiones.	16/11
Redactar los alcances y limitaciones.	16/11
Trabajo de campo (análisis de encuesta y entrevista)	09/11

ENCUESTA PARA DOCENTES



Estimado(a) Docente:

El objetivo principal de esta encuesta es conocer la utilización del modelo de Van Hiele en los contenidos geométricos de la educación media; con el fin de diseñar una herramienta de análisis para los docentes de Matemática, basada en la Teoría de Van Hiele, que les facilite la elaboración de planificaciones en el ámbito de la geometría. Le solicitamos responder con toda sinceridad puesto que la información que usted entregue será tratada confidencialmente.

La encuesta consta de 9 preguntas cerradas, en donde, en algunos casos podrá fundamentar la respuesta por escrito.

Este Cuestionario forma parte de un trabajo de seminario para optar al Título de Profesor(a) de Educación Matemática e Informática Educativa y al Grado Académico de Licenciado(a) en Educación, en la Universidad Católica Silva Henríquez.

De antemano se agradece su cordial y sincera participación. Muchas gracias.

Datos Personales

Nombre Completo:

¿De qué Institución de Educación Superior egresó?

¿Cuál es el título Profesional que usted tiene?

¿Cuántos Años de servicio profesional lleva?

Nombre del Establecimiento en que trabaja:

Actualmente en qué nivel o niveles de enseñanza media, enseña matemáticas:

Tipo de Establecimiento Educativo en que se desempeña actualmente: (Marque con una X)

- a. Particular Subvencionado: _____
- b. Municipal : _____
- c. Particular pagado : _____

Encuesta

Marque con una X su respuesta.

1. Al momento de planificar sus clases, que tanta importancia le da a los niveles de aprendizaje.

- Son muy importantes
- Medianamente importante.
- No tiene relevancia.

2. Ha escuchado hablar del modelo de Van Hiele.

- SI
- NO

Si su respuesta es SI, ¿Utiliza el modelo?

- SI, ¿En qué área? _____
- NO

3. ¿Conoce el tema de transformaciones isométricas?

- SI
- NO

4. ¿Ha enseñado el tema de transformaciones isométricas?

- SI
- NO

5. ¿Qué tan de acuerdo está con implementar demostraciones de teoremas geométricos a los alumnos?

- Muy de acuerdo
- Algo de acuerdo
- En desacuerdo.

6. Con que frecuencia realiza demostraciones en geometría
- Casi nunca
 - Algunas veces
 - Casi siempre
7. Los alumnos comprenden las demostraciones implementadas en clases de geometría.
- Casi nunca
 - Algunas veces
 - Casi Siempre
8. Según su experiencia, los alumnos son capaces de resolver conscientemente demostraciones en geometría.
- SI
 - NO
9. Usted considera importante enseñar geometría.
- SI
 - NO
10. De los siguientes temas enumérellos del 1 al 5, según su preferencia, considerando que el numero 1 nos indica su mayor preferencia.
- Algebra y funciones.
 - Geometría.
 - Estadística y Probabilidad.
 - Números y proporcionalidad.
11. De los siguientes temas enumérellos del 1 al 5, según su preferencia, considerando que el numero 1 nos indica su mayor preferencia.
- Congruencia.
 - Semejanza.
 - Área y perímetro.
 - Triángulos y cuadrilátero.
 - Transformaciones Isométricas.

TEST

Test de Evaluación, del modelo de Van Hiele respecto a la unidad de Transformaciones Isométricas

TEST PARA DOCENTES



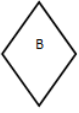
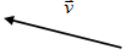
Estimado(a) Docente:



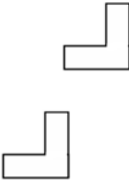
El objetivo principal de este test es conocer la aplicación del modelo de Van Hiele en los contenidos geométricos de la educación media; con el fin de diseñar una herramienta de análisis para los docentes de Matemática, basada en la Teoría de Van Hiele, que les facilite la elaboración de planificaciones en el ámbito de la geometría. Le solicitamos responder con toda sinceridad puesto que la información que usted entregue será tratada confidencialmente.

El test consta de 15 preguntas referentes a la unidad de isometría, se solicita que al contestar el test coloque el número correspondiente al nivel del modelo en la parte superior derecha en lo que corresponde a cada figura y justificando su respuesta.

Este TEST forma parte de un trabajo de seminario para optar al Título de Profesor(a) de Educación Matemática e Informática Educativa y al Grado Académico de Licenciado(a) en Educación, en la Universidad Católica Silva Henríquez.

De antemano se agradece su cordial y sincera participación.

<p>Trasladar la figura A con respecto al vector \vec{u}. Trasladar la figura B con respecto al vector \vec{v}</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  A </div> <div style="text-align: center;">  \vec{u} </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  B </div> <div style="text-align: center;">  \vec{v} </div> </div>	Clasificación Nivel de Razonamiento:
	JUSTIFICACION
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

<p>¿Cuáles de los siguientes dibujos determina una traslación? Explique</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  Figura 1 </div> <div style="text-align: center;">  Figura 2 </div> <div style="text-align: center;">  Figura 3 </div> </div>	Clasificación Nivel de Razonamiento:
	JUSTIFICACION
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

<p>¿Qué sucede si una persona traslada una figura A, a partir un vértice P y otro lo hace a partir de un vértice Q? ¿Dónde situarán la imagen de la figura? ¿Por qué? Justifique</p>	Clasificación Nivel de Razonamiento:
	JUSTIFICACION
<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

Reconocer de los pares de figuras, cuales se corresponden mediante una simetría.
Utilizar el material necesario para realizar esta tarea.

Clasificación Nivel de Razonamiento:

JUSTIFICACION




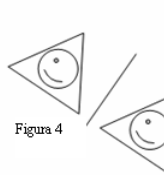
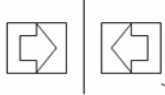


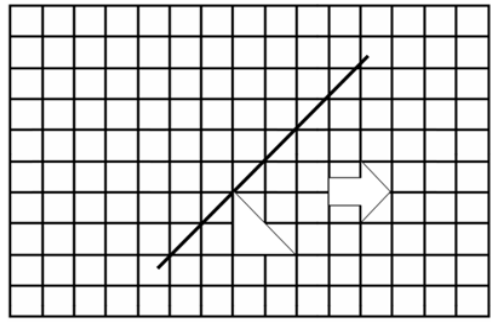
Figura 1  Figura 2  Figura 3 

Figura 4  Figura 5  Figura 6  Figura 7 

Obtener las imágenes de las figuras mediante una simetría con el eje señalado.

Clasificación Nivel de Razonamiento:

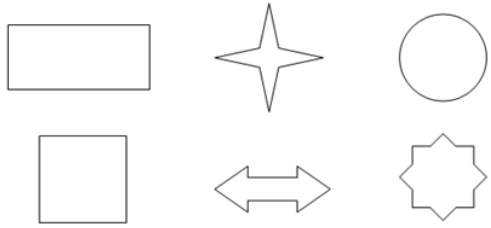
JUSTIFICACION

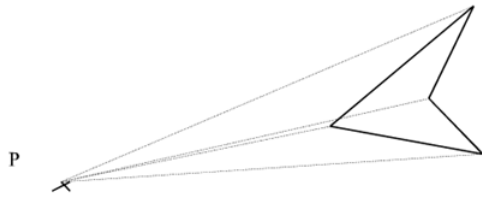
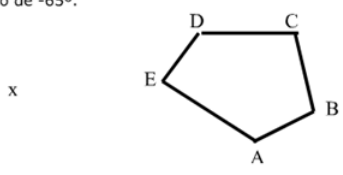


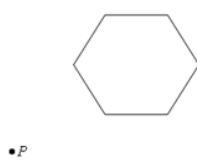
Determinar todos los ejes de simetría de las figuras.

Clasificación Nivel de Razonamiento:

JUSTIFICACION



<p>Ejercicios: Rotar la figura del plano en un ángulo de 55° con centro en el punto P.</p>  <p>Ahora rota el pentágono ABCDE con un ángulo de -65°.</p> 	<p>Clasificación Nivel de Razonamiento:</p>
<p>JUSTIFICACION</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

<p>Realizar una rotación de 65° respecto al punto P, y a la figura resultante una rotación con respecto al mismo punto de 45°.</p> 	<p>Clasificación Nivel de Razonamiento:</p>
<p>JUSTIFICACION</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

<p>Dada la composición $R(O,60^\circ) \circ R(O,-50^\circ) \circ R(O,70^\circ) \circ R(O,-60^\circ)$, simplificar al máximo esta composición, es decir, indicar el tipo de isometría equivalente.</p>	<p>Clasificación Nivel de Razonamiento:</p>
<p>JUSTIFICACION</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

Observaciones y apreciaciones generales que desea realizar al test que acaba de contestar:





Unidad: Transformaciones isométricas

Nivel: NM1

Esta unidad es nueva en los programas de estudio en nuestro país para primer año de enseñanza media. Elaborado por la unidad de curriculum y evaluación del ministerio de educación y aprobado por el consejo superior de educación, para ser puesto en practica desde el año 1999.

El aprendizaje de algunas propiedades de las figuras geométricas y la visualización de regularidades en ellas cobran relevancia en esta unidad. Además, su relación cercana con la congruencia, tópico habitual en nuestra Educación Media, convierten a las transformaciones isométricas casi en un tema ineludible.

Contenidos

-  Análisis de la posibilidad de embaldosar el plano con algunos polígonos. Aplicaciones de las transformaciones geométricas en las artes, por ejemplo, M.C. Escher.
-  Traslaciones, simetrías y rotaciones de figuras planas. Construcción de figuras por traslación, por simetría y por rotación en 60, 90, 120 y 180 grados.
-  Uso de regla y compás; de escuadra y transportador; manejo de un programa computacional que permita dibujar y transformar figuras geométricas.
-  Traslación y simetrías de figuras en sistemas de coordenadas.

Objetivo fundamental:

Analizar aspectos cuantitativos y relaciones geométricas presentes en la vida cotidiana y en el mundo de las ciencias; describir y analizar situaciones.

Objetivo transversal:

Desarrollar actitudes de rigor, perseverancia y análisis de sus procedimientos que le permitan resolver problemas matemáticos, de otras ciencias y de la vida cotidiana.

Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

1. Caracterizan la traslación, simetría y rotación de figuras en un plano.
2. Describen los cambios que observan entre una figura y su imagen por traslación, rotación o simetría.
3. Construyen, utilizando escuadra y compás o un programa computacional, figuras simétricas, trasladadas y rotadas.
4. Diseñan composiciones sencillas que incorporan traslaciones, simetrías y rotaciones.
5. Reconocen simetrías, rotaciones y traslaciones en la naturaleza y en obras de arte tales como las de M.C.Escher, el palacio de la Alhambra, algunas artesanías, etc.
6. Describen patrones que se observan en la aplicación de simetrías, rotaciones y traslaciones en un sistema de coordenadas.

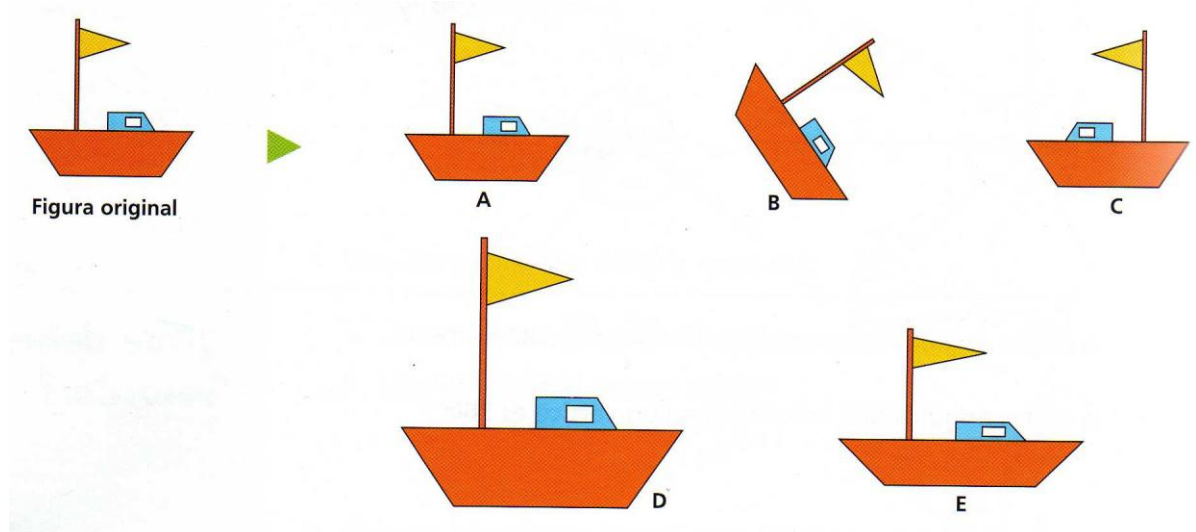
Transformaciones isométricas

Una transformación es un procedimiento geométrico (o movimiento) que produce cambios en una figura. El resultado de una transformación es una nueva figura llamada imagen. Si la figura original y la imagen son congruentes, entonces la transformación se denomina isométrica. Son transformaciones isométricas la simetría, la traslación y la rotación.

Isometrías

La palabra isometría es de origen griego y significa “igual medida” (iso= misma, metría = medir). En geometría, se usa para indicar aquellas transformaciones que producen solo cambios de posición, y no de tamaño o forma. Veamos distintos tipos de movimientos o transformaciones de una figura.

Ejemplo



La idea de simetría es inherente a la percepción humana. Por lo tanto, es apropiado recurrir a algunos elementos naturales de simetría y de gran belleza



Al observar la mariposa y el escarabajo, diremos que cada uno es simétrico, pues al trazar una línea recta en el centro de cada uno de ellos, y si se doblara el papel por esta línea, la parte que está a la derecha de la línea sería exactamente igual a la parte que está a la izquierda de esa misma línea, de tal manera que esas dos partes coincidan.



De esta manera, se puede obtener una figura simétrica cuya característica principal es estar dividida por la mitad, por una recta llamada **Eje de simetría**. Por esta razón hablamos de simetría axial o reflexión.

Otros ejemplos de simetría.



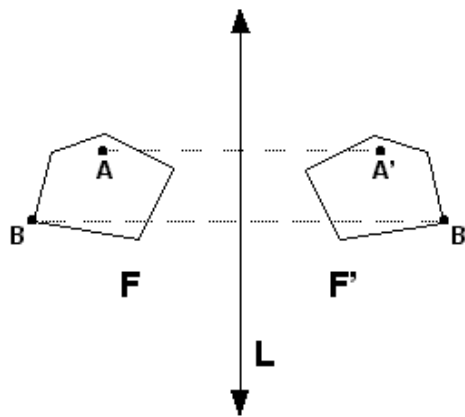
Alhambra de Granada

Taj mahal

Jardines del Vaticano

Simetría axial

Sean F y F' dos figuras y L una recta:

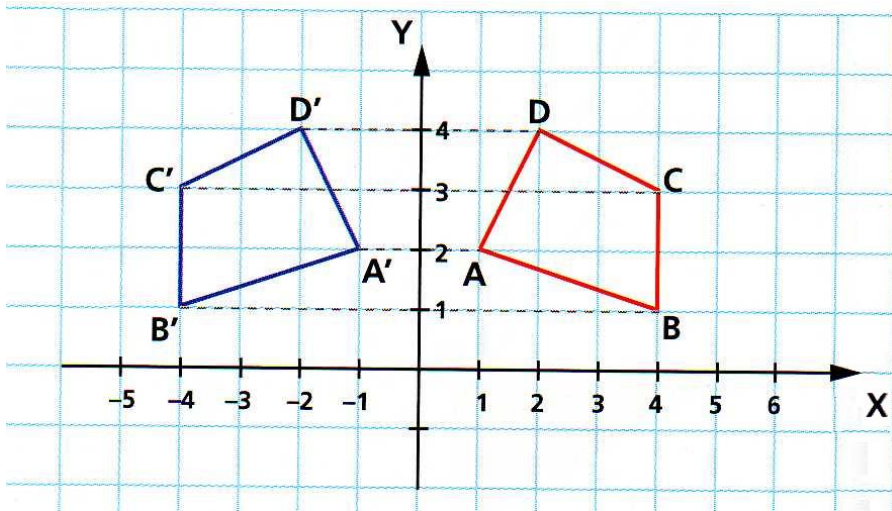


La imagen F' de la figura F con respecto al eje de simetría L , es el conjunto de las imágenes obtenidas de cada punto de la figura F por reflexión con respecto a la recta L .

Si F' es la imagen de F con respecto a L entonces F es a su vez la imagen de F' respecto de la misma recta L . Diremos, entonces, que F y F' son figuras tales que cada una es la imagen de la otra respecto de L .

Las simetrías se pueden representar usando coordenadas en un sistema de eje cartesiano, es decir, dado un punto de coordenadas (a, b) podrás determinar su simétrico (a', b') según el tipo de simetría.

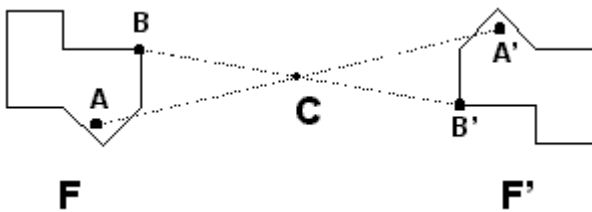
En el siguiente sistema aparece el cuadrilátero $ABCD$ y su simétrico con respecto al eje Y .



Puedes observar que las coordenadas del punto B (4, 1), por ejemplo, y la de su simétrico B' (-4, 1) tienen una relación matemática. Considera que si un punto P cualquiera tiene coordenadas (x, y), entonces su simétrico P' con respecto al eje Y tiene coordenadas (-x, y).

Simetría central

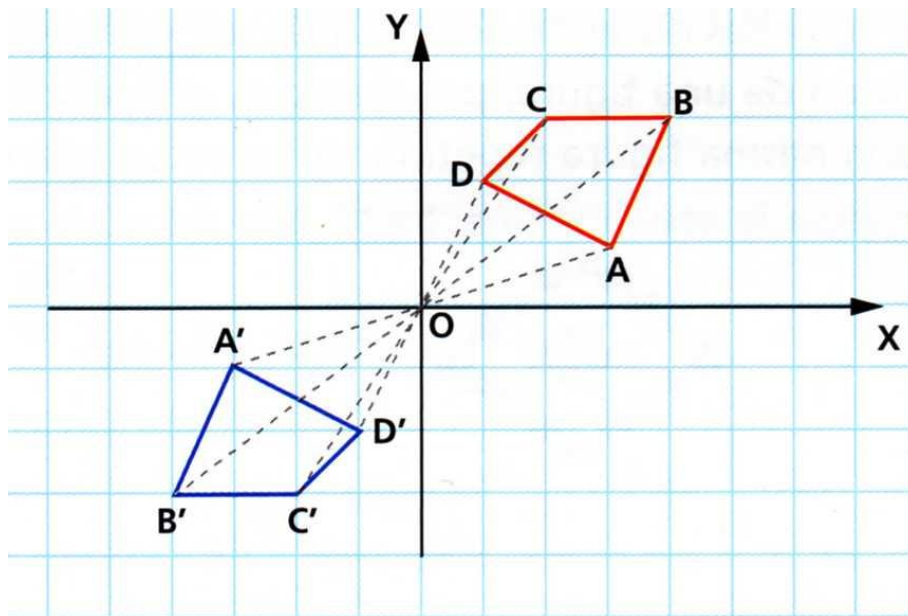
Sean F y F' dos figuras y C un punto llamado centro de simetría.



La imagen F' de la figura F con respecto al centro de simetría C , es el conjunto de las imágenes obtenidas por reflexión de cada punto de la figura F respecto del punto C .

Si F' es la imagen de F con respecto a C , entonces F es a su vez la imagen de F' respecto del mismo punto C . Diremos, entonces, que F y F' son figuras tales que cada una es la imagen de la otra respecto de C .

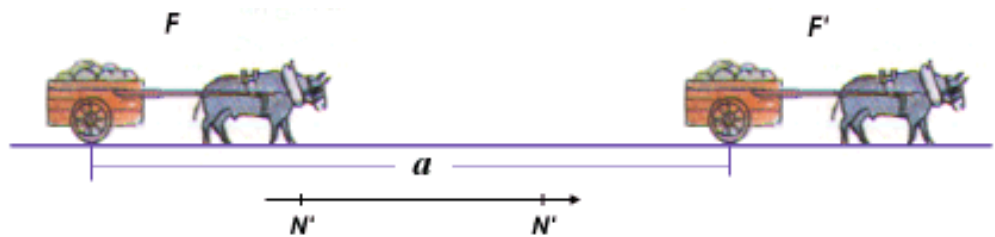
En el siguiente sistema de coordenadas se muestra el cuadrilátero ABCD y su simétrico con respecto al origen O



Traslación

La noción de traslación corresponde a la idea natural de “cambio de una posición a otra de una figura en una dirección, sentido y magnitud determinados conservando la forma y medidas de la figura”

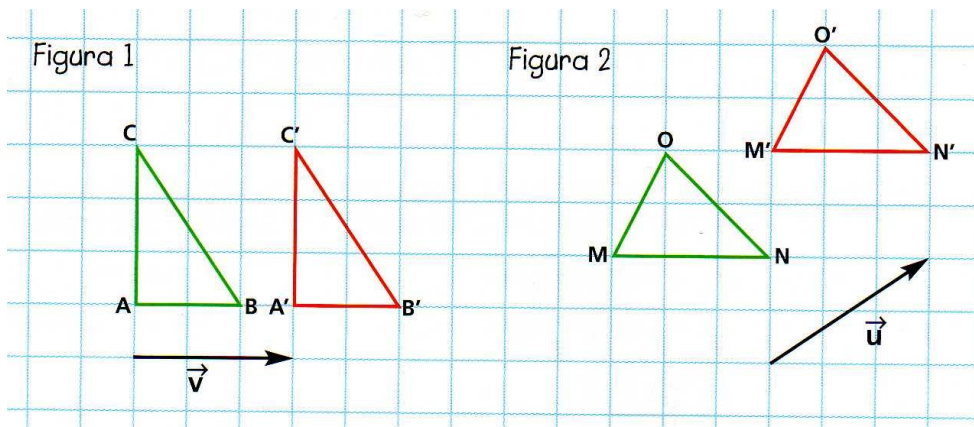
La figura siguiente muestra una carreta en dos momentos distintos. En este caso diremos que la posición de la carreta F' es la traslación de la carreta F en dirección horizontal, a la derecha (sentido) y con una distancia (magnitud) dada por la distancia en que la rueda toca el suelo.



Para señalar una traslación se utiliza un vector, generalmente utilizado en física, que indica dirección, sentido y distancia o magnitud del movimiento.

Observa las figuras

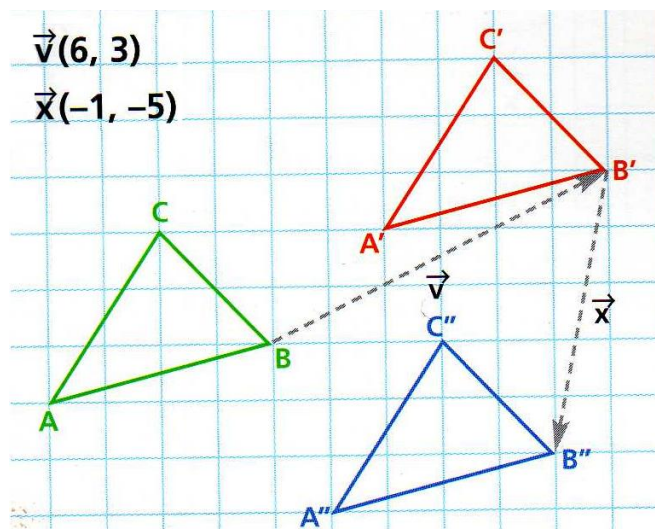
En la figura 1, el vector de traslación indica que el triángulo ABC se trasladó horizontalmente 3 cuadrados hacia la derecha para obtener $A'B'C'$. En la figura 2, el vector de traslación indica que el triángulo MNO se trasladó 3 cuadrados hacia la derecha y 2 hacia arriba para obtener $M'N'O'$.



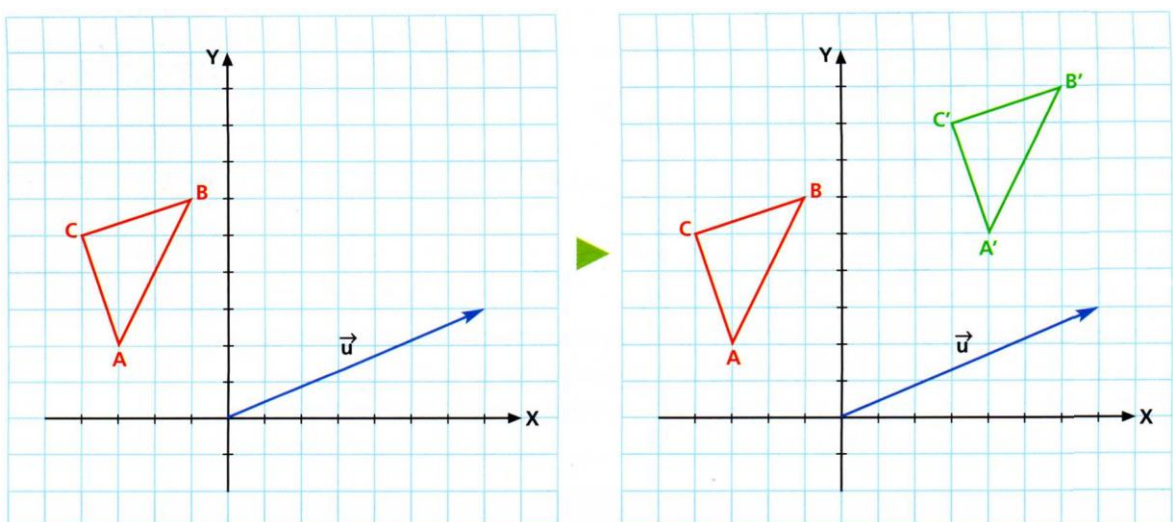
Una forma de describir un vector es mediante un par ordenado. Por ejemplo, un vector $\vec{u}(3,5)$ de traslación indica que se debe trasladar el objeto 3 unidades hacia la derecha y 5 unidades hacia arriba.

Ejemplo

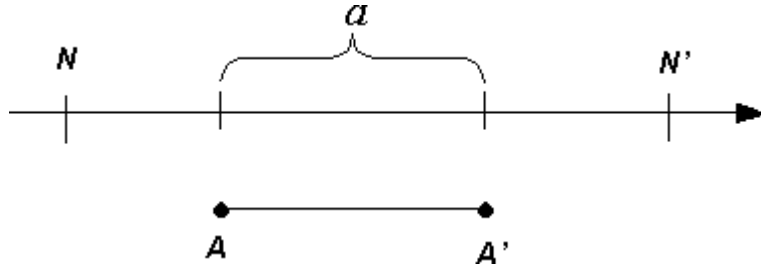
Traslada el triángulo ABC según el vector $\vec{v}(6,3)$ y luego traslada el nuevo triángulo según el vector $\vec{x}(-1,-5)$



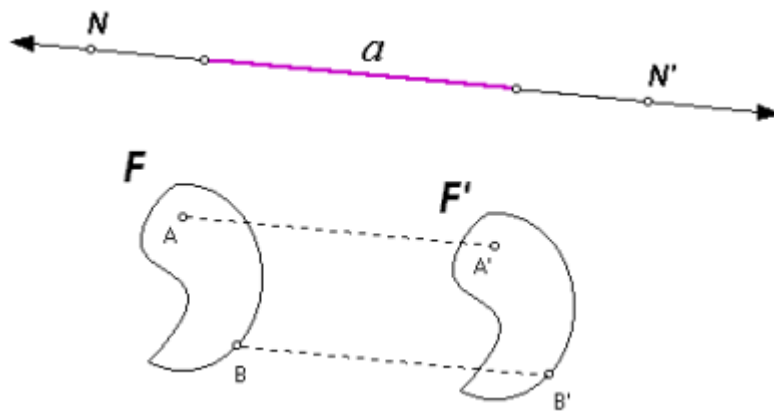
Para describir la traslación de una figura con respecto a un vector puedes utilizar un sistema cartesiano de coordenadas. Así, dadas las coordenadas de la figura trasladada. Analicemos el triángulo ABC y el vector $\vec{u}(7,3)$



Consideremos la dirección NN' en el plano y un segmento de medida a .



- a. Traslación Punto a Punto Sean A y A' dos puntos en el plano tales que el segmento AA' tenga medida a y la misma dirección que NN' . En este caso se dice que el punto A' es la imagen de A obtenida por una traslación con dirección NN' y magnitud a .

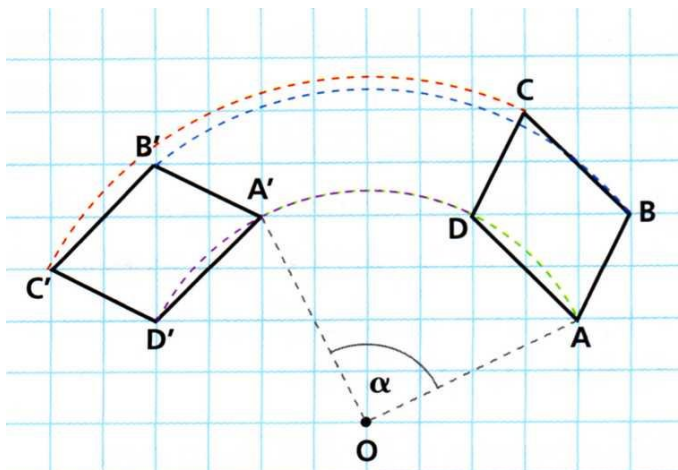


- b. Traslación entre dos figuras Sean las figuras F y F' , la dirección NN' y la magnitud

La imagen F' obtenida por traslación desde F , es el conjunto de las imágenes obtenidas de cada punto de la figura F en la dirección y sentido NN' con magnitud a .

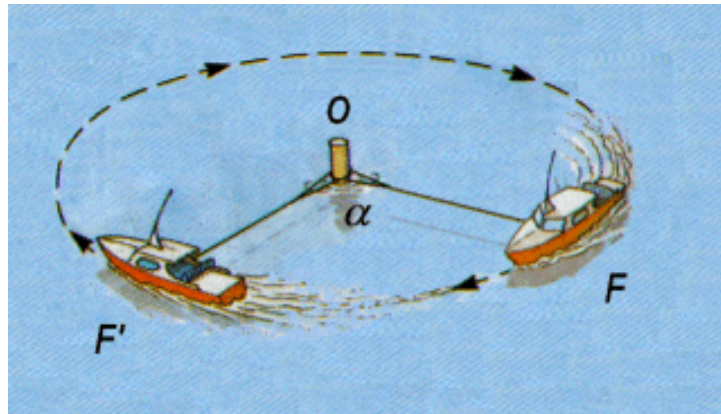
Rotación

En la imagen es posible observar la rotación en un ángulo α de una figura con respecto al centro O . En este caso hablamos de un giro positivo o rotación positiva ya que se hizo en el sentido contrario a como se mueven los punteros del reloj.

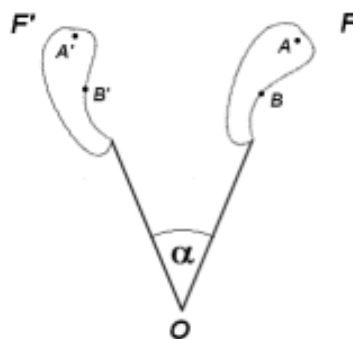


En este caso se tiene el barquito en instantes y lugares diferentes, pero bajo ciertas condiciones. Las dos figuras están a una misma distancia de la estaca y la cuerda que sujeta el barquito en ambas posiciones forma un ángulo.

Diremos que la posición del barquito F' es la rotación del barquito F en el sentido de los punteros del reloj, a una misma distancia de la estaca O y en un ángulo α .



Sean F y F' dos figuras en el plano, O un centro de rotación y α un ángulo de giro. Se dice que todos los puntos obtenidos de los puntos de la figura F por una rotación de centro O y un ángulo de giro α forma la figura F' .



Para describir una rotación debes considerar:

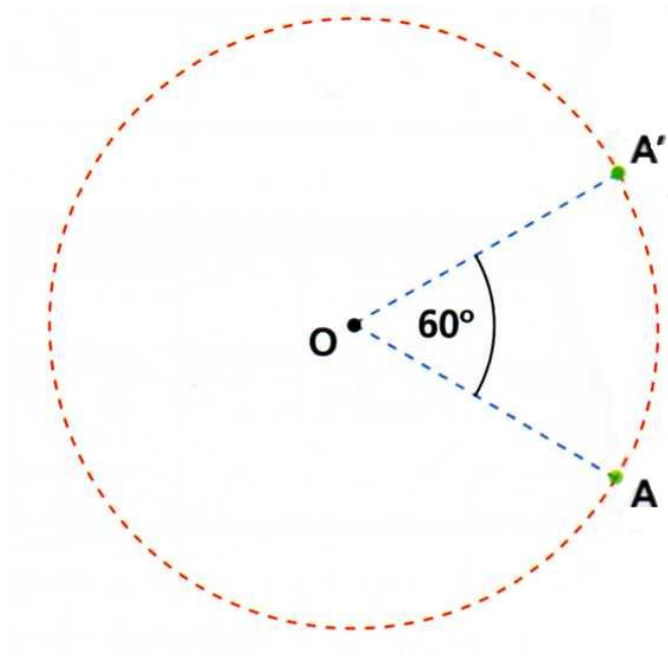
- El centro de rotación.
- El ángulo de giro.
- El sentido de la rotación (positivo o negativo)

Una rotación en 180° equivale a una simetría central.

¿Cómo rotar un punto A conocido el centro de rotación O y un ángulo de 60° ?

Dibuja una circunferencia con centro en O y radio \overline{OA} .

Usa tu transportador para medir un ángulo de 60° en sentido positivo y así obtener el punto A' sobre la circunferencia.



Simetría rotacional

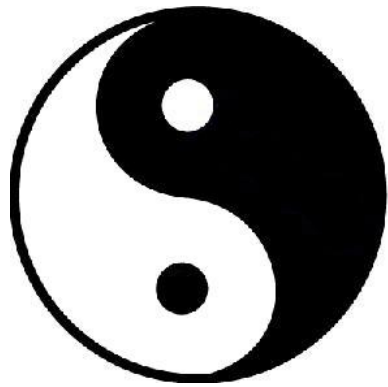
Algunas figuras o símbolos corporativos de empresas han sido diseñados pensando en un cierto equilibrio. Es así como a partir de una rotación particular de un objeto, llegamos al concepto de simetría rotacional, es decir, que mediante algún giro, el objeto coincide con su posición inicial.



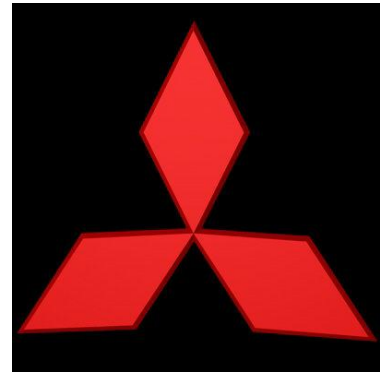
Giro en 120°



Giro en 180°



Giro en 180°



Giro en 120°