



FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa

**ACTITUDES DE LA PEDAGOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN
QUE PRESENTAN ESTUDIANTES DE TERCER AÑO DE
ENSEÑANZA MEDIA, DE UN COLEGIO PARTICULAR
SUBVENCIONADO CIENTIFICO–HUMANISTA DE LA
COMUNA DE CERRILLOS, DURANTE LA APLICACIÓN DE UN
RECORRIDO DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN PARCIAL
PARA INTRODUCIR EL ESTUDIO DE PROGRAMACIÓN
LINEAL**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA
EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
LAGOS PINO, CARLOS DAVID
LEON CABELLO, BAYRON CENDEL
PINTO MORALES, ALAN ISMAEL

PROFESOR GUÍA:
PABLO FIGUEROA SALGADO

SANTIAGO, CHILE
2015

Gracias a mi familia en general y sobre todo a mi madre Isabel por su apoyo incondicional en este proceso.

Gracias a los amigos del PRIAVU por facilitar sus espacios de trabajo y en especial a Francisco Sereño, quién nos orientó en momentos claves de la investigación. Y a todos los que voluntariamente nos ofrecieron su ayuda y entregaron sus buenas energías.

Alan Ismael Pinto Morales

Agradezco primero que todo a Dios por haberme permitido comenzar este proceso de estudiar y ahora me permite terminar invicto.

Agradezco a todas las personas que me han acompañado en este largo proceso de universidad, son cinco años en los que he recibido consejos diversos y apoyo de distintas maneras, muchas gracias a todos.

En especial agradezco el apoyo incondicional de mi familia, que en todo momento han estado conmigo, muchísimas gracias por todo lo que han hecho por mí.

Aún más en especial, quiero agradecer a mí amada esposa Anny de la Fuente, con quien he compartido este largo proceso de estudio, que ha estado en los momentos de tristeza y alegría que conlleva todo esto, si no fuera por haberte conocido (como siempre te lo digo) estaría quizás donde, te amo muchísimo, y también al futuro cachorrito o cachorrita producto de nuestro amor, por ustedes luchare siempre.

Bayron Cendel León Cabello

Agradezco a mi familia por su eterno e incondicional apoyo.

A mis amigos por siempre acompañarme en las buenas y en las malas.

Al profesor Pablo Figueroa y al profesor Ricardo Salinas, por el apoyo a este trabajo de investigación.

Al equipo PRIAVU, por el espacio, carisma, apoyo y orientaciones que nos brindaron durante este proceso.

A todos los profesores de la UCSH que aportaron a mi formación y aquellos que me orientaron durante mis prácticas profesionales.

Carlos David Lagos Pino

INDICE

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO I.....	10
PROBLEMÁTICA.....	10
1.1 PROBLEMÁTICA.....	11
1.1.1 Antecedentes bibliográficos.....	11
1.1.2 Antecedentes empíricos observados.	11
1.1.3 Planteamiento del problema.....	14
1.2 EVIDENCIA.....	15
1.3 SUPUESTOS.....	15
1.4 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.	15
1.5 OBJETIVOS.....	16
1.5.1 Objetivo general.	16
1.5.2 Objetivos específicos.	17
1.6 JUSTIFICACIÓN.....	17
1.7 LIMITACIONES.	18
CAPÍTULO II	20
MARCO TEÓRICO	20
2.1 TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO.....	21
2.1.1 Lo Didáctico.	21
2.1.2 La noción de Praxeología, Praxeología Matemática y Praxeología Didáctica.....	21
2.1.3 Construcción del conocimiento matemático.....	22
2.1.4 Los momentos del estudio.....	23
2.1.5 Funciones didácticas.	25
2.1.6 El Fenómeno didáctico de la monumentalización y la pérdida del sentido.....	25
2.2 RECORRIDOS Y ACTIVIDADES DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN.....	26
2.2.1 Recorridos de Estudio e Investigación.	26
2.2.2 Actividades de Estudio e Investigación.	27
2.2.3 Actitudes propias de la Pedagogía de la Investigación.....	28

CAPÍTULO III.....	30
DISEÑO METODOLÓGICO.....	30
3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	31
3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	32
3.3 LOS INSTRUMENTOS EMPLEADOS.....	33
3.3.1 Encuesta de entrada.....	33
3.3.2 Escala de clasificación de actitudes de los estudiantes.....	34
3.3.3 Cuestionario.....	38
3.4 FASES EN QUE SE EFECTUÓ LA INVESTIGACIÓN.....	40
3.5 VALIDEZ.....	40
CAPÍTULO IV.....	41
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....	41
4.1 ANÁLISIS DE LA ENCUESTA.....	42
4.1.1 Valoración de la Matemática.....	42
4.1.2 Utilidad de la matemática.....	45
4.1.3 Valoración del aprendizaje por descubrimiento.....	46
4.2 ANÁLISIS ESCALA DE ACTITUDES.....	48
4.3 ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE REI Y AEI.....	52
4.3.1 Análisis de la Actitud Herbartiana.....	52
4.3.2 Análisis de la Actitud Problematicadora.....	58
4.3.3 Análisis Actitud Procognitiva.....	60
4.3.4 Análisis de la Actitud Exotérica.....	68
4.4 TRIANGULACIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	70
4.4.1 Discusión 1.....	70
4.4.2 Discusión 2.....	71
4.4.3 Discusión 3.....	72
4.4.4 Discusión 4.....	73
CONCLUSIONES.....	76
BIBLIOGRAFÍA.....	78
ANEXOS.....	81
ANEXO 1: ENCUESTA DE ENTRADA.....	81
1.1 Aplicación encuesta de Entrada.....	82

ANEXO 2: DISEÑO DE RECORRIDO DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN.....	84
2.1 <i>Conjeturas previas del Reactivo.</i>	84
2.2 <i>Desarrollo de las actividades del diseño de Recorrido de Estudio e</i> <i>Investigación.</i>	93
2.3 <i>Cuadernillo de respuesta estudiantes.</i>	103
ANEXO 3: CUESTIONARIO.....	144
3.1 <i>Aplicación Escala de Actitudes.</i>	147
3.2 <i>Respuestas de los estudiantes a la escala de actitudes por Ítem</i>	149

RESUMEN

El siguiente estudio se enmarca en el paradigma interpretativo de investigación con un enfoque de investigación cualitativo, el cual tiene por objetivo describir las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, durante la aplicación de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal.

Se ha adoptado el marco teórico de la *teoría antropológica de lo didáctico* (TAD) (Chevallard, 1999), la cual propone una “pedagogía de la investigación y el cuestionamiento del mundo” (PICM), con el fin de promover ciertas actitudes, que Chevallard denomina ser *problematizador, herbartiano, procognitivo, exotérico y enciclopedista ordinario*¹.

En esta investigación se analizan las actitudes pedagógicas de aprendizaje antes mencionadas, que presentan un grupo de 16 estudiantes, los cuales en parejas participaron por primera vez de un dispositivo didáctico denominado *recorrido de estudio e investigación* (REI)² que busca “hacer vivir” el paradigma de la PICM en contexto de la enseñanza de programación lineal y abrir las primeras puertas frente a la posibilidad de implementación de estos dispositivos en aulas chilenas.

A través del análisis de las respuestas y textualidades desarrolladas por los estudiantes durante la aplicación del dispositivo didáctico REI y de las percepciones que tienen los estudiantes sobre las mismas actitudes adoptadas ante este modelo didáctico, se propone la aplicación de nuevas prácticas compatibles con este modelo dando cuenta de las actitudes pedagógicas de los estudiantes.

Se realizó una clasificación respecto de las actitudes que presentan los estudiantes y se contrasta con las percepciones que tienen estos de su propio trabajo. Los resultados, dan cuenta de la necesidad de promover modelos didácticos, como el dispositivo REI, que propicien estas actitudes vitales para el aprendizaje.

¹ De estas actitudes, en la investigación, solo se estudiaron 4, ya que la actitud de *enciclopedista ordinario* no es posible evidenciarla en el aula de clases.

² Este dispositivo didáctico ha sido diseñado de manera parcial, dado que se ha acotado lo suficiente para abarcar solo el estudio de una organización matemática. De este modo queda definido como un recorrido de estudio e investigación parcial.

INTRODUCCIÓN

A partir de las experiencias de las prácticas profesionales y en concordancia con los antecedentes que los marcos teóricos que la Didáctica de la Matemática provee³ se puede constatar el efecto que provoca el modelo habitual de enseñanza, dirigido a *mostrar los saberes*, descontextualizados de toda práctica que los dote de sentido y provocando el desinterés de los estudiantes por aprender matemática.

En el marco de la teoría antropológica de lo didáctico (Chevallard, 1999), Chevallard reconoce que el modelo de *mostrar los saberes* tiene un carácter paradigmático en las instituciones escolares y utiliza una metáfora para describirla como el modelo *monumentalista*⁴ de los saberes. La TAD responde a la insuficiencia del modelo monumentalista respecto de la apropiación de saberes, a través de la PICM, que intenta, entre otras cosas, devolver al estudiante la responsabilidad de involucrarse en el proceso de estudio de determinadas *organizaciones matemáticas (OM)*. Sin embargo, la implementación de un modelo de enseñanza y aprendizaje centrado en la indagación y el cuestionamiento del mundo, no es viable en el contexto de las restricciones que imponen los dispositivos didácticos usuales. Por ello, la TAD propone la utilización de los REI, que organizan el estudio en función de una serie de preguntas derivadas de una "cuestión" generatriz, suficientemente amplia como para conducir al alumno a re-encontrarse con las *organizaciones matemáticas (OM)* que componen el programa de una asignatura, de manera funcional a la intención de dar respuestas a las interrogantes que establece el REI.

Este estudio surge con la intención de aportar conocimiento sobre las actitudes propias de la PICM que presentan los estudiantes de un colegio particular subvencionado científico – humanista de Cerrillos y la “ambición” de contribuir en promover el diseño de nuevas propuestas didácticas para introducir la enseñanza de programación lineal.

³ Haciendo referencia a la teoría antropológica de lo didáctico y a los trabajos de Chevallard (1999, 2001, 2009a, 2009b, 2012a, 2012b, 2013), Corica & Marín (2014), Fonseca (2011), Otero, Fanaro & Llanos (2013) entre otros.

⁴ Chevallard define metafóricamente como monumentalización del saber, al fenómeno de enseñar obras matemáticas como objetos ya creados, transparentes e incuestionables, a las que precisamente por su carácter monumental, a lo sumo se pueden visitar. La monumentalización del saber, instala un proceso sistemático y muy arraigado de eliminación de preguntas, que son sustituidas por la enseñanza de respuestas.

Así, este documento está construido sobre la base de cuatro capítulos, cada uno de ellos dividido en distintos apartados.

El capítulo uno “Problemática”, contiene los antecedentes que dan cabida al problema estudiado respecto de la monumentalización de los saberes asociados a la OM de la programación lineal para el nivel de tercer año medio, las evidencias de este problema utilizando como principal referencia otros estudios similares, los supuestos bajo los que esta investigación se ha realizado, las preguntas que originan el estudio y los objetivos que este mismo se ha propuesto cumplir. Además presenta la justificación y la relevancia del estudio junto con las limitaciones que este tiene.

El capítulo dos “Marco Teórico”, presenta la TAD, destacando la forma en cómo se construye el conocimiento matemático, los fenómenos de este proceso y las actitudes pedagógicas producto del mismo, que son el lente por el cual se ha estudiado el problema.

En el capítulo tres “Diseño Metodológico”, se explica el tipo de investigación, y se presenta en detalle las especificaciones de la investigación, tales como la muestra de estudio, los instrumentos para la recogida de datos, fases de la investigación, etc.

El capítulo cuatro “Análisis de la Información”, contiene, como su nombre indica, el análisis de los datos recogidos por cada instrumento en forma particular y la triangulación entre los mismos.

Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio, las referencias bibliográficas que han servido de orientación y definición a esta investigación, y los anexos que este trabajo ha generado.

CAPÍTULO I
PROBLEMÁTICA

1.1 Problemática.

1.1.1 Antecedentes bibliográficos

La PICM (Chevallard, 1999) se genera como una nueva forma de abordar la enseñanza de las matemáticas y como alternativa a la forma tradicional de promover la matemática en el aula. Dicha pedagogía se desarrolla conceptualmente dentro de la TAD, diseñada por el francés Ives Chevallard a fines del año 1980. Hasta ahora, se ha materializado principalmente en niveles superiores de enseñanza, basta revisar los reconocidos estudios a nivel mundial publicados en revistas de matemática, véase en Corica & Marín (2014); Fonseca (2011); Otero, Fanaro & Llanos (2013); Otero, et. al. (2013); Barquero, Bosch & Gascón (2007).

Estos y otros tantos estudios de la TAD se refieren a analizar experiencias de enseñanzas por REI, fundamentalmente respecto de los resultados de aprendizaje, las actitudes desarrolladas hacia la PICM y el análisis de las posibilidades, limitaciones y restricciones institucionales de la aplicación de este modelo. Sin embargo, de acuerdo al estudio de la bibliografía, *no es posible encontrar investigaciones de esta naturaleza realizadas en Chile.*

1.1.2 Antecedentes empíricos observados.

Desde que la educación se universalizó y se hizo obligatoria, se han exigido fundamentos explícitos a las formas en que se han de organizar los saberes y la concepción de qué es aprender y enseñar matemáticas (Bosch & Gascón, 2010).

Es así como las instituciones han definido y han organizado los saberes tal como los conocemos hoy, respondiendo a una concepción de aprender y enseñar matemáticas como un aprender conceptos, técnicas, teorías y aplicaciones de estas a contextos alejados de lo cotidiano o la realidad significativa de los estudiantes, lo cual se traduce y refleja en las prácticas docentes que se ven influenciadas por estos modelos institucionales (Gascón, 2001).

En contexto de esta investigación, se muestran evidencias respecto de la propuesta que hace el Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC) a través de los planes y

programas de la asignatura de matemática diferenciado en el nivel de tercer año de enseñanza media para la enseñanza de programación lineal. Así en primera instancia, dentro de los planes y programas de dicha propuesta se sugiere la actividad 1 (Ver ilustración 1), la cual consta de un problema básico de optimización apelando a la solución intuitiva por parte de los estudiantes a través de un método de tanteo.

Actividad 1

Estudian problemas sencillos de optimización para percibir su sentido y características. Los resuelven recurriendo a sus conocimientos previos. Discuten las posibles soluciones, distinguiendo la solución óptima.

Ejemplo A

- Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:
 La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.
 Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30 000 por cada bus de 40 asientos y de \$40 000 por cada bus de 50 asientos.
 Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

Ilustración 1

En la ilustración 2 se aprecia como en una segunda instancia el MINEDUC en los planes y programas propone la actividad 2, con el fin de que los estudiantes puedan determinar gráficamente el semiplano solución de una inecuación cualquiera.

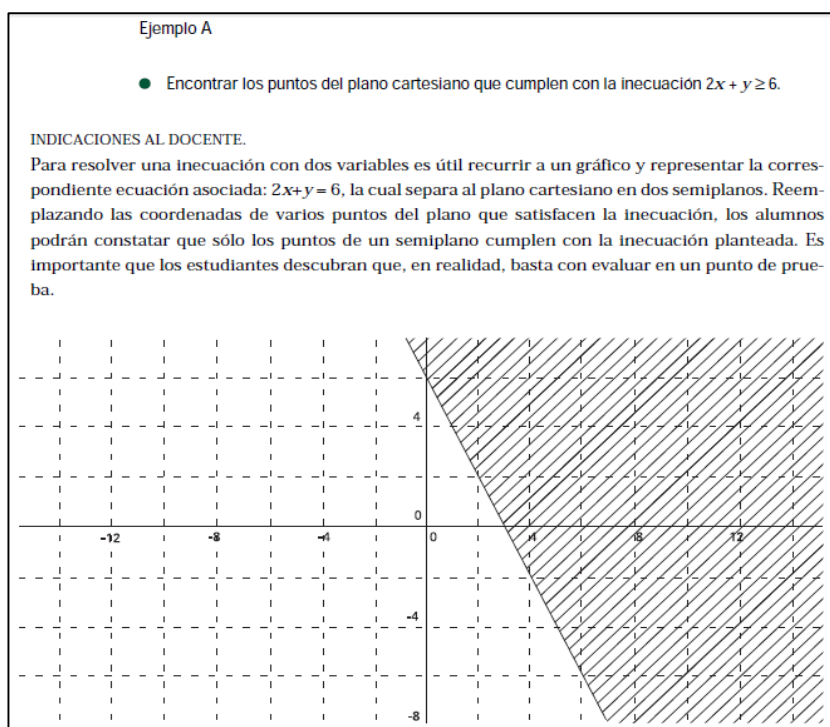


Ilustración 2

En la misma instancia el MINEDUC presenta una actividad que va orientada a encontrar una sección acotada del plano cartesiano que representa la solución de un sistema de inecuaciones cualquiera. (Ver ilustración 3)

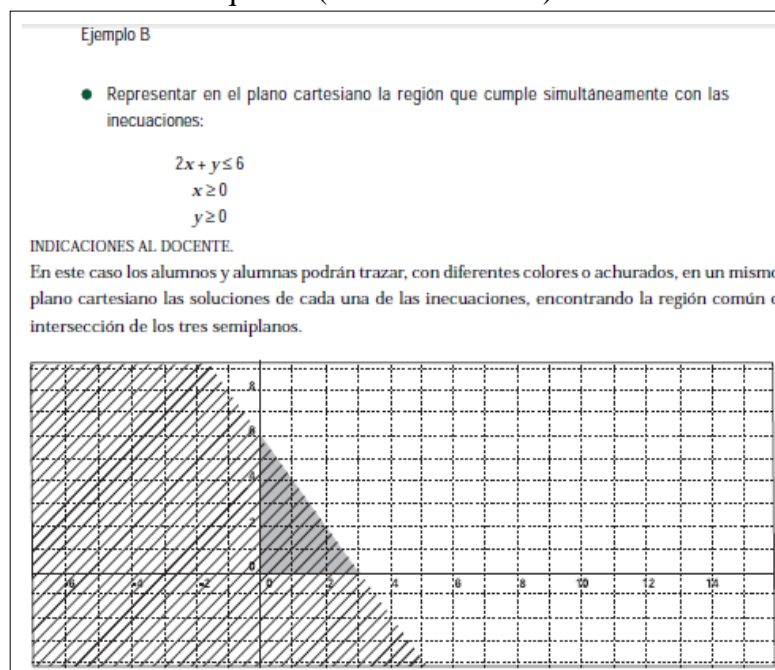


Ilustración 3

A continuación, el MINEDUC plantea una tercera actividad, en la cual se solicita a los estudiantes responder al mismo problema de la actividad 1 (ver ilustración 1), pero en esta oportunidad al estudiante se le indica aquello que debe realizar traduciendo los enunciados e identificando las variables de decisión, es decir la función objetivo y las restricciones, que se modelan en un sistema de inecuaciones. Además el MINEDUC solicita el uso de los “métodos de programación lineal”. (Ver ilustración 4).

Actividad 3

Plantean y resuelven problemas de programación lineal: traducen enunciados identificando las variables de decisión, las correspondientes restricciones y la función objetivo.

Ejemplo A

- Resolver el siguiente problema (visto en la Actividad 1) definiendo la función objetivo y utilizando las técnicas de la programación lineal: Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información: La empresa disponen de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30 000 por cada bus de 40 asientos y de \$40 000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

Ilustración 4

La forma en la que están estructuradas las actividades propuestas por el MINEDUC para el estudio de la programación lineal, sugiere un estudio parcelado de la programación lineal, es decir, un estudio que sólo promueve las técnicas –secuencia de pasos, acompañado de algoritmos– denotando un estilo mecánico para el logro de los objetivos de aprendizaje que se promueven respecto a los métodos de programación lineal, favoreciendo así la monumentalización del saber.

La orientación presentada en los planes y programas del MINEDUC, está enmarcada bajo un modelo mecanicista en donde los estudiantes siguen un procedimiento que se ha definido de manera anticipada, provocando una pérdida del sentido del estudio de dicha OM.

1.1.3 Planteamiento del problema.

Es posible reconocer que en los planes y programas de matemáticas para tercer año de enseñanza media en la unidad de programación lineal (plan diferenciado), un modelo de enseñanza secuencial y pre–establecido de pasos, provocando por un lado, la monumentalización de los saberes asociados a la OM de programación lineal, y por otro, un contrato didáctico que exime a los estudiantes de sus responsabilidades matemáticas en su proceso de aprendizaje.

Por otra parte, tal como se mencionó, la pedagogía de la investigación y definición de las cinco actitudes: de problematizar, herbartiana, procognitiva, exotérica y enciclopedista ordinario, han sido pronunciadas por Chevallard con posterioridad a la noción de REI. De manera que muy pocas investigaciones se han abocado al estudio de estas actualmente.

La importancia del desarrollo de las actitudes en el aula radica en aprovechar al máximo las capacidades investigativas de los estudiantes, pensar hacia adelante, de avanzar e interesarse por descubrir nuevos campos de conocimiento, en vez de mirar hacia atrás.

En síntesis el modelo monumentalista de enseñanza aleja a los estudiantes de la necesidad de cuestionarse, de investigar, de entender el carácter experimental que debería tener la matemática escolar, que permita a los sujetos entrar en contacto con

las prácticas de la ciencia matemática además de no permitir el desarrollo de las actitudes de la PICM en coherencia del modelo de formación de ciudadanos críticos y autónomos comprometidos con la sociedad definidos según Chevallard (1999).

1.2 Evidencia.

Estudios de Donvito, Otero & Sureda (s.f) en donde se realizan actividades de la pedagogía de investigación en el marco de la teoría antropológica de lo didáctico, dan evidencia del trabajo con REI, concluyendo la dificultad que tienen los estudiantes que no han sido sometidos a esta pedagogía de investigación de responsabilizarse por su aprendizaje.

Por otro lado, Corica (2014) en su estudio *actividad de estudio e investigación para la enseñanza de nociones de geometría*, indica que pese a las limitaciones de las AEI es posible enfrentar la monumentalización del saber. Además, los estudiantes pudieron explorar, conjeturar y validar en la búsqueda de la solución a las situaciones planteadas.

A todo esto se suman los trabajos de variados autores los cuales han sido recopilados en el II° Congreso Internacional de la TAD, por Artaud, Bosch, Bronner, Chevallard, Cirade, Ladage & Larguier (2010), en los cuales se presentan las distintas perspectivas y problemáticas que surgen respecto de la PICM y los REI.

1.3 Supuestos.

Los estudiantes de tercer año medio no presentan actitudes pedagógicas investigativas frente a un REI parcial para introducir la programación lineal coherentes con el perfil de formación de ciudadanos críticos y autónomos a los que hace referencia Chevallard (1999).

1.4 Preguntas de Investigación.

¿Qué actitudes de la pedagogía de la investigación presentan los estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico–

humanista de la comuna de Cerrillos, durante la aplicación de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal?

Dado todos los antecedentes observados y la pregunta orientadora de investigación, se originan las preguntas de orientación derivadas para la investigación:

- ¿Cuáles son las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal?
- ¿Cuál es la percepción que tienen los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, sobre las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal?
- ¿Cuáles son las diferencias entre las actitudes de la PICM observadas en los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, durante la aplicación del recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal, con las percibidas por parte de los estudiantes?

1.5 Objetivos.

1.5.1 Objetivo general.

Describir las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, durante la aplicación de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal.

1.5.2 Objetivos específicos.

1. Identificar las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal.
2. Identificar la percepción que tienen los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, sobre las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal.
3. Contrastar las actitudes de la PICM observadas en los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal, con las percepciones que tienen los estudiantes sobre ellas.

1.6 Justificación.

Destacando lo planteado por Otero (2013) en su trabajo *la pedagogía de la investigación y del cuestionamiento del mundo en el aula de matemáticas*, donde indica que la relevancia otorgada a las preguntas, es clave para superar el paradigma clásico de “visitar los saberes”, e intentar introducir al grupo de clase en el nuevo paradigma de “interrogar al mundo”, es como deben considerarse los planteamientos de la TAD y los dispositivos didáctico como el REI para promulgación de actitudes pedagógicas que vayan en pos de los aprendizajes y objetivos de la institución escolar.

En contradicción a lo anterior encontramos hoy en día que los estudiantes no plantean preguntas dentro de las aulas, vemos al profesor que explica y presenta los saberes, pero los estudiantes no interactúan con las obras presentadas, produciéndose el

fenómeno denominado por Chevallard (2004) *monumentalización del saber*. Además el MINEDUC, en los planes y programas para la asignatura de matemáticas diferenciado en tercer año de enseñanza media, realiza un tratamiento pautado de la programación lineal, promoviendo que los estudiantes no se planteen las interrogantes necesarias para generar su conocimiento. Es por esta razón, que utilizaremos la teoría antropológica de lo didáctico, de donde surgen los REI y las actividades de estudio e investigación como dispositivos didácticos de la PICM.

En la PICM se propone reestructurar la organización de los saberes en términos de *praxeologías didácticas*⁵, donde se estudian los componentes practico-técnico y tecnológico-teóricos. A su vez, la implementación de REI en base al cuestionamiento permite el desarrollo y potenciación de las actitudes pedagógicas herbartiana, procognitiva, exotérica, problematizadora y de enciclopedista ordinario. Todo esto con el fin de lograr aprendizajes con sentido y formación de ciudadanos demócratas y críticos como lo propone Chevallard (1999).

En este sentido el estudio se hace relevante ya que pretende promover actualizaciones en las prácticas docentes y metodología de enseñanza de la matemática.

1.7 Limitaciones.

Este estudio, hubiera querido abarcar a más estudiantes del mismo colegio u otro establecimiento, ya sea de la misma comuna u otra, pero no fue posible por cuestiones de viabilidad en referencia al tiempo de estudio y a la distancia entre otros establecimientos.

Por otro lado, según los planes y programas para el nivel de tercer año de enseñanza media, el estudio de programación lineal exige un tiempo de treinta a cuarenta horas pedagógicas. Pero el tiempo predispuesto por el establecimiento para el estudio de programación lineal es inferior a ese, por lo que el REI y, en consecuencia, el estudio de la programación lineal fue acotado.

⁵ Chevallard dentro de la TAD (1999) define praxeología como “*un modelo para describir toda actividad humana realizada periódicamente*”, considerando dos niveles en los cuales se organiza el conocimiento, uno ligado al *saber hacer* u otro al *saber sabio*. A sí mismo una *praxeología didáctica* es cómo se organizan los estudios de las praxeologías, pues la didáctica también es una.

Así mismo, el tiempo disponible para poder aplicar el recorrido de estudio e investigación parcial en la investigación fue un impedimento, limitando así las horas de observación para una comprensión más acabada de las actitudes mostradas por los estudiantes.

Por último, es importante destacar la dificultad para establecer criterios o categorías de análisis exhaustivas para analizar la presencia de las actitudes que presentan los estudiantes, ya que las componentes que definen la naturaleza de dichas actitudes no se conocen en detalle a priori.

CAPÍTULO II
MARCO TEÓRICO

En este capítulo se explicitarán los pilares fundamentales sobre los cuales ha sido elaborada esta investigación, dando énfasis a la revisión de los principales elementos de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y los Recorridos de Estudio e Investigación (REI), teniendo en consideración el cómo se ha abordado en la literatura. No ahondaremos en todos los postulados, supuestos y definiciones desarrollados en la TAD. Solo se plantearán los aspectos que hemos considerado más significativos para la investigación.

2.1 Teoría Antropológica de lo Didáctico.

2.1.1 Lo Didáctico.

En la Teoría Antropológica de lo Didáctico TAD (Chevallard, 1999) se define como Didáctica al estudio de las condiciones y restricciones para el estudio de cierta *obra*. Las obras son creaciones humanas elaboradas intencionalmente para cumplir una fin específico (Chevallard, 2012).

Considerando que cada ciencia define o recorta su objeto de estudio, puede agregarse que la Didáctica es la ciencia de lo didáctico, y que a ella le corresponde definir o redefinir este objeto (Chevallard, 2009a).

Teniendo en cuenta lo anterior es relevante destacar que lo didáctico no se limita al ámbito escolar o de la enseñanza reglada, por el contrario, se remite a todas las instituciones sociales en las que un persona (o grupo de ellas) hacen algo (o pretenden hacerlo) para que otra(s) pueda(n) estudiar cierta obra. En ocasiones los dos grupos descritos anteriormente pueden coincidir, en el caso de las instituciones escolares el primer grupo corresponde a los directores o director de estudios (profesor) y el segundo a los estudiantes, conformando en conjunto una comunidad de estudio.

2.1.2 La noción de Praxeología, Praxeología Matemática y Praxeología Didáctica.

Uno de los constructos fundamentales de la TAD es la noción de *praxeología*, definida como “*un modelo para describir toda actividad humana realizada periódicamente*” (Chevallard, 1999,2001). En una praxeología el conocimiento se organiza en dos niveles: el de *praxis*, ligado al *saber hacer* y al conjunto de tareas,

problemas y técnicas para abordarlos; y el del *logos* o saber, que concierne a la teoría que sustenta, justifica y explica las técnicas, esto es la “tecnología”. Las praxeologías se construyen como respuestas al estudio de cuestiones problemáticas, apareciendo como resultado de dichos procesos de estudios.

En la TAD el saber matemático es considerado como una más de las actividades humanas construida desde el estudio de cuestiones problemáticas. Dicho proceso de estudio, en cuanto a actividad que conduce a la construcción de conocimiento matemático, forma parte de la actividad matemática. Aunque hacer matemáticas no consista únicamente en estudiar matemáticas para resolver problemas, si aparece una dualidad entre la actividad matemática como proceso de estudio de tipos de problemas y el saber matemático como resultado de dicho proceso: las matemáticas son a la vez una actividad y el producto de dicha actividad.

Dentro de este punto de vista y comprensión del conocimiento matemático, se propone la noción de *organización praxeológica matemática*, *praxeología matemática* u *organización matemática (OM)* como modelo para la descripción del mismo.

Así mismo como se concibe el origen del conocimiento en el estudio de cuestiones problemáticas generándose la OM, se explicita que la manera en cómo se organiza el estudio de estas cuestiones constituye una *praxeología u organización didáctica (OD)*. La diferencia entre una OM y una OD es que estas últimas “están formadas por tareas y técnicas *forzosamente cooperativas*, en las que se requiere la cooperación de distintos actores que ocupan *dos posiciones claramente distinguidas*: la del profesor y la del estudiante” (Bosch, Espinoza, Gascón, 2003, pp. 88).

2.1.3 Construcción del conocimiento matemático.

Las OM no son productos instantáneos de la actividad humana, por el contrario, remiten a largos procesos y trabajos completos que realizan durante muchos años (hasta siglos), y en los que participan variados “obreros”; en cuyas dinámicas de funcionamiento hay algunas relaciones constantes que son posibles *modelizar*. De este modo aparecen dos aspectos inseparables del trabajo matemático, tales como lo

son el proceso de construcción matemática (*proceso de estudio*) y el resultado de esa construcción (*praxeología matemática*). Por consiguiente:

No hay organización matemática sin un proceso de estudio que la engendre, pero tampoco hay proceso de estudio sin una organización matemática en construcción. Proceso y producto son dos caras de una misma moneda: ante una tarea problemática, el matemático usa y construye matemáticas, todo a la vez (Bosch, Espinoza & Gascón, 2003, p. 80).

Al considerar distintos procesos de construcción matemática, se permite detectar aspectos constantes en ellos, es decir, *dimensiones* que organizan los procesos. Así, la noción de *momento didáctico* se define en sentido de estas dimensiones, quedando en el proceso de estudio situado en un espacio determinado por seis *momentos didácticos*, los cuales no son lineales ni únicos, es decir, se viven en distinta profundidad, en diversos tiempos, tantas veces como sean necesarios e incluso, en algunos casos, coincidentes. Estos momentos son: el momento del primer encuentro, el momento exploratorio, el momento del trabajo de la técnica, el momento tecnológico teórico, el momento de la institucionalización, y el momento de la evaluación.

2.1.4 Los momentos del estudio.

Cada uno de los momentos didácticos antes nombrados se puede describir de la siguiente forma según Chevallard:

Primer momento de estudio: Es aquel en el cual se produce el primer encuentro con la organización O que está en juego. Tal encuentro puede tener lugar de varias maneras, pero siempre será inevitable, al menos una de las veces que suceda, encontrar O a través de al menos uno de los tipos de tareas T_i constitutivas de O .

“Este “primer encuentro” con el tipo de tareas T_i puede a su vez tener lugar en varias veces, en función sobretodo de los entornos matemáticos y didácticos en los que se produce: se puede volver a descubrir un tipo de tareas como se vuelve a descubrir una persona que se creía conocer.” (Chevallard, 1999, pp. 241).

Segundo momento de estudio: es el de la exploración del tipo de tareas T_i y de la elaboración de una técnica t_i relativa a este tipo de tareas.

[...] En realidad, el estudio y la resolución de un problema de un tipo determinado va siempre a la par con la constitución de al menos un embrión de técnica, a partir del cual una técnica más desarrollada podrá eventualmente emerger: el estudio de un problema particular, espécimen de un tipo estudiado, aparecería así, no como un fin en sí mismo, sino como un medio para que la constitución de una técnica de resolución. (Chevallard, 1999, pp. 242).

Tercer momento de estudio: es el de la determinación del entorno tecnológico-teórico relativo a t_i . De forma global, este momento está en interrelación estrecha con cada momento.

Desde el primer encuentro con el tipo de tareas, se establece generalmente una relación con el entorno tecnológico-teórico anteriormente elaborado, o con gérmenes de un entorno por crear que se precisará mediante una relación dialéctica con la emergencia de la técnica. Sin embargo, por razones de economía didáctica global, a veces las estrategias de dirección de estudio tradicionales hacen en general de este tercer momento la primera etapa del estudio [...] (Chevallard, 1999, pp. 242).

Cuarto momento de estudio: es el del trabajo de la técnica. En este momento se deben producir técnicas, a la vez de mejorar las mismas volviéndolas más eficaces y más fiables. (Chevallard, 1999).

Quinto momento de estudio: es el de la institucionalización, que tiene por objeto “precisar lo que es “exactamente” la OM elaborada, distinguiendo claramente, por una parte, los elementos que, habiendo concurrido a su construcción, no le hayan sido integrados y, por otra parte, los elementos que entrarán de manera definitiva en la organización matemática considerada.” (Chevallard, 1999, pp. 244).

Sexto momento de estudio: es el de la evaluación, que se articula con el momento de la institucionalización. En la práctica, llega siempre un momento en el que se debe “hacer balance”, este momento de verificación. (Chevallard, 1999, pp.).

2.1.5 Funciones didácticas.

Situados ya en la institución escolar y en el proceso de estudio de praxeologías matemáticas a través de preguntas Q , y consientes de los sistemas didácticos del tipo $S(X; Y; Q)$ en donde $X - o x \in X$ - es un grupo de estudiantes que desean aprender “algo”, $Y - o y \in Y$ —un grupo de directores de estudio que guían a X en el estudio de una cuestión Q . Es posible definir *funciones didácticas* de los componentes de dicho sistema las cuales hacen referencia al rol de las componentes X y Y , al tiempo que se dispone durante el proceso de estudio y el medio en que se genera este mismo. Las funciones didácticas descritas por Chevallard (1985) son tres: la *mesogénesis*, la *cronogénesis* y la *topogénesis*.

La *mesogénesis* corresponde a la creación del *medio didáctico* para el estudio de las cuestiones Q ; para ello se requieren instrumentos, recursos, obras, etc. De este modo el sistema didáctico fabrica y organiza el medio para la producción de las respuestas ante estas cuestiones.

La *topogénesis*, del griego *topos* que significa *lugar*, hace referencia *al lugar de*, al rol que le corresponde asumir y las tareas por la cuales responsabilizarse a cada uno de los actores del sistema didáctico. Así las condiciones *mesogenéticas* están acopladas a la *topogenéticas*.

La *cronogénesis*, como su nombre lo indica, es el tiempo requerido para el proceso de estudio en cuestión para la construcción (reconstrucción) de la praxeología matemática.

2.1.6 El Fenómeno didáctico de la monumentalización y la pérdida del sentido.

Así como existe y se reconoce lo didáctico, también se pueden reconocer hechos o *fenómenos didácticos*.

En la TAD se han reconocido y delineado los fenómenos didácticos llamados *monumentalización* y, su resultado directo, la pérdida del sentido. Estos fenómenos se caracterizan por enseñar la matemática de forma *atomizada*, venerando los restos de obras supuestas monumentales, a las que es menester admirar, aunque hoy no sean útiles ni funcionales para los estudiantes, quienes son obligados a honrarlas (Otero, et al, 2013).

Lo que resulta de estos fenómenos es una *pedagogía monumentalista* en la cual se estudian obras desde una perspectiva de observador por parte de los estudiantes, quienes no pueden más sino apreciarlas como ajenas a ellos. El hecho de presentarse las obras matemáticas alejadas de la realidad contextual de los estudiantes, resulta un convencimiento tácito de la inutilidad de la matemática escolar ante la cotidianidad de la vida.

2.2 Recorridos y Actividades de Estudio e Investigación.

2.2.1 Recorridos de Estudio e Investigación.

Desde la TAD, se han diseñado dispositivos alternativos a la pedagogía denominada monumentalista. Estos dispositivos llamados Recorridos de Estudio e Investigación REI (Chevallard, 2001) y Actividades de Estudio e Investigación AEI, plantean una *pedagogía de la investigación* que homologa, en cierto aspecto, el proceso de construcción del conocimiento matemático, esto es, las organizaciones matemáticas reconstruidas por parte de los estudiantes a través de una secuencia de estudio de *preguntas generatrices*.

Profundizando en lo anterior, los REI promueven la investigación por parte de los estudiantes de una pregunta generatriz Q bajo la dirección de un profesor, con el objetivo de producir una respuesta óptima R^\forall . El exponente de R^\forall , indica que la respuesta ha sido desarrollada considerando puntuales restricciones y es válida bajo esas mismas, pues no existe una respuesta universal ni universalmente efectiva (Chevallard, 2009). De este modo se genera un sistema didáctico $S(X, Y, Q)$ en el cual se reemplazan las OM por preguntas generatrices, las cuales son el punto de partida para la construcción (reconstrucción) del conocimiento, lo que generaría un proceso de modelización en cinco tiempos: *observar* las respuestas existentes R^\diamond ; *analizar*

tales respuestas; *evaluarlas*; *desarrollar una nueva respuesta R^{\vee}* y finalmente, *defender* la nueva respuesta producida.

Este REI, el cual inicia de una pregunta generatriz la cual es rica en alcance, permite abarcar de manera ampliada las distintas fronteras de la OM a estudiar. Además, de su generalidad y complejidad se derivan otras cuestiones derivadas y más específicas, las cuales al responder llevan a la realización de tareas y técnicas que finalmente aportaran al desarrollo de la respuesta a la cuestión generatriz y la construcción de la OM.

Dentro de la TAD se están ejecutando labores de investigación que buscan ampliar, diseñar y completar el modelo abierto de un REI. En particular se trabajará con un modelo de REI basado en Fonseca (2011) que se articula en seis etapas:

1. El estudio de un problema didáctico-matemático al que se debe dar respuesta.
2. Una institución concreta en la cual se plantea el problema en cuestión.
3. Un contrato didáctico que re-determina las responsabilidades estudiante-profesor.
4. Razón de Ser de la OM determinada por su legitimidad matemática, social y funcional.
5. Cuestión Generatriz que impulsa el estudio de la OM.
6. Una Organización matemática la cual debe quedar construida según el alcance en contexto del nivel educativo y la institución.

El REI es diseñado y ejecutado de tal forma que se distinguen en él y el trabajo de los estudiantes los momentos didácticos definidos anteriormente. Así mismo el desarrollo del REI demanda la ejecución de gestos didácticos propios de la investigación y del estudio, los cuales son llamados dentro de la TAD *dialécticas*.

2.2.2 Actividades de Estudio e Investigación.

Por su parte las AEI son actividades específicas que determinan tareas específicas a través de las cuales el estudiante es guiado para así poder responder a la pregunta generatriz y las derivadas de ella. Esto en consideración de que es imposible que los

estudiantes descubran y construyan por si mismos en una cantidad de tiempo que es limitada, una praxeología que tardó años, y hasta siglos, en desarrollarse.

2.2.3 Actitudes propias de la Pedagogía de la Investigación.

Dentro de la TAD Chevallard define cinco actitudes, la de ser *Herbartiano*, *Procognitivo*, *Exotérico*, *Problematizador* y de *Enciclopedista ordinario*. Las cuales permitirían la formación de una ciudadanía de calidad, permitiendo formar ciudadanos críticos y democráticos (Chevallard 2012a; Otero, Fanaro, Corica, Llanos, Sureda, Parra, 2013).

Actitud de ser Herbartiano: Esta es la actitud de recibir las preguntas que aún no tienen respuestas, esta definición está por sobre todo dirigida a las matemáticas pero en marco a la Teoría Antropológica de didáctico se transpone a toda praxeología. Esta actitud es resumida por Chevallard (2013, pp.4-5) de la siguiente manera: “*La actitud Herbartiana consiste en no evitar las preguntas, sino entregarse a su estudio*”.

Esta actitud tiene también su contraparte llamada *Actitud Pre-herbartiana*, que se refiere a no considerar las cuestiones matemáticas y desentenderse de las preguntas que involucran dichos aspectos.

Actitud de ser Procognitivo: Esta corresponde con la noción de pensar hacia adelante, es decir, comportarse como si el saber tuviese que ser descubierto, por el contrario de la *Actitud Retrocognitiva* la cual indica que si no se conoce algo entonces se abandona su estudio, pues no se sabe. Esta actitud está finamente ligada a la anterior Herbartiana.

En definitiva, “*en la interpretación retrocognitiva, saber es “saber hacia atrás”, mientras que en la vía procognitiva, saber es “saber hacia delante”* (Chevallard, 2013, pp. 170).

Actitud de ser Exotérico: Esta actitud es aquella que no permite dejar de estudiar, incluso aquello que se considera sabido. Se trata de siempre intentar conquistar el conocimiento a cabalidad, teniendo como fundamento la idea de que el conocimiento

es infinito. Esto implica no darse por sabio y estudiar tanto como para aprender nuevas cuestiones o validar y profundizar aquellas que se creen saber.

En antítesis la actitud de ser *esotérico* se remite a “*al que se le supone en posesión de todo el conocimiento*” cosa que según Chevallard es un cuento (Chevallard, 2013, pp. 175).

Actitud de ser Problematizador: Para poder estudiar es necesaria una motivación al igual que para cuestionar, los problemas de investigación son generados por preguntas que incitan al estudio y al cuestionamiento. “*Problematiza el mundo, de leer allí cuestiones problematizante, es un hecho raro y precioso para la especie humana*” (Chevallard, 2013, pp. 8).

Entonces la actitud de problematización se identifica por plantear preguntas de tal forma que se conviertan en problemas, claro está que esta noción de problema es relativa ya que lo que es un problema para algunos podría no serlo para otros y viceversa. Además se entiende como problemática fuerte aquellas preguntas ante las cuales no se tiene respuestas (Chevallard, 1999). Un problema al que se le sabe dar solución no es verdaderamente un problema.

Actitud de Enciclopedista Ordinario: Esta actitud se caracteriza por quienes saben un poco de todo. El estudio de cuestiones referentes a praxeología específicas conlleva al estudio de otras praxeologías y exige un conocimiento de estas nuevas para el mismo estudio de las otras.

Esta actitud no se contradice con la de ser un especialista, pues puede serse un especialista en la praxeología A y serse enciclopedista ordinario en B, C, D, etc. Se trata de abrirse a nuevos conocimientos sin la necesidad de saberlo todo.

CAPÍTULO III
DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se presenta la metodología que permitió desarrollar la presente tesis. Se muestran aspectos como el tipo, el enfoque y la metodología de investigación, las técnicas, instrumentos de recolección de datos, fases y procedimientos que fueron utilizados para llevar a cabo la misma.

3.1 Tipo de investigación.

En el capítulo primero se alude la PICM y ha quedado bastante claro que es parte de una teoría emergente. Como el propósito de la investigación es describir las respuestas actitudinales de los estudiantes frente al proceso de enseñanza – aprendizaje de la programación lineal en aula, y dadas las características propias para dicho trabajo es que esta investigación se enmarca en un enfoque de investigación cualitativo bajo un paradigma interpretativo y metodología de investigación de estudio de caso, además de ser exploratorio.

En primer lugar el diseño de investigación se clasifica en los tipos no experimentales “(...) donde se observan los hechos estudiados tal como se manifiestan en su ambiente natural, y en este sentido, no se manipulan de manera intencional las variables.” (Ballestrini, 2006, p.118), por cuanto este diseño no solo permite observar, sino recolectar los datos directamente de la realidad de estudio, en su ambiente cotidiano, para posteriormente interpretar los resultados de estas indagaciones.

Por otra parte el paradigma es interpretativo ya que las acciones de los estudiantes son percibidas como gobernadas por significaciones subjetivas, las cuales no son observables (González, 2003), por ello queda a interpretación de los investigadores.

Para continuar, la metodología de la investigación es un estudio de caso, pues es el apropiado ante el problema de investigación, el cual es relativamente nuevo en contexto del estudio de la TAD. Además responde al estudio de un grupo particular de estudiantes y mide y registra la conducta de las personas involucradas (Martínez, 2006). Bajo esta misma definición, los resultados de la investigación no pueden ser replicados en otras instituciones o cursos, ya que los resultados son producto del análisis de un grupo acotado y específico que cumple con ciertas características, que al igual son específicas. Puede que en otras instituciones o cursos se encuentren

estudiantes con algunas características similares, pero de todos modos no se podría asegurar la replicación de los resultados.

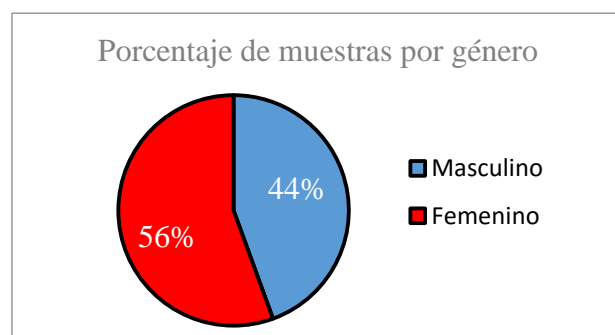
Finalmente, el tipo de investigación es exploratorio como resultado de que el problema de investigación ha sido poco estudiado (Hernández, Fernández & Baptista, 2010, p.59), dado que no hay investigación similares producidas en Chile y que se encarguen de dar a conocer las actitudes de los estudiantes a través de la implementación de un REI.

3.2 Población y muestra.

Antes de escoger la institución en la que se realizó el estudio, se tuvo en cuenta el hecho que dos de los investigadores estaban familiarizados con el entorno de los estudiantes y las licencias otorgadas por el establecimiento a los investigadores.

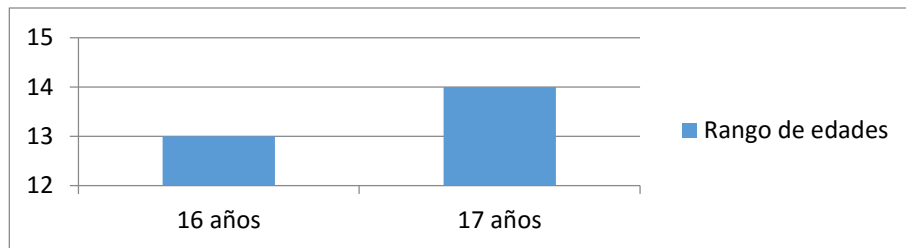
La población de estudio corresponde a 27 estudiantes que cursan el tercer año de enseñanza media de un colegio particular subvencionado científico – humanista de la comuna de Cerrillos, los cuales están adscritos a la asignatura de algebra y modelos analíticos correspondiente al plan diferenciado de Matemática.

La muestra consideró el trabajo en parejas de 16 estudiantes. El criterio que se utilizó para la selección de la muestra, fue la participación íntegra del recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el aprendizaje de programación lineal durante las 5 sesiones realizadas. El resto no sé consideró en el análisis; pues no cumplían asistencia regular.



Las edades de la muestra quedan explícitas en el siguiente gráfico:

Rango de edades



3.3 Los instrumentos empleados

La fase de recogida de datos implicó la aplicación de 3 instrumentos, constituidos por una encuesta de entrada, un cuestionario y una escala de clasificación de actitudes. Estos instrumentos se diseñaron con el fin de cumplir los objetivos de esta investigación, estudiar la actitud del estudiante frente al aprendizaje de las matemáticas desde dos perspectivas distintas –la de los investigadores y la percepción personal de los estudiantes– para así contrastar las convergencias o divergencias que establezcan las características de las actitudes en estudio.

Los instrumentos empleados fueron aplicados en el siguiente orden secuencial: encuesta de entrada (antes de aplicar el dispositivo didáctico REI), escala de clasificación de actitudes y por último el cuestionario.

Este orden ha sido considerado para poder responder a la pregunta de investigación y el objetivo general, en concordancia con el diseño de la investigación. Es decir, en una primera instancia se aplica la encuesta de entrada para conocer la percepción general de los estudiantes previamente al participar de un REI, luego se aplica el diseño REI para después realizar la clasificación de las actitudes de los estudiantes y finalmente recoger la perspectiva de ellos frente a su desempeño durante el REI, todo con el fin de contrastar finalmente las actitudes observadas y las percepciones que ellos tienen de estas.

3.3.1 Encuesta de entrada

Este instrumento ha sido aplicado a la muestra antes de comenzar el recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal, para así, posibilitar una mejor problematización del estudio y obtener una mayor

información de la percepción del proceso de aprendizaje de las matemáticas. Así este instrumento busca:

- Contribuir al conocimiento sobre la utilidad que dan a la matemática en lo cotidiano los estudiantes.
- Contribuir al conocimiento sobre la valoración del aprendizaje por descubrimiento y estudio autónomo por parte de los estudiantes.

Dicha encuesta fue rescatada del estudio universitario de González, Orellana & Rodríguez (2014) (ver anexo 1).

3.3.2 Escala de clasificación de actitudes de los estudiantes.

La construcción de esta escala implicó la definición de indicadores para dar respuesta a la pregunta ¿Cuáles son las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico – humanista de la comuna de Cerrillos, al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal? Con el fin de identificar las actitudes de la pedagogía de la investigación definidas en el marco teórico, tras el análisis de las respuestas, desarrollos y textualidades producidas por los estudiantes durante la aplicación del dispositivo didáctico REI.

Para dicha construcción, se consideraron las definiciones de cada una de las actitudes en estudio según Chevallard (2013) y las modalidades definidas para cada una de las actitudes según Donvito, Otero & Sureda (2013). Así, desde el análisis de las textualidades producidas por los estudiantes, se determinan de forma inductiva los indicadores para la detección de la presencia de gestos propios de las actitudes de la PICM que pudiesen haber sido desarrolladas a partir del dispositivo didáctico REI.

En la siguiente tabla se exhibirán las actitudes, sus respectivas modalidades y los indicadores por modalidad:

ACTITUD	MODALIDAD	INDICADORES
Herbartiana	Pre-herbartiana	<ul style="list-style-type: none"> • No formulan preguntas que necesiten matemática para responderse. • No preguntan sobre la matemática de los fenómenos. • No cuestionan las expresiones algebraicas.
	Parcialmente herbartiana	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionan débilmente las expresiones algebraicas. • No preguntan de manera directa sobre la matemática de los fenómenos pero sí hacen una referencia.
	Herbartiana	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionan los aspectos formales matemáticos de los fenómenos.
Problematizadora	No problematizadora	<ul style="list-style-type: none"> • No preguntan. • Preguntan cuestiones que pueden responderse con un mínimo de esfuerzo.
	Parcialmente problematizadora	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntan solo por definiciones.
	Problematizadora	<ul style="list-style-type: none"> • Preguntan de tal manera que se promueve el estudio de nuevas organizaciones matemáticas.
Exotérica	Esotérica	<ul style="list-style-type: none"> • No cuestionan lo que creen ya saber. • No valida sus producciones ni las somete a juicio.
	Parcialmente exotérica	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionan sus saberes, pero basta encontrar una retroalimentación para darse por acabados. • Validan de manera parcial sus producciones.
	Exotérica	<ul style="list-style-type: none"> • Someten a validación todas las producciones sean propias o encontradas en la media y por muy estudiadas que hayan estado.
Procognitiva	Retrocognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • No se recurren a nuevas estrategias u organizaciones matemáticas para poder dar respuesta a la problemática.
	No retrocognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Presentan una predisposición al estudio de nuevas organizaciones matemáticas si es necesario para el estudio de la pregunta generatriz.
	Procognitiva	<ul style="list-style-type: none"> • Estudian nuevas organizaciones matemáticas o utilizan nuevas estrategias de resolución de problemas.

En seguida se detallan cada una de las modalidades para cada actitud.

Actitud Herbartiana.

Se definen los siguientes indicadores para cada modalidad:

Modalidad Pre-Herbatiana (Her0): En esta modalidad han sido situados aquellos que no formulan preguntas que necesiten de matemáticas para poder responderse. En estos casos los estudiantes no cuestionan las expresiones algebraicas, o las implicaciones que estas pudiesen tener sobre la cuestión generatriz, que han podido salvar de la medio-media, solo las utiliza. Tampoco se preguntan acerca de la matemática de los fenómenos.

Modalidad parcialmente Herbatiana (Her1): En esta modalidad han sido clasificados aquellos estudiantes que han cuestionado débilmente los aspectos matemáticos de la situación. En estos casos se preguntan cuestiones que hacen alusión a una matemática formal pero que no se refieren a ellas de manera tacita.

Modalidad Herbatiana (Her2): En esta modalidad han sido clasificados aquellos estudiantes que han cuestionado los aspectos matemáticos de la situación.

Actitud de Problematización.

En el caso de los indicadores para esta modalidad, se debió tener en cuenta la tipología de las preguntas propuestas por los estudiantes de cada uno de los grupos, con el fin de poder descifrar si estas exigen el estudio de nuevas obras o praxeologías antes de darles respuestas. En este punto es necesario indicar que la problematización, como característica de las preguntas, es relativa, pues alguna cuestión en particular puede resultar problemática para algunos y trivial para otros. Desde este principio el carácter problemático de una pregunta depende de dos factores; por un lado de si esta es abierta o cerrada y, por otro, de los conocimientos previos de los estudiantes que la formulan. Explicado esto, se definirán los indicadores para cada modalidad:

Modalidad No Problematizador (Prb0): No Problematizador. A esta modalidad pertenecen aquellos grupos de estudiantes los cuales no realizan preguntas, o bien,

estas son cerradas y no involucran un estudio de cuestiones nuevas para poder responderse; se remiten a cuestiones ante las cuales ya se conocen sus respuestas.

Modalidad Parcialmente Problematizador (Prb1): Aquí quedarán enmarcados aquellos grupos de estudiantes los cuales además de hacer preguntas cerradas o que no exigen un estudio de nuevas obras, preguntan por definiciones o hacen preguntas relativamente abiertas.

Este tipo de preguntas, aunque no se conozca a priori su respuesta, se pueden responder sin recurrir al estudio de nuevas cuestiones, es más, se conocen las fuentes en las cuales se sabe que se encontraran dichas respuestas.

Modalidad Problematizador (Prb2): Aquí quedarán enmarcados aquellos grupos de estudiantes los cuales utilizan nuevas organizaciones matemáticas, o bien, utilizan nuevas estrategias de resolución de problemas.

Actitud Exotérica.

En la construcción de estos indicadores para esta actitud, se consideraron aquellos aspectos que conllevan al estudio de cuestiones que se conocen con anterioridad, y también problemas, en cuyos casos cuentan con las herramientas matemáticas para darles solución. El objetivo, en torno a esta actitud, es determinar si existe por parte de los estudiantes, la intención de seguir estudiando aquellas cuestiones, o simplemente darlas por acabadas.

Modalidad Esotérica (Exo0): En esta modalidad están considerados todos los estudiantes que no consideran necesario estudiar cuestiones que ya conocen. No investigan, no cuestionan ni justifican aquello que se considera sabido. Esta actitud es producto de considerar los conocimientos adquiridos como acabados sin la necesidad de aprender más.

Modalidad Parcialmente Exotérico (Exo1): En esta modalidad se identifican estudiantes los cuales muestran un interés por estudiar aquello que ya es conocido, pero al apenas encontrar algo nuevo (o confirmar ante una duda) dejan de lado ese estudio.

Modalidad Exotérica (Exo2): En esta modalidad se encuentran los estudiantes que someten a evaluación toda producción, propia o encontrada en la media, aunque este ya esté muy estudiado.

Actitud Procognitiva.

Para determinar los indicadores de esta actitud se centró la atención en las praxeologías que los estudiantes proponían para poder enfrentarse a los problemas nuevos que surgían. Entonces, se definen los indicadores en función de la disposición ante el estudio de nuevas praxeologías.

Modalidad Retrocognitiva (Prc0): En este grupo se incluyen todas aquellas parejas de estudiantes quienes vuelven sólo a lo que ya saben de antemano para poder enfrentarse a nuevas praxeologías y los problemas que estas conllevan. En tales casos no se divisan intentos de recurrir a nuevas estrategias u obras para abordar aquellos problemas.

Modalidad No retrocognitiva (Prc1): Los estudiantes clasificados según esta modalidad, presentan de forma vaga, desarrollos que pudiesen proyectarse hacia el estudio de nuevas OM.

Modalidad Procognitiva (Prc2): En esta modalidad se incluye a todos los grupos de estudiantes que realicen preguntas que los lleven a utilizar nuevas OM.

3.3.3 Cuestionario.

Este cuestionario se construyó para poder responder a la pregunta ¿Cuál es la percepción que tienen los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico-humanista de la comuna de Cerrillos, sobre las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal? Por esto es que cada una de las afirmaciones se refiere a la adopción de las actitudes de la pedagogía de la investigación, por parte de los

estudiantes, antes definidas en el marco teórico: actitud herbartiana, problematizadora, procognitiva y exotérica.

Así el cuestionario con escalamiento tipo Likert, cuenta con 24 afirmaciones (13 en sentido positivo y 11 en sentido negativo) que permiten dar cuenta de la percepción que tienen los estudiantes acerca de las actitudes de la pedagogía de la investigación que adoptaron durante el recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el aprendizaje de programación lineal (Ver anexo 3).

Dichas aseveraciones fueron construidas en base a los indicadores que hemos definido según la TAD y en concordancia de las definiciones de cada una de las actitudes de la pedagogía de la investigación, antes mencionadas, definidas por Chevallard (2013).

Se enlistaron las afirmaciones y, en cada una de éstas, se coloca una escala para que los estudiantes respondan. En concordancia, se han planteado las opciones siguientes:

Tabla 1 Escala Utilizada

Escala de nivel de frecuencia con las afirmaciones	
1	Totalmente en desacuerdo
2	En desacuerdo
3	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4	De acuerdo
5	Totalmente de acuerdo

Respecto a la aplicación y la recolección de datos, este cuestionario se aplicó por medio de la plataforma de *Formularios google*, pues aseguró que los estudiantes respondieran una sola vez el cuestionario y facilitó la tabulación y posterior análisis de las respuestas.

3.4 Fases en que se efectuó la investigación.

Tabla 2 Fases de la Investigación

Fase
Planteamiento del problema.
Revisión bibliográfica.
Definición del marco teórico.
Definición del tipo de investigación.
Selección de la muestra.
Aplicación encuesta de entrada.
Construcción dispositivo didáctico REI.
Aplicación dispositivo didáctico REI.
Análisis del dispositivo didáctico REI.
Definición de indicadores de clasificación de actitudes.
Construcción de cuestionario.
Aplicación cuestionario.
Análisis encuesta de entrada, análisis clasificación de actitudes y análisis cuestionario.
Triangulación de métodos.
Conclusiones.

3.5 Validez.

Se recurre a tres estrategias para certificar la validez del estudio:

- Validación teórica por 1 experto.
- Niveles combinados de análisis: análisis a nivel individual y a nivel grupal.
- Distintos investigadores: tres investigadores y el profesor guía.

Además los ítems del cuestionario y las actitudes estudiadas, están directamente relacionadas con los basamentos teóricos dispuestos para esta investigación y los objetivos predispuestos para la misma.

CAPÍTULO IV
ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1 Análisis de la encuesta.

A continuación se presenta el análisis de las respuestas⁶ que se recogieron a través del instrumento encuesta de entrada (ver Anexo 1) el cual fue aplicado a la muestra de estudiantes del curso descrito en el diseño metodológico.

Este instrumento permite conocer la relación existente entre la motivación que presentan los estudiantes hacia la matemática y la actitud pedagógica que adoptan frente al aprendizaje de la misma. Así mismo, permite reconocer la predisposición previa al aprendizaje autónomo por descubrimiento.

4.1.1 Valoración de la Matemática.

Con respecto a la pregunta número 1 de la encuesta, ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?-, Los estudiantes develan su gusto por la matemática en sus respuestas y, además, una valoración positiva, negativa, intermedia o no realizan una valoración de la matemática.

Gusto por la matemática.

Siete de los estudiantes afirman tener un gusto por la matemática, el cual se verá vinculado en una valoración positiva.

Once estudiantes afirman no tener un gusto por la asignatura, dando la mayoría una valoración negativa acerca de la misma.

Cuatro estudiantes indican que les gustan las matemáticas en ciertas circunstancias y que en otras no, ellos han sido caracterizados bajo la respuesta más o menos.



⁶ En el anexo 1.1 pueden observarse todas las respuestas recogidas tras la aplicación de la encuesta de entrada.

Valoración Positiva.

Siete estudiantes presentan una valoración positiva acerca de la matemática. Esta afirmación se genera dado que las respuestas proporcionadas por ellos son inequívocas al momento de referirse a ellas.

Las respuestas más destacables referentes a esta valoración son: “Si, porque las encuentro interesantes y me ayudan a comprender ciertas cosas de la vida cotidiana”, esta respuesta testifica que el gusto por las matemáticas está conectado tanto al carácter seductor de ellas susceptible a variadas aplicaciones, como a su virtud modeladora de la realidad. A su vez permite reconocer la justificación social y el sentido del estudio de ellas.

Una de las respuestas que resalta por su elocuencia y relación con el objeto es: “Si, porque son entretenidas, complejas y son desafíos para mí”, en este tipo de respuestas los estudiantes permiten visualizar que el gusto por las matemáticas es fundado bajo una percepción de optimismo. Además permite argumentar de manera aproximada que al constatarlas como entretenidas se implique una comprensión de ellas. Por otro lado al destacar la complejidad de las matemáticas como una virtud enfrentándolas con una actitud de perseverancia, herbartiana y procognitiva.

Valoración Intermedia.

Dos respuestas se han clasificado de valoración intermedia dado que apuntan tanto aspectos positivos como negativos. Tal es el caso de la respuesta “No, porque no las encuentro interesantes pero si necesarias” y “Las matemáticas me gustan sólo hasta el punto en donde se pueden y se deben utilizar a diario en la vida, más allá no, y encuentro que es innecesario saber ecuaciones gigantescas que no me ayudaran en mi vida”. Este tipo de respuestas se refieren a la utilidad de la matemática ante un área que los estudiantes consideran pertinente, pero también a la falta de sentido que tiene estudiarlas ya que aparentemente no tienen una utilidad.

Valoración Negativa.

Cuatro estudiantes indican de forma directa una valoración negativa hacia las matemáticas. Estas valoraciones están determinadas por respuestas como: “No, es difícil y me confundo” y “No, porque no me parecen entretenidas”.

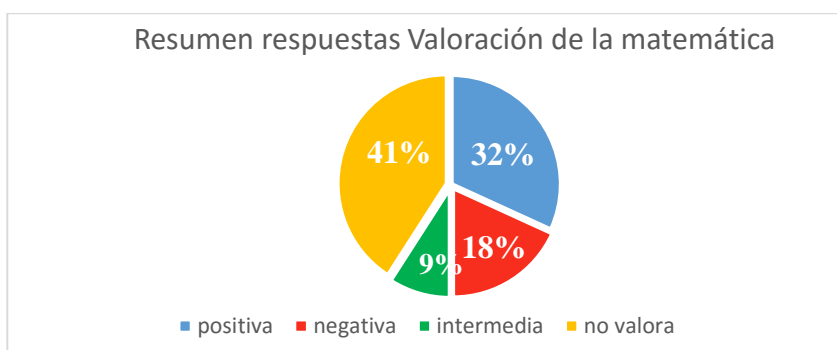
Las primeras respuestas, junto con aquellas que se refieren a lo mismo, indican una faceta respecto de la complejidad que las matemáticas pueden tener. Esta complejidad o dificultad puede estar relacionada a la *encadenación*, lo que quiere decir que si metaforizamos el aprendizaje de las matemáticas como un aprendizaje sucesivo en donde estructuras más básicas forman otras más complejas, y en una de las estructuras básicas (eslabones) existen rupturas, implica una debilidad a nivel de la cadena en su total integridad.

La respuesta dos y aquellas similares muestran lo poco atractivas que aparecen las matemáticas en la escuela, siendo principalmente las metodologías implementadas una de las causas dado que principalmente son del tipo tradicional en donde los estudiantes no pueden interactuar de manera directa con ellas, sino son meros espectadores.

Sin Valoración.

Algunas de las respuestas han sido clasificadas como que no aportan una valoración. Tales son aquellas respuestas que no justifican su gusto o disgusto por las matemáticas, por ejemplo “No, porque no” o simplemente “no”.

Otros casos son aquellas que emiten comentarios pero no implican una valoración, por ejemplo: “No me gustan, pero igual trato de entenderlas lo más que pueda”.



4.1.2 Utilidad de la matemática.

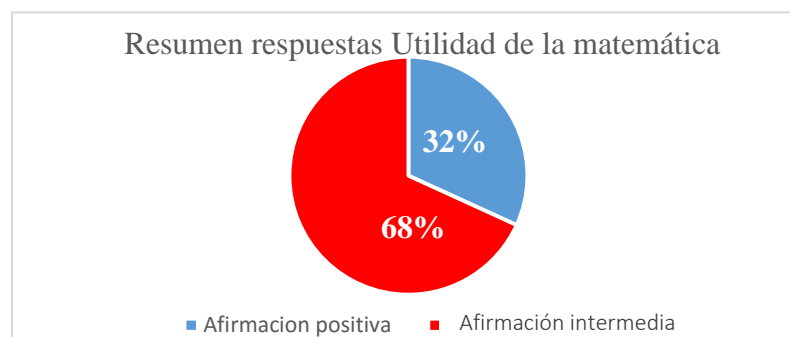
La pregunta número dos, “¿En tu vida cotidiana fuera del Colegio, usas la matemática?”, tiene como objetivo dar cuenta de la relación que los estudiantes hacen entre lo cotidiano y las matemáticas, importante respecto del sentido que estas hacen para ellos y su justificación.

Para el análisis de esta pregunta se han considerado dos distinciones. La primera es la *afirmación positiva* que recoge las respuestas del tipo “Si” y “Siempre tengo que usar las matemáticas porque son la base de todo, y en la vida cotidiana las uso constantemente...”, en las cuales no se recogen mayores antecedentes acerca de su utilidad (5 respuestas) o que admiten su importancia como ciencia fundamental presente en todas las áreas del conocimiento y actividades humanas (2 respuestas).

La segunda distinción es la *afirmación intermedia* que recoge las respuestas que han considerado una utilidad reducida a acciones como comprar, relacionadas a “cálculos básicos” de sumas, restas, multiplicación y división, o bien indican que solo se utilizan a veces y en pocas ocasiones. Algunas respuestas recogidas en esta distinción son: “A veces”, “Si solo para solucionar problemas básicos”, “Solo al ir a comprar pan”, “En casos específicos nada más, pero no por voluntad propia” y “Si, pero no las grandes fórmulas que nos enseñan en el colegio, solo las multiplicaciones, divisiones, restas y sumas”.

Vale mencionar que se reconocen otras matemáticas más complejas ante las cuales no encuentran una utilidad.

Por otra parte, ninguna de las afirmaciones respecto de la utilidad fue negativa.



4.1.3 Valoración del aprendizaje por descubrimiento.

La tercera pregunta “¿Prefieres descubrir las cosas por ti mismo con el Profesor como guía, o prefieres que te la muestren sin más?”, ha sido elaborada con la intención de poder conocer la preferencia que tienen los estudiantes en cuanto al descubrimiento por exploración o investigación propia de las matemáticas.

Valoración positiva.

Fueron trece los estudiantes que respondieron asertivamente a favor de un aprendizaje “autónomo” por descubrimiento, así lo dejan ver sus respuestas.

Algunas de estas son: “Prefiero descubrirlas yo mismo con una pequeña ayuda del profesor guía, es más entretenido darse cuenta solo de los errores y como va cada secuencia de la matemática a que te lo den todo echo”, “Prefiero descubrir por mí mismo ya que al final uno queda con cierto sentido de haber cumplido algo o haber logrado algo”, “Prefiero que me ayuden a descubrir las cosas, pero sin llegar a decirme la respuesta, sino, me aburriría en clases” y “descubrir cosas sola con la ayuda del profesor”.

Las respuestas hablan por sí solas, en general los estudiantes indican un factor de reto personal que provoca a la vez entretención en resolverlo, el cual se arruinaría al momento que se entreguen las respuestas (primera, segunda y tercera respuesta); además se provocar cierta satisfacción de logro (segunda respuesta) y mejora la percepción de los errores en su carácter didáctico (primera respuesta). La cuarta respuesta explica en sí misma la preferencia de descubrir solo(a).

Valoración Intermedia.

Ocho son los estudiantes que tienen una valoración intermedia del aprendizaje por descubrimiento, estos han sido considerados así porque representan una asertividad condicionada a favor de la “variable” descubrimiento.

Algunas de las respuestas son: “Dependiendo de la materia que vamos pasando, ya que algunas cosas son fáciles y otras más complejas”, “En ocasiones puedo descubrir

las cosas por mí mismo, pero en otras necesito mucha ayuda hasta poder entender por completo la materia” y “Ambas”.

Las primeras respuestas mencionadas denotan la dualidad en cuanto a la preferencia entre descubrir solos o que les enseñen en función de la complejidad de los objetos matemáticos a aprender. La tercera respuesta es del tipo cerrada en donde solo se indica que no existe una preferencia marcada por un o por la otra opción.

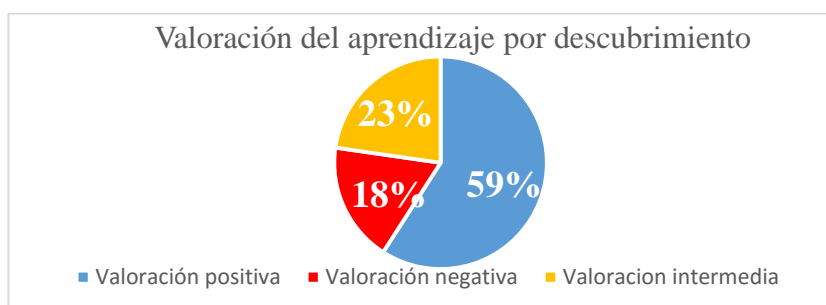
Valoración Negativa.

Respecto de lo que se consideraran valoraciones negativas, son cuatro estudiantes los que la reflejan en sus respuestas.

Las respuestas son: “prefiero que me las enseñen”, “prefiero que me enseñe un profesor y luego llevarlo a la práctica ya que si me equivoco sé que me podrá ayudar corrigiendo”, “prefiero que me enseñen y, cuando lo entiendo más o menos, hacer la guía y en caso de tener alguna duda poder preguntar para resolver dudas” y “prefiero aprender junto al profesor, así logro comprender de mejor manera y también saber diferentes métodos para resolver los ejercicios”.

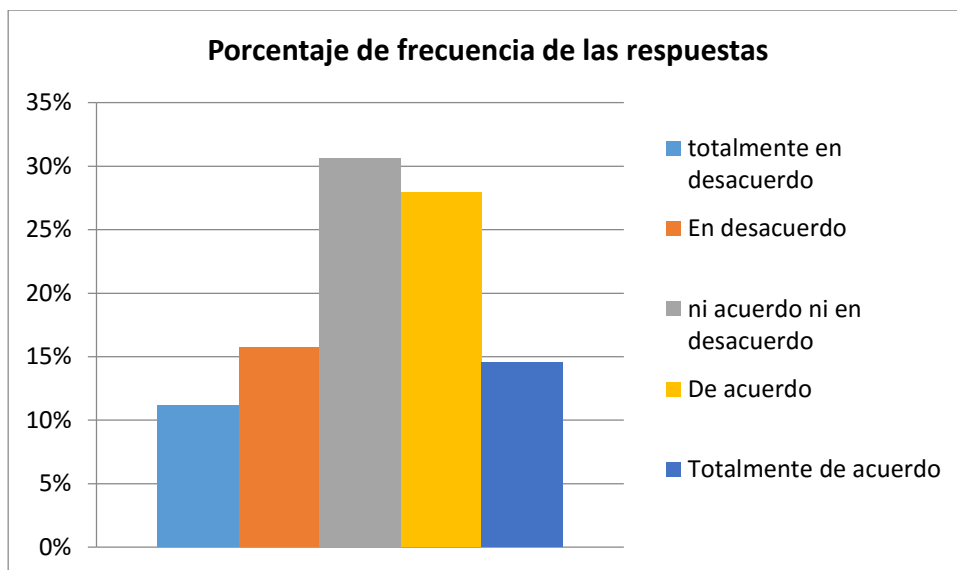
Las respuestas tienen relación con el hecho de poder corregir los errores de forma directa, es decir, que los estudiantes se pueden equivocar y el profesor corrige las respuestas, saltándose así las etapas de reflexión y autocorrección por parte del estudiante. También se infiere de las respuestas dos y tres que el profesor es el “dueño” del conocimiento que es a la vez incuestionable que genera confianza y seguridad.

La respuesta número uno solo indica la preferencia a que se enseñen las matemáticas, lo que está en correspondencia de las metodologías tradicional.



4.2 Análisis escala de actitudes

El resultado de las respuestas de los estudiantes hacia las actitudes de aprendizaje de las matemáticas se resume en:



Claramente se observa una tendencia de los estudiantes a contestar de forma indiscriminada frente al aprendizaje de la matemática, es decir teniendo el valor “ni acuerdo ni en desacuerdo” con las afirmaciones aproximadamente de 30%.

Respecto de las alternativas de respuesta, se consideró la dirección de las afirmaciones: favorables o positiva y desfavorable o negativa. Si la afirmación es positiva significa que califica favorablemente al objeto de actitud; de este modo mientras más de acuerdo estén con la frase los estudiantes, su actitud será igualmente más favorable. En este sentido para la codificación de la escala se establecieron puntuaciones para realizar un análisis sumativo. Las puntuaciones de las respuestas obtenidas tras la aplicación del cuestionario, se obtuvieron sumando los valores alcanzados respecto de cada ítem (escala aditiva). (Hernández, p.50).

El primer paso fue obtener las puntuaciones máximas y mínimas. El máximo que se obtuvo en la escala es de 120; éste se obtuvo de la multiplicación del valor numérico máximo de los ítems (5) por el total de ítems (24). Así también se obtuvo los demás punteos hasta llegar al mínimo, que en este caso es 24, y se obtuvo multiplicar los 24

ítems por el valor mínimo de los ítems (1). A partir de la relación entre éstos se establecieron criterios, las cuales se observan en la siguiente tabla.

Tabla 3 Punteo promedio para adaptar rangos de la actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas.

Total de ítems	total	Puntajes	Punteo Promedio	II ° Punteo Promedio	III Punteo Promedio
24	5	120			
24	4	96	108	96	84
24	3	72	84	72	60
24	2	48	60	48	
24	1	24	36		

Los intervalos se obtuvieron a partir del punteo III promedio y los criterios de clasificación se pueden observar en la tabla 4. Estos permiten determinar las percepciones que tienen los estudiantes sobre las actitudes de la PICM que presentaron durante la aplicación del REI.

Tabla 4 Intervalo y criterio de clasificación de la escala de actitud.

Intervalo	Criterio
[120-84]	Desfavorable
[83.9-60]	Medianamente favorable
[59.9-24]	Favorable

A continuación se presenta la descripción de los diferentes criterios en que se ubicaron las actitudes de la PICM, según el intervalo correspondiente:

Actitud Favorable: Se considera a los estudiantes autónomos y críticos, que problematizan y ejercen la actividad de cuestionar. Al mismo tiempo, están dispuestos a enfrentar cualquier pregunta de matemáticas, hacia el futuro, aunque nunca la hayan escuchado o concebido, sin remitirse a lo que ya saben o conocen de antemano. En este ejercicio de cuestionamiento, permiten decidir con qué medios es o no posible; construir una respuesta, con profundidad y validez. (Otero, 2013)

Actitud medianamente favorable: Se considera a los estudiantes que problematiza y cuestiona, sin embargo no es capaz de ser autónomo. Están dispuestos a enfrentar cualquier pregunta de matemáticas, hacia el futuro, pero tienden a remitirse a

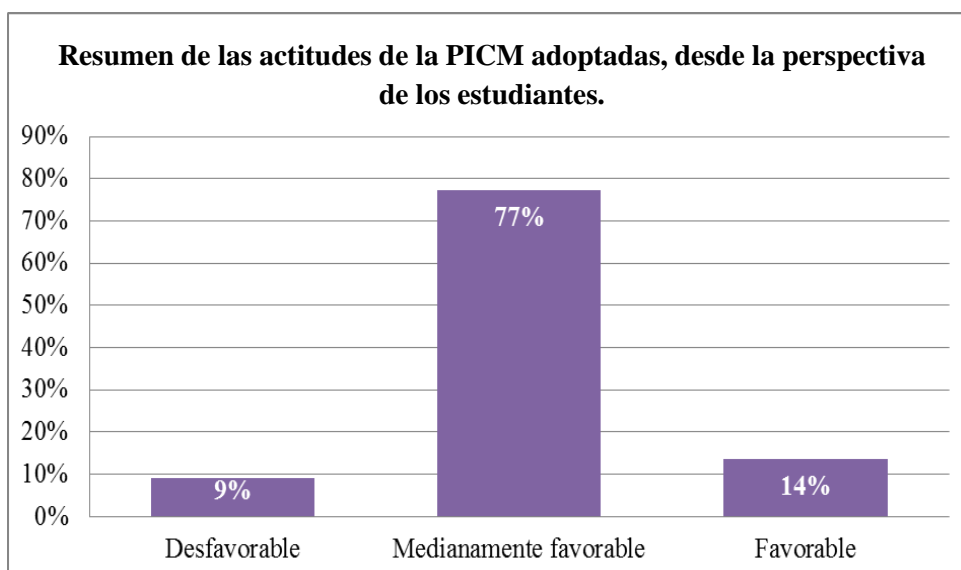
conocimientos sabidos de antemano. En este ejercicio de cuestionamiento, permiten decidir con qué medios es o no posible; construir una respuesta de carácter superficial y validez.

Actitud desfavorable: Se considera a los estudiantes que no problematizan y ejercen la actividad de cuestionar. Al mismo tiempo, no demuestran interés en enfrentar cualquier pregunta de matemáticas y simplemente se remiten a lo que ya saben o conocen de antemano. Sin bien son capaces de construir respuestas, estas carecen validez.

A continuación se presenta una tabla en la que se calculó la frecuencia y el gráfico de los intervalos.

Tabla 5 Frecuencia de las respuestas de los estudiantes del tercero año medio de un colegio particular subvencionado de Cerrillos.

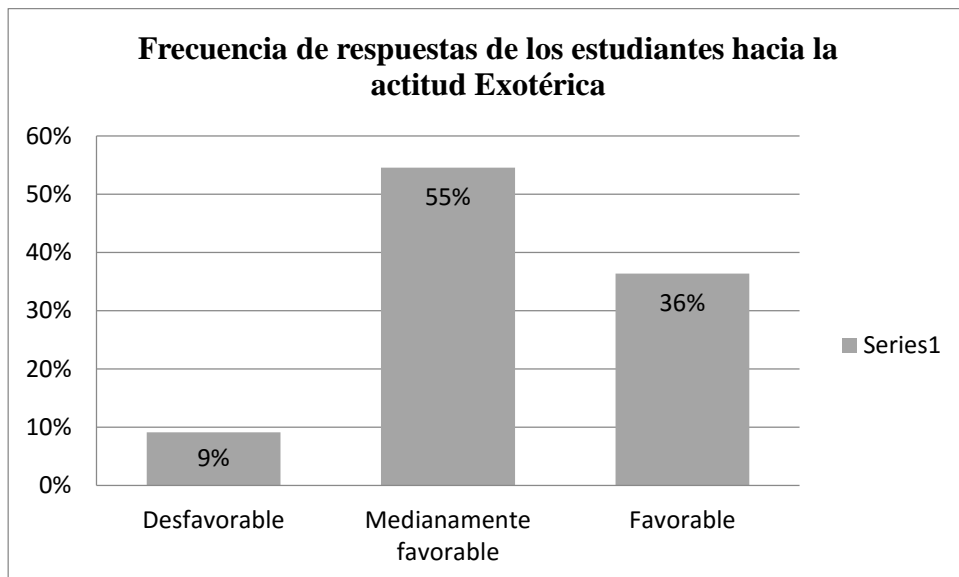
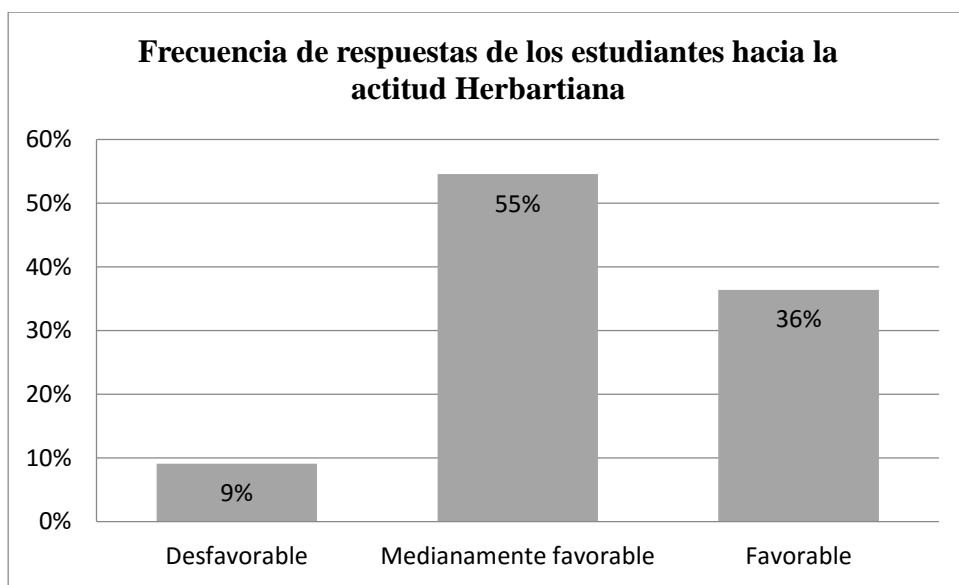
Intervalo	Frecuencia	Porcentaje	Criterio
[120-84]	2	9,1 %	Desfavorable
[83.9-60]	17	77,3 %	Medianamente favorable
[59.9-24]	3	13,6%	Favorable
Total	22	100%	

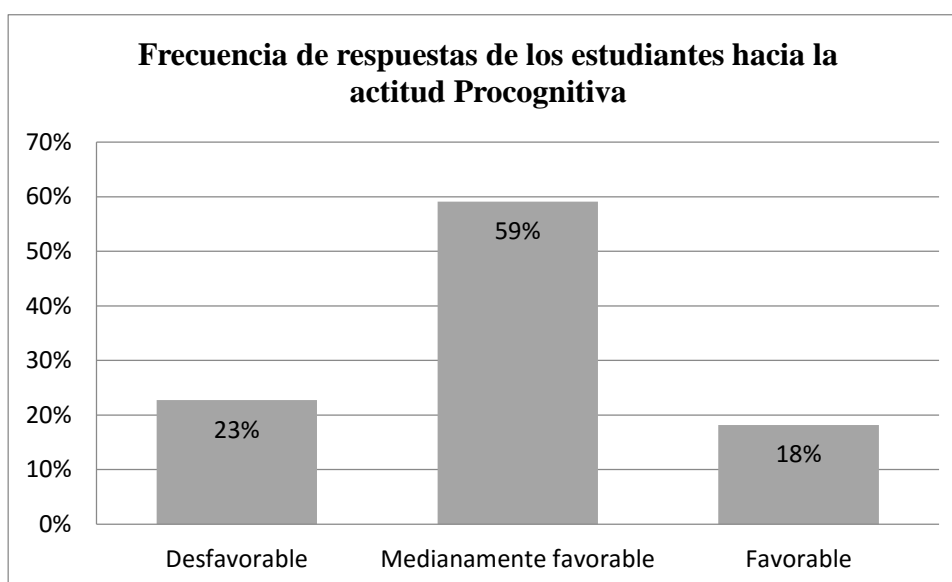
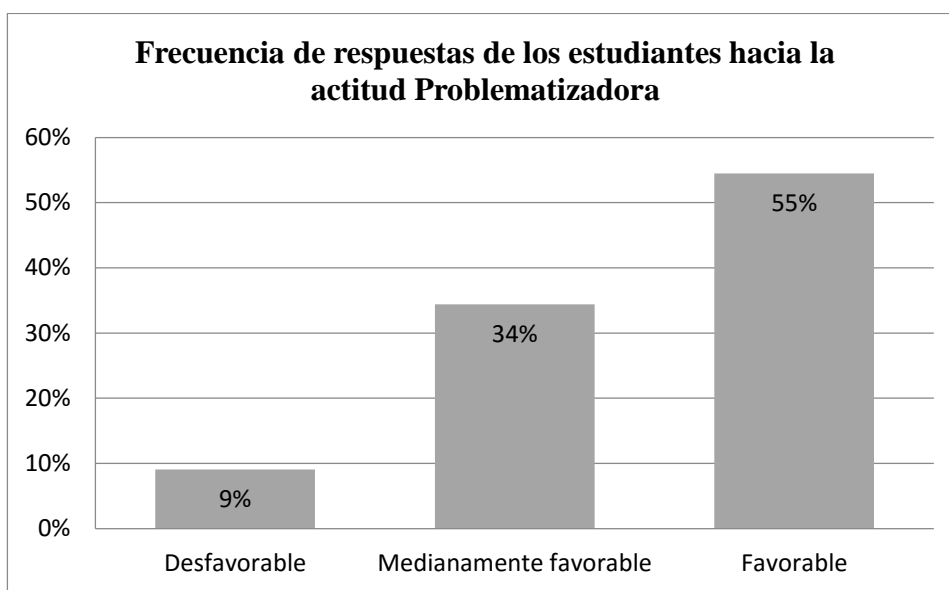


Como se muestra en el Gráfico, las actitudes de la PICM que, desde su perspectiva, presentan los estudiantes, tienen una presencia medianamente favorable. Esto es

evidente ya que el porcentaje mayor se encuentra en el intervalo [83,9-60], en comparación con todos los otros que obtuvieron un porcentaje menor a 25%. Por lo que se puede decir que más de tres cuartas partes de los estudiantes tienen una actitud medianamente favorable.

A continuación se muestran de manera gráfica los resultados de las frecuencias de las respuestas de los estudiantes a los ítems asociados a cada una de las actitudes en estudio:





4.3 Análisis del desarrollo de REI y AEI.

4.3.1 Análisis de la Actitud Herbartiana.

Para el análisis de esta actitud se han considerado las preguntas propuestas por cada grupo para el estudio de la pregunta generatriz *Q*: ¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

A continuación se presenta el análisis respecto de las modalidades a las cuales han sido atribuidos los desarrollos de los estudiantes.

Se expone, por cada grupo, la ilustración que muestra el desarrollo realizado junto a la transcripción de los mismos.

Modalidad Pre-herbartiana (Her0).

Seis de los ocho grupos han sido considerados en esta modalidad en consideración de las respuestas (o preguntas) que han aportado.

Grupo 1:

<p>Pregunta a responder:</p> <p>¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?</p> <p>Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:</p> <p>1.- ¿Qué es una variable? 2.- ¿Cuál es su función? 3.- ¿Qué significa que una variable este con restricción o sin restricciones? 4.- ¿Cuáles variables son? 5.- ¿Qué es optimizar? 6.- ¿Qué tipos de variables son?</p>
<p>1.- ¿Qué es una variable? (Prb0) 2.- ¿Cuál es su función? (Her0) 3.- ¿Qué significa que una variable este con restricciones o sin restricciones? (Prb1) 4.- ¿Cuáles variables son? (Her0) 5.- ¿Qué es optimizar? (Prb1) 6.- ¿Qué tipos de variables son? (Her0)</p>

Las preguntas 2, , 4 y 6 que son formuladas por el grupo 1, han sido consideradas en esta modalidad pues no se preguntan por cuestiones que necesitan matemáticas para responderse, sino más bien son preguntas que para el caso de la pregunta generatriz no favorecen el desarrollo de la misma y apuntan a cuestiones específicas, son cerradas.

Grupo 3:

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Qué tipo de restricción? _____
¿Cuáles son las variables? _____
¿Cuál es la función de estas dos variables? _____

Ilustración 6

¿Qué tipo de restricción? (Her0)
¿Cuáles son las variables? (Her0)
¿Cuál es la función de estas dos variables? (Her0)

Las respuesta del grupo 3, al igual que las del anterior, son cerradas y si bien pregunta por cuestiones que están definidas en un campo matemático no se refieren a ellas matemáticamente.

Grupo 4:

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Qué restricciones hay? _____
¿Qué es optimizar? _____
¿Qué variables son? _____
¿Cómo puedo despejar las variables? _____

Ilustración 7

¿Qué restricciones hay? (Her0)
¿Qué es optimizar? (Prb1)
¿Qué variables son? (Her0)
¿Cómo puedo despejar las variables? (Prb1)

Las preguntas propuestas por el grupo 4 no son nuevas respecto de las propuestas por los grupos anteriores.

Grupo 5:

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones? *GVOF, Gamos*

Relacionar las restricciones, reconocer los variables

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Que es una variable?
¿Que es optimizar?
¿Que tipo de restricciones hay?
¿Cuales son las variables?
¿Que es una función?

Ilustración 8

¿Qué es una variable? (Prb0)
¿Qué es optimizar? (Prb1)
¿Qué tipo de restricciones hay? (Her0)
¿Cuáles son las variables? (Her0)
¿Qué es una función? (Prb0)

El grupo 5, como muestra la ilustración 10, repite las mismas preguntas que el grupo anterior ¿Qué tipo de restricciones hay? y ¿Cuáles son las variables? Las demás se corresponden a otra categoría.

Grupo 7:

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Que tipo de restricciones tienen las variables?
¿Que es optimizar?
¿Que tipo de variable son?
¿Cual es la función?
¿Que es optimizar?
¿Que es una variable?

Ilustración 9

¿Qué tipo de restricciones tienen las variables? (Her0)
¿Qué tipo de variable son? (Her0)
¿Cuál es la función? (Her0)
¿Qué es optimizar? (Prb1)
¿Qué es una variable? (Prb0)

Las preguntas que el grupo 7 propone, son similares a las que los otros grupos han realizado. Las demás preguntas no designadas (Her0) y que pertenecen a otra categoría también son semejantes a la de los demás grupos.

Grupo 8:

<p><i>Pregunta a responder:</i></p> <p>¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables está sujetas a restricciones?</p> <p>Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden comprender o abordar la pregunta anterior:</p> <p>Que es una variable? cuál es su función? Que tipo de variables son? cuantas variables puede haber en un problema? Que es optimizar?</p> <p><i>Ilustración 10</i></p>
<p>¿Qué es una variable? (Prb0)</p> <p>¿Cuál es su función? (Her0)</p> <p>¿Qué tipo de variables son? (Her0)</p> <p>¿Cuántas variables puede haber en un problema? (Prb0)</p> <p>¿Qué es optimizar? (Prb1)</p>

En el caso de las respuestas aportadas por el grupo 8, vuelven a repetirse las preguntas.

Las pregunta ¿Cuál es la función? y sus símiles, como se mencionó anteriormente, no cuestionan acerca de la matemática de las funciones ni de la problemática de optimizar, más bien su fin es conocer o delimitar un caso particular, reduciendo la complejidad del problema al exigir la “materialización” de un caso y no concebir de forma abstracta a cualquier caso.

La pregunta ¿Cuáles son las variables? o ¿Qué tipo de variables son? Tampoco cuestionan matemáticamente las mismas, sino que, al igual que la pregunta anterior, buscan un caso particular o una caracterización del concepto variable.

Respecto de la pregunta ¿Qué tipo de restricciones hay?, la cual no hace cuestionamiento matemático, podría haber sido formulada de forma que se refiriera a la matemática que definiré las restricciones por ejemplo ¿las restricciones tiene una forma algebraica? ¿Cuál?, pero fue generada solo apelando a su significado conceptual.

Los grupos que realizan las mismas preguntas, han sido clasificados en la modalidad Pre-herbartiana de la actitud Herbartiana. La falta de vinculación con el carácter matemático del problema es evidente.

Modalidad Parcialmente Herbartiana.

Han sido 2 grupos, de 8, que han presentado esta modalidad de la actitud Herbartiana.

Grupo 2:

<p><i>Pregunta a responder:</i></p> <p>¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?</p> <p>Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:</p> <p>1- ¿Qué variables son? 2- ¿Cuáles son las restricciones? 3- ¿Cómo se puede optimizar? 4- ¿Tiene una condición específica?</p>
<p><i>Ilustración 11</i></p> <p>1.- ¿Qué variables son? (Her0) 2.- ¿Cuáles son las restricciones? (Her0) 3.- ¿Cómo se puede optimizar? (Her1) 4.- ¿Tiene una condición específica? (Prb0)</p>

Los estudiantes del grupo 2, proponen la pregunta “¿Cómo se puede optimizar?”, entre otras. Esta pregunta cuestiona débilmente el carácter matemático del problema debido a que el poder optimizar estará sujeto a operaciones matemáticas.

Grupo 6:

<p><i>Pregunta a responder:</i></p> <p>¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?</p> <p>Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:</p> <p>- ¿Qué tipos de restricciones son? ¿Y qué variables son? - ¿Qué método se tendría que utilizar?</p>
<p><i>Ilustración 12</i></p> <p>¿Qué tipos de restricciones son?, ¿Y qué variables son? (her0) ¿Qué método se tendría que utilizar? (Her1)</p>

El grupo 6 propone una pregunta semejante a la propuesta anteriormente por el grupo 2, pero en este caso preguntando específicamente por métodos de optimización.

La pregunta “¿Qué método se tendría que utilizar?” indica conocimiento de algún método para optimizar por los estudiantes, pero tras el análisis, se ha comprobado que la intención de la pregunta es acerca de la existencia de métodos ya establecidos para la optimización, ya que no trabajan ni insinúan ningún método.

Las preguntas “¿Cómo se puede optimizar?” y “¿Qué método se tendría que utilizar?” cuestionan aspectos matemáticos, específicamente apuntan al estudio de la praxis, la técnica implícita de esta praxeología que es la programación lineal. Pese a inducir hacia ese carácter matemático, el cuestionamiento no es estricto.

4.3.2 Análisis de la Actitud Problematizadora.

Para el análisis de esta actitud se hará uso de las mismas respuestas aportadas por los estudiantes e ilustraciones que se utilizaron para el estudio de la actitud Herbartiana.

En las transcripciones que se hicieron de las respuestas propuestas, se ha incluido entre paréntesis la referencia de la modalidad a la cual pertenecen las preguntas propuestas.

Modalidad No Problematizador.

Tres son los grupos que han sido considerados en esta modalidad.

Grupo 2:

Como se observa en la Ilustración 14 aparte de las preguntas que han sido consideradas en otras modalidades, la pregunta “¿Tiene una condición específica?” ha sido calificada como no problematizadora, esto porque no precisa en otras modalidades y en sí misma no promueve el estudio de una nueva praxeología.

Grupo 3:

El grupo 3 solo propone preguntas que se consideran en otra modalidad de la Actitud Herbartiana (ver ilustración 9). Al no generar preguntas que promuevan el estudio de

nuevas obras o praxeologías entra en la categoría que ha sido definida por esa condición, no problematizadora.

Grupo 6:

Al igual que el grupo 3 solo se han propuesto preguntas cuya naturaleza se ha definido otra modalidad del estudio de otra de las actitudes.

Modalidad Parcialmente Problematizadora.

En esta modalidad se reconocen las preguntas propuestas por los grupos 1, 4, 5, 7 y 8 (5 grupos en total).

Estos grupos, además de proporcionar preguntas del tipo “Prb0” han proporcionado otras que han sido consideradas como parcialmente problematizadoras ya que podrían “relativamente” ser un problema que involucra el estudio de nuevas obras o praxeologías para quienes las formulan. Tales preguntas son del tipo ¿Qué es optimizar? Y se encuentra presente en el desarrollo de los grupos 1, 4, 5, 7 y 8 (ver ilustraciones 8, 10, 11, 12 y 13 respectivamente).

Por otro lado el grupo 1 y el grupo 4 aportan dos preguntas distintas. El grupo 1 propone: “¿Qué significa que una variable este con restricciones o sin restricciones?” (ver ilustración 8), la cual pese a que puede ser resuelta de manera rápida se ha considerado como parcialmente problematizadora en consideración de la relatividad de la concepción de problema, tomando en cuenta el contexto de los estudiantes pertenecientes a dicho grupo.

Por su parte y como muestra la ilustración 8, el grupo 4 aporta la pregunta “¿Cómo puedo despejar las variables?”. Que en misma situación que la pregunta generada por el grupo 3, puede tener valor de problema en consideración del contexto de los estudiantes.

Modalidad Problematizadora.

Ninguno de los grupos ha aportado preguntas que representen una fuerte propuesta por el estudio de cuestiones nuevas.

4.3.3 Análisis Actitud Procognitiva.

Para el análisis de esta actitud se ha considerado el desarrollo que los estudiantes hicieron de la situación 3 correspondiente a la actividad de estudio e investigación, en la cual se les solicita a través de un ejercicio simple de programación lineal que describan el cómo poder resolverlo. Luego en una pregunta aparte se les pide cuestionar su método, proponiendo otros casos que impliquen mayor complejidad.

Modalidad Retrocognitiva.

La totalidad de los grupos han sido suscriptos a esta modalidad.

A continuación se exponen las respuestas a la situación 3 de las actividades que conforman el instrumento “diseño de REI” (ver anexo 2.2) y las respuestas a otras preguntas que incita un cuestionamiento de la respuesta generada anteriormente.

Se muestran las ilustraciones con el desarrollo de la pregunta: *¿Cómo poder resolver el siguiente problema?: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. ¿Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?;* Luego se muestran sus transcripciones.

A continuación se muestran las ilustraciones con el desarrollo de la pregunta: *¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?;* Y sus debidas transcripciones.

Grupo 1:

5 = tamaño normal
7 = tamaño grande

2 bolsas = máximo 150

120 — 100

Caso 1 **Caso 2**

(100)	(50)	(120)	(30)
grandes	normales	normales	grandes
$100 \cdot 7$	$50 \cdot 5$	$120 \cdot 5$	$7 \cdot 30$
700	250	600	210
+ 950	//	+ 810	X X

* Descartando, ya que puse 2 casos para encontrar la mayor ganancia, a través de maximizar cada bolsa en los 2 casos.

Ilustración 13

5 = tamaño normal (120) 2 bolsas = máximo 150
7 = tamaño grande (100)

Caso 1 **Caso 2**

(100)	(50)	(120)	(30)
Grandes	Normales	Normales	Grandes
$100 \cdot 7$	$50 \cdot 5$	$120 \cdot 5$	$7 \cdot 30$
700	250	600	210
+ 950		+ 810	

*Descartando, ya que puse 2 casos para encontrar la mayor ganancia, a través de maximizar cada bolsa en los 2 casos.

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Yo, creo que sí, ya que para mí fue la más rápida, fácil y eficiente para resolver el problema.

Ilustración 14

Yo, creo que sí, ya que para mí fue la más rápida, fácil y eficiente para resolver el problema.

Grupo 2:

$\$ 5 \rightarrow$ carta normal capacidad 120
 $\$ 7 \rightarrow$ carta tamaño Grande capacidad 100
 x día 150 cartas

150 cartas

$* 7 \cdot 90 = 630$ } \$930 150 cartas
 $5 \cdot 60 = 300$

$* 7 \cdot 100 = 700$ } \$950
 $5 \cdot 50 = 250$

Se multiplica el valor de la carta por la cantidad de cartas sabiendo que la capacidad es de 120 para la normal y 100 para tamaño grande

Restricción \rightarrow Cantidad máx. de hoja
 Variable \rightarrow el valor de carta

$x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{Total } \$$

Ilustración 15

$5\$ \rightarrow$ carta normal – Capacidad 120
 $7\$ \rightarrow$ carta tamaño grande – Capacidad 100
 por día 150 cartas
 150 cartas

$* 7 \cdot 90 = 630$ } \$930 150 cartas
 $5 \cdot 60 = 300$

$* 7 \cdot 100 = 700$ } \$950
 $5 \cdot 50 = 300$

Se multiplica el valor de la carta por la cantidad de cartas sabiendo que la capacidad es de 120 para la normal y 100 para tamaño grande.

Restricción \rightarrow Cantidad máx. de hoja

Variable \rightarrow el valor de carta

$$x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{Total } \$$$

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Si, ya que se sabe la cantidad de cartas de cada tipo y el valor de ellas.

Ilustración 16

Si, ya que se sabe la cantidad de cartas de cada tipo y el valor de ellas.

Grupo 3:

Primero notar las tres distintas restricciones presentes, la primera que la bolsa de cartas pequeñas puede llevar hasta 120 cartas, la bolsa de cartas grandes 100 y como máximo el joven reparte 150, una vez sabiendo esto por lógica sabemos que para recibir la mayor ganancia posible el joven debe repartir la mayor cantidad de cartas grandes ya que son las que tienen un mayor valor por ende se reparten el máximo que son 100 como base y el resto serían las cartas pequeñas y con esto su ganancia diaria es la máxima diaria que son \$950. Además tenemos que saber que para tener el valor máximo se deben repartir la máxima cantidad de cartas.

Simplificado en términos algebraicos tendríamos que

X: cartas grandes	$x + y \leq 150$	$x > y$	$x \leq 100$	$y \leq 120$
Y: cartas pequeñas	$x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{valor total}$			
	y para llegar al valor máximo $x + y = 150$ / $x = \text{máxima cantidad}$			

Ilustración 17

Primero notar las tres distintas restricciones presentes, la primera que la bolsa de cartas pequeñas pueden llevar hasta 120 cartas, la bolsa de cartas grandes 100 y como máximo el joven reparte 150, una vez sabiendo esto por lógica sabemos que para recibir la mayor ganancia posible el joven debe repartir la mayor cantidad de cartas grandes ya que son las que tienen un mayor valor por ende se reparten el máximo que son 100 como base y el resto serían las cartas pequeñas y con esto su ganancia diaria es la máxima diaria que son \$950. Además tenemos que saber que para tener el valor máximo se deben repartir la máxima cantidad de cartas.

Simplificado en términos algebraicos tendríamos que:

x: cartas grandes	$x + y \leq 150$	$x > y$	$x \leq 100$	$y \leq 120$
y: cartas pequeñas	$x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{valor total}$			

y para llegar al valor máximo $x + y = 150$ / $x = \text{máxima cantidad}$

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

el método utilizado puede ser el más eficiente, si hubiera más restricciones o variables, solo se agregarían más datos.

Ilustración 18

El método utilizado puede ser el más eficiente, si tuviera más restricciones o variables, solo se agregarían más datos.

Grupo 4:

N	G
120 x 1 = \$5	100 x 1 = \$7
$100 G + 50 N$ $100 \cdot 7 + 50 \cdot 5$ $= \$950$	<p>Las 100 Cartas grandes se multiplican por el valor (\$7) luego 50 de las normales se multiplican por el valor (\$5) el resultado de estos dos se suma y da el valor máximo por día (\$950)</p>

Ilustración 19

N 120 x 1 = \$5	G 100 x 1 = \$7
$100 G + 50 N$ $100 \cdot 7 + 50 \cdot 5 = \950	
<p>Las 100 cartas grandes se multiplican por el valor (\$7) luego 50 de las normales se multiplican por el valor (\$5). El resultado de estos dos se suma y da el valor máximo por día (\$950)</p>	

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Sí, ya que se puede aplicar en un caso parecido

Ilustración 20

Sí, ya que se puede aplicar en un caso parecido.

Grupo 5:

$5 \$$ carta normal
 $7 \$$ carta grande

 1° bolsa ✓
 $\$600 = 120$ cartas

 100 cartas grandes
 50 normales

Ilustración 21

$5 \$$ carta normal
 $7 \$$ carta grande
 1° bolsa
 $\$600 = 120$ cartas
 100 cartas grandes.
 50 normales.

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Primero recogimos el costo de la carta y después cuantas cartas se venderían y cuantas se podían llevar usando las dos bolsas disponibles.

Ilustración 22

Primero recogimos el costo de las cartas y después cuantas cartas se venderán, y cuantas se podían llevar usando las dos bolsas disponibles.

Grupo 6:

$(x \cdot 5) + (y \cdot 7) = \$$
 $x \leq 120 \quad y \leq 100$

 150 cartas \rightarrow N y G
 \rightarrow 100 cartas N y 50 cartas G
 \rightarrow 100 cartas G y 50 cartas N

 Que vendiese más cartas grandes ya que obtendría mayor ganancia.

Ilustración 23

$(x \cdot 5) + (y \cdot 7) = \$$ 150 cartas \rightarrow N y G
 $x \leq 120 \quad y \leq 100$ 100 cartas N y 50 cartas G
 100 cartas G y 50 cartas N

Que vendiese más cartas grandes ya que obtendría mayor ganancia.

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

No contestada

Grupo 7:

Para que el estudiante pueda ganar la mayor cantidad de dinero, y solo tiene tiempo para entregar 150 cartas debe entregar 100 cartas grandes y 50 cartas normales para poder recaudar el mayor dinero posible.

$$\begin{array}{r} 100 \times 7 \\ \hline 700 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \times 5 \\ \hline 250 \end{array}$$

Nosotros para llegar al resultado tomamos las 100 cartas de \$7 que puede entregar el joven, y se completa con 50 cartas normales de \$5.

Cómo en el ejemplo multiplicamos cuanto podría ganar vendiendo las cartas dichas anteriormente.

El método que utilizamos si funciona porque el joven si gana más dinero entregando sobres más caros.

Ilustración 24

Para que el estudiante pueda ganar la mayor cantidad de dinero, y solo tiene tiempo para entregar 150 cartas debe entregar 100 cartas grandes y 50 cartas normales para poder recaudar el mayor dinero posible.

$$\begin{array}{r} 100 \times 7 \\ \hline 700 \end{array} \quad \begin{array}{r} 50 \times 5 \\ \hline 250 \end{array}$$

Nosotros para llegar al resultado tomamos las 100 cartas de \$7 que puede entregar el joven, y se completa con 50 cartas normales de \$5 como en el ejemplo.

Multiplicamos cuanto podría ganar vendiendo las cartas dichas anteriormente.

El método que utilizamos si funciona porque el joven si gana más dinero entregando sobres más caros.

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Nosotros opinamos que nuestro método si funciona, porque si hubiesen más variables, el siempre deberá entregar más de las que mayor dinero le proporcionan.

Ilustración 25

Nosotros opinamos que nuestro método si funciona, porque si hubiesen más variables, el siempre deberá entregar más de las que mayor dinero le proporcionan.

Grupo 8:

<p>① 220</p> <p>100 → 7 = 700</p> <p>50 → 5 = 250</p> <p style="text-align: center;"><u>950</u></p>	<p>950 es el máximo.</p>
<p>② 120 · 5 = 600</p> <p>30 · 7 = 210</p> <p style="text-align: center;"><u>810</u></p>	
<p>1) 220</p> <p>100 · 7 = 700</p> <p>50 · 5 = 250</p> <p style="text-align: center;">950</p>	<p>Ojo es el máximo.</p>
<p>2) 100 · 5 = 600</p> <p>30 · 7 = 210</p> <p style="text-align: center;">810</p>	
<p>¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?</p> <p>Con más variables, porque tienes más opciones.</p>	
<p>Con más variables, porque tienes más opciones.</p>	

Como se muestra en las ilustraciones ante la resolución del problema (sencillo) de programación lineal todos los grupos desarrollan y hallan la solución utilizando los conocimientos que ya saben “materia pasada” o lógica como mencionan en sus respuestas.

Al momento de poder expresar el método, que responde al cómo, que utilizaron para responder tienen problemas. No tienen muy claro cómo lo hicieron, les parece “natural” proceder así.

Ante el cuestionamiento de su desarrollo (¿El método descrito por ustedes será el más eficiente...?) todos afirman que si es el más eficaz, incluso en el caso que haya que probar cientos de veces y descartar una por una las posibles soluciones, tal es el caso del grupo 1, por ejemplo.

La actitud de no promover ni producir una nueva forma de poder desarrollar o resolver un problema, pensando en nuevos campos praxeológica (contenidos u

objetos matemáticos), sino que solo aplicar lo que ya se ha aplicado antes es la pura definición de la actitud retrocognitiva.

Modalidad No Retrocognitiva.

Ninguno de los grupos ha sido clasificado en esta modalidad.

4.3.4 Análisis de la Actitud Exotérica.

Para el estudio de esta actitud se han considerado las respuestas desarrolladas por los estudiantes a la pregunta AEI_{2.2} (ver anexo 2.1) que forma parte del diseño de REI. Dicha pregunta pertenece a las actividades que guía a los estudiantes a definir el concepto de restricción y su representación en forma de inecuaciones.

Modalidad Esotérica.

Los grupos 2, 3, 4, 5, 6 y 8 han sido clasificados en esta modalidad, pues responden de manera seguros a la pregunta e incluso cuando el profesor les cuestiona las respuestas, estos no siguen el estudio en profundidad de la obra.

Grupo 2:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$(x-y) (x+y) = 50$$
$$A + B \leq 50$$

Ilustración 26

Grupo 3:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$0 \leq x + y \leq 50$$

$x \rightarrow H.C$
 $y \rightarrow H.A$

Ilustración 27

Grupo 4:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$X + Y = 50$

Ilustración 28

Grupo 5:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$A + B \leq 50$

Ilustración 29

Grupo 6:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$0 \leq X + Y \leq 50$

$X = \text{helados de agua}$

$Y = \text{helados de crema}$

Ilustración 30

Grupo 8:

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$A + B \leq 50$

$A \rightarrow \text{helados de agua}$

$B \rightarrow \text{helados de crema}$

Ilustración 31

Como se aprecia en las ilustraciones 28, 29, 30, 31, 32 y 33, independientemente de la respuesta dada por los estudiantes (en algunos casos $x+y=50$, $x+y \leq 50$ o $0 \leq x+y \leq 50$), estas son presentadas como absolutas, vale decir, que están correctas y no son sometidas a validación, no se estudian en profundidad con las intención de corregir en caso de no ser válidas.

al estudio de un nuevo saber. Esto se refleja, por ejemplo, en las textualidades tales como: “¿Qué significa que una variable este con restricciones o sin restricciones?” o “¿Cómo despejar una variable?”.

Por otro lado, desde el análisis del cuestionario, los estudiantes mostraron una disposición favorable hacia la actitud problematizadora. Esto se evidenció en respuestas a afirmaciones tales como: “Me formulo preguntas que resulten de interés de lo que se estudia en clases” y “Prefiero guardar silencio frente a preguntas nuevas de la clase” (ver gráficos 1 y 2 respectivamente).

Me formulo preguntas que resulten de interés de lo que se estudia en clases

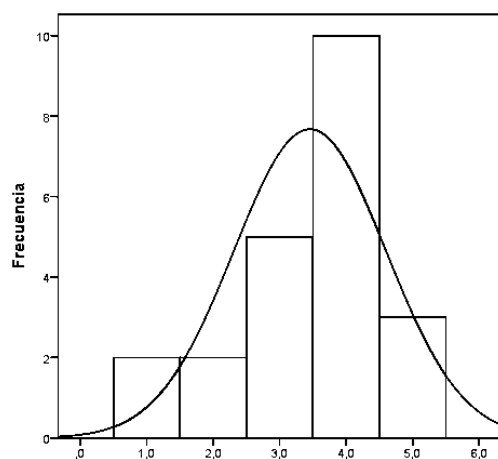


Grafico 1

Prefiero guardar silencio frente a preguntas nuevas de la clase

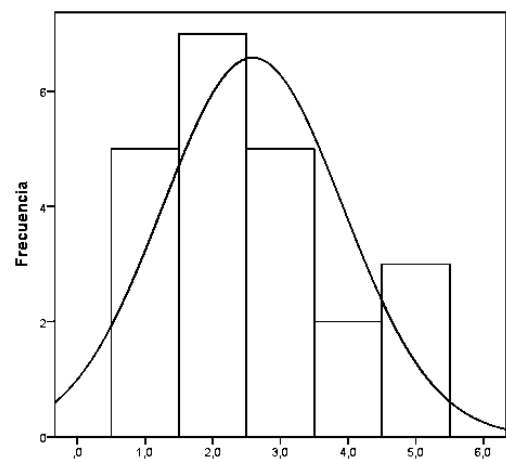


Grafico2

Contrastando los dos análisis, ambos convergen en que los estudiantes desarrollaron una actitud problematizadora parcial. Destacando que el tipo de cuestionamiento apreciado en las respuestas de los estudiantes no llevó al estudio de nuevas praxeologías. Por lo que se puede afirmar que hubo un desarrollo apropiado de actitud problematizadora.

4.4.2 Discusión 2

Dado el análisis de las respuestas de los estudiantes a la secuencia de las AEI sólo 6 grupos se clasificaron en la actitud de aprendizaje Pre-Herbartiana (Her0), es decir, el 75% de los estudiantes no formularon preguntas sobre aspectos matemáticos de la nueva praxeología, sino que preguntas “aparentemente” matemáticas, tal como se

pudo apreciar conforme a sus respuestas textuales: “¿Qué tipo de restricción?” o “¿Cuáles son las variables?” o “¿Cuál es la función de estas dos variables?”.

Posteriormente el análisis del cuestionario indicó que los estudiantes mostraron una disposición medianamente favorable hacia la actitud herbartiana. Esto se evidenció en la respuesta a una de las afirmaciones, tal como: “Evito las preguntas que involucren matemáticas para ser respondidas” (ver gráfico 3).

Evito las preguntas que involucren matemáticas para ser respondidas

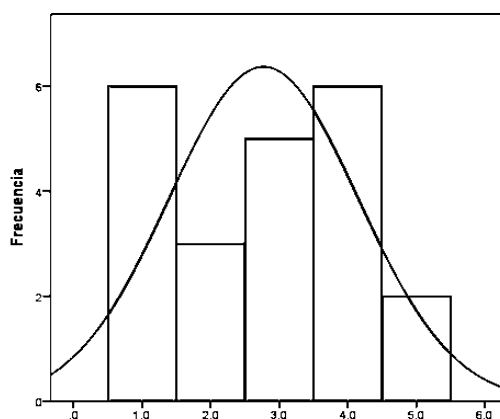


Gráfico 3

En contraste de ambos análisis, por un lado desde la percepción del estudiante hay una actitud medianamente favorable hacia la actitud herbartiana, y por otra, la mayor parte de los grupos de ellos se clasificaron en la actitud pre-herbartiana. Esta pequeña discrepancia se debe a que la percepción que ellos tienen respecto a la actividad matemática que acostumbran a trabajar en la escuela versus la evidencia empírica de las textualidades de los mismos, en donde no se cuestionan el proceso de construcción de la matemática. Por lo que es posible afirmar que esta actitud se presenta de manera débil.

4.4.3 Discusión 3

Dado el análisis de las respuestas de los estudiantes a la secuencia de las AEI el total de los estudiantes se clasificaron en la actitud Retro-cognitiva (Prc0), es decir, el 100% de los estudiantes se remiten sólo a utilizar métodos conocidos con anterioridad para enfrentar los problemas, renunciando a buscar respuestas diferentes o nuevas.

Posteriormente, dado el análisis de los resultados del cuestionario, se muestra una disposición medianamente favorable hacia la actitud procognitiva, un ejemplo de esto son las respuestas de los estudiantes a la afirmación: “*me frustra no saber la fórmula matemática para resolver un problema*” (ver gráfico 4).

Me frustra no saber la fórmula matemática para resolver un problema

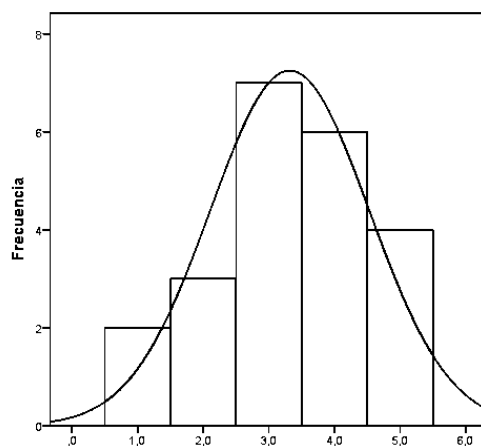


Gráfico 4

Como se ilustra en el gráfico 4, la distribución de las respuestas de los estudiantes indican que es frustrante no saber el algoritmo para abordar un problema, se requiere de la respuesta de antemano o que necesitan la fórmula matemática desde el comienzo, generando así frustración ante el “desconocimiento”.

Contrastando ambos análisis, es posible afirmar que la actitud en general se manifiesta de manera muy débil en los estudiantes.

Cabe recordar que la monumentalización del saber, es un fenómeno que impulsa al estudiante a la retro-cognición en que “*sólo se pregunta a los estudiantes lo que ya se les enseñó, incluso, se considera ilegítimo preguntar lo que no fue enseñado, mencionado, tratado, etc.*” (Otero et al., 2013, p.26).

4.4.4 Discusión 4

Con respecto al análisis de las respuestas de los estudiantes a la secuencia de las AEI el 75% de los grupos se clasificó en una actitud esotérica (Exo0), en otras palabras, no lograron profundizar en el tema y tampoco cuestionaron sus conocimientos

previos, presentaron así respuestas de forma absoluta y acabada. Por ejemplo, se logró apreciar claramente en las textualidades de la pregunta AEI_{2.2}: “¿Cómo se expresar la cantidad de helados de agua y/o crema que se pueden llevar en la caja?”.

Por otro lado, dado el análisis de las respuestas del cuestionario mostró una disposición de los estudiantes medianamente favorable hacia la actitud exotérica, ejemplo de esto son las respuestas a las afirmaciones: “Me gusta comparar mis resultados con un libro, internet, amigo o profesor” y “Acostumbro a investigar cómo se aplica un contenido de matemática en otras áreas (economía, física, etc.)” (ver gráfico 5 y gráfico 6 respectivamente).

Me gusta comparar mis resultados con un libro, internet, amigo o profesor

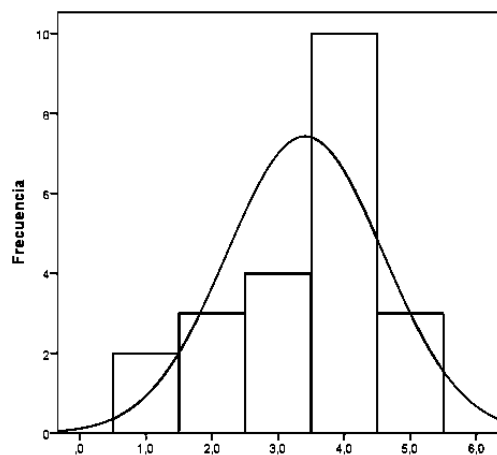


Gráfico 5

Acostumbro a investigar cómo se aplica un contenido de matemática en otras áreas (economía, física, etc.)

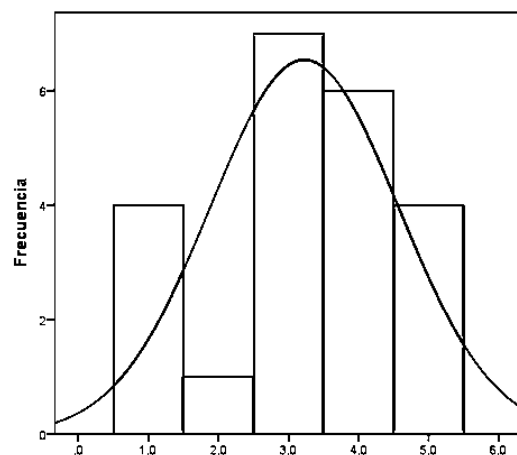


Gráfico 6

Contrastando ambos análisis, se desglosa que según la percepción individual de los estudiantes se muestran favorablemente exotéricos. Lo que se traduce en una contradicción con lo que realizaron en la práctica, puesto que no fueron capaces de someter a juicio sus propias técnicas, mejorarlas y validarlas, presentándolas de forma acabada. Por lo tanto, es posible afirmar que esta actitud se desarrolló con carácter débil en los estudiantes.

A continuación se resumen los resultados:

- a) La investigación evidenció que los estudiantes tienen dificultades para desarrollar cada una de las actitudes:

- No fueron capaces de hacer preguntas que llevan a detectar la problematización de la OM asociada a la programación lineal, ni al estudio de otras praxeologías.
- No cuestionaron respecto a aspectos matemáticos fuertes de las situaciones problemáticas, sino que formularon preguntas que evitaban involucrarse con la actividad matemática propiamente tal.
- Se remitieron sólo a saberes estudiados con anterioridad respecto a lo que fue estudiando en las clases, no abordan los problemas que aparentemente conllevan a estudiar cosas que no conocían con anterioridad. Consideraron las respuestas a los problemas estudiados como acabados.
- Abordaron los problemas de matemática de forma superficial, evitando profundizar y validar sus respuestas con otras fuentes de información.

b) El principal fenómeno que limitaron la aplicación del REI parcial para introducir la programación lineal:

- Es el fenómeno didáctico denominado “efecto Topaze”: En que el profesor facilita la respuesta implícitamente. Se aconseja establecer desde el comienzo del REI un *contrato pedagógico* que otorgue gran responsabilidad a los estudiantes en su aprendizaje. De modo que avancen en su aprendizaje de forma autónoma y crítica, sin esperar que el profesor entregue la respuesta de antemano al problema.

c) Los resultados son similares a los obtenidos por Donvito, Otero & Sureda (s.f), cuyo estudio fue realizado con una muestra de 95 estudiantes, en donde un grupo importante de estudiantes no manifestaron las actitudes.

CONCLUSIONES

Al cabo de la implementación del REI para introducir el estudio de la programación lineal realizadas en un colegio particular subvencionado de cerrillos de carácter científico – humanista, se logró alcanzar la respuesta a la pregunta específica de investigación ¿Cuáles son las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan estudiantes de tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico–humanista de la comuna de Cerrillos, al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal? ya que se identificaron las actitudes de la PICM mediante la escala de clasificación, que permitió una descripción detallada y exhaustiva de las 4 actitudes.

Se logró responder en su totalidad a la pregunta específica de investigación ¿Cuál es la percepción que tienen los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico–humanista de la comuna de Cerrillos, sobre las actitudes de la pedagogía de la investigación que presentan al participar de un recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal?, pues se identificaron a través de un cuestionario, las actitudes de los estudiantes desde la percepción personal del estudiante frente al REI para introducir la programación lineal, lo que demostró que tenían una disposición favorable a las actitudes de la PICM.

Por otro lado se logra responder a la pregunta ¿Cuáles son las diferencias entre las actitudes de la PICM observadas en los estudiantes de un tercer año de enseñanza media, de un colegio particular subvencionado científico–humanista de la comuna de Cerrillos, durante la aplicación del recorrido de estudio e investigación parcial para introducir el estudio de programación lineal, con las percibidas por parte de los estudiantes?, dado el contraste de las perspectivas tanto de los investigadores versus la de los estudiantes respecto de las actitudes señaladas. Así, la actitud de problematización, aunque se desarrolló de manera favorable, derivó a investigar solo conceptos y definiciones asociados a la OM estudiada. La actitud herbartiana, no condujo al estudio de obras matemáticas nuevas para los estudiantes, manifestándose de manera muy débil. La actitud procognitiva, resultó ser la actitud más difícil de desarrollar, pese a que respondieron las preguntas, alcanzo la modalidad más básica.

Y la actitud exotérica de los estudiantes no permitió estudiar en profundidad el método de programación lineal.

Finalmente, el objetivo general de la investigación a grueso modo se logró, pues se describió el desarrollo de cuatro de las cinco actitudes descritas por Chevallard (2013) como favorables a la educación de ciudadanos democráticos y críticos: de problematización, herbartiano, procognitivo y exotérico. Destacando que se vuelve importante el desarrollo de las cinco actitudes pues responde a la necesidades de los cambios permanentes de las prácticas docentes y que deben ser funcionales a una ciudadanía crítica y del aprendizaje para toda la vida (Otero, 2013).

Por último esta investigación abre las puertas a estudiar preguntas tales como:

¿Por qué se presenta una discrepancia ente las percepciones individuales de los estudiantes y las actitudes observadas por los investigadores?, ¿El contrato didáctico actual entre el profesor y los estudiantes están influyendo de favorable hacia el desarrollo de estas actitudes en el aula? Y por último ¿Las instituciones, en Chile, están promoviendo la utilización de dispositivos didácticos similares conformes al modelo de formación propuestos por Chevallard?

BIBLIOGRAFÍA

- Artaud, M., Bosch, M., Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., Ladage, C. & Larguier, M. (2010). Apports de la théorie anthropologique du didactique: Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action. *IUFM de l'académie de Montpellier*. Toulouse.
- Ballestrini, M. (2006). Cómo se elabora el proyecto de investigación. Venezuela, Caracas: *BL consultores asociados*, p.:118.
- Barquero, B., Bosch, M. & Gascón, J. (2007). Ecología de la modelización matemática: Reestrcciones transpositivas en las instituciones universitarias. *IIº Congrès International Sur la TAD (Uzès, 31 oct-3 nov. 2007)*, pp.: (527-549).
- Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23/1, pp.: (79-136).
- Bosch, M. & Gascón, J. (2010). *Fundamentación antropológica de las organizaciones didácticas: de los "talleres de prácticas matemáticas" a los "recorridos de estudio e investigación"*. Aportes de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. pp.: (55-91).
- Chevallard, Y. (1985). La transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Grenoble: La pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19 (2), pp.: (221-266).
- Chevallard, Y. (2001) Les TPE comme problème didactique.
- Chevallard, Y. (2009a) Didáctica Fundamental: Foro de cuestiones.

- Chevallard, Y. (2009b). Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER.
- Chevallard, Y. (2012a). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du séminaire TAD/IDD*.
- Chevallard, Y. (2012b). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (2), pp.: (161-182).
- Chevallard, Y. (2013). Un Programme de Recherche: Bits And Pieces. *Journal Du Séminaire TAD/IDD*. Section 1.
- Corica, A. & Marín, E. (2014). Actividad de estudio e investigación para la enseñanza de nociones de geometría. *Números*. Vol.: 85, pp.: (91-114).
- Donvito, A., Otero, M. & Sureda, P. (s.f). Actitudes de la Pedagogía de la Investigación en el marco de la TAD: un análisis en tres escuelas secundarias.
- Fonseca, C. (2011). Recorridos de Estudio e Investigación: Una propuesta dentro de la Teoría Antropológica de lo Didáctico para la creación de secuencias de enseñanza y aprendizaje. *Paradigma*, 32(1), pp.: (55-70).
- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. pp.: (129-159).
- González, A. (2003). Los paradigmas de investigación en las ciencias sociales. *Islas*, 45(138), pp.: (125-135).
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). Metodología de la Investigación. México: WcGraw-Hill.

Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y gestión*, 20, Universidad de Norte, pp.: (165-193).

Otero, M., Fanaro, M. & Llanos, V. (2013). La Pedagogía de la Investigación y del Cuestionamiento del Mundo y el Inquiri: un análisis desde la enseñanza de la Matemática y la Física. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencia*, Año 8, Nro. 1, pp.: (77-89).

Otero, M., Fanaro, M., Corica, A., Llano, V., Sureda, P. & Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el Aula de Matemática*. Buenos Aires: Editorial Dunken.

ANEXOS

Anexo 1: Encuesta de Entrada.

Encuesta

Estimado estudiante, la encuesta que te presentamos es un instrumento de investigación Universitario. Ante lo cual te pedimos en primera instancia que puedas contestar de la forma más sincera y sería posible.

1. ¿Te gustan las matemáticas?, ¿Por qué?
2. ¿En tu vida cotidiana fuera del colegio usas la matemática?
3. ¿Prefieres descubrir las cosas por ti mismo, con el profesor de guía o prefieres que te las muestren sin más?

Muchas Gracias.

1.1 Aplicación encuesta de Entrada.

Pregunta 1: ¿Te gustan las matemáticas?, ¿Por qué?

Respuestas
No me gustan porque no es mi fuerte en los estudios, nunca me ha ido bien en esta materia en general.
No, porque no.
Me gustan algunas zonas de las matemáticas como probabilidad y estadística, álgebra y el uso de coordenadas. Me parecen interesantes y me divierten.
Sí, porque las encuentro complicadas y me gusta lo complicado e interesante.
No me gustan, porque me cuestan mucho las matemáticas, siempre que hago algún ejercicio, me equivoco en algún paso y sale todo mal.
No mucho, porque prefiero el lenguaje
No las muy avanzadas, siento que eso es para alguien que de verdad se quiere especializar en ese ámbito, no es mi caso.
Sí, porque es un ramo que no se necesitó estudiar para ser bueno ya que es solo práctica por lo que me gusta por sobre historia o ramos por el estilo donde es necesario estudiar.
Las matemáticas me gustan sólo hasta el punto en donde se pueden y se deben utilizar a diario en la vida, más allá no y encuentro que es innecesario saber ecuaciones gigantescas que no me ayudarán en mi vida.
No.
No, es difícil y me confundo.
No me gustan, pero cuando las entiendo o es materia fácil me gustan un poco más.
Sí, porque las encuentro interesantes y me ayudan a comprender ciertas cosas de la vida cotidiana.
Sí, porque me distraigo haciendo ejercicios de matemática.
No, porque no me parecen entretenidas.
No, porque no las encuentro interesantes, pero si necesarias.
No me gustan porque me confunde tener tanto número en un solo ejercicio y tampoco sé si me servirá para un futuro.
No me gustan, pero igual trato de entenderlas lo más que pueda.
No, porque es fome y me aburren, prefiero biología.
Sí, porque son entretenidas, complejas y son desafíos para mí.
Si me gusta porque encuentro divertido poder revolver los ejercicios y me parece entretenida la diversa variedad que hay para aprender matemática
Sí, porque es un pilar fundamental en la física, y eso es lo que más me gusta. También encontrar resultados exactos.

Pregunta 2: ¿En tu vida cotidiana fuera del colegio usas la matemática?

Respuestas
Sí, al comprar en cualquier lugar, por ejemplo.
Sí.
Sí.
Sí, pero no las grandes fórmulas que nos enseñan en el colegio, solo multiplicaciones, divisiones, suma y resta.
A veces, cuando tengo que comprar algo.
A veces.
Sí, para calcular vueltos, medidas, tiempo, todo lo que esté relacionado a números.
Sí, cuando hago cuentas de que voy a gastar o para cuando juego especialmente RPGS o por el estilo, donde tengo que usar probabilidades para drops o daño, e incluso cuando juego juegos de estrategia.
Sí, pero solo para solucionar problemas básicos.
Solo al ir a comprar pan.
Sí.
Sí, las matemáticas básicas como sumas, rectas, multiplicaciones y divisiones.
Siempre tengo que usar las matemáticas porque son la base de todo y en la vida cotidiana las uso constantemente pues el solo hecho de ir a comprar las requiere.
Sí
Sí, cuando voy a comprar o cualquier otra cosa.
Sí, cuando tengo que comprar, o enseñarles a mis sobrinas y primas.
En pocas ocasiones.
En casos específicos nada más, pero no por voluntad propia.
Sí, a veces.
Si.
Si uso matemáticas al ir a comprar pan, al comprar cualesquier articulo cuando voy al médico, en diferentes ámbitos.
Si todo el tiempo, paso comprando dulces en el kiosco.

Pregunta 3: ¿Prefieres descubrir las cosas por ti mismo, con el profesor de guía o prefieres que te las muestren sin más?

Respuestas
Prefiero aprender junto al profesor, así logro comprender de mejor manera y también saber diferentes métodos para resolver los ejercicios.
Con nadie.
Prefiero que me ayuden a descubrir las cosas, pero sin llegar a decirme la respuesta. Si no, me aburriría en clases.
En ocasiones puedo descubrir las cosas por mí mismo, pero en otras necesito mucha ayuda hasta poder entender por completo la materia.
Prefiero que me las enseñen.
Prefiero que me enseñen, y cuando lo entiendo más o menos hacer la guía y en caso

de tener alguna duda poder preguntar para resolver dudas.
Prefiero por mí mismo, con el profesor de guía.
Prefiero descubrir por mí mismo, ya que al final uno queda con cierto sentido de haber cumplido algo o haber logrado algo.
Ambas.
La calle me enseña.
No me gusta que me ayuden a hacer las cosas, prefiero hacer las cosas por mí misma.
De las dos maneras.
Dependiendo la materia que vamos pasando, ya que algunas cosas son fáciles y otras más complejas.
Con ayuda del profesor como guía.
Descubrir cosas sola con la ayuda del profesor.
Siempre he preferido hacer las cosas sola, por mí mismo, aunque falle, no me gusta que me ayuden.
Por mí mismo.
Con el profesor de guía.
Prefiero descubrir las cosas yo sola con la ayuda del profesor.
Prefiero descubrirlas yo mismo con una pequeña ayuda del profesor guía, es más entretenido darse cuenta solo de los errores y como va cada secuencia de la matemática a que te den todo hecho.
Prefiero que me enseñe un profesor y luego llevarlo a la práctica ya que si me equivoco sé que me podrá ayudar corrigiendo
Prefiero que me guíen en los primeros ejercicios, para luego hacer todo bien.

Anexo 2: Diseño de Recorrido de Estudio e Investigación.

2.1 Conjeturas previas del Reactivo.

Q.- ¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Se espera con esta pregunta generar en el estudiante la necesidad de crear nuevas interrogantes que le permitan en algún momento dar respuesta a estas nuevas preguntas, para finalmente crear OM que permitan responder la cuestión generatriz.

Q': Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior.

Se espera que los estudiantes anoten aquellas preguntas que encuentran necesarias para dar respuesta o comenzar a trabajar la cuestión generatriz. Estas preguntas

debieran ser para definir conceptos que no manejan, como por ejemplo: ¿Qué es optimizar?, ¿Qué es una función?, ¿Qué son las variables?; o bien, se esperan preguntas que necesiten de matemática para ser respondidas, como: ¿Cuáles son los métodos para la optimización de función con dos variables?, ¿Cómo poder optimizar una función de dos variables que está sujeta a restricciones?

BIT₁⁷.- Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan.

Se espera que los estudiantes de cada grupo realicen una selección de las preguntas que sus demás compañeros encontraron relevantes para comenzar a trabajar la cuestión generatriz. Realizando un registro de cada pregunta que encuentren necesaria en su cuadernillo.

BIT₂⁸.- Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial.

Se espera que los estudiantes realicen un inventario de las situaciones relevantes que van aconteciendo en el proceso de dar respuesta a la pregunta generatriz.

BIT₃⁹.- Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

Se espera que cada grupo de estudiantes vaya anotando las respuestas que van surgiendo tanto de la pregunta generatriz como de las preguntas derivadas que plantearon ellos o el grupo curso.

Q₁.- ¿Qué es una función de dos variables?

⁷ BIT₁: este es el espacio que se le da a cada grupo en su cuadernillo para desempeñar su función de investigador, donde podrá registrar las preguntas que los demás grupos encontraron relevantes para comenzar a abordar la cuestión generatriz.

⁸ BIT₂: este es el espacio que se da a cada grupo de estudiantes en su cuadernillo de trabajo, que les permite llevar un registro de las situaciones relevantes para el grupo durante el desarrollo de responder la cuestión generatriz.

⁹ BIT₃: este es el espacio que cada grupo tiene en su cuadernillo de trabajo para registrar todas las respuestas que van obteniendo durante el desarrollo de las actividades.

Esta es una pregunta derivada de la cuestión generatriz. Se espera que los estudiantes sean capaces de plantear esta pregunta o parecida en la BIT₁, para así generar la primera OM que nos permitirá responder a la pregunta inicial (Q).

AEI₁.- Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Esta es la Actividad de Aprendizaje e Investigación uno, que nos permitirá dar respuesta a la pregunta derivada Q₁. Es la situación problemática a la que queremos dar una respuesta.

AEI_{1.1}.- Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

Se espera que los estudiantes sean capaces de responder cuanto es el dinero que se recolecta en ventas. Relacionando el costo de los helados con la cantidad de helados vendidos, y posterior a esto sumar estas cantidades para obtener el valor total.

AEI_{1.2}.- Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

Se espera que los estudiantes relacionen nuevamente el costo de los helados con la cantidad de helados vendida al día siguiente, permitiéndoles tener la primera noción de las variables de la función.

AEI_{1.3}.- ¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

Se espera que los estudiantes sean capaces de identificar la función de dos variables, relacionando los procesos utilizados en las AEI_{1.1} y AEI_{1.2}.

AEI_{1.4}.- ¿Qué características presenta la expresión?

Se espera que cada grupo de estudiantes puedan identificar que la AEI₁ es un caso particular de la optimización, donde se modela una función y que se compone de dos

variables (x: cantidad de helados agua e y: cantidad helados de crema), para así llegar a responder la Q₁.

AEI_{1.5}- Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Se conjetura que todos los grupos expondrán sus respuestas, permitiendo llegar a conclusiones locales (por grupo) y generar una respuesta en común.

C₁¹⁰- Conclusiones

Se espera que los grupos redacten alguna(s) conclusión(es) después de la puesta en común de las ideas de los distintos grupos, generando nuevas preguntas, como: ¿Es posible generalizar esta situación particular?, ¿Sucederá lo mismo si cambiamos los valores?, ¿Servirá para algún otro problema el métodos utilizado?, ¿Qué pasaría si agregamos restricciones?, ¿Cómo se trabaja una función de dos variables que tiene restricciones?

Q₂- ¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Esta es una pregunta derivada de la cuestión generatriz. Se espera que los estudiantes sean capaces de plantear esta pregunta o parecida en la BIT₁, para así generar la segunda OM que les permitirá responder a la pregunta generatriz (Q).

AEI₂- Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

Esta es la Actividad de Aprendizaje e Investigación dos, que nos permitirá dar respuesta a la pregunta derivada Q₂. Es la situación problemática a la que queremos dar una respuesta.

AEI_{2.1}- ¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

¹⁰ C₁: este es el espacio con el que cada grupo cuenta en su cuadernillo de trabajo, para registrar las distintas conclusiones a la que van llegando en esta AEI₁.

Se conjetura que los estudiantes sean capaces de identificar que hay un límite de helados que se pueden llevar en la caja, reconociendo la primera idea de restricción. Además se espera sean capaces de preguntarse ¿Cuál es la restricción?

AEI_{2.2}- ¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

Se desea que los estudiantes sean capaces de identificar la restricción como una inequación, planteándose nuevas preguntas como: ¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?, ¿se pueden llevar 25 helados de agua y 35 helados de crema?, ¿Los valores de las variables pueden tomar valores negativos?

AEI₃- ¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

Esta es la Actividad de Aprendizaje e Investigación tres, que se generó dado que los estudiantes no fueron capaces de elaborar las preguntas necesarias para responder a la cuestión generatriz (Q). Se espera que los estudiantes sean capaces de dar una respuesta para así formalizar las OM(s) antes generadas, que permitirán dar respuesta a la pregunta inicial (Q). Además se conjetura que los estudiantes sean capaces de modelar la función y sus variables, reconociendo las restricciones de esta y dando respuesta a la situación propuesta relacionando las restricciones con la función y sus posibles soluciones.

AEI_{3.1}- ¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Se espera que los estudiantes sean capaces de generalizar su método, formalizando lo que realizaron para resolver la AEI₃. Además se espera que los estudiantes se planteen preguntas como: ¿Es posible utilizar el método construido con más variables?, ¿Será posible utilizar este método con más restricciones en el planteamiento del problema?

AEI_{3.2}- ¿Cuáles son las variables en “juego”?

Se conjetura que los estudiantes serán capaces de identificar las variables que tiene la AEI₃, donde x: cantidad de cartas normales e y: cantidad de cartas grandes.

AEI_{3.3}- ¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

Se espera que los estudiantes sean capaces de modelar la función asociada a la AEI₃. Pudiendo concluir que en la función es necesario incluir las variables del problema encontradas en la AEI_{3.2}.

AEI_{3.4}- ¿A modo general y sin considerar las restricciones, “cuántos” son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

Los estudiantes debieran ser capaces de visualizar que no es posible tomar todos los valores posibles, ya que debieran preguntarse si ¿se pueden tomar valores negativos?

AEI_{3.5}- ¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Como?

Se espera que los estudiantes sean capaces de identificar que con las restricciones es posible acotar la cantidad de valores que puede tomar su función, acotando también las posibles soluciones del problema.

AEI_{3.6}- ¿Cuál o cuáles son las restricciones?

Se espera que los estudiantes puedan identificar cuáles son las restricciones de la AEI₃ preguntándose ¿Cuántas cartas puede llevar en total? O ¿Cuántas cartas puede llevar de cada tipo?

AEI_{3.7}- ¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?

Se conjetura que los estudiantes serán capaces de observar que las restricciones nos permiten obtener valores para calcular la posible solución a la AEI₃.

AEI_{3.8}- ¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Se espera que los grupos se pregunten por la relación que existe entre las restricciones del problema y sus soluciones, lo que les permitirá llegar a la región solución para resolver el problema.

AEI_{3.9}- ¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Se espera que los estudiantes sean capaces de plantear la inecuación como una ecuación, permitiéndoles así obtener el semiplano solución del problema.

AEI_{3.10}- Resuélvanlo en Geogebra. ¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

Se espera que los estudiantes integren las TIC's al estudio del AEI₃ con el fin de visualizar el polígono solución del problema, observando cual es la relación entre las restricciones del problema y su solución.

AEI_{3.11}- ¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

Se espera que los estudiantes sean capaces de graficar las inecuaciones en el plano cartesiano, donde podrán visualizar los puntos de intersección de la inecuación. Además se espera que los estudiantes puedan preguntarse ¿los puntos de intersección son soluciones o no del problema? O ¿Cuál es la solución máxima?

AEI_{3.12}- ¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

Se espera que los estudiantes sean capaces de reconocer que la unión de los puntos representa la solución factible del problema y que uno de esos puntos es la respuesta al problema planteado en la AEI₃.

AEI₄- “Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos”.

Se espera que los estudiantes integren el software Geogebra para el cálculo de los casos, lo que les permitirá visualizar de mejor forma las soluciones de la modelación que realicen.

AEI_{4.1}- Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

Esta es la Actividad de Aprendizaje e Investigación cuatro, que se elabora a partir de las posibles preguntas generadas por los estudiantes en la AEI_{3.1}, para responder si es posible utilizar el mismo método teniendo más restricciones y variables en juego. Se espera que los estudiantes sean capaces realizar la modelación del problema, encontrando las variables, restricciones y dar una respuesta a la situación propuesta.

AEI_{4.2}- ¿Qué podemos concluir comparando la solución de las dos situaciones?

Se conjetura que los estudiantes sean capaces de obtener de realizar una comparación de la modelación utilizada en las AEI₃ y AEI_{4.1}. Permitiéndoles concluir ideas para dar respuesta a la pregunta inicial (Q).

2.2 Desarrollo de las actividades del diseño de Recorrido de Estudio e Investigación.

A continuación se presenta el instrumento de la Actividad del diseño de Recorrido de Estudio e Investigación, con el desarrollo del mismo.

Actividad 1

Q0: ¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior.

¿Qué es optimizar?

¿Qué es una función?

¿Qué es una variable?

¿Qué es una restricción?

¿Cómo se puede optimizar una función de dos variables?

¿Qué es una función de dos variables?

¿Cuánto afectan las restricciones en el cálculo de la optimización?

¿Qué significa que las variables están sujetas a restricciones?

Nombres: _____ Fecha: _____

Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

Basta con multiplicar la cantidad de helados vendidos por su valor, para obtener el total de la ventas. Es decir debemos relacionar el valor de los helados por la cantidad vendida.

Helados de agua: $150 \times 20 = 3.000$

Helados de crema: $250 \times 30 = 7.500$

El total de dinero recaudado es la suma de ambas cantidades:

$$3.000 + 7.500 = 10.500$$

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

Se utiliza el mismo procedimiento anterior:

Helados de agua: $150 \times 30 = 4.500$

Helados de crema: $250 \times 25 = 6.250$

El total de dinero recaudado es la suma de ambas cantidades:

$$4.500 + 6.250 = 10.750$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

En las actividades anteriores podemos observar que hay datos que cambian dependiendo de las condiciones, por lo que obtener las variables.

x: cantidad de helados de agua

y: cantidad de helados de crema

Por lo tanto $f(x, y) = 150x + 250y$

¿Qué características presenta esta expresión?

Esta expresión se compone de dos variables y nos permite obtener el total de dinero recaudado.

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

Podemos concluir que siempre la función objetivo, dependerá de las variables que interactúan en el problema. Por lo que es necesario definir bien cuáles son las variables.

Nombres: _____ Fecha:

Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No es posible llevar 60 helados en la caja, ya que la capacidad máxima es de 50 helados. No se puede llevar más de esa cantidad porque el problema tiene una condición, presenta una restricción. ¿Qué es una restricción?

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

Sabemos que la suma de las variables x e y debe ser 50, no más. Por lo tanto nos queda lo siguiente: $x + y \leq 50$

¿Qué es una inecuación?

¿Por qué las variables se expresan como una inecuación?

Nombres:..... Fecha:

Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

Las variables de nuestro problema son:

x: cantidad de cartas tamaño normal

y: cantidad de cartas tamaño grande

Modelamos la función:

$$f(x, y) = 5x + 7y$$

Las restricciones de nuestro problema son:

- Con respecto a la cantidad total de cartas a repartir:

$$x + y \leq 150$$

- Con respecto a la cantidad de cartas que puede llevar por bolsa:

Cartas tamaño normal: $0 \leq x \leq 120$

Cartas tamaño grande: $0 \leq y \leq 100$

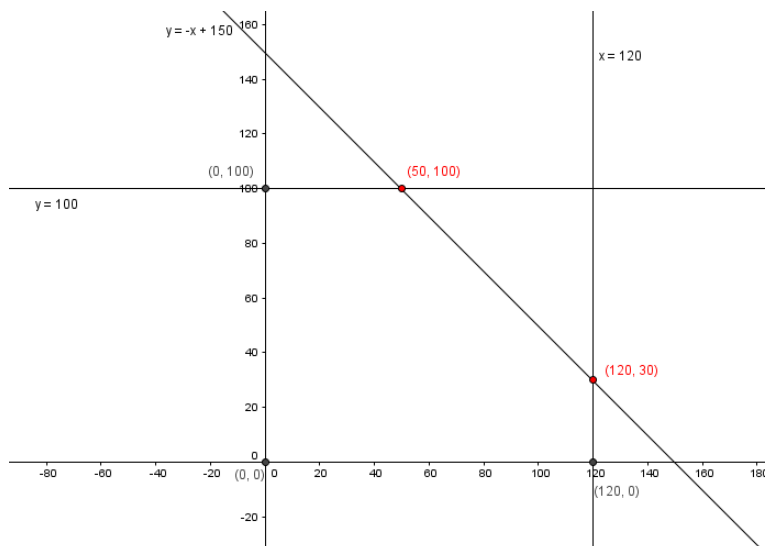
Al llevar nuestras restricciones al plano cartesiano no las graficamos como inecuación sino como una ecuación.

Graficamos las siguientes ecuaciones:

$$y = 150 - x$$

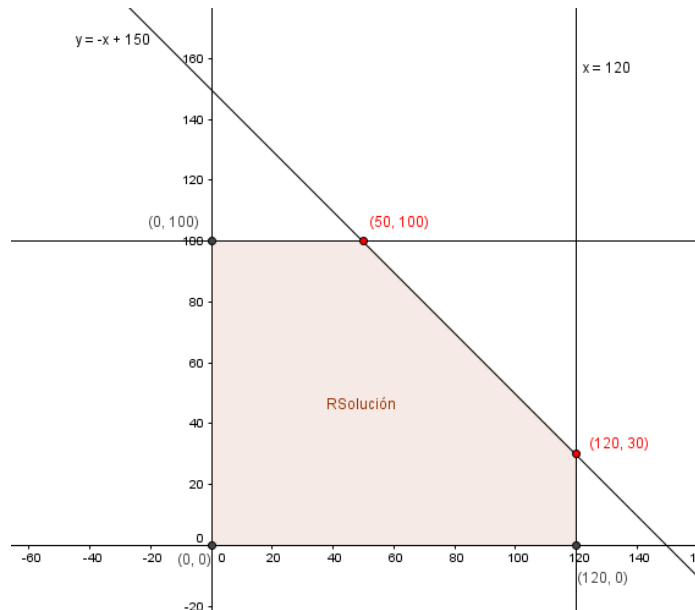
$$y = 100$$

$$x = 120$$



Si observamos, en la gráfica las ecuaciones se intersectan. Y al unir todos estos puntos donde se intersectan las gráficas le llamaremos región solución.

En la región solución encontramos valores de x e y que nos permitirán obtener la ganancia diaria máxima.



Evaluaremos en nuestra función objetivo los puntos $A=(0,100)$, $B=(50,100)$, $C=(120,30)$ y $D=(100,0)$.

$$f(A) = 5 \cdot 0 + 7 \cdot 100 = 0 + 700 = 700$$

$$f(B) = 5 \cdot 50 + 7 \cdot 100 = 250 + 700 = 950$$

$$f(C) = 5 \cdot 120 + 7 \cdot 30 = 600 + 210 = 810$$

$$f(D) = 5 \cdot 100 + 7 \cdot 0 = 500 + 0 = 500$$

La solución que nos entrega la ganancia máxima es la B. Por lo que podemos concluir que la mejor opción para repartir cartas es que lleve 50 de las cartas normales y 100 de las cartas grandes.

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Es el más eficiente porque podríamos utilizar el mismo si agregamos más variable o restricciones. Por lo que su funcionalidad es efectiva.

¿Cuáles son las variables en “juego”?

Las variables en juego son:

x: cantidad de cartas tamaño normal.

y: cantidad de cartas tamaño grande.

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

Conociendo las variables que están en juego en el problema, podemos modelar la situación.

La función es: $f(x, y) = 5x + 7y$

¿A modo general y sin considerar las restricciones, “cuántos” son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

Las variables x (cantidad de cartas tamaño normal) solo puede tomar valores hasta 120 y la variable y (cantidad de cartas tamaño grande) solo puede tomar valores hasta 100. También debemos considerar que las variables tanto x e y , son mayores que cero ya que no hay cartas negativas.

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?

Si se podrían reducir teniendo en cuenta que tenemos restricciones de cantidad de cartas que puede llevar, que en este caso son 150 en total sumando cartas normales y grandes. Pero también debemos tener en cuenta que las cartas no pueden tomar valores negativos ya que no podemos llevar -1 cartas, se llevan cartas o no.

¿Cuál o cuáles son las restricciones?

Las restricciones de nuestro problema son:

- Con respecto a la cantidad total de cartas a repartir:

$$x + y \leq 150$$

- Con respecto a la cantidad de cartas que puede llevar por bolsa:

Cartas tamaño normal: $0 \leq x \leq 120$

Cartas tamaño grande: $0 \leq y \leq 100$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?

Si existe relación, ya que nuestras restricciones condicionan el problema, lo que nos permite acotar el total de soluciones posible, reduciéndolas generalmente a un valor finito.

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

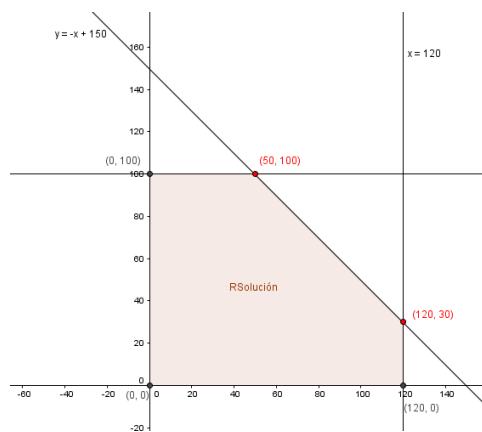
Si es posible utilizar esta relación, ya que nuestras restricciones las graficamos en el plano cartesiano. Esto nos permite encontrar la región factible, que es aquella en la cual encontramos las posibles soluciones a nuestro problema.

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Para representar en el plano cartesiano la solución de nuestro sistema debemos primero graficar como ecuación para después ir encontrando la región factible.

Resuélvanlo en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?



¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

Los puntos de intersección son:

$$A=(0,100), B=(50,100), C=(120,30) \text{ y } D=(100,0).$$

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Debemos evaluar en la función objetivo cada uno de los valores:

$$f(A) = 5 \cdot 0 + 7 \cdot 100 = 0 + 700 = 700$$

$$f(B) = 5 \cdot 50 + 7 \cdot 100 = 250 + 700 = 950$$

$$f(C) = 5 \cdot 120 + 7 \cdot 30 = 600 + 210 = 810$$

$$f(D) = 5 \cdot 100 + 7 \cdot 0 = 500 + 0 = 500$$

Esto nos permite obtener la mejor solución, que en este caso es la B.

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

“Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos”.

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

Las variables de nuestro problema son:

x: cantidad buses de 40 asientos

y: cantidad buses de 50 asientos

Modelamos la función:

$$f(x,y) = 30000 \cdot x + 40000 \cdot y$$

Las restricciones de nuestro problema son:

- Con respecto a la cantidad de choferes:

$$40x + 50y \leq 9$$

- Con respecto a la cantidad de personas:

$$x + y \leq 9$$

- Con respecto a la cantidad de buses:

Cartas tamaño normal: $0 \leq x \leq 8$

Cartas tamaño grande: $0 \leq y \leq 8$

Al llevar nuestras restricciones al plano cartesiano no las graficamos como inecuación sino como una ecuación.

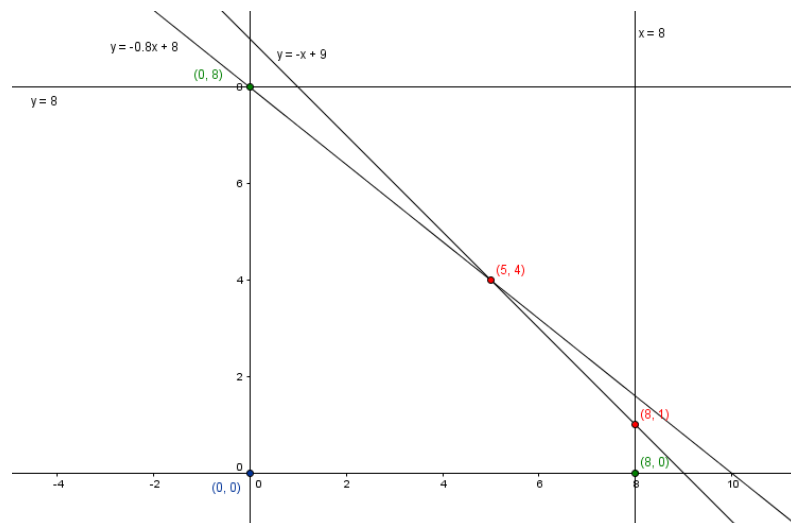
Graficamos las siguientes ecuaciones:

$$y = 8 - \frac{8x}{10}$$

$$y = 9 - x$$

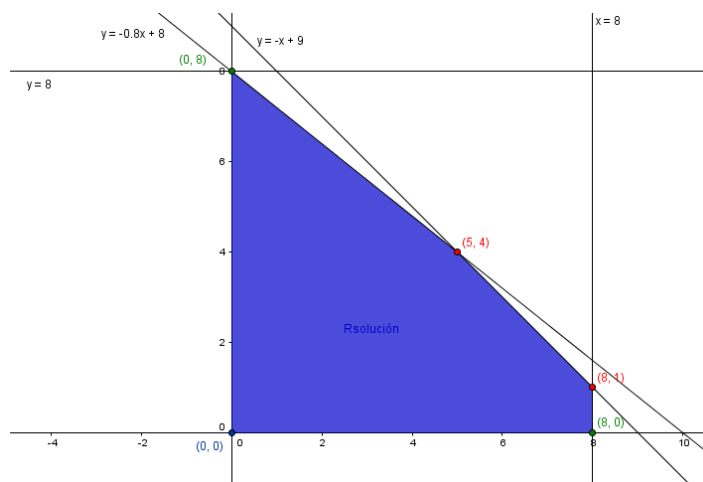
$$x = 8$$

$$y = 8$$



Si observamos, en la gráfica las ecuaciones se intersectan. Y al unir todos estos puntos donde se intersectan las gráficas le llamaremos región solución.

En la región solución encontramos valores de x e y que nos permitirán obtener el mejor plan de ahorro.



Sabemos que hay 4 planes de buses para llevar a las personas al paseo, $A=(8,0)$, $B=(8,1)$, $C=(5,4)$ y $D=(0,8)$. Ahora debemos tener en cuenta que debemos llevar 400 personas. Entonces debemos cumplir con esa restricción:

$$\text{Opción A} \rightarrow 40 \cdot 8 + 50 \cdot 0 = 320 + 0 = 240$$

$$\text{Opción B} \rightarrow 40 \cdot 8 + 50 \cdot 1 = 320 + 50 = 370$$

$$\text{Opción C} \rightarrow 40 \cdot 5 + 50 \cdot 4 = 200 + 200 = 400$$

$$\text{Opción D} \rightarrow 40 \cdot 0 + 50 \cdot 8 = 0 + 400 = 400$$

Ahora evaluaremos en nuestra función objetivo los puntos que cumplen con la condición anterior que serían C y D , y evaluaríamos en la función objetivo:

$$f(C) = 30000 \cdot 5 + 40000 \cdot 4 = 150000 + 160000 = 310000$$

$$f(D) = 30000 \cdot 0 + 40000 \cdot 8 = 0 + 320000 = 320000$$

La solución que nos entrega la mejor contratación es la C. Por lo que podemos concluir que la mejor opción para el director es \$310.000.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las dos situaciones?

Podemos ver que hay una modelación que se cumple en ambas situaciones lo que nos permite formalizar estas coincidencias y generalizarlas para el cálculo de la optimización. Por último, encontrar estas coincidencias en ambas actividades nos permite responder a la pregunta principal, ya que sabemos ahora como optimizar funciones con dos variables cuando estas variables están sujetas a restricciones.

2.3 Cuadernillo de respuesta estudiantes.

GRUPO 1

Colegio Sant Mairice's Cerrillo | Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo | Nivel 3° Medio

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

1. ¿Qué es una variable?
2. ¿Cuál es su función?
3. ¿Qué significa que una variable este con restricciones o sin restricciones?
4. ¿Cuáles variables son?
5. ¿Cómo se optimiza?
6. ¿Qué tipos de variables son?

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

1. ¿Qué variables son?
2. ¿Que tipos de restricciones están en el problema?
3. ¿Que es optimizar?
4. ¿Que es una función?
5. ¿Cómo se optimizan las variables?
6. ¿Cuál es la función entre las dos variables?

Colegio Sant Mairice's Cerrillo | Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo | Nivel 3° Medio

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

Analicé la pregunta, hice varias preguntas del problema y busqué los entendidos para luego intentar resolver el problema. Comparé, conversé con nuestros compañeros, para ver la opinión de los demás al tener una idea de cómo resolver el problema.
 Respuesta a:

Por equivocamos, porque sumamos la cantidad de helados vendidos, pero luego multiplicamos en la ecuación lo cual da un valor mal ya que era el total como el resultado por el grupo

¿Qué es una variable?
 Es un valor que puede tener un número cualquiera

Corrección anterior 1
 $150x + 250y = T$



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

- 1.- Reconocer las restricciones
- 2.- " " las funciones
- 3.- " " las variables
- 4.- Graficar el polígono
- 5.- Encontrar los vértices del polígono
- 6.- Reemplazar los vértices en la función



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

$$\begin{array}{r} 20 \cdot 150 = 3.000 \\ 30 \cdot 250 = 7.500 \\ \hline + = 10.500 \end{array}$$

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

$$\begin{array}{r} 30 \cdot 150 = 4.500 \\ 25 \cdot 250 = 6.250 \\ \hline + = 10.750 \end{array}$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

~~$$50x + 55y = \text{Total} \quad \begin{array}{l} x = 150 \\ y = 250 \end{array}$$~~

¿Qué características presenta esta expresión?

Que tiene dos incógnitas, que cada una se multiplica por su incógnita y se sumaron al final, para dar el total.

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

Aprendimos sobre lo que era una variable, como resolver un problema de 2 incógnitas y conocer sus parámetros



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque solo se puede llevar 50 helados y quedarian sobrando 10 helados ya que no caben en la caja.

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$25 + 25 \leq 50 \quad \text{o} \quad x + y \leq 50$$

$$0 \leq A+B \leq 50$$

¿Se pueden llevar 30 helados?

Sí, ya que la capacidad de la caja es de 50, entonces sobra un espacio de 20 helados.

¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 30 de helados de crema?

Se pueden llevar 25 helados de agua y 25 de crema, quedarian 5 helados de crema sobrando, entonces no se pueden llevar 30 helados de crema y 25 de agua al mismo tiempo.

Conclusiones:

¿Cómo se expresan?

no, porque no tiene igualdad y es una incógnita.



Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

5 = tamaño normal
7 = 1 grande
2 bolsa = máximo 150
120 100

Caso 1		Caso 2	
100	50	120	30
grandes	normales	normales	grandes
100 · 7	50 · 5	120 · 5	7 · 30
700	250	600	210
	950	810	X X

* Descartamos, ya que para encontrar la mayor ganancia, el joven debe maximizar cada bolsa en los 2 casos.

Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Yo creo que si, ya que para mí fue lo más sencillo, fácil y eficiente para resolver el problema.

¿Cuáles son las variables en "juego"?

Carteras grandes y normales

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

*Carteras grandes: Cada una vale \$4
Carteras normales: Cada una vale \$3*

Restricción: Max. 150 Carteras

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?

¿Cuál o cuáles son las restricciones?

Capacidad max. = 150 Carteras, que varían en normales y grandes

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

En el plano cartesiano, se resalta la región de los puntos y se marca el sombreado.

Resuélvanlo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

El Polígono B (50, 100) D (80, 100) F (120, 30)

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



"Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos".

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

≤ 8 4 buses de 40 asientos y 5 buses de 50 asientos

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuélvanlo en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?



¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.

GRUPO 2


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo
 Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo
 Nivel 3° Medio



Bitácora de Registro

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?



Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

1- ¿Qué variables son?
 2- ¿Cuáles son las restricciones?
 3- ¿Cómo se puede optimizar?
 4- ¿Tiene una conclusión específica?



Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿Cómo poder despejar las variables?
 ¿Que métodos se pueden utilizar?
 ¿Que es una función?
 ¿Cuál es la $f(x)$ de las 2 variables?
 ¿Que tipo de función es?


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo
 Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo
 Nivel 3° Medio


Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

¿Qué variables son?
 ¿Cuáles son las restricciones?
 ¿Que es optimizar?
 Compartimos la opinión junto a nuestras compañeras.

En el caso 1 la pregunta 3 no, no sólo la respuesta A, ni B.

Comentamos pregunta 3

¿Que es una variable?
 una variable no tiene un valor numérico fijo, puede tomar cualquier número

Nº3 (conclusión)

no es una igualdad ya que $0 \leq a \leq b$
 y la respuesta es $0 \leq A+B \leq 60$



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

Los asociados pueden tomar cualquier valor, si tiene una condición, que puede o mismo que la sustitución

En este caso los dos asociados pueden tomar cualquier valor, pero debe cumplir la sustitución que plantea el problema y cuyo se des conoce.

- pro 1 - Graficar polígono adición con. meauscañ
- pro 2 - encontrar vertice polígono adición con
- pro 3 - reemplazar el te f. de graficar la vertice
- pro 1: Entender restricción
- pro 2: Reconocer variable
- pro 3: encontrar variable



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados: unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

agua	crema	
20 · 150	30 · 250	= 47500
		\$ 10.500

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

H.A.	30 · 150 = 4500	H.C.	25 · 250 = 6250
		\$ 10750	

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

multiplicar la cantidad de helados vendidos por el precio y luego se sumaron los dos resultados

¿Qué características presenta esta expresión?

que tiene dos variables tipo de helado valor de cada helado

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

sabiendo la cantidad de helados que compramos y de que tipo sabemos se puede obtener el total ya que la variable puede tomar cualquier número



③

Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior, suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No porque la capacidad máxima es 50

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$(x-y) + (x+y) = 50$$

$$A + B \leq 50$$

¿Se puede llevar 20 helados en una caja?

No porque la capacidad es hasta 60

¿Se puede llevar 25 de agua y 35 de crema?

No porque la cantidad suma 60 y tiene capacidad de 50 helados.

Conclusión

Se puede llevar menos de la capacidad pero no más y no importa si son de agua y crema siempre y cuando no sobrepasen la cantidad máxima.
¿Es una ecuación?

Si es una ecuación porque tiene incógnita e igualdad



Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

\$5 → carta normal capacidad 120
\$7 → carta tamaño grande → 100
x día 150 cartas

150 cartas

$$\begin{array}{l} * 7 \cdot 90 = 630 \\ * 5 \cdot 60 = 300 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \begin{array}{l} 930 \\ 150 \text{ cartas} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} * 7 \cdot 100 = 700 \\ * 5 \cdot 50 = 250 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right\} \begin{array}{l} 950 \\ \text{ } \end{array}$$

Se multiplica el valor de la carta por la cantidad de cartas realizando que la capacidad es de 120 para la normal y 100 para tamaño grande

Restricción → cantidad máx. de helos
Variable → el valor de carta

$$x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{Total } \$$$



¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Si, ya que se sabe la cantidad de cosas de cada tipo y el valor de ellas.

¿Cuáles son las variables en "juego"?
hay 2 tipos de variable tamaño grande y normal (costo)

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?
Numero de cosas de cada tipo en el valor que toma cada una de ellas.

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?
Infinitos valores

4, 100, 5

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?
En las restricciones

¿Cuál o cuáles son las restricciones?
El valor de las variables la suma de $x + 7 + y \cdot 5 \leq 150$
(costo normal) $\$5$ $x \leq 100$ $x \geq 0$
(costo tamaño grande) $\$7$ $x \leq 120$ $y \geq 0$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema?
¿Cuál (es)?
 $5 \geq 15$ si porque hay que multiplicar las restricciones por el nº de cosas y al sumar el total de cosas debe ser menor o igual a 150.

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?
Si ya que al tener la ecuación y restricción se podría resolver.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Se represento cada una de las Jueles de inecuaciones se toma el pto. que representan la inecuacion y se construye el semiplano al cual pertenece los pto.

Resolviendo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, ¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

El polígono \rightarrow marcado por los pto
50,00 120,30 0,100 0,0 , 12,30



¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

5,100 120,30 0,100 0,0 12,0

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

Representa una función $5x + 7y = \text{total}$

GRUPO 3


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:



¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Qué tipo de restricción?
 ¿Cuáles son las variables?
 ¿Cuál es la función de estas dos variables?

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿Qué es optimizar?
 ¿Métodos necesarios?
 ¿Tipo de función?


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)
 Las preguntas que encontramos que extra necesitamos "sin dar" dirigidas a un caso en específico.

Respuesta de F.

faltó el significado de cada Variable

Una variable es un dato sin valor fijo y por ende puede tomar cualquier valor

Situación 2: la variable no puede tomar valores negativos

$8 \cdot 40 = 320$
 $1 \cdot 50 = 50$
 Total: 370.

el polígono formado se llama región factible

la solución se encuentra en un vértice

los polígonos salen de una función llamada función objetivo



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

Respuesta pregunta inicial.

1. Reconocer restricciones.
2. Reconocer la función objetivo.
3. Reconocer las variables.
4. Graficar el plano solución del sistema de inecuaciones, formado por las restricciones.
5. Encontrar los vértices del plano.
6. Reemplazar los vértices en la función objetivo.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados: unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

$$20 \cdot 150 = 3000 \quad 30 \cdot 250 = 7500 \quad \text{Total} = \$10500$$

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

$$30 \cdot 150 = 4500 \quad 25 \cdot 250 = 6250 \quad \text{Total} = 10750$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

$$\text{Si } f_x = Y + X = \text{Total vendido}$$

$$Y \cdot 150 + X \cdot 250 = \text{Total dinero}$$

¿Qué características presenta esta expresión?

Es una función de dos variables, sin restricción.

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

Las variables pueden tomar cualquier valor dependiendo del caso.



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque supera el límite de helados que puede llevar la caja.

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$0 \leq x + y \leq 50$$

$$x \rightarrow 14 \cdot C$$

$$y \rightarrow 14 \cdot A$$

¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?

Sí, porque no supera el límite

¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 35 helados de crema?

No, porque lleva una cantidad mayor al límite

¿Es una ecuación?

No, es una inequación



Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

Primero notar las tres distintas restricciones presentes, la primera que la bolsa de cartas pequeñas puede llevar hasta 120 cartas, la bolsa de cartas grandes 100 y como máximo el joven reparte 150, una vez sabiendo esto por lógica sabemos que para recibir la mayor ganancia posible el joven debe repartir la mayor cantidad de cartas grandes ya que son las que tienen un mayor valor por ende se reparten el máximo que dan 100 como base y el resto serían las cartas pequeñas y con esto su ganancia diaria es la máxima posible que dan \$150. Además tenemos que saber que para tener el valor máximo se deben repartir la máxima cantidad de cartas.

Simplificado en terminos algebraicos tendríamos que

$$x: \text{Cartas grandes} \quad x + y \leq 150 \quad | \quad x > y \quad x \leq 100 \quad y \leq 120$$

$$y: \text{Cartas pequeñas} \quad x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{Valor total}$$

$$\text{y para llegar al valor máximo } x + y = 150 \quad | \quad x = \text{máx. m.c. cantidad}$$



¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?
el método utilizado puede ser el más eficiente, si hubiera más restricciones o variables, sob se agregarían más datos

¿Cuáles son las variables en "juego"?
Cantidad de Cervezas grandes, Cantidad de cervezas pequeñas

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?
 $x + y \leq 150$ $x \cdot 7 + y \cdot 5 = \text{Valor total}$
X: Cervezas grandes y Y: Cervezas pequeñas / $x > y$ $0 \leq x \leq 100, 0 \leq y \leq 120$

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?
Muchos

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?
Sí, ya que las cervezas grandes pueden tomar valores solo del 0 al 100 y las pequeñas del 0 al 120

¿Cuál o cuáles son las restricciones?
Cervezas grandes como máximo pueden ser 100, las pequeñas 120 y el total 150
 $x \leq 100, y \leq 120, x + y \leq 150$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?
Sí, las restricciones limitan el problema llevándolo a una sola solución

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?
Sí, al darnos un máximo en este caso de cervezas a repartir y el número de cervezas de cada tipo que se pueden llevar podemos concluir que la suma de las variables para dar el valor máximo deben sumar y dar como resultado el máximo de cervezas a repartir y luego se tendrían que partir o saber la cantidad de cada tipo de cerveza dependiendo de su valor



"Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos".

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?



4 de 50 y 5 de 40.

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

GRUPO 4


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:



¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Qué restricciones hay?
 ¿Qué se optimizar?
 ¿Cómo se optimiza?
 ¿Qué variables son?
 ¿Cómo puedo optimizar las variables?

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿Qué es una variable?
 Es un valor que no tiene un no fijo
 ¿Qué


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

¿Qué es optimizar? x, y
 ¿Qué tipo de variables son?
 ¿Cómo se despejan las variables?
 ¿Qué restricciones tiene?

* ¿Cómo puedo

• Compartir mis respuestas con el grupo de Prácticas
 • Le explico al prof si está bien
 • También lo mismo del práctico

$150x + 250y = h$ faltaron los datos
 150 → Precios de helados de Aca
 250 → helados de crema
 x → Cantidad helados de agua vendidos
 y → Cantidad helado de crema vendido
 T → total

de copio a la lata en situación 2 pregunta 2
 Me equivoqué en la situación 2 pregunta 3 por copiarle a la lata. A+B se está bien
 No equivoqué en la situación 2 pregunta 2 por copiarle a la lata
 Corrección es una ecuación
 Jusqu'en l'air que era una variable.

Hoja 7 pregunta 2 ~~en la~~
 Son los datos que se pueden entregar.
 Hoja 7 pregunta 3 $(x \cdot 5 + y \cdot 7) = \text{total recaudado}$
 $x \geq 0$ e $y \geq 0$ hoja 7 pregunta 6



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

Hay un punto \rightarrow la cantidad de Restricciones
~~de~~ limita a las soluciones

Gráfica polígono solución del sist. de ecuaciones

Practicar vértices en función estricta



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque es máximo para 50 helados.

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$X + Y = 50$$

¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?

Si

¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 35 de crema?
No porque sería más de 50 que es el máximo

Conclusiones

Es una ecuación

Si, porque se busca despejar incógnitas



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20helados de agua y 30de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

$$\begin{array}{r}
 150 \times 20 = 3000 \\
 250 \times 30 = 7500 \\
 \hline
 10500
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 3000 \\
 7500 \\
 \hline
 10500
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 R. 10.500
 \end{array}$$

Al día siguiente vende 30helados de agua y 25de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

$$\begin{array}{r}
 150 \times 30 = 4500 \\
 250 \times 25 = 6250 \\
 \hline
 10.750
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4500 \\
 6250 \\
 \hline
 10.750
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 R. 10.750
 \end{array}$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

- Ecuación = $a \cdot b = c$
 Precio = a d · e = f
 Cantidad = b c + f = x

$$- 150x + 250y = h$$

¿Qué características presenta esta expresión?

Tomé los valores y los multipliqué por algo que desconocía y luego los suone

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:



Situación 3


¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

$$\begin{array}{r}
 N \qquad \qquad \qquad G \\
 120 \times 5 = \$5 \qquad \qquad 100 \times 7 = \$7 \\
 \hline
 150
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 100G + 50N \\
 100 \cdot 7 + 50 \cdot 5 \\
 7000 + 2500 \\
 9500
 \end{array}$$


Las 100 Cartas grandes se multiplican por el valor (\$7) luego 50 de las normales se multiplican por el valor (\$5) el resultado de estos dos se suma y da el valor máximo por día (\$950)

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.


 Colegio Saint Maurice's
Cerrillo

Subsector de Aprendizaje
Matemática Electivo

Nivel
3° Medio


 Universidad de Chile

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?
Si, ya que se puede aplicar en un caso parecido

¿Cuáles son las variables en "juego"?
las incógnitas & Cuantos entregue

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?
(100 · x) + (50 · y) = h & x · 7 + y · 5 = h

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?
serían infinitos


¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?
Si, poniendo restricciones

¿Cuál o cuáles son las restricciones?
la cantidad de cartas que puede llevar & cantidad que se reparten

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema?
 ¿Cuál (es)?
Si, al haber más cantidad de cartas que puede llevar, más dinero ganará.


¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.


 Colegio Saint Maurice's
Cerrillo

Subsector de Aprendizaje
Matemática Electivo

Nivel
3° Medio


 Universidad de Chile

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resolvámoslo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



"Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos".

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.

Región factible = Región factible
limite todos los lados

$30000x + 40000y$
función objetivo

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos. Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos. Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible. ¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuélvano en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?


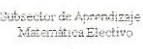


¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

GRUPO 5

122


 Colegio San Martín de Cerrillo
 
 Subsector de Aprendizaje Matemática Electiva
 
 Nivel 3° Medio
 
 Universidad de Chile

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones? *Configuramos*


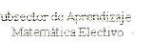


Verificar las restricciones, verificar las variables

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Que es una variable?
 ¿Que es optimizar?
 ¿Que tipo de restricciones hay?
 ¿Cuales son las variables?
ese es una función

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

*Como se optimiza una función
que es una función*


 Colegio San Martín de Cerrillo
 
 Subsector de Aprendizaje Matemática Electiva
 
 Nivel 3° Medio
 
 Universidad de Chile

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

• ¿Que es optimizar?
 - ¿Que restricciones hay?
 - El profesor nos ayudo a aclarar una expresión
 - teniamos la respuesta "b" $(150x + 250y)$
 • nos dimos cuenta que faltaba poner la inequalita del total $(150x + 250y + t)$
 - una variable es un valor numerico el cual va teniendo un distinto valor
 - nota II
 - cambiamos nuestro respuesta sobre si era ecuacion.

no logramos completar todas las respuestas de la situación 3



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

¿Que es optimizar?
tener una solución mas simple o ahorrar tiempo

Gráfico el polígono solución del sistema de ecuaciones Formado por las restricciones

- 5) encontrar los vertices del polígono
- 6) reemplazar los vertices en la función objetivo



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

\$10.500

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

\$10.750

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

$$150x + 250y = t$$

¿Qué características presenta esta expresión?

tiene 3 incógnitas

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

concluimos que se pudo obtener una expresión matemática para poder calcular todo el dinero obtenido.



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No se puede, porque la caja solo tiene para 50 helados y 10 quedan afuera

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$$A + B \leq 50$$

¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?

- Si se puede

¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 35 de crema?

- No se puede porque quedarían 5 helados afuera.

Conclusiones: _____ →

¿Es una ecuación?

- No, ya que es una inecuación



Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una sola para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

5\$ carta normal
7\$ carta grande

1° bolsa ✓
#120 = 120 cartas

100 cartas grandes

50 normales



¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Numero veamos el costo de la carta y despues cuantas cartas se venderian y cuantas se podrian llevar usando los dos bolsos disponibles

¿Cuáles son las variables en "juego"?
La cantidad de cartas grandes y normales

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

Carta normal \$5 150 cartas diarias
Carta grande \$7 $X + Y + Z \leq 150$

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

todas las cartas que se quiera

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?

¿Cuál o cuáles son las restricciones?



La cantidad de cartas que se pueden llevar
(150 cartas) $X \leq 120$ $Y \leq 100$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?

Si ya que esto condiciona la cantidad de cartas y afecta la ganancia obtenida

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Si, ya que estos lo limitan y obtienen el resultado final.


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio 

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Resolviendo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

.....

.....

.....

.....

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

.....

.....

.....

.....

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?



.....

.....

.....

.....

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio 

“Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos”.

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

$x \leq 8$ $y \leq 10$

$x + y \leq 9$ Restricciones

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x \cdot 30000 + y \cdot 40000 = \text{total}$

Función

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

.....

.....

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuévelo en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

$(0,0)$ $(0,100)$ $(120,0)$ $(50,100)$ $(120,30)$

polígono

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

$(0,0)$ $(0,100)$ $(120,0)$ $(50,100)$ $(120,30)$

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

GURPO 6

Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

- ¿Qué tipo de restricciones son? ¿C/ qué variable es?

- ¿Qué método se tendría que utilizar?

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿Cómo se despejan las variables?

¿Cómo se optimiza una función?

Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

tenemos la respuesta correcta B

falta expresión de datos (conexión)

la variable no pueden tener un valor negativo



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

- Primero reconocen restricciones
- Segundo reconocen la función
- Tercero reconocen las variables
- Cuarto explican el polígono solución del sistema de ecuaciones
- 5° encuentran los vértices del polígono
- 6° reemplazan los vértices de la función objetivo

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacaciones. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

$$20 \cdot 150 = 3000$$

$$30 \cdot 250 = 7500$$

$$+ = 10500 \text{ total}$$

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

$$30 \cdot 150 = 4500$$

$$25 \cdot 250 = 6250$$

$$+ = 10750 \text{ total}$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

$$150 \cdot X + 250 \cdot Y = \text{Total de dinero recaudado}$$

¿Qué características presenta esta expresión?

Contiene 3 incógnitas

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque excede la capacidad máxima de la caja

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$0 \leq x + y \leq 50$

x = helados de agua
y = helados de crema

¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?

Si, porque está dentro de la capacidad de la caja

¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 35 crema?

No, porque el total de helados son 60 lo cual excede la capacidad máxima

Conclusión

¿Es una ecuación? No, porque es una inecuación



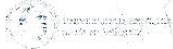
Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

$(x-5) + (y-7) = A$
 $x = 120$ y $z = 100$

150 cartas \rightarrow N y G
 \rightarrow 100 cartas N y 50 cartas G
 \rightarrow 100 cartas G y 50 cartas N

Que vendiera más cartas grandes ya que obtendría más ganancia



¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

¿Cuáles son las variables en "juego"?

La cantidad de cartas vendidas, ya sean de tamaño grande o normal, el precio de las cartas.

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

$$(X \cdot 5) + (Y \cdot 7) = \$101 \quad X + Y = 150$$

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

Indefinidas, muchas.

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?

¿Cuál o cuáles son las restricciones?

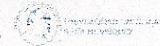
Sí se vende todas las bolitas disponibles o solo algunas $x \geq 0$
 $x =$ cartas normales $x \leq 120$ $x + y \leq 150$ $y \geq 0$
 $y =$ cartas grandes $y \leq 100$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema?

¿Cuál (es)?

Sí, ya que las restricciones son las que permiten que existan las posibles soluciones.

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de ecuaciones?

Resolviendo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, ¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

¿Cuáles son los puntos de intersección de las ecuaciones graficadas?

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?



“Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos”.

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

$$\begin{aligned} x \leq 8 & \quad x \geq 0 \\ y \leq 10 & \quad y \geq 0 \\ x + y \leq 9 & \end{aligned}$$

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuélvano en Geogebra.



¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Biblioteca de Registro

Pregunta a responder:



¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?

Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿De qué tipo de restricciones tienen las variables?
 ¿Qué es optimizar?
 ¿De qué tipo de variable son?
 ¿Cuál es la función?
 ¿Qué es optimizar?
 ¿Qué es una variable?

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿De qué tipos de restricciones están en el problema?
 ¿De qué variables son?
 ¿Qué es una función?
 ¿Cómo podemos despegar las variables?
 ¿De qué metas se tratan que elijan?


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3° Medio 

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

¿Qué es optimizar?
 ¿De qué tipos de variables son?
 ¿Qué es una variable?
 ¿Qué es una función?

conexión situación 2.

$x = A - \text{helado crema}$ $A + B \leq 50$
 $B = \text{helado Aza}$
 $x + y = 50$ $0 \leq A + B \leq 50$



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

¿Qué es una función?
Es una relación entre un conjunto dado x y otro conjunto de elementos y

- Las restricciones afectan las soluciones del problema.

- Preparación Restricciones
- Preparación función
- " " variables
- aplican el polígono solución del sist. inecuaciones
- Representación por los restricciones
- encuentran vértices polígono
- Prueban los vértices en la función objetivo.



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

$$20 \cdot 150 = 3000$$

$$30 \cdot 250 = 7.500$$

$$+ = 10.500$$

Ai día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

$$30 \times 150 =$$

$$\$ 4.500$$

$$25 \times 250 =$$

$$\$ 6.250 = 10.750$$

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

~~$$50 \times 55 = \text{total}$$~~

$$x = 150$$

$$y = 250$$

$$x \cdot 150 + y \cdot 250 = \text{total}$$

¿Qué características presenta esta expresión?

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

1° ¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque la capacidad máxima de la caja es de 50 helados.

2° ¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

~~_____~~ $0 \leq A + B \leq 50$ ~~_____~~

3° ¿Se pueden llevar 30 helados en la caja?

Si, si se pueden, ya que la capacidad de la caja es 50 y al ocuparla con 30 helados sobranía espacio.

4° ¿Se pueden llevar 25 helados de agua y 35 de crema?

No, no se puede porque no caben y terminaría todos desechos, porque la capacidad de la caja es 50

Conclusiones.

¿es una ecuación?

No, no es una ecuación porque no tiene una igualdad.



Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

Para que el estudiante pueda ganar la mayor cantidad de dinero, y solo tiene tiempo para entregar 100 cartas debe entregar 100 cartas grandes y 50 cartas normales para poder recaudar el mayor dinero posible

100 x 7 = 700
50 x 5 = 250
Total = 950

Los datos para llegar al resultado sumamos los 100 cartas de \$7 que puede entregar el joven, y se completa con 50 cartas normales de \$5.

Como en el ejemplo multiplicamos cuánto podía ganar vendiendo las cartas dadas anteriormente

El método que utilizamos sí funciona porque el joven si gana más dinero entregando sobre ambas cartas



¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?

Podemos opinar que nuestro método sí funciona, porque si hubiesen más variables, el siempre debería entregar más de los que mayor dinero le proporcionarían

¿Cuáles son las variables en "juego"?

Las variables en juego son solo 2, que son tipos de cartas a entregar

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?

$$x \cdot 120 + y \cdot 100 = \text{total}$$
$$x \cdot 5 + y \cdot 7 = \text{total}$$

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?

Infinitos variables

¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?

Si se puede reducir, por las restricciones al problema

¿Cuál o cuáles son las restricciones?

- 1) que solo puede entregar 150 cartas entre 120 de \$5 y 700 de \$7 $x + y \leq 150$
- 2) $x \leq 120$ capacidad de cartas normales
- 3) $x \geq 0$
 $y \geq 0$

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema?

¿Cuál (es)?

Si existe una relación directa al haber restricciones porque la solución no podría ser más que la restricción

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Sí, porque aunque haya infinitos variables al limitarlo con restricciones, podríamos usar los datos para poder resolver



Colegio Saint Maurice's
Cerrillo

Subsector de Aprendizaje
Matemática Electivo

Nivel
3° Medio



UNIVERSIDAD CATÓLICA
SILVA HENRÍQUEZ

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuéltvanlo en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



Colegio Saint Maurice's
Cerrillo

Subsector de Aprendizaje
Matemática Electivo

Nivel
3° Medio



UNIVERSIDAD CATÓLICA
SILVA HENRÍQUEZ

"Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos".

Región factible: se cumplen todas las condiciones

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

$$\begin{array}{l}
 x \cdot 30000 + y \cdot 40000 = \text{total} \quad x + y \leq 9 \\
 5 \cdot 30000 + 4 \cdot 40000 = 300000 \quad x \leq 8 \\
 y \leq 10 \\
 40x + 50y \geq 400 \quad x \geq 0 \\
 y \geq 0
 \end{array}$$

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

se representan los rectos de las inecuaciones, y los puntos presentes en ~~la~~ la ecuación.

Resuélvamo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?


el polígono $(90, 0)$ $(0, 100)$ $(120, 0)$ $(50, 100)$ $(120, 30)$

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

$(0, 0)$ $(0, 100)$ $(120, 0)$ $(50, 100)$ $(120, 30)$

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

GRUPO 8


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio

Bitácora de Registro

Pregunta a responder:

¿Cómo poder optimizar una función de dos variables sabiendo que las variables están sujetas a restricciones?


Registre aquí preguntas que ustedes consideren necesarias y cuyas respuestas les ayuden a comprender o abordar la pregunta anterior:

¿Que es una variable?
 ¿Qué es una función?
 ¿Que tipo de variables son?
 ¿Cuántas variables puede haber en un problema?
 ¿Que es optimizar?

1 Una variable puede ser una magnitud que puede tener cualquier valor y no tiene un valor fijo.

Registre aquí preguntas que sus compañeros consideraron necesarias para comprender o abordar la pregunta anterior y que ustedes ahora también lo hagan:

¿Que tipo de restricciones hay?
 ¿Que es optimizar?
 ¿Que es una función?
 ¿Como puedo despejar las variables?
 ¿Como se optimiza una función?
 ¿Cual es la función de las variables?


 Colegio Saint Maurice's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electivo Nivel 3º Medio

Registre aquí todos los comentarios que usted considere pertinentes durante el desarrollo de la respuesta a la pregunta inicial. (Por ejemplo sus ideas de cómo abordar la pregunta, los problemas, las actividades, los errores que cometió y que después corrigió, etc.)

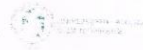
Solo nos falta poner la incógnita del total de la ecuación



Registre aquí las respuestas a las preguntas inicial y sus derivadas.

Lined area for writing answers.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



Situación 1

¿Qué es una función de dos variables?

Suponga que usted en el verano vende helados con el fin de tener dinero para poder vacacionar. Así usted vende dos tipos de helados unos de agua y otros de crema. Si los helados de agua los vende a \$150 y los de crema \$250.

Si en un día vende 20 helados de agua y 30 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas?

Resuelto 10.500 en ventas de los helados

Al día siguiente vende 30 helados de agua y 25 de crema. ¿Cuánto dinero recolecta usted en ventas en esta ocasión?

Al siguiente día recalde 10.750 por la venta de helados

¿Habrá una expresión matemática que permita calcular el total de dinero recaudado, sabiendo la cantidad de helados vendidos? ¿Cuál es?

Si. El precio por la cantidad de helados vendidos por el precio. Y luego se suman los resultados de los dos tipos.
es: $150 \cdot X + 250 \cdot Y = \text{dinero recaudado}$
 $x = \text{cantidad helado tipo 1}$ $150 \rightarrow \text{precio helado 1}$
 $y = \text{cantidad helado tipo 2}$ $250 \rightarrow \text{precio helado 2}$

¿Qué características presenta esta expresión?

Q. la cantidad de helados varía y el precio no.

Ahora junto con su profesor, comente a sus compañeros de curso sus respuestas.

Conclusiones:

Que la variable nunca va a ser la misma, es decir, que varía.



Situación 2

¿Qué significa que las variables estén sujetas a restricciones?

Volviendo al ejemplo anterior. Suponga que la caja en la cual transporta los helados tiene una capacidad máxima de 50 helados.

¿Se pueden llevar 60 helados en la caja? ¿Por qué? Expliquen brevemente.

No, porque quedarían 10 helados fuera de la caja.

¿Cómo se podría expresar la cantidad de helados de agua y/o de crema que se pueden llevar en la caja?

$A + B \leq 50$
A → helados de agua
B → helados de crema.

Se pueden llevar 30 helados en la caja.

Si se pueden llevar 30 helados en la caja ya que el total es de 50.

Se pueden llevar 25 helados de agua y 25 de crema no se pueden llevar 25 de agua y 25 de crema ya que pasa el total de la capacidad de la caja y quedarían 5 helados fuera.

conclusion

Es una ecuación? es





Situación 3

¿Cómo poder resolver el siguiente problema: Un joven financia parte de sus estudios repartiendo cartas a domicilio. Le pagan \$5 por cada carta de tamaño normal repartida y \$7 por cada carta de tamaño grande repartida. El estudiante dispone solo de dos bolsas para transportar las cartas: una solo para cartas normales con capacidad de 120, y otra solo para cartas grandes con capacidad de 100. Ha estimado que por día alcanza a repartir a lo más 150 cartas. Dado que siempre hay un gran número de cartas a repartir, este joven necesita tomar la decisión en términos del número de cada tipo de carta a repartir. Cuántas cartas de cada tipo deberá repartir este joven para que su ganancia diaria sea la máxima?

1) 220 950 es el maximo.
 $100 \cdot 7 = 700$
 $50 \cdot 5 = 250$
 950

2) $120 \cdot 5 = 600$
 $30 \cdot 7 = 210$
 810


 Colegio San Mateo's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electiva Nivel 3º Medio 

¿El método descrito por ustedes será el más eficiente, por ejemplo para problemas del mismo tipo pero con más restricciones o más variables? ¿Qué opinan?
 Con más variables, porque vienen más opacitas.

¿Cuáles son las variables en "juego"?
~~Y las y 100 = 7~~ la cantidad de coros de cada tomoña

¿Cuál es la función que representa el problema anterior?
 Cantidad de carta por el valor de las cartas.

¿A modo general y sin considerar las restricciones, "cuántos" son los valores que podrían tomar las variables dentro de la función?
 No podían repetir infinitos coros ya que no había ninguna restricción.



¿Ahora en contexto con el problema, podría reducirse ese número? ¿Cómo?
 Si con las restricciones se puede limitar.

¿Cuál o cuáles son las restricciones?
 que los coros grandes son 100 la cantidad de coros.

¿Existe alguna relación directa entre las restricciones y las posibles soluciones al problema? ¿Cuál (es)?
 Sí. Porque eso es lo que define el tope de los valores.

¿Podría usarse esa relación para poder resolver el problema? ¿Cómo?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.


 Colegio San Mateo's Cerrillo Subsector de Aprendizaje Matemática Electiva Nivel 3º Medio 

¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuévalo en Geogebra.

¿Considerando el gráfico, cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

¿Qué representan los puntos dentro de la región indicada?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



"Usen Geogebra para solucionar los siguientes casos".

Situación 4.

Un colegio va a realizar un paseo. En total participarán 400 personas entre alumnos y profesores. Al llamar a una empresa de transportes, obtienen la siguiente información:

La empresa dispone de 8 buses con 40 asientos y 10 buses con 50 asientos.

Para el día del paseo habrá 9 choferes disponibles. El costo de arriendo es de \$ 30000 por cada bus de 40 asientos y de \$40000 por cada bus de 50 asientos.

Antes de contratar los buses, el Director del colegio decide analizar cuántos buses de cada tipo les conviene arrendar para que el arriendo resulte lo más económico posible.

¿Cuál es la mejor contratación en pos del ahorro?

5 de 40 6
4 de 50

Situación 5.

Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L1 y L2. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L1 y de 30 minutos para el L2; y un trabajo de máquina de 20 minutos para L1 y de 10 minutos para L2. Se dispone para el trabajo manual de 6000 horas al mes y para el trabajo de máquina 4800 minutos al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de \$1500 y \$1000 para L1 y L2, respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio.

¿Qué podemos concluir comparando la solución de las tres situaciones?

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.



¿Cómo representar en el plano cartesiano la solución del sistema de inecuaciones?

Resuélvano en Geogebra.

¿Cuál es la región que representa las posibles soluciones del problema?

El ~~conjunto~~ es el polígono es igual a los
vértices (50, 400) (120, 30)

¿Cuáles son los puntos de intersección de las inecuaciones graficadas?

0, 100 0, 0 120, 0
50, 100 120, 30

¿Cómo discernir entre cuál de todos los puntos solución es la mejor opción?

Prueben algunos valores solución y compárenlo con la solución que ustedes hallaron anteriormente.

Este documento, tanto como los registros en él, son parte de una investigación. Por favor registre lo solicitado con respeto y orden.

Anexo 3: Cuestionario

Actitudes de la PICM

A continuación se le van a preguntar una serie de cuestiones sobre su propio proceso de aprendizaje dentro del aula. Estas puntuaciones servirán para identificar con más exactitud aspectos importantes del desarrollo de actitudes de los estudiantes frente al aprendizaje de las matemáticas.

Se le ruega contestar **TODAS** las preguntas, para ello se recomienda no detenerse mucho en ninguna pregunta concreta y contestarlas de la forma más sincera y veraz posible en cada caso.

Todos los cuestionarios son **anónimos**.

Se le presentará una escala de 1 a 5, donde el 1 siempre será el valor más bajo (totalmente en desacuerdo), 3 un valor intermedio (ni acuerdo ni en desacuerdo) y 5 el mayor valor posible (Totalmente de acuerdo).

Ejemplo: Ayudo a mis compañeros a resolver problemas de la clase

Totalmente en desacuerdo 1 2 3 4 5 Totalmente de acuerdo

Se marcarán con una cruz siempre, en caso de error se pondrá un círculo encima y, posteriormente, con una nueva cruz se hará la señal correcta.

Ejemplo: Ayudo a mis compañeros a resolver problemas de la clase

Totalmente en desacuerdo 1 2 4 Totalmente de acuerdo

Muchas gracias.

Por favor, señale su grado de acuerdo con los siguientes enunciados.	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1 Me formulo preguntas que resulten de mi interés de lo que se estudia en clases.	1	2	3	4	5
2 Acostumbro a esperar que el profesor o un compañero den las respuestas de un problema de matemática.	1	2	3	4	5
3 Suelo discutir con mis compañeros o profesor nuevas preguntas relacionadas con la clase.	1	2	3	4	5
4 Prefiero guardar silencio frente a preguntas nuevas en clases.	1	2	3	4	5
5 Mis dudas se hacen parte de las dudas de mis compañeros y son trabajadas en clases.	1	2	3	4	5
6 No me gusta hacer preguntar que involucren demasiada profundidad.	1	2	3	4	5
7 Acepto positivamente problemas y preguntas que aún no tienen solución.	1	2	3	4	5
8 Evito las preguntas que involucren matemáticas.	1	2	3	4	5
9 Me cuesta aceptar que ignoro la respuesta a una pregunta hecha en clases.	1	2	3	4	5
10 Cuando me enfrento a un problema nuevo, acepto negativamente el hecho de que hay preguntas sin responder.	1	2	3	4	5
11 Acostumbro a preguntar si hay un modelo matemático para resolver un problema.	1	2	3	4	5

12 Aliento a mis compañeros a utilizar las matemáticas para desarrollar problemas.	1	2	3	4	5
13 Me es cómodo responder a preguntas que tienen solución instantánea (rápida).	1	2	3	4	5
14 Durante la clase suelo adelantarme a las preguntas que formulará el profesor.	1	2	3	4	5
15 En clase de matemática me frustro al no saber por adelantado la respuesta a una pregunta.	1	2	3	4	5
16 Me frustra no saber la fórmula matemática para resolver un problema.	1	2	3	4	5
17 Yo estudio lo que sé o sospecho que el profesor va a preguntar en la prueba.	1	2	3	4	5
18 Cuando no entiendo la explicación del profesor busco entenderlo por mis propios medios.	1	2	3	4	5
19 Ayudo a mis compañeros a verificar las respuestas a problemas.	1	2	3	4	5
20 Me gusta dominar el tema en su totalidad.	1	2	3	4	5
21 Acepto como un desafío responder a preguntas que desconozco.	1	2	3	4	5
22 Para resolver un problema solo me interesan las formulas.	1	2	3	4	5
23 Me gusta comparar mis respuestas con un, libro, internet, amigo o profesor.	1	2	3	4	5
24 Acostumbro a investigar cómo se aplica un contenido de matemática en otras áreas (economía, física, etc.).	1	2	3	4	5

3.1 Aplicación Escala de Actitudes.

Recolección de datos (Tabulación)

Enunciado	Cantidad de alumnos que eligen cada valoración				
	Totalmente en desacuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo
1. Me formulo preguntas que resulten de mi interés de lo que se estudia en clases.	2	2	12	12	3
2. Acostumbro a esperar que el profesor o un compañero den las respuestas de un problema de matemática.	6	8	7	6	4
3. Suelo discutir con mis compañeros o profesor nuevas preguntas relacionadas con la clase	4	7	7	9	4
4. Prefiero guardar silencio frente a preguntas nuevas en clases.	6	10	6	3	6
5. Mis dudas se hacen parte de las dudas de mis compañeros y son trabajadas en clases.	4	4	8	8	7
6. No me gusta hacer preguntas que involucren demasiada profundidad	4	3	14	7	3
7. Acepto positivamente problemas y preguntas que aún no tienen solución.	0	3	13	9	6
8. Evito las preguntas que involucren matemáticas para ser respondidas.	8	5	8	7	3

9. Me cuesta aceptar que ignoro la respuesta a una pregunta hecha en clases.	7	7	9	7	1
10. Acepto negativamente problemas y preguntas que aún no tienen solución.	2	7	13	8	1
11. Acostumbro a preguntar si hay un modelo matemático para resolver un problema.	1	5	10	11	4
12. Aliento a mis compañeros a utilizar las matemáticas para desarrollar problemas.	4	6	12	5	4
13. Me es cómodo responder a preguntas que tienen solución instantánea (rápida).	1	4	5	8	13
14. Durante la clase suelo adelantarme a las preguntas que formulará el profesor.	7	5	15	4	0
15. En clase de matemática me frustro al no saber por adelantado la respuesta a una pregunta.	4	6	9	9	3
16. Me frustra no saber la fórmula matemática para resolver un problema.	2	4	8	9	8
17. Yo estudio lo que sé o sospecho que el profesor va a preguntar en la prueba.	2	7	9	6	7
18. Cuando no entiendo la explicación del profesor busco entenderlo por mis propios medios.	4	6	7	9	5
19. Ayudo a mis compañeros a verificar las respuestas a problemas.	2	1	15	12	1

20. Me gusta dominar el tema en su totalidad.	3	3	7	13	5
21. Acepto como un desafío responder a preguntas que desconozco.	0	1	9	15	6
22. Para resolver un problema solo me interesan las formulas.	3	7	10	8	3
23. Me gusta comparar mis respuestas con un, libro, internet, amigo o profesor.	3	3	5	14	6
24. Acostumbro a investigar cómo se aplica un contenido de matemática en otras áreas (economía, física, etc.)	4	3	10	9	5

3.2 Respuestas de los estudiantes a la escala de actitudes por Ítem

