FACULTAD DE EDUCACIÓN
**Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa**

ADQUISICIÓN DE SENTIDO EN LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA ESCOLAR. EL CASO DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
MALDONADO MALDONADO, JORGE LUIS
SAN JUAN CASTRO, MIGUEL CARLOS

PROFESOR GUÍA:
JORGE ÁVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE
2016

El Rey les responderá:
‘En verdad les digo
que en cuanto lo hicieron
a uno de estos hermanos Míos,
aun a los más pequeños,
a Mí lo hicieron.’

Mateo 25, 40

AGRADECIMIENTOS

Jorge Maldonado

A Dios por darme la vida y la energía necesaria para terminar un proceso. A todos aquellos que obraron en Su representación animándome, acompañándome y muchas veces sosteniéndome en el camino. Muchas gracias a quienes creyeron en mí.

Especiales agradecimientos a la familia en la que Dios me puso, a mi madre Lucy, a mis primas Nicole y María, a mi tío Gastón. Y a la familia que Dios me ha venido dando a lo largo de la vida: Hna. Nancy, Claudia, Nicola, Marcela, María José "Goga", Francisca, sus respectivas familias y tantos otros que, sin su presencia y muchas veces su ayuda, no podría haber terminado este proceso.

Especiales agradecimientos también a la Doctora Leonora Díaz por creer en esta idea y animarla en sus inicios, a la Profesora María Rosa Oyarce por ayudar a darle forma y sustento, al Profesor Jorge Ávila por acompañar y guiar todo este proceso.

A todos, muchas, pero muchas, gracias.

Miguel San Juan

A Dios, porque todo lo que soy y todo lo que tengo se lo debo a Él.

A mi familia por acompañarme en todo éste proceso, en especial a mi esposa Evelyn y a mi hija Elizabeth, quienes me inspiran día a día a seguir adelante.

A los Profesores Jorge Ávila, Maritza Silva y Pablo Figueroa por todo el conocimiento entregado y por estar presentes cada vez que solicite su apoyo.

A todos los que de alguna manera hicieron posible que ésta etapa de mi vida se culminara de buena forma.

El temor de YHWH es el principio de la sabiduría,

Y el conocimiento del Santísimo es la inteligencia.

Proverbios 9-10

ÍNDICE

RESUMEN

Fundados en la metodología de investigación cualitativa denominada Teoría Fundamentada los investigadores buscan favorecer la generación de sentido de las actividades matemáticas escolares, desde una mirada puesta en el estudiante y apoyados en fenómenos. Para ello los investigadores, basados en categorías de sentido que emergen desde el análisis del discurso de los estudiantes, levantan una propuesta sobre la adquisición de sentido en la actividad matemática escolar, la cual se pone a prueba a través de una secuencia diseñada a partir de ella, que tiene como argumento a los números complejos y un fenómeno en que éstos son útiles. Los números complejos han sido elegidos para poder observar el cómo se ajustan a lo que el currículum exige y los fenómenos han surgido como relevantes para poder implementar la propuesta que se plantea.

A partir de la bibliografía revisada se puede inferir que la Didáctica de la Matemática ha reflexionado sobre el sentido en matemática educativa, a través de distintos autores, pero sin buscar una forma de favorecerlo. Por otro lado, dar sentido a las actividades que se realizan en el aula de matemática es una solicitud del currículum.

La recogida de información se llevó a cabo en 3 momentos, siendo los informantes estudiantes de dos colegios distintos que cursaban tercer año de enseñanza media. Los instrumentos utilizados fueron propios del enfoque cualitativo: encuestas de respuesta abiertas y entrevistas grupales semi-estructuradas, a través de las cuales se obtuvo información referente al cómo los estudiantes dan sentido a una actividad en el aula de matemática. Los principales resultados obtenidos del análisis de la información, el cual se realizó utilizando el software de análisis cualitativo Atlas.ti, hacen relación con las categorías de sentido que emergieron de su discurso a partir del análisis en los momentos 1 y 2: sentido como razón de ser, sentido como utilidad, sentido como propósito, sentido como motivación y sentido como esperanza. En base a algunas de ellas se levanta la propuesta de adquisición de sentido que aquí se propone.

La propuesta fue puesta a prueba, en el momento 3, a través de la implementación de una secuencia que se diseñó basándose en ella, secuencia que se llevó a cabo a través de un juego de rol diseñado utilizando el software Unity·3D, que es un motor para el diseño de videojuegos multiplataforma y en el que se plantea una adaptación de un problema encontrado en la literatura. Inmediatamente después de llevar a cabo la secuencia se aplicó una entrevista semi-estructurada grupal con los estudiantes que la vivieron, para rescatar información respecto de ésta. Las principales conclusiones se dirigen hacia la verificación de la propuesta que se plantea y en abrir líneas de investigación que se posibilitan a raíz de los resultados que aquí se muestran.

ABSTRACT

Based on the qualitative research methodology called Grounded Theory, this study seeks to foster sense making in classroom mathematical activities from a student-centered perspective and supported by phenomena. Thus, based on categories of sense that emerged from students' discourse analysis, this study formulates a proposal regarding sense making in classroom mathematical activities, which was tested through a sequence that was designed based on the proposal and centered around complex numbers and a phenomenon in which these are useful. Complex numbers have been selected to observe how they conform to curricular requirements, while phenomena have emerged as relevant in the implementation of the formulated proposal.

In the literature review, it can be inferred that Didactics of Mathematics has reflected on sense in educational mathematics through different authors, though without seeking a way to foster it. On the other hand, sense making in classroom mathematical activities is a currículum requirement.

Data collection was carried out in three instances and informants consisted of students from two different schools in their third year of high school. The instruments used are characteristic of the qualitative approach: open-ended surveys and semi-structured focus groups, through which information was acquired regarding how students make sense of a classroom mathematical activity. The main results obtained in the data analysis, performed using the qualitative analysis software Atlas.ti, are related to the categories of sense that emerged from the students' discourse in the analyses of instances 1 and 2: sense as reason for being, sense as utility, sense as purpose, sense as motivation, and sense as hope. Based on some of these, the study's proposal on sense making is formulated.

The study's proposal was tested in instance 3, through the implementation of a sequence designed based on the proposal and carried out through a role-playing game which adapts a problem found in the literature review, and which was developed using Unity 3D, a multi-platform video-game development engine. Immediately after the students engaged in the sequence, a semi-structured focus group was carried out to elicit information regarding the sequence. The study's main conclusions suggest the validity of the formulated proposal and advocate for new research lines, which are made viable by the results of the study.

INTRODUCCIÓN

El concepto *sentido*, central en esta investigación, vive y es ampliamente utilizado en el cotidiano: se puede utilizar para referir en cierto modo a la conciencia (*El golpe fue tan fuerte que perdió el sentido*) o para indicar una interpretación (*Él siguió hablando en el mismo sentido*). Dependiendo del contexto se puede asociar, también, con tacto, vista, gusto, olfato y oído, con dirección o con justificación, ciertamente entre varias otras. Para esta investigación en particular se pondrá énfasis en cómo *adquirir sentido* y cómo propiciar dicha adquisición en Matemáticas, es decir, se indagará sobre el cómo *favorecer la adquisición de sentido* para el caso particular de las actividades matemáticas en el aula de educación media (pues, como se verá, el sentido es siempre sentido *de algo*).

Buscar dar sentido a aquello que se hace o se vive no corresponde solo a un exclusivo grupo de actividades o experiencias, sino que, más bien, se corresponde con una necesidad propia del ser un ser humano. En palabras de Viktor Frankl, psiquiatra y sobreviviente de campos de concentración nazis, en relación al sentido de la vida:

> "La búsqueda por parte del hombre del sentido de la vida constituye una fuerza primaria y no una "racionalización secundaria" de sus impulsos instintivos. Este sentido es único y específico en cuanto es uno mismo y uno solo quien tiene que encontrarlo." (Frankl, 1991, p.100)

En Didáctica de la Matemática el sentido de las actividades escolares ha tenido presencia, en distintas formas. Su antecedente más antiguo encontrado por los investigadores corresponde a Brousseau (1981). Dar sentido a la actividad matemática en el aula es un requerimiento del Ministerio de Educación de Chile, a través del currículum. Es así como las actividades en el aula de matemática deberían tener sentido para aquel estudiante que las vive. De ahí nace en los investigadores el cuestionamiento sobre cómo favorecer, siendo docente, la generación de sentido, por parte de los estudiantes, de las actividades matemáticas en el aula.

Todo esto lleva a colocar al estudiante *al centro* del diseño de las actividades que el docente ideará para su quehacer. Ciertamente al estudiante se le considera cuando se piensa en su edad, en su estadio de desarrollo, en su capacidad de abstracción e, incluso, en lo que él ya sabe, al momento del diseño de las actividades en el aula. Sin embargo, el estudiante es más fehaciente considerarlo cuando se diseña buscando que para él la actividad que está realizando tenga sentido. Es por ello que los investigadores buscan *favorecerlo* utilizando fenómenos, ya que a través de ellos se pueden llevar características de la adquisición de sentido que los estudiantes han puesto como relevantes. También, si se utilizan fenómenos, se pueden llevar las habilidades que pide el currículum al aula, otro requerimiento ministerial para toda la enseñanza media en el sector de matemática.

En la presente investigación las características de la adquisición de sentido que emergen de los estudiantes se sistematizan en una propuesta, por tanto es una *propuesta de adquisición de sentido de las actividades matemáticas escolares*. Aunque en esta investigación la propuesta no es probada en todos los contenidos que se tratan en los años de escolaridad, marca un precedente en el marco de una investigación exploratoria. Además, cobra relevancia en cuanto las características de la propuesta han emergido directamente de los estudiantes, de sus formas de entender y de sus formas de dotar sentido a una actividad.

Naturalmente, a cada actividad que el estudiante realiza en el aula de matemática le corresponde un contenido. Para el caso de esta investigación el contenido son los números complejos. Dicha elección corresponde a un análisis de lo que ocurre en el currículum nacional en relación a la tensión entre la formación que se espera dar al estudiante, en sus objetivos más profundos, y lo que se pide enseñarles, en particular en el cómo a través del contenido se logran esos objetivos últimos que busca el currículum. Por lo tanto, los números complejos serán el contenido sobre el que se pondrá en juego la secuencia que se diseña basada en la propuesta que se levanta en la investigación y que, al mismo tiempo, se busca validar. Por consiguiente, la investigación será relativa a la adquisición de sentido en la actividad matemática escolar, particularmente para el caso de los números complejos, y para lo cual se desarrollaran 5 capítulos:

En el primer capítulo, dedicado al planteamiento del problema, se explicita la pregunta de investigación y el objetivo principal y específicos, los que se centran en el cómo favorecer sentido en las actividades matemáticas escolares, poniendo especial atención en los números complejos, que se usarán en esta investigación para poner a prueba la propuesta que se plantea. Es por ello que en los antecedentes se consideran investigaciones en educación matemática ya realizadas (tesis y artículos científicos) que tienen como objeto de estudio a los números complejos y, a partir de una reflexión sobre lo que en ellos se presenta, se exponen las características de la investigación que se llevará a cabo. De esa forma los ámbitos sobre los que surge el problema de investigación hacen referencia al currículum, a la práctica del docente y a la figura del estudiante, y los supuestos se centran en: sentido, los estudiantes y los números complejos. La justificación de la investigación está dada, por una parte, por la relevancia que la adquisición de sentido tiene en el currículum y el cómo los números complejos, como contenido en enseñanza media, se adapta a lo que el currículum exige; y por otra parte, por la utilidad de cuestionarse sobre el sentido, ya que, además de ser un requerimiento del currículum lo es también para acuerdos multisectoriales y es un ámbito que ha tratado la Didáctica de la Matemática. Con todo lo anterior, las limitaciones vienen dadas principalmente por el trabajo con el término sentido y su relación con otras variables en la investigación, la factibilidad de una transposición desde algún uso de los números complejos en algún área del saber a una secuencia y el tiempo total con el que se cuenta para poder llevar a término una investigación con las características que esta cuenta.

El segundo capítulo, dedicado al marco teórico, tendrá tres principales apartados, dedicados a la matemática, a los fenómenos (desde distintas áreas del saber) en los que se utilizan los números complejos y sobre el sentido. En el primero de los apartados se describen hitos en la historia de los números complejos, la definición actual que de ellos se utiliza y los estándares disciplinarios, que regulan la formación de los futuros docentes, que hacen referencia a los números complejos. En el segundo de los apartados se describen fenómenos en los cuales se utilizan los números complejos, pasando por distintas áreas, tal como física, ingeniería, fractales, vectores y leyes de Kepler. Finalmente en el último de los apartados se habla del sentido, particularmente del uso del término en diversas áreas del saber, poniendo luego énfasis en su presencia en la Didáctica de la Matemática y la relación con fenómenos y el aprendizaje significativo.

En el tercer capítulo, dedicado al marco metodológico, se detallará la elección del enfoque cualitativo y a la Teoría Fundamentada como diseño metodológico, con su descripción y principales características. También se describirán los 3 momentos en que se llevó a cabo la investigación: en el primer momento se recogió información a través de una entrevista de respuesta abierta a dos grupos de estudiantes, el segundo momento en que se focalizó y profundizó sobre la información contenida en el primer momento con algunos de los estudiantes en una entrevista semi-estructurada grupal y el tercer momento en que se implementó una secuencia y se realizó una entrevista semi-estructurada grupal con los participantes de la secuencia, inmediatamente después de la aplicación. En el desarrollo del capítulo se describen los actores y los instrumentos utilizados en cada uno de los momentos, y la validez y confiabilidad está dada por el rigor sobre el cual se trabaja en la selección de la muestra, recolección de los datos y el análisis de éstos, todo ello en coherencia con el diseño elegida para la investigación.

En el cuarto capítulo, dedicado a la presentación y análisis de la información, se expondrá el análisis de los datos recogidos desde los informantes en los distintos momentos: del primer momento se rescatan cuestiones contextuales referentes a la forma de entender la matemática para los informantes, de qué forma se aprende y qué es un fenómeno para ellos, para luego levantar categorías relativas a la forma de entender sentido, de donde, en este primer momento, emergen cuatro: sentido como razón de ser, sentido como utilidad, sentido como propósito y sentido como motivación. Luego, en el segundo momento, se agregará la categoría de sentido como esperanza. Tomando algunas categorías de sentido que emergieron se levanta una propuesta de adquisición de sentido para las actividades matemáticas escolares, la cual se pone a prueba a través de una secuencia diseñada a partir de ella, la cual se aplica en el momento 3 y que nutre el tercer instrumento, aplicado inmediatamente después de la secuencia y del cual se analizan las respuestas en el presente capítulo.

En el quinto capítulo, dedicado a las conclusiones, se analiza la verificación de los supuestos que se plantearon en el capítulo uno, de la misma forma como se hace con los objetivos, y se plantean las líneas de investigación para las cuales da posibilidad una investigación de carácter exploratoria.

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Antecedentes observados.

En el contexto de un amplio acceso a la información y de una sociedad que busca inmediatez en las acciones es cada vez más común evidenciar el requerimiento de conocer la utilidad, rentabilidad o uso que se le puede dar a lo que se posee. La matemática y, de forma más particular, el contenido que se pone en juego en la clase de matemática en la escuela es objeto, también, de ese requerimiento.

Ahora bien, aun no siendo el fin de este proyecto develar los fines que hacen necesaria la presencia de cada contenido en el currículum de matemática en el aula escolar, los investigadores se sitúan ante la necesidad de colocar al centro del proceso de enseñanza al estudiante, específicamente al estudiante en el aula de matemática, el cual, de distintas formas y en distintos grados de profundidad, expresa la necesidad de conocer la utilidad del contenido que se le enseña. Los investigadores observan esto último en su experiencia personal y profesional, tanto al alero del currículum nacional como en ausencia de éste, y, como se ha dicho, creen necesario y urgente que el proceso de enseñanza sea centrado en el estudiante, lo que se traduce en considerar más que su desarrollo cognitivo y su capacidad analítica o lógica, sino que, se trata de dar solución a sus dudas más profundas, tales como conocer cuál es la utilidad o propósito por el cual debe aprender el contenido de matemática.

Plantear una respuesta a esa inquietud ciertamente sería una tarea que requiere de un conocimiento y de una amplia mirada, al mismo tiempo detallada e histórica, de lo que ha sido la enseñanza de la matemática y de la formación del currículum en ésta área, tarea que sobrepasa ampliamente los tiempos con los que se dispone para esta investigación. En virtud de esto, lo que en adelante se propone es constatar la ausencia de propósitos que doten de sentido, en la forma de entenderlo que se detallará, a la actividad matemática en el aula, usando como vehículo para este caso a los números complejos, y presentar herramientas teóricas que ayuden a subsanar esa ausencia.

El objeto matemático a través del cual se evidenciará dicha ausencia, como se ha dicho, son los números complejos. Es a partir del año 1982, año de ajuste curricular para los establecimientos particulares subvencionados con la modalidad científico humanista, que se tiene registro de la inclusión del contenido de números complejos en el programa de tercer año medio. Este contenido se mantiene hasta el año 1998, año en el cual el Ministerio de Educación los retira, a través del Decreto 220, que implanta contenidos mínimos obligatorios y objetivos fundamentales. Posteriormente, en el año 2009, los números complejos son nuevamente incluidos en el currículum nacional con el principal objetivo de reconocerlos como una extensión del campo numérico de los números reales. El objetivo es que los estudiantes los utilicen para resolver problemas que no admiten solución en dicho conjunto y conjeturen sobre sus propiedades.

Sobre la enseñanza de números complejos la literatura a nivel de artículos de revistas especializadas o de tesis de pregrado, magíster o doctorado no es abundante, como sí ocurre sobre la enseñanza de otros objetos matemáticos como es la función, la derivada o la razón. El recuento, realizado por los investigadores, de la literatura sobre la enseñanza de los números complejos remite a los siguientes:

En la Universidad Católica Silva Henríquez se han llevado a cabo tres tesis de pregrado que, aún con distintas finalidades, tienen como argumento a los números complejos:

Vargas (2012) tuvo como objetivo, a través del estudio de casos, analizar la existencia del concepto de número complejo en estudiantes de pedagogía en matemática de dos universidades (una privada y una estatal) a través de la determinación de conocimientos conceptuales y procedimentales en ambos casos, para su posterior comparación y levantamiento de conjeturas respecto a lo observado. Trabajando bajo los supuestos: a) las falencias conceptuales y procedimentales eran mayores en los estudiantes de universidades privadas que en los de universidades estatales; b) que los docentes de matemática no tienen problemas con desarrollar dicho contenido y manifiestan su aceptación de que esté presente en planes de estudio; y c) que pocos estudiantes logran desarrollar el instrumento que se presenta. El autor logra corroborar sus supuestos, haciendo énfasis en las falencias conceptuales presentes en los estudiantes de pedagogía en matemática de ambas universidades.

Peillard, Sariego y Valenzuela (2015) tuvieron como objetivo develar, a través de un análisis interpretativo, concepciones acerca de la enseñanza de los números complejos. Se levantaron categorías a partir de los hallazgos que encontraron refiriéndose básicamente a dos autores que clasifican concepciones y aproximaciones en la enseñanza y aprendizaje. Su trabajo se lleva a cabo bajo los supuestos de: a) hallar falencias en lo didáctico y lo metodológico al enseñar números complejos, y b) la falta de profundización, fruto de lo anterior, conduce al no uso de alternativas tecnológicas y visuales en la enseñanza. Su trabajo obtuvo como conclusiones cinco concepciones identificadas en los docentes, entre las cuáles están el tener una marcada tendencia al trabajo operatorio y algebraico por sobre el geométrico y visual a través del uso de tecnologías de información y comunicación.

Mangili y Sánchez (2015) levantan una propuesta didáctica, utilizando el estudio de casos, para las transformaciones isométricas a través de números complejos, bajo los supuestos: a) las transformaciones isométricas se enseñan arbitrariamente (en el sentido de Ausubel) y b) una relación no arbitraria de los cuatro ejes de contenidos en el currículum de matemática generaría aprendizaje significativo. Las conclusiones que su trabajo ofrece son: afirmar que la enseñanza del contenido no debe ser seccionada y que en su diseño ello se logra teniendo, el estudiante que lo recorre, las herramientas necesarias para poder realizar transformaciones isométricas también a través de los números complejos.

En la Universidad de Santiago de Chile se reporta la tesis de García (1982) que analiza dos métodos de enseñanza de los números complejos, con el objetivo de que los estudiantes los reconozcan como el ámbito más general de trabajo en la aritmética. El primer método es el expositivo o clásico y el segundo es basado en fichas/guías a través de las cuáles es presentado el contenido al estudiante y su mayor ventaja, expuesta por el autor, es la posibilidad del trabajo individual del estudiante. El autor concluye que éste último método es evidentemente más efectivo.

Canal (2012) en su tesis de magíster en la Universidad de Cantabria ensaya formas de presentar los números complejos al estudiantes a través de su historia, de herramientas visuales (principalmente el uso de Geogebra) y de utilidades que los números complejos pueden tener en el cotidiano del estudiante. Concluye como adecuado el acercamiento histórico del contenido, necesario el uso de tecnologías de la información y comunicación y como útil para motivar el conocer los motivos por los cuáles se estudia el contenido.

A nivel de artículos científicos relativos a la enseñanza de los números complejos se pueden reportar los siguientes hallazgos:

Bagni (2001) analiza el cómo la historia de los números complejos puede servir al momento de que el estudiante acepte las soluciones de ecuaciones que no tienen todas sus soluciones reales. Para ello diseña una secuencia en la que, en primera instancia, muestra el desarrollo resolutivo para $x^3 - 15x - 4 = 0$, en el cual es necesario operar con la raíz cuadrada de -1 y finalmente pregunta al estudiante si el desarrollo le parece aceptable. Luego, les plantea $x^2 = -1$, para lo cual les indica que el cuadrado de $\sqrt{-1}$ es -1, por lo cual el valor de x es $\sqrt{-1}$ o $-\sqrt{-1}$, para finalmente preguntar al estudiante si encuentra aceptable la solución dada. El autor concluye que presentar las soluciones de algunas ecuaciones de forma análoga a como fueron solucionadas históricamente no basta para el aprendizaje ni tampoco para la aceptación del resultado.

Pardo y Gómez (2005), interesados en la problemática de la enseñanza de los números complejos, bajo la hipótesis de que las dificultades que ha vivido la matemática como disciplina para poder construirse son análogas a las dificultades que tendrá el estudiante para construirla, describen etapas en la consolidación de los números complejos en la historia de la matemática: Algebraica, Analítica, Geométrica y Formal. Luego de aplicar diversas secuencias de preguntas a estudiantes las conclusiones derivan en corroborar la hipótesis con la que comenzaron su investigación: las dificultades vividas en la historia de la matemática se ven representadas en las dificultades de los estudiantes.

Martínez y Antonio (2009), interesados en la construcción de conocimiento, basados en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa y bajo el supuesto de que se puede construir a través de la convención matemática, mediante el análisis de las respuestas que los estudiantes entregan a la secuencia de actividades propuestas las principales conclusiones que obtienen son relativas a que los estudiantes no aceptan como válidas las raíces cuadradas de argumento negativo aunque como resultado final los autores destacan como útil su secuencia de actividades (aún con algunas modificaciones propuestas) para construir significados a través de convenciones matemáticas.

Por una parte, dentro de las tesis y artículos citados cabe destacar la importancia que se le concede a la historia de la construcción de los números complejos como herramienta para llevarlos al aula y lograr que el estudiante acepte como válido el poder trabajar con raíces de índice par y argumento negativo, aunque aparece claro que presentar operaciones algebraicas no basta para producir dicha aceptación, menos aún para el aprendizaje. Por otra parte, se evidencian esfuerzos por acercar al estudiante el contenido a través de herramientas visuales, principalmente a través del uso de tecnologías de la información y comunicación, para operar directamente con ellos o para poder utilizarlos como herramientas para poder completar otra unidad de enseñanza de forma más acabada. Por último, se destaca el cómo se utilizan secuencias o actividades progresivas para presentar el contenido, de forma tal que el estudiante recorra dicha secuencia para poder generar aprendizaje autónomo o logre aceptar a $\sqrt{-1} = i$ como un objeto matemático válido con el cual operar.

Todos estos intentos parecen tener su centro en el saber, buscando transponerlo de la forma más adecuada para que el estudiante pueda aceptarlo y aprenderlo. En ello la figura del estudiante, aunque podría decirse que está presente en cuanto la transposición que se realice es para él, está invisible, pues se le mira solamente como un validador último de una secuencia que se diseña sin él. La didáctica no puede corresponder simplemente con presentar de forma más amigable o coherente con su estadio de desarrollo un contenido, sino que, más bien, debe corresponder con una reflexión mucho más amplia y en la que no se considere solamente el contenido sino que, como figura de inobjetable importancia, se considere al estudiante. Considerarlo, aunque parezca provocativo y que casi invite a diseñar junto al él el qué y cómo del contenido, no coincide con ello. Es fantasioso pensar que el estudiante cuenta con los conocimientos y las competencias necesarias para discernir qué aprender y es arriesgado pensar que, a su vez, cuenta con la lucidez para imaginar formas más óptimas sobre el cómo aprender un contenido, en circunstancias que él mismo está viviendo en un currículum oculto y en un contrato didáctico que influyen fuertemente en su concepción de qué es una buena clase y, en particular, una buena clase de matemática.

La Didáctica de la Matemática, como ciencia que estudia el proceso de enseñanza-aprendizaje y la comunicación del saber matemático, debe estar libre de lo que ata al estudiante en su forma de entender qué es una buena clase de matemática, de qué forma se enseña-aprende y cuáles son las dificultades que en ese proceso se generan, ya que el didacta de la matemática, en su rol de investigador, busca entender y explicar a través de pruebas las experiencias de enseñanza y aprendizaje que se viven en el aula de matemática (D'Amore, 2011). Considerarlo, por tanto y para esta este estudio, se podría entender cómo *hacerlo parte* o *involucrarlo* en su proceso de enseñanza, bajo la forma de responder: ¿cómo y cuándo encuentra él - y no el profesor y tampoco el contenido en sí mismo - propósitos en su actividad matemática en el aula?. Ello, más adelante, se presentará a través del término *sentido*, y para lo cual se levantará una propuesta sobre el cómo una actividad matemática en el aula adquiere sentido para el estudiante. Lo que interesa, entonces, para éste estudio es cómo el estudiante dota de sentido a su actividad matemática y cómo favorecer ello. Tener en cuenta aquello al momento de elaborar secuencias de enseñanza involucra considerarlo, ya que el diseño será pensado en función de lo que en él ocurrirá y en particular en los propósitos y razones de ser que él hallará.

Lo que aquí se propone no es una invitación a mirar el cómo el docente construye una actividad para el aula de matemática de forma coherente o pensando en lo que el estudiante ya conoce o su estadio de desarrollo (lo que podría compararse con un mirar lo que sucede al estudiante "desde fuera"), sino que es una invitación a construir la actividad matemática en el aula pensando en lo que el estudiante pensará durante ella y particularmente cómo él encuentra propósitos y razones de ser en su actividad (lo que podría compararse con un mirar lo que sucede al estudiante “desde dentro”).

1.2 Definición del problema y pregunta de investigación.

En el ajuste curricular del año 2009 se incluyó a los números complejos en el currículo de tercero medio luego de cerca de una década de ausencia. Tras esta incorporación la marcada tendencia al trabajo operativo y mecánico, como se puede evidenciar en los libros de textos, favorece los vacíos de sentido en los estudiantes, los cuáles, desprovistos de fenómenos en los que aparecen, se entregan a un trabajo numérico en base a sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y potencias, lo cual se contradice con el propósito del ajuste curricular: aprender matemática para comprender la realidad y generar herramientas útiles (MINEDUC, 2009).

Operando con números complejos

Para operar entre números complejos, es necesario considerar sus partes reales y sus partes imaginarias por separado, y efectuar la operación indicada entre ellos, por ejemplo sumemos los números complejos $2 + 3i$ y $7 - 9i$.

Las partes reales son respectivamente, 2 y 7, y al sumar estos números obtenemos 9. De la misma forma sumando las partes imaginarias 3 y -9, obtenemos -6. Así, hemos obtenido el número complejo de parte real 9 y parte imaginaria -6, es decir, $9 - 6i$. Como ves el resultado obtenido también es un número complejo, siendo esta una propiedad muy importante, llamada propiedad de clausura.

Ahora para la resta y la multiplicación, consideramos también la forma binómica de un complejo, entonces los complejos se pueden trabajar como binomios. Por lo tanto podemos escribir que:

a. $2 + 3i - (5 - 7i) = 2 + 3i - 5 + 7i = -3 + 10i$

b. $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i - \left(\frac{2}{5} + i\right) + 2i\right]$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}i - \frac{2}{5} - i + 2i\right] = \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3} - 1 + 2\right)i = \frac{1}{10} + \frac{2}{3}i$$

(Texto del estudiante, Tercero Medio 2016, 2016, p.23)

El problema sobre el que trata la presente investigación surge de la observación y el análisis (de parte de los investigadores) sobre lo que sucede en distintos ámbitos de la enseñanza, particularmente de la enseñanza de la matemática.

El primero de esos ámbitos es un análisis del currículum de matemática: en él, conjuntamente con señalarse los contenidos a tratar durante los años de escolaridad, se indican las habilidades que el docente debe promover en el aula de matemática (desde séptimo básico: representar, resolver problemas, argumentar-comunicar y modelar). Desde el ajuste curricular del año 2009, el cual planteó como uno de los objetivos de aprender matemática la comprensión de la realidad para proporcionar herramientas que ayuden a los alumnos a desenvolverse en la vida cotidiana, herramientas como el cálculo, el análisis de la información proveniente de diversas fuentes, la capacidad de generalizar situaciones, formular conjeturas, evaluar la validez de resultados y seleccionar estrategias para resolver problemas cobran un nuevo realce.

Un segundo ámbito es la mirada sobre la práctica del docente de matemática: los investigadores, sin buscar generalizar ni ser absolutistas y únicamente a partir de lo por ellos observado, han evidenciado en sus realidades escolares (a través de prácticas profesionales, en profesores en ejercicio y en la propia praxis) docentes de matemática muchas veces no reflexivos, ni críticos de su propia práctica. La actitud generalmente observada por los investigadores en diversas realidades escolares es la de un docente únicamente tradicional que entrega el contenido, realiza ejercicios y evalúa, y para el cual ser un buen docente de matemática se relaciona únicamente con ser un buen transmisor de contenido (ello involucra ser claro, preciso y ordenado para entregarlo). Si a ello se le agrega que es capaz de entregar el contenido de forma amable y llana, con atractivas presentaciones y útiles nemotecnias, entonces se vuelve aún mejor docente de matemática.

Un tercer, último e importante ámbito corresponde con la figura del estudiante en el aula de matemática, principalmente desde el aula escolar: nuevamente desde la observación de la propia realidad, los investigadores, observan que el estudiante, aún sin tener una aversión contra la matemática e incluyendo también a muchos de los que siente agrado por ésta, desconocen los motivos por los cuales deben aprenderla y, aún más simple y menos discutible, desconocen las realidades en las cuales ella puede ser útil (útil porque las modela, porque las controla, porque predice, porque argumenta, porque optimiza o porque clarifica). La figura del estudiante, para los investigadores, es medular, porque se buscará que ellos encuentren propósitos a su quehacer.

Es por todo ello que la problemática evidenciada, que motiva la investigación, es acerca de cómo favorecer el sentido que para el estudiante tiene su actividad matemática en el aula. Para evidenciar dicha adquisición se construye una propuesta sobre cómo se adquiere sentido en una actividad matemática en el aula, que se utilizará en esta investigación, cruzada con bibliografía y con el análisis de discurso de los estudiantes anteriormente recogido, la cual se basa en el uso de fenómenos. Particularmente para esta investigación se evidenciará a través del contenido de los números complejos.

Teniendo en consideración lo mencionado anteriormente se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo se puede favorecer la generación de sentido en el aprendizaje de la matemática escolar desde una mirada puesta en el estudiante y apoyado en fenómenos, empleando como vehículo para evidenciarlo a los números complejos?

1.3 Objetivos.

1.3.1 Objetivo General

Favorecer la generación de sentido en el aprendizaje de la matemática escolar desde una mirada puesta en el estudiante y apoyado en fenómenos, empleando como vehículo para evidenciarlo a los números complejos.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Explorar cómo el estudiante dota de sentido a un contenido matemático.
- Validar la secuencia planteada, basada en un fenómeno, mediante su implementación en estudiantes de tercer año medio.
- Analizar la incidencia de la secuencia a través del análisis del discurso de los estudiantes, post aplicación de ésta.

1.4 Supuestos.

El carácter exploratorio de la investigación que se lleva adelante induce a enunciar ciertos supuestos sobre lo que se ha de encontrar al final de ésta, los cuáles abarcan 3 ejes:

- Los estudiantes: Los investigadores suponen que los estudiantes consideran que una actividad tiene sentido cuando, por una lado, hay una razón de ser o cuando hay un propósito; es decir, por una parte relacionarán sentido con la *razón* o *por qué* del algo al que se le da o quiere dar sentido, y, por otro, relacionarán sentido con *propósito*, es decir, algo tendrá sentido cuando existan finalidades u objetivos en ese algo. ¿Una actividad cobra sentido cuando se conocen las razones de ser de ésta o los propósitos de ésta?.
- El sentido: Los investigadores suponen que los estudiantes consideran que sus actividades en el aula de matemática se realizan sin sentido. Post aplicación de la secuencia se espera evidenciar de los estudiantes una nueva o más clara categoría de sentido vinculada a los fenómenos. ¿Las actividades que realiza el estudiante en el aula de matemática tienen sentido para él?.
- Números complejos: Los investigadores suponen que los estudiantes no conocen aplicaciones de los números complejos o ámbitos de la realidad en los que son útiles, ello a raíz de que se cree que no existe una amplia gama de aplicaciones que se puedan llevar al aula sin la necesidad de conocer

herramientas del cálculo y de la trigonometría, las cuáles los estudiantes no conocen. ¿Cuáles son las aplicaciones que los estudiantes conocen en que los números complejos se utilizan?

1.5 Justificación e importancia.

1.5.1 Relevancia

La inclusión o exclusión de contenido en el currículum (de matemática y también de las otras áreas del conocimiento) obedece a las necesidades de una sociedad (Gvirtz y Palamidessi, 2011). Para el docente es de importancia, en virtud de la responsabilidad profesional que la labor conlleva, cuestionar los contenidos que se incorporan al currículum, desde el conocimiento pedagógico, disciplinar y didáctico. Es por ello que levantar evidencia sobre los números complejos es en sí mismo relevante para la labor docente, en el marco de la re-incorporación de éste contenido en el currículum de enseñanza media a partir del año 2009.

Los autores de ésta investigación, en línea con la actualización curricular del año 2009, creen que toda actividad matemática en el aula debe tener sentido para el estudiante: "Es necesario que el proceso de aprendizaje tenga una base en contextos significativos y accesibles para los niños, niñas y jóvenes, favoreciendo la comprensión por sobre el aprendizaje de reglas y mecanismos sin sentido." (MINEDUC, 2009, p.147)

Todo ello aún más reforzado si para el contenido tratado en esta investigación, y para todo otro contenido, desde séptimo básico en adelante, presente en el currículum de matemática, se debe promover el trabajo de las habilidades con las cuales se formará el pensamiento matemático. Es por ello que los fenómenos y la adquisición de sentido a través de ellos cobra nuevo relieve, ya que, usándolos como vehículo, se puede llevar al aula la resolución de problemas, la representación, la argumentación-comunicación y, más claramente, a la modelación, que necesita de fenómenos de la realidad para poder llevarse a cabo.

Aunando, finalmente, todo lo anterior, es relevante favorecer la adquisición de sentido del contenido en matemática. Se dice favorecer la adquisición de sentido, en la forma que en ésta investigación será entendido, centrada en el estudiante, con foco en los fenómenos y en el cómo la matemática escolar (más específicamente, el contenido de números complejos en éste caso) puede tratarse a través de ellos. Todo ello involucra un fructífero desarrollo teórico en torno a objetos matemáticos no estudiados desde la perspectiva que se señala, por lo que el carácter exploratorio enriquece e invita a la reflexión en el marco de la didáctica específica, en éste caso la Didáctica de la Matemática.

En las nombradas Bases Curriculares del año 2009 se evidencia que los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios que establece el Ministerio de Educación están basados en requerimientos que hacen referencia a tres criterios claramente establecidos, siendo uno de ellos la necesidad de:

> Actualización, reorientación y enriquecimiento curriculares que se derivan de cambios acelerados en el conocimiento y en la sociedad, y del propósito de ofrecer a alumnos y alumnas conocimientos, habilidades y actitudes, relevantes para su vida como personas, ciudadanos y trabajadores, así como para el desarrollo económico, social y político del país (MINEDUC, 2009, p.1).

Al observar esto, es claro que al seleccionar los contenidos a tratar en los diferentes sectores de aprendizajes se busca que éste sea útil tanto para el estudiante como también para la sociedad, por ello es fundamental preguntarse si los saberes matemáticos que se establecen en el currículum nacional están dando respuesta a dicho criterio.

En el caso particular de los números complejos, tratados en la unidad de Números en tercero año medio, al identificar los 6 aprendizajes esperados que se señalan en el programa de estudio no se logra evidenciar claramente cómo tal contenido es útil fuera del propio sector de aprendizaje, ya que se prioriza el análisis del objeto matemático mirado desde la propia disciplina, no relacionado con otras áreas del saber y tampoco con el contexto que dio paso a su origen, lo que contradice el apartado que menciona que:

> Es importante que él y la docente aclare que esta disciplina está enraizada en la cultura y en la historia, que impacta en otras áreas del conocimiento científico, que crea consecuencias y que permite desarrollar aplicaciones. Preguntarse cómo y en qué períodos de la historia se originaron los conceptos y modelos matemáticos y cómo se enlazaron con la evolución del pensamiento permite enriquecer el aprendizaje. (MINEDUC, 2009, p.30)

El siguiente cuadro muestra los aprendizajes esperados para el contenido de números complejos:

Aprendizaje Esperado 01	Reconocer los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales.
Aprendizaje Esperado 02	Utilizar los números complejos para resolver problemas que no admiten solución en los números reales.
Aprendizaje Esperado 03	Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos.
Aprendizaje Esperado 04	Formular y justificar conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones de números complejos y sus propiedades.
Aprendizaje Esperado 05	Argumentar la validez de los procedimientos o conjeturas referentes a números complejos y sus propiedades.
Aprendizaje Esperado 06	Representar un número complejo de forma polar y calcular la potencia, con exponente racional, de un número complejo.

(MINEDUC, 2015, p.38)

A pesar de que en el discurso escolar se habla de lo importante que es identificar a la matemática como un ente que permite comprender la realidad, en especial cuando se relaciona con otros sectores de aprendizaje, en el caso de los números complejos aún se sigue trabajando desde la algoritmia y la mecanización, lo que parece estar alejado de crear las competencias y saberes necesarios en los estudiantes. En el currículum actual se plantea como primordial el desarrollo de competencias, las que se entienden como "sistemas de acción complejos que interrelacionan habilidades prácticas y cognitivas, conocimiento, motivación, orientaciones valóricas, actitudes, emociones que en conjunto se movilizan para realizar una acción efectiva." (MINEDUC, 2009, p.2), por lo que en la práctica docente debe ser capaz de lograr un cambio en el proceso de enseñanza y, más aún, en el de aprendizaje de los números complejos. Para ello es primordial que el profesor ponga en el centro del quehacer educativo al estudiante, procurando su desarrollo integral, viéndolo con una mirada holística, siempre más allá de la propia disciplina, mostrando la utilidad de dicho contenido, pero no solo de forma discursiva ya que muchas veces esto no es suficiente para que los estudiantes logren hacerse parte del contenido, tampoco para que lo encuentren útil y con sentido en su quehacer.

Intentando dar respuesta a lo anterior es que el Currículum Nacional ha dado énfasis a la resolución de problemas y en el modelamiento de fenómenos a través de la matemática, como queda de manifiesto cuando se establece que:

> Se buscará, a lo largo de todo el currículum, definir objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en

particular a la resolución de problemas (...) el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar competencias centrales del razonamiento matemático. (MINEDUC, 2009, p.147)

Al observar el texto de estudio y el programa de tercero medio, en relación a los números complejos, queda de manifiesto que la resolución de problemas tiene un fin solo en la misma disciplina, ya que estos son inventados en función de identificar si el estudiante logra realizar de forma correcta la operatoria, situándolos en contextos, muchas veces, completamente alejados de la realidad. Algunos ejemplos de estos son:

> **b.** “La mar estaba serena, serena estaba la mar; la mar estaba serena, serena estaba la mar”, cantaban mis once primos en el bus que nos llevó de vuelta a Curanilahue. Repitieron todo, pero cambiando cada vocal por *i*: “Li mir istibi sirini...”. Yo, en silencio conté, usando mis dedos, la cantidad de “*ies*”. No sé por qué lo hice, pero de golpe me vino tortuosamente a mi cabeza: *i* elevado a este número. ¡Justamente el valor de esta potencia es el que no escribí en la prueba de números imaginarios y por esto no alcancé la nota 7! ¿A cuál potencia de *i* me refiero? ¿De qué valor se trata?

(Texto del estudiante, Tercero Medio, 2016, págs.17-18)

> **15** ¿Qué relación debe haber entre la parte real e imaginaria de un número complejo para que siempre su extremo esté sobre la bisectriz de cada uno de los cuadrantes? –preguntó el profesor a Jorge.
> ¿Cuál creen que fue la respuesta de Jorge? Anoten su respuesta en forma de par ordenado y forma canónica, de manera que puedan enunciar una regla general.

(Texto del estudiante, Tercero Medio, 2016, p.29)

> **13** El pintor de la plaza algo sabía de matemática y conocía de la proporción divina porque como buen seguidor de Da Vinci la había aplicado a sus cuadros. Esta dice “Dos números reales a y b están en proporción divina, si la razón entre ellos es igual a φ (número de oro):
>
> $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}61803...$
>
> Pero la curiosidad de este pintor fue mas allá y se propuso resolver el siguiente problema :
>
> En el campo de los números complejos se tiene el número $z_1 = 4 + 3\ i$. Encuentra otro complejo z_2, de
>
> forma que: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Pueden señalar ¿qué numero encontró el pintor?

(Texto del estudiante, Tercero Medio, 2016, p.28)

En lo concerniente al modelamiento de situaciones o fenómenos, tanto en el texto del estudiante como en los programas de estudio, no se pueden identificar contextos en los cuales los números complejos sean el objeto matemático que permite dar solución a una problemática. Es por ello que el contenido de los números complejos carece de significado real para el estudiante, por lo que gran parte lo encuentra inútil, innecesario y sin sentido, Con esto la idea fundamental planteada en las Bases Curriculares del año 2009, que hace referencia al sentido y descrita anteriormente, que debe tener para un aprendiz el contenido, está muy lejos de ser cumplida.

Pareciera que la actividad en el aula de matemática escolar, en el caso de los números complejos, ha sido abordada desde una perspectiva típicamente disciplinar, a pesar del discurso que plantea la necesidad de desarrollar competencias a través de la resolución de problemas situados en contextos significativos y del modelamiento de fenómenos o situaciones, por lo que la reflexión pedagógica y la innovación didáctica han sido absorbidos por una suerte de única forma de enseñar matemática, pues la matemática, en cuanto ciencia tiene como objetos de estudio a entes abstractos y es exacta-precisa. Dicha forma de entenderla ha sido instaurada en la escuela y bajo esas premisas pareciera ser enseñada por los docentes y aprendida por los estudiantes.

Es por ello que se hace necesario identificar de qué manera se puede dotar de sentido al contenido de los números complejos, de determinar fenómenos al alcance de los estudiantes, en los cuales el número complejo sea fundamental a la hora de su modelamiento.

Para lograr cualquier modificación en la actividad matemática escolar no se puede dejar de pensar en la práctica docente. El docente como persona que se vincula de forma directa y constante con el estudiante no puede más que poner a éste al centro de su quehacer para poder entenderse a sí mismo y re-entender su práctica, la cual debe abordar la enseñanza de la matemática desde un punto de vista constructivo, poniendo énfasis en la génesis de ésta a lo largo de la historia, priorizando el análisis y la reflexión a la hora de construirlo, identificando como el contenido adquiere sentido para el estudiante. De esta manera el estudiante comenzará a mirar la matemática escolar desde una perspectiva diferente, dejando atrás la mirada simplista basada en la algoritmia.

1.5.2 Utilidad

La importancia de este estudio recae en que favorecer el sentido de la enseñanza de la matemática es un requerimiento que está presente en distintos niveles y en distintas formas: a nivel ministerial, en las ya citadas líneas previas sobre la actualización curricular del año 2009 (MINEDUC, 2009); también en el acuerdo multisectorial entre el Ministerio de Educación, Corporación de Municipalidades y

Colegio de Profesores, en el que se detalla que el docente es quien “diseña, selecciona y organiza estrategias de enseñanza que otorgan sentido a los contenidos presentados” (MINEDUC, 2004, p.9); y en escenarios en que la reflexión desde la disciplina más específica para un docente de matemática, la Didáctica de la Matemática, ha discurrido sobre ello en distintos tiempos y desde distintas posturas teóricas (Alsina, 2007; Brousseau, 1981; D´Amore, 2006; Freundenthal, 1981; Godino y Batanero, 1994; Godino, Font, Konic, y Wilhelmi, 2009).

Para ello la propuesta que se levantará estará centrada en el estudiante, y se utilizarán los números complejos como contenido matemático a través del cual se analizará la efectividad de ésta. La construcción teórica que emerja del análisis de la información obtenida de los estudiante y del estudio de la bibliografía existente que haga relación al sentido tendrán un alto valor teórico en cuanto puede sentar un precedente en lo que hace referencia al cómo el estudiante puede dotar de sentido a un contenido, apoyado en fenómenos, los cuales, al mismo tiempo, podrían llevar la modelación al aula de matemática, que es un requerimiento ministerial.

El conjunto de los números complejos, como ya se ha descrito, re-aparece en el currículum nacional con la actualización curricular del año 2009 y son el contenido matemático a través del cual se quiere evidenciar cuán eficaz es la propuesta que se levantará. Entonces será provechoso, también, conocer en qué fenómeno éste conjunto juega un rol que puede ser llevado ante el estudiantes de enseñanza media, en el marco de que en los supuestos de esta investigación se piensa que no existe una variada gama de estos que puedan ser tratados en dicho nivel escolar.

Haciendo referencia también a los números complejos, es de destacar que las investigaciones llevadas adelante, tanto a nivel de tesis de pre-grado o post-grado, como también artículos de investigación, que hacen mención a éste conjunto numérico no tienen su foco en el estudiante, de la forma que aquí se plantea y como ya se ha descrito, ni tienen su foco en el sentido.

1.6 Limitaciones

En el marco de una investigación que tiene como objeto de estudio favorecer la adquisición de sentido en el aprendizaje de la matemática, las principales limitaciones vendrán dadas por la dificultad para tratar el término sentido, por su carácter polisémico. Surge la necesidad de individualizar, aunque sea implícitamente, una o más de una de sus formas de entenderlo para ser utilizadas en la investigación y luego relacionarlas consistentemente con otras variables dentro del estudio, como fenómeno. En la bibliografía los investigadores no han encontrado una explícita relación entre estos dos términos, por lo que para fortalecer el vínculo que se generó entre ellos se debió ir fuera de las áreas de conocimiento típicas de los investigadores, con los inconvenientes e imperfecciones que ello involucra, y limitados por las áreas del conocimiento a las que se tuvo acceso y se estimaron útiles para efectos del estudio, consideradas escasas, en el contexto de una investigación exploratoria y llevada a cabo utilizando a la Teoría Fundamentada.

Desde el ámbito de los números complejos, a través de los cuáles se quiere evidenciar la generación de sentido, aparece el obstáculo que, aunque su uso es amplio en áreas del saber, tal como las que se evidenciarán más adelante, las opciones para llevarlas al aula de matemática son bastante más reducidas ya que para trabajar con muchas de ellas es necesario conocer funciones trigonométricas o cálculo diferencial e integral. Por tanto, los fenómenos que se utilicen estarán acotados, por una parte, por aquellos a los cuales el estudiante pueda acceder y, por otra, por aquellos que los investigadores hayan logrado encontrar y transponer en una secuencia.

Natural a una investigación que debe ser completada en un semestre universitario, el tiempo total para poder llevar a cabo el estudio es muy limitado para levantar una investigación cualitativa y exploratoria, estando aún más susceptible a situaciones coyunturales desde la institución que evaluará, desde los participantes de la muestra y desde los mismos investigadores.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 Matemática

2.1.1 Historia de los Números Complejos

En el análisis realizado por Artigue y Deledicq (1992) en torno a lo más relevante para una mejor comprensión histórica-didáctica de los números complejos se presentan 4 momentos generales en la formación de éstos:

- La aparición de cantidades imaginarias en un algoritmo operativo (siglo XVI)
- El funcionamiento como herramienta y los encuentros de los ángulos y de los algoritmos (siglo XVIII)
- Las representaciones geométricas (principios del siglo XIX)
- Las construcciones algebraicas (siglo XIX)

Artigue y Deledicq sitúan la aparición de cantidades imaginarias (siguiéndoles en el uso de nomenclatura moderna para referir lo que en la historia apareció como el problema de las raíces con argumento negativo) en el siglo XVI, de la misma forma como lo hace Kleiner (1988), pero antecedentes sobre la necesidad de determinar el valor de una raíz de argumento negativo se encuentran desde el tiempo de los griegos. En el siglo I a.C. Herón de Alejandría, físico y matemático, se vio involucrado, a través del diseño de una pirámide, en el cálculo de $\sqrt{81-144}$. La solución a la situación, evidenciada en su libro Stereometría, fue $7\frac{15}{16}$, lo que resulta ser una buena aproximación de $\sqrt{63}=\sqrt{144-81}$ (Green, 1976). De esa forma lo que Artigue, Deledicq y Kleiner parecen situar en el siglo XVI no es el primer encuentro con éste tipo de raíces, sino que, más bien, el inicio de la investigación formal y primeros resultados.

En esa línea es aceptado que el origen de los números complejos, inicialmente en términos de comenzar a utilizar a $\sqrt{-1}$ como un objeto matemático, se debe al interés por obtener el resultado de las ecuaciones de tercer grado y no por las de segundo grado. Es Del Ferro, a inicios del siglo XVI, el primero en dar la solución general:

$$x=\sqrt[3]{\frac{b}{2}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{\frac{b}{2}-\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$

Para ecuaciones de tercer grado de la forma $x^3+ax=b$, con a y b mayores que cero. De particular interés es el llamado "caso irreductible" $\left(\left(\frac{b}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{3}\right)^3\right)<0$ (nombre que le dio Jerome Cardano a éste caso que se generaba cuando a o b no eran mayores que cero) en que la solución de la ecuación de tercer grado está dada por la suma de la raíz cúbica de dos complejos conjugados. La solución general para éste tipo de casos lleva nuevamente a buscar la solución de raíces cuadradas de argumento negativo y por ello el nombre de irreductibles. Cardano, quien trata con expresiones negativas con menor temor que sus contemporáneos, en su obra *Ars Magna* es el primero en postular soluciones generales a ecuaciones de tercer y cuarto grado, sin quedarse solamente en los casos particulares y con la idea primitiva de la multiplicidad de las soluciones. En su obra plantea la solución a su famoso problema: separar en dos partes el número 10 y que el producto de esas dos partes sea 40. Ambas soluciones, alcanzadas a través de la ecuación de segundo grado $x^2 - 10x + 40 = 0$, involucran raíces de argumento negativo: $5 \pm \sqrt{-15}$. Cardano trabaja la expresión radical como cualquier otro número conocido para comprobar sus soluciones, con lo cual se convierte en el primero en operar con raíces de argumento negativo (Nahim, 2008).

Los discípulos de Cardano continuaron con su trabajo en torno a las raíces de argumento negativo, particularmente Bombelli y Ferrari. El primero en su obra Álgebra, a través del trabajo operativo con la expresión $\sqrt{-1}$ llega a la siguiente igualdad:

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} = 2 + \sqrt{-1}$$

Lo cual significó acercarse bastante a la moderna forma de operar. El segundo, utilizando como auxiliar una ecuación de tercer grado, logra resolver ecuaciones de cuarto grado (Bourbaki, 1976).

A principios del siglo XVII, Albert Girard propone a través de una manera poco rigurosa que el grado de la ecuación determina la cantidad de raíces que ésta tiene, siendo esta una de las primeras aproximaciones al teorema fundamental del álgebra. René Descartes también hizo referencia al teorema fundamental del álgebra postulando que algunas de las raíces podían ser números no reales, a este tipo de números los llamo imaginarios, siendo así el primero en utilizar dicho término (Kleiner, 1988).

El asombro que este tipo de números provocaba en algunos matemáticos al ver ciertas operaciones que con ellos se realizaban, se puede evidenciar en una carta enviada por Christian Huygens a Gottfried von Leibniz en 1673 en la cual se lee:

> The remark which you make concerning imaginary quantities which, however, when added together yield a real quantity, is surprising and entirely novel. One would never have believed that $\sqrt{1+\sqrt{-3}} + \sqrt{1-\sqrt{-3}}$ make $\sqrt{6}$ and there is something hidden therein which is incomprehensible to me. (Crossley, 1980, p.107)

En el siglo XVIII los números complejos fueron muy utilizados, siendo útiles incluso en la resolución de integrales, ya que tanto Leibniz como Johan Bernoulli hicieron uso de ellos en formas del siguiente estilo:

$$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \int \frac{1}{(x+ai)(x-ai)}dx$$

$$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = -\frac{1}{2ai}\int \left(\frac{1}{(x+ai)} - \frac{1}{(x-ai)}\right)dx$$

$$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = -\frac{1}{2ai}\left(log(x+ai) - log(x-ai)\right)$$

Esta forma de pensar dio paso a grandes controversias en relación a la existencia de logaritmos de números negativos y complejos, siendo una de ellas la que llevaron a cabo Leibniz y Bernoulli, ya que el primero estableció que $logi = 0$, basándose en que $2log(-1) = log(-1)^2 = log1 = 0$, por lo que $2logi = logi^2 = log(-1) = 0$. En cambio Bernoulli postulaba que $logi = \frac{i\pi}{2}$. Todo fue resuelto gracias a Leonard Euler quien demostró la identidad $e^{i\pi} = -1$, de donde se sigue que $i\pi = log(-1)$ y, dado que $logi = \frac{1}{2}log(-1)$, se tiene que $logi = \frac{i\pi}{2}$ (Euler, 1751). El mismo Euler fue el primero en hacer uso de la notación $i = \sqrt{-1}$ y en relacionar la exponencial compleja con funciones trigonométricas, estableciendo que $e^{ix} = cosx + isenx$. Euler se refería a los números imaginarios de la siguiente manera:

> Because all conceivable numbers are either greater than zero, less than zero or equal to zero, then it is clear that the square root of negative numbers cannot be included among the possible numbers.... And this circumstance leads us to the concept of such numbers, which by their nature are impossible and ordinarily are called imaginary or fancied numbers, because they exist only in the imagination. (Kline, 1972, p.594)

Johann Lambert y Jean D'Alembert utilizaron números complejos para el estudio de proyecciones y de hidrodinámica respectivamente. Además, D'Alembert, Joseph-Louis Lagrange y Euler hicieron uso de ellos intentado dar respuesta al teorema fundamental del álgebra, pero sus resultados fueron erróneos (Kleiner, 1988). La forma correcta de abordar el teorema fundamental del álgebra se consiguió gracias a Carl Friedrich Gauss, llamado el Principie de las Matemáticas, quien en su tesis Doctoral de 1797 dio la primera prueba correcta. A finales de 1825 afirmó que la verdad metafísica de $\sqrt{-1}$ es elusiva (Kline, 1972).

A finales del siglo XVIII la aceptación de los números complejos estaba dada con mayor fuerza en el área de la filosofía en contraposición con el área matemática, el uso de la razón en todos los ámbitos del saber, fue de cierta manera perturbador para ésta materia (Kleiner, 1988).

A comienzos del siglo XIX, académicos de la Universidad de Cambridge tenían ciertas interrogantes en relación a la lógica que imperaba sobre las operaciones realizadas con los números complejos, por lo que preguntas del tipo $¿\, ix2 = 2xi$? o $¿\, \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ para todo a y b negativo? no tenían respuestas del todo satisfactorias, por lo que ciertos matemáticos planteaban la necesidad de establecer reglas claras que rigieran el comportamiento de los números complejos, lo que ya habían demostrado gran utilidad para muchos (Kleiner, 1988).

Es sabido que los números complejos se pueden representar de forma geométrica como puntos en el plano. Las primeras investigaciones conocidas en relación a lo mencionado se deben a Caspar Wessel por sus estudios realizados en 1797, seguido por Jean-Robert Argand quien hace referencia a lo dicho en 1806. A pesar de las investigaciones realizadas por Wessel y Argand el mayor impacto lo consiguió Gauss quien en 1831 publicó sus representaciones geométricas de los números complejos. En 1833 se obtiene la primera definición rigurosa, basada en el álgebra, de los números complejos, gracias a Willian Rowan Hamilton, quien los define como pares ordenados de números reales. Luego en 1847, Agoustin-Louis Cauchy, entrega una definición fundamentada en los estudios de las clases de congruencia de enteros realizados por Gauss, en la cual establece a los números complejos como clases de congruencias de números reales (Kline, 1972).

Los misterios y la gran cantidad de dudas que provocaron los números complejos, a comienzos de la segunda mitad del siglo XIX se habitan disipado, aunque existen textos del siglo XX que seguían sin utilizarlos. Hoy los números complejos se usan en diferentes áreas de las matemáticas, tales como el álgebra, el análisis, la geometría y la teoría de números, por nombrar algunas (Kleiner, 1988).

2.1.2 Definición de Número Complejo.

La definición de los números complejos aceptada hoy en día, presente en Apostol (1977) y Spivak (1992), se debe a Hamilton, quien, en busca de darles una mayor independencia de la geometría, los define como el conjunto de pares ordenados de números reales. Como él mismo describe en 1853, tiempo después de establecer la definición:

> "Me […] sentía insatisfecho con cualquier postura que no les diera [a los imaginarios] desde el principio una interpretación clara y un *significado*; y deseaba que se hiciera esto, para las raíces cuadradas de los negativos, sin introducir consideraciones *tan expresamente* geométricas como las que están involucradas en el concepto de ángulo" (O'Neill, 1986 en Nahim, 2008)

El conjunto de los números complejos está dado por $\mathbb{C} = \{z = (a, b)/a \in \mathbb{R}\ y\ b \in \mathbb{R}\}$ en donde a se conoce como la parte real de z y b como la parte imaginaria de $z.$

Sean $z_1 = (a, b) \in \mathbb{C}\ y\ z_2 = (c, d) \in \mathbb{C}$, se define:

$$z_1 + z_2 = (a + c, b + d)$$

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd, ad + bc)$$

Se nota que

$$(a, 0) + (b, 0) = (a + b, 0 + 0) = (a + b, 0)$$

$$(a, 0) \cdot (b, 0) = (ab - 0 \cdot 0, a \cdot 0 + 0 \cdot b) = (ab, 0)$$

Esto muestra que los números complejos de la forma $(a, 0)$ se comportan respecto a la suma y multiplicación de números complejos de la misma manera que los números reales con respecto a la suma y multiplicación definidas para ellos, por lo que es conveniente acordar en denotar $(a, 0)$ solo por a (Spivak, 1992).

Se establece $i = (0,1)$, de donde se obtiene

$$i^2 = (0,1) \cdot (0,1) = (-1,0) = -1$$

Además

$$(a, b) = (a, 0) + (0, b) = (a, 0) + (b, 0) \cdot (0,1) = a + bi$$

2.1.3 Estándares Disciplinarios en relación a los Números Complejos.

El año 2010 el Centro de Modelamiento Matemático (CMM) de la Universidad de Chile por encargo del Ministerio de Educación a través del Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas (CPEIP), perteneciente al mismo ministerio, diseña los estándares pedagógicos y disciplinarios para matemática en la enseñanza media que sirven para orientar en el conocimiento y habilidades que el egresado de pedagogía debe poseer. Para este caso en una misma propuesta se unen el aspecto disciplinar y pedagógico, categorizados en 5 áreas: Sistemas Numéricos y Álgebra, Cálculo, Estructuras Algebraicas, Geometría y Datos y Azar.

En lo que hace relación a los números complejos, el primer estándar, perteneciente a Sistemas Numéricos y Álgebra, titulado *Es capaz de conducir el aprendizaje de los sistemas numéricos N, Z, Q, R y C*, hace claro nombramiento del conocimiento que debe tener un egresado en relación a este conjunto. Enseguida se detallan los 20 puntos precisados para este estándar:

1. Opera con números enteros y racionales y compara números racionales.
2. Comprende y demuestra propiedades relativas a las potencias de exponente racional.

3. Demuestra y aplica propiedades de la suma, el producto, la conjugación, el módulo y el argumento en C.
4. Aplica la fórmula de Moivre, para extraer raíces de números complejos y resolver ecuaciones en C.
5. Reflexiona sobre aspectos algebraicos de las extensiones de sistemas numéricos.
6. Comprende la evolución del concepto de número, conoce sus dilemas y controversias.
7. Reconoce errores frecuentes en la operatoria de números enteros y racionales.
8. Reconoce y se hace cargo de las fortalezas y debilidades de los alumnos y alumnas que recibe, respecto de las habilidades y conocimientos en sistemas numéricos.
9. Comprende la progresión con que se presentan los contenidos de sistemas numéricos en el currículo y su relación con los contenidos de otros ejes.
10. Planifica unidades de aprendizaje referidas a los contenidos de sistemas numéricos presentes en el currículo escolar.
11. Analiza y selecciona recursos para el aprendizaje de los sistemas numéricos.
12. Planifica clases sobre la estructura y las operaciones de los números enteros.
13. Utiliza problemas para hacer surgir la necesidad de realizar cálculos en diferentes sistemas numéricos y para comparar estrategias de cálculo.
14. Es capaz de gestionar la clase para introducir las operaciones y propiedades de los números complejos.
15. Es capaz de realizar actividades orientadas a que los estudiantes interpreten las operaciones de números complejos en términos de transformaciones geométricas.
16. Elabora problemas que involucran operatoria de números racionales.
17. Elabora instrumentos que le permitan diagnosticar el desempeño de sus estudiantes en la operatoria de los distintos sistemas numéricos.
18. Elabora descriptores de criterios de evaluación para el aprendizaje de sistemas numéricos presentes en el currículo.
19. Conoce y reflexiona sobre resultados de investigación recientes derivados de la neurociencia y su aplicación a los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

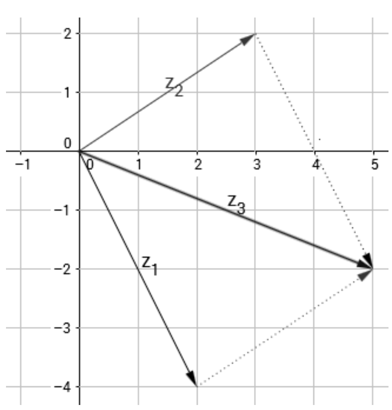
20. Conoce y reflexiona sobre modelos recientes de enseñanza y aprendizaje provenientes de la sicología cognitiva y su aplicación a la Matemática.
(MINEDUC, 2012, p.93)

En la exposición de los puntos para este estándar se evidencia un sesgo algebraico y geométrico (puntos 3, 4, 5, 6, 14 y 15) en lo referente a los números complejos, sin una presencia fehaciente del requerimiento de que el docente deba conocer qué situaciones se pueden modelar con los números complejos, ello a pesar de que el docente debe llevar la modelación al aula y buscar promover el pensamiento, procesando información de la realidad y profundizando su comprensión (MINEDUC, 2009).

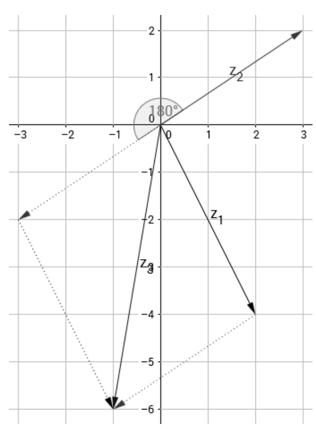
2.2 Fenómenos.

2.2.1 Vectores en el Plano Complejo

La representación vectorial de un número complejo es bastante utilizada en la matemática escolar, gracias a ella se logra establecer un vínculo directo con la geometría ya que la aritmética de este tipo de números puede ser interpretada a través de la manipulación de vectores. Para ejemplificar lo antes señalado, considerando $z_1 = 2 - 4i$ y $z_2 = 3 + 2i$, claramente $z_1 + z_2 = 5 - 2i$, resultado que se puede obtener geométricamente utilizando la llamada regla del paralelogramo. Si se pretende conseguir $z_1 - z_2 = -1 - 6i$, primero se realiza una rotación en 180° al vector z_2 y luego se aplica la regla antes mencionada.



$z_3 = z_1 - z_2$



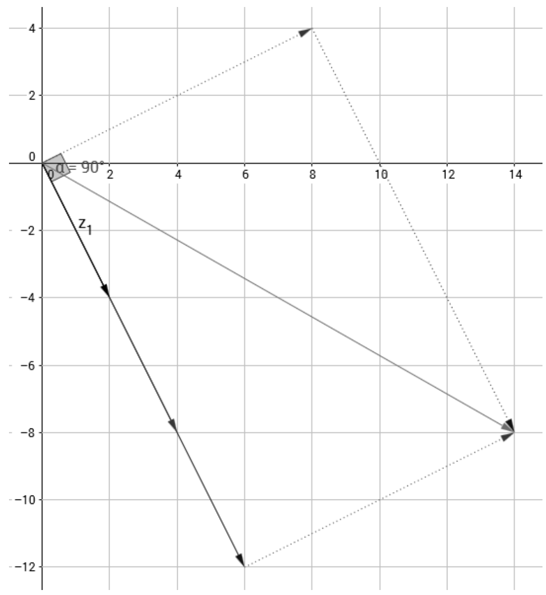
$z_3 = z_1 + z_2$

El caso de la multiplicación es bastante llamativo ya que permite observar cómo ideas básicas se pueden trasladar hacia objetos de mayor complejidad. Tomando

$$z_2 \cdot z_1 = (3 + 2i)(2 - 4i)$$

$$z_2 \cdot z_1 = 3(2 - 4i) + 2i(2 - 4i)$$

el primer sumando indica que la amplitud del vector z_1 debe extenderse tres veces y el segundo indica que debe ampliarse dos veces y rotar en 90° debido a que esta multiplicado por i. Luego, aplicando la regla del paralelogramo se puede establecer geométricamente el resultado de la multiplicación efectuada, la figura siguiente lo muestra.



La utilización de números complejos desde su forma vectorial ha dado respuesta a un interesante problema planteado por Gamow (1988), en el que se describe la propiedad rotacional de i. La problemática estudiada señala que un joven ha encontrado un antiguo pergamino con las siguientes indicaciones:

> Navegad hasta ____ de latitud norte y ____ de longitud este, donde encontrareis una isla desértica. Ahí yace un largo prado en la ribera del norte de la isla, donde se yerguen, solitarios, un roble y un pino. También ahí veréis un viejo cadalso, en el cual alguna vez colgamos a los traidores. Caminad desde la horca hacia el roble, contando vuestros pasos. Al llegar al roble, doblad a la *derecha*, en ángulo recto, y seguid caminando el mismo número de pasos. Clavad ahí una varilla en la tierra. Regresad entonces al cadalso y caminad hasta el pino, contando vuestros pasos. En el pino debéis doblar a la *izquierda*, en ángulo recto, y dar el mismo número de pasos; ahí debéis clavar otra varilla en la tierra. Si excaváis a mitad de camino entre las dos varillas, encontrareis el tesoro. (Nahim, 2008, p.108)

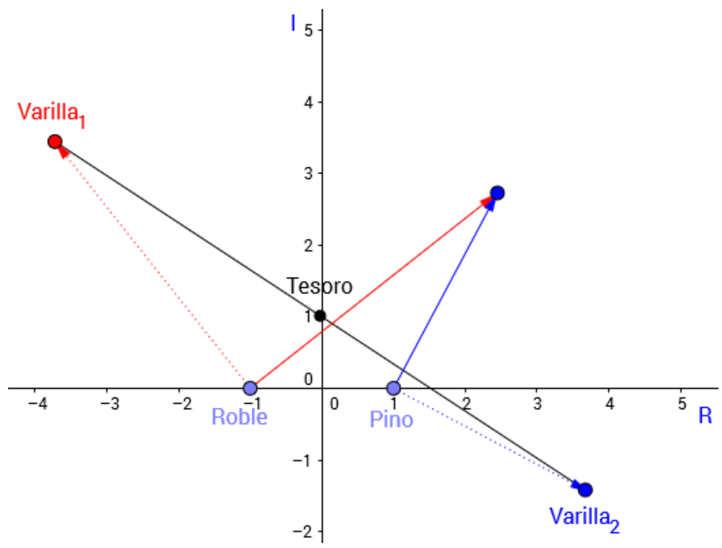
El joven motivado por la idea de hacerse dueño del tesoro sigue las instrucciones, pero se encuentra con la sorpresa de que en la isla ya no existe la horca, ni indicios que permitan establecer su posición, por lo que, desmotivado, vuelve a su hogar con las manos vacías. (Nahim, 2008)

Analizando el problema: Sea $a + bi$ la posición de la horca, se sitúa el roble y el pino en las coordenadas $(-1,0)$ y $(1,0)$ del plano complejo, respectivamente. En consecuencia, el vector que describe la distancia entre la horca y el roble está dado por $(a + 1) + bi$, y como se debe girar en 90° hacia la derecha se multiplica por i obteniendo $(a + 1)i - b$, lugar donde se clava la primera varilla.

En la situación con respecto al pino se tiene que el vector que indica la distancia entre él y la horca es $(a - 1) + bi$, y como se debe girar hacia la izquierda en 90° se multiplica por $-i$ consiguiendo $-(a - 1)i + b$, lugar donde se sitúa la segunda varilla. Debido a que el tesoro está ubicado en la mitad del segmento que une ambas estacas, se tiene:

$$\frac{(a + 1)i - b - (a - 1)i + b}{2} = \frac{ai + i - ai + i}{2} = i$$

Entonces, la posición del tesoro no depende de la ubicación de la horca, ya que está ubicado sobre el eje imaginario a una unidad del origen.



2.2.2 Tiempo Imaginario

La siguiente aplicación de los números complejos se hace presente en la teoría de la relatividad especial del Albert Einstein. Al situar a una persona que no está sometida a aceleración en el origen del espacio, la cual puede ver la posición de dos eventos que ocurren en él, uno de esos eventos queda determinado por las coordenadas (x_1, y_1, z_1) y el otro por las coordenadas (x_2, y_2, z_2). Utilizando el teorema de Pitágoras se sabe que la distancia cuadrática entre ellos es:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2$$

Si la distancia entre los eventos es muy pequeña se puede establecer

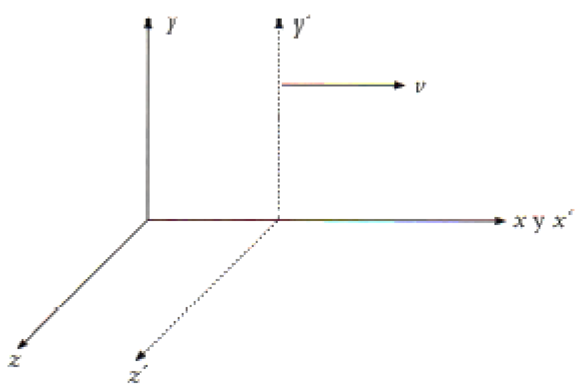
$$d^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2$$

Luego, es claro que, si se realizan traslaciones o rotaciones a los ejes generando un nuevo sistema de referencia determinado por x', y' y z', la distancia entre los eventos no se altera ya que ésta es invariante con respecto a cambios en los sistemas coordenados, por lo que:

$$d^2 = d'^2 = (dx')^2 + (dy')^2 + (dz')^2$$

Al suponer que la persona parada en el origen además registra el tiempo en el que ocurren los eventos, se obtiene un vector de cuatro coordenadas (x, y, z, t) entre los eventos, lo que traslada la situación al espacio-tiempo de cuatro dimensiones.

Considerando a otra persona que se mueve a velocidad constante con respecto a la que se encuentra en reposo, solo en dirección del eje x y considerando a ésta como el origen de un nuevo sistema coordenado denotado por x', y', z' como muestra la figura



Se tiene que $y = y', z = z'$ y, gracias a las transformaciones de Lorentz, se logra establecer que:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \qquad \text{y} \qquad t' = \frac{x - vx/c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Donde c es la velocidad de la luz.

Ahora considerando la distancia en un espacio-tiempo de cuatro dimensiones, a lo que los físicos se refieren como intervalo de eventos, y tomando una componente temporal dada por $\sqrt{-1}c(dt) = ic(dt)$ se logra establecer que la métrica asociada a éste, conocida como *espacio temporal,* dada por:

$$d^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 + i^2c^2(dt)^2$$

Es invariante bajo la transformación de coordenadas, por lo que

$$d^2 = d'^2 = (dx')^2 + (dy')^2 + (dz')^2 + i^2c^2(dt')^2$$

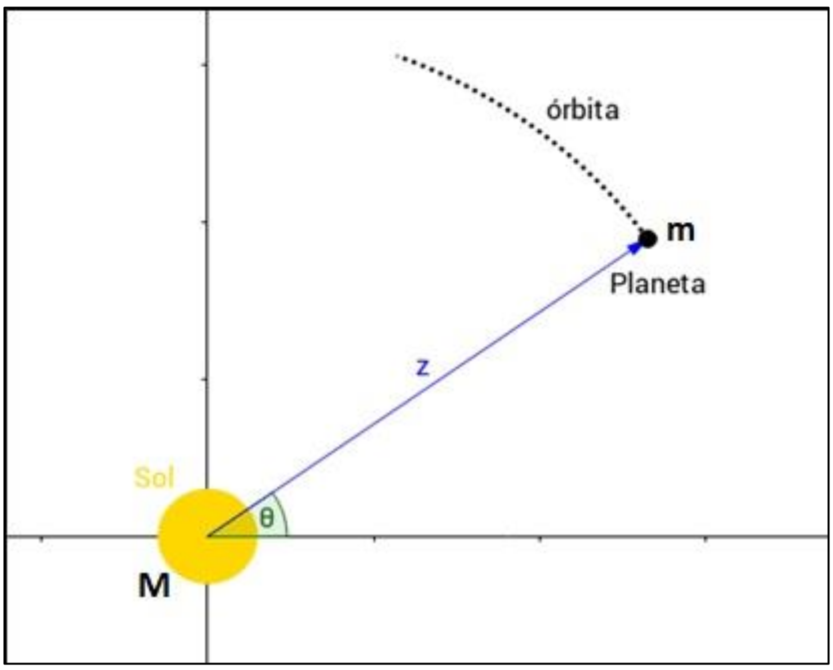
2.2.3 Leyes de Kepler

Al estudiar el movimiento de los planetas en relación al sol Kepler estableció tres leyes fundamentales, estas son:

1. Los planetas se mueven alrededor del sol describiendo órbitas elípticas, donde el sol se corresponde con uno de sus focos.
2. El radio vector que une al sol con el planeta, barre áreas iguales en tiempos iguales.
3. El cuadrado del periodo de la órbita es directamente proporcional con el cubo del semieje mayor de dicha órbita.

Para demostrar las afirmaciones anteriores se utilizaran exponenciales complejas.

Comenzando con la segunda ley descrita, al situar al sol de masa M en el origen del sistema coordenado y al considerar como *m* a la masa del planeta que se mueve determinado por un vector *z* alrededor de éste, como muestra la figura



Se tiene que $z = re^{i\theta}$donde r y θ dependen del tiempo, siendo r igual al módulo de z.

Debido a que $v = \frac{dz}{dt}$ se puede establecer que

$$v = \frac{dr}{dt}e^{i\theta} + ire^{i\theta}\frac{d\theta}{dt}$$

$$v = \left(\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt}\right)e^{i\theta}$$

Y como $a=\frac{dv}{dt}$ se puede determinar que

$$a=\frac{d^2r}{dt}e^{i\theta}+i\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}e^{i\theta}+ir\frac{d^2\theta}{dt}e^{i\theta}+i\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}e^{i\theta}+i^2r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2e^{i\theta}$$

$$a=\left(\frac{d^2r}{dt}+2i\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+ir\frac{d^2\theta}{dt}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)e^{i\theta}$$

Gracias a la ley gravitacional de Newton se sabe que

$$|F|=G\frac{Mm}{r^2}$$

Siendo G la constante de gravitación.

Dado que el vector de la fuerza atractiva que ejerce el sol sobre el planeta F debe apuntar hacia el origen se puede escribir $F=-G\frac{Mm}{r^2}e^{i\theta}$, ya que $-e^{i\theta}$ tiene magnitud unitaria.

Se considera que la masa de los planetas no cambia, en consecuencia, nuevamente gracias a Newton, se tiene que

$$F=ma\Rightarrow a=\frac{F}{m}\Rightarrow a=-G\frac{M}{r^2}e^{i\theta}$$

Con el objetivo de simplificar los cálculos se supone que todo está en relación a la superficie del sol, denotando como R a la distancia desde dicha superficie hasta el centro sol, luego

$$mg=G\frac{Mm}{R^2}e^{i\theta}\Rightarrow G=\frac{gR^2}{M}$$

En consecuencia

$$a=-\frac{gR^2}{M}\frac{M}{r^2}e^{i\theta}$$

$$a=-\frac{gR^2}{r^2}e^{i\theta}$$

Donde es claro que $r>R.$

Por lo hecho anteriormente se establece que

$$a=\left(\frac{d^2r}{dt}+2i\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+ir\frac{d^2\theta}{dt}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right)e^{i\theta}=-\frac{gR^2}{r^2}e^{i\theta}$$

$$\frac{d^2r}{dt}+2i\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+ir\frac{d^2\theta}{dt}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=-\frac{gR^2}{r^2}$$

De esta manera se obtienen dos ecuaciones diferenciales, una determinada por la parte real y otra por la parte imaginaria, así se tiene

$$2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r\frac{d^2\theta}{dt}=0$$

$$\frac{d^2r}{dt}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=-\frac{gR^2}{r^2}$$

Para resolver la primera ecuación, en primer lugar se multiplica por r, entonces

$$2r\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}+r^2\frac{d^2\theta}{dt}=0$$

Lo que es equivalente a

$$\frac{d}{dt}\left(r^2\frac{d\theta}{dt}\right)=0$$

Al integrar lo anterior se obtiene $r^2\frac{d\theta}{dt}=C_1$, donde C_1es una constante.

El resultado obtenido muestra la segunda ley de Kepler. Para notar que esto ocurre se supone que el planeta en un diferencial de tiempo dt recorre un ángulo dado por $d\theta$, de esta manera la distancia por éste recorrida esta dada por $rd\theta$, dado que r es prácticamente constante sobre dt el diferencial de área da determinado por la longitud r desde el sol a la tierra toma la forma de un estrecho triángulo por lo que

$$da=\frac{1}{2}r(rd\theta)\Rightarrow da=\frac{1}{2}r^2d\theta$$

Y en consecuencia

$$\frac{da}{dt}=\frac{1}{2}r^2\frac{d\theta}{dt}\Rightarrow\frac{da}{dt}=\frac{1}{2}C_1$$

Donde claramente $\frac{1}{2}C_1$es una constante.

Para demostrar la primera ley de Kepler se asume que el planeta describe una órbita en torno al sol en sentido opuesto a las manecillas del reloj, de esta forma $C_1>0$.

De la última expresión encontrada se logra evidenciar que

$$\frac{1}{r^2}=\frac{1}{C_1}\frac{d\theta}{dt}$$

Al remplazar esta expresión en

$$a=-\frac{gR^2}{r^2}e^{i\theta}$$

Se logra establecer que

$$a=-gR^2\frac{1}{C_1}\frac{d\theta}{dt}e^{i\theta}$$

Al integrar la ecuación anterior se obtiene

$$v=gR^2\frac{1}{C_1}ie^{i\theta}+iC_2e^{i\theta_0}$$

Donde iC_2 es una constante de integración elegida convenientemente en la cual C_2es mayor que 0. Luego, como se determinó en un principio

$$v = \left(\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt}\right)e^{i\theta}$$

Por lo que al igualar las expresiones encontradas se establece que

$$\left(\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt}\right)e^{i\theta} = gR^2\frac{1}{C_1}ie^{i\theta} + iC_2$$

Al multiplicar por $e^{-i\theta}$ queda

$$\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt} = gR^2\frac{i}{C_1} + iC_2e^{-i\theta}$$

Como $e^{-i\theta} = cos(\theta) - isen(\theta)$, se obtiene que

$$\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt} = gR^2\frac{i}{C_1} + iC_2\big(cos(\theta) - isen(\theta)\big)$$

$$\frac{dr}{dt} + ir\frac{d\theta}{dt} = gR^2\frac{i}{C_1} + iC_2cos(\theta) + C_2sen(\theta)$$

De donde se determinan dos ecuaciones diferenciales, dadas por

$$\frac{dr}{dt} = C_2sen(\theta)$$

$$r\frac{d\theta}{dt} = \frac{gR^2}{C_1} + C_2cos(\theta)$$

Pero debido a que se encontró, gracias a la primera ley de Kepler, que $r^2\frac{d\theta}{dt} = C_1$se tiene que $\frac{d\theta}{dt} = \frac{C_1}{r^2}$, lo que al remplazar en la ecuación diferencial determinada por la parte imaginaria entrega que

$$\frac{C_1}{r} = \frac{gR^2}{C_1} + C_2cos(\theta)$$

De donde se obtiene

$$\frac{C_1}{r} = \frac{gR^2 + C_1C_2cos(\theta)}{C_1}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{gR^2 + C_1C_2cos(\theta)}{{C_1}^2}$$

$$r = \frac{{C_1}^2}{gR^2 + C_1C_2cos(\theta)}$$

$$r = \frac{\frac{{C_1}^2}{gR^2}}{1 + \frac{C_1C_2}{gR^2}cos(\theta)}$$

Definiendo $\frac{C_1 C_2}{gR^2}$ como la excentricidad, se obtiene que el radio vector describe una órbita elíptica, en la cual el sol es un foco.

Notar que cuando $\theta = 0$ el coseno alcanza su valor máximo, por lo que el radio vector toma su valor mínimo, esto quiere decir que el planeta está ubicado a la menor distancia del sol que puede encontrarse, fenómeno conocido como perihelio. Por el contrario si $\theta = \pi$ el coseno toma su valor mínimo, en consecuencia el radio vector toma su valor máximo, por lo que el planeta está ubicado a la distancia máxima que puede encontrarse del sol, fenómeno llamado afelio.

Finalmente para establecer la tercera ley de Kepler, se asume que la excentricidad del planeta es igual a 0, solo para simplificar los cálculos ya que el siguiente resultado también es verdad si dicha excentricidad es distinta de 0. Al asumir lo antes señalado la órbita pasa de ser elíptica a circular, en donde

$$r = \frac{{C_1}^2}{gR^2} \Rightarrow {C_1}^2 = gR^2 r$$

Al denotar como T al tiempo que se demora el planeta en recorrer la órbita circular, este queda determinado por

$$T = \int_0^{2\pi} dt$$

Y como $dt = \frac{r^2}{C_1} d\theta$ se logra establecer que

$$T = \int_0^{2\pi} \frac{r^2}{C_1} d\theta$$

$$T = \frac{r^2}{C_1} \int_0^{2\pi} d\theta$$

Y como ${C_1}^2 = gR^2 r$ se tiene

$$T = 2\pi \frac{r^2}{C_1} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \frac{r^4}{{C_1}^2}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^4}{gR^2 r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{gR^2} r^3$$

Lo que demuestra la tercera ley de Kepler.

2.2.4 La ilusión del retroceso

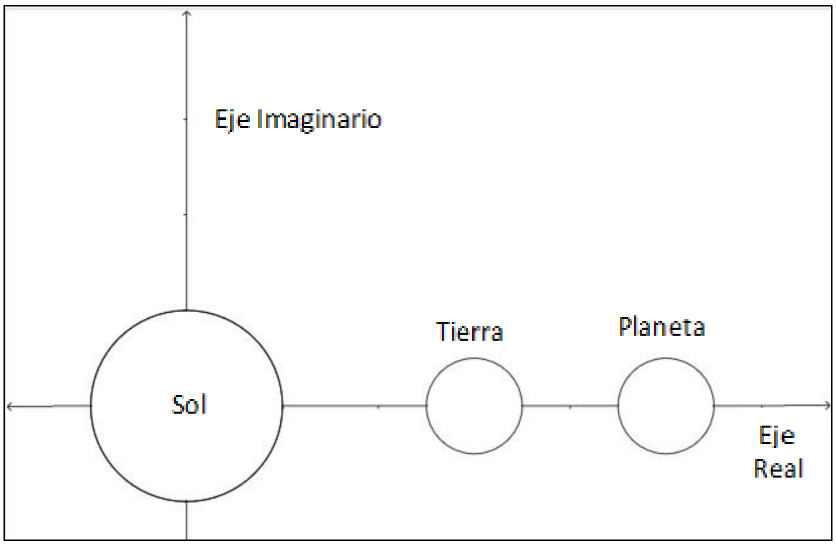
El fenómeno que a continuación se describirá cautivó a los antiguos astrónomos griegos, los que al observar desde la tierra a un planeta veían que existía un momento en el cual éste retrocedía. Para explicar por qué ocurre tal ilusión óptica se utilizaran exponenciales complejas.

Al situar al sol en el origen de un plano complejo y, con el objetivo de simplificar los cálculos, al asumir que tanto el planeta contemplado, ubicado a d unidades astronómicas del sol con un período igual a $\frac{1}{p}$, y la tierra describen una órbita circular situada en un mismo plano, en el cual, en el tiempo $t = 0$, tanto la tierra como el planeta pasan por el eje real positivo, se puede establecer que el vector posición de la tierra, ubicada a una unidad astronómica del sol, está dado por

$$\vec{t} = e^{i2\pi t}$$

Y el del planeta por

$$\vec{p} = de^{i2p\pi t}$$



Es claro que $p > 0$ ya que de no ser así el planeta rotaría en torno al sol en sentido contrario al de la tierra.

Al definir el vector posición del planeta mirado desde la tierra como $r(t)e^{i\beta(t)}$ y al asumir que la distancia del planeta al sol es mayor que la distancia del sol a la tierra, se tiene que:

$$r(t)e^{i\beta(t)} = de^{i2p\pi t} - e^{i2\pi t}$$

Es evidente que la distancia entre el planeta y la tierra depende del tiempo.

Para que ocurra la ilusión óptica antes descrita $\frac{d\beta}{dt}$ debe cambiar de signo, en consecuencia para conseguir dicha expresión se toma

$$ln\left(re^{i\beta}\right) = ln(r) + i\beta$$

Al derivar con respecto al tiempo la ecuación anterior se obtiene

$$\frac{1}{(re^{i\beta})}\frac{d\left(re^{i\beta}\right)}{dt} = \frac{1}{r}\frac{dr}{dt} + i\frac{d\beta}{dt}$$

$$\frac{di2p\pi e^{i2p\pi t} - i2\pi e^{i2\pi t}}{de^{i2p\pi t} - e^{i2\pi t}} = \frac{1}{r}\frac{dr}{dt} + i\frac{d\beta}{dt}$$

Al multiplicar el lado izquierdo de la expresión por

$$\frac{de^{-i2p\pi t}-e^{-i2\pi t}}{de^{-i2p\pi t}-e^{-i2\pi t}}$$

La ecuación queda

$$\frac{i2pd^2\pi - i2pd\pi e^{-i2\pi t(1-p)} - i2d\pi e^{i2\pi t(1-p)} + i2\pi}{1+d^2-d(e^{-i2\pi t(1-p)}+e^{i2\pi t(1-p)})} = \frac{1}{r}\frac{dr}{dt} + i\frac{d\beta}{dt}$$

Luego, al utilizar

$$e^{i\alpha} = cos(\alpha) + isen(\alpha) \quad \text{y} \quad e^{-i\alpha} = cos(\alpha) - isen(\alpha)$$

Y al tomar solo la parte imaginaria ya que $\frac{d\beta}{dt}$ queda determinada por ella, se logra establecer que

$$\frac{d\beta}{dt} = 2\pi\frac{1+pd^2-(pd+d)cos\big(2\pi t(1-p)\big)}{1+d^2-2cos\big(2\pi t(1-p)\big)}$$

Gracias a la tercera ley de Kepler se sabe que $\left(\frac{1}{p^2}\right) = d^3$, y al determinar ciertas equivalencias a partir de la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{d\beta}{dt} = 2\pi\frac{1+\sqrt{d}-\left(d+\frac{1}{\sqrt{d}}\right)cos\big(2\pi t(1-p)\big)}{1+d^2-2cos\big(2\pi t(1-p)\big)}$$

Debido a que para todo $d \neq 1$ la expresión $1+d^2-2cos\big(2\pi t(1-p)\big) > 0$, se tiene que $\frac{d\beta}{dt}$ cambia de signo solo cuando $1+\sqrt{d}-\left(d+\frac{1}{\sqrt{d}}\right)cos\big(2\pi t(1-p)\big)$ cambia de signo, lo que es equivalente a encontrar las soluciones de:

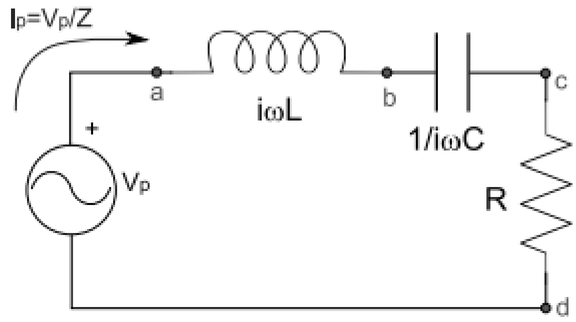
$$1+\sqrt{d}-\left(d+\frac{1}{\sqrt{d}}\right)cos\big(2\pi t(1-p)\big) = 0$$

$$cos\big(2\pi t(1-p)\big) = \frac{d+\sqrt{d}}{1+d\sqrt{d}}$$

Dado que la expresión del lado derecho es menor que uno para todo $d > 0$, se obtiene que para la ecuación anterior existen soluciones, por lo que habrá un momento en el cual al observar el planeta desde la tierra parecerá que este retrocede.

2.2.5 Ingeniería Eléctrica

Para mostrar la utilización de los números complejos en la ingeniería eléctrica se tomara un circuito compuesto por un capacitor C, una inductancia L y una resistencia R, en el cual existe una fuente sinusoidal, de frecuencia ω y valor de voltaje máximo V, como muestra el siguiente circuito



Debido a que la impedancia Z de:

a) Una resistencia es equivalente a la misma resistencia, es decir, Z=R.
b) Una inductancia es $i\omega L$
c) Un capacitor es $-\frac{i}{\omega \, C}$

Se tiene que la impedancia del circuito está dada por

$$Z = R + \, i\omega L - \frac{i}{\omega \, C} \;=> Z = R + i(\omega L - \, \frac{1}{\omega \, C})$$

Para obtener la intensidad I, se divide el voltaje por la impedancia obtenida, luego

$$I = \frac{V}{R + i(\omega L - \;\; 1/(\omega \, C))}$$

Como la intensidad depende del tiempo t y solo la parte real de ella tiene sentido físico, se obtiene:

$$I(t) = Re\{Ie^{i\omega t}\}$$

Escrita en forma polar se tiene

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \; 1/(\omega \, C)^2}} \cos(\omega t - \theta)$$

Como ya se conoce la intensidad del circuito entonces se puede calcular el voltaje entre los puntos a y b y entre b y d, el cual también depende del tiempo. Tomando la impedancia entre a y b, se obtiene Z_{ab}= $i\omega L$, de donde

$$|Z_{ab}| = \; \omega L$$

$$Arg(Z_{ab}) = \frac{\pi}{2}$$

Por lo que

$$V_{ab} = \frac{V\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \; 1/(\omega \, C)^2}} \cos(\omega t - \theta + \frac{\pi}{2})$$

Que corresponde a la parte real del número complejo escrito en forma polar.

Dado que para el caso de las señales sinusoidales el voltaje rms, es decir el voltaje eficaz, se encuentra utilizando

$$V_{abrms} = \frac{V_{abmax}}{\sqrt{2}}$$

Se tiene

$$V_{abrms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega\, C)^2}}$$

Para la impedancia entre b y d, se tiene que $Z_{bd} = R - \frac{i}{\omega C}$, luego

$$|Z_{bd}| = \sqrt{R^2 + (1/(\omega\, C)^2}$$

$$Arg(Z_{bd}) = \beta = Arctg(\frac{1}{\omega RC})$$

En consecuencia

$$V_{bd} = \frac{V\sqrt{R^2+(1/(\omega\, C)^2}}{\sqrt{R^2+(\omega L - 1/(\omega\, C)^2}} \cos(\omega t - \theta + \beta\,)$$

De donde se sigue

$$V_{bdrms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega\, C})^2}}{\sqrt{R^2+(\omega L - \frac{1}{\omega\, C})^2}}$$

Los capacitores y las inductancias son utilizadas en muchos fenómenos eléctricos, siendo algunos de estos: filtros de circuitos de radios y TV, circuitos temporizadores, arranque de motores, bobinas de electroimanes con CD, filtros de líneas telefónicas, entre otros.

2.2.6 Fractales

Los fractales son objetos geométricos que tienen como una de sus particularidades más importantes la auto-similitud. A través de ellos se puede describir la naturaleza. Su precursor fue Benoit Mandelbrot con libros como: Los Objetos Fractales y la Geometría de la Naturaleza

Uno de los fractales más famosos es el conjunto de Julia, el cual, para definirlo primero se hace referencia a la definición de un punto periódico repelente. (Rubiano, 1996).

Sea $f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ y $z \in \mathbb{C}$, entonces z es un punto periódico de f si $f \circ f \circ f \circ \ldots \circ f(z) = f^p(z) = z$, para cierto $p \geq 1$

Al tomar $|(f^p)'(z)| = \lambda$ con $\lambda > 1$ se tiene que z es un punto periódico repelente.

Con lo antes señalado se puede definir el conjunto de Julia como

$$J(f) = cl\ (z \in \mathbb{C}/z\ \text{es un punto periódico repelente})$$

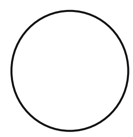
Donde cl es la clausura del conjunto.

Al considerar la función $f(z) = z^2$ los puntos periódicos están dados por $z^{2p} = z$.

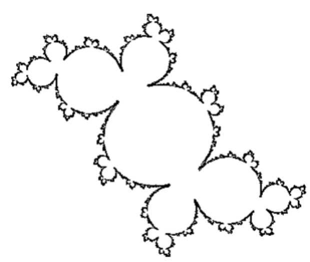
Si $z \neq 0$ entonces $z^{2p-1} = 1$, por lo que z es una raíz de la unidad y, en consecuencia $|z| = 1$. Además $|(f^p)'(z)| = 2^p|z|^{2p-1} = 2^p > 1$. Para el caso $z = 0$ se puede verificar que este punto no es repelente por lo que no pertenece al conjunto de Julia.

Por lo tanto se tiene que $J(f) \subseteq cl(z \in \mathbb{C}/|z| = 1)$ y al tomar la clausura se logra obtener $J(f) = (z \in \mathbb{C}/|z| = 1)$

La gráfica para el conjunto de Julia bajo la función dada es



Al utilizar $f(z) = e^{\frac{2i\pi}{3}}z + z^2$ se obtiene gráficamente



Las aplicaciones de los objetos fractales son amplias, aportan a muchas áreas del saber por lo que físicos, químicos, biólogos, fisiólogos, economistas, etc., los utilizan en sus investigaciones, ya que gracias a estos han podido reformular viejos problemas, y tratar problemáticas de gran dificultad de forma muy simplificada (Talanquer, 2011).

2.3 Sentido.

El término *sentido* es usado tanto en el cotidiano como en la literatura en general y en áreas específicas del saber, tales como la filosofía, semiótica, sociología y la Didáctica de la Matemática.

El término, de carácter polisémico, acepta 12 acepciones (Real Academia Española, 2016), las cuales, al ser utilizadas recurrentemente en el cotidiano posibilita la confusión y ello, como consecuencia, dificulta el estudio sobre cada una de ellas en sí misma.

En Didáctica de la Matemática no es nuevo y el cuestionamiento sobre él ha venido ya desde Brousseau: “¿No será, por caso, que existe una “variedad didáctica” del concepto de *sentido*, específica para la matemática, jamás estudiada, jamás evidenciada hasta ahora, en lingüística o en psicología?” (Brousseau, 1981 en D´Amore, 2005, p.3).

Con ello surge como relevante el estudiar *sentido* desde la especificidad de la Didáctica de la Matemática con base en la variedad de acepciones que el término acepta y, como en este estudio se tratará, en su relación con el estudiante y a los fenómenos que éste puede utilizar para dotar de sentido a su actividad matemática.

2.3.1 Uso del término.

Una revisión del uso de éste término deriva en evidenciar su empleo en distintas áreas del saber: la filosofía y metafísica confundían sentido con ser, relacionando directa y unívocamente un término con el otro (Ferrater Mora, 2014). La investigación fenomenológica, por su parte, ha llevado a concebir distintas formas de entender éste término que, siguiendo al mismo autor, "no puede sin más confundirse con la significación de un término o de una proposición" (p.322). Seguidamente detalla un elenco de distintas formas de entender sentido desde la fenomenología: semántico, estructural o eidético, fundamental o lógico y de motivación. Otras referencias, en las que se utiliza el término sentido, enriqueciendo la forma de entenderlo, son: en filosofía Jean Grondin, en el marco del ensayo filosófico sobre el sentido de la vida, lo describe como la dirección de un movimiento, como un significante, como una capacidad de sentir y como una capacidad de juzgar. Para este autor "algo que carece de sentido no se sostiene, no sostiene y no va a ninguna parte." (Grondin, 2005, p.43); Olave (2006), en el marco del aprendizaje del inglés, detalla que el sentido es un elemento subjetivo, pues es el propio sujeto quien dota de sentido a una acción, pero que se construye en la interacción con otros y negociación de significados. Por tanto el sentido no es creado por el sujeto, sino que es una interiorización de procesos sociales con otros sujetos; Desde la semiótica se suele entender sentido como connotación, la cual obtiene valor en cuanto se comprenda, en el respectivo código, la denotación (Eco, 2005). De esta forma una connotación puede ser re-interpretada cada vez que se vuelva estable, creándose así un nuevo funtivo con función semiótica propia; Desde la sociología Berger y Luckmann (1996) ensayan sobre la crisis de sentido en el marco de la modernidad y el pluralismo que lleva a las instituciones históricamente depositarias de sentido a convertirse en oferentes entre muchas otras disponibles para ser elegidas. Para los autores *sentido* es una forma compleja de conciencias referida siempre a algo.

2.3.2 Sentido y Fenómenos en Didáctica de la Matemática

En Didáctica de la Matemática se utiliza el término sentido de variadas maneras. Desde el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento Matemático se habla de *sentido numérico*, entendido como "la comprensión general que tiene una persona sobre los números y operaciones junto con la capacidad para usar esta comprensión de manera flexible para emitir juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles para resolver problemas complejos." (Godino *et al.*, 2009, p.118). En el marco de un estudio del significado personal e institucional, iniciado por Chevallard, Godino y Batanero (1994) detallan que una práctica personal tiene sentido (aunque sentido sea referido como "práctica significativa") cuando "para la persona, esta práctica desempeña una función para la consecución del objetivo en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas." (p.9). Finalmente, en el contexto de estudiar objetos matemáticos, sentido, significados, transformaciones y cómo éstas modifican el sentido, D´Amore (2006) señala que "tanto el objeto como las transformaciones semióticas son el resultado de prácticas compartidas, los resultados de las transformaciones pueden necesitar de otras atribuciones de sentido gracias a otras prácticas compartidas" (p.191).

Desde los años setenta del siglo pasado nace una corriente llamada Matemática Realista de la mano de Hans Freudenthal el cual, criticando la enseñanza de la matemática tradicional, coloca su mirada en la realidad y en los fenómenos como medios necesarios para la enseñanza, oponiendo a la concepción de la educación matemática como un producto la de la educación matemática como una actividad (Díaz, 2002). Difundida están las palabras con las que Freudenthal explica sus motivaciones: "¿Cómo crear contextos adecuados para poder enseñar matematizando? [...] necesitamos problemas matemáticos que tengan un contexto significativo para los estudiantes" (Freudenthal, 1981, p.139, en Arrieta y Díaz, 2015, p.24).

El cómo la realidad y los fenómenos se relacionan lo ilustra Giannini (2006), que en su historia de la filosofía ofrece una explicación de esa relación en el marco de un apartado sobre el filósofo Husserl y la fenomenología: "Si 'realidad' significa aquello que subsiste en sí e *independiente* de cualquier observador, 'fenómeno', en cambio, - en sentido general y no solo para Husserl - es aquello de lo que puede dar testimonio un observador, lo que aparece ante él" (p.337).

Alsina (2007) señala siete distintas realidades artificiales que están presentes en libros de texto, a saber: realidades falseadas y manipuladas, inusuales, caducas, lejanas, ocultas, no adecuadas e inventadas. Todas ellas no ayudan a configurar un estudiante activo en su aprendizaje ni a entender el mundo. La ventaja de dar relevancia a los fenómenos radica en algo que Alsina deja ver claramente: a través de ellos la realidad es susceptible de ser modelada. Ello en la matemática realista de Freudenthal corresponde con matematizar, lo cual da sustento empírico, aunque sea sólo a nivel discursivo, del contenido matemático que está en juego.

En la línea de modelar fenómenos Arrieta y Díaz (2015) presentan una propuesta, basada en la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, en la que modelar se entiende como “una práctica de articulación de dos entes, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo” (p.35), bajo el antecedente de la separación existente entre la escuela y su entorno, lo que crear lugares artificiales alejados del cotidiano del estudiante o sin razón de ser.

Cabe señalar que el currículum de matemática desde el séptimo año de escolaridad demanda desarrollar cuatro habilidades en el aula, a saber: Representar, Resolver Problemas, Argumentar-Comunicar y Modelar, las cuales son necesarias para desarrollar pensamiento matemático, entendiéndolo como “una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas” (MINEDUC, 2013, p.4).

2.3.3 Aprendizaje Significativo y Sentido

Desde la psicología educativa y al alero del paradigma constructivista surgió en la segunda mitad del siglo XX el llamado aprendizaje significativo propuesto por David Ausubel. En términos muy generales el aprendizaje significativo es “aquél en el que ideas expresadas simbólicamente interactúan de manera sustantiva y no arbitraria con lo que el aprendiz ya sabe” (Moreira, 2012, p.30), poniendo énfasis en la relación entre los conocimientos previos que el estudiante tiene y el nuevo conocimiento que quieren aprender. Los principales constructos teóricos que lo representan son subsunor (concepto relevante), asimilación, asimilación obliteradora, diferenciación progresiva, reconciliación integradora, entre otros. Su carácter heurístico lo vuelve una gran interpelación al quehacer docente. Coll (1988) expone con claridad los antecedentes, principios y posturas teóricas similares al aprendizaje significativo de Ausubel, además plantea respuestas sobre cuándo el estudiante construye significados (cuando se construyen conexiones sustantivas), cómo debe ser el contenido (potencialmente significativo) y las condiciones que debe cumplir (significatividad lógica y significatividad psicológica, más una actitud favorable del estudiante). Reuniendo todo aquello se crea aprendizaje funcional, es decir, útil para crear nuevos significados. Pero va aún más allá:

> Una interpretación radicalmente constructivista del concepto de aprendizaje significativo obliga a ir más allá de la simple consideración de los procesos cognoscitivos del alumno como elemento mediador de la enseñanza. La construcción de significados implica al alumno en su totalidad y no sólo sus conocimientos previos y su capacidad para establecer relaciones sustantivas entre éstos y el nuevo material de aprendizaje (p.137)

Coll (1988) describe sentido como "*la intencionalidad con la que los alumnos abordan las actividades de aprendizaje*" (p.139). El *ir más allá* implica agregar dicho concepto dentro de la construcción del aprendizaje significativo. De la misma forma plantea que el grado de significatividad no se basa sólo en los conocimientos, habilidades, capacidad o experiencias previas, sino que también al sentido que el estudiante atribuye a la actividad que está realizando. Al abandonar la característica de típicamente individualista y agregando la noción de sentido, el constructivismo toma una nueva dimensión:

> La construcción del conocimiento es, en esta perspectiva, una construcción claramente orientada a compartir significados y sentidos, mientras que la enseñanza es un conjunto de actividades sistemáticas y planificadas mediante las cuales profesor y alumno llegan a compartir parcelas progresivamente más amplias de significados respecto a los contenidos del currículum escolar. (Coll, 1988, p.141)

Las categorías de sentido que emergerán desde en análisis del discurso de los estudiantes, el cual se llevará a cabo en el capítulo dedicado al análisis de la información, serán los insumos para levantar la propuesta de adquisición de sentido que en esta investigación se propondrá y que será apoyada, también, por algunos de los usos del término que aquí se explicitan.

CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO

3.1 Enfoque de Investigación

En el desarrollo de la ciencia han existido diversas formas de conocer, formas de búsqueda del conocimiento, las cuales, desde el siglo pasado, se han reunido en dos grandes enfoques (también llamados paradigmas o aproximaciones): el enfoque cuantitativo y el enfoque cualitativo.

El primer enfoque tiene carácter probatorio, deductivo y objetivo, en el cual el investigador, que debe intentar no intervenir en los datos, plantea un problema, lo delimita, construye un marco teórico a partir del cual formula hipótesis y recolecta datos contenidos en la hipótesis con el fin de comprobarla o refutarla, bajo procedimientos estandarizados. El análisis de los datos se realiza mediante métodos estadísticos, minimizando el error y los resultados hallados se tratan generalizar desde la muestra hacia la población.

El segundo enfoque tiene un carácter interpretativo, naturalista, participativo e inductivo, en el cual el investigador suele formularse preguntas e hipótesis de investigación (la cuales no son premisas de las que se parte sino que premisas que se construyen) tanto antes de la recolección y análisis de datos (tal como ocurre en el enfoque cuantitativo) como durante o después de éstos. Ello es fruto del carácter interpretativo del enfoque, lo que no corresponde con un desvarío sino que más bien con un continuo dejarse interpelar por los datos y por la teoría existente. Lo mismo ocurre con la revisión bibliográfica para la construcción del marco teórico y con la muestra, recolección y análisis, que suelen ocurrir conjuntamente. La recolección es sobre datos no estandarizados que corresponden, para ciertos autores, con descripciones detalladas que intentan reconstruir la realidad (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2010).

Siendo ambos enfoques valiosos desde sus características, la presente investigación se basa en el enfoque cualitativo, ya que, en la búsqueda de dotar de sentido a la actividad matemática escolar, los datos obtenidos no tienen características numéricas sino que, más bien, son respuestas escritas y discursos de los entrevistados, las cuales analizadas en clave interpretativa y en continua interpelación con los antecedentes y la bibliografía utilizada como referencia no permite un análisis estadístico. Además de ello, los investigadores no tienen como objetivo detallar lo que sucede en una población a partir de la muestra que es analizada, sino que buscan hacer emerger categorías partir de los datos, es decir (y en concordancia con el diseño elegido), buscan generar teoría a partir de éstos.

El objeto matemático a través del cual se busca evidenciar sentido o falta de sentido son los números complejos, los cuales, aunque correspondiendo a un conjunto numérico, no hace corresponder a esta investigación con una investigación de enfoque cuantitativo, ya que todo el trabajo matemático u operatorio que en ésta se realice no será analizado desde la perspectiva verdadero-falso o correcto-incorrecto, sino que desde la perspectiva de analizar las comprensiones, creencias y vínculos que los entrevistados puedan generar, con foco en los fenómenos, a través de los reactivos aplicados y de las entrevistas realizadas.

El foco de investigación, puesto en el sentido y en los fenómenos, es original, ya que en la literatura no se encuentran relacionados de forma explícita y sistemática, por lo cual los supuestos presentados tienen un perfil provisorio y guía, lo cual lleva a estar ante una investigación cualitativa con la particularidad de ser exploratoria.

3.2 Diseño de Investigación.

El diseño de investigación, también llamado en la literatura *método de investigación*, en el enfoque cualitativo, "se refiere al "abordaje" general que habremos de utilizar en el proceso de investigación" (Hernández Sampieri *et al.*, 2010, p.492).

Los diversos diseños en investigación cualitativa persiguen distintos objetivos y tienen distintos énfasis. Rodríguez, Gil y García (1999) describen características para algunos de ellos: la Fenomenología tiene un énfasis sobre lo individual, útil para investigaciones sobre la experiencia subjetiva, la experiencia vital y la conciencia; en el Estudio de Casos se busca describir un caso (que puede ser una persona, una institución, un acontecimiento o cualquiera que tenga límite físico o social) próspero por su individualidad; la Etnografía estudia concretas unidades sociales, sus modos de vida y patrones de interacción social; la Etnometodología se preocupa de fenómenos sociales unido a nuestros discursos y acciones con énfasis en la actividad humana; la Investigación-Acción busca solucionar problemas que los investigadores identifique en su propia praxis, anulando la separación entre teoría y práctica, democratizando el hacer investigación; en el Método Bibliográfico el investigador, mediante series de entrevistas, describe la trayectoria vital y valorizaciones que el informante hace de su propia experiencia.

Completamente en línea con el enfoque cualitativo, para ésta investigación se utilizará el diseño de investigación que se sustenta en la denominada Teoría Fundamentada (frecuentemente nombrada desde el inglés: *Grounded Theory*), la cual surge a mediado de los años sesenta del siglo pasado de la mano de los sociólogos norteamericanos Barney Glaser y Anselm Strauss, pertenecientes a escuelas de pensamiento diferentes: el primero perteneciente a la Universidad de Columbia en años de desarrollo del análisis cuantitativo y el segundo perteneciente a la Universidad de Chicago, cuna de la corriente interaccionista y con amplio bagaje en la investigación cualitativa (Andréu, García-Nieto, y Pérez, A., 2007).

En el devenir del desarrollo de la Teoría Fundamentada Glaser y Strauss se separaron, por lo cual éste último continuó el desarrollo del método de investigación en conjunto con la Doctora en Enfermería Juliet Corbin, con quien comparte numerosas publicaciones respecto al método, aplicado sobre todo al área de la salud.

Corbin y Strauss (2012) se refieren a la Teoría Fundamentada como una “teoría derivada de datos recopilados de manera sistemática y analizados por medio de un proceso de investigación. En este método, la recolección de datos, el análisis y la teoría que surgirá de ellos guardan estrecha relación entre sí.” (p.13).

El objetivo de la Teoría Fundamentada es generar teoría a partir de los datos, para lo cual se sigue un cierto esquema de acción, el cual se recorrerá a partir de los conceptos claves que son propios de éste método y que enseguida se detallarán de manera sucinta basándose principalmente en Andréu *et al*. (2007):

Teoría: Surge de los datos y se entiende como un conjunto de categorías bien construidas. La Teoría Fundamentada es un proceso para generar teoría y es un apropiado método en campos para el descubrimiento de teoría allí donde no la hay, se quiera representar la realidad o se busquen nuevas formas de entender. Éste proceso de generar teoría es ciencia y arte; ciencia por la rigurosidad necesaria en el análisis de los datos y arte porque requiere de habilidad por parte del investigador para hacer emerger categorías de su análisis, así como hacer preguntas y comparaciones constantes.

En éste método existen teorías de dos tipos: la teoría sustantiva que es fruto de una investigación específica y la teoría formal que, teniendo un grado de abstracción mayor que una teoría sustantiva, se forma a partir de varias teorías sustantivas que le sirven de soporte, por lo cual su alcance es mayor.

Categorías: Elemento de la teoría. Corresponde con una agrupación de conceptos que el investigador reconoce presente en los datos. El grado de abstracción de una categoría es más alto ya que corresponde con una cualidad que emerge de los datos y que el investigador, desde su sensibilidad, identifica. Cada categoría puede contener sub-categorías, las cuales sirven para entender mejor la categoría en la que son contenidas. El ordenar los datos en categorías es llamado Ordenamiento Conceptual.

Hipótesis: También es un elemento de la teoría. Corresponde con la vinculación con la cual el investigador relaciona las categorías o las categorías con alguna sub-categoría. Durante el desarrollo de la investigación pueden ser corroboradas o rechazadas.

Teorizar: Poner en orden las categorías en un esquema lógico.

Método de comparación constante: Método de análisis cualitativo que sigue cuatro fases: Comparación de sucesos aplicables para cada categoría; Integración de las categorías y sus propiedades; Delimitación de la teoría; y, Redacción de la teoría.

Muestreo Teórico: Proceso de recolección de datos. Se caracteriza por ser un proceso guiado por el desarrollo de la teoría, es decir, se desarrolla paralelamente al análisis de los datos. Si bien se comienza desde una muestra de la cual el investigador considera que podrá obtener datos útiles para su investigación, en la medida que se analizan los datos el muestreo puede cambiar de informantes según lo que vaya emergiendo, hacia aquello donde el investigador considere que puede conseguir nuevos y relevantes datos para generar la teoría.

Microanálisis: Es el examen detallado de los datos con el objetivo de encontrar significados y levantar hipótesis. De dicho examen emergen las categorías. El microanálisis incluye a la codificación abierta y a la codificación axial: la primera es el procedimiento por el cual los datos se analizan para extraer pensamientos y significados, y así poder etiquetarlos y generar categorías; la segunda corresponde con el análisis entre subcategoría-categoría o categoría-categoría, con el fin de establecer relaciones. De todo esto surge el etiquetado de categorías (llamado categorías codificadas) y las categorías centrales, que concentran o explican a varias categorías.

La Teoría Fundamentada busca que el investigador genere teoría, conceptos, hipótesis y proposiciones allí donde no los hay y que puedan emerger a partir de los datos, desarrollando o confirmando "las explicaciones del cómo y por qué de los fenómenos" (Rodríguez, *et al.*, 1999, p.48)

De esta forma la Teoría Fundamentada aparece como un destacado diseño de investigación a través del cual desarrollar el presente estudio exploratorio sobre el cómo favorecer el sentido en las actividades matemáticas escolares, evidenciando a través de los números complejos. El análisis de los datos ayuda al levantamiento de categorías no simplemente visibles, con el fin de generar teoría sobre el sentido que tiene la actividad matemática en el aula y sobre cómo se puede evidenciar ese favorecer de sentido para el caso de los números complejos, en línea con lo que de los estudiantes emerja, considerándolo como sujeto que conoce, pues desde sus formas de concebir el sentido, desde esos datos, se levantara la propuesta que busca favorecerlo.

3.3 Escenario y Actores.

Al alero de la Teoría Fundamentada el muestreo se denomina *muestreo teórico*, en cuanto ha de ser guiado según los datos que vayan surgiendo del análisis y según las líneas teóricas que el investigador quiera continuar. No es, por tanto, un muestreo pre-diseñado con anticipación, sino que el investigador se dirige hacia allí donde creerá que existen datos para formar mejor la teoría. El énfasis está en los sucesos, no en las personas (Andréu, *et al*., 2007).

Un análisis retrospectivo de lo ocurrido recomienda plantear el proceso de elección de los actores/informantes en cada uno de los 3 momentos en que se llevó a cabo la recogida de información:

3.3.1 Primer Momento

Los actores invitados a ser informantes en el Instrumento 1 (en adelante I1) fueron los estudiantes de tercer año medio pertenecientes a dos colegios de distintas comunas de Santiago de Chile. Se consideró que en ellos se encontrarían datos para comenzar la investigación ya que al ser estudiantes están viviendo la escolaridad (en dos realidades diferentes) y ya han tratado en sus años de escolaridad los números complejos, que son el vehículo a través del cual se quiere evidenciar la adquisición de sentido. La participación como informante del I1 fue voluntaria, solicitando expresamente a los estudiantes que desearon ser parte de ésta: disposición a ser parte informante en una investigación en la que se requieran una o dos entrevistas grupales, conocer el contenido de números complejos según los lineamientos curriculares y disposición a ser entrevistado individualmente, si es necesario, para profundizar su visión, opiniones o temáticas surgidas en entrevista grupal. A partir de los estudiantes que fueron informantes en el I1 se conformaron dos grupos: el Grupo 1 (en adelante G1) y el Grupo 2 (en adelante G2). El G1 estuvo conformado por 29 estudiantes varones que cursan tercer año medio, de edad 17 años promedio, pertenecientes a un colegio católico de la comuna de Macul. El G2 estuvo conformado por 23 estudiantes varones y damas que cursan tercer año medio, de edad 17 años promedio, pertenecientes a un colegio técnico profesional de la comuna de Las Condes. La aplicación del I1 fue en momentos y lugares distintos para los informantes de G1 y G2.

3.3.2 Segundo Momento

Los informantes del Instrumento 2 (en adelante I2) fueron estudiantes que hayan respondido el I1 y que, fruto del análisis realizado, hayan emergido como valiosos en relación al número de extractos textuales (comúnmente llamadas *citas*) evidenciados por los autores en una o más de una de sus respuestas entregadas, es decir, fueron invitados aquellos estudiantes que obtuvieron el mayor número de citas en su grupo (G1 o G2) a partir del análisis del I1, ya que, de esa forma, se buscó enriquecer la teoría a partir de un muestreo guiado por el análisis de los datos que ya se poseen. Cada estudiante seleccionado para ser parte del I2 fue invitado a participar de forma voluntaria. Finalmente del G1 la participación fue de 4 estudiantes y del G2 fue de 5 estudiantes. La aplicación del I2 fue en momentos y lugares distintos para G1 y G2, y antes de comenzar la entrevista a cada uno de los participantes se le entregó una copia transcrita de sus respuestas al I1.

3.3.3 Tercer momento

A partir de lo que emergió de I1 y del I2 los investigadores diseñaron una Secuencia y el Instrumento 3 (en adelante I3), en las cuales fueron invitados estudiantes miembros de G1 y de G2, que hayan sido informantes en el I2 o no, según los criterios, establecidos por los investigadores: conocer el contenido de los números complejos.

Finalmente del G1 participaron 3 informantes, de los cuáles sólo uno de ellos fue informante en el I2. De la misma forma, fueron 3 los informantes en el G2, sin que ninguno de ellos haya sido informante en el I2.

3.4 Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos.

En Teoría Fundamentada los instrumentos utilizados para la recogida de información corresponden con los instrumentos que se utilizan en investigación cualitativa, y la elección de alguno de ellos dependerá del acceso, recursos, objetivos, tiempo y energías disponibles para ello, pudiendo ser modificados en la medida que avanza la teoría (Corbin y Strauss, 2012).

> Una vez que el investigador ha decidido quiénes van a ser los participantes, el lugar, el tiempo y los tipos de datos que va a recoger (sin excluir el uso de otros tipos de datos), está preparado para desarrollar una lista de preguntas para la entrevista o de áreas de observación (...) Las preguntas de la entrevista inicial o de las áreas de observación pueden basarse en conceptos derivados de la literatura, de la experiencia o, mejor aún, de trabajo de campo preliminar. (Corbin y Strauss, 2012, p.223)

Concisamente se puede decir que la recogida de información se llevó a cabo en 3 momentos: en el Momento 1 se aplicó una encuesta de respuesta abierta a alrededor de 50 estudiantes, los cuales participaron voluntariamente de ella y desde la cual se levantaron las primeras categorías de sentido. Luego, en el Momento 2, se llevó a cabo una entrevista semi-estructurada grupal con algunos de los estudiantes que fueron informantes en el Momento 1, con el objetivo de clarificar respuestas a partir de lo ya encontrado. Desde el análisis de la información recogida en el Momento 2 se corroboran las categorías de sentido levantadas y se propone una nueva no evidenciada en el Momento 1. A partir de todo lo sucedido en el Momento 1 y Momento 2 se levanta una propuesta de adquisición de sentido, y desde dicha propuesta se diseñará una secuencia, la cual se aplicará en el Momento 3 y que tiene como objetivo poner a prueba la propuesta. También en el Momento 3, e inmediatamente después de aplicar la secuencia, se realiza una entrevista semi-estructurada grupal con los participantes de la secuencia.

Un detalle de los instrumentos utilizados en los 3 momentos se detalla a continuación:

3.4.1 Momento 1

En el momento 1 se aplicó el I1, el cual correspondió con una encuesta de respuesta abierta de nueve preguntas que tenía la intencionalidad de levantar información general sobre el cómo un estudiante dota de sentido a un contenido. El detalle de la encuesta y el propósito de cada una de las preguntas que en ella aparecen se explicitan a continuación:

PREGUNTA	PROPÓSITO
¿Qué es la matemática para ti?	Introducir al tema general. Conocer de qué forma el estudiante concibe la matemática.
¿Qué tienes que hacer, en general, para aprender matemática?	Introducir el tema del aprendizaje de la matemática. Conocer de qué forma el estudiante aprende el contenido.
Para ti, ¿Cuándo algo tiene sentido en la vida cotidiana?	Introducir el tema del sentido. Conocer cuándo algo tiene sentido para el estudiante y su relación con la utilidad.
¿Las actividades que realizas en el aula de matemática tienen sentido para ti? ¿Por qué? ¿En qué ocasiones?	Vincular la actividad matemática escolar con el sentido. Indagar sobre el sentido que tienen las actividades en el aula de matemática para el estudiante.
¿Qué es el sentido para ti? ¿Cómo lo definirías?	Hacer emerger una definición de sentido de parte del estudiante.
¿Has escuchado alguna vez la palabra “fenómeno”? ¿Para ti, en	Introducir el tema de los fenómenos. Conocer qué es un fenómeno para el

la vida cotidiana y en la matemática, que es un fenómeno?	estudiante y cómo éstos están relacionados con la matemática.
¿Piensas que sentido y fenómeno son dos nociones que se relacionan o se pueden relacionar?, ¿Por qué si? o ¿Por qué no?	Indagar sobre qué rol tienen los fenómenos en la concepción de sentido de los estudiantes.
¿En el aprendizaje de la matemática sirve que el docente vincule la matemática con situaciones de la realidad?	Indagar sobre cuán presentes están los fenómenos, en la forma de situaciones de la realidad, en la actividad matemática y la utilidad de éstos, en el aula según la visión del estudiante.
¿En qué situaciones de la realidad sabes que se utilizan los números complejos?	Indagar sobre el conocimiento que tiene el estudiante respecto a la utilidad de los números complejos en alguna situación de la realidad.

3.4.2 Momento 2

En el momento 2 se aplicó el I2, el cual correspondió con una entrevista grupal semi-estructurada. La pauta general para la entrevista se desarrolla a través de 3 momentos: introducción, desarrollo y cierre. La intencionalidad que se persigue en el momento de la introducción es constatar que las respuestas entregadas por el entrevistado en el I1 coinciden con lo que éste piensa en el momento de la entrevista. La intencionalidad que se persigue en el momento del cierre es poder constatar que cada entrevistado considere que todo lo tratado durante la entrevista es suficiente para explicar, detallar, describir u otro sobre los temas que motivan la entrevista. Las intencionalidades perseguidas en el momento del desarrollo se detallan conjuntamente con las preguntas guías de la entrevista.

INTRODUCCIÓN	Sus respuestas entregadas en la encuesta representan lo que piensas ahora? ¿Hay alguna o algunas respuestas en que tu opinión no esté clara o que haya sufrido modificaciones?

DESARROLLO	**Intención: Definir sentido**	A los investigadores nos interesa el sentido. Resume en 5 palabras o a lo máximo en una oración breve qué es sentido para ti. ¿Qué cree cada uno de lo que han dicho sus compañeros? ¿Están de acuerdo o en desacuerdo? ¿Cómo consideran a su opinión respecto de la de sus compañeros, diferentes o semejantes, hay puntos en común? A partir de todo lo dicho, si tuvieran que relacionar el término sentido con uno o más términos que lo explican o definen, ¿Cuáles serían?
	Intención: Profundizar Sentido en su relación con fenómenos.	A partir de lo consensuado, ¿Cómo creen Uds. que se puede favorecer la adquisión de sentido en “algo”? ¿Cuándo es más fácil que “algo” tenga sentido? ¿Qué condiciones existen o qué condiciones se cumplen para favorecer el sentido? ¿Uds. creen que sirve o ayuda que ese “algo” a lo que se quiere dar sentido exista o que, en caso de no existir o de no ser cercano o accesible, se pueda materializar en alguna cosa, acción, situación o realidad?
	Intención: Profundizar sobre cómo todo lo dicho sobre sentido	Hasta ahora se ha visto sobre qué es sentido para Uds. y cómo se puede favorecer, ¿Uds. creen que sería beneficioso darle sentido (en la forma que Uds. han definido) a lo que se hace en el aula de matemática? ¿Ello ayudaría a mejorar el aprendizaje o lo dificultaría? ¿Alguno de Uds. recuerda alguna ocasión en que el aprendizaje de matemática cobró sentido? ¿Qué

	aplica para las actividades en el aula de matemática.	condiciones estuvieron presentes para que eso ocurriera? ¿Qué consecuencias trajo en el aprendizaje de ese contenido? ¿Influyó después en los siguientes contenidos? ¿En matemáticas ustedes sienten o creen que les enseñan con sentido las cosas? ¿Por qué? ¿Cómo creen que se puede favorecer la enseñanza con sentido en matemáticas?
CIERRE		¿Algunos de Uds. quisiera agregar algún comentario o reflexión relativo a todo lo conversado durante la entrevista y que a su opinión haya quedado inconcluso, poco claro o que no haya estado presente?

3.4.3 Momento 3

En el momento 3 se aplicó la Secuencia diseñada para el caso de los números complejos y el I3, pos aplicación de la secuencia.

En la secuencia, que se llevó a cabo a través de un juego de rol, diseñado con Unity, un motor para el diseño de videojuegos multiplataforma, se presenta al estudiante la situación de lograr que su personaje, que se encuentra en una isla perdida, logre escapar de ésta. Para lograrlo deberá seguir ciertas instrucciones entregadas al comienzo del juego y durante el desarrollo de éste. Inmediatamente al comenzar el juego se le indicará que podrá encontrar pistas para poder salir de la isla si se dirige en línea recta hacia el noroeste desde su posición inicial o, de igual forma, si sigue en línea recta hacia el sureste. El objetivo de ello es que el jugador encuentre dos puntos importantes: el primero, que está hacia noreste, es la Iglesia en la cual se encontrará con un personaje, que hace las veces de Euler, que le entregará la siguiente información: "*Yo, el Gran Euler, para intentar huir de esta isla sé que es necesario encontrar la casa de Gauss, otro gran matemático de la historia. Lamentablemente yo jamás la he encontrado. Pero intenté generalizar mi posición y la del hospital respecto de la casa de Gauss. A pesar de mi gran capacidad, aún no logro encontrarla…* ". Así mismo, si se dirige hacia el sureste hallará un hospital, en el cual encontrará un personaje, que hace las veces de Cardano, que le entregará la siguiente información: "*Yo, el antiguo Cardano, te puedo dar el siguiente consejo: Para encontrar la salida es necesario posicionarse* *en un plano complejo, no en un plano real. La distancia hacia el eje imaginario es de una unidad desde mi ubicación y de una unidad desde donde se encuentra la iglesia, eso ocurre si unimos la iglesia y el hospital con una línea recta. Te recomiendo dibujar un mapa para no perderte en esta isla…*". El jugador deberá pasar por estos dos puntos para poder continuar en el juego. Luego de ello aparecerá al centro del mapa, ya no podrá conseguir nuevamente la información de Cardano ni de Euler, por lo que deberá encontrar al personaje que hace las veces de Gauss, que se ubica al suroeste y al que anteriormente no tenía acceso. Al encontrarlo éste le entregará la siguiente información: "*La verdad es que yo soy quien tiene a todos cautivos en esta isla. No es necesario conocer la localización de mi casa, yo mismo la destruí! Sólo hay que seguir unas simples instrucciones: Sea cual sea la distancia desde mi ya destruida casa al hospital, hay que recorrer esa misma distancia pero no antes de rotar en +90°. Al encontrar ese punto hay que colocar una marca. De la misma forma con la iglesia… pero cuidado!, en ese caso hay que rotar en -90°!! Y dejar una marca. El punto medio entre las dos marcas es donde se encuentra la salida!*". Con todo ello se espera que el jugador, que tendrá acceso a una hoja de papel donde poder consignar lo que considere relevante, pueda encontrar el lugar del mapa en que se encuentra la salida de la isla.

Con las pistas proporcionadas por los tres personajes que el jugador encuentra en el mapa se busca que éste:

- Describa la iglesia y el hospital como puntos de un plano, y que las posiciones en ese plano no hacen referencia al plano real sino que al plano complejo.

- Establezca que el segmento de recta, de longitud 2 unidades, determinado por la iglesia y el hospital pertenece al eje real del plano complejo y que la recta perpendicular que pasa por el punto medio de dicho segmento corresponde con el eje imaginario del plano complejo.

- Determine la posición de la casa de Gauss como una posición cualquiera en el plano complejo, generalizable como $a + bi$.

- Determine la posición de la iglesia y el hospital en función de la casa de Gauss, es decir, $a - 1 + bi$ e $a + 1 + bi$, respectivamente.

- Identifique la interpretación geométrica de multiplicar por i o $-i$ como a rotar en 90° o -90°, respectivamente.

- Opere con vectores en el plano complejo, multiplicando por i y promediándolos.

La secuencia planteada corresponde con una adaptación del problema de Gamow (1988), que ya se ha citado desde Nahim (2008).

La solución al problema planteado, tanto en la situación original como en la adaptación realizada corresponde con el punto 0+i. En la secuencia la salida de la isla se identifica con un cementerio, el cual se encuentra al noreste del centro del mapa.

Inmediatamente después de la aplicación de la secuencia se aplicó una entrevista semi-estructurada grupal que tuvo su foco en el sentido que tuvo la Secuencia, en el utilizar el contenido de números complejos en ella y la influencia que tuvo el colocar un fenómeno como argumento en la actividad. La descripción de la pauta para la entrevista se señala a continuación:

PREGUNTA	PROPÓSITO
¿Para Uds. tuvo sentido la actividad que acaban de realizar? ¿Por qué?	Conocer la incidencia que tuvo la secuencia en términos del sentido que tuvo para los informantes y las razones de aquello.
¿Distinguen alguna vinculación con la realidad en la actividad que acaban de realizar? ¿Cuál? ¿Por qué?	Conocer la incidencia que tuvo en los informantes el colocar un fenómeno, preguntado en la forma de *vinculación con la realidad*, como argumento de la secuencia.
¿Qué nos pueden decir de los contenidos matemáticos que tuvieron que utilizar en esta actividad? ¿Cuáles reconocen y por qué?	Conocer la incidencia que tuvo para los informantes el contenido en el desarrollo de la secuencia.
Si tuviésemos que describirlo en términos de fenómeno ¿Podríamos decir que hubo algún fenómeno involucrado en la actividad?	Conocer de qué forma entienden los informantes el concepto fenómeno, post aplicación de la secuencia.
A partir de lo vivenciado en la actividad realizada, ¿Consideran ustedes que existe alguna relación entre resolver con sentido una actividad matemática y la vinculación con la realidad?	Conocer cuánto influye en el informante el buscar que le pueda dar sentido a una actividad a través del uso de un fenómeno como argumento de ésta.

¿Y qué ocurre para el caso de los números complejos? ¿Creen que es posible?	Conocer cuánto influye en el informante el buscar que le pueda dar sentido a una actividad en que se utiliza un contenido a través del uso de un fenómeno como argumento de ésta.
¿Alguno de Uds. quisiera agregar algún comentario o reflexión relativa a todo lo conversado durante la entrevista y que a su opinión haya quedado inconcluso, poco claro o que no haya estado presente?	Constatar que cada entrevistado considere que todo lo tratado durante la entrevista es suficiente para explicar, detallar, describir u otro sobre los temas que motivan la entrevista.

3.5 Validez y Confiabilidad.

Para asegurar la validez y confiabilidad, que en Hernández Sampieri *et al.* (2008) de la investigación se aplicaron los mismos instrumentos y secuencia a dos grupos distintos de estudiantes, con características similares, para así proveer de dos fuentes de información distintas sobre el mismo estudio. Luego de aplicados los instrumentos, se llevó a cabo la transcripción de las respuestas de todos los informantes del G1 y G2 para el caso de I1 y todas ellas fueron consideradas al momento del análisis. Asimismo, en I2 e I3, en los cuáles los informantes fueron seleccionados según los criterios ya explicitados, las entrevistas fueron grabadas y transcritas cuidando dejar registro de lo que los informantes efectivamente dijeron y, de la misma forma que con el I1, en el análisis fueron consideradas todas las respuestas y comentarios que surgieron de la entrevista de parte de todos los informantes.

Para el caso del I1 los informantes contaron con el tiempo y materiales suficientes para responder a la entrevista, ello se evidencia en que para ninguno de los informantes de los dos grupos a los que se aplicó el instrumento fue necesario dar más tiempo para responder, ni fue necesario entregar más materiales para su respuesta. En el caso del I2 e I3 al final de cada entrevista se preguntó a los informantes si sus respuestas entregadas han sido suficientes para expresar completamente lo que piensan y creen, en lo relativo a lo tratado durante la entrevista. Conjuntamente se les consultó si alguno tenía algún comentario o reflexión adicional, en relación a lo ya tratado, para poder asegurar que se abarcan otros aspectos que los informantes consideren relevantes.

El análisis de la información que surgió de los tres instrumentos fue realizado a través del programa de análisis cualitativo Atlas.ti, a través del cual se codificaron las categorías emergentes. Cabe señalar que el análisis fue llevado a cabo de forma paralela por ambos investigadores, consensuando previamente las características de las categorías que en primera instancia se esperaba encontrar, y que se declaran en los supuestos de ésta investigación, y luego poniendo en común las características de las categorías que emergieron más allá de las que en los supuestos se declaraban, conviniendo su idoneidad en la investigación. Es a raíz de éste proceso que las categorías emergentes de los datos son altamente coincidentes luego del análisis comparativo entre los resultados obtenidos entre ambos investigadores.

En los resultados que se obtienen del análisis fueron consideradas las distintas categorías que surgieron de los datos, en especial aquellas que emergieron y que no estaban consideradas en los supuestos de la investigación, y que surgen del encuentro del investigador con los datos, como suele ocurrir en Teoría Fundamentada.

CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1 Recogida de Información

El proceso de recogida de información se llevó a cabo en 3 momentos:

4.1.1 Primer Momento

Para abrir la investigación se comenzó con aplicar un cuestionario de respuesta abierta denominado Instrumento 1 o, como ya se ha señalado, I1. El cuestionario tuvo su foco en la adquisición de sentido en la actividad en el aula de matemática, guiados por los hallazgos teóricos encontrados en la literatura.

4.1.2 Segundo Momento

Después del análisis ciego de las respuestas entregadas por ambos grupos al I1, emergiendo categorías a partir de ellos, se continuó con una entrevista grupal semi-estructurada, denomina Instrumento 2 o I2 y que tuvo su foco en la profundización de aspectos que emergieron del análisis de I1, en relación a las líneas teóricas sobre las cuáles los investigadores pusieron atención.

4.1.3 Tercer Momento

Para poner a prueba las categorías emergentes del análisis de los I1 e I2, y sus relaciones, los investigadores diseñaron una secuencia y una entrevista semi-estructurada, denominada Instrumento 3 (en adelante I3). La secuencia se lleva a cabo a través de un juego de rol que los informantes juegan en grupo según las instrucciones que allí se entregan e inmediatamente se aplica el I3. Los estudiantes informantes en este tercer momento corresponden con estudiantes que son parte del G1 o G2, dependiendo del colegio al que pertenecen, sin que sea necesario que hayan sido informantes en el I2.

Los investigadores dentro del proceso de recogida de información de parte de los informantes, en todo sus momentos, reconocen distintos aspectos a favor y puntos débiles en la recolección: se muestra como favorable que en todos los momentos la participación de los estudiantes haya sido voluntaria, pues ello provocó que los informantes se comprometieran en la seriedad de sus respuestas en los distintos instrumentos que respondieron, aunque ello privó a los investigadores de las respuestas de todos los estudiantes que, voluntariamente, no fueron parte; favorable también fue que el acceso a los estudiantes fue libre, ya que éstos pertenecieron a los establecimientos en los cuáles los investigadores eran, respectivamente, parte, pero una desventaja de ello podría estar relacionada con lo limitada de las visiones, restringida solo a estas dos realidades. Llevar la propuesta levantada en esta investigación a otras realidades e informantes ayudaría a dar mayor sustento a lo que aquí se plantea.

Cabe señalar que todo el proceso de análisis de la información se llevó a cabo utilizando el software de análisis cualitativo Atlas.ti, a través del cual se pudieron diseñar categorías e ir etiquetando la transcripción de los distintos instrumentos aplicados, con el fin de fundar la teoría en los mismos datos, en este caso, en el discurso de los informantes de los distintos instrumentos.

4.2 Análisis de la Información.

4.2.1 Instrumento 1

4.2.1.1 Cuestiones Contextuales

La matemática para una minoría de los informantes se relaciona directamente con una asignatura de su escolaridad. El otro gran porcentaje de informantes la describe en términos de su denominación como ciencia, o la describe en términos de las emociones que a él le provoca, en términos de ser una herramienta para razonar o en términos de ser una herramienta útil para algo, en relación a la vida, de forma implícita o explícita, o en relación al futuro.

“[para mí la matemática es] *Una materia*.” I1-G2-E2

“[para mí la matemática es] *El lenguaje con el que el universo funciona*.” I1-G1-E2

“[para mí la matemática es] *A veces un dolor de cabeza*.” I1-G2-E18

“[para mí la matemática] *Es un pilar fundamental para la vida cotidiana*.” I1-G1-E27

“[para mí la matemática es] *Una materia muy útil para la vida diaria*.” I1-G2-E1

Esta forma en su mayoría no estática de entender la matemática no se condice con lo que es necesario para aprenderla: hacer ejercicios. Al momento de aprenderla ya no está vinculada a las emociones que provoca, a su carácter de ciencia, ni a la capacidad que tiene para hacer razonar, ni a lo útil que puede ser.

“[para aprender matemática debo] *Hacer muchos ejercicios*.” I1-G1-E28

“[para aprender matemática debo] *Poner atención en clases y ejercitar los problemas*.” I1-G2-E19

Por otra parte, la forma de entender *fenómeno* de parte de los informantes es distinta de la forma de entenderlo en la literatura. Para los informantes, en su mayoría, *fenómeno* hace referencia a algo extraño, a algo que no tiene explicación ni lógica, que por sus características es increíble o que ocurre con poca frecuencia. En menor medida está presente, también, la forma de entender fenómeno en relación a las personas: como alguien extraordinario, como alguien con capacidades distintas o discapacitado. En el caso de la matemática, para los informantes, un fenómeno hace referencia a un ejercicio de gran dificultad o a números racionales o imaginarios. Todo ello resulta estar en general concordancia con las respuestas entregadas por los informantes sobre lo adecuado que resultaría que el docente vincule la matemática con situaciones de la realidad, pues si *fenómeno* hace referencia a aquello a lo que no se tiene acceso (a lo desconocido) y a las situaciones de la realidad los informante sí tienen acceso, entonces aparece como natural lo encontrado: la gran mayoría de los informantes está de acuerdo que es provechoso que el docente vincule la matemática con situaciones de la realidad. Para el caso de los números complejos, la mayoría de los informantes no conoce, o al menos no demuestra conocer, situaciones de la realidad en que éstos sean utilizados. De los informantes que sí responden muchos de ellos hacen referencia a realidades escolares y solo uno de ellos hace relación típicamente con la matemática.

"[fenómenos en el] *Cotidiano: es algo fuera de lo común,* [y en] *matemáticas: algo que complica el ejercicio.*" I1-G1-E11

"*Sí,* [sirve que la matemática se vincule con la realidad] *ya que es más fácil que nosotros comprendamos, ya que nos podemos imaginar las cosas.*" I1-G2-E5

"[los números complejos] *Además de cuando se ven en el colegio, no sé cuándo se utilizan, pero en algún momento se ocuparán, ¿o no?.*" I1-G1-E6

Con respecto a la vinculación sentido-fenómeno los informantes la explican de las siguientes formas: algo que sea extraño o desconocido no puede tener sentido, para algunos informantes; para otros se podría establecer una relación contractual entre sentido y fenómeno si es que aquello considerado fenómeno pudiera ser explicado o entendido, entonces se entiende que dicho fenómeno tendría sentido. Dicha forma de entender fenómeno habla de la forma de entender sentido como razón de ser, una de las varias de formas de entenderlo como se verá más adelante. Finalmente hay otro grupo pequeño de estudiantes que consideran que ambos términos no se pueden relacionar de forma alguna dada su diferencia.

"*Sí, puede que tengan cierta relación* [sentido y fenómenos] *pero como para mí un fenómeno es algo distinto y no conocido, no podría decir que tiene cierto sentido. Pero al conocerlo, uno puede darse cuenta que ese fenómeno sí tiene sentido, solo que uno no lo conocía.*" I1-G2-E17

4.2.1.2 Sentido: categorías emergentes y relación con la matemática

Bajo el alero de lo ya expuesto emergen las siguientes categorías de análisis en relación al objeto central que se estudia: el sentido. Los investigadores identificaron que los informantes entienden sentido de 4 grandes maneras: como razón de ser, como utilidad, como motivación y como propósito.

- Sentido como razón de ser: hace referencia a que se dota de sentido cuando se conocen los fundamentos, las explicaciones o las razones de existir de aquello a lo cual se quiere dar sentido.

"*Para mí algo tiene sentido cuando tiene una razón de ser.*" I1-G1-E18

"[sentido se adquiere] *Cuando algo se puede comprobar y tenga un fundamento del porqué es así, o el porqué sucedió.*" I1-G2-E22

- Sentido como utilidad: hace referencia a que se dota de sentido cuando se conoce en qué es útil aquello a lo que se quiere dar sentido, o en qué se podría utilizar.

"[algo tiene sentido] *Cuando lo pones en práctica*" I1-G1-E8

"*Sí,* [las actividades] *tienen sentido en algunas ocasiones cuando sabemos que podremos ocuparlas en la vida cotidiana, pero hay cosas que no se ocuparan.*" I1-G2-E12

- Sentido como propósito: hace referencia a que se dota de sentido cuando se conocen los fines de aquello a lo que se quiere dotar de sentido.

"*El sentido es cuando uno hace algo con un propósito, no solo porque sí.*" I1-G1-E28

"[algo tiene sentido] *Cuando se le encuentra una solución racional*" I1-G2-E11

- Sentido como motivación: hace referencia a una característica propia del sentido, describiéndolo como la energía que motiva a realizar o continuar una acción.

"*El sentido es una motivación, ya que cuando algo tiene sentido nos motivamos más por* seguir haciéndolo." I1-G1-E27

"El sentido para mi es algo que nos apasiona y nos mueve en una dirección, algo que dentro de nosotros nos motiva a seguir." I1-G2-E9

Las categorías emergentes a partir del análisis del discurso de los informantes son también reconocibles en sus respuestas sobre el sentido que para ellos tiene las actividades matemáticas en el aula, tanto en negativo como en positivo. Un porcentaje importante de los estudiantes detalla que las actividades que realiza en el aula de matemática no tienen sentido para él ya sea porque no tiene una razón de ser, no son útiles, no tienen propósitos o no los motiva. En el resto de los casos, en los que se explicita que sí tienen sentido las actividades matemática en el aula es por motivos instrumentales respecto de los beneficios en orden de pensamiento o habilidad mental que las actividades en el aula de matemática provocan en los informantes o de algunos de las ya nombradas categorías que emergieron del análisis del discurso.

4.2.2 Instrumento 2

4.2.2.1 Sentido en términos generales

En la profundización sobre la forma de comprender sentido y sobre el cómo se favorece, los informantes comenzaron describiendo sentido como aquello que es coherente, lógico o que esté en términos de causa-consecuencia, que se alcanza cuando aquello a lo que se quiere dar sentido se asemeja más al prototipo que de aquello se tiene, que se encuentra en la mayoría de las cosas, en relación a que algo que no tenga sentido no puede existir y en menor medida hace relación a sentido en su forma psicofisiológica. Los informantes concuerdan con que las definiciones dadas por los miembros del grupo se relacionan entre sí y no se contradicen. De esta forma las palabras que los informantes relacionan con sentido fueron: concordancia, comprobar, razón, lógica, fundamento, correcto, objetivo, comprobar y dirección.

Los informantes detallan que algo tiene sentido cuando hay una meta que perseguir o una consecuencia en lo que se hace y que en el camino a esa meta o consecuencia se conozca el porqué se hace lo que se está haciendo. Por otra parte, también es importante la motivación en cuanto no se puede intentar dar sentido a algo sin ella. El carácter de ser real o de existencia también es recurrente en los informantes, ya que no se puede dar sentido a algo que no sea real.

La existencia como requisito para adquirir sentido no se reduce solamente a lo material, también lo abstracto puede tener sentido pero siempre en función de la persona que busca dar sentido, ya que algunos pueden dar sentido a algo que otros no podrían, en virtud de sus experiencias. La existencia ayuda a comprender aquello que se quiere dotar de sentido, aunque es reiterada la necesidad de conocer la razón de existencia o el ámbito en que ello se desarrolla.

4.2.2.2 Sentido en el caso de la matemática

El sentido de las actividades matemáticas en el aula para los informantes se relaciona con las categorías ya expuestas y hace emerger una nueva categoría de sentido codificada como “Sentido como esperanza”.

- Sentido como esperanza: hace referencia a que se dota de sentido cuando la utilidad o el propósito de lo que se lleva a cabo no se vivencia o no se conoce al momento de realizarlo sino que se espera conocer su utilidad o propósito en el futuro. Es una ciega esperanza de realizar algo en el presente esperando que en el futuro adquiera sentido haberla realizado.

"*Por ejemplo yo puedo decir que pueden tener sentido para mí* [las actividades en matemática] *pero para más adelante, cuando ya entre a la universidad van a tener sentido para mí*" I2-G1-E2

La adquisición de sentido de las actividades matemáticas también dependerá naturalmente de la propia persona, pero propiciarlo sería beneficioso ya que daría motivos para entender el porqué se enseñan y realizan las actividades en el aula de matemática, aunque ello no involucre necesariamente hacerlo más sencillo desde un punto de vista de procesos cognitivos involucrados: sería más difícil generar sentido en las actividades matemáticas en comparación con el solo trabajo operatorio aislado.

"*Yo digo que sí* [es beneficioso darle sentido a la actividad en matemática] *porque así uno entendería por qué está haciendo lo que dice el profesor o está enseñando y así uno se interesaría más.*" I2-G2-E2

"*Si usted aplica el sentido o lo aplica en la matemática eso requiere mucho pensamiento, requiere mucho pensar y usted sabe que últimamente la generación que está llegando no le importa pensar, le importa lo fácil, el procedimiento, lo que se sabe, algo fácil*." I2-G2-E4

Ante el trabajo con una situación de la realidad en la que se evidencian fines dotar de sentido es más sencillo, en comparación con la aplicación de una fórmula que solo se provea. También está presente el carácter de utilidad en los informantes, en las situaciones que ellos plantean la utilidad del uso del objeto matemático al que evocan está presente. Asimismo, la motivación que genera el haber utilizado la herramienta matemática en la situación ayuda también a generar sentido.

"[los siguiente tuvo sentido para mí:] *me acuerdo que cuando chico nos hacían problemas de por ejemplo Juanito tiene mil pesos y le dan valores y le dan una tabla con valores de las cosas que podía comprar, no se poh de una bebida, pan y le pasaban valores entonces nos preguntaban qué alcanzaba a comprar con mil pesos o qué distintas cosas podríamos comprar. Entonces no sé yo las primeras veces que fui a comprar solo hacía ese ejercicio le preguntaba los precios, entonces calculaba y cuánto me salía cuánto me iba a faltar y cuánto me sobraba entonces para mí.*" I2-G1-E1

"*Influyó en el hecho de que tuvieron ganancia y no perdieron tanto como en el gasto, o sea ganaron y no perdieron en el hecho de las compras porque fue como justo, fue justo en lo que yo había dado entonces ganaron más que perdieron, entonces yo creo que eso sí influyó en cierta forma.*" I2-G2-E5

4.2.3 Propuesta de adquisición de sentido

"*La mayoría de las personas* [a las] *que no le gusta la matemática no les gustan porque nunca les encontraron un sentido.*" I2-G1-E1

Con base en el análisis de los instrumentos aplicados, en el Aprendizaje Significativo de Ausubel, en particular las reflexiones que de él hace Coll, y en la Didáctica de la Matemática, en diversos de sus autores, emerge la urgencia de dotar de sentido a la actividad matemática escolar para así mejorar el aprendizaje, desde una perspectiva centrada en el estudiante.

Asimismo, en el horizonte propuesto por las bases curriculares se vuelve necesario aunar posturas desde otras áreas para dotar de sentido a la actividad matemática escolar. Se considerará, fruto de los hallazgos en este estudio, que una actividad en matemática escolar en torno a un contenido tiene sentido cuando:

a) **Existe un fenómeno en la realidad en que el contenido es útil y el estudiante lo conoce**:

"*Para mí que me cuesta bastante matemática yo creo que sí, que* [tener situaciones de la realidad] *me ayudaría un poco más a entender las operaciones y a poder aprender un poco más de mejor manera la matemática.*" I2-G1-E3

"*Lo que finalmente se ocupa es aplicarlo a una situación en la vida real, por ejemplo en una encuesta de kilowatts o cuantos metros de alambre se puede ocupar para cercar un restaurant, yo creo que es forma de darle sentido o hacer más fácil la matemática.*" I2-G2-E3

El fenómeno es necesario para poder llevar la modelación al aula de matemática, que el estudiante lo conozca no hace referencia que él haya trabajado materialmente con el fenómeno (aunque ello no se excluye), sino que es solamente necesario que él sepa de su existencia. El sentido está siempre en relación a *algo*, es sentido *de algo* (Berger y Luckmann, 1996). Particularmente llevar fenómenos a la actividad matemática en el aula es indispensable para modelar, habilidad exigida desde el currículum, y en ello la propuesta de Arrieta y Díaz (2015) es una manera de vincular, en el plano de lo didáctico, es decir, cuando se busque diseñar una secuencia didáctica, fenómenos de la realidad con el contenido. En esa relación sujeto-cultura emergen significados de donde se provee de sentido (Olave, 2016). La característica de utilidad del contenido es comprendida bajo la consideración de que no es necesario que el objeto matemático del cual es motivo el contenido sea la única herramienta matemática para trabajar en el fenómeno, pero sí que ella es usada eventualmente por sobre otras en la realidad cotidiana o no, con el fin de, por ejemplo, optimizar o facilitar el trabajo matemático. Un ejemplo de ello, para el caso de números complejos, es el fasor en ingeniería eléctrica: utilizar el número complejo en la forma de fasor simplifica el trabajo matemático y por ese motivo es útil para el ingeniero, aunque no sea la única herramienta factible para trabajar en circuitos eléctricos.

b) **Utilizar el contenido tiene un fin o propósito que se ve reflejado en el fenómeno, aunque sea sólo de forma discursiva**:

"*Creo que es más fácil encontrar el sentido a algo cuando lo tenemos como una meta u objetivo*" I2-G1-E4

"*Sí, tuvo sentido porque le alcanzaron los cálculos que le di.*" I2-G2-E5

Poner en juego el objeto matemático del cual es motivo el contenido tiene una *razón de ser utilizado*, tiene una intensión en el fenómeno. Grondin (2005) describe bien el sin-sentido como la ausencia de propósitos en el quehacer, por lo que no se pretenden el trabajo matemático para obtener un resultado que no se corresponda con una evidencia o corolario en el fenómeno, es decir, el trabajo matemático no se lleva a cabo en el vacío de no tener un propósito. La característica discursiva, en línea con el punto anterior, va relacionada con la imposibilidad de llevar todos los fenómenos materialmente al aula.

c) **Cada operación/trabajo con el objeto matemático tiene correlación con algún aspecto del fenómeno en el que es útil**:

"[Ya tiene una meta,] *solo le queda trabajar para llegar a ella y a lo largo de ese camino va a ir encontrando el sentido*." I2-G1-E4

Esto, aunque difícil de lograr cabalmente, pretende vincular lo más posible el trabajo matemático con el fenómeno. El sentido será mayor en cuanto la serie de *pasos* realizados y el fenómeno se relacionan, pues el sentido es conciencia de la relación entre experiencias (Berger y Luckmann, 1996). Si cada operación realizada se tradujera en el fenómeno, entonces por un lado éste se comprendería mejor y por otro el objeto matemático operado podría relacionarse más íntimamente con la realidad que le da soporte fuera de la matemática y en la que es útil.

Es ya aceptado que la matemática como saber sabio es distinto a la matemática escolar (Chevallard, 1997) y una de las razones de ello es que la matemática como saber sabio se basta a sí misma para poder existir, es decir, no necesita explicarse ni relacionarse con alguna otra disciplina. Una muestra de ello es como los teoremas demostrados son despojados del contexto histórico, personal y cultural en que la demostración fue realizada y pasan a ser verdades inmutables a razón de su independencia. En el camino de alejarse de la matemática formal el currículum y las transposiciones del contenido se han visto en la necesidad de centrarse en habilidades para responder a procesos superiores, en el caso del primero y buscar situaciones/contextos/realidades, en el caso de las segundas. Las transposiciones del contenido han introducido producciones de variada índole, entre las que se pueden nombrar las ya citadas por Alsina (2007) o realidades inventadas como las evidenciadas en Arrieta y Díaz (2015).

El objetivo que se busca con la propuesta es vincular fuertemente la matemática escolar con fenómenos fuera de ella que doten de sentido a la actividad en el aula. El centro en todo ello está puesto en el estudiante, pues es él quien se busca que encuentre sentido a la actividad y de facto es él quien puede encontrarlo a través de la secuencia que se le proponga. Donoso, Rico y Castro (2016) evidencian que ello también emerge como importante para el docente.

Aunque en la lectura de los tres puntos con los cuáles se considera que la actividad matemática escolar cobra sentido para el estudiante parecen responder más a la pregunta "¿en qué es útil?" en vez de "¿cómo cobra sentido?" ello es a razón de que para dotar de sentido se usan como vehículo a los fenómenos (que son necesarios, también, para llevar las cuatro habilidades del currículum), pues se considera que a través de ello se puede llevar la actividad estrictamente matemática a otros ámbitos, a través de los cuáles se pueden tender puentes entre la actividad matemática escolar y lo que ocurre más allá del aula. Ello es relevante porque es requisito que algo tenga sentido para que sea útil, entendiendo que algo es útil cuando sirve, cuando ayuda o cuando es una herramienta (Real Academia Española, 2016). Es difícil concebir algo que sirva, ayude o sea herramienta para algo y que al mismo tiempo no tenga finalidad. En caso de ser eso posible dicho servicio, ayuda o herramienta no tendría en qué emplearse y no habría más motivo para su existencia qué sí mismo. Esto último es el caso de la matemática como saber sabio.

Con todo, para estos investigadores *sentido* (término que se utiliza por su riqueza en el español, aunque ello implica ciertas complicaciones al diferenciar sobre qué se habla, por el requerimiento que se hace en las citadas fuentes para investigar sobre él y porque vive en el lenguaje cotidiano de los estudiantes) no es sin más usado para referir trascendencia o direccionalidad, sino que se utiliza para expresar la relación entre el contenido y algún fenómeno extra-matemático que sirva al estudiante para proveer de propósitos y razones de ser a su quehacer en el aula de matemática. De esa forma la matemática en el aula escolar es una herramienta para que el estudiante hable, trabaje, comprenda, optimice, prediga o modele algo. Todo ello se vincula en mayor o menor grado, desde la mirada del estudiante, con las otras acepciones del término, pues a la actividad matemática en el aula escolar se le da una trascendencia más allá de lo estrictamente algebraico y operatorio, se le da una dirección o finalidad al quehacer y se le hace “tangible” en cuanto se utilizan fenómenos de la realidad.

El docente en todo esto juega un rol preponderante en cuanto él presenta el fenómeno que tiene como argumento al contenido para que el estudiante lo trabaje utilizando a la matemática. Se notará, luego de todo lo expuesto, que tienen importancia los propósitos por los cuáles trabajar de una determinada forma un fenómeno para un determinado contenido, pues se deben obtener evidencias o corolarios del trabajo que se realice.

4.2.4 Instrumento 3

La aplicación de la secuencia tuvo una incidencia en la forma de entender sentido por parte de los informantes. Se evidencia una descentración de la concepción de sentido como razón de ser, marcada en los anteriores instrumentos, dando un vuelco hacia un particular énfasis de los fenómenos, de la utilidad y los propósitos.

“*También concuerdo de que tuvo sentido, por lo mismo, por el hecho de que todo tenía como un motivo-consecuencia, acción-consecuencia, y todo formaba algo para llegar a un fin.*” I2-G2-E3

Los informantes, luego de aplicada la secuencia, elucubran sobre los usos que podrían darse a los números complejos evocando situaciones semejantes a la que acaban de vivenciar y no los sucesos que dieron origen a los números complejos evidenciados en Bagni (2001), Canal Martínez (2012), Gómez y Pardo (2005), Martínez y Antonio (2015). Las situaciones a las que hacen referencia tienen un carácter rico en utilidad o en propósitos.

“*Destaco alguna vinculación con la vida cotidiana en día a día ya que, por ejemplo esto de los planos, es algo que se puede ocupar siempre, por ejemplo un viaje en avión necesita tener una ubicación exacta para saber dónde se encuentra cada cosa, también en casos de rescates, cosas así, son cosas esenciales para llevar a cabo el trabajo, la búsqueda de lo que sea y también lo podemos aplicar en ejercicios matemáticos pero lo reflejo bastante con la vida cotidiana.*” I3-G1-E2

La matemática aparece como un sostén teórico que hila la secuencia realizada, que establece los pasos a seguir en ella y provee de fundamento para poder seguir. En el general de los casos pareciera que las situaciones ayudan a la adquisición de sentido, más que la matemática que se fundamenta en sí misma.

“[El rol de los números complejos] *fue esencial, porque no solo tuvimos que ubicar la salida, sino que porque para localizar la salida tuvimos localizar distintos puntos para dirigirnos dentro del mapa y trazar vectores, los cuales me indicarían dónde* *está la posible salida y así estuvimos comprobando con algunas fórmulas si es que estaba ahí o realmente no.*" I3-G1-E2

"*Yo creo que, claro la matemática influye harto porque al fin y al cabo el objetivo es con la matemática llegar al final del juego e influye mucho.*" I3-G2-E2

El sentido se alcanza, finalmente, en la vida misma. Cuando se lleva a la vida misma, en lo existente, con un fin u objetivo. El sentido se dota individualmente en relación a la actividad que se desarrolla; no se dará sentido a un contenido matemático si ese contenido no tiene una utilidad, aunque esa utilidad puede estar al interior de la matemática como disciplina o fuera de ella. En ambos casos se puede encontrar sentido, aunque hagan referencia a formas distintas de entenderlo.

"*Para mí lo que indica sentido es algo que tiene coherencia para mí como persona, es algo que tiene coherencia y sí tiene cierto vínculo con la realidad*." I3-G2-E1

"*Yo creo que igual encontrarle el sentido a una aplicación matemática o algún teorema o a cualquier cosa es como demasiado persona. O sea, no es com: entienda complejo, lo pueda usar en un plano y le voy a dar sentido al tiro. Si no tengo un problema para resolver con eso ¿de qué me sirve?. No voy a usar complejo en toda mi vida, no le voy a dar sentido a eso. Puede que alguien que estudia derecho no tenga que usar plano cartesiano y no le va a servir y no va a tener sentido para él, pero para mí sí tiene sentido porque quiero estudiar algo así, entonces por eso más que nada le doy sentido*." I3-G1-E3

"[Tiene sentido] *algo con objetivo, con un fin, y en eso mismo lo relaciono con la realidad, con el hecho de que todo lo que se hace en la vida cotidiana es con un fin, o sea lo más diminuto, algo más grande, de eso sería la relación que tiene, eso es como el sentido en la realidad.*" I2-G2-E3

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

5.1 En lo relativo a los supuestos

Desde los hallazgos encontrados en el instrumento 1 y luego consecutivamente en el instrumento 2 y 3, aunque de forma preponderante en los dos primeros, los informantes describen que sentido se asocia y se logra cuando se tiene una *razón de ser*, es decir, se adquiere sentido cuando hay una fundamentación desde la empírea o desde la lógica del porqué aquello a lo que se quiere dotar de sentido es así. Asimismo sucede con la forma de entender sentido como *propósito*, es decir, que los informantes también describen que sentido se asocia y se logra cuando se identifican propósitos en aquello que se hace y que se quiere dotar de sentido. Es posible, por tanto, corroborar el primer supuesto.

No se ha podido constatar que las actividades en el aula de matemática los informantes las consideren carentes de sentido, ya que emergió del discurso de éstos una forma de sentido no considerada por los investigadores en los supuestos, en la que sentido se relaciona con *esperanza*. Por otro lado, sí se pudo constatar un mayor vínculo entre sentido y fenómenos, aunque no absoluto, post aplicación de la secuencia en el momento 3. Sobre ambos puntos se profundizará en los siguientes apartados. No es posible, por tanto, corroborar del todo el segundo supuesto.

Desde los números complejos se comprueba que los estudiantes no conocen fenómenos de la realidad en que éstos se utilicen, se piensa que ello puede estar relacionado con la formación universitaria que han recibido durante los últimos año los docentes, ya que en ésta, regulada por los estándares disciplinarios, no se evidencia que se vinculen números complejos con fenómenos en los cuáles se utilicen. En la búsqueda de fenómenos en que se vean involucrados se comprueba que la mayoría de sus aplicaciones está relacionada con el uso de la trigonometría, del cálculo diferencial e integral o de ambas, imposibilitando ello que sean trabajadas en el aula de matemática, ya que los estudiantes no conocen el cálculo, ni la trigonometría.

5.2 En lo relativo a los objetivos

Las evidencias obtenidas a partir del análisis de los instrumentos 1 y 2 han permitido generar categorías sobre sentido en las cuáles existe una estrecha relación entre la forma de definirlo y la forma de adquirir o dotar de él a algo. Como se ha comentado líneas arriba se ha logrado definir sentido en relación a una *razón de ser* y a un *propósito*, como se esperaba encontrar en los inicios de la investigación y entendiéndolos de la forma que ya se ha descrito. Pero el análisis ha permitido ir más allá y descubrir categorías de sentido no contempladas en los inicios de ésta investigación: sentido como utilidad, entendiendo que se genera sentido sobre algo cuando se conoce en qué ese algo puede ser utilizado; sentido como esperanza, entendiendo que se puede esperar conocer el sentido de una actividad en el futuro, aún sin tener sentido en el momento mismo de realizarla; y, sentido como motivación, describiendo sentido como la energía por la cual se emprende o continúa con una acción.

Poder poner en juego algunas o todas estas categorías en una actividad en el aula escolar de matemática favorecería la adquisición de sentido de ésta, por lo cual la propuesta de adquisición de sentido se cimentó sobre fenómenos, ya que al llevar fenómenos como argumentos de las actividades matemáticas en el aula los estudiantes pueden dar sentido al contenido matemático que se quiere tratar mediante el fenómeno. A través de los fenómenos se puede dar sentido porque al ocurrir en un determinado contexto o realidad se pueden dar a los estudiantes razones de ser basadas en esos contextos o realidades, encontrando allí, por tanto, sus fundamentos de ser y también su utilidad, por lo cual el estudiante también conoce la utilidad del contenido en el contexto en que lo usa. En un fenómeno también se pueden propiciar propósitos, muy ligado a la utilidad, ya que si el contenido es útil en el fenómeno entonces en él se pueden fomentar finalidades al usar el contenido matemático. Es por ello que la propuesta que se levanta busca vincular fuertemente contenido y fenómeno en pos de la adquisición de sentido en la actividad matemática en el aula escolar. Dicha propuesta se sintetiza en los siguientes puntos:

a) Existe un fenómeno en la realidad en que el contenido es útil y el estudiante lo conoce.

b) Utilizar el contenido tiene un fin o propósito que se ve reflejado en el fenómeno, aunque sea sólo de forma discursiva.

c) Cada operación/trabajo con el objeto matemático tiene correlación con algún aspecto del fenómeno en el que es útil.

La aplicación de la secuencia en la que el contenido eran los números complejos favoreció sentido en los estudiantes, en las categorías que se buscaron propiciar, evidenciando ellos utilidad, propósitos y razones de ser en ella. La validez de la secuencia, probada a través del análisis de los discursos de los informantes del Momento 3, permite sentar una primera evidencia de adquisición de sentido en la línea trabajada en la presente investigación, sin perjuicio de que aún sea necesario continuar poniéndola a prueba en otras realidades escolares (desde las cuáles podrían emerger nuevas categorías de sentido) y, más aún, con otros contenidos (de los cuáles podrían emerger nuevos requerimientos para favorecerlo).

Pareciera, con todo lo dicho, que cuando un estudiante se cuestiona sobre el sentido de aprender el contenido matemático al cual hace referencia en su cuestionamiento, no se está preguntando sobre el sentido que debe tener en su vida próxima, ya que se evidencia en el análisis realizado un sentido como esperanza, en el cual el estudiante asume que el contenido debería tener sentido en el futuro, aunque ello ahora no aparezca como evidente. Lo que se cree que el estudiante se está preguntando, en cambio, es sobre el sentido que tiene el contenido en el momento de aprenderlo. Sería provechoso, por tanto, dar sentido a la actividad misma que el estudiante realiza, aunque ella no tenga relación inmediata con su realidad. Y para ello una herramienta útil es la propuesta que aquí se levanta, aunque ella deba continuar poniéndose a prueba, mejorarse y ampliarse en sucesivas investigaciones.

5.3 En lo relativo a las líneas de investigación que se puede abrir

A partir de la presente investigación, que tiene carácter de exploratoria, se abren interrogantes sobre las que es posible ahondar para continuar generando teoría en la línea investigativa que se llevó a cabo:

- ¿El estudiante puede dotar de sentido a actividades matemáticas referentes a contenidos distintos de los números complejos si el diseño de actividades que se le plantea se basa en la propuesta aquí planteada?
- ¿Es posible evidenciar que a algunos contenidos el estudiante puede dotar de sentido con más facilidad que a otros?
- ¿Influye en la adquisición de sentido que se pueda llevar al estudiante a través de actividades una gama de fenómenos que sirvan de argumento para tratar el contenido?
- ¿Las categorías de sentido que emergieron del análisis del discurso de los estudiantes informantes en esta investigación son las únicas a través de las cuáles el estudiante da sentido a una actividad matemática escolar?
- ¿Las categorías de sentido a través de las cuáles el estudiante da sentido a una actividad matemática escolar varían si cambia el contenido?

Las líneas de investigación que se pueden abrir a partir del presente estudio, y que no hacen relación directa con los objetivos propios de éste, están relacionadas con dos formas de comprender de los estudiantes. La primera de estas formas está relacionado al término *fenómeno*, el cual no es comprendido como hecho o suceso, sino que, más bien, es entendido en relación a lo desconocido, a lo anormal o a lo sorprendente. La segunda forma está relacionada con el concepto *suceso de la realidad*, el cual los estudiantes asocian únicamente con sucesos de su cotidiano o que para ellos sean habituales, descartando hechos que escapen de su realidad inmediata o de lo que ellos conocen. Ambos aspectos pueden abrir líneas de investigación en torno a las formas de entender de los estudiantes en etapa escolar, buscando comprender el porqué de esas concepciones y el cómo poder hacer transitar al estudiante desde su forma de entender a la forma de entender que tiene la ciencia respecto a los dos términos que se nombran.

BIBLIOGRAFÍA

-Andréu, J., García-Nieto, A. y Pérez, A. (2007). *Evolución de la teoría fundamentada como técnica de análisis cualitativo*. Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.

-Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*, *43*, 85-101.

-Arrieta, J. y Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *18*(1), 19-48.

-Artigue, M., y Deledicq, A. (1992). *Quatre etapes dans l'histoire des nombres complexes: Quelques commentaires epistemologiques et didactiques*. Universite Paris 7 Denis Diderot. IREM

-Apostol, T. (1977). *Análisis Matemático*. Barcelona, España: Reverté

-Bagni, G. (2001). La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos: Una investigación experimental en la educación media superior. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 4(1), 45-62.

-Berger, P y Luckmann, T. (1996). Modernidad, pluralismo y crisis de sentido. *Estudios Públicos. 63(1)*. 1-54

-Bourbaki, N. (1976). *Elementos de la historia de las matemáticas*. Alianza Editorial: Madrid, España

-Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. Recherches en didactique des mathématiques. 2, 1, 37-127

-Canal Martínez, I. (2012). *La enseñanza de los números complejos en el bachillerato* (tesis de magister). Universidad de Cantabria, Cantabria, España.

-Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires: Aique.

-Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182.

-Corbin, J. y Strauss, A. (2012). *Bases de la investigación cualitativa Técnicas y procedimientos para desarrollar teoría fundamentada*. Medellín: Editorial Universidad de Antioquia, Facultad de Enfermería de la Universidad de Antioquia.

-Crossley, J. N. (1987). *The emergence of number*. New Jersey: World Scientific

-D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. Reverté.

-D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *9*(1), 177-196.

-D'Amore, B. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Segunda edición en español Colombia: Magisterio.

-Díaz, L. (2002). Hacia la construcción de saberes matemáticos en el aula. Enfoques didácticos de investigación. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educacional Latinoamericana, 30*(1), 75-97.

-Donoso, P., Rico, N., y Castro, E. (2016). Creencias y concepciones de profesores chilenos sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, *20*(2), 76-97.

-Eco, U. (2005). *Tratado de semiótica general*. México D.F., México: Debolsillo

-Euler, L. (1751). On the controversy. *Mémories de l'accadémie des sciences de Berlín*, 5(1749), pp.139-179

-Ferrater Mora, J. (2014). *Diccionario de Filosofía Abreviado*. Santiago, Chile: Debolsillo.

-Frankl, V. (1991). *El hombre en busca de sentido*. Barcelona, España: Herder.

-Freundenthal, H. (1981). Major Problems of Mathematics Education. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 133-150.

-García, R. (1982). *Análisis de dos métodos para la enseñanza de los números complejos en el 3o. año de enseñanza media* (tesis de pregrado). Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

-Gamow, G. (1988). *One Two Three... Infinity: Facts and Speculations of Science*. Courier Corporation.

-Giannini, H. (2006). Breve historia de la filosofía. Santiago, Chile: Catalonia

-Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en didactique des Mathématiques*, *14*(3), 325-355.

-Godino, J., Font, V., Konic, P., y Wilhelmi, M. (2009). El sentido numérico como articulación flexible de los significados parciales de los números. *Sentido Numérico*, 117-184.

-Goméz, A. y Pardo, T. (2005). La enseñanza y el aprendizaje de los números complejos. Un estudio en el nivel universitario. Actas del Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM, págs.251-260

-Green, D. (1976). The Historical Development of Complex Numbers. *The Mathematical Gazette*,60(412), 99-107

-Grondin, J. (2005). Del sentido de la vida Un ensayo filosófico. Barcelona, España: Herder

-Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, M. (2010). *Metodología de la Investigación*. México D.F.: McGraw-Hill.

-Kleiner, I. (1988) Thinking the Unthinkable: The Story of Complex Numbers (with a Moral). *The Mathematics Teacher*, 81:7, 583-592.

-Kline, M. (1972). *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times: Volume 3* (Vol. 3). OUP USA.

-Mangili, G. y Sánchez, A. (2015). *Propuesta de un diseño didáctico que complete la enseñanza de las transformaciones isométricas a través del uso de los números complejos. Basado en la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel* (tesis de pregrado). Universidad Católica Silva Henríquez, Santiago, Chile.

-Martínez G. y Antonio R. (2015). Una construcción del significado del número complejo. Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 4(1).

-MINEDUC (2004). *Marco para la buena enseñanza (7 º y 8 º básico, I, II, III y IV medio)*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas, Santiago, Chile

-MINEDUC (2009). *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media Actualización 2009*. Ministerio de educación, Santiago, Chille.

-MINEDUC (2012). *Estándares orientadores para carreras de pedagogía en educación media*. Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas, Santiago, Chile

-MINEDUC (2013). *Bases curriculares 7° y 8° Básico 1° y 2° Medio Matemática*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile

-MINEDUC (2015). *Matemática Programa de Estudio Tercero Medio*. Unidad de Currículum y Evaluación. Santiago, Chile

-Moreira, M. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo?. *Qurriculum: Revista de teoría, investigación y práctica educativa, (25)*, 29-56.

-Nahim, P. (2008). *Esto no es real. La historia de i*. Libraria: México D.F., México

-O'Neill, J. (1986). Formalism, Hamilton and complex numbers. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, *17*(3), 351-372.

-Olave, S. (2016). El sentido como categoría de orden discursivo. *Revista San Gregorio. (11)*. 92-97

-Peillard, J., Sariego, D. y Valenzuela, E. (2015). *Aproximación a las concepciones sobre la enseñanza de los números complejos, desde lo tradicional al uso de alternativas tecnológicas visuales, en profesores de matemática de enseñanza media en tres colegios de la región Metropolitana* (tesis de pregrado). Universidad Católica Silva Henríquez, Santiago, Chile.

-Radford, L. (2006). Semiótica y educación matemática: introducción. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. *9(1)*, 7-22.

-Real Academia Española (2016). Útil. En *Diccionario de la lengua española (23ra ed.)*. Consultado en http://dle.rae.es/?id=bCSFzkP|bCTJISY

-Real Academia Española (2016). Sentido. En *Diccionario de la lengua española (23ra ed.)*. Consultado en http://dle.rae.es/?id=XbL0DxO

-Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Málaga, España: Aljibe

-Rubiano, G. (1996). El conjunto de Mandelbrot. *Boletín de Matemáticas*, *3*(1), pp.25-36.

-Spivak, M. (1992). *Cálculo infinitesimal*. Barcelona, España: Reverté

-Talanquer, A. (2011). *Fractus, fracta, fractal: fractales, de laberintos y espejos*. Fondo de Cultura Económica.

-Vargas, E. (2015). *El sistema de los números complejos en la enseñanza media y superior, aceptación de soluciones complejas: un estudio de casos* (tesis de pregrado). Universidad Católica Silva Henríquez, Santiago, Chile.

ANEXOS

Anexo 1: Transcripción respuestas del Instrumento 1 Grupo 1

CÓDIGO	**G1-E1**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	A parte de ser una materia es algo que está presente en la vida cotidiana
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Solamente practicar ejercicios
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando no pierdo el tiempo en lo que estoy haciendo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí porque es algo que después me va a servir para siempre
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí es algo que tiene lógica, algo que tiene un porqué en todo
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí para mí un fenómeno es algo o alguien extraordinario y sobresale por encima del resto
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	En realidad no sabría decir si sentido y fenómeno se pueden relacionar
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí porque encuentro que así uno aprende más rápido
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé en qué situación podría utilizar los números complejos

CÓDIGO	**G1-E2**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	El lenguaje con el que el universo funciona. El que intentamos entender y utilizar para lo que queramos. Una ciencia que sirve de base para casi todas las otras.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	---
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando de eso se pueda aprender, aunque sea aprendizaje mínimo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS	Por lo general sí, cuando no lo tienen es

EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	cuando pasan materia con lo que no aprendo
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Como el generar trascendencia en el aprendizaje de alguien
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Es un evento, algo que ocurre con poca frecuencia. Evento de cualquier tipo
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Puede que sí. El fenómeno puede generar trascendencia en alguien, por lo tanto se dará un sentido
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque la matemática se origina por el esfuerzo de entender la realidad. Es el lenguaje de la naturaleza, es su medio. Y es por eso que se enseña, esa es su esencia.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para hacer gráficos y modelar situaciones, descartar soluciones de algunas ecuaciones presentes en la física $(x_f = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2})$. Entre estas dos cosas se pueden obtener muchos usos, sobre todo con el de graficar.

CÓDIGO	**G1-E3**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Sinceramente un dolor de cabeza, pero sé que me servirá para casi siempre.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tomar mucha atención y aplicar mucho la operación
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es importante para mí, cuando marque algo en mí o sea algo que no podré olvidar fácilmente. La verdad, a pesar de que sea o no importante o marque, aun así todo tiene sentido porque todo pasa por algo o simplemente pasa, pero tiene sentido.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	O sea sí, le tomo el sentido y la importancia que debe o prefiero darle, si bien no me gustan y son fomes, le doy el sentido como "base" en la sociedad de hoy. Cuando sé que alguna vez la voy a usar me importa más.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí son diversas cosas, como el sentido del olfato o los otros 4, lo tomo también como un "norte, sur,

	este y oeste", el sentido común, sentido de cada cosa que nos pasa en la vida. Lo defino como "el camino a"
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Obvio que la he escuchado, en mi vida significa algo como "fuera de lo común" o un enfermo así raro, o el mítico Ronaldo "el fenómeno" En la matemática nada es un fenómeno para mí.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Todo tiene relación con el sentido, ya que (para mí) pues todo o casi todo tiene sentido, aunque tenga poco o nada de sentido. Porque si para un "fenómeno" es por algo no "!"
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	A pesar de que no todo se puede vincular la matemática sí sirve mucho porque lo llevamos a algo más común dentro de nuestra vida
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Siento que no se usan en ningún caso o momento de la "realidad", pero quizás en algún lado de todo el mundo se debe usar.

CÓDIGO	**G1-E4**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una herramienta necesaria para la vida (hasta cierto punto)
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Estudiar
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando algo es importante o significativo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Algunas porque en la vida (o en la mía) se ocupa la matemática básica. Como ir a comprar.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es la razón para realizar una acción
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Es algo que no se ve todos los días.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, en que si algo no tiene sentido, es un fenómeno.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA	Depende de la matemática

MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé.

CÓDIGO	**G1-E5**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una rama o asignatura en esta se refuerza la habilidad y velocidad mental
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Reforzar la materia entregada en clases (por ejemplo), haciendo ejercicios o desarrollándolos
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando esta ya me ha presentado otras veces en la vida cotidiana
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	La mayoría de la veces porque lo enseñando ayuda a mejorar la habilidad menta, sobre todo cuando se desarrollan ejercicios de aplicación
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Este concepto cambia según la sociedad donde esa se ubica, tiene que ver con lo habitual dentro de una sociedad (costumbres, acciones, etc.)
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo no cotidiano, algo que es muy complicado que suceda.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, ya que si no existieran las cosas con sentido, todo sería visto de la misma manera y de esta forma no existirían los fenómenos
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ayuda a entender de una manera más "familiar “y entendible.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para calcular cuentas, también para ordenar cualquier objeto.

CÓDIGO	**G1-E6**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es el instrumento con el que laboraré después de sacar mi título de profesor de matemáticas. Es la forma por la cual podré influir en las vidas de muchas personas, es la manera en la cual podré ayudar a gente. En cierta manera será mi legado, ya que la forma en la que la enseñe y practique cambiaré vidas.

¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	No muchas, no me cuesta aprender. Pongo atención a las explicaciones y hago ejercicios, si tengo dudas trato de resolverlas para no estancarme.
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Inmediatamente nada lo tiene, pero como pasa el tiempo me doy cuenta del porqué pasan las cosas, las pienso y las entiendo.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	En clases, al pasar la materia, me doy cuenta que la matemática no es solo calcular ejercicios, sino que estimar el pensamiento y respuestas rápidas. La matemática es transversal a lo que sea, siempre está presente.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es el momento en el cuál uno se da cuenta porque pasar las cosas, como nos afectan y cómo nos puede servir a futuro.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	La he escuchado cuando la gente se refiere a algo fuera de lo normal. Y las matemáticas es ese fenómeno que se encuentra en lo que sea (N° de oro, pi, etc…)
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Lo creo, porque cuando uno ve algo fuera de lo común le busca un sentido para comprenderlo y asimilarlo.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Totalmente, ya que cuando uno las va aprendiendo necesita saber en cómo afectan la vida diaria y al ejercitar y vincular los problemas a la cotidianidad y la rutina es más fácil asimilar y acomodar el conocimiento.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Además de cuando se ven en el colegio, no sé cuándo se utilizan, pero en algún momento se ocuparán, ¿o no?

CÓDIGO	**G1-E7**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una ciencia que me sirve para mi carrera
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clases y hacer ejercicios
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es algo interesante y me gusta
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Porque aprendo cosas que me van a servir para mi vida y la carrera que voy a estudiar.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI?	Algo importante en mi vida

¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo fuera de lo común
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No, porque son cosas muy distintas.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que así se hace más fácil entender los problemas a los estudiantes.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé, bueno sí pero no lo voy a decir

CÓDIGO	**G1-E8**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es algo que me hace pensar y razonar de mejor manera, también me hace entender más cosas y de distinta manera
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Cuando lo pones en práctica y/o te acuerdas de ello
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Sí, porque me van a servir en algún momento no lo sé
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	---
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es cuando uno le da una importancia a algo
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, porque el fenómeno es algo raro y a lo raro hay que darle un sentido
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	No siempre ya que no pueden vincular una raíz cuadrada en la vida real. Pero sí para sumar, restar, dividir, multiplicar

¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé, me gustaría saberla.

CÓDIGO	**G1-E9**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es algo muy fundamental en la vida, ya que, todo lo que hacemos día a día está comprendido por matemáticas y sirve mucho
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clases, ver tutoriales de ejercicios y repasar día a día y hacer ejercicios
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando puedo resolver un enigma o alguna pregunta del pasado
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No todas las actividades tienen sentido para mí, porque hay cosas que no sirven, pero otras sí, como sumar restar dividir y multiplicar, también como otras cosas
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando le encuentro la coherencia a algo y sirve mucho para resolver problemas. Se define como contestar preguntas pasadas o problemas
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí. Un fenómeno sería como algo externo que no tiene conocimiento previo de eso y en matemática serían ejercicios que no haya visto antes.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Yo digo que sí y que no. Porque si al llegar algo escondido o pasa el tiempo uno le encuentra sentido a eso.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque así uno cuando realiza algo lo realizará altiro, como restar o sumar que lo relacionan como el comprar pan para el vuelto, etc.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé, porque encuentro que eso no es fundamental en mi vida y no me preocupa eso

CÓDIGO	**G1-E10**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una materia muy amplia e importante con muchas maneras de enseñar. Sirve mucho para el día a día.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Estudio constante

PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando siento que lo que hago hace feliz a alguien más
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No siempre, ya que personalmente no me gusta matemáticas
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es cuando lo que hago me gusta y me comienzo a fijar metas para lograr distintos objetivos
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo que ocurre comúnmente
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Podría llegar a relacionarse ya que encontrarle el sentido a ciertas cosas puede ser considerado un fenómeno
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque le das un "sentido" a lo que enseñas, ya que puedo hacer la matemática, algo más cercano al acercarlo a mi día a día
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En las pruebas, no conozco donde se puedan utilizar

CÓDIGO	**G1-E11**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Se enseña mucho para usar pocos métodos por no decir solo uno
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Ejercitar
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es útil y se aplica
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No, porque no me llama la atención
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que tiene relación con lo que hago
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Cotidiano: es algo fuera de lo común, matemáticas: algo que complica el ejercicio
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN	No se relacionan ya que el fenómeno no tiene sentido

RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, serviría mucho ya que puedes relacionar con que cosas usas esas fórmulas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Creo que en la vida cotidiana ya que es por lo menos para mí inútil

CÓDIGO	**G1-E12**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es algo de muy importancia que yo no lo tomo muy a pecho (serio)
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	En el colegio, prestar atención al profesor
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es útil y se aplica muy seguido
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Porque se va a aprender conocimiento nuevo y que en un futuro servirá
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que tiene relación con lo que hago
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Una persona con capacidad diferentes al resto
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Para mí no son iguales porque no se relacionan
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	No siempre, no se ve mucho en la vida cotidiana
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Nunca, por lo menos ya no lo he visto en la vida cotidiana

CÓDIGO	**G1-E13**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una de las ciencias más importantes, ya que es exacta y nos ha facilitado mucho la existencia en casi todo el período que llevamos en la tierra. Personalmente es mi materia favorita

	porque me interesa mucho la construcción y obviamente se necesita un vasto conocimiento de las matemáticas para desempeñarme en esa área.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tener ganas de aprenderlas, ser ordenado en ciertos aspectos, practicar mucho, realizando ejercicios una y otra vez, y estudiar mucho como en cualquier otra asignatura
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando ese algo lo puedes proyectar a futuro y que también sea un aporte a tu vida, tus sueños y metas. Además de que pueda servirle a alguien más y salir de esta monotonía egocentrista.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí son muy importantes porque se relacionan al futuro profesional que quiero tener y son muchos pequeños pasos para llegar hasta donde quiero. Esto ocurre en todas las clases de matemáticas porque trato de aprovechar cada segundo que alguien me enseña lo que me gusta.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es la capacidad para encontrar lo que te interesa y mejor aún, lo que te apasiona y lo defino como algo muy necesario para surgir como persona y como profesional.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, sí la he escuchado. En la vida cotidiana es algo que se aleja de lo normal o común (socialmente). En matemáticas puede ser alguien que se caracteriza por tener conocimientos muy avanzados en el área.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	La verdad no porque para mí son dos cosas muy diferentes y no logro relacionarlas.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Por supuesto que sí, creo que hacer eso facilita el entendimiento de las matemáticas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	La verdad no sé, por ahora sé que se utilizarían en el trabajo relacionado con la ingeniería o matemáticas.

CÓDIGO	**G1-E14**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es aquello que me ayuda a razonar y a

	pensar de mejor manera. Muchas veces hay que ver las cosas de otra manera, la matemática, eso es para mí.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Ejercitar de vez en cuando luego de que me enseñan algo nuevo y poner atención cuando me enseñan.
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando yo le doy un sentido, si le doy una razón de por qué hacerlo, tiene sentido y se me hace más fácil.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, siempre, ya que le doy un sentido obviamente. Pienso que me ayudan (las matemáticas) a pensar de diferente forma y por lo tanto me ayudan a crecer. Todo tiene un sentido y razón.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Darle una razón de por qué hacer algo. Es cuando no se da cuenta que hace y el porqué; también porque comenzó a hacerlo. El sentido muchas veces, le da razón a nuestras acciones cotidianas.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, es conocer algo que, valga la redundancia, no conocemos y que como es nuestra naturaleza comenzamos a estudiarlo. Es mi vida es igual, cuando no conozco algo quiero saber y conocer eso. Las matemáticas se… lo mismo, hay que conocer.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, ya que el fenómeno es aquello que no conocemos y al conocerlo, el sentido le da razón a eso.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, por el hecho de que uno aprende de mejor manera al enseñar con sus propias palabras, al como duce Vygotsky y su constructivismo social, uno aprende más rápido con sus pares y con sus ejemplos y palabras.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Aún no sé, no veo donde podría ocuparlos. Me gustaría darle un sentido a eso para ocuparlos en la vida, además de la clase, pero no encuentro respuesta alguna a esto.

CÓDIGO	**G1-E15**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una manera de pensar de una forma especial, distinta a las otras asignaturas donde puedes desarrollar mucho más el pensamiento y descubrir métodos nuevos para llegar al mismo resultado, además la vida involucra mucho la

	matemática en la vida cotidiana
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	--
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando las cosas te empiezan a salir bien de acuerdo a lo que te has esforzado para conseguirlo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, todo el tiempo siempre y cuando se enseñe de buena manera la materia y tienen sentido cuando empiezas a contestar las preguntas continuamente y correctamente, además yo quiero desarrollarme en ese ámbito en la educación superior.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	---
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, pero no muchas veces. Para mí son los problemas que se desconoce cómo desarrollarlos o simplemente muy difíciles de hacer.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Por supuesto ya que un fenómeno el cual tu desconoces y descubres cómo desarrollarlo le da sentido a este problema
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Obviamente ya que la vida te va presentando situaciones en la que no puedes ser ignorante matemáticamente hablando o sino quedas como un imbécil, también en actividades sencillas como ir a comprar pan
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando se emplean raíces de números negativos con cuadrado perfecto, en situaciones de la vida cotidiana la verdad es que son inservibles o simplemente desconozco sus usos.

CÓDIGO	**G1-E16**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una materia muy importante pero la mayor parte de lo que se enseña no se puede ocupar en el día a día
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Estar escuchando lo que explica el profesor en clase y repasar unos 10 minutos
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando realizo algo que puede afectar mucho mi vida
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR	No, porque no las ocupo en el día a día

QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Realizar algo que afecta mi vida o la vida de alguien cercano a mí
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo que puede o no puede tener una explicación
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Se pueden relacionar, porque el fenómeno algunas veces se puede explicar
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque normalmente el estudiante no sabe cómo usar las matemáticas en la vida cotidiana
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé

CÓDIGO	**G1-E17**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una de las materias más importantes en la educación superior, bajar en NEM
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Ejercitar, investigar, hacer ejercicios en la casa (internet, Julio profe) a diario
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando lo que sucede es físicamente posible
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No, no se me dan las matemáticas, es difícil de comprender y muy variable
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que un sujeto (ej.: yo) puede comprender, ya sea, un problema matemático, movimiento físico o un acierto ético
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo raro o fuera de lo común, matemáticamente un problema especial que requiere una fórmula distinta
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Se podrían relacionar de que a un problema se le puede dar el sentido común pero como no lo tiene no se puede
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL	Sí, para darle un mayor sentido y facilitar el aprendizaje del alumno

DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Encontrar un valor o precio?

CÓDIGO	**G1-E18**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una forma diferente de razonar, más lógica que intuitiva
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	---
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Para mí algo tiene sentido cuando tiene una razón de ser
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	La mayoría de las veces, en caso de que no les encuentre sentido sería porque el contenido es muy abstracto entonces no lo puedo entender.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es cuando algo tiene una explicación o razón de ser
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Un fenómeno para mí es cuando un suceso no tiene una explicación lógica
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, ya que cuando un fenómeno pasa a tener sentido, puede recibir una explicación
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que ayuda a hacer que pase de ser algo abstracto a algo que tenga sentido
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	La verdad, no lo sé

CÓDIGO	**G1-E19**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Para mí la matemática es la forma de comunicarse a través de operaciones, números y ecuaciones que permiten el juego y la resolución de problemas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Darme el tiempo de sentarme y revisar paso a paso lo que se va realizando para poder entender
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE	Cuando no necesariamente tenga

SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	sentido o un porqué, creo que todo tiene sentido dependiendo del punto de vista y las ganas de entenderlo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, la mayoría de veces porque creo que se pueden aplicar en problemas divertidos y llegar de distintas formas o llegar con una que te asegure que el resultado sea correcto
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí es una forma de entender las situaciones y cosas de la que pase y no pase en la vida
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, la he escuchado y para mí un fenómeno es algo que la gente no entiende porque sale de lo normal y no tiene explicación lógica. En matemática quizás un fenómeno podrías ser "pi" o los imaginarios
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Claro que se relacionan, más de lo que uno se imagina, porque se supone que un fenómeno carece de sentido y éste es el que lo hace fenómeno.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, sirve mucho ya que permite un proceso asociativo mental que facilita el entendimiento y la aplicación de la materia
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Casi en ninguna situación, solo en clases.

CÓDIGO	**G1-E20**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es un área donde puedo resolver ejercicios usando la lógica y se me hace entretenido debido [a] que es entretenido jugar y resolver ecuaciones con los números
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Sólo tomar atención ya que me gusta y se me hace fácil aprender.
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando se le encuentra una lógica o un propósito en específico
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Dependen las actividades que se realicen porque por ejemplo en geometría no le encuentro sentido pero en ejercicios donde hay que buscar incógnitas se me hacen con más sentidos.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es lo que se puede percibir

¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Fenómeno, depende el contexto, puede ser fenómeno como algo raro o fenómeno como algo extraordinario
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Encuentro que no tienen mucho en común, encuentro que sentido y fenómeno no se relacionan debido a que sentido es lo que puedo percibir o lo que tiene lógica y fenómeno es algo raro y fuera de lo común
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Para mí eso me da igual pero sí sirve mucho porque si no lo enseñan relacionándolo con la realidad, en las situaciones que nos pasen no sabríamos qué hacer y si lo relacionan sabríamos cómo actuar y qué hacer
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No conozco ninguna, encuentro que no son necesarios porque no son exactos y en la vida cotidiana se usa la exactitud

CÓDIGO	**G1-E21**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Para mí la matemática es el ramo más difícil de aprender y que menos entiendo y de poder dejarlo de lado lo haría
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Al no ser mi fuerte no lo estudio mucho pero generalmente me ayudan a estudiar
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Algo tiene sentido cuando uno puede entenderlo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	La verdad no presto mucha atención al ramo así que estas actividades no tiene mucho sentido porque la verdad no las entiendo
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido es por lo que se rigen la mayoría de las cosas y la vida en general y si este se pierde la verdad es que sin el sentido de las cosas es difícil poder hacerlas bien
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Para mí fenómeno tiene dos sentidos: puede ser un genio de las matemáticas o puede ser un ejercicio de alta complejidad
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Todo fenómeno también debe tener un sentido de ser si porque como dije antes todas las cosas deben tener un sentido, ya que si no lo tiene no debería existir.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA	La verdad sí porque esto ayuda a

MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	entenderlo de mejor manera
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	La verdad no sé

CÓDIGO	**G1-E22**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una materia que se utiliza para agilizar la mente lo que ayudará a resolver problemas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención, estudiar y tener un buen profesor
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es algo normal
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Ahora casi nada, porque el profesor no es muy bueno (en plan común) y no me llama la atención para estudiar.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando las cosas son coherentes, comunes, ordenadas, etc.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Es algo fuera de lo común, no es malo sino, algo fuera de lo común; se me imagina como un ejercicio impresionante
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Yo creo que no porque cuando tiene sentido, no se le dice fenómeno, un fenómeno no tiene sentido
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Quizás en algunos ejercicios sí, que son los que se me ocurren, pero si por qué no
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En un negocio quizás, cuando tiene que dar vuelto se utilizan números negativos

CÓDIGO	**G1-E23**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es un ramo el cual me entretiene y me gusta, el cual se manifiesto en tu vida cotidiana
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Escuchar la explicación del profesor y hacer ejercicios

PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Sí, dado que sigue en lo personal mi modo de aprender matemáticas
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Cuando sigue reglas o sentimientos
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es la manera de percibir las cosas
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Algo que no tiene sentido, ya que no sigue las reglas
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, ya que los fenómenos carecen de sentido
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Personalmente, creo que no, ya que si el profesor es respetado y enseña bien, no hay problema
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para explicar fenómenos de la vida que en este caso se relacionan con la matemática

CÓDIGO	**G1-E24**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	La matemática es como un estilo de vida
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Hacer muchos ejercicios y se me hace simple
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es algo feliz y sincero
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí tiene sentido, cuando estoy ejercitando y aprendo la matemática
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Como felicidad, ya que si es así tendrá todo sentido
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Para mí ser fenómeno es ser diferente a los demás y en matemática es el capo ya que no es muy fácil
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí porque el sentido es como decir felicidad y al ser fenómeno matemático es ser feliz de igual manera

¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	En geometría sí lo es, en los números también para contar cosas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando las situaciones son tristes y en los negocios

CÓDIGO	**G1-E25**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una manera de alcanzar la felicidad
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clases y practicar un poco
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando siento que no desperdicio mi tiempo en aquello
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	De vez en cuando porque si me esfuerzo y pongo dedicación en aquello y obtengo resultados bueno es reconfortante
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentimiento producido por la motivación por la cual me esfuerzo
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, para mí un fenómeno es algo exótico, pero en matemática no lo he escuchado
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No tengo ningún conocimiento sobre estos dos sobre si se pueden relacionar
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Si ya que te facilita la vida y te da la posibilidad de realizar cosas nuevas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé de ninguna situación donde se utilizan los números complejos

CÓDIGO	**G1-E26**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es un conjunto de números que nos sirven y que nos ayuda a facilitar algunos problemas con números o igual, nos sirven, para trabajar
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Ejercitándolos día a día para así no olvidarlos

PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando nos va bien en las cosas que nos gustan
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí y no, sí porque debemos aprende sumar o restar, dividir y multiplicar, por ejemplo sacar las cuentas, cuando vas a comprar, etc. y no porque "pi" no sirve para casi nada en esta vida
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí es como encajar en algo o también como motivación
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	No la he escuchado
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Creo que no, porque son dos palabras muy distintas
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque así siento que aprendemos mejor y a la vez aprendemos para que nos sirven en la vida cotidiana
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé, no he visto problemas en el día cotidiano para los números complejos.

CÓDIGO	**G1-E27**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es un pilar fundamental para la vida cotidiana ya que te hace la vida más fácil y te enseña que siempre hay una forma de resolver los problemas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tienes que practicarlo día a día para que quede en la mente y no olvidarla
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Algo tiene sentido cuando sale de lo cotidiano o aprendes algo nuevo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí ya que todo en las matemáticas nos ayudan para nuestra vida y tienen más sentido cuando te gusta o aprendes algo nuevo
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido es una motivación, ya que cuando algo tiene sentido nos motivamos más por seguir haciéndolo.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Fenómeno es algo increíble o bien algo extraño, en las matemáticas un fenómeno puede ser algo inesperado

¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Creo que no porque para mí son cosas bastantes diferentes para poder relacionarlas
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sirve mucho ya que la mayoría de los profesores solo explican y si la vinculan dan más ganas de aprender para ocuparlos día a día
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé puede que sea cuando las cuentas no calcen pero no sé

CÓDIGO	**G1-E28**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Solo sirve para el dinero de día a día
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Hacer muchos ejercicios
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	En mi vida cotidiana nada tiene sentido
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No, porque no me llama la atención
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido es cuando uno hace algo con un propósito, no solo porque sí
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí pero en el ámbito de una persona discapacitada, no, no tiene ningún sentido
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Tal vez, no se me ocurre porque si o no
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí porque así lo vemos al día a día
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No ninguna

CÓDIGO	**G1-E29**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una materia que te hace pensar de manera abstracta

¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Estudiar y comprender la materia que se pasa
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es algo significativo, algo que me sea de utilidad al momento de necesitarlo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, porque es información que utilizaré en mi vida cotidiana. Así podré resolver problemas que me plantean
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí es la razón del uso de lo que nos enseñan, me refiero a que sin sentido nadie aprendería ya que no es relevante. Yo defino el sentido: como la razón de una acción
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, para mí fenómeno es la vida cotidiana y en la matemática es un problema que no tiene solución
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Pienso que sí ya que con el sentido y el fenómeno componen lo que nosotros llamamos matemáticas (es una problemática con sentido)
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que este le ofrece sentido al docente y la matemática se vuelve relevante para él. Su aprendizaje sería óptimo.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé

CÓDIGO	**G1-E30**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Además de una asignatura, es para mí un proceso para mejorar la habilidad y velocidad mental
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Seguir cada uno de los pasos hasta que se llegue a un resultado coherente
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	La motricidad mental se usa en las rutinas, no necesariamente es para contar vueltas.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	De repente, ya que usualmente tengo problemas para aprender matemáticas, pero cuando se comprende, queda grabado por siempre, tiene sentido usualmente solo en clases.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI?	Es la forma correcta a realizar las cosas,

¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	las cosas carentes de sentidos no suelen ser … para la sociedad
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	En matemática es hacer un número irreal o que no llegue a su resultado, sí.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, si algo es carente de sentido, se vuelve un fenómeno para la sociedad que este le rodea, se relacionan.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, por ejemplo situaciones de alto razonamiento o situaciones donde hay que pensar rápido, ya que los matemáticos tienen una mente más veloz de lo normal.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Calcular 1 Vr, facturar, cuentas y comprar por mayor

CÓDIGO	**G1-E31**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una ciencia que busca ser exacta
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tener la disposición y algo de entendimiento básico
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando realmente tengo el sentimiento o consciencia de que no lo hago por inercia, sino con dedicación
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Un real sentido no, porque no es algo en lo que dedico todo mi tiempo, porque a la vida cotidiana poco es lo aplicado
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	La dirección con la que manejo mi vida, una especie de esencia humana
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, algo que emerge de lo común, resaltando una anormalidad; sería una problemática (dígase ecuación, etc.) único.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Si al fenómeno se le da o se busca un sentido, se relacionan de manera lógica
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES	La relación cercana entre el profesor y el estudiante permite una mayor compresión de la materia, puesto que la meta fijada por el estudiante (alcanzar el

DE LA REALIDAD?	conocimiento de la materia) se hace más fácil cuando el docente le da sentido dentro de la cotidianidad, este conocimiento es cercano.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando la mina que te gusta tiene prueba de matemática de números complejos y tiene que hacerte el máquina enseñando. Para nada más.

Anexo 2: Transcripción respuestas del Instrumento 1 Grupo 2

CÓDIGO	**G2-E1**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una materia muy útil para la vida diaria
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tomar atención en clases practicar en casa
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando lo puedo resolver sino esta todo lo demás mal
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Son los cinco sentidos el tacto, gusto, olfato, vista, oído
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Si en los fenómenos paranormales y cuando mi mamá llama a mi hermana
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No sé
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando mi mamá me alimenta

CÓDIGO	**G2- E2**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una materia
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Prestar atención
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando hay marihuana
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No sé, bueno si sé pero no te voy a decir
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Pulento
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA	Algo raro

MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí porque van de la mano
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Ninguna

CÓDIGO	**G2-E3**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Nada importante
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Usar calculadora
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando tengo comida y wifi
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No porque no entiendo nada
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que siento
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, pero para la matemática no en nada
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Suma y resta
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Ni siquiera para comprar pan

CÓDIGO	**G2-E4**

¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Ecuaciones
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando es lógico
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Algunas, porque son más lógicas
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Para mí es igual a la lógica
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Un suceso
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No entendí
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	No, porque no creo que se utilice la raíz cuadrada en la vida cotidiana
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Ninguna

CÓDIGO	**G2-E5**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una ayuda para resolver problemas matemáticos
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tomar atención y resolver los ejercicios que nos dan
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando se puede cumplir el propósito
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	A veces sí, porque comprendo la materia y me es más fácil resolver los ejercicios
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando algo tiene lógica
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN	Cuando es algo fuera de lo normal

FENÓMENO?	
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Si se pueden relacionar porque un sentido puedo dar un fenómeno
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que es más fácil que nosotros comprendamos, ya que nos podemos imaginar las cosas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No sé ya que no recuerdo para que se utilizan los números complejos

CÓDIGO	**G2-E6**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Algo que podemos utilizar en la vida cotidiana
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando las cosas las entiendes
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No mucho porque a veces no entiendo las cosas
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando uno ya entiende las cosas
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, muchas veces la matemática me cuesta entenderla
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, mucho
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando necesitamos sacar la cuenta de algo

CÓDIGO	**G2-E7**

¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Un problema
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Prestar mucha, pero mucha atención
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando sé lo que estoy haciendo
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	A veces sí, cuando logro comprenderlas y aplicarlas
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo de lo que eres capaz de entender
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Un fenómeno es algo que afecta alguna cosa. Algo en lo que se ocupa el intelecto
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, se relacionan, porque para percibir un fenómeno debemos ocupar nuestros sentidos
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Con cosas básicas, el hecho de las compras, cuantas cosas tienes, etc.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando debo preparar almuerzo

CÓDIGO	**G2-E8**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Para mí es una forma de ver la vida y los problemas de otro modo y con otros ojos
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clases es lo primordial, si es que le cuesta mucho tiene que anotar todo y estudiar
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Para mí.... todo tiene sentido en la vida cotidiana porque todo es real y no es imaginario
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí tienen sentido , porque te van enseñando nuevas formas y nuevos problemas que uno no conoce
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Para mí el sentido es algo que tenga coherencia, que concuerde con la vida, es algo con una razón
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI,	Sí, fenómeno en la matemática es algo que comúnmente no se ve, es muy

EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	inusual, y muy complejo, en la vida es como algo raro
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, porque todo tiene una relación en la vida si no, no existiría
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, pero es mejor hacer en el aula clases más emocionantes y divertidas a la hora de aprender
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Todo lo que tenga que ver con dinero, tiempo, cantidad

CÓDIGO	**G2-E9**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	La matemáticas para mí son aburridas e innecesarias muchas veces para la vida cotidiana
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Esforzarse mucho a veces y estudiar mucho, lo que la hace más aburrida a veces.
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Tiene sentido cuando algo me apasiona o me gusta mucho, eso le da sentido a mi vida, seguir un sueño o alcanzar una meta
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No tienen mucho sentido ya que no me apasionan ni me gustan, no les prestó atención, ya que como no me gustan no le encuentro un sentido propio
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	El sentido para mí es algo que nos apasiona y nos mueve en una dirección, algo que dentro de nosotros nos motiva a seguir
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	En la vida cotidiana un fenómeno es un objeto inusual o fenomenal, fuera de lo normal, en las matemáticas puede aplicarse a algún caso como un problema que resolver
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Pueden tener una relación algo lejana, pero sí se pueden relacionar, ya que todo tiene un sentido y un fenómeno, el sentido es aquel que elegimos y el fenómeno es una causa que nos puede provocar seguir un sentido
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA	Sí sirve, pero no motiva del todo a la gente aprender muchas letras con números para la vida cotidiana

MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Sí se utilizan, pero más en el habla que en el actuar o resolver

CÓDIGO	**G2-E10**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	¿No sé y tú?
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Estudiar
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando me drogo con mis amigos
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No, porque no, nunca
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Que algo tiene sentido, sin el sentido no sentirías la vida
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Un fenómeno es una persona con cuatro brazos como ben10
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	---
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí sirve, porque cuando tengo tres manzanas me como dos y me queda 1 " soy seco"
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para todo, como cuando compro el pan, voy a la feria etc.

CÓDIGO	**G2-E11**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Resolución de ejercicios.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Tomar atención en clases y ejercitar lo aprendido
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando se le encuentra una solución racional
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, pero no siempre, ya que usar la lógica para algo complejo le quita el énfasis y te hace aburrirte

¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Dirección
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Si cuando no es normal, que no va de acuerdo con lo que se está haciendo o algo poco común en un problema
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, siempre cuando sea coherente con lo que se está viendo
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Solo cuando se estudia ingeniería

CÓDIGO	**G2-E12**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Son cosas que se deben analizar, resolver problemas, etc.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Solo debe prestar atención a lo que se está enseñando, y preguntar cada vez que se tenga alguna duda
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando las cosas se pueden comprobar o se tienen fundamentos para ello
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, tienen sentido en algunas ocasiones cuando sabemos que podremos ocuparlas en la vida cotidiana, pero hay cosas que no se ocuparan, pero para mí es entretenido
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que pueda ser lógico
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Son los tipos de modelos que ocupamos para poder resolver ejercicios
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, tienen sentido, ya que con esos fenómenos se pueden lograr resolver los problemas matemáticos
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES	Sí, porque gracias a eso se pueden comprender mejor lo que se está enseñando

DE LA REALIDAD?	
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Nunca, por lo menos yo no lo he visto en la vida cotidiana

CÓDIGO	**G2-E13**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Base para quien elige esta carrera
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención y ejercitar cada uno de los problemas dado por el profesor
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando me dan bien el vuelto de una compra
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No le encuentro ningún sentido porque no estudio algo relacionado con matemáticas.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Como una dirección de algo
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Un fenómeno es una persona que tiene cualidades diferentes a la de nosotros.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No lo sé
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Para mí, para lo único que sirve es la suma, la resta, multiplicación y división así me dan bien el vuelto del pan.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para estudiar los fractales

CÓDIGO	**G2-E14**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Resolver problemas a través del uso de lógica y números
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Entender el objetivo, la idea y los medios para resolverlo
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando me trae consecuencias positivas
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Si, ya que son medios que utilizamos para resolver distintos problemas

¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando algo tiene un objetivo de ser, cuando es entendible
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Es una situación planteada poco cotidiana o extraña
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Si se relacionan, se busca el sentido de un fenómeno que calce
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Si, suelen ser más fáciles de entender
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En cosas tan simples como comprar o usar medidas

CÓDIGO	**G2-E15**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es un ramo que te enseña a solucionar ciertos problemas de distintas formas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clase hacer ejercicio
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	---
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que …
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No porque aunque haya algún alcance no se van a relacionar
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, pero alguna parte de la materia no sirve para la vida cotidiana. En la vida cotidiana sirve lo básico nomas

¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En ninguna no creo uno se complique tanto por ir a comprar un kilo de pan es como estúpido.

CÓDIGO	**G2-E16**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Un ramo en el cual se enseña a pensar y razonar sobre problemas o situaciones en las cuales se presenta un conflicto
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Analizar la situación para poder formular posibles soluciones
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando son problemas que los podemos realizar cotidianamente o a lo largo de la vida
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	A veces porque en ocasiones hay casos en los cuales nunca los veré más adelante y creo que puede que sea algo irrelevante
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es el motivo por el que se hizo esa solución y es ahí cuando todo concuerda
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, para mí son sucesos especiales que se distinguen por tener alguna particularidad
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, porque cuando se produce un fenómeno uno busca alguna respuesta que concuerde con la situación pero esta tiene que tener sentido con lo que se está hablando
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que, uno así se va familiarizando y entendiendo mejor las situaciones y se da el momento en el cual uno reflexiona y se da cuenta que las matemáticas las puede encontrar en cualquier momento
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	No lo recuerdo

CÓDIGO	**G2-E17**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una forma de solucionar un problema con fórmulas, números y análisis.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Reforzar, tomar atención y preguntar cuando no entiende algo. Porque la mayoría de los estudiantes se quedan a medias y al final no entienden.
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando hay justificación a el tema del que se habla. Un porque.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS	Si, tienen sentido. Porque te da un

EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	resultado que es válido y uno puede comprobar si está bien o mal. En los problemas, ecuaciones, en toda la matemática.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que tiene coherencia.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí, lo escuchado en los objetivos del profesor y en la vida cotidiana. Un fenómeno es algo distinto, desconocido. En la matemática seria como un ejemplo que se toma de la vida.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, puede que tengan cierta relación pero como para mí un fenómeno es algo distinto y no conocido, no podría decir que tiene cierto sentido, pero al conocerlo, uno puede darse cuenta que ese fenómeno si tiene sentido, solo que uno no lo conocía.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, sirve. Uno entiende más la situación que el profesor le coloca al compararla con la vida cotidiana.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando uno tiene algo y quiere sumar, multiplicar, dividir y restar algo que no tiene. O que desea tener

CÓDIGO	**G2-E18**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	A veces un dolor de cabeza, siempre suelo necesitar ayuda para entenderla
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Entenderla, aprenderse bien las formulas
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando influye en mi vida, cuando de verdad hace que algo cambie
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	No tanto, principalmente porque no solemos necesitarla, además, solemos utilizar la tecnología para librarnos de eso
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que al menos para mí vale la pena "que tiene sentido para mi"
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Sí pero en dos sentidos, en el físico o en el cotidiano. Algo que sucede
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O	Sí, porque son dos cosas que suceden

¿POR QUÉ NO?	
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, pero normalmente suelen ser cosas básicas
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Sinceramente no encuentro que los números complejos estén tan a diario en la vida cotidiana

CÓDIGO	**G2-E19**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Es una asignatura que te ayuda a desarrollar la inteligencia en cuanto a cálculos
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención en clases y ejercitar los problemas
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando tiene un motivo o un porque
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, porque te ayudan a resolver los problemas de forma ordenada y siguiendo paso a paso
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es algo que te ayuda a encontrar soluciones y razones a lo largo de la vida
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Para mí se le denomina fenómeno a algo que es fuera de lo normal y en matemática a los modelos
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, porque para que ocurra un fenómeno debe tener sentido.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, porque así puede que al relacionarlo con la realidad resulte más fácil para los alumnos
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En los fractales

CÓDIGO	**G2-E20**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Números, problemas de la vida cotidiana etc.
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER	Poner atención

MATEMÁTICA?	
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando uso matemáticas
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, porque en el futuro me sirven, en ocasiones cuando voy a comprar pan
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Algo que tiene dirección
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	No sé, bueno si sé, pero no te voy a decir
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No creo que tengan que ver ya que fenómeno es algo y sentido tiene que ver con dirección por lo menos eso creo yo
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Me voy a matar
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para enseñarle a mi polola, pero no tengo

CÓDIGO	**G2-E21**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Problemas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Prestar atención
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando algo es importante
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Porque son interesantes
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Cuando algo importa
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Cuando algo se puede resolver
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN	Sí, porque importan

RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Cuando no se puede resolver

CÓDIGO	**G2-E22**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Una forma de dar solución a distintas situaciones o problemas
¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Prestar atención y ponerlo en práctica, así es más fácil aprenderlo
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando algo se puede comprobar y tenga un fundamento del porque es así, o por qué sucedió
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí tienen sentido, solo que algunas cosas se utilizan en distintas profesiones y no pueden ser utilizadas en el futuro.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es algo que se puede comprobar y tiene un fundamento del porque existe
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA “FENÓMENO”? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	Los fenómenos matemáticos son modelos que te pueden ayudar en diferentes casos. Un fenómeno es alguna cosa o situación que no se da comúnmente
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	Sí, porque los modelos matemáticos (fenómenos) son utilizados para resolver y ayudar a comprender una situación.
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, ya que es una forma de que nosotros los estudiantes entendamos algo, ya que se junta una situación que desconocemos con algo que sucede comúnmente en la vida cotidiana.
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	Para el estudio de fractales, para las magnitudes eléctricas de un circuito, etc.

CÓDIGO	**G2-E23**
¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA PARA TI?	Algo que está en el diario de vivir, sin que lo notemos. Para todo ocupamos matemáticas.

¿QUÉ TIENES QUE HACER, EN GENERAL, PARA APRENDER MATEMÁTICA?	Poner atención al profesor y si no entiende crearse uno mismo maneras para aprender... Cosa que yo no lo hago porque no quiero
PARA TI, ¿CUÁNDO ALGO TIENE SENTIDO EN LA VIDA COTIDIANA?	Cuando puedo aprender a solucionar mis problemas, eso para mi persona es algo que tiene mucha relevancia en la vida.
¿LAS ACTIVIDADES QUE REALIZAS EN EL AULA DE MATEMÁTICA TIENEN SENTIDO PARA TI? ¿POR QUÉ? ¿EN QUÉ OCASIONES?	Sí, o sea el profe se va en las ramas de lo científico, y cuesta entender, por qué nosotros no somos científicos, somos técnicos.
¿QUÉ ES EL SENTIDO PARA TI? ¿CÓMO LO DEFINIRÍAS?	Es percibir algo, cualquier cosa, no tengo una definición coherente porque es difícil definir lo que es sentido, según yo, no se otros.
¿HAS ESCUCHADO ALGUNA VEZ LA PALABRA "FENÓMENO"? ¿PARA TI, EN LA VIDA COTIDIANA Y EN LA MATEMÁTICA, QUÉ ES UN FENÓMENO?	En mi vida cotidiana un fenómeno es algo no siempre visto, diferente, las personas somos fenómenos porque no somos iguales, nos diferenciamos mucho, en la matemática un fenómeno es algo diferente algo que cambia todo.
¿PIENSAS QUE SENTIDO Y FENÓMENO SON DOS NOCIONES QUE SE RELACIONAN O SE PUEDEN RELACIONAR? ¿POR QUE SÍ? O ¿POR QUÉ NO?	No entiendo la pregunta así que no sé cómo responderla, pero si hiciste la encuesta explícate mejor
¿EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA SIRVE QUE EL DOCENTE VINCULE LA MATEMÁTICA CON SITUACIONES DE LA REALIDAD?	Sí, es decir se nos puede hacer más fácil el entender, como " Si la niña escucha chinos, y tiene un ship de dos pero entra la Voldemort a cagar la relación de dos, y se lleva uno, ¿Cuan puta seria la Voldemort?
¿EN QUÉ SITUACIONES DE LA REALIDAD SABES QUE SE UTILIZAN LOS NÚMEROS COMPLEJOS?	En comprar pan

Anexo 3: Transcripción Instrumento 2 Grupo 1

-Investigador: Señores, las pregunta es para todos, para que todos respondamos. ¿Sus respuestas entregadas en las encuestas representan lo que piensas ahora? ¿Eso que estás respondiendo, que estás leyendo, representa lo que ahora piensas o hay alguna respuesta en que tu opinión no esté clara todavía, que no esté expuesta de forma clara, o que haya sufrido modificaciones en estos días?. Ahora pienso otra cosa, creo que en esto me equivoqué, no fue tan claro, ahora quiero profundizar sobre ésta idea, simplemente decirlo, ¿no?. Estudiante 4 no. ¿Está bien? ¿Está claro? No hay ninguna cosa que no haya sido clara ni imprecisa, simplemente que su opinión no esté clara allí, o está claro lo que Uds. piensan. ¿Si? ¿Ok?. No tengan miedo de hablar ni hacer preguntas, no se preocupen.

(Los informantes, a través del lenguaje no verbal, señalan que sus opiniones no han cambiado desde el Instrumento 1)

-Investigador: A nosotros nos interesa el sentido, ¿Ok?. Nos interesa el tema del sentido, es lo que estamos investigando yo y mi compañero. Les voy a pedir ahora que cada uno de Uds. resuma en 5 palabras o a lo más una frase corta ¿Qué es sentido para ti?, para cada uno de Uds. y que lo pueda decir, ok? Que es una frase, en 3, 5, una oración corta de pocas palabras ¿Qué es sentido?, ¿qué es? Independiente de lo que crean, no hay respuesta ni buena ni mala, qué creen Uds. que es sentido, como lo definirían. Si alguien quiere comenzar Uds. me dicen.

-Estudiante 2: Cuando las cosas son coherentes.

-Investigador: Ok, entonces algo tiene sentido para ti cuando es coherente. Ok.

-Estudiante 3: El sentido es por lo que se rigen la mayoría de las cosas.

-Investigador: Muchas gracias.

-Estudiante 4: Es cuando algo es correcto para mí.

-Estudiante 1: Es lo que se puede decir.

-Investigador: Voy a ir en la mismo orden… voy a hacer algunas preguntas. Estudiante 2 “cuando es coherente”, ¿Qué quieres decir?. Al final les voy a pedir a cada uno de Uds. ahora ir un poco más allá. ¿Con coherencia qué quieres decir?.

-Estudiante 2: Que sea correcto, que tenga sentido, que sea correcto como dijo el estudiante 4.

-Investigador: Que sea correcto en qué sentido, a ver estudiante 4.

-Estudiante 4: De acuerdo a los conocimientos que tengamos en general en la vida que se asimila lo más, de mejor manera a aquello a la actividad que estamos haciendo.

-Investigador: Ha ya. Ok. Cuando se asimile más a la vida. ¿Cuándo se asimile más eso que yo quiero dar sentido?.

-Estudiante 4: Cuando se acerque lo más posible a lo que nosotros conocemos como bueno o malo, a lo bueno en este caso.

-Investigador: Ha, Ok.

-Estudiante 4: A lo correcto.

-Investigador: Estudiante 3, “por lo que se rige la mayoría de las cosas”. ¿A qué te refieres con la mayoría de las cosas? ¿En qué estás pensando?.

-Estudiante 3: Por ejemplo las cosas en general, por lo que se guía la vida, las cosas, cualquier tipo de cosa ya sea de matemática o de algún conocimiento en la asignatura de historia o lenguaje, y si esta clase de respuesta o esta materia no tiene sentido no se puede entender.

-Investigador: Algo que no tiene sentido no se puede entender. Ok. Estudiante 1 “lo que podemos percibir”, ¿a qué te refieres con eso, en qué estás pensando?.

-Estudiante 1: Lo que uno siente que tiene lógica. Que siento y que estoy haciendo algo es porque le encuentro una razón, una lógica, un sentido.

-Investigador: Ok. Ahora, creen que cada uno de sus compañeros… ¿Qué cree de cada uno de sus otros compañeros?. Cada uno ha tratado de explicar un poco su idea de sentido pero ahora quiero que veamos lo que el otro dijo, lo que cada uno escuchamos. El estudiante 1 habló de lo que se puede percibir, que tiene sentido o que tiene una razón, el estudiante 2 que hay coherencia, que es correcto, por ahí, el estudiante 3 dice “por lo que se rigen la mayoría de las cosas” y el estudiante 4 “lo que es correcto para uno”. Pero ahora, ¿Qué crees tú, cada uno de Uds. respecto de sus compañeros? ¿Están de acuerdo o en desacuerdo? ¿Hay puntos en común? ¿Hay cosas que son semejantes o cosas que son diferentes?. Simplemente decir que “oye, creo que en esto concordamos y en esto no”, o “yo no había pensado en eso”. ¿Qué les pasa cuando escuchan a sus compañeros?

-Estudiante 1: Yo encontré que yo no pensé primero en lo que dijeron mis compañeros, que estaba correcto, que tenía coherencia. Yo solo dije que era lo que podía percibir, pero encuentro que todo lo que dijimos son partes que forman la palabra que es el sentido, son como derivaciones que igualan y que se completan.

-Investigador: Ha, ok. ¿Ustedes?

-Estudiante 4: Yo creo que respecto a la respuesta de mis compañeros, sentido es algo muy personal pero que se lleva a la práctica en lo social, entonces estoy de acuerdo con las demás respuestas porque todas tiene que ver con las reacciones de la gente en nosotros y nosotros en la gente.

-Investigador: Ok, aquí.

-Estudiante 2: Igual pienso que las respuestas de mis demás compañeros tienen concordancia en relación a la mía, que todas se van relacionando y que todas, o sea, tienen semejanza.

-Estudiante 3: También estoy de acuerdo con mis compañeros porque como dijo el estudiante 1 todas estas visiones o estas respuestas que estamos dando forman, son fragmentos de la misma palabra.

-Investigador: Ok, por eso hay una suerte como de distintas formas de entender sentido, cierto? Y no necesariamente por ser distintas chocan sino que parece que son consistentes unas con otras, se relacionan. Ahora, si tuviéramos que relacionar sentido con otros términos, o sea, relacionar el término sentido con otra palabra y no con una sino con otra serie de palabras que podremos construir ahora. Una serie de palabras. Si quieren Uds. las van anotando también, yo les puedo dar lápiz, pero ir construyendo, poner como si uno pusiera sentido al medio y qué palabras como que se relacionan con sentido y se relacionan de una forma que puedan, se pueda entender. Qué otro término se relaciona con sentido y que en cierto modo lo enriquece o lo define. ¿Cuáles serían según Uds.?. Recuerden que no hay respuesta correcta ni incorrecta, ya nos dimos cuenta, o sea, Uds. llegaron a concordar en que esto puede tener muchas respuestas, así que no se preocupen. Y si alguien quiere comentar y alguien “no tengo idea” o “no se me ocurre ahora”, ningún problema. Si alguien quiere comenzar.

-Estudiante 1: Sentido, las palabras con las que las puedo vincular es la razón y lógica, porque sentido lo vinculo a sentido de vida y que también tiene concordancia con razón de vida y lógica, entonces tienen coherencia.

-Investigador: Ok, razón de vida o lógica. Quisiera ver un poco más eso de “razón y lógica”. ¿Cuándo sentido como razón?. Explícame un poco más sobre eso, cuándo o dame un ejemplo.

-Estudiante 1: Sentido de vida como razón, como la razón por la cual la vida, la razón por la que quiero realizarme. Por ejemplo, yo mi sentido de vida es ser una buena persona salir con, o sea, llegar a la universidad y salir con honores para mí eso es el sentido.

-Investigador: ¿Y el sentido como lógico?, como algo lógico.

-Estudiante 1: El hacer cosas no correctas y que no, como que tengan concordancia con lo que estoy haciendo y que yo quiero estudiar ingeniería en informática entonces lo lógico sería que ahora que estoy en electivo físico-matemático, que es lo que más me apunta hacia esa carrera.

-Investigador: Una coherencia. Ok. Tenemos que Estudiante 1 sentido lo asocia con la palabra razón o con la palabra lógico o lógica. ¿Alguno de Uds. tiene esa palabra también o algo similar?.

-Estudiante 3: Asocio el sentido con la dirección, con una definición y un objetivo.

-Investigador: Con dirección, con objetivo y con…?

-Estudiante 3: Definición.

-Investigador: ¿Definición?, explícame eso de definición.

-Estudiante 3: Claro. El sentido puede ser una forma de definición porque si el sentido en que va mi vida no tiene una definición correcta o una definición que a mí no me parezca buena no, no tiene en realidad ni un sentido.
-Investigador: Y lo otro de dirección y objetivo es como el hecho de dirección. ¿Hay sentido cuando hay dirección?.
-Estudiante 3: Claro, hay sentido cuando la dirección en la que voy es la correcta.
-Estudiante 4: Las palabra que se me vinieron a la mente fueron también coherencia y lógico como mencionó el estudiante 1, pero también creo que esas palabras son alguna manera aceptables cuando nos referimos al prototipo de sentido que tenemos en la sociedad, porque, como mencionó el estudiante 1, muchas personas le dan sentido a su vida realizándose profesionalmente o emocionalmente, entonces cuando vean algo que no se acerca a esto, por ejemplo, alguien que quiere estudiar o dedicarse por ejemplo a mochilear, todos van a estar en contra porque esa personas no tiene ningún tipo de coherencia o de lógica, entonces lo van a apartar de alguna manera del sentido de la sociedad.
-Investigador: Ok, para la sociedad no tiene sentido que alguien haga algo como mochilear.
-Estudiante 4: Era un ejemplo, pero fuera de lo común, debido que está ese estereotipo, estereotipo de seguir un cierto orden o escalones en la vida.
-Estudiante 2: Yo diría que algo común, me rijo por la respuesta que di anteriormente del sentido, de la coherencia, que por ejemplo puede ser algo común, algo corriente.
-Investigador: ¿Algo corriente?
-Estudiante 2: Común y corriente. Como común.
-Investigador: No me queda muy clara la relación entre algo corriente y algo… algo común y corriente y algo…?
-Estudiante 2: Común no más.
-Investigador: Claro. Entre común y sentido. ¿Algún ejemplo?
-Estudiante 2: Por ejemplo lo que estamos haciendo ahora tiene algún sentido, que es para su tesis y nosotros lo estamos ayudando. Y tiene sentido ayudarle para hacer la tesis.
-Investigador: ¿Y eso es común?. Como algo natural, ¿en ese sentido?.
-Estudiante 2: O sea, no es tan natural porque igual no se da todos los días, pero…
-Investigador: Es común en el sentido de… estoy tratando de entender. Dígame.
-Estudiante 4: Yo creo que para complementar al estudiante 2, creo que se refiere al sentido, o sea a algo común, que está relacionado con la capacidad que tenemos de ayudar, de ser generosos por ejemplo en la colaboración que estamos haciendo ahora en su tesis.
-Investigador: Ha, algo como social.

-Estudiante 4: Por ejemplo ahora estamos ayudando en su tesis, pero uno en el día a día ayuda en distintas cosas ya sea en la casa.

-Investigador: Cuando uno realiza este tipo de cosas estas cosas tiene sentido. Entiendo. ¿Es así señor estudiante 2?

-Estudiante 2: Exacto

-Investigador: Bueno, dijimos dirección, objetivo, prototipo, coherencia, común-social, por ahí, razón lógico o lógica de vida, razón de vida. Hay una gran definición, o sea, decir sentido qué es, es algo complejo al parecer, pero a partir de todo lo dicho por mí y por todo Uds. y por lo comunicado por sus compañeros. ¿Cómo creen Uds. que se puede favorecer el sentido de algo? Favorecer el sentido de algo quiero decir ¿cuándo es más fácil que algo tenga sentido? o ¿qué condiciones existen o qué condiciones se cumplen o se deben cumplir para que algo tenga sentido? Independiente qué es ese algo, me estoy imaginando cualquier cosa, lo que Uds. piensen, pero qué, cómo se favorece esto de darle sentido a algo o cuando es más fácil o qué condiciones existen o deban existir para que se cumple de que algo tenga sentido.

-Estudiante 1: Para mí es más fácil darle sentido cuando tiene como una respuesta, porque por ejemplo nosotros estamos aquí haciendo esto sabiendo que es por su tesis entonces para nosotros el sentido que tiene es que estamos ayudándolo a Ud. para que pueda sacar una buena tesis.

-Investigador: ¿Y eso qué relación tiene con respuesta?.

-Estudiante 1: Porque nosotros nos podríamos preguntar qué estamos haciendo acá, entonces nuestra respuesta sería que estamos aquí ayudándolo a Ud. para su tesis.

-Investigador: Ha perfecto. Quizás sea propósito, puede ser una palabra más adecuada.

-Estudiante 4: Apoyándome de la respuesta del estudiante 1 creo que es más fácil encontrar el sentido a algo cuando lo tenemos como una meta u objetivo, entonces por ejemplo si alguien quiere ir al gimnasio tiene un sentido para ir que su objetivo es su cuerpo o algo así entonces va a trabajar de a poco para eso y ya tiene, como decía el estudiante 1, ya tiene su respuesta, solo le queda trabajar para llegar a ella y a lo largo de ese camino va a ir encontrando el sentido, o sea lo va a ir aumentando.

-Investigador: Ok. Entonces para favorecerlo hay que tener un objetivo o una meta, en el fondo parece que hay un camino, eso entiendo, hay un camino que recorrer pero que al final del camino es como lo importante. ¿Si?.

-Estudiante 4: O sea, todo.

-Investigador: ¿Todo también? O sea el camino mismo.

-Estudiante 4: Sí porque a lo largo del viaje uno va a ir tomando realmente el valor a lo que es el sentido y entendiendo, o sea le va a sacar provecho a lo que es.

-Investigador: Okey. ¿Es importante eso? Estudiante 2 y 3, ¿están de acuerdo con esto de la finalidad, es suficiente eso o falta algo?. ¿O sí?, ¿Sí o no?.

-Estudiante 3: Sí.

-Investigador: Estudiante 2, ¿Sí?. Y el trayecto y el trayecto que se recorre hasta llegar al objetivo ¿es importante o uno adquiere sentido solamente al final, en la meta o también en el camino?. Creo que el estudiante 4 cree que el camino también es importante pero Uds. creen que es importante o el sentido se define solo como al final?.

-Estudiante 1: Yo encuentro que sí es importante porque cada uno hace, le encuentra sentido cuando se pregunta por qué lo está haciendo entonces si uno se pregunta por qué y ese porque no tiene respuesta sería obviamente que no tiene sentido pero si tiene la respuesta tendría sentido y uno sabría los méritos que hacer.

-Investigador: Dígalo si quiere.

-Estudiante 4: Logro relacionar la palabra sentido con motivación, entonces por ejemplo si reemplazamos, si ponemos los motivos en un lugar y para tener los motivos necesitamos tener motivación y para tener motivación tenemos que tener motivos y el sentido lo podemos reemplazar de alguna manera, en este caso

-Investigador: Entiendo, motivación también. ¿Sirve o ayuda para darle sentido a ese algo que ese algo exista o que en caso de que no exista o de no ser cercano o de no ser accesible o de no ser tangible sirve que se pueda materializar en alguna cosa, en alguna acción o en alguna realidad, o no necesariamente?, ¿Si es que lo que ese algo a lo que yo quiero dar sentido no existe materializarlo en algo sirve o sirve que exista directamente?.

-Estudiante 2: Yo creo que igual serviría arto porque por ejemplo con este tema de las metas si uno quiere alcanzar una meta y quiere alcanzar la meta por ejemplo la meta es siempre algo que existe y no .. Entonces es importante porque como la motivación, la meta es la motivación.

-Investigador: Ok. Entonces es más fácil darle sentido cuando existe, según su opinión. De pronto puede que nosotros le queramos dar sentido a cosas que no, por ejemplo, sentido como razón de vida o como lógica de vida no es algo tangible pero es algo que existe aunque no sea materialmente algo posible, podemos, como tiene sentido algo que manejamos en las ideas solamente? O sea que nunca es concreto en algún momento o que yo nunca puedo materializarlo en otra cosa. Se entiende ¿o es muy difícil? ¿De nuevo? Cuando yo digo que algo no existe o que algo existe no quiero decir necesariamente que esto sea material o que uno lo pueda tocar. Sino que yo me refiero a que yo a veces se le puede dar sentido a actividades que no tienen nada que ver con lo material pero que yo pueda llevarlo o pueda como de eso abstracto llevar a algo más concreto me ayuda a que yo tenga sentido, por ahí creo que el estudiante 2 me comprendió un poco lo que quiero preguntar, pero no sé si es la opinión de todos, de que exista en un sentido, amplio no estoy pensando en un existir necesariamente en un sentido material.

-Estudiante 4: Yo creo que sí es más fácil, o sea todo es más fácil cuando es algo material, porque estamos acostumbrado a tenerlo todo a la mano, entonces cuando es algo un poquito más complicado cuando es algo más abstracto no tangible, un ejemplo que se me viene a la mente es cuando el trabajo que hacen los sacerdotes o curas porque ellos en sí la divinidad no la tocan ni la toman, pero el hecho de realizar misas o cosas así es algo que ellos lo siente y mucha gente también lo han sentido, entonces igual se puede encontrar sentido en algo no abstracto.

-Investigador: Pero hay algo que de todas formas, sirve que algo obre en representación de eso que es más abstracto, o sea que por ejemplo, voy a seguir el ejemplo de los sacerdotes, ¿sirve que aunque yo no pueda tocar a Dios yo pueda reconocerlo a Él en las personas, por ejemplo?, podríamos decir que ahí hay un "materialización" de algo. ¿Podría ser más fácil encontrar sentido en la relación con Dios si yo esa relación la veo a través de las personas que sí puedo ver realmente?. Ese es el sentido de la pregunta, para allá apunta en realidad.

-Estudiante 2: Yo creo igual es algo más personal, porque el tema del sacerdote en este ejemplo porque por ejemplo para ellos es mucho más fácil sentir esa divinidad sin tocarla y sin creer porque yo por ejemplo yo no siento esa divinidad como ellos entonces no es lo mismo para mí que para los sacerdotes, es un tema netamente personal.

-Investigador: Claro, muy personal, quizás haya allí, bueno. Pero, ¿para Ud. si tuviera que, pongámonos en el caso de que Ud. fuera un sacerdote, sería más fácil que para Ud. encontrar a Dios como en esa divinidad o podría tener más sentido amar a Dios en esa divinidad o amar a Dios a través del.. de otras personas, por ejemplo, o del contacto con la naturaleza o de algo… ¿sería más sencillo o no necesariamente o derechamente no?.

-Estudiante 2: Es que uno, así viéndome en el caso de ser sacerdote yo creo que sería más fácil porque siendo sacerdote uno ya está creyendo en esa divinidad, por eso se convierte en sacerdote uno.

-Investigador: Muchas gracias.

-Estudiante 4: Yo creo que siendo parte de algo religioso, ya sea ser sacerdote o algo en lo que uno esté demasiado comprometido yo creo que todo lo puede relacionar con Dios, por ejemplo, el hecho el mundo como es la variedad que hay de todo, los paisajes y todo eso, creo que todo lo relacionan con que está hecho por Dios y todo eso pero para alguien que no sé poh que es más de la ciencia o cosas así puede que no le encuentre sentido nunca, entonces, ya sea que eso esté materializado o no va a depender del sentido que tenga la persona y que entienda por sentido.

-Investigador: El estudiante 3 ¿no? Estudiante 1? Vamos, bueno también Uds. pueden ir agregando cosas en virtud de lo que han escuchado. Bueno, hasta ahora hemos visto qué es sentido para Uds. y cómo se puede favorecer. Ok? ¿Creen Uds. que, ahora un poquito más específico, creen Uds. que sería beneficioso darle sentido, en la forma que hemos conversado acá, o sea con todos los ejemplos que hemos dado con todas las palabras que hemos unido con sentido, sería beneficioso darle sentido a lo que Uds. hacen en la clase en el aula de matemática en la clase de matemática, sería bueno darle ese sentido, ayudaría a mejorar el aprendizaje o de pronto lo perjudicaría o lo haría más difícil? Recordarles que sentido lo hemos relacionado con dirección con objetico con definición con propósito con coherencia con algo que es común con una razón con algo que es lógico. Sería beneficios darle sentido a lo que uno hace en el aula de matemática o quizás no sea necesario y lo dificultaría o incluso lo dificultaría.

-Estudiante 2: Igual depende del contexto en que uno lo vea o del plano en que uno lo vea porque por ejemplo yo puedo decir que pueden tener sentido para mí pero para más adelante, cuando ya entre a la universidad van a tener sentido para mí porque yo creo que la matemática te agiliza la mente entonces te pone la mente más rápida pero por ejemplo ahora yo encuentro que cuando te hacen ejercicios muy difíciles no tienen sentido porque de qué te van a servir eso ahora, si no creo que, lo mismo que todos dicen qué de qué te va a servir cuando vaya a comprar pan, cuando te hacen ejercicios más difíciles eso como que no sé cómo que no te sirven mucho ahora.

-Investigador: No sirven mucho. Pero entonces ¿ayudaría darle sentido? ¿O no? En concreto, a lo que uno hace en el aula en la clase de matemática.

-Estudiante 2: A la larga sí, porque uno va aprendiendo entonces se va quedando con eso en la mente.

-Estudiante 4: Yo creo que sí estoy de acuerdo con Estudiante 2 porque en una de las preguntas que se hicieron acá preguntaban qué era sentido y yo respondí que era algo que uno podía proyectar a futuro, ya sea profesionalmente o en cualquier ámbito, y por ejemplo los ejercicios de matemática obviamente ahora los ocupamos solo en el colegio pero si yo lo miro más prácticamente, si yo quiero estudiar alguna carrera, para la mayoría de las carreras pero para ingeniería principalmente algo que me va a ser de mucha ayuda porque lo voy a necesitar desde la PSU hasta que termine la carrera y cuando siga trabajando, ese es el sentido que le puedo dar cuando algo lo puedo proyectar y aprovecharlo en el momento.

-Estudiante 1: Encuentro que es difícil darle sentido porque hay muchas personas que... la matemática o no le dan mayor importancia de vida y no le encuentran sentido y como yo si le doy importancia porque para mí, a mí me gusta la matemática porque le encuentro lógica le encuentro sentido y gracias a eso escogí la carrera que tengo a futuro, entonces para mi tiene sentido estudiar matemática excepto geometría porque encuentro que ahí hay que usar más imaginación y no soy tan imaginativo me gustan las cosas que tienen lógica.

-Estudiante 3: Creo que sí debería darle sentido porque la mayoría de los que no entendemos la matemática demasiado cuesta bastante aprenderla y dándole un sentido yo creo que podríamos aprenderla de mejor manera y poder aprenderla bien.

-Investigador: ¿Uds. creen o sienten que les enseñan con sentido las cosas en matemática o eventualmente también el colegio cree que esto se favorece acá? Quizás pensar en Uds. como un ejemplo pero quizás mirar, responder si a Uds. les pidieran responder por todo su curso o por todo su colegio o por Chile Uds. creen que esto se enseña con sentido las cosas, matemática, lenguaje, las materias?

-Estudiante 4: Yo creo que las cosas se enseñan sin sentido se enseñan solamente porque se tienen que hacer, es un régimen que tenemos que seguir, el hecho de estudiar y ser alguien en la vida. Yo creo que el sentido lo ve el alumno cuando le tome el peso a lo que él estudie y el sentido a lo que él estudie podrán aprender, como dije anteriormente lo relaciono con la motivación. Eso.

-Estudiante 1: Encuentro que en la matemática desde chico nos dan sentido porque cuando éramos chicos nos ponían problema fáciles pero que ahí nos costaban a nosotros entonces como decía mi compañero Estudiante 2 que agilizan la mente y como cada vez va subiendo el grado antes nos hacían problemas como de encontrar Juanito tiene 5 peras y se come 2 ¿cuántas peras le quedan? entonces a eso cada uno le va encontrando sentido pero cada vez eso problemas fueron tomando más dificultad y cada vez agilizan más la mente para cada persona ahí ve no si es capaz de seguir utilizándola o se queda en el camino.

-Investigador: Si Juanito tiene, cuando eres chicho, Juanito tenía 5 peras y ahí operaban y hacían una suma una resta o dividían, cualquier cosa ¿cierto?. Pero serviría que, por ejemplo, después pusiéramos el ejemplo de Juanito pero con otra, que está haciendo otra cosa y quizás la operación matemática también esté involucrado Juanito per haciendo otro tipo de actividades en que reparta otras cosas o que tenga algo real y que tenga que hacer algo o que tenga que medir una distancia.

-Estudiante 1: Sacar la raíz cuadrada de 124.

-Investigador: Claro sacar la raíz cuadrada de 1024 o lo que Uds. quieran, pero serviría, Uds. creen que les serviría a sus compañeros que no les vas bien en matemática que les pusieran un ejemplo más “concreto” o que en el fondo no nos alejáramos siempre de los ejemplos concretos donde se puede usar. ¿Serviría?

¿Tendría más sentido ahí? Porque yo sé que ahora tiene sentido que uno reparta por ejemplo ahora Ud. dice que es fácil lo que ocurría antes según el estudiante 1, pero ahora claro uno lo mira para atrás pero si los problemas que ahora nos plantean fueran más bajo la misma mirada poner algunos ejemplos concretos seguiría teniendo el mismo sentido que tiene ahora o tendría más sentido, seguiría siendo lo mismo, daría lo mismo?

-Estudiante 3: Para mí que me cuesta bastante matemática yo creo que sí, que me ayudaría un poco más a entender las operaciones y a poder aprender un poco más de mejor manera la matemática.

-Estudiante 1: Yo me acordé, ahora relacionando la pregunta que hizo, la primera, con una que hicimos la encuesta también, que decía que en el aprendizaje de la matemática sirve que el docente vincule la matemática con situaciones de la realidad. Yo creo que sí porque eso facilita mucho más el entendimiento, por ejemplo, como decía lo de las manzanas el estudiante aquí, si alguien va a la feria, por ejemplo si Juanito va a feria con su mamá y le dice que eche 15 manzanas, él va a saber cuántas y la va a hacer repartir en distintos bolsos y eso por ejemplo lo vieron en el colegio pero Juanito va a la feria el fin de semana y lo hace entonces ahí lo va entender y es muy difícil que lo olvide entonces siento que eso va a facilitar de todas maneras el entendimiento en matemática y en hartas asignaturas.

-Investigador: Ahora pero después de que, ya tienen claro de que cuando uno crece las cosas no pueden quedar en situaciones de compra pero ahí se puede ver en esa actividad que Ud. acaba de describir un propósito al final o el problema Ud. se imagina que tenía un propósito, por ejemplo sí tuvieran que decirme el nombre, lo que hubiera dicho ese problema en el libro o lo que hubiera dictado su profesor en la básica, ¿Cómo sería? ¿Cómo sería ese problema?.

-Estudiante 1: Está en la feria

-Investigador: Una persona está en la feria y…?

-Estudiante 1: Necesita 3 kilos de manzana y el kilo cuesta 3 mil pesos necesita calcular el valor de la manzana individualmente. Ahí va la pregunta.

-Investigador: Claro, y ahí se puede, en ese ejercicio así, pongamos que ese mismo caso tengo que encontrar el valor de la manzana. ¿Ahí se evidencia un propósito, una dirección, un objetivo o hay razón ahí como coherencia?.

-Estudiante 2: Calcular el dinero que se necesita, ese es el propósito.

-Investigador: Estudiante 2, sí?

-Estudiante 2: Calcular el propósito y aprender. Cómo sacar la incógnita por decirlo así.

-Investigador: Claro, ¿ahí hay un propósito, cierto? Serviría que ese mismo tipo de actividades pero con las materias que van avanzando existieran, quizás para los que no les vaya tan bien en matemática también existieran esos propósitos, ¿o no?.

O en realidad no tiene mucha razón de ser que haya un problema contextualizado, por así decirlo, o que haya una situación de la realidad.

-Estudiante 2: Es que por algo nos dan cuando éramos más chicos porque se nos hacía más fácil aprender.

-Investigador: ¿Y ahora no es necesario?.

-Estudiante 2: Ahora igual podría ser necesario pero con algunos ejercicios quizás con los más complicados y así se entendería un poco más fácil la materia.

-Investigador: Ha, se entendería mejor. Y ahora la pregunta, ¿tendría más sentido?, ¿tendría más sentido aprender sobre un ejercicio que tenga una contextualización, tiene un propósito que tú lo puedes ver?.

-Estudiante 2: Sí, porque al final si uno cambia el ejercicio por ejemplo por un problema así, después lo aplica por ejemplo con la fórmula va a ser lo mismo y lo va a haber aprendido de distintas formas, pero al final va a desarrollar el ejercicio igual.

-Investigador: Hemos visto qué sentido tiene relación con muchas cosas: dirección, objetivo, definición, propósito, coherencia, razón, lo que es lógico. Alguno de Uds., alguna vez para Uds. el aprendizaje de la matemática cobró sentido para alguno de Uds., se acuerda de alguna vez algo tuvo sentido?. Éste ejercicio de matemática, de cualquier año, quizás estos ejemplos el que Uds. me están dando ahora pueden tener sentido, pero alguna vez Ud. recuerda alguna ocasión que el aprendizaje de la matemática cobró sentido?.

-Estudiante 4: Puedo relacionarlo con algo que perdura en el tiempo y que todavía me acuerdo y que no se me va a olvidar. Un sentido que un día le encontré a un ejercicio fue que yo no sabía, no me acuerdo qué curso fue, pero no sabía que una ecuación lineal que cuando paso un dígito de un lado a otro se le cambia el signo y no sabía eso entonces cuando lo aprendí eso le encontré un tipo de sentido, no sabía bien cómo describirlo pero como que me llamó la atención.

-Investigador: Ya, y le encontraste sentido.

-Estudiante 2: Complementando a él porque él dice que cuando se le cambian los dígitos o sea que cuando se cambia de lado el dígito se le cambia el signo y ahí tiene sentido porque por ejemplo si uno no le cambia el signo al número y llega al resultado final te va a dar otro resultado, en cambio si tú lo haces correctamente cambiándole los signos va a tener sentido el resultado que le da al profesor y el que te da a ti.

-Investigador: Ha, pero, recordando, Uds. recuerdan alguna vez o no? No se acuerdan de ninguna vez en que haya tenido sentido algo?

-Estudiante 1: Yo me acuerdo que cuando chico nos hacían problemas de por ejemplo: Juanito tiene mil pesos y le dan valores y le dan una tabla con valores de las cosas que podía comprar, no se poh de una bebida, pan y le pasaban valores entonces hacían nos preguntaban qué alcanzaba a comprar con mil pesos o que distintas cosas podríamos comprar. Entonces no sé yo las primeras veces que fui a comprar solo hacía ese ejercicio le preguntaba los precios, entonces calculaba y cuánto me salía cuánto me iba a faltar y cuánto me sobraba entonces para mí.

-Investigador: Eso tenía sentido.

-Estudiante 1: Tenía sentido.

-Investigador: ¿O sea que reconocías una razón por la cual hacer eso?.

-Estudiante 1: Claro.

-Investigador: Ahora, ¿qué condiciones estuvieron presentes para que eso ocurriera?. ¿Qué consecuencias trajo?. Cuando algo a Uds. les cobró sentido en algún aprendizaje en matemática tuvo alguna consecuencia en ese contenido o en los siguientes contenidos, tuvo alguna repercusión o simplemente Ud. le encontró sentido y no pasó nada más?.

-Estudiante 4: Sentido la repercusión que tuvo en otras asignaturas y en la misma fue cuando me di cuenta que podía aprender eso y muchas cosas más me di cuenta de lo capaz que era, entonces como que eso era una motivación o sentido que yo le daba a las demás asignaturas para que me motivaban para seguir estudiando o que me interesara en aquello entonces con eso es lo que me quedo, con ese pequeño ejercicio que hice.

-Investigador: Entonces influyó después.

-Estudiante 1: Sí, a mi igual que al estudiante número 4 como que me gustó cuando yo pude hacer eso, de pude sacar el resultado entonces cada vez que no sé después acompañé a mi mamá a comprar veía que ella pedía cosas y le decían los precios y como que yo mismo me iba mejorando iba calculandolo y antes que la vendedora lo calculara con la calculadora yo se lo sacaba con la mente y ya se lo había dicho a mi mamá, entonces mi mamá ya estaba sacando la plata y el vuelto entonces me sentía bien me sentía como feliz y me daban más ganas de seguir aprendiendo.

-Investigador: A Uds. les pasó algo así alguna vez? No? Recuerdan? Algo que ver con matemática?. Cómo creen Uds., ahora así como si tuvieran que, Uds. ahora tienen que dar opiniones, Uds. son doctores y tienen que dar opiniones de cómo mejorar a este paciente que es la enseñanza de la matemática? O como, o darle opiniones a un profesor que no sabe cómo enseñar matemática y Uds. que son los doctores quieren que ese profesor favorezca el sentido de la matemática, favorezca el sentido en la matemática, en la enseñanza de la matemática particularmente, entonces Uds. le deberían dar algún consejo. ¿Qué consejo le darían?. “Haz esto” o “relaciona esto”, con la enseñanza típicamente.

-Estudiante 2: Yo por ejemplo el año pasado con el profesor de matemática yo aprendí igual bastante por su método de enseñanza y porque igual nos motivaba a aprender. Él lo que hacía era nos explicaba el ejercicio y por ejemplo hacía como cinco ejemplos y después no decía que nos dejaba una guía y nosotros la teníamos que hacer y como yo ponía atención, porque en la clase igual era motivador, entonces ponía atención y aprendía altiro y empezaba a hacer la guía. Pero por ejemplo ahora no me pasa lo mismo, porque encuentro que igual la clase de ahora es más fome entonces como que no me motiva a aprender matemática con ese profesor.

-Investigador: Claro, entonces Ud. le diría a los profesores en general: “para Ud., sus estudiantes favorecer el sentido en la enseñanza de la matemática, en el aprendizaje de la matemática Ud. tiene que hacer esto que sea motivador, su clase tiene que ser motivadora”, ahí hay un consejo. Pero siguiendo con lo que hemos conversado, qué otra cosa podría emerger.

-Estudiante 4: Yo, por ejemplo, en el caso de un profesor joven que lleva un par de años nomás haciendo clases y él mismo se da cuenta de que los alumnos no están aprendiendo o hay algo que tira para atrás en la matemática, primero le diría que si él quiere realmente estar ahí enseñando porque si él no le encuentra ningún sentido a enseñar menos le van a encontrar los que están aprendiendo. Entonces, eso primero que nada. Y obviamente todos los profesores deberían ser un poco más didáctica y ser atractivo para los alumnos para que se interesen y así..

-Estudiante 3: Les guste.

-Estudiante 4: No sé si les guste pero que al menos no lo hagan al menos con esa mala onda o hacerlo por hacerlo.

-Investigador: Entonces eventualmente Ud. podría, el consejo se podría resumir en “Ud. profesor para que sus estudiante, para favorecer el sentido, la adquisición de sentido en la actividad matemática de sus estudiantes debería no hacer las cosas solamente por hacer sino que Ud. mismo debería saber el sentido del porqué las está haciendo”.

-Estudiante 4: Y ese es el sentido para poder transmitirlo a los alumnos.

-Estudiante 1: Yo encuentro que el consejo que le daría a un profesor sería primero enseñara las cosas de forma fácil de entender y de a poco ir subiéndole la dificultad entonces de esa forma para estudiante le sería más fácil aprender y también la podría ir vinculando con hechos de la vida cotidiana entonces si a un alumno le cuesta matemática ahí empezaría a comprenderla más y aparte de que serían ejercicios fáciles sería fácil entenderla entonces ya estaría con una capacidad de entendimiento y se le va subiendo la dificultad el estudiante como ya tiene una base podría ir entendiéndolo mucho mejor y así cada vez ir aprendiendo más rápido.

-Investigador: Y sirve la vinculación con hechos de la vida cotidiana, cierto? Podría ser por ahí, entonces sería: “Sr. Profesor si Ud. quiere que sus estudiantes aprendan con más sentido la actividad matemática, que adquieran sentido sus actividades matemáticas, vincúlelo con lo cotidiano con algo cotidiano", quizás sea un poco difícil decir con algo cotidiano pero quizás con algo…

-Estudiante 1: Común, con algo que se pueda ver más seguido porque por ejemplo, ya lo dije anteriormente, la mayoría de las personas que no le gusta la matemática no les gustan porque nunca les encontraron un sentido, entonces quizás no toman atención cuando el profesor hace el ejemplo de la manzana y esas cosas no tuvieron que haber pescado o quizás nunca lo llevaron a la práctica entonces solos se debieron haber desmotivado y no les siguieron las ganas de seguir aprendiendo, porque por ejemplo yo si le encontré sentido entonces me dieron más ganas de aprender.

-Estudiante 3: Estoy de acuerdo un poco con lo decía el estudiante 4 y también el estudiante 1, me tomé un poco de ambas definiciones en que ya que, como se decía, en general creo que una clase didáctica pero haciendo eso de ir subiendo un poco la dificultad un poco a medida que …

-Investigador: Ahí está claro un consejo.

-Estudiante 4: Para terminar lo de mi respuesta, lo que sea motivante que sea llamativo, en sí, para hacerlo más simple, salir un poco de la rutina no llegar todas las semanas o tres horas depende de cuántas horas de matemática sean a la semana, llegar a la clase anotar un par de ejercicios y explicar, sino que, de repente no sé, pedir alguna posibilidad de alguna actividad o en un taller y hacerlo una vez al mes, una actividad o un paseo o cosas así, cosas que motiven al alumno y le llamen la atención, porque por mucho que a alguien le guste matemática o la asignatura que sea que no sea todas las semanas o todos los días mirar la pizarra. Aburre a cualquiera.

-Investigador: Ahora quizás para comenzar a terminar, utilidad, ¿Cuándo algo es útil tiene sentido hacerlo? O sea ¿la utilidad le ayuda al sentido, si algo es útil para alguna cosa?. Yo ahora me refiero en algo, estamos hablando de la matemática pero también alguna cosa concreta o alguna cosa abstracta. Alguna idea.

-Estudiante 1: Cuando algo es útil obvio que da sentido porque por ejemplo a mí me gusta el fútbol, tiene sentido jugar fútbol. Si no le gusta el fútbol sería inútil enseñarle, pero si le gusta obviamente sería bien enseñarle y está aprendiendo, sería útil.

-Investigador: Claro, pero si algo es útil en sí mismo, tiene, como, ¿hay alguna forma de relacionar utilidad y sentido?.

-Estudiante 4: Yo lo relaciono de la siguiente manera, por ejemplo si viniéramos al colegio solamente a pararnos y estar todo el rato así, no tendría sentido que tuviéramos las sillas, entonces sería totalmente fuera de lugar. Y lo mismo, por ejemplo, lo que mencionaba del fútbol, sería como no practicar.

-Investigador: De pronto… Sr. Estudiante 3, Ud. dijo que no le gusta o que no le iba bien. Alguna de las dos. ¿Y si las cosas que nosotros le enseñáramos en matemática serían útiles sería más fácil o quizás no necesariamente?. O que sean útiles o que yo las pudiera utilizar.

-Estudiante 3: Yo creo que sí, que si le agregáramos una utilidad yo creo que podría haber un mayor entendimiento y sería más fácil de repente.

-Estudiante 2: Yo creo que igual para el ejemplo de las matemáticas, como decía el estudiante 3, las matemáticas sí son útiles pero no sé si en este momento de la vida. Por como lo dije denante, si uno quiere estudiar una carrera así como ingeniería, en realidad creo que en cualquier carrera tiene ramos de matemática pero más en ingeniería, las cosas que te enseñan en el colegio de primero a cuarto medio yo creo que son las cosas que te van a servir para desarrollar esos ramos de matemática bien entonces yo creo que la matemática sí son útiles en ese sentido.

-Investigador: Ahora para cerrar definitivamente, ¿Alguno de Uds. quisiera agregar algún comentario o reflexión relativa sobre lo que hayamos hablado durante toda esta entrevista que en su opinión haya quedado inconcluso o que haya sido poco clara o que no haya estado presente? A alguien se le viene a la cabeza algo que quizás algo en relación al sentido, a esto de la matemática con sentido, pueden tener quizás alguna idea que no haya quedado clara o que no se haya tocado o que haya quedado en la cabeza de pronto de la pregunta anterior, algo.

-Estudiante 4: La verdad es que me agradó bastante esta actividad porque la verdad nunca me había puesto a pensar de esta manera qué era sentido y relacionarla con algo, bueno es que a mí me gusta, me gusta la matemática. Entonces sirve para reflexionar y darnos cuenta que tenemos bastantes capacidades para aprender distintas cosas y que la matemática es una de ellas. No nos podemos achacar a veces por una prueba o cosas así.

-Investigador: Muchas gracias Señor. Entonces hemos dado por concluida esta entrevista grupal.

Anexo 4: Transcripción Instrumento 2 Grupo 2

-Investigador: Contarles que en esta entrevista grupal, ninguno de sus nombres va a salir en ninguna parte, la información que nos entreguen va a ser valiosa en la medida de que sea verídico lo que Uds. dicen, o sea lo que ustedes piensan y no hay respuestas ni buenas ni malas ¿ok? Ahora les voy a pedir que observen sus respuestas de la encuesta que respondieron con el profesor y yo a las niñas les voy a mostrar sus respuestas. Estamos en un proceso de tesis con mi compañero Miguel y estamos en grupo haciendo una investigación respecto a lo que vamos a tratar hoy día y ustedes en este momento son informantes claves, o sea que aunque sus nombres no van a aparecer, nuestra tesis se va a respaldar en ciertas partes en lo que ustedes nos piden ustedes y también estudiantes de otro colegio que también están participando de esto y que ahí llevan anotado el focus ¿ok? Ahora que todos tienen sus respuestas de la primera encuesta que ustedes mismos respondieron, lo primero es que todos tienen un número y cuando ustedes hablen como nosotros tenemos que transcribir esta conversación, yo no voy a decir su nombre si no que "su nombre es tal" y voy a llamarlos estudiante uno, estudiante dos, estudiante tres, estudiante cuatro y estudiante cinco, entonces ustedes cuando quieran hacer referencia a otro compañero no lo van a llamar por su nombre, la idea es que lo llamen por su número. "Yo concuerdo con lo que dice estudiante 1", "Yo concuerdo con lo que dice estudiante 5", "Yo creo que estudiante 4 está equivocado", "No había pensado lo que dice estudiante 3".

-Investigador: La primera pregunta para comenzar es ¿Si su respuesta entregada a la encuesta que tienen representa lo que piensan ahora?, hay alguna respuesta que en su opinión que no esté clara o que no esté claramente definida o no haya quedado claro o que estos días haya sufrido modificaciones.

-Estudiante 1: O sea que yo conteste una súper nada que ver, yo respondí la última pregunta súper incoherente a lo que yo había puesto.

-Investigador: Ok, pero ¿lo que quiso decir en la respuesta lo respondió seriamente o a conciencia? ¿Está representado en lo que piensa?, ¿Si?

-Estudiante 1: No

-Investigador: ¿No? No está representado, ¿Qué es lo que usted piensa entonces?

-Estudiante 1: O sea realmente no tengo un buen pensamiento, no se me ocurre.

-Investigador: A ya, o sea lo que respondió usted aquí, lo que tenemos nosotros aquí no representa lo que usted piensa.

-Estudiante 1: No, lo puse como broma, respondí no seriamente, creo que la penúltima pregunta fue la que menos intente de ponerme seria al contestar.

-Investigador: Ok, entonces diríamos que esas respuestas no son válidas.

-Estudiante 1: No, no serían válidas.

-Investigador: Ok, entonces ahora lo que vamos a hacer es que las respuestas, bueno si usted quiere responder algo de lo que vamos a conversar ahora la idea es que sea serio, por una parte, y por otra va a poder expresar su opinión con las preguntas que aquí tenemos, independiente de que su opinión sea coherente con lo que usted escribió antes, ¿Ok?, no hay problema. A nosotros nos interesa que ustedes nos digan lo piensan en realidad, no hay respuestas ni buenas ni malas, nosotros confiamos en que Uds. nos respondan de la forma más sincera posible y si no quieren responder algo o no se le ocurre o no queda clara la pregunta, o es muy difícil me dicen "uy no tengo claro, no entendí lo que se quiere preguntar o en el fondo no se me ocurre nada ahora" porque quizás hay preguntas que no son tan comunes de responder ahora, ¿ok?, entendemos eso. A parte de la señorita Estudiante 1 ¿ustedes cuatro no tienen problemas con que la respuesta dice lo que piensan en realidad? ¿Sí?, ¿No?.

-Estudiante 5: A decir verdad, yo en la última pregunta, no es que haya echo de broma pero no tenía muy claro, porque en la última pregunta decía: ¿En qué situación de la realidad usamos los números complejos?, no supe bien qué responder, entonces lo apliqué a lo que yo creía, pero no sabía que estaba correcto lo que estaba colocando.

-Investigador: En estos casos, vuelvo a decir, no hay respuestas correctas o incorrectas así que no se preocupe. A nosotros, como ya se habrán dado cuenta, nos interesa el sentido. Tenemos esta preocupación en nuestra tesis, en no más de cinco palabras, tres o cinco palabras, a lo más una frase, ¿podrían definir lo que es sentido para usted?, En una oración: ¿qué es sentido para ustedes? O ¿Cómo definirían ustedes sentido?. Si alguno ya tiene una idea o la quiere decir libremente.

-Estudiante 3: ¿Aplicado a la vida o a la matemática?.

-Investigador: Sentido en general, si usted quiere aplicarlo a la matemática o en un caso en particular está bien.

-Estudiante 3: Algo de crear una explicación de porqué es así, del porqué existe.

-Investigador: Ya, una explicación del porqué es así, del porqué existe.

-Estudiante 1: Yo tengo una.

-Investigador: Estudiante 1 le pido hablar más fuerte.

-Estudiante 1: Para mí es escuchar, tocar, comer, ver, pensar, todo eso tiene que ver con los sentidos para mí y es lo único que se me ocurre.

-Investigador: Muchas gracias. ¿Estudiante 5?

-Estudiante 5: Para mí es algo que concuerda con estos dos, que no es irregular, como en un rompecabezas una pieza le encuentro sentido que encaje en ese lugar y no vaya en otra.

-Investigador: Si muy bien, muchas gracias. ¿Estudiante 2?

-Estudiante 2: Es que yo creo que el sentido es como una sola línea que por razón tiene causa y consecuencia.

-Investigador: Este es estudiante 4

-Estudiante 4: Para mí el sentido sería la realidad, como si no hubiera sentido no sería real.

-Investigador: Muy bien muchas gracias, ¿Eso de realidad, me podría dar un ejemplo señor Estudiante 4?.

-Estudiante 4: Que si por ejemplo, seria irreal para mí, las cosas irreales no tienen sentido porque no tienen concordancia, no se pueden comprobar.

-Investigador: ¿Y algo irreal qué podría ser?.

-Estudiante 4: Algo ficticio.

-Investigador: Y Estudiante 2, cuando hablas de causa y consecuencia, ¿Puede dar un ejemplo?

-Estudiante 2: O sea que como que si uno no estudia, no espera que le vaya bien en la prueba.

-Investigador: Entonces si uno no estudia no tiene sentido que te vaya bien. ¿Alguien tiene una duda con la opinión de otro? ¿No? ¿Qué creen cada uno de lo que dicen, de lo que han dicho, sus compañeros?, cada uno de ustedes respecto a lo que sus compañeros dijo, ¿Están de acuerdo en desacuerdo, hay puntos en común, hay posturas diferentes, son semejantes?.

-Estudiante 2: Yo encuentro que Estudiante 4 tiene razón, porque algo irreal no tiene sentido, o sea que como un cerdo volando no concuerda, es ficticio no tiene sentido propio, porque, ay! no sé cómo explicarme

-Investigador: Entonces usted no había pensado lo que piensa el Estudiante 4

-Estudiante 2: No, pero concuerdo con él.

-Investigador: Claro, esa es la idea, saber si hay puntos en común, si yo no había pensado esto que pensó mi compañero, que nunca había pensado esto y estoy en desacuerdo, ¿Qué dicen ustedes?

-Estudiante 3: Nunca había pensado en cómo pensó mi compañera.

-Investigador: Ya y ¿Qué te llamo la atención?

-Estudiante 3: Que siempre había escuchado que lo que haces siempre tiene una consecuencia.

-Investigador: ¿Y tú crees que es válido como respuesta, aunque no se te hubiera ocurrido?

-Estudiante 3: Sí.

-Investigador: ¿Sí?, ¿Y ustedes?

-Estudiante 2: Yo concuerdo con el estudiante 4 porque no me había puesto a pensar pero pienso que tiene razón.

-Investigador: Muchas gracias señorita estudiante 2, Y usted falta.

-Estudiante 5: Creo que entre todas las respuestas de nosotros hay como un patrón en el cual después de todo siempre hay algo que lo inicia y lo lleva a algo que lo lleva como a lo mismo, como que todas las respuestas terminaron en algo similar.

-Investigador: Ha ya, todas terminaron en algo semejante ¿Qué podría ser ese algo semejante?.

-Estudiante 5: De que todo tiene algo relacionado de que tiene que haber algo que, no sé si una regla o como que tiene que estar basado en sucesos reales como que no podemos empezar a suponer como dijo el cerdo volando, creo que no es algo que pueda suceder y que todos estamos siguiendo el patrón de que un sentido es algo real o algo como que sí tiene mucha probabilidad de suceder.

-Investigador: Usted dice que tiene que ser algo real algo que exista ¿ok?, ¿Están de acuerdo ustedes con lo que dice el estudiante 5?, ¿Están de acuerdo de que este es como el patrón entre todos?, ¿Si?

-Estudiante 3: Sí, porque en matemática nos enseñaron los números reales y los imaginarios.

-Investigador: Ya.

Estudiante 3: Y como que los imaginarios no existen y que tenían como sentido.

-Investigador: No existen pero sí tenían sentido.

-Estudiante 4: Como dice mi compañero los ejercicios también forma parte de lo real, o sea que todo está conectado y las opiniones de mis compañeros yo concuerdo con todo porque cada persona tiene su forma de pensar y su lógica de ver las ideas y las perspectivas, cada uno se hace sus ideas.

-Investigador: Muchas gracias. Y ahora hagamos el ejercicio a partir de todo lo dicho y todo lo conversado hasta ahora: ¿Si tuviéramos que relacionar el término sentido con otros términos, con uno o con más de uno, cuáles serían?, casi como construir una definición pero no como en el diccionario sino que yo tengo la palabra sentido al medio, ¿Qué otras palabras se relacionan con sentido?, podrían ser sinónimos pero no necesariamente, sentido en qué otra palabra si tuviera que formar un elenco de palabras si yo leyera se me viniera a la cabeza la palabra sentido, ¿Cuáles serían?.

-Estudiante 3: Serían palabras o términos al cual se le aplican para definir.

-Investigador: Que se relacionan y lo explican, o que lo tratan de definir.

-Estudiante 1: Percibir.

-Estudiante 5: Razón.

-Estudiante 3: Fundamento.

-Estudiante 4: Comprobar.

-Estudiante 2: Concordancia.

-Estudiante 1: Coherencia, algo con sentido tiene que ver con coherencia.

-Investigador: ¿Alguien se le ocurre alguna otra?. Tenemos coherencia, percibir, concordancia, fundamento, comprobar, razón ¿Alguien se le ocurre alguna otra palabra?.

-Investigador: Ok, a partir de todo lo que hemos consensuado hasta ahora, a partir de lo concordado ahora ya sabemos, no en realidad no sé si podríamos definir sentido propiamente tal, pero tenemos muchas palabras, coherencia, percepción, concordancia, fundamento, comprobar, razón; Hay una razón, hay una explicación, hay algo como el tacto, los sentidos, en concordar con algo, en algo que sea regular, causa y efecto, algo que sea real. Tenemos una idea de lo que es sentido, ok, quizás cada uno tiene una idea de lo que es sentido, como dijeron ustedes, no necesariamente chocan sino como que se arman, no se vinculan unas con otras. Ahora, ¿Cómo creen ustedes que se puede favorecer la adquisición de sentidos sobre algo? ¿Cuándo es más fácil que algo, cualquier cosa tenga sentido?.

-Estudiante 3: Cuando se puede comprobar o tenga fundamentos.

-Investigador: ¿Estudiante 3? Más fuerte.

-Estudiante 3: Cuando algo se puede comprobar o diga el porqué es así.

-Investigador: Ya, cuando algo se puede comprobar, y a parte qué condiciones quizás se cumplan, ¿Cuándo yo lo puedo favorecer?.

-Estudiante 5: Cuando tú puedes observar que lo que estabas viendo es real, que lo que sucedió tenga sentido.

-Investigador: Cuando tú puedas comprobar, claro pero cómo yo, cuando pueda comprobar lo que sucedió, cuando algo tiene fundamento, ¿pero cómo puedo yo favorecer eso?, imaginando una forma de favorecer eso.

-Estudiante 3: La razón.

-Investigador: ¿La razón? ¿Cómo es eso? Estudiante 3 explíqueme eso.

(No responde)

-Investigador: Cuando algo tiene sentido, de pronto ¿qué cosas, qué condiciones se tienen que cumplir? O ¿Qué condiciones tienen que existir? O ¿Qué cosas puede favorecer que algo tenga sentido?

-Estudiante 1: Iba a decir: las acciones, pero a la vez no, no se me viene a la cabeza algo que tenga sentido.

-Investigador: Yo cuando digo algo digo cualquier cosa, lo que ustedes quieran, pero pónganse en la situación, yo le quiero dar sentido a algo que estoy haciendo ¿Cómo favorezco ese sentido? ¿Cómo hago que algo que no tiene sentido yo hago que tenga sentido?

-Estudiante 1: Comprobándolo.

-Estudiante 2: Dando unos fundamentos del porqué la persona cree que esto debería tener sentido para los demás y no tan solo para sí.

-Investigador: A muy bien.

-Estudiante 3: Aplicando las otras situaciones.

-Investigador: Aplicando la otra situación, muy bien.

-Estudiante 4: Sigo con mi idea de antes, porque para que algo tenga sentido debe haber una razón para que tenga coherencia, o sea yo le puedo explicar algo a mi compañero pero tiene que haber una razón o sino no habría un sentido de por qué estoy explicando esto o por qué nos están enseñando a razonar, a nosotros nos enseñan a cocinar para que seamos grandes cocineros en la vida o chef o relacionarlo con otra cosa, eso sería una razón.

-Investigador: ¿Alguien más?.

-Estudiante 3: Yo encuentro que la razón no podría ser, porque la razón también depende más con la percepción de uno, o de cómo ve la forma. Por ejemplo yo aquí tengo un seis pero otra persona puede ver un nuevo y no significa que esté equivocado.

-Investigador: Ahora no se si alguien más tiene alguna otra cosa que decir respecto a esto. ¿Ustedes creen que sirva o ayuda que ese algo, lo que sea, a lo que se quiera dar sentido exista, o que en caso de no existir o de no ser cercano o accesible o no ser material porque no puedo sentir algo que no sea material, sirve que se pueda materializar en otra cosa? o ¿Que pueda materializarse en alguna situación, en alguna acción o en alguna realidad?

-Estudiante 1: Yo no entendí a qué se refería, podría dar como el ejemplo de los sentimientos, o sea es decir que es algo que no es material, que no puedo tocar, ¿A eso se está refiriendo, o no?

-Investigador: También, que puedo darle sentido a acciones, por ejemplo a situaciones, a quizá los sentimientos a cosas tangibles.

-Estudiante 1: Por ejemplo, una situación: si estás en peligro, tiene sentido que corras, ¿Algo así?

-Investigador: Claro, tiene sentido que corra si está en peligro, hay un ejemplo de algo que no es material y que está sucediendo, o una acción. Está bien. Pero ¿Sirve que algo exista o que yo lo pueda casi como ver? Pero no ver como en un sentido como de mirar, sino que ver en un sentido más amplio.

-Estudiante 5: O sea, por lo que entendí de Estudiante 1 es que si hiciera algo que no se puede ver a simple vista, eso es como lo que me estas preguntando, o sea es como lo que yo entiendo.

-Investigador: Lo que queremos preguntar, es que si algo que yo quiero cobrar sentido no se puede ver, sirve que yo lo pueda ver a través de otra cosa, o sea que yo lo pueda materializar.

-Estudiante 5: Yo digo que sí, o sea lo único que se me viene a la mente con eso es por así decirlo lo de los sentimientos, cuando una persona le gusta a la otra y están enamorados no es necesario mostrarle un objeto para saber que una persona te gusta, por ejemplo una pareja que lleva bastante tiempo juntos no es necesario que le den un ramo de flores porque la persona va a saber que le gusta de ella, o que hay sentimientos de por medio, no sé porque tengo una idea muy confusa sobre la pregunta.

-Investigador: Pero vamos viendo lo que dicen sus compañeros a ver qué pasa.

-Estudiante 4: Es que a nosotros nos cuesta dar esta respuesta porque no tenemos conocimiento de la cosa a la que le queremos dar sentido, no tenemos conocimiento, entonces a mí me cuesta dar mucho esa respuesta para que sea coherente.

-Investigador: Ok.

-Estudiante 3: ¿La pregunta está tratando de decir que si alguna cosa es tangible, o no tangible, visible lo invisible puede tener sentido?

-Investigador: Voy a tomar lo que dijo el Estudiante 4, es muy difícil responder algo, o sea es muy difícil decir, oye sirve que sea algo que tenga sentido si yo lo puedo traducir en otra cosa que sea más visible y ahí es un buen ejemplo, es muy difícil quizá responder cuando yo hablo sobre algo en particular, o sea algo en general, ¿Se entiende?, Es muy difícil responder cuando estoy hablando sobre cualquier cosa, serviría, sería más fácil responder si es que yo pudiera dar un ejemplo de pronto, por ahí va mi pregunta porque ese algo que puede ser cualquier cosa es difícil de saber que quiero, que es, pero es más fácil cuando ese algo lo llevo a una cosa material, o no material, como por ejemplo una situación como por ejemplo correr, saber lo que es por ejemplo, pero no quiero yo no quiero responder necesariamente a lo particular, sino que yo estoy pensando en lo general, se dan cuenta, entonces por ahí sirve, ahora voy a leer la pregunta de nuevo, ¿Ustedes creen o ayude o sirva que ese algo a lo que se quiera dar sentido exista, o que en caso de no existir o no ser cercano, se pueda materializar en alguna cosa?.

-Estudiante 2: Yo creo que sí porque así uno se va familiarizando con la situación o el problema y uno así lo entiende mejor, más fácil.

-Investigador: Y ustedes que dicen?

-Estudiante 1: Con ese algo yo asocio con un ente, pongámosle ese algo es ente o sea, cualquier cosa, entonces que pueda materializarlo y que tenga sentido hay que, no se tener como una secuencia, no sé cómo explicarme pero tengo la idea pero no sé cómo expresarme para decirla.

-Estudiante 5: No sé, siento como que esa idea es como lo de entes, para tener un ente tiene que tenerles una razón para existir, como que tiene que tener un propósito para poder, que nosotros para poder que nosotros, podamos hacer que exista, como que el ente tiene que tener una razón para vivir para que uno le dé un sentido.

-Investigador: Entonces tienes esa cosa que le quiera dar sentido, independiente de lo que sea, tiene que tener una razón para existir sino no tiene mucho, de nuevo, sentido, ¿Cierto?

-Estudiante 1: Es muy difícil explicar, definir sentido, ya que ocupamos mucho esa palabra y no podemos, es muy difícil definirla, el sentido es algo que sientes, porque sientes sentido, no sé si me entiendes, a nosotros esa pregunta no sé si a la mayoría le costó, creo que a muchos le costó definir qué era sentido para nosotros, porque en matemática el sentido es diferente, o creo que es igual a la vida real, no sé, creo que sentido es una palabra difícil de explicar sin hacer tantos, tirar para las ramas.

-Investigador: Claro, pero estamos de acuerdo ya a partir de todas las palabras que hemos dicho que vamos a volver a decirlas: coherencia, percepción, concordancia, fundamentos, comprobar, porqué, razón; esas palabras de todas formas se han repetido durante la conversación. Ahora yendo un poquito más hacia la matemática, hasta ahora se ha visto sobre qué es sentido para ustedes y cómo favorecerlo, ¿Ustedes creen que sería beneficioso darle sentido, en la forma que hemos definido y como lo hemos conversado, independiente de que yo lo haya dicho u otro compañero, en la forma que se ha definido a lo que se hace en la aula de matemáticas? ¿Creen ustedes que sea beneficioso o quizás eso dificultaría el aprendizaje, o lo mejoraría?

-Estudiante 4: Eso depende de la situación porque si usted aplica el sentido o lo aplica en la matemática eso requiere mucho pensamiento, requiere mucho pensar y usted sabe que últimamente la generación que está llegando no le importa pensar, le importa lo fácil, el procedimiento, lo que se sabe, algo fácil.

-Investigador: Pero, ¿Sería provechoso, Estudiante 4, darle sentido a la actividad matemática, a la actividad en el aula, quizás sea más fácil, más difícil, pero sería beneficioso darle sentido?.

-Estudiante 4: Beneficioso, porque hace que uno estimule más el pensamiento y aprenda mejor, porque a veces, chorea la matemática, perdón por la palabra pero en sí chorea la matemática, número, número, signo por número.

-Investigador: ¿Por qué de pronto no tiene sentido?.

-Estudiante 4: No, porque solamente ver números, sumar números, menos números, entonces al darle sentido uno crea una visión diferente de la matemática y puede imaginarse cosas o "como lo que puede generar de mi respuesta".

-Investigador: Muchas gracias. Ahora que quedamos con que sucede con el sentido, o sea no que sucede, hemos intentado definirlo, vincularlo con otras palabras, como favorecerlo, sería beneficioso, ¿Sería bueno y provechoso o no, que en la actividad de matemáticas busquemos darle sentido? O ¿Que de pronto el profesor busque que el estudiante le haga sentido a lo que está haciendo?.

-Estudiante 2: Yo digo que sí porque así uno entendería por qué está haciendo lo que dice el profesor o está enseñando y así uno se interesaría más.

-Investigador: Ya.

-Estudiante 3: Y ayudaría mucho y le daría sentido a la matemática como así por dar un ejemplo, ¿Qué estamos pasando en matemática? ¿Cómo se llama? ¿Modelar?.

-Estudiante 4: Por ejemplo el profe no hace dar sentido a la matemática por eso todos los alumnos en la sala les cuesta mucho, les cuesta demasiado, porque el profesor nos hace pensar, nos hacer ver, nos hace salir de la matemática e ir un poco más allá.

-Estudiante 1: El profe nos hace en vez de actuar, más que actuar, es analizarlo, el analizar el porqué los números nos dan tal resultado con este problema. La cosa es que nos hace verle el sentido a los problemas que estamos haciendo, igual algunos no le interesan nada, no encuentran algo, pero porque si solo es restar y sumar, dividir, y a otros realmente si les buscan un sentido y el porqué, no sé, estamos haciendo problemas como por los kilowatts, ¿Por qué gastamos tanta plata si ocupamos tan poco kilowatts? Y cosas así, pero vamos buscando sentido resolviendo el problema ¿Se me entendió?.

-Investigador: Sí, tengo una pregunta ¿Eso de la actividad que no sé de qué se trata, pero la actividad de los kilowatts, por qué tuvo sentido?. Esa tuvo sentido, ahora sí tuvo sentido, ¿Por qué tuvo sentido?

-Estudiante 1: Porque se encontró la respuesta, lo que uno quería ver, quería buscar, estaba buscando, eh no sé cómo explicar, resolverlo, no, no sé cómo se llama, no, no encuentro la palabra, la cosa es que ese problema tuvo sentido y encontramos la solución más fácil. No fácil.

-Estudiante 2: Porque uno mismo desarrolló el problema y llegó lograr la ecuación para poder resolverlo.

-Investigador: Estudiante 4, ¿Estaba comentando algo?

-Estudiante 4: No

-Estudiante 3: Para dar solución a un problema de matemática hay que pasarlo a una situación real, por ejemplo el problema de los kilowatts.

-Investigador: Un poco más fuerte estudiante 3

-Estudiante 3: O sea, para darle sentido a la matemática, hay que, lo que finalmente se ocupa es aplicarlo a una situación en la vida real, por ejemplo en una encuesta de kilowatts o cuántos metros de alambre se puede ocupar para cercar un restaurant, yo creo que es forma de darle sentido o hacer más fácil la matemática.

-Investigador: Es vincularlo con situaciones de la vida real, ¿Ustedes que piensan con respecto a eso?, Estudiante 1, 2, 4,5.

-Estudiante 4: Eso lo iba a decir, que lo encontraba más fácil porque son problemas, son situaciones que se pueden modelar en la realidad, los kilowatts, los que se paga también es realidad y cada persona lo utiliza, entonces por eso se nos hizo más fácil hallarle el sentido y hacerlo.

-Investigador: Ah y entonces usted piensa que es más sencillo cuando está la situación de la realidad.

-Estudiante 4: En situaciones cotidianas.

-Investigador: Cotidianas, bueno, no sé, de pronto los kilowatts no son tan cotidianos.

-Estudiante 2: Cosas más usuales.

-Estudiante 1: Entonces está de acuerdo.

-Investigador: Estudiante 5, puede decir que sí o no.

-Estudiante 5: Sí, sí.

-Investigador: Una pregunta un poco más sencilla: de pronto en matemática ¿Ustedes sienten o crees que les enseñan con sentido las cosas?

-Estudiante 5: Este año sí, a comparación del año pasado siento que hemos aprendido mucho mejor cómo analizar, o cómo aplicar las cosas, porque el año pasado era solamente: toma la formula y aplícala, este año era buscar qué formula debíamos aplicar para resolver éste problema y nos decía el porqué teníamos que aplicar eso, al menos el profe siempre buscó el hecho de que fuéramos analíticos y muchas veces nos complicó ese tema pero finalmente siempre lográbamos como hacerlo.

-Investigador: Ya, y la situaciones en la realidad, influenciaron ahí, o sea, esto de los kilowatts o de los ejemplos, o de las situaciones que se ponían ¿eso ayudó?, porque el año pasado no estaban las situaciones.

-Estudiante 5: No, pero era solamente darte el problema, como se resolvía y aplica, y esta vez era como “busca porqué”, la razón de porqué tienes que aplicar esto aquí.

-Investigador: Ha!, Perfecto. Era más difícil, pero tenía más sentido.

-Estudiante 5: Finalmente ambos llegaban a lo mismo que era resolver un problema, pero uno era como el camino más largo y el otro era como el camino más corto.

-Investigador: Ha, ok.

-Estudiante 3: Yo creo que lo que hicieron en comparación a años anteriores y estos años, años anteriores solo daban la formula y solo teníamos que completar.

-Investigador: Aplicarla.

-Estudiante 3: Aplicarla, pero ahora nuestro profe, lo que hace es buscar la fórmula para después resolverla y es como, en vez de ocupar la situación que nos dan, buscar nosotros la situación para resolver el problema.

-Estudiante 5: Aparte que nos daba, nos hacía buscar más de una solución, o sea más de una forma de llegar hacia ese resultado, el mismo profesor de matemáticas lo ha dicho: que él nos da la forma de llegar al mismo resultado pero por otros medios.

-Investigador: Muy bien, ¿Cómo creen que se puede favorecer la enseñanza con sentido de la matemática? O sea, la enseñanza de la matemática cómo puedo favorecer, por ejemplo tratamos de ver cuando algo podía favorecer el sentido en general de algo, pero ahora de la enseñanza de la matemática, ustedes cuando aprenden matemática, ¿Cómo creen que se puede favorecer eso?, por ahí creo que ya hay una respuesta, pero decirlo nuevamente ¿Cómo creen que se puede favorecer este aprendizaje de parte de ustedes, el sentido, el aprendizaje con sentido en la matemática?

-Estudiante 1: Ocupando hechos en la vida real.

-Investigador: Ocupando hechos, ahí hay una, ¿Alguien se le ocurre otra?.

-Estudiante 3: Ocupando otros instrumentos, o sea en vez de ocupar la de siempre, ocupar una forma más fácil de resolver el problema.

-Investigador: Ocupando otras formas, ¿Alguien está de acuerdo con lo que han dicho, ellos dos dijeron?.

-Estudiante 2: Yo estoy de acuerdo con el Estudiante 1.

-Investigador: Esta bien, ahí en las situaciones de la realidad, ahí es más sencillo. Ahora les pido un poquito hacer algo de memoria, ¿Alguno de ustedes recuerda alguna ocasión en que el aprendizaje de la matemática cobró sentido?, Quizás cuando eran más pequeños, la materia de este año, la materia del año pasado, cuando sea, e interesante también, estamos acordándonos pero, ¿qué condiciones estuvieron presentes para que ocurrieran?, ya hemos citado unos ejemplos aquí, pero en lo que yo me acuerde, ¿Qué condición o qué condiciones habían para que eso ocurriera?, ¿Qué consecuencias me trajo eso en el contenido o influyó en lo siguiente o cambio mi forma de mirar las cosas?.

-Estudiante 1: Ahí me acuerdo cuando era chica, iba a comprar pan y cuando aprendí bien en matemáticas supe contar bien el vuelto antes de que me lo dieran, en vez de que me quitaran diez pesos, cien pesos, cosas así, o acá mismo en el taller de cocina, también los ejercicios ya sean para ver cuánto ocupabas de harina.

-Investigador: Ah entonces ahí se cumplió la condición de que de pronto había algo de nuevo, de que había algo de la realidad, la cantidad de vuelto o la cantidad de algo.

-Estudiante 1: O sea yo encuentro que las matemáticas realmente están en todo, o sea cuando vas al baño o cuando vas a comprar, para todo va a haber una ecuación para cualquier cosa hasta con eso.

-Investigador: Gracias Estudiante 1, y ustedes ¿Se acuerdan de alguna vez que tuvo sentido algo?

-Estudiante 5: Ese algo me paso hace casi una semana atrás que mi hermana me pidió, que necesitaba comprar alimentos para hacer unas pizzas en el colegio y tenía que vender como a cien personas y no sabía cómo, o sea eran cien pizzas las que necesitaba y necesitaba saber cuánta era la cantidad de tomates para que alcanzaran las cien, entonces yo tuve que ayudarla. Ella creía que yo tenía más conocimiento de cuántos kilos, cuantas cosas debía comprar, pero ahí tuve que ayudar yo, dándole una forma para que ella calculara cuantos tomates o cuantas aceitunas tenía que comprar para llenar a esas cien pizzas.

-Investigador: Y ahora eso tuvo sentido.

-Estudiante 5: Sí, tuvo sentido porque le alcanzaron los cálculos que le di.

-Investigador: Ok, pero ¿Qué tuvo que ocurrir ahí para que tuviera sentido?.

-Estudiante 5: Tuve que darle, tuve que aplicar un problema matemático, ahí tuve que sí o sí acudir a la matemática porque no podía...

-Investigador: Porque en esa situación no podías dar un número cualquiera.

-Estudiante 5: No, porque tenía que ver si eran cien pizzas, cuánto iba a costar el tomate, cuánto iba a salir todo eso y cuánto iba a tener que necesitar para esas pizzas.

-Investigador: Ahí hay otro caso, ahí cobro sentido la matemática. ¿Ustedes, no?

-Estudiante 3: Los números negativos y los positivos.

-Investigador: Eso tiene sentido.

-Estudiante 3: Cuando chico yo no le veía el sentido, o sea nunca había pensado en los números negativos, o sea eran cosas que no existían y después cuando habían casos como deudas o cosas así pude ver que se relacionaban con los números negativos, cosas que no existían en verdad sí existían y pude darle sentido a las cosas.

-Investigador: En la vida cotidiana hay una deuda, entonces era un numero negativo, ¿Si?. Ok. ¿Esto influyo luego en ustedes, quizás en el contenido quizás en otro contenido?.

-Estudiante 5: En mí pero al final, en el ejemplo que di yo influyó en el hecho de que tuvieron ganancia y no perdieron tanto como en el gasto, o sea ganaron y no perdieron en el hecho de las compras porque fue como justo, fue justo en lo que yo había dado entonces ganaron más que perdieron, entonces yo creo que eso sí influyó en cierta forma.

-Investigador ¿Nada que decir? ¿Ok? Ahora para terminar, ¿Alguno de ustedes quisiera agregar algún comentario o reflexión relativa a lo que hemos conversado y que no haya quedado clara, o que su opinión haya quedado inconclusa, o que quiera decir algo que se le viene a la mente respecto de sentido, respecto a lo que hemos estado hablando o lo que su compañeros hablaron y que serviría como para gratificar o para decir algo?

-Estudiante 5: Yo creo que ahora con esto, me costó mucho dar una respuesta que sonara bien y que tuviera razón o sentido a lo que quería decir, yo creo que esto debería aplicarse, como dar una definición a las siguientes generaciones quizás a lo que es sentido y aplicándolo más que solamente dar una fórmula, sino que darle a la gente el porqué esto es así o por qué ésta fórmula es así o por qué llegamos a este resultado, quizás eso ayude en un futuro a tener personas más inteligentes.

-Investigador: Muchas gracias.

-Estudiante 3: Yo concuerdo con Estudiante 5, podría enseñarse o aplicar la palabra sentido en la matemática, ya que aplicándole sentido a la matemática, se le podría hacer más fácil.

-Investigador: Muchas gracias. Entonces si nadie más tiene nada que decir… gracias por ser parte, las personas que tengan parte que no sean suyas las tienen que entregar, porque esto es secreto y ustedes que tienen su respuesta se la pueden llevar muchas gracias por participar en esto.

Anexo 5: Transcripción Instrumento 3 Grupo 1

-Investigador: Señores entonces estamos en la entrevista grupal post aplicación, usted estudiante uno, cuando quiera comentar algo, tiene que decir su número, para efecto de trascripción decir quién es, estudiante 1 y decir lo que dice, o si quiere citar a lo que dice otra persona, yo no pensé lo que pensaba estudiante 3, o así, ¿ok?; es necesario que su nombre no va a salir en ninguna parte y que esto no involucra nada y no será informado a nadie más que a mí y a mi compañero de tesis con quien vamos a analizar lo que ustedes nos dicen, ¿Ok?, entonces comencemos.

-Investigador: ¿Para ustedes tuvo sentido esta actividad que acaban de realizar?

-Estudiante 1: Si

-Investigador: Claro, ahora es necesario decir ¿porque sí?, ¿por qué no?, ¿cuándo tuvo sentido?, ¿por qué tuvo sentido?

-Estudiante 1: Le encontré sentido porque muchas veces pensaba que las cosas no las iba a ocupar nunca en mi vida, o sea sé que es un juego igual pero quizás ahora cuando juegue juegos pueda descifrar todas las cosas a través de la matemática o quizás para muchas otras cosas como cuando me pierda en una isla y tenga que ir a otros lados o cosas así pueda ocupar los complejos para eso, aunque no conocía nada de las fórmulas ni nada más que la i, me parecía interesante y también sirve para trabajar un poco la mente.

-Investigador: ¿Señores estudiante 2 y 3?

-Estudiante 3: Sí, para mí sí tiene sentido porque en realidad es como la base de posición y plano cartesiano, o sea, yo lo veo igual que como ver eje x e y, no le encuentro diferencia a representar imaginarios, o sea aunque tuvimos eso de multiplicar por $-i$ para la rotación y eso yo lo veo igual, y eso, y plano cartesiano se aplica para muchas cosas, sobre todo a posición así que sin eso no habría GPS ni nada.

-Investigador: Tiene sentido entonces. ¿Señor estudiante 2?

-Estudiante 2: Para mí sí tuvo sentido porque yo al menos nunca había tenido la oportunidad de relacionar el plano cartesiano con los números complejos, nunca había tenido un ejercicio así y aprendí un par de fórmulas que yo creo que me van a ser útiles y bueno, eso en general, como para aportar a lo que decían el Estudiante 1 y el 3, que esto es la base de muchas tecnologías que ocupamos hoy en día, sobre todo localización y eso.

-Investigador: ¿Eso se evidencia en pocas palabras en que se puede utilizar, o sea el plano complejo, ustedes dijeron plano real pero se puede utilizar el plano complejo en algo, y que eso se pueda utilizar en localización y en otras cosas también?, ¿Y para no perderse en una isla, cierto estudiante 1?

-Estudiante 1: Sí, profesor.

-Investigador: ¿Distinguen alguna vinculación con la realidad acá, en la actividad que acaban de realizar, alguna vinculación?

-Estudiante 3: O sea, sí porque, en realidad el plano se ocupa para casi todo como había dicho, en realidad uno lo ocupa para describir movimiento, vectores, todo eso, así que si se puede ocupar para describir eso, si va a tener utilidad.

-Estudiante 2: Sí, destaco alguna vinculación con la vida cotidiana en día a día ya que, por ejemplo esto de los planos, es algo que se puede ocupar siempre, por ejemplo un viaje en avión necesita tener una ubicación exacta para saber dónde se encuentra cada cosa, también en casos de rescates, cosas así, son cosas esenciales para llevar a cabo el trabajo, la búsqueda de lo que sea y también lo podemos aplicar en ejercicios matemáticos pero lo reflejo bastante con la vida cotidiana.

-Estudiante 1: Bueno, la verdad, unirme a las palabras de mis compañeros creo que la lo dijeron todo así que, pero sí, para mí también tiene vinculación como decía estudiante 2, muchas veces veo esas cositas del avión y claro, todos los planos complejos se ocupan para muchas cosas especialmente hoy en día para las localizaciones.

-Investigador: ¿Qué me pueden decir o que me pueden decir para esta tesis sobre los contenidos matemáticos que tuvieron que utilizar en la actividad?, ¿Cuáles reconocen?, ¿Qué rol tuvieron?.

-Estudiante 3: Yo creo que era más que nada propiedades de complejos y listo, o sea utilizar eso; ni siquiera había que utilizar módulos.

-Investigador: ¿Usted reconoce esos?

-Estudiante 3: Si.

-Investigador: ¿Y cuál fue su rol es ésta actividad?

-Estudiante 3: No sé, encontrar la salida.

-Investigador: ¿Encontrar la salida?

-Estudiante 1: Sí.

-Investigador: Claro pero ¿Qué rol tuvieron cada uno de esos contenidos que ustedes vieron?

-Estudiante 3: Ha, es que para definir el punto de la salida, ese fue el rol de los números complejos, encontrar el punto medio de lo que se pedía.

-Estudiante 2: Bueno, yo pude reconocer y aplicar la multiplicación de complejos y potencias también, que son contenidos que los vimos el año pasado.

-Investigador: ¿Y en lo que usted reconoció, señor Estudiante 2, lo que usted reconoce como contenido, que rol jugó?

-Estudiante 2: Bueno, fue esencial, porque no solo tuvimos que ubicar la salida, sino que porque para localizar la salida tuvimos localizar distintos puntos para dirigirnos dentro del mapa y trazar vectores, los cuales me indicarían donde está la posible salida y así estuvimos comprobando con algunas fórmulas si es que estaba ahí o realmente no.

-Estudiante 1: Yo reconocí más que nada los complejos, conocía muy poco de lo que se vio, la verdad, sobre todo los vectores todas esas cosas que también las vemos en física, pero más allá de eso conocía muy poco y sobre este tema especialmente los planos, todo eso, la verdad es que no lo hemos visto y, o, bueno al menos yo no lo he visto, por lo tanto más que nada los complejos, multiplicación todo eso.

-Investigador: ¿Y el rol que van jugando paso a paso para desarrollar la actividad, ayudo en la generación o para favorecer el sentido?. Lo que estuvimos realizando, algunas cosas, se fueron haciendo cosas, el hacerlas en ésta actividad, o sea utilizar estos elementos en esta actividad, ¿Favoreció que tuvieran sentido, tuvieran sentido utilizarlo o tuvo sentido el complejo o el multiplicar o todo lo que ustedes nos dijeron, el plano? ¿Se adquirió más sentido o en el fondo podría haber sido un ejercicio más?

-Estudiante 3: Yo encuentro que igual ya tenían sentido para mí de antes, así que no fue como que le incorporara sentido gracias a esto, pero sí como que lo reconocí.

-Investigador: ¿Si tuviéramos que describir esta actividad en término de fenómenos, podríamos decir que hubo algún fenómeno involucrado en esta actividad?

-Estudiante 1: Fenómeno significa lo que no se conoce.

-Investigador: Ha, ya.

-Estudiante 1: Por lo tanto para mí hubieron artos fenómenos, por ejemplo lo del plano, las fórmulas también.

-Investigador: Entonces señor estudiante 1 hubo hartas cosas porque habían hartas cosas que no conocía, entonces estuvo lleno de fenómenos.

-Estudiante 1: Sí.

-Estudiante 2: Sí, también vi o me di cuenta de varios fenómenos porque al igual que el Estudiante 1, no tenía mucho conocimiento de los planos complejos aunque tal vez los haya usado, pero nunca me haya dado el tiempo de reflexionar y analizar bien todo el tipo de ejercicios, así que podría decir que sí encontré varios tipos de fenómenos.

-Estudiante 3: Si es por eso lo que aprendí fue lo de la rotación, o sea multiplicar por i, eso.

-Investigador: A ya, eso era extraño; A partir de lo sucedido en la actividad realizada, ¿Consideran ustedes que existe alguna relación entre resolver con sentido una actividad matemática y la vinculación con la realidad?. Tengo por una parte resolver con sentido una actividad matemática y por otra vinculación con la realidad, ¿Existe alguna relación entre estos dos?.

-Estudiante 3: Yo creo que sí porque en realidad la matemática de la base que parte es describir cosas reales, o sea la matemática es el lenguaje que se usa en la física, en la geometría para describir también la física, en la química, en todo y si salió es por eso, porque se preguntaban, ¿Cuántas ovejas tengo para ir? entonces si uno va haciendo progresar ese lenguaje cada vez va a poder responder problemas de la realidad.

-Estudiante 2: Yo creo que el sentido en la matemática siempre está presente sobre todo cuando se lleva a cabo en la vida diaria o en el día a día porque el hecho de que siempre este presente, es como el ejemplo del Estudiante 3 de: “tengo 50 ovejas para un rebaño”, uno no está todo el día analizando de cómo surgió este problema matemático, o como dividir la cantidad de ovejas, pero si uno se pone realmente a visualizar los ejercicios, todo tiene sentido, que para qué tiene esas ovejas y porque las tienes que dividir y porque necesita más ovejas y todo eso, es con lo que más lo puedo relacionar.

-Estudiante 1: Sí, yo siempre he pensado que la matemática tienen relación también con la vida diaria por el hecho de que uno muchas veces de leseo dice: no me sirve para comprar el pan o cosas así, pero cuando uno va trabajando todas esas cosas y como decía el estudiante 2 profundizándolas, uno también le encuentra un sentido a eso y se le hace mucho más fácil.

-Investigador: ¿Qué ocurre para el caso de los números complejos, es posible dotar de sentido?

-Estudiante 3: Yo creo que igual encontrarle el sentido a una aplicación matemática o algún teorema o a cualquier cosa es como demasiado personal, o sea, no es como, entienda complejo, lo pueda usar en un plano y le voy a dar sentido al tiro si no tengo un problema para resolver con eso de qué me sirve, no voy a usar complejo en toda mi vida, no le voy a dar sentido a eso, puede que alguien que estudia derecho no tenga que usar plano cartesiano y no le va a servir y no va a tener sentido para él, pero para mí sí tiene sentido porque quiero estudiar algo así, entonces por eso más que nada le doy sentido.

-Investigador: ¿Entonces sentido se relaciona con que sea útil?

-Estudiante 3: En parte sí, o sea siempre se enfoca la matemática en utilidad, no te lo enseñan por enseñar por lo menos es ese sistema, así que eso.

-Estudiante 2: Yo creo que si se refiere a que algo sea útil, los números complejos siempre van a ser útil pero dependiendo en que área, en el área de la matemática obviamente, pero si no estoy relacionado en esa área, no me va a hacer sentido de ninguna forma, aunque lo aprenda, ni siquiera si no lo aplico día a día, pero si lo sé y no me llegó, no le logro encontrar sentido porque no lo voy a usar.

-Investigador: ¿Por qué no hay un fin?

-Estudiante 2: Un fin concreto con los números complejos porque el sentido siempre va a estar pero que me pertenezca a mí o que yo le encuentre ese tipo de sentido eso es lo que depende, las circunstancias.

-Estudiante 1: Yo creo que el encontrarle un sentido a algo siempre es muy subjetivo, pero creo que obviamente, uno esas cosas debería saberlas como algo básico y por el hecho de que quizás en algún momento uno tenga que ocuparlos y tenga que llevarlos a la práctica, por lo tanto creo que siempre a las matemáticas especialmente, uno tiene que darle un sentido, porque siempre están presentes en la vida diaria.

-Estudiante 3: Sí, igual, en todo caso encuentro que no es tan de la mano con un sentido así como utilitario porque uno le puede encontrar sentido solo por el hecho de querer aprender y, no sé, en realidad esa es mi base de darle sentido a la matemática, querer aprender y desarrollar el lenguaje que en realidad expresa el universo, con eso se rige.

-Investigador: Ahora para terminar, para favorecer el sentido, pensemos en estudiantes como sus compañeros, o estudiantes de otros colegio, de éste colegio, lo que Ustedes quieran, ¿Serviría, para que ellos pudieran darle sentido a lo que están aprendiendo, que nosotros, los que enseñamos, pusiéramos situaciones de la realidad?.

-Estudiante 2: Yo creo que sí, porque al igual que en el focus anterior que hicimos, una pregunta similar, que si para la matemática en el aula sería más efectivo el aprendizaje si se llevaba a cabo con acciones del día a día, con acciones más prácticas, cotidianas y yo creo que igual que sí porque alguien que no tenga ni el más mínimo interés en la matemática, el hecho de llevarlo como a un deporte, por ejemplo, no sé, cómo en fútbol, que alguien le empiece a explicar cómo calcular la velocidad la velocidad del balón y capaz que eso le empiece a llamar la atención, entonces puede generar un interés en el alumno, o en varios y sí, de todas maneras.

-Estudiante 1: Concuerdo totalmente con el Estudiante 2, por el hecho de que al menos a mí a muchos otros alumnos, y no solo de éste colegio sino de otros colegios, siempre me dicen que es mucho más fácil aprender las matemáticas y en general todas las materias cuando se lleva o se extrapola a la vida diaria, por el simple hecho de que uno le llega y le empieza a interesar más y de nuevo haciéndole mención al Estudiante 2, por ejemplo a mí que me gusta el fútbol, si se puede relacionar con el futbol me atrae más y que creo que sí, se hace mucho más fácil.

-Estudiante 3: Yo sí encuentro que igual beneficia como el aprendizaje encontrarle un sentido gracias a representarlo con cosas de la vida diaria, pero le encuentro que le da todavía más sentido cuando uno entiende bien de donde vienen las fórmulas que uno se aprende porque, no sé aprenderse una cuadrática sin cachar como se completa el cuadrado para llegar a eso como que pierde sentido total la fórmula porque uno no entiende de donde salió y la aplica solo por utilidad y lo más probable que en la prueba después de darla se le olvide, para mí lo más importante es entender, el porqué, de dónde viene y en realidad el proceso lógico que lleva la matemática.

-Investigador: ¿Alguien quiere agregar alguna cosa que no haya sido tocada, o que quiera decir, o que este incompleto de lo que dijo, o clarificar algo?, ¿No?.

-Estudiante 2: Quiero hacer una acotación, que para mí igual sentido es algo sumamente personal, pero el sentido para mi es algo que se proyecta, que uno, ¿Se acuerda del focus anterior?, de que era el camino para llegar a eso y dentro del camino va encontrando el sentido, y uno cada vez lo puede ir reforzando más cada vez que se acerca al objetivo o la meta, entonces lo que decía por ejemplo el Estudiante 3 por ejemplo de que si alguien no se sabe el origen de las fórmulas o de donde vienen, posiblemente pierdan sentido matemáticamente hablando, pero si la persona quiere llegar a ser profesional en un área de ingeniería, por ejemplo, talvez no le interese saber el origen de las fórmulas, pero sí usarlas, el sentido igual se lo termina dando uno, de una manera que quiere.

-Estudiante 3: En lo personal yo encuentro que la matemática por si no tiene un sentido claro, no es como que tenga una esencia, uno es el que le busca el sentido a lo que hace, a lo que aprende y en realidad lo único que la matemática tiene que está presente en la realidad y que se manifiesta en ella, aparte de existir, no es como que tenga un propósito, si a uno le busca uno es ahí cuando empieza a ponerse buena la cosa

-Investigador: Muy bien.

Anexo 6: Transcripción Instrumento 3 Grupo 2

-Investigador: Entonces, comenzamos la entrevista grupal, después de la actividad, sus nombres no van a aparecer en ningún lugar ¿Ok?, Entonces yo para referirme a ustedes y ustedes para antes de hablar, para efecto de grabación y todo, y para referirse a algunos de sus compañeros van a usar algún apodo, Estudiante 1, Estudiante 2 y Estudiante 3, ¿Ok?, entonces ustedes antes de hablar van a decir, Estudiante 1 y van a decir lo que usted piensa de lo que estamos conversando, para efecto de transcripción, y si de pronto no considera que, considera que no ha pensado algo que pensó Estudiante 3, entonces dice: "yo creo que Estudiante 3 está equivocado", o "yo nunca me había dado cuenta o nunca lo había pensado como lo pensó Estudiante 3", ¿Entienden?, porque lo importante ahora es que nadie sabe, yo no sé cómo ustedes se llaman y Miguel va a ver la transcripción solamente, así que no va a saber quién es Estudiante 1,2 y 3, entonces ustedes pueden dar su opinión libremente, ¿Ok?, no va a salir su nombre en la tesis. La primera pregunta ¿Tuvo sentido la actividad que acaban de realizar? ¿Consideran que tuvo sentido?.

-Estudiante 1: Encuentro que tuvo bastante sentido la verdad porque era como que todo tenía un porqué, y todo tenía mucha lógica, tenía como sentido, era como que cada palabra tenía algo detrás, entonces es más que nada concentración.

-Investigador: ¿Cada cosa tenía un sentido? ¿Cada acción que usted realizo dentro de la actividad?

- Estudiante 1: Sí.

-Estudiante 2: Yo encuentro que todo tenía un porqué en el juego y es lo que lo hace entretenido y lo hace a uno pensar con el caso de que cada pista que nos daban y cada dialogo que se obtenía, ya llevaba un ejercicio matemático.

-Estudiante 3: También concuerdo de que tuvo sentido, por lo mismo, por el hecho de que todo tenía como un motivo-consecuencia, acción-consecuencia, y todo formaba algo para llegar a un fin.

-Investigador: ¿En la actividad que ustedes acaban de realizar distinguen alguna vinculación con la realidad?

-Estudiante 1: Seria la realidad del norte-sur, por la parte de las direcciones, encuentro que eso tuvo más realidad y los objetos que fueron usados, pero por ejemplo el A + B con imaginarios, todo ese tipo de cosas, uno normalmente no lo ve en la realidad, uno piensa eso.

-Estudiante 2: Creo que la realidad se aplicó más en los ejercicios como en los problemas que se nos planteaba y las soluciones que teníamos que dar para llegar a un objetivo que como en cualquier juego se debe de tener, como de llegar a un porqué, a un objetivo, y tener un fin, y eso.

-Estudiantes 3: ¿Vinculación con la realidad decía, cierto?

-Investigador: Sí, ¿Puede Ud. distinguir alguna vinculación con la realidad?.

-Estudiante 3: Sí, por el hecho de que como en la vida cotidiana, en la vida diaria por así decirlo, uno razona buscando un objetivo, uno usa la misma lógica para llegar al fin.

-Investigador: ¿Y esa vinculación con la realidad que ustedes tres evidencian, fue provechosa o fue buena que estuviera? ¿Ayudo o en el fondo podrían haber estado y…?

-Estudiante 1: Es como que tienen cierta conexión con la…, porque al dar algún ejemplo de la realidad o algo que uno puede ver cotidianamente se conecta más, puede que entienda de mejor forma.

-Investigador: ¿Estudiante 3 quería…?

-Estudiante 3: Es lo mismo. La misma idea.

-Estudiante 1: ¿Me repite lo que…?

-Investigador: ¿Fue provechoso, fue bueno que estuviera, o podría estar ésta vinculación con la realidad o podría no haber estado y hubiera funcionado igual?.

-Estudiante 2: Viendo una vista como más de lo que se trataba la actividad, que era como un juego, un videojuego en verdad, claro a uno le gusta como tal vez meterse en una realidad y controlarla, como a cada uno le gusta jugar un juego en verdad y controlarla, y yo creo que nos den como objetivos y que en cada objetivo se tenga que razonar con la matemática y resolver ejercicios es provechoso igual para el que juega y lograr el objetivo final.

-Investigador: ¿Qué nos pueden decir del contenido matemático que vieron? ¿Cuáles vieron? ¿Cuánto influyeron en la actividad?

-Estudiante 1: Influyó bastante en específico en la parte como de conocimiento, de cómo, por ejemplo, del punto medio en cómo ese tipo de posiciones, el conocimiento básico como para poder resolverlo cada ejercicio, o sea, cada uno de nosotros no hubiera llegado a ninguna parte.

-Estudiante 2: Yo creo que, claro la matemática influye arto porque al fin y al cabo el objetivo es con la matemática llegar al final del juego e influye mucho, pero influye bien porque te hacer recordar y te hace pensar arto y te hace como carneártelo lo que lo hace como más entretenido un juego porque no lo hace fácil, no hace fácil que el juego sea como, tienen que tener algunas como cosas en la mente básicas para ganar el juego y cumplir el objetivo.

-Estudiante 3: Influye más que cómo influye, es como más matemática pura, es como la misma lógica de las matemáticas que se usa y los conocimientos.

-Investigador: Ahora, ¿Podríamos decir que hubo algún fenómeno en la actividad que realizamos?

-Estudiante 1: No encontré ningún fenómeno.

-Estudiante 2: El que apareció en la iglesia.

-Estudiante 1: Ay! Sí, ese mono feo!

-Estudiante 3: ¿A qué nos referíamos con fenómeno?

-Investigador: Lo que usted cree que es fenómeno, lo que es fenómeno para usted.

-Estudiante 3: Referente a las situaciones, por ahí sí, no me acuerdo, pero sí, sí hubo algún fenómeno.

-Investigador: Ahora relacionando, si existe alguna relación entre sentido y vinculación con la realidad, ¿Cómo se podrían relacionar sentido y vinculación con la realidad? ¿Cuándo algo tiene sentido y cuándo algo está vinculado con la realidad?. Estamos usando este juego como vehículo pero en general también puede ser.

-Estudiante 1: Para mí lo que indica sentido es algo que tiene coherencia para mí como persona, es algo que tiene coherencia y sí tiene cierto vínculo con la realidad, si lo tiene porque ya la vida… el sentido es como, la realidad ya tiene cierta coherencia para una persona que la vive, entonces por eso digo de que si tiene sentido, eso, porque para mí el significado de sentido es algo que tiene coherencia y la vida en sí tiene cierta coherencia, tiene como hechos reales por así decirlo, tienen cierta conexión.

-Estudiante 2: Usando lo que dice el Estudiante 1 hablando sobre el sentido que también yo lo defino como coherencia, o algo con la misma palabra lo dice, con sentido, relacionarlo con la vida, la vida cotidiana, la vida diaria que ya se vale y viven cosas y cosas concretas, entonces yo creo que en eso se relaciona el sentido y la vida.

-Estudiante 1: Tienen cierta conexión...

-Estudiante 3: Es difícil definir sentido sin usar la palabra sentido, también lo entiendo algo como con coherencia, algo con objetivo, con un fin, y en eso mismo lo relaciono con la realidad, con el hecho de que todo lo que se hace en la vida cotidiana es con un fin, ósea lo más diminuto, algo más grande, de eso sería la relación que tiene, eso es como el sentido en la realidad.

-Investigador: Y ¿Qué pasa con esta relación sentido y vinculación con la realidad en el caso de los complejos?, de los números complejos.

-Estudiante 1: ¿De los imaginarios?

-Investigador: Claro de los números que tienen parte real y parte imaginaria.

-Estudiante 1: ¿Qué relación tienen? Podría…

-Investigador: Esto se puede llevar a los números complejos.

-Estudiante 1: Es que igual si tienen cierto sentido porque si se da cuenta igual un número complejo se puede llegar a pasar a un número real ¿No?, por ejemplo el i elevado a 2 que se podría llevar a un fin que sería el -1, entonces sí tendría relación con la vida cotidiana porque se podría tomar el hecho de que uno está en un punto y el numero imaginario podría ser el objetivo de como tu vida cotidiana y el no saber el final podría ser un numero imaginario, que al final al transcurrirlo en la vida uno va a terminar llegando a ese punto, al final y ahí después termina sabiendo cuál es el significado de, o cual es el número que se determina de su número imaginario. ¿Me entendió?

-Investigador: Sí, ¿y ustedes?.

-Estudiante 2: Yo me quedo con la definición del Estudiante 1, concuerdo muy bien con ella.

-Investigador: Entonces se puede llevar esto de realidad y sentido a los complejos.

-Estudiante 1, 2 y 3: Sí.

- Investigador: Entonces chicos esta era la última pregunta oficial, pero ahora necesitamos saber si alguien, si alguno de ustedes quiere decir algo que no se haya dicho o que su opinión no quedo como clara o si hay alguna pregunta que no se entendió o si algo quiere reiterar o cualquier observación que quiera hacer sobre la actividad, sobre las preguntas, sobre lo que ustedes quieran.

-Estudiante 1: Sí, estuvo entretenido, es que es entretenido como joderse la mente para buscar una cosa, perdone la palabra pero me entretiene, entonces estuvo bastante entretenido y me divierte, estuvo bastante rebuscado para una persona que igual no se sabe todo los significados matemáticos como usted por ejemplo, o mi profesor.

-Estudiante 2: Claro, yo igual soy como un fanático de los juegos y de todo el tema, encuentro que igual es entretenido que sea un problema por juego, como que igual es entretenido cranearsela arto, pensártela tanto, pensar tal vez no tener el control en la mano y tener que hacer todo el rato hacer cosas en un cuaderno, es ya lo hace como más didáctico de no estar solo con la pantalla, no tan solo el celular, o el control en la mano y si no también tener un cuaderno y saber, ahí tienes que hacer cálculos, que vas a tener que hacer un eje, eso igual lo hace más didáctico y más entretenido a la vez, porque lo hace a uno pensar que no lo hace más fácil como un juego que uno podría decir que no cualquiera podría jugar y es porque si uno no tiene los conocimientos que pide el juego al menos en matemática uno básicamente no lo puede ganar, no lo hace entretenido.

-Estudiante 3: Pienso lo mismo de la idea de cranearse un juego, de que sea un reto por decirlo, e incluso en las matemáticas también y a la vez aparte de todo eso de las matemáticas que es una forma muy interesante de enseñar, que llama más la atención, e incita más a aprender y a seguir con el juego.

-Investigador: ¿Alguien más? Muchas gracias chicos.