Facultad de Educación
Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

CONTRASTE ENTRE PERCEPCIONES DE ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS E INFORMATICA EDUCATIVA EN RELACIÓN A SUS APRENDIZAJES SOBRE EL CONTENIDO DE FUNCIONES CON SUS RESULTADOS EN UNA EVALUACIÓN EXPLORATORIA, EN UNA UNIVERSIDAD PRIVADA NO SELECTIVA DE SANTIAGO DE CHILE. UN ESTUDIO DE CASOS.

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTE: MARCIA REYES ESPINOZA

PROFESOR GUÍA: JORGE AVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE
2016

AGRADECIMIENTOS

No ha sido fácil este camino hasta ahora, pero gracias al amor, bondad, apoyo y aporte de cada una de las siguientes personas, las complicaciones y dificultades de lograr esta meta se han notado menos.

Primero que todo mi agradecimiento está dirigido a quién ha forjado mi camino, a Dios, el que en todo momento me acompañó, estuvo conmigo ayudándome a aprender de mis errores y permitió cumplir una de mis metas más deseadas. Gracias por guiar mi destino.

A mis padres, quienes fueron el principal cimiento de mi vida profesional, sentaron en mí las bases de la responsabilidad y deseos de aprender. Papá gracias por inculcar el deseo de superación y perseverancia; mamá gracias por infundir el amor por la enseñanza. Gracias a ambos por su confianza en mí.

A mis hermanos Guido y Belén Reyes, quienes son el motor principal en cada emprendimiento que realizo, gracias por el amor y apoyo brindado.

A mis amigas, Belén y Antonia Traslaviña, que durante todo este camino estuvieron presente, gracias por su amor, consejo y apoyo incondicional.

Y para finalizar agradezco enormemente al profesor Jorge Avila por su paciencia, su valioso tiempo, su gran apoyo y su sabia dirección para el desarrollo de este trabajo.

ÍNDICE

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo exponer un contraste entre las percepciones de estudiantes de pedagogía en matemática de una universidad privada no selectiva, en relación a sus aprendizajes sobre el contenido de funciones con sus resultados en una evaluación exploratoria. El propósito del estudio es conocer si los futuros docentes de matemática comprenden y dominan el contenido de funciones, además permite develar si las apreciaciones que ellos tienen en relación a sus aprendizajes son ciertas o no. El problema de investigación nace durante el transcurso de las distintas prácticas profesionales y espacios formativos universitarios. La investigadora de este estudio ha observado las dificultades y errores que presentan los estudiantes de pedagogía en matemática al momento de operar con funciones en sus cursos universitarios, por lo que este estudio busca explorar aprendizajes sobre el contenido de funciones cuando se pone en juego cambios de registros semióticos, mayormente registros gráficos y algebraicos.

La recolección de la información se realizó a través de un cuestionario y posteriormente una evaluación exploratoria a estudiantes de pedagogía en matemática de una universidad privada no selectiva de Santiago de Chile que actualmente cursan Algebra II.

El enfoque de la investigación es cualitativo, basándose en lo que presenta Sampieri (2006), ya que este estudio utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación. El diseño de este trabajo es un estudio de caso basándose en lo que presenta López de la Llave y Pérez (2005) propone que el estudio de casos resulta particularmente útil cuando se requiere comprender una situación en gran detalle, en el caso del presente trabajo es encontrar la relación que existe entre las percepciones de los aprendices y los resultados obtenidos en la evaluación. La finalidad de este estudio no es medir las variables involucradas, sino que entenderlas, por lo tanto, el alcance final de esta investigación consiste en comprender la relación de las percepciones entregadas en el cuestionario y lo evidenciado en la evaluación exploratoria de funciones.

ABSTRACT

The current investigation have the main goal to show the contrast between the perceptions of mathematics pedagogy students of a non-selective private university, in relation with their learnings about the content of mathematical functions with their results on exploratory evaluations. The purpose of this study is to know if the future mathematic teachers comprehend and manage the mathematical functions content, in addition it will allow to show if the appreciations that they have on their own learnings are true or not. The research problem was originated during the course of the different professional internships and university educational programs. The researcher of this study has noticed the difficulties and mistakes that mathematics pedagogy students show at the moment of use mathematical functions on their university courses. Therefore, this study aims to explore the learnings about the function contents when there is changes on the semiotics records, mainly on the algebraic and graphic records.

The data collection was made using a survey and later an exploratory evaluation to mathematics pedagogy students of a non-selective private university that were going through Algebra II.

This investigation has a qualitative focus based on the concepts exposed by Sampieri (2006), since the study uses a data gathering without numerical measurement to find out or adjust investigation questions on the investigation process. This investigation has a case study design based on what is consider by López de la Llave y Pérez (2005). They propose that the case study are quite useful when it comes to fully understand a situation, in this investigation case is to find the relation between the perceptions of the students and the results from the evaluation. The purpose of this study is not to measure the variables involved, but to understand them, therefore, el final reach of this investigation consist in comprehend the relations of the perspective obtained on the survey y what is shown on the exploratory evaluation about functions.

INTRODUCCIÓN

El presente estudio de caso tiene como objetivo primordial contrastar las percepciones de un grupo de estudiantes en relación a sus aprendizajes sobre funciones con los resultados de una evaluación que explora sus aprendizajes en este tema, con foco en las especificaciones de los descriptores de los ramos de Álgebra I y II de la Carrera de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa de una Universidad privada no selectiva de Santiago de Chile.

Por motivos de orden este trabajo se organiza en cinco capítulos.

En el primer capítulo, se plantea el problema de investigación con sus antecedentes, estos hablan acerca de algunas investigaciones realizadas en torno a la temática estudiada, acentuando los estudios del rol docente y la enseñanza del álgebra en la escuela, el álgebra en el currículum nacional y el caso de la enseñanza y aprendizaje de las funciones. También muestra los objetivos y las preguntas que orientan esta investigación y se describen las justificaciones para realizar el estudio, señalando la importancia o relevancia de la realización de este. Para finalizar se exponen las limitaciones tanto internas (en manos de la investigadora) como externas (sin control de la investigadora).

El segundo capítulo, expone el marco teórico, donde se plantean algunos conceptos que sirvan de ejes temáticos sobre los que se apoyará la lectura interpretativa del estudio. Específicamente, muestra el tema de la percepción expuesto por diferentes autores, esencialmente Pizam y Mansfeld (2000) y Rodríguez (2012), también trata el tema del razonamiento algebraico, funciones matemáticas, evaluación exploratoria y principalmente expone el tema de los registros de representación semiótica, teoría creada por Duval (1995) y el tratamiento y conversión de representaciones.

El tercer capítulo, presenta el marco metodológico, exhibiendo el paradigma de la investigación en este caso el paradigma interpretativo, muestra primordialmente el enfoque cualitativo de estudio de casos de la presente investigación. También, expone los sujetos y escenarios de la investigación, la fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos utilizados, en el caso de esta investigación y con fundamento en las investigaciones descritas en los antecedentes, el problema de investigación y el marco teórico se diseñó un cuestionario de catorce preguntas, dirigido a los estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática educativa de una universidad privada no selectiva que actualmente están cursando la actividad curricular de Álgebra II. La tarea principal de este cuestionario es recolectar información de las percepciones de los estudiantes en relación a sus aprendizajes sobre el contenido de funciones. Posterior a esto y basándose en las respuestas del cuestionario ya descrito y atendiendo al objetivo principal del estudio se diseñó una evaluación exploratoria de tres ítems atendiendo a la problemática a estudiar, esta evaluación tiene la finalidad de conocer con mayor precisión las dificultades y fortalezas que tienen los estudiantes al momento de trabajar con funciones, poniendo énfasis al cambio de registro y la determinación del dominio y recorrido de las funciones. Para finalizar, este capítulo muestra la validez y confiabilidad que da sustento a la investigación.

El cuarto capítulo, expone los resultados del cuestionario y evaluación exploratoria, así como el análisis e interpretación de los resultados obtenidos.

El quinto y último capítulo, es donde se plantean las conclusiones del estudio.

En la sección de Anexos se muestra el cuestionario y evaluación exploratoria aplicada a los estudiantes.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. ANTECEDENTES DEL PROYECTO

1.1.1. Rol docente y la enseñanza del álgebra en la escuela

La reforma educacional en Chile se ha venido gestionando como un amplio proceso promovido por los últimos gobiernos. En el año 2011 se promulga la Ley de Calidad y Equidad de la Educación, Ley N°20.501, con el objetivo de mejorar la calidad de la educación de este país. Una de las facetas que quiere impulsar la reforma es la mejora de la formación inicial docente, para esto se requiere de nuevos enfoques y perfiles de profesionales de la educación que cumplan los estándares impartidos en las distintas universidades, tanto privadas como públicas. En este contexto, en el presente trabajo sin querer ambicionar con el estudio de los contenidos de todas las asignaturas, recolecta información para conocer si las percepciones de los estudiantes de Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa de una universidad privada no selectiva están relacionadas a los resultados obtenidos de una evaluación exploratoria de dicho tema, con foco en las especificaciones de los descriptores de los ramos de Álgebra I y II

Márquez (2009) plantea que cualquier cambio educativo está ligado a la formación del profesorado, no hay transformación educativa sin cambio en la formación de los futuros profesores. Partiendo de esta idea se hace evidente que, si se quiere cambiar la educación, si se quiere adaptarla a la sociedad actual y a las necesidades de formación del alumnado, es necesario cambiar la formación inicial del profesorado.

Sobre la base del análisis del Programa para Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE) concluyó lo siguiente: “La calidad de un sistema educativo no puede exceder la calidad de sus profesores” (OCDE, 2010, p. 4). Michael Fullan, por su parte, refiere que: “la educación del profesorado tiene el honor de ser, al mismo tiempo el peor problema y la mejor solución de la educación” (Fullan, 2002, p. 122). En este sentido, cabe señalar que si bien las políticas tienden al fortalecimiento profesional de los futuros docentes y el discurso que los ubica como actores principales del cambio son una medida justa y necesaria, la formación del futuro profesor suele ser abstracta y se realiza a partir de ideales y principios generales que se espera orienten la acción futura de los enseñantes.

Actualmente, se ha incrementado la preocupación por los bajos resultados que alcanzan diversos establecimientos educacionales, lo cual indica la existencia de un déficit, donde la inefectividad de la docencia es uno de los responsables del bajo rendimiento escolar (Brunner y Elacqua, 2003). Este hecho concuerda con los planteamientos de Viallant (2010), quien indica que en los últimos años los análisis y estudios de América Latina coinciden en evidenciar los pobres resultados de la formación inicial docente. Por lo tanto, es de vital importancia conocer si la formación de los futuros docentes es completa y de calidad.

Más allá de las iniciativas públicas y privadas implementadas en los últimos años, la enseñanza de la matemática continúa con graves deficiencias en Chile. En particular, los profesores enseñan el álgebra inicial siguiendo una tradición centrada en la manipulación mecánica de símbolos (Olfos, 2005).

Muchos estudiantes que comienzan sus estudios de álgebra traen algunas nociones que usaban para resolver problemas aritméticos, pero el razonamiento algebraico no es simplemente una generalización de la aritmética, esto es lo que plantea Kieran y Filloy "Aprender álgebra no es meramente hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones" (Kieran y Filloy, 1990, p. 229). Por lo tanto, la transición que existe entre resolver matemáticamente un problema de un modo que se puede considerar informal de representación a uno formal resulta ser difícil para muchos estudiantes. Kieran y Filloy (1990) expresan que muchos de estos estudiantes siguen usando los métodos que les funcionaban en aritmética para resolver problemas algebraicos.

Los estudiantes para facilitar el aprendizaje del álgebra concretamente cuando se les enseñan conceptos específicos, utilizan representaciones gráficas para poder lograr una comprensión total del concepto a aprender.

Según Clement (1985) muchos estudiantes tienen problemas en establecer la conexión entre los datos numéricos y los datos gráficos al momento de resolver un problema algebraico.

De acuerdo a Sfard (1987), el enfoque tradicional de la enseñanza del álgebra no parece ser muy eficaz, los símbolos y las definiciones que allí se enseñan son claramente estructurales y no operacionales. Según Sfard:

> Si una concepción operacional es verdaderamente el primer escalón necesario en la adquisición de una idea matemática nueva, podemos probablemente precipitar el aprendizaje favoreciendo la comprensión por parte de los estudiantes de los procesos y algoritmos, antes de traducirlos a definiciones estructurales; esto puede hacerse incorporando la programación de computadoras en los cursos de matemáticas (Sfard, 1987, p. 168).

La sugerencia de este autor respecto a la integración de enfoques mediante computadora en la enseñanza del álgebra es un aporte muy importante para la época ya que, dicha recomendación, se levanta cuando recién la tecnología de este tipo comienza a aparecer como herramienta de trabajo en el aula.

Sfard (1987) realizó un estudio para verificar si los estudiantes concebían las funciones algebraicas operativamente más que estructuralmente. Los resultados del estudio de Sfard plantean algunas preguntas importantes para la enseñanza de las matemáticas.

Los aspectos anteriormente nombrados son relevantes dado que los futuros docentes deben tener la confianza que domina el contenido y las técnicas al momento de realizar su clase. El estudiante de pedagogía se encuentra con que tiene más claro lo que no quiere hacer en clase que lo que en realidad va a hacer, cuando realice las distintas actividades. (Esteve, 2006).

1.1.2. El álgebra y las funciones en el currículum nacional

El Algebra es una de las cuatro grandes unidades descritas en el Currículum Nacional de Chile y son abordadas en enseñanza básica y se profundiza en la totalidad de los años de enseñanza media, por lo tanto, los futuros profesores deben poseer un razonamiento algebraico y un gran dominio de los conceptos a enseñar. El Marco Para la Buena Enseñanza (MBE) especifica en el Descriptor A 1.1 que el profesor debe conocer y comprender los principios y conceptos centrales de las disciplinas que enseña.

> El profesor demuestra amplio conocimiento del contenido de las disciplinas que enseña. Es decir, domina, en profundidad los conceptos básicos que la articulan y las relaciones entre ellos. Sabe qué conceptos son esenciales en las disciplinas y cuáles son periféricos. Conoce los principios de la disciplina, sus métodos, procedimientos de análisis y su aproximación a fenómenos y eventos. (MBE 2008, p. 16)

Esto implica que no se puede enseñar lo que no se sabe o lo que no se comprende en su totalidad. Por lo tanto, el conocimiento y comprensión del contenido es importante para la enseñanza de este.

Según los Estándares Orientadores Para Carreras de Pedagogía en Educación Media presentados por el Ministerio de Educación de Chile, para los futuros profesores de matemática muestra en el estándar número 3 que el alumno de pedagogía es capaz de conducir el aprendizaje del concepto de función, sus propiedades y representaciones. El futuro profesor está capacitado para conducir el aprendizaje en la comprensión del concepto de función, sus propiedades, su relación con ecuaciones y de los principales ejemplos de funciones a nivel de enseñanza media: lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, valor absoluto, polinomiales, entre otras, utilizando diferentes representaciones. (CIAE y CEPPE, 2012)

Por otra parte, en cuanto a la progresión en el aprendizaje relacionado con las funciones, según el ajuste curricular del año 2009, en primer año de enseñanza media se introduce el estudio de las funciones lineal y afín. Se propone a los alumnos identificar y representar dichas funciones a través de tablas, gráficos y algebraicamente. Los aprendizajes en relación a esto son: Analizar representaciones de la función lineal y de la función afín, realizar composiciones de funciones y establecer algunas propiedades algebraicas de esta operación, y las habilidades son: representar gráficamente funciones lineales y afines, argumentar respecto de las variaciones que se producen en la representación gráfica de funciones lineales y afines, al modificar los parámetros, resolver problemas que involucren composición de funciones e identificar el dominio y recorrido de funciones que son el resultado de la composición de otras.

En segundo medio, se introducen las funciones exponencial, logaritmo y raíz cuadrada en diversos contextos y las respectivas representaciones gráficas. Los aprendizajes esperados en relación a esto son: Analizar gráficamente la función exponencial, logarítmica y raíz cuadrada, y las habilidades son: identificar las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada en contextos diversos, modelar situaciones diversas a través de las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada, representar gráficamente las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada, argumentar respecto de las variaciones que se producen en la representación gráfica de las funciones exponenciales, logarítmicas y raíz cuadrada, al modificar los parámetros.

En tercero medio, el objetivo es retomar los conceptos y mirarlos en detalle para la función cuadrática, entrelazando con la unidad anterior de números complejos. Se hace necesario volver a las representaciones de la función, utilizando tablas y gráficos. Los aprendizajes esperados en relación a esto son: reconocer el tipo de situaciones que modelan las funciones cuadráticas, representar la función cuadrática mediante tablas y gráficos, y algebraicamente, modelar situaciones reales por medio de la función cuadrática, para resolver problemas relativos a situaciones de cambio cuadrático, y las habilidades son: modelar situaciones de cambio cuadrático por medio de funciones cuadráticas.

Y para finalizar, en cuarto medio, los estudiantes profundizan en el concepto de función, pues desarrollan sus conocimientos sobre la función potencia y trabajan la función inversa de aquellas tratadas en cursos anteriores. Los aprendizajes esperados en relación a esto son: Modelar situaciones o fenómenos de las ciencias naturales mediante la función potencia $f(x) = a \bullet x^z$ con $|z| \leq 3$ y Determinar la función inversa de una función dada que sea invertible, y las habilidades son: representar gráficamente funciones inversas y la función potencia, argumentar sobre la función inversa dada una función, modelar situaciones de cambio potencial, resolver problemas relacionados con la función potencia, utilizando algoritmos.

Todo lo anteriormente nombrado es lo que tiene que enseñar un futuro profesor de matemática en enseñanza media, pues está señalado en el curriculum nacional, por lo tanto es de vital importancia que los actuales estudiantes de pedagogía en matemática dominen quizás no en su totalidad pero una gran parte de los contenidos anteriormente mencionados.

Cabe destacar que de acuerdo a las nuevas bases curriculares 2013 el contenido de función inicia en octavo básico, lo que hace más exigente aún para el profesor desde un punto de vista didacta enseñar el contenido. Las bases curriculares proponen el tratamiento de varios contenidos en forma más temprana.

1.1.3. El caso de la enseñanza y aprendizaje de las funciones

Abrate, Pochulu y Vargas (2006) realizaron una investigación sobre errores y dificultades en matemática, este estudio reflejo las dificultades que tienen los estudiantes al momento de trabajar con funciones. Ellos aseveran que una misma función puede ser representada de diversas maneras, tales como: descripción verbal, diagramas de flechas, tablas, gráficas, fórmulas y expresan que los alumnos no han integrado el concepto de función hasta que no son capaces de pasar de una de estas representaciones a todas las demás en forma espontánea y flexible, realizando transferencias entre ellas. Entre los resultados de esta investigación se destaca que de las diferentes representaciones de una función, las más abstractas son, indudablemente, gráficas y expresiones algebraicas. Evidentemente la interpretación de una gráfica es una parte importante del estudio de funciones, y es aquí donde hallamos un gran número de equivocaciones en los alumnos. La dificultad para efectuar una lectura a través de representaciones gráficas que obliga a cambiar de código, pasando de uno gráfico a otro verbal fue notable en la evaluación administrada en este estudio, el 90% (246 estudiantes) erraron en algunos o en todas las preguntas de la situación problemática planteada. Para finalizar concluyen que la dificultad anteriormente nombrada radica, en gran parte, en el tratamiento que ha recibido el tema durante la formación matemática de los alumnos, donde generalmente se hace hincapié en la realización de gráficos a partir de expresiones algebraicas o fórmulas, y pocas veces se explora el camino inverso de un registro gráfico extraer información relevante.

Hernández (2000) en un estudio de estudiantes universitarios encuentra aceptable las habilidades algorítmicas y nulas las habilidades en el trabajo con gráficas, menciona la falta del concepto de función lineal en el lenguaje natural y la carencia de la habilidad de visualización (la conversión bidireccional entre la gráfica y la expresión algebraica). Podemos percibir la trascendencia del problema y la importancia de estudiar lo que compete al proceso de enseñanza aprendizaje del futuro docente.

Carlson (2003) señala que los estudiantes que ingresan a la universidad traen una comprensión deficiente sobre las funciones, y los cursos universitarios de primer nivel hacen poco para solucionar esta deficiencia.

Planchart (2000) reconoce que los estudiantes muestran deficiencias al tratar con el concepto de función. Una de las conclusiones más relevantes es que algunos estudiantes no pueden realizar la conversión del sistema gráfico al algebraico y en el caso de las tablas generalmente esperan que respondan a un patrón o a una ecuación, poniendo en duda que representen una función.

El trabajo realizado por García, Serrano y Espitia (2000) mencionan la importancia de las diferentes representaciones asociadas al concepto, puesto que muestran diferentes características del objeto de conocimiento.

> La noción de función como dependencia entre variables alcanza su mejor expresión a través de representaciones como las descripciones verbales, tablas de valores, gráficas o fórmulas o ecuaciones. Esto impone la necesidad de proponer tareas que

demanden la traslación entre las diferentes representaciones y aún las transformaciones dentro de un mismo sistema de representación. Particularmente las tablas de valores y las gráficas cartesianas ayudan a desarrollar un pensamiento sobre la variación y sobre sus patrones de comportamiento (García, Serrano y Espitia, 2000, p. 68).

1.2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Durante el transcurso de las distintas prácticas profesionales y espacios formativos universitarios, la investigadora de este estudio ha observado las dificultades y errores que presentan los estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática educativa al momento de operar con funciones. Por ello, sin querer ampliar la investigación ni ser muy ambicioso al pretender incluir todos los contenidos que abarcan las asignaturas de álgebra de la carrera pedagogía en Matemática e Informática Educativa, esta investigación se centrará en el análisis de uno de los contenidos que está directamente relacionado con lo que el futuro profesor tiene que tratar en el aula. En este caso, será el estudio de las funciones, contenido matemático que se trabaja durante los cuatro años de enseñanza media y debe ser aprendido en profundidad.

De manera particular, la problemática observada por la investigadora en las instancias de prácticas profesionales y en espacios formativos universitarios, al momento de trabajar con funciones; asignaturas como Didáctica de las Matemáticas I y el optativo Nociones Variacionales en el Estudio de las Funciones refieren a casos como los siguientes:

1. Dificultades al graficar una función dado su forma algebraica, sin tomar en cuenta relevancia del dominio y recorrido de la función.
2. Dificultades al comparar más de una función en relación al cambio de variables en ellas, al momento de graficar una función dada
3. Dificultades al encontrar la forma algebraica de una función dependiendo de su gráfica.

Este tipo de dificultades matemáticas son también aspectos que motivan a realizar el presente estudio, buscando explorar aprendizajes de las funciones cuando se ponen en juego cambios de registro matemático en torno a éstas.

Otro aspecto que llama la atención para esta investigación es que, no obstante, estar presentes los errores hasta aquí descritos, es posible que la percepción de quienes los cometen no sea acorde a lo que sus desarrollos matemáticos evidencian. Por lo tanto, surgen preguntas como ¿se dará esto con estudiantes de cohortes actuales que ya han aprobado álgebra I y, actualmente, se encuentran cursando álgebra II?

Este trabajo centra la atención en el futuro profesor de Matemática e Informática Educativa, sus percepciones y lo que en realidad sabe sobre el concepto de función, el cual se contempla en los planes y programas de estudio de enseñanza media de nuestro país. Para esto la investigación se focaliza en los niveles de álgebra I y II ya que es ahí en donde se enseña la temática de funciones y, de acuerdo a los descriptores de estas asignaturas, debiesen cumplirse competencias como el manejo de las propiedades de funciones, manejo de los conceptos dominio y recorrido de una función, dominio de las condiciones de existencia de funciones inversas, operación algebraica con funciones, de variable discreta y continua, capacidad para modelar, bosquejar el grafico de una función de variable real, indicando todos los aspectos relevantes, comparando crecimientos, capacidad de definir las funciones trigonométricas, las recíprocas y sus inversas; determinando además, dominios, rangos y graficas correspondientes.

1.3. JUSTIFICACIÓN

Hoy entendemos como álgebra al área de la matemática que se centra en las relaciones, estructuras y cantidades. La disciplina que se conoce como álgebra sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación, división) pero que, a diferencia de la aritmética, se vale de símbolos por ejemplo (a, x, y) en lugar de utilizar números. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (incógnitas), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución. La mayoría de los profesores de matemática reconoce su importancia; por lo que investigar si los alumnos que estudian pedagogía reconocen y prueban tener los conocimientos básicos para poder enseñar a los estudiantes de enseñanza media es, sin duda, conveniente para la universidad que imparte la carrera de Pedagogía en Matemática.

La enseñanza de la Matemática, como ciencia, tiene como una de sus funciones ser formadora, y desde esta perspectiva el álgebra desarrolla el sentido de la observación a través de la visualización de patrones, como también propicia en cada niño la oportunidad de modelar libremente su propia vida, ya que permite describir y pensar no sólo acerca de lo que conoce, sino también de lo que quiere averiguar.

El investigar si los futuros docentes de Matemática e Informática Educativa comprenden y dominan el contenido de funciones, permitirá conocer si las percepciones que ellos tienen en relación a sus aprendizajes son ciertas o no. Es importante que los estudiantes de pedagogía en matemática e informática educativa dominen y tengan la confianza al momento de explicar los conceptos a sus alumnos, de esta manera podrá explicar de una mejor forma los conceptos matemáticos y no tendrá mayores complicaciones o dudas al exponer el contenido. Cabe destacar, que en el futuro estos estudiantes de pedagogía deberán cumplir por lo descrito en los Estándares de Formación Inicial de Profesores de Educación Media en Matemática y por el Marco de la Buena Enseñanza, es decir, que el profesor demuestra un amplio conocimiento del contenido de las disciplinas que enseña, domina en profundidad los conceptos básicos que la articulan y las relaciones entre ellos.

Es trascendente resaltar que este tipo de estudio no se ha realizado en la Escuela de Matemática e Informática Educativa y que la información recogida será de gran importancia para tomar decisiones futuras que puedan necesitar al momento de analizar los objetivos y descriptores de las actividades curriculares mencionadas en el estudio, pues la investigación se basa en lo que los alumnos han aprendido, por lo que analiza en cierto punto las habilidades referidas en los descriptores de dicha asignaturas.

1.4. LIMITACIONES

Las limitaciones de esta investigación plantean elementos, circunstancias o situaciones tanto externas a los investigadores y al diseño que se ha utilizado en esta investigación como variables internas que están en manos de los investigadores. Estas limitaciones se convierten en obstáculos que eventualmente se presentaron durante el desarrollo del estudio.

Las variables internas (en manos de la investigadora) son sujetas mayormente a la disponibilidad del tiempo que se le dedica a la investigación, ya que está utiliza la mayoría de su tiempo en su trabajo en un colegio particular subvencionado. Esto acota la disponibilidad de tiempo que se puede dedicar a la investigación.

Las limitaciones externas son primeramente monetarias, por lo cual el estudio se realizó en la comuna de Santiago. Otra variable que mencionar es que los sujetos escogidos para el estudio contaban con poco tiempo para contestar los instrumentos de recolección de información por lo cual se utilizó más tiempo de lo presupuestado en esta etapa y se retrasó el proceso de investigación.

1.5. OBJETIVOS DEL SEMINARIO

Pregunta de Investigación: ¿Qué relación existe entre las percepciones de estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa, respecto de sus aprendizajes sobre funciones matemáticas, y los resultados de una evaluación aplicada sobre el mismo tema, basada en las especificaciones de los descriptores de las actividades curriculares de Álgebra I y II, en una universidad privada no selectiva de Santiago?

Sub preguntas:

1. ¿Cuáles son las percepciones de los estudiantes investigados en relación a los aprendizajes sobre funciones matemáticas?

2. ¿Cuáles son los resultados de los estudiantes investigados en un instrumento evaluativo que explora sus conocimientos o aprendizajes sobre funciones matemáticas?

3. ¿Cuáles son las deficiencias y fortalezas más significativas que creen tener los alumnos investigados acerca de sus aprendizajes sobre funciones versus los resultados de un instrumento evaluativo que explora sus conocimientos o aprendizajes en dicha área?

Objetivo General: Contrastar las percepciones de estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa, respecto de sus aprendizajes sobre funciones matemáticas, con los resultados de una evaluación que explora sus aprendizajes en este tema, basada en las especificaciones de los descriptores de las actividades curriculares de Álgebra I y II, en una universidad privada no selectiva de Santiago.

Objetivos Específicos:

1. Identificar percepciones de los estudiantes investigados en relación a los aprendizajes sobre funciones matemáticas.

2. Explorar aprendizajes respecto de funciones matemáticas a través de una evaluación exploratoria aplicada a los estudiantes investigados.

3. Realizar un contraste entre las percepciones obtenidas y resultados de la evaluación exploratoria para identificar deficiencias y fortalezas más significativas.

1.6. SUPUESTOS

Los supuestos para los resultados de esta investigación están basados en los estudios previos presentados en los antecedentes principalmente el estudio realizado por Abrate, Pochulu y Vargas (2006) y en las observaciones personales de la investigadora de este estudio planteadas en el problema de investigación.

Se espera que los resultados del análisis de la información obtenida en esta investigación, arrojen que las percepciones de los estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa de una Universidad privada que actualmente cursa el ramo de Álgebra II en relación a la temática de funciones no tengan una relación directa con los resultados arrojados por la evaluación exploratoria de dicha temática, pues no podrán generar el cambio de registros grafico – algebraico, y viceversa, siendo estos cambios de registros los más complicados descritos en los estudios ya realizados. También se espera que los resultados obtenidos en un cuestionario en la temática de encontrar el dominio y recorrido de una función si estén relacionadas directamente con los resultados obtenidos en la evaluación exploratoria.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

Dado que la mirada central de este trabajo estará puesta en el contraste de las percepciones de los estudiantes en relación a sus aprendizajes versus un análisis de los resultados en una evaluación exploratoria, específicamente en funciones matemáticas, será necesario definir algunos conceptos que sirvan de ejes temáticos sobre los que se apoyará la lectura interpretativa del estudio.

2.1. Percepción

Se puede definir como el proceso mediante el cual un individuo recibe, selecciona, organiza e interpreta información para crearse una imagen significativa del mundo. (Mayo y Jarvis 1981, citado en Pizam y Mansfeld, 2000). La percepción contiene la explicación de sensaciones, dándoles significado y organización (Matlin y Foley, 1999). La percepción no es una recepción pasiva del mundo externo e interno por parte del sujeto desde los sentidos, sino más bien es un proceso de transformación interna de esa información donde se le otorga organización y significado (Rodríguez, 2012).

Percepción consiste en que la información captada por los sentidos es procesada por el sistema nervioso central que realiza una reconstrucción de la forma y contenido de la información, generándose un conocimiento subjetivo de carácter interpretativo. Un ejemplo de la influencia que tienen estos factores en la percepción son las ilusiones de percepción y las múltiples interpretaciones que un mismo hecho genera entre distintas personas (Kolb y Whishaw, 2006; Morris y Maisto, 2005; Papalia y Wendkos, 1988; Robbins, 1999).

En el acto de percibir, el cerebro no solo registra los datos sino que también interpreta las impresiones de los sentidos. La percepción no es la respuesta automática de una máquina que reacciona automáticamente y sin sentido. En la percepción las cosas ocurren de otro modo, la respuesta que se da al estímulo o la respuesta que se da es siempre estructurada, de modo que a un mismo fenómeno observado y percibido por distintas personas, reciben respuestas diferentes y es interpretado de manera desigual por un pianista, un matemático o un poeta (Shiffman y Lazar, 2000).

La percepción es el proceso por el cual el individuo da significado al ambiente. Dar significado al ambiente requiere de una integración de la información sensorial con los elementos cognitivos como por ejemplo, con nuestros recuerdos, con nuestra interpretación de lo que es el mundo, con nuestros modelos ideales, con el fin último de construir el mundo que nos rodea (Martínez, 2003).

La percepción comprende dos procesos:

1. La remodificación o selección de toda la información que nos llega del exterior y facilitando el almacenamiento en la memoria.
2. Un intento de ir más allá para predecir acontecimientos futuros y de este modo reducir sorpresas (Martínez, 2003).

Para efectos de este estudio se considerará a las percepciones como una mezcla de lo que expone Pizam y Mansfeld (2000) y Rodriguez (2012) será el método mediante el cual un individuo recibe, selecciona, organiza e interpreta información para dar significado al ambiente y así crearse una imagen significativa del mundo. Por lo tanto, no es una recepción pasiva del mundo externo e interno por parte del individuo, sino más bien es un proceso de transformación interna de esa información donde se le otorga organización y significado.

2.2. Razonamiento Algebraico

Para empezar, entenderemos el concepto de razonamiento algebraico, del mismo modo en que es definido por Godino y Font (2003), a saber: el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. Por lo tanto, el razonamiento matemático será comprendido como la representación, generalización y formalización de patrones y regularidades matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

El álgebra es uno de los temas centrales del currículo escolar, es muy importante para todos los alumnos y no sólo para aquellos que van a continuar sus estudios. En nuestros días ha quedado atrás la vieja idea de que aprender a leer y escribir, y un mínimo de conocimientos aritméticos y geométricos, permite desempeñar un trabajo o ejercer un oficio. La mayoría de empleos que se crean actualmente requieren de individuos con mayor preparación, capaces de asimilar nueva información y utilizarla para resolver problemas, así como acceder al uso de nuevos instrumentos o técnicas. Aun actividades que se han vuelto tan cotidianas y necesarias para el trabajo, como llenar un formulario o leer un instructivo o manual de operación, necesitan que las personas conozcan y estén familiarizadas con los modos de expresión simbólica y pensamiento abstracto que se desarrollan por medio del estudio del álgebra, como son poder extraer información de cuadros, tablas y gráficas.

2.2.1. Función Matemática

En general una función, en matemáticas, puede definirse como el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. Según Manfredi (2008) el término función fue usado en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia de la variable x. En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán, J.P.G. Lejeune Dirichlet (1805-1859), quien escribió:

> Una variable es un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello. Dos variables X y Y están asociadas de tal forma que al asignar un valor a X entonces, por alguna regla o correspondencia, se asigna automáticamente un valor a Y, se dice que Y es una función (unívoca) de X. La variable X, a la que se asignan libremente valores, se llama variable independiente,

> mientras que la variable Y, cuyos valores dependen de la X, se llama variables dependientes.
>
> (Manfredi, 2008, p. 14)

A continuación, para enriquecer el estudio y la comprensión más profunda del termino función se seleccionaron algunas de las definiciones dadas por grandes matemáticos a lo largo de la historia, se muestran en orden cronológico para resaltar como ha ido evolucionando el concepto.

Gregory (1638 – 1675) es uno de los primeros en definir una función: una cantidad que se obtiene de otras cantidades mediante una sucesión de operaciones algebraicas o mediante cualquier operación imaginable (Sastre, 2008). En la definición presentada por Gregory, se observa que asume el concepto de función solo como cantidades que se obtenían a partir de operaciones fundamentales.

Leibniz usó la palabra función para referirse a cualquier cantidad que varía de un punto a otro, de una curva, tal como la longitud de la tangente, de la normal, de la subtangente y de la ordenada (Vargas, 2011). Esta definición muestra que el autor para llegar a la definición debe tener claro conceptos como variable, constantes, coordenadas y parámetros en términos de un segmento constante, arbitrario o como una cantidad.

Euler (1707 – 1783). Después de haber planteado varias definiciones y definir nociones iniciales como constante y cantidad variable, usa la idea de dependencia arbitraria entre cantidades variables, y propone una definición moderna:

> Si algunas cantidades dependen de otras cantidades de modo que, si las últimas cambian, las primeras también lo hacen, entonces las primeras cantidades se llaman funciones de las últimas. Esta denominación es de naturaleza amplia e incluye cada método por el cual una cantidad pudiera ser determinada por otras. Si por consiguiente, denota una cantidad variable, entonces toda cantidad la cual depende de en cualquier manera o este determinada por ella es llamada una función de ella. (Euler, citado en Vargas, 2011, p. 12)

Euler en sus primeras definiciones tuvo en cuenta los conceptos de variable, constante y otros términos relacionados para incluirlos en ella, después se dio cuenta que para definir este concepto debían aceptarse curvas arbitrarias, es decir, que no satisfacen ninguna ley analítica.

Lagrange (1736 – 1813) presenta una definición de carácter más general, pero pasando la representación geométrica cada vez más a un segundo plano: Llamamos función a toda expresión matemática de una o varias cantidades en la cual estas aparecen de cualquier manera, relacionadas o no con algunas otras cantidades que son consideradas como constantes, mientras las cantidades de la función pueden tomar todos los valores posibles (Sánchez, 2007).

Para desarrollar su definición, Lagrange toma en cuenta el concepto de función continua y función diferenciable, aunque se limita nuevamente a las funciones analíticas.

Fourier (1772 – 1837). Contribuyó a la evolución del concepto de función al considerar la temperatura como función de dos variables: Una función f(x) representa una sucesión de valores u ordenadas, cada una de las cuales es arbitraria (Sastre, 2008).

Dirichlet (1805 – 1859). Fue el primero en establecer una función como una correspondencia, *y* es una función de la variable *x*, definida en el intervalo $a < x < b$, si para todo valor de la variable *x* en ese intervalo, le corresponde un valor determinado de la variable *y* (Sánchez, 2007) por lo tanto, el concepto de función adquiere ya un significado independiente de expresión analítica y sugiere una separación entre el concepto y su representación.

Dirichlet es quien generaliza para luego dar paso a definiciones de variable compleja.

Hankel (1839 – 1873) admirador de Dirichlet, define una función así: se dice que *y* es función de *x* si a cada valor de *x* de un cierto intervalo corresponde un valor bien definido de *y*, pero sin que esto exija que *y* sea definida sobre todo el intervalo por la misma ley en función de *x*, ni tampoco que *y* sea definida por una expresión matemática explícita de *x* (Sánchez, 2007).

Esta definición es la que se conoce y se trabaja en la mayoría de las actividades curriculares de la educación terciaria.

Según Sánchez (2007), el estudio de las funciones por este camino conduce a la teoría de funciones que lleva a la caracterización de ellas expresables analíticamente.

Sfard (1991) señala que el concepto de función necesita ser examinado como un proceso y un objeto, cuyo proceso de aprendizaje posee un doble carácter:

1. Su comprensión está asociada de manera explícita a los subconceptos de dominio o preimagen, recorrido o imagen, la regla de establecer el nexo entre las variables y las varias formas de representaciones: verbal, algebraicas, graficas mediante diagramas.

2. Su comprensión influye no sólo en otra área de la matemática superior, sino que resulta relevante en el estudio de otras ciencias también.

Para efectos de este estudio comprenderemos función como lo describe Baldor (1997), quien expone la versión moderna de función debida a Dirichlet, que es la siguiente: Se dice que y es función de x cuando a cada valor de la variable x corresponde un valor único de la variable y. Una función es un caso especial de relación. Una relación se define como cualquier conjunto de pares ordenados (x,y). La notación para expresar que y es función de x es $y = f(x)$.

2.2.2. Registros de representación semiótica

Para tratar de comprender el mundo y sus experiencias, las personas construyen representaciones. Según Guzmán (2006) las representaciones, se basan en una función central del sistema cognitivo: simbolizar. Es decir, en la capacidad para concebir que algo tome el lugar de otra cosa. Una escritura, una notación, un símbolo, representan un objeto matemático: un número, una función, un vector, etc.

Desde la perspectiva de las ciencias cognitivas, las representaciones son consideradas como cualquier noción, signo o conjunto de símbolos que significan algo del mundo exterior o de nuestro mundo interior. Podemos representar en nuestra mente algo que percibimos con nuestros sentidos, algo que vemos, olemos o sentimos, como también algo que nos imaginamos. Los conjuntos de signos o de símbolos que representan algo pueden ser internos o externos, las representaciones externas son también conocidas como representaciones semióticas (Tamayo, 2006).

En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para los objetos, escrituras algebraicas, lógicas, funcionales que se tornan en lenguajes paralelos al lenguaje natural para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos en el plano cartesiano, gráficos de barra, diagramas circulares, etc. Cada una de las actividades anteriores compone una forma semiótica diferente, entendiéndose por tal a la actividad de formación de representaciones realizadas por medio de signos. El dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual (Oviedo y Kanashiro, 2012).

Se puede evidenciar que la mayoría de los alumnos no reconocen el mismo objeto a través de representaciones que son dadas en sistemas semióticos diferentes. En particular, el concepto de función admite una gran variedad de registros de representación, por lo que la comprensión integral de esta noción queda evidenciada en la coordinación de esos numerosos registros (Gatica, 1995).

La teoría de Registros Semióticos fue creada por Raymond Duval, como un modelo explicativo para las dificultades en el aprendizaje de la matemática. Duval (1995) remarca en su teoría de los Registros de Representación Semiótica, la existencia de múltiples y diversos sistemas semióticos que hacen referencia a un mismo concepto matemático, cada uno de los cuales tiene sus dificultades y limitaciones. Entiende por representación semiótica “la producción constituida por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento” (Duval, 1995 p.175).

Por ejemplo, para referirnos al objeto circunferencia podemos utilizar los siguientes registros representación:

1. Registro de la Lengua Natural (RLN): El registro de la lengua natural permite introducir definiciones, así como hacer descripciones o designaciones: “*Curva plana y cerrada cuyos puntos son equidistantes de otro situado en su interior, llamado centro*”. Real Academia española (Rae)

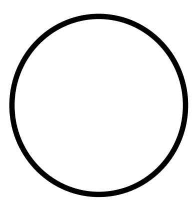
2. Registro Numérico (RN): Las representaciones de tipo numérico permite apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos a los que hace referencia, así como vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas:

   Datos Circunferencia: C[1] (2,1) y P[2] (0,5)

   Datos circunferencia: C (5,9) y r[3] =3

   También permite realizar operaciones de cálculo y aplicar propiedades como pueden ser la distributiva, conmutativa, etc. necesarias para la resolución de diversas tareas.

3. Registro Figural-Icónico (RFI): Engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados:



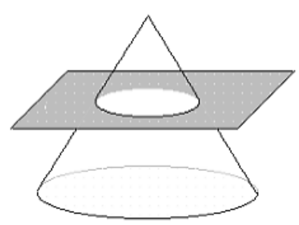
4. Registro Tabular (RT): Los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir propiedades y características del objeto de conocimiento representado:

Centro		Radio	Ecuación
X	Y		
0	3	2	
-4	0	2	

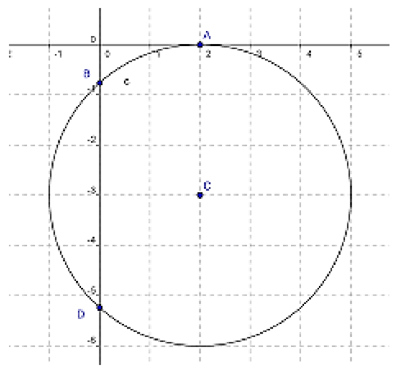
5. Registro Algebraico (RA): Permiten realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que representa, como puede ser longitud del radio, centro, posición en el plano, etc., en el caso de la circunferencia:

$$\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}=r \leftrightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

6. Registro Geométrico (RGe): El registro geométrico admite operaciones de reconfiguración y manipulación que facilitan la comprensión y el establecimiento de conexiones entre diferentes objetos:



7. Registro Gráfico (RGr): El registro gráfico posibilita inferir, con un simple vistazo, el comportamiento que va seguir una determinada función, así como efectuar tratamientos propios de su registro como son las traslaciones, reflexiones, simetrías, contracciones, dilataciones, etc; La representación gráfica-cartesiana hace patentes diversos elementos (puntos de corte con los ejes, ejes de simetría, posición en el plano, curvatura, etc.) que permiten apreciar el papel de los parámetros:



Un registro está constituido por signos en el sentido más amplio de la palabra: trazos, símbolos, íconos... y estos signos están asociados de manera interna y externa*;* *"*de manera interna, según los lazos del contexto y de pertenencia a una misma red semántica; y de manera externa, según las reglas de combinación de signos en expresiones o configuraciones; estas reglas son propias de la red semántica involucrada" (Guzmán, 1998). En consecuencia los registros son medios de expresión y de representación caracterizados precisamente por sus respectivos sistemas semióticos.

Sobre la construcción de los conceptos matemáticos Duval (1995, citado en Hitt, 2003) establece que, dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación. En ese marco, el nivel de conceptualización de un objeto se analiza en base a las posibilidades de articulación de las diferentes representaciones del mismo, por lo que las dificultades para convertir una representación en otra pueden interpretarse como resultado de una conceptualización deficiente, ya que, como lo afirman Blázquez y Ortega (2001) la diversificación de representaciones de un mismo objeto o concepto aumenta la capacidad cognitiva de los sujetos sobre ese objeto o concepto.

Según Duval (1995), hay al menos dos características de la actividad cognitiva implicada en las estrategias matemáticas. Por una parte, se recurre a varios registros de representación semiótica, algunos de los cuales han sido específicamente desarrollados para efectuar tratamientos matemáticos; y por otra, los objetos matemáticos no son accesibles mediante la percepción, como ocurre con la mayoría de los objetos en las otras disciplinas. A partir de aquí, Duval plantea dos interrogantes claves en relación con el aprendizaje: ¿cómo aprender a cambiar de registro? y ¿cómo aprender a no confundir un objeto con la representación que se hace de él? También plante a que un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiosis:

1) La presencia de una representación identificable.
2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.
3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

2.2.3. El tratamiento y conversión de representaciones

Según Gutiérrez y Parada (2007) la transformación de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado constituye lo que se denomina tratamiento de una representación. La función que cumple dentro del sistema semiótico está asociada a la ganancia de información, por ejemplo, se realiza un tratamiento cuando se tiene una ecuación y se hace una simplificación de la misma. También señala que la conversión es una transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero, al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado. Esta condición hace que la conversión sea una transformación externa al registro de partida. Se hace una conversión, por ejemplo, cuando a partir de una ecuación se construye una gráfica.

Los problemas a los que se enfrentan los sujetos para realizar el tratamiento y la conversión de representaciones es una dificultad a la que Duval llama fenómeno de no-congruencia, el cual se da entre las representaciones de un mismo objeto que provienen de sistemas semióticos diferentes y el pasaje entre ellas no es inmediato. En cambio, si se dan de manera espontánea, son congruentes.

El traslado entre registros no se efectúa espontáneamente a menos que se trate de representaciones congruentes entre el registro de partida y el de llegada, pero puede ser un obstáculo serio cuando no hay congruencia. Cuando hay congruencia, el traslado puede ser trivial, por ejemplo: Dada la gráfica de la función f(x) = x, se ve en el dibujo una recta que es la bisectriz del primer cuadrante. Ante una pregunta sobre la monotonía de esta función, se responde que se trata de una función creciente y la mayoría de los estudiantes tienen éxito, pues hay aquí un fenómeno de congruencia entre la representación gráfica de la función dibujada y la percepción de la noción de crecimiento asociada con el hecho de que la gráfica sube.

Pero cuando no hay congruencia, la tarea puede ser muy difícil y no accesible para muchos estudiantes. Por ejemplo, si pensamos en una función $f(x) = x^2$ cuya representación gráfica es una parábola centrada y se pide dibujar la parábola que representa a la función $f(x) = (x+1)^2$, muchos estudiantes fracasan debido a que se trata de una parábola que está trasladada a la izquierda de la dada y con vértice en el punto de coordenadas *(-1.0).* El estudiante ve el signo más de la expresión y dibuja la parábola a la derecha de la dada. Este ejemplo es de las tareas fáciles relativas a fenómenos de no congruencia, pues contempla un traslado del registro algebraico al gráfico.

Duval (2004) sostiene que las representaciones semióticas son aquellas en las cuales la producción no puede hacerse sin la movilización de un sistema semiótico, así las representaciones semióticas pueden ser producciones discursivas (en lenguaje natural, en lenguaje formal) o no discursivas (figuras, gráficos, esquemas, etc.). Según el autor citado, para comprender la producción de las representaciones semióticas hay que tomar en cuenta tres aspectos: el aspecto estructural relativo a la determinación de la significación de los signos y de las posibilidades de representación que ofrecen; el aspecto fenomenológico relativo a las exigencias psicológica de producción o de aprehensión de los signos y el aspecto funcional relativo al tipo de actividad que los signos permiten llevar a cabo.

Basándose en la investigación hecha por Duval, Ospina (2012) plantea que una de las actividades cognitivas inherentes a toda representación son las transformaciones de la representación dentro del mismo registro donde se ha formado, de modo que a partir de éstas se obtengan otras representaciones que puedan constituirse como una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales, esto lo denomina tratamiento de una representación y hace referencia a la transformación de esta representación en el mismo registro donde ha sido producida es decir, se refiere a la transformación interna en un registro, debido a esto cada tratamiento requiere el reconocimiento y aplicación de las reglas propias a cada registro. También expone que otra actividad cognitiva será la transformación de una representación dada en un registro, en otra representación en un registro diferente, que conserva parte del significado de la representación inicial pero, al mismo tiempo da otras significaciones al objeto representado. A esta habilidad para cambiar de registros de representación semiótica se le denomina conversión.

2.3. Instrumento de Evaluación

Todo proceso de evaluación requiere de recolección de información respecto del objeto que se está evaluando. En materia educativa, aquella recolección se realiza principalmente a través de instrumentos de evaluación, que pueden ser definidos como todo aquello que permite obtener información respecto a la adquisición y grado de logro de un aprendizaje de los estudiantes (Castillo, 2003; Pimienta, 2008).

El Diccionario de Vocabulario Científico y Técnico (Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1990) nos ofrece de instrumento la definición siguiente: “dispositivo diseñado para llevar a cabo cualquier tipo de observación u operación” (p. 396).

La evaluación, en general, se puede considerar como el proceso de identificar, obtener y proporcionar información útil acerca del valor o mérito de un objeto determinado, con el fin de servir de guía para la toma de decisiones y promover la comprensión de los fenómenos implicados (Stufflebeam y Shinkfield, 1987).

Para fines de este estudio se definirá instrumento de evaluación como lo expone Stufflebeam y Shinkfield:

> Proceso de identificar, obtener y proporcionar información útil y descriptiva acerca del valor y mérito de las metas, la planificación, la realización y el impacto de un objeto determinado, con el fin de servir de guía para la toma de decisiones, solucionar los problemas de responsabilidad y promover la comprensión de los fenómenos implicados” (Stufflebeam y Shinkfield, 1987, p. 183).

Por lo que la evaluación planteada en este estudio es de característica exploratoria, no busca calificar los conocimientos sino que comprender los fenómenos implicados cuando los estudiantes operan con funciones.

CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO

Este capítulo describe los métodos, técnicas y procedimientos que fueron empleados para el logro de los objetivos anteriormente planteados. Se expone, además el esquema general del desarrollo de la investigación, así como los principales instrumentos utilizados para reunir información.

3.1. Paradigma

La presente investigación opta por el paradigma interpretativo, el cual no buscan explicaciones sino interpretaciones. Ya que este estudio tiene como objetivo realizar un contraste entre percepciones de estudiantes de Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa en relación a sus aprendizajes sobre el contenido de funciones con sus resultados en una evaluación exploratoria y el paradigma interpretativo consiste en comprender la realidad de las personas estudiadas lo cual se logra cuando se interpretan los significados que ellas le dan a su propia realidad y a la realidad de los otros como también a los objetos que se encuentran en el ámbito tratado (Arcila, Buriticá, Castrillón y Ramírez, 2004), es el paradigma adecuado para la investigación.

3.2. Enfoque cualitativo

De acuerdo a los objetivos de esta investigación se afirma que este estudio tiene una orientación cualitativa. Para mayor comprensión del estudio este enfoque será explicado a continuación:

La investigación cualitativa implica un énfasis en las cualidades de entidades, en los procesos y significados, que no son examinados o medidos en términos de cantidad, intensidad o frecuencia. Adicionalmente permite al investigador adoptar un particular punto de vista para estudiar el fenómeno. (Denzin y Lincoln, 2000).

La investigación cualitativa privilegia lo descriptivo, especificando las propiedades de grupos, personas o comunidades sometidos a análisis (Hernández, 1991).

La investigación cualitativa asume que el significado es parte de las experiencias de las personas que participan y que este significado es mediado a través de las percepciones del investigador (Planchart, 2000).

Los autores Blasco y Pérez (2007), señalan que la investigación cualitativa estudia la realidad en su contexto natural y cómo sucede, sacando e interpretando fenómenos de acuerdo con las personas implicadas. Utiliza una variedad de instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, historias de vida, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas, así como los significados en la vida de los participantes.

Sampieri (2006) expone que el enfoque cualitativo utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación. También propone que la finalidad del estudio cualitativo no es medir las variables involucradas, sino que entenderlas, por lo tanto, el alcance final de los estudios cualitativos muchas veces consiste en comprender un fenómeno no medirlo.

La investigación cualitativa está más preocupada en la comprensión de los fenómenos sociales desde la perspectiva de los participantes. Esto ocurre a través de la participación, hasta cierto punto, del investigador en la vida de los sujetos durante la investigación. Cabe destacar, que la investigación cualitativa busca tener en cuenta la subjetividad en el análisis e interpretación de los datos y proporciona una descripción narrativa detallada, un análisis y una interpretación de los fenómenos (Mc Millan y Schumacher, 2005).

Como características generales de este enfoque se puede mencionar: El investigador es instrumento de medida, se trata de estudios de pequeña escala, no suelen probar teorías o hipótesis, es más bien un método para generar teoría, el diseño de la investigación es emergente, se va elaborando a medida que avanza la investigación, no permite análisis estadísticos. En resumen, la investigación cualitativa valora la perspectiva de los investigadores sobre sus mundos y busca descubrir esas perspectivas; es principalmente descriptiva y depende de las palabras y los comportamientos de las personas como fuente de datos primarios (Marshall y Rossman, 1989).

3.3. Diseño de estudio de casos

La presente investigación se aborda desde el diseño de estudio de casos. Este diseño tiene como característica básica que aborda de forma intensiva una unidad, ésta puede referirse a una persona, una familia, un grupo, una organización o una institución (Stake, 1994). Puede ser algo simple o complejo, pero siempre una unidad; aunque en algunos estudios se incluyen varias unidades, cada una de ellas se aborda de forma individual.

Para Arnal, Del Rincón y Latorre (1994) el estudio de casos debe considerarse como una estrategia encaminada a la toma de decisiones. Su verdadero poder radica en su capacidad para generar descubrimientos, en centrar su interés en un individuo, evento o institución, y en su flexibilidad y aplicabilidad a situaciones naturales.

Los estudios de casos resultan particularmente útiles cuando se requiere comprender algún problema específico o situación en gran detalle y cuando se pueden identificar casos ricos en información. Al elegir un determinado caso es porque se tiene la finalidad de evaluar diferencias individuales o variaciones únicas de un contexto. Un caso puede ser una persona, un evento, un programa, un periodo de tiempo, un incidente crítico o una comunidad (López de la Llave y Pérez, 2005). De un estudio de caso se espera que abarque la complejidad de un caso particular. Es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (Stake, 1994).

3.3.1. Tipos de estudios de caso y el caso seleccionado

Generalmente se estudian cuatro tipos de casos (Merriam, 1998; Stake, 1994):

- Caso “típico”. Es una persona que representa a un grupo o comunidad. Pueden estudiarse varias personas que tienen algún aspecto en común, por lo que se espera cierta homogeneidad o coherencia en sus respuestas.

- Casos “diferentes”. Son personas que representan distintos miembros de un grupo. Pueden variar en género, raza, ser diferentes miembros de una familia o tener alguna otra característica que puede significar diferente forma de pensar, expresarse o reaccionar ante las situaciones que viven.

- Casos “teóricos”. Estos casos se escogen porque permiten probar algún aspecto de una teoría. Pueden ser personas con características semejantes o diferentes, pero cuyo análisis puede contribuir a esclarecer alguna hipótesis o teoría.

- Casos “atípicos”. Son personas con alguna característica peculiar que los hace diferentes de los demás, pueden tener algún trastorno o habilidad excepcional, pueden ser personas que están o han estado expuestas a situaciones especiales.

Si atendemos a la finalidad del estudio de caso y a las técnicas de recogida de información, podemos concluir que no existe un único modo de hacer estudios de caso. Stake (2005) plantea que hay tres tipos de estudios de caso atendiendo a la finalidad última del mismo:

- Estudio de caso intrínseco: casos con especificidades propias, que tienen un valor en sí mismos y pretenden alcanzar una mejor comprensión del caso concreto a estudiar. En este supuesto no se elige al caso porque sea representativo de otros casos, o porque ilustre un determinado problema o rasgo, sino porque el caso en sí es de interés. Yin (1989) se refiere a él como diseño de caso único.

- Estudio de caso instrumental: al servicio de la construcción de una teoría. Son casos que pretenden generalizar a partir de un conjunto de situaciones específicas. El caso se examina para profundizar en un tema o afinar una teoría, de tal modo que el caso juega un papel secundario, de apoyo, para llegar a la formulación de afirmaciones sobre el objeto de estudio. Es el diseño de casos múltiples y se emplea cuando se dispone de varios casos para replicar.

- Estudio de caso colectivo: se realiza cuando el interés de la investigación se centra en un fenómeno, población o condición general seleccionando para ello varios casos que se han de estudiar intensivamente.

Para esta investigación se utilizará el estudio de casos típicos dado que se estudiará a nueve estudiantes de la asignatura de Algebra II, estos nueve estudiantes serán la muestra representativa y al haber aprobado algebra I se espera cierta coherencia en sus respuestas. También se clasificara como un estudio de caso intrínseco donde se elige al caso porque en sí es de interés para la finalidad de la investigación.

3.4. Universo y muestra o escenario y actores

Para este estudio se ocupó un muestreo intencional no probabilístico pues se utilizó como muestra los individuos a los que se tiene fácil acceso. Los sujetos a estudiar son nueve estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa de una Universidad privada no selectiva de Santiago que han cursado y aprobado el ramo de Algebra I y actualmente están cursando Algebra II. Se opta por el muestreo intencionado por el límite de tiempo de la investigación, ya que, la fortaleza de este muestreo radica en recoger datos hasta que los investigadores consideren que han obtenido la información necesaria, lo que también se llama saturación y esta reside en que no se encuentra datos adicionales por medio de los cuales desarrollar las propiedades de la categoría, esto quiere decir que no emerge nada nuevo. (Glasser y Strauss, 1967, citado en Azócar, 2014).

3.5. Estrategia de recogida de datos

Se ha seleccionado como instrumento de recolección de datos primeramente un cuestionario, al respecto Goetz y Lecompte (1988, p. 136) afirman que es un instrumento que permite determinar la medida en que los participantes sostienen creencias similares, comparten ciertos constructos y ejecutan conductas comparables. Adicionalmente afirman que la información recogida por medio de ésta es útil para caracterizar y registrar lo que los individuos hacen o lo que consideran que es aceptable. Es así como el tipo de cuestionario utilizada en esta investigación corresponde a un cuestionario escrito.

Con fundamento en las investigaciones descritas en los antecedentes, el problema de investigación y el marco teórico se diseñó un cuestionario de catorce preguntas, dirigido a los estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa de una Universidad privada no selectiva de Santiago que actualmente están cursando el ramo de Álgebra II. El cuestionario tiene como objetivo principal conocer las percepciones de los estudiantes en relación al concepto de función y entregar la mayor cantidad de información en relación a esto.

Posterior a esto y basándose en las respuestas del cuestionario ya descrito y atendiendo al objetivo principal del estudio, se diseñó una evaluación exploratoria de tres ítems atendiendo a la problemática a estudiar. Esta evaluación no pretende calificar el conocimiento de los sujetos de investigación, sino que su objetivo principal es explorar los conocimientos que tienen los alumnos de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa sobre el tema de funciones, y así recopilar la información necesaria para realizar el contraste con las percepciones obtenidas en el cuestionario. Esta evaluación se elaboró con respecto al cuestionario, el problema de investigación y el marco teórico utilizado en esta investigación.

3.6. Validez y Confiabilidad

Los instrumentos elaborados y utilizados en esta investigación fueron validados por tres expertos docentes de la Universidad Católica Silva Henríquez. Los datos de estos expertos serán presentados en los anexos del estudio.

El método de análisis de los datos es a través de la triangulación como procesos de validación del conocimiento obtenido. El proceso de triangulación es la acción de reunión y cruce dialéctico de toda la información pertinente al objeto de estudio surgido en una investigación por medio de los instrumentos correspondientes, y que en esencia constituye el corpus de resultados de la investigación (Cisterna, 2005). Por lo tanto, el procedimiento práctico para efectuar la triangulación pasa por los siguientes pasos: seleccionar la información obtenida en el cuestionario; triangular la información con los datos conseguidos mediante la evaluación exploratoria y para finalizar triangular la información con el marco teórico.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

4.1. Trabajo de campo o recogida de información

En la primera fase del trabajo de campo se realiza la recolección de información, en una primera instancia se recogerán las percepciones de nueve estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa que actualmente la actividad curricular de Algebra II, en relación al concepto de funciones a través de un cuestionario. Se finaliza esta etapa con la transcripción de las respuestas obtenidas y así ordenarlas en una tabla de información.

En la segunda fase se generó una evaluación exploratoria en relación al mismo concepto, basándose en las respuestas del cuestionario, posterior a esto, se aplica la evaluación a los mismos estudiantes que contestaron el cuestionario.

En la tercera fase se efectuó un análisis de las producciones de los estudiantes (respuestas del cuestionario y evaluación), desde las cuales se exploran los registros en los que hacen transformaciones cognitivas (tratamiento y conversión), la forma en que las hacen y la coordinación de diferentes registros de representación del concepto matemático función, siendo “la conversión de registro” la actividad que centra la atención de la investigación. Para finalizar se contrasto los resultados obtenidos en los dos instrumentos de recolección de información.

Se menciona que uno de los facilitadores al momento de aplicar los instrumentos de recolección de información es el horario asequible y buena voluntad del profesor que dicta la asignatura Algebra II, quien permitió utilizar minutos de su hora de clase para la recogida de datos. Un obstaculizador fue la puntualidad o asistencia de los alumnos los días de aplicación de los instrumentos.

4.2. Análisis de la información

A continuación, se presentan el análisis e interpretación de los resultados obtenidos en el cuestionario y evaluación exploratoria. Luego de esto se muestra un contraste entre las percepciones recogidas en el cuestionario y los resultados de la evaluación exploratoria. Las transcripciones de los resultados del cuestionario y evaluación exploratoria estarán en los **anexos** por si es necesario consultarlos para una mayor comprensión del estudio.

4.2.1. Análisis de los resultados obtenidos en el cuestionario (percepciones)

Los alumnos tienen muy claro lo que han aprendido en la universidad y lo diferencia de lo que aprendieron en el colegio y saben lo que les costó más o menos aprender. En la mayoría de los casos les costó más las funciones trigonométricas. Se podría especular que es porque no son tratadas en el colegio, la universidad es la primera instancia donde se les presentan estas clases de funciones, no están incluidas en el curriculum nacional ajuste 2009 anteriormente especificado en el estudio. En relación al concepto de función más de la mitad de los alumnos no se cree capaz de definir el concepto, la otra mitad cree poder definirlo, pero sin mayor detalle, en sí no lo pueden definir formalmente, describiendo sus elementos o propiedades. Esto en relación a la primera parte del cuestionario, surgieron definiciones de función como las siguientes:

“Una función es una representación de valores representados en una gráfica o en un plano” (Estudiante 1).

“Una función es la representación gráfica de valores acerca de algo, en donde pueden estar en 2 dimensiones o 3” (Estudiante 3).

“Podría decir que una función es una especie de “transformador” ya que dependiendo de lo que se ingrese es lo que se obtiene” (Estudiante 5).

Los alumnos no realizan una definición clara, como la que define Baldor (1997), quien expone la versión moderna de función debida a Dirichlet, que es la siguiente: Se dice que *y* es función de *x* cuando a cada valor de la variable *x* corresponde un valor único de la variable *y*. Una función es un caso especial de relación. Una relación se define como cualquier conjunto de pares ordenados *(x,y).* La notación para expresar que *y* es función de *x* es *y* = *f(x).* Las percepciones de los alumnos es creer definir función matemática de una manera completa, pero la realidad al tener que definirla no posee las habilidades o competencias para hacerlo.

Las preguntas que continúan están relacionadas directamente con la problemática que se está estudiando, recordando lo planteado anteriormente, los problemas de investigación eran:

1. Problemas al graficar una función dado su forma algebraica, sin tomar en cuenta relevancia del dominio y recorrido de la función. (Pr1).
2. Problemas al comparar más de una función en relación al cambio de variables en ellas, al momento de graficar una función dada. (Pr2).
3. Problemas al encontrar la forma algebraica de una función dependiendo de su gráfica. (Pr3).

A continuación se presentara un análisis de los casos que presentan una mayor significancia en relación a la información que entregan, este análisis también se realizara tomando en cuenta las preguntas de investigación anteriormente nombradas.

Resultados relacionados al Pr1:

- **Confianza para graficar una función manualmente**

La mayoría de los estudiantes tiene confianza al momento de graficar una función manualmente, sin utilizar un software, explican que no todas las funciones en su totalidad pero que luego de hacer un análisis e identificar la función podrían graficarla. El tipo de percepciones que surgieron son del tipo:

“No todas, pero si un gran número de ellas, ya que cada función requiere habilidades.” (Estudiante 3).

“Siento que aún no estoy preparado en un 100%, pero podría hacerlo, he aprendido muchas cosas y me siento preparado para hacerlo por sí solo, aunque me falta práctica.” (Estudiante 4).

“Si es fácil graficarla. Primero hay que realizar un análisis e identificar que función es y listo.” (Estudiante 9).

- **Herramientas utilizadas al momento de graficar**

Al momento de nombrar las herramientas que utilizan al momento de graficar la mayoría de los alumnos analiza el dominio y recorrido de la función dada, generan una tabla de datos, analizan que tipo de función es y grafican. El tipo de percepciones que surgieron son del tipo:

“Analizar la gráfica, identificar donde corta los ejes, para poder analizar el dominio o y el recorrido” (Estudiante 1).

“La trabajo, comienzo a ver dominio, recorrido, etc… para hacerme poco a poco la idea de cómo y por qué la función tiene determinada forma” (Estudiante 2).

“Analizo el dominio y recorrido y hago la tabla de datos” (Estudiante 5).

Resultados relacionados al Pr2:

- **Comparar funciones cuando hay un cambio de variables al graficar**

Al momento de cambiar variables los alumnos especifican que si se realizan ciertos pasos es fácil graficarlas, surgen percepciones como:

“Se debe hacer un análisis del comportamiento de la función y obtener los parámetros que me permitan esbozarla” (Estudiante 3).

“Me fijo en la x primeramente y voy graficando a medida que sigue el ejercicio. Ejemplo: $2x^2 - 3$

1° $f(x) = x^2$

2° $f(x) = 2x^2$

3° $f(x) = 2x^2 – 3$ ” (Estudiante 9).

- **Facilidades y dificultades al graficar**

En correspondencia a las dificultades y facilidades al momento de graficar solo un estudiante encuentra más fácil de graficar la función exponencial, dos de los estudiantes encuentran que es más fácil graficar la función raíz cuadrada pero la confunden con la función cuadrática, tres estudiantes encuentran más fácil las funciones trigonométricas, pues son las últimas tratadas en clase de Algebra II, aunque existen estudiantes que encuentran que son las más difícil de graficar junto con la logarítmica y la función parte entera, pues no sabrían como graficar está ultima. Por lo tanto, tienen muy claro sus fortalezas y debilidades al momento de graficar.

Todos los alumnos, excepto uno, pudo esbozar la función que considera más fácil graficar, aunque dos alumnos la confunden con otra función, por lo tanto, esbozaron de una manera errada. Ninguno pudo esbozar la función que consideraba más difícil, no se creen capaz de graficarla, ni siquiera esbozar. Las percepciones en relación a la función que encuentran más difícil graficar:

"Aún no puedo graficarla en su totalidad" (Estudiante 3).

"La más difícil no sé graficarla" (Estudiante 4).

"No sabría graficar la más difícil" (Estudiante 9).

Resultados relacionados al Pr3:

En relación a la conversión de registros semióticos gráfico – algebraico todos los alumnos excepto uno creen que dependen de la gráfica entregada para poder saber la forma algebraica de la función solo uno está 100% seguro de encontrar la forma algebraica de cualquier función. Surgen percepciones como:

"Sí, ya que puedo trabajar con las expresiones y encontrar la función" (Estudiante 2).

"Si, puedo encontrarla dependiendo de la función" (Todos los estudiantes).

Resultados relacionados al dominio y recorrido

La mayoría de los estudiantes esta 100% seguro de poder identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función, esto indica con mayor confiabilidad que no cometerán el Pr1. Pues creen que encontrar el dominio y recorrido de una función no tiene una gran dificultad, solo un alumno difiere en esto. También, encuentran que no necesitan hacer la gráfica para encontrar el dominio y recorrido de una función, solo tienen que operar algebraicamente. Surgen percepciones en relación a encontrar el dominio y recorrido de una función en relación a la pregunta 12 del cuestionario:

"Sí, porque ya me han enseñado las herramientas para identificar el dominio y el recorrido." (Estudiante 3).

"Sí, porque ya sé cómo realizar los métodos a seguir para localizarlos" (Estudiante 4).

"Sí, ya que solo hay que hacer cálculos en base a los datos proporcionados" (Estudiante 8).

Para finalizar, los alumnos de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa creen que es relevante la discusión sobre el dominio y recorrido de una función pues encuentran que es una herramienta útil para conocer los parámetros de la función y así poder graficarla. También encuentran de suma importancia la gráfica de una función para su estudio, porque se puede analizar de una manera visual la función, esto provoca una análisis más profundo y completo, solo un alumno no está de acuerdo con la importancia del estudio de la gráfica de la función. Las percepciones en relación a la importancia de analizar el dominio y recorrido de una función fueron:

"Es importante, porque con ellos puedes saber entre que coordenadas se está moviendo la función y además con ello se puede graficar manualmente." (Estudiante 8).

"Es importante, porque gracias al dominio y recorrido podemos graficarlo, ver lo valores que x no puede tomar y así sucesivamente, un estudio más allá de solo usar un software." (Estudiante 4).

"Creo que es importante ya que son elementos que permiten no solo visualizar la gráfica, sino que también permite trabajarla en más profundidad, como cuando se restringe." (Estudiante 2).

4.2.2. Análisis de los resultados obtenidos en la evaluación exploratoria

Los resultados obtenidos están especificados en una tabla que se presentara en los anexos del estudio.

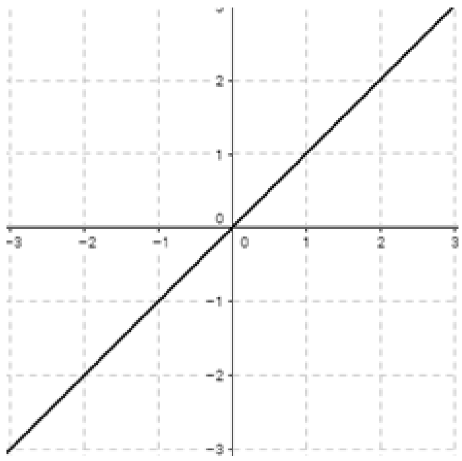
Ítem = I; Pregunta = P

I1P1: La mayoría de los estudiantes identifican bien la gráfica dependiendo de la forma algebraica de la función (6 estudiantes), en el caso de esta pregunta identifican la gráfica de una función lineal dada su forma algebraica. Solo tres estudiantes erraron al identificar la gráfica, pues no pudieron determinar los elementos básicos de la función lineal en la forma algebraica para poder realizar una tratamiento y conversión del contenido y llegar a su forma gráfica. En resumen, la mayor parte de los sujetos estudiados realiza el tratamiento y conversión de registros semióticos, en este caso específico registro algebraico – grafico, basada en la teoría de Duval (1995). Pero solo aplican la habilidad de identificar la función, no tienen que graficar ellos mismos la función matemática dada en forma algebraica, ya que esto presenta un nivel de análisis más profundo.

I2P2: Al momento de graficar ellos mismos una función dada su forma gráfica, los estudiantes no toman en cuenta la importancia del dominio y recorrido al momento de graficar la función dada, esto provoca que se generen errores al momento de graficar las funciones, por lo tanto, no pueden realizar de una manera eficaz el cambio de registro.

Se evidencia que no dominan este tipo de cambio de registro al realizar un análisis más profundo de todos los elementos de las funciones dadas, no solo utilizando la habilidad de identificar qué era lo que realizaban en la pregunta anterior. Oviedo y Kanashiro (2012) exponen que el dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un contenido, en este caso función matemática, es importante, ya que constituyen una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. Por lo que, se evidencia la notoria dificultad de los alumnos al momento de realizar el tratamiento y conversión de registro algebraico – grafico, ya que no manejan conceptos en profundidad u omiten procedimientos básicos al momento de operar con funciones, como el análisis del dominio y recorrido al momento de graficar las funciones dadas.

A modo de ejemplo, al graficar la función $f(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$ la mayoría de los estudiantes no toma en cuenta el dominio de la función al momento de graficar. Grafican lo que presenta la Imagen 1, siendo que deberían graficar la Imagen 2.



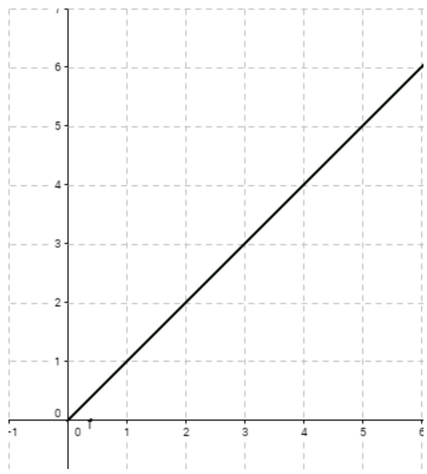
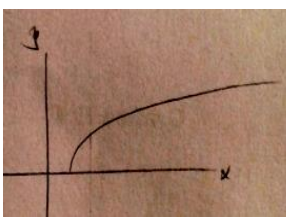
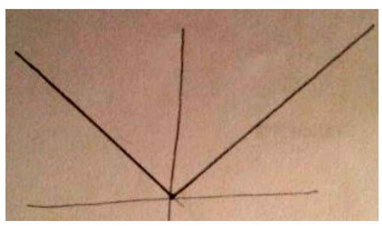
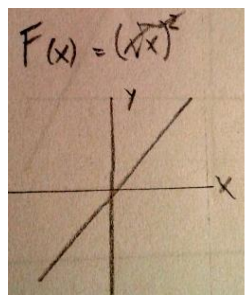


Imagen 1 Imagen 2

A continuación se presentan 3 graficas realizadas por los estudiantes sobre la misma función $f(x) = \sqrt{x^2}$







Estudiante 2 Estudiante 3 Estudiante 4

I2P1: La mayoría de los estudiantes erró al realizar la conversión entre registros gráfico – algebraico, no lograron identificar las funciones, confundiendo en algunos casos la función logarítmica con la función raíz cuadrada y la exponencial. No logran realizar lo que exponen Gutiérrez y Parada (2007) ya que, no realizan una transformación de una representación dada de manera gráfica, en otra representación en un registro diferente, en este caso registro algebraico, conservando parte del significado de la representación inicial pero, al mismo tiempo dando otras significaciones a la función matemática representada. Los alumnos no trabajan los elementos primordiales que entrega la función de manera gráfica para poder operar con ellos y realizar el tratamiento y conversión de registro.

I2P2: La mayoría de los estudiantes pudo identificar las representaciones de cada grafica dada, generadas por operaciones partiendo de otra función o cambio de variables de la función dada. No presentó mayor dificultad, por lo tanto reconocen y pueden realizar una comparación entre funciones dependiendo de otra función.

I3P1: Los alumnos no fueron capaces de identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función, errando en los cálculos o no calculan el recorrido de las funciones dadas. En definitiva no tienen las herramientas necesarias para operar con el dominio y recorrido de una función matemática.

También es rescatable mencionar, que los estudiantes no pudieron graficar las funciones que nombraron como la que tienen mayor facilidad para graficar, no analizan en profundidad elementos y distintos registros de funciones que ellos mismos creen dominar.

4.3. Contraste de resultados obtenidos

El contraste se realizara dependiendo de la problemática planteada anteriormente y resultados obtenidos.

Pr1: Problemas al graficar una función dado su forma algebraica, sin tomar en cuenta relevancia del dominio y recorrido de la función.	
Percepciones	**Evaluación Exploratoria**
La mayoría de los estudiantes tiene confianza al momento de graficar una función manualmente, sin utilizar un software, explican que no todas las funciones en su totalidad pero que luego de hacer un análisis e identificar la función podrían graficarla.	La mayoría de los estudiantes identifican bien la gráfica dependiendo de la forma algebraica de la función. Aunque los alumnos no pueden graficar ciertas funciones dependiendo de su forma algebraica.
Al momento de nombrar las herramientas que utilizan al graficar la mayoría de los alumnos analiza el dominio y recorrido de la función dada, generan una tabla de datos, analizan que tipo de función es y grafican.	Los alumnos no toman en cuenta el dominio y recorrido de las funciones cuando grafican, lo que genera errores al momento de realizar el cambio de registros.
En resumen las percepciones de los alumnos en relación al cambio de registro algebraico – grafico son disímiles, ellos se creen capaces de graficar dado la forma algebraica de la función, pero solo identifican la función dada su forma algebraica. En relación al dominio y recorrido de una función la mayoría decía que es una herramienta importante al momento de graficar, sin embargo no es tomada en cuenta por ellos mismos al momento de enfrentarse a la evaluación exploratoria.	

Pr2: Problemas al comparar más de una función en relación al cambio de variables en ellas, al momento de graficar una función dada.	
Percepciones	**Evaluación Exploratoria**
Al momento de realizar los cambios de variables y graficar los alumnos tienen claro las deficiencias y fortalezas que tienen.	Los estudiantes no pudieron graficar las funciones que nombraron como las que tenían mayor facilidad para graficar.
Al momento de cambiar las variables y luego graficar, los alumnos especifican que les resulta fácil si se realizan ciertos pasos a seguir.	La mayoría de los estudiantes pudo identificar las representaciones de cada grafica dada, generadas por operaciones partiendo de otra función o cambio de variables de la función dada. No presentó mayor dificultad.
Por lo tanto, existe una dualidad al realizar un contraste, en primera instancia las percepciones y resultados de la evaluación son disímiles en relación a las fortalezas y dificultades al momento de realizar una comparación de funciones al momento de graficar, ya que los estudiantes no pueden graficar las funciones que creen tener mayor facilidad. Aunque creen poseer las herramientas para poder graficar al comparar funciones con cambio de parámetros, y en la realidad es así, ya que al analizar las respuestas de la evaluación exploratoria, los estudiantes pueden identificar las representaciones de cada grafica dada, generadas por operaciones partiendo de otra función o cambio de variables de la función.	

Pr3: Problemas al encontrar la forma algebraica de una función dependiendo de su gráfica.	
Percepciones	**Evaluación Exploratoria**
En relación a la conversión de registros semióticos gráfico – algebraico todos los alumnos, excepto uno, creen que dependen de la gráfica entregada para poder saber la forma algebraica de la función solo uno está 100% seguro de encontrar la forma algebraica de cualquier función.	La mayoría de los estudiantes erró al realizar la conversión entre registros gráfico – algebraico, no lograron identificar las funciones, confundiendo en algunos casos la función logarítmica con la función raíz cuadrada y la exponencial.
En relación a esto, los alumnos presentan una dificultad mayor a la que perciben al realizar el cambio de registros gráfico – algebraico.	

Resultados relacionados al dominio y recorrido	
Percepciones	**Evaluación Exploratoria**
La mayoría de los estudiantes está 100% seguro de poder identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función. Creen que encontrar el dominio y recorrido de una función no tiene una gran dificultad.	Los alumnos no fueron capaces de identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función, errando en los cálculos o no obtienen el recorrido de las funciones dadas.
Las percepciones y resultados de la evaluación son totalmente contradictorios. Los alumnos creen poder identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función pero en la práctica no es así.	

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

El presente estudio revela que los estudiantes muestran deficiencias conceptuales, de interpretación y falta de habilidades para realizar una conversión entre los registros algebraico y gráfico. Confirmando los estudios anteriores realizados por Hernández (2000), Planchart (2000), Abrate, Pochulu y Vargas (2006) quienes obtuvieron resultados parecidos, ya que los estudiantes mostraron las mismas deficiencias y errores al realizar el cambio de registro algebraico - gráfico. Tienen diferentes dificultades al pasar de la expresión algebraica a la gráfica, por ejemplo, no toman en cuenta la importancia del dominio y recorrido de una función al momento de realizar el traslado entre registros algebraico a gráfico. Además, no tienen una idea clara relacionada con el concepto de función, no pueden definir el concepto formalmente, aunque sus percepciones digan que sí lo saben. Por lo tanto, basándose en la teoría de cambio de registros de Duval (1995) los alumnos no poseen las habilidades para realizar los cambios de registros en relación a funciones matemáticas de una manera eficaz, presentan grandes errores que es necesario analizar y fortalecer aquellos contenidos básicos que según sus percepciones ellos dominan.

Los estudios anteriormente nombrados señalan la falta de destreza de los estudiantes al momento de trabajar con el concepto de función matemática. Los resultados de dichos estudios son acorde a lo registrado en el presente trabajo. El bajo nivel de análisis al realizar el tratamiento y conversión entre registros semióticos de las funciones apunta a un problema de escases de habilidades de parte de los alumnos.

En relación al contraste entre percepciones y la evaluación exploratoria se presentan muchas dificultades registradas, las cuales no solo revelan un descuido notorio de las actividades de conversión entre registros por parte de los estudiantes, sino además una confianza excesiva de ellos en los procedimientos que han logrado mecanizar y de los que no manifiestan tener una significación clara. Las percepciones difieren de lo que en realidad el aprendiz domina, ya que el estudiante no logra organizar, interpretar y analizar la información para dar significado a las respuestas que entrega, que es lo que plantea Pizam y Mansfeld (2000) y Rodriguez (2012) con respecto al concepto utilizado de percepciones. Con respecto a los supuestos solo difiere en que las percepciones en relación a encontrar el dominio y recorrido de una función no están relacionadas directamente con los resultados obtenidos en la evaluación exploratoria.

Las dificultades para convertir una representación en otra pueden interpretarse como resultado de una conceptualización deficiente del objeto de estudio. Las percepciones que tienen los estudiantes con el objeto de estudio son en la mayoría de los casos estudiados disímiles a los desarrollos matemáticos que se evidencian en la evaluación exploratoria. Por ejemplo, ellos especificaron en el cuestionario que no tenían mayor dificultad al momento de encontrar en dominio y recorrido de una función, lo cual no se mostró en los resultados de la evaluación, ya que la mayoría de los estudiantes no pudo encontrar el recorrido de las funciones planteadas y solo algunos, una minoría pudieron encontrar el dominio de las funciones dadas.

Con respecto al cambio de registros algebraico – gráfico los alumnos pueden identificar la gráfica que representa el registro algebraico, cuando se les da distintas opciones, pero no pueden realizar el cambio de registros por sí mismos, sin el uso de un software que los ayude. En cuanto a la conversión entre registros grafico – algebraico, los alumnos son capases de identificar el cambio si se lo presentan, pero no lo realizan por sí mismo. Esto da a entender que los estudiantes manejan habilidades primarias como la identificación, pero no pueden crear por si solos.

Para finalizar, es evidente que los alumnos de Álgebra II no cumplen con los descriptores presentados en dicha asignatura en la carrera de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa, presentan problemas con el cambio de registro algebraico – gráfico y viceversa, presentan errores al encontrar el dominio y recorrido de una función o no son capases de encontrarlos, por lo tanto no les dan importancia al momento de graficar una función y no pueden definir función matemática de manera formal.

Se recomienda, reforzar contenidos más importantes de función matemática y así generar herramientas y homogenización de conocimientos en esta área en los alumnos, ya que esto ayudará a que las percepciones que tienen sobre sus conocimientos tenga una relación más directa con lo que en realidad ocurre al operar con funciones.

La información recogida en este trabajo permite continuar profundizando sobre el tema. Para futuras investigaciones, es necesario diagnosticar por qué se generan estos tipos de errores al momento de realizar el tratamiento y conversión de registros semióticos, al trabajar con funciones matemáticas. Revisar y conocer la profundidad del error y la no capacidad de utilizar herramientas básicas, dadas primeramente en el colegio y profundizadas en las actividades curriculares de Álgebra I y II.

Se realizó esta investigación para contribuir, en la medida de lo posible, a la visualización y comparación de percepciones en relación a sus aprendizajes sobre el contenido de funciones, con sus resultados en una evaluación exploratoria, poniendo valor al cambio de registros semióticos, y así, propiciar información confiable de una universidad privada no selectiva de Santiago y a través de esto proporcionar reflexiones y experiencias significativas que motiven y estimulen la continuidad de esta línea investigación.

BIBLIOGRAFÍA

Abrate, R.; Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Universidad Nacional de Villa María, Buenos Aires, Argentina.

Arcila, A.; Buriticá, L.; Castrillón J. y Ramírez, L. (2004). *Paradigmas y Modelos de Investigación Guía Didáctica y Módulo*, Fundación Universitaria Luis Amigó, Facultad de Educación, Segunda Edición. Medellín, Colombia.

Arnak, J. Del Rincón, D. y Latorre, A. (1994). *Investigación educativa. Fundamentos y Metodología.* Barcelona, Labor.

Azócar, C. (2014). *Estrategias de muestreo en metodología cualitativa*, Universidad Gabriela Mistral, Facultad de Ciencias Sociales. Santiago, Chile.

Baldor, A. (1997). *Álgebra*. Publicaciones Cultural, S.A. de C.V. México D.F.

Blasco, J. y Pérez, J. (2007). *Metodologías de investigación en las ciencias de la actividad física y el deporte: ampliando horizontes*. Universidad de Alicante, España.

Blázquez, S. y Ortega, T. (2001). *Los sistemas de representación en la enseñanza del límite*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

Brunner, JJ y Elacqua, G. (2003). *Entre la desigualdad y la efectividad*. Capital humano en Chile, Universidad Adolfo Ibañez, Chile.

Carlson, M. (2003). *Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio.* Revista EMA.

Castillo, S. (2003). *Vocabulario de evaluación educativa*. Ciudad de México: Pearson.

Clement, J., (1985). *Misconceptions in graphing, en Streefland*, pp. 369-375.

CIAE y CEPPE (2012). *Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Educación Media*. Ministerio de Educación. República de Chile

Cisterna, F. (2005). *Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa*. Departamento de

Ciencias de la Educación, Facultad de Educación y Humanidades. Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile.

Denzin y Lincoln, (2000). *The discipline and practice of qualitative research*. En Denzin & Lincoln (Eds.) Handbook of Qualitative Research. Sage publications, Inc.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Suisse: Peter Lang. Traducción española, Semiosis y pensamiento humano (1999). Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas.* Cali. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Esteve, J. (2006). *Identidad y desafíos de la condición docente: vocación, trabajo y profesión en el siglo XXI*. Tenti Fanfani, E. (comp.). El oficio de docente: vocación, trabajo y profesión en el siglo XXI. Buenos Aires: OSDE-IIPE/UNESCO.

García, Serrano y Espitia (2000). *Hacia la noción de función como dependencia y patrones de la función lineal*. Conciencias, Universidad Pedagógica Nacional.

Gatica, N. Tauber, L. Ruiz, F. (1995). *Representación y comprensión del concepto de función.* XV reunión Latinoamericana de matemática educativa. Buenos Aires.

Godino, D. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros.* Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada.

Goetz, J. y Lecompte M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ediciones Morata. Madrid.

Guzmán, R (2006). *Dificultades que presentan los estudiantes de tercer grado de educación secundaria al trabajar con los diferentes registros de representación de la función lineal*. Universidad Autónoma de Guerrero, Acapulco, México.

Hargreaves, A. y Fullan, M. (2012). *Professional capital: Transforming teaching in every school.* NY: Teachers College Press and Toronto, ON: Ontario Principals' Council.

Hernández, A. (2000). *Algunos aspectos sobre las habilidades matemáticas de los estudiantes, Experimentaciones en Educación Matemática en los Niveles Medio Superior y Universitario.* Editores F. Hitt y G. Hernández, Cinvestav-IPN, México.

Hernández, R. (1991). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill. México

Hitt, F. (2003). *Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana

Kiaran, C. y Filloy, E. (1990). *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica.* Université de Québec. Montréal, Canadá. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

Mc Millan, J. y Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. Madrid, España: Pearson.

Manfredi, V. (2008). *Funciones Matemáticas ¿Para qué se utilizan?*. Instituto Superior de Educación Docente. Buenos Aires. Argentina

Marshall, C.y Rossman, G. (1989). *Diseño de la investigación cualitativa*. Newbury Park, CA: Sage.

Márquez, A. (2009). *La Formación Inicial para el nuevo perfil del Docente de Secundaria. Relación entre la teoría y la práctica*. (Doctoral). Universidad de Málaga.

OCDE (2010). PISA 2009 results: *Overcoming social background: Equity in learning opportunities and outcomes*. Vol. II. París: Organisation for Economic Co-operation and Development.

Olfos, R. (2005). *La iniciación al álgebra escolar: una tradición que no cambia. XVIII Encuentro Nacional de Investigadores en educación CPEIP*. MINEDUC. Barnechea Chile, Noviembre.

Ospina, D. (2012). *Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal*. Universidad Autónoma de Manizales, Colombia.

Planchart, O. (2000). *La visualización y la modelación en la adquisición del concepto de función.* Tesis doctoral. Cuernavaca: Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Pimienta, J. (2008). *Evaluación de los aprendizajes, un enfoque basado en competencias.* Ciudad de México: Pearson.

Sampieri, R. H., Fernández, C.C., Baptista, P.L. (2006). *Metodología de la investigación*, México, D.F. McGrawHill de México.

Sanchez, C. y Valdés, C. (2007). *Las funciones un paseo por su historia.* Madrid, España. Editorial Nivola.

Sastre, P (2008). *El concepto de función a través de la historia*. Revista Iberoamericana de Educación Matemática.

Sfard, A., (1987). *Two conceptions of mathematical no- tions: Operational and structural*. En Bergeron, J.C.; Hers- covics, N. y Kieran, C., (eds.), Vol. 111.

Stake, R. (1994). *Manual de investigación cualitativa*. Case studies. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln. Londres.

Stake, R. (2005) *Investigación con estudio de casos*. Madrid, Morata.

Stufflebeam, D. y Shinkfield, A. (1987). *Evaluación sistemática. Guía teórica y práctica*. Barcelona: Paidós-MEC.

Tamayo Alzate, Óscar Eugenio, (2006). *Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas.* Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, vol. XVIII, núm. 45, (mayo-agosto).

Viallant, D., (2010). *Iniciativas mundiales para mejorar la formación de profesores*. R. bras. Est. pedag., Brasília.

Yacuzzi, E. (2005) *El estudio de caso como metodología de investigación: teoría, mecanismos causales, validación*. Universidad del CEMA, Buenos Aires, Argentina.

Yin, R. (1989) *Case Study Research. Design and Methods*. London, SAGE.

ANEXOS

UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ
FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Matemática e Informática Educativa

Cuestionario sobre Funciones Matemáticas

INFORMACIÓN GENERAL:

1. Nombre: ____

2. Género: Masculino ◯ Femenino ◯

3. Nivel que cursa: _____ 4. E-mail: ____________________

5. Teléfono: ______________

CUESTIONARIO:

1. ¿Qué has aprendido sobre funciones en los ramos de álgebra en la Carrera de Pedagogía en Matemática?

2. ¿Qué fue lo que más te costó y menos te costó aprender? **¿Por qué?**

3. ¿Te sientes capaz de definir el concepto función utilizando tus conocimientos adquiridos acerca del tema?

   Sí ◯ No ◯

4. Si tu respuesta es sí, a continuación define **función** <u>de la manera más completa que puedas</u>. Si tu respuesta es no, **explica** ¿Por qué no puedes definirlo?

5. Si se entrega una función en forma algebraica ¿para ti es fácil graficarla de manera manual sin utilizar un software? Explica por qué y crea un ejemplo (exprésala de manera algebraica y gráfica)

6. De las siguientes funciones, ordena en el recuadro, considerando como 1 el nivel de menor dificultad y 7 el nivel de mayor dificultad, que tienes al momento de graficarlas manualmente. Luego explica ¿por qué colocaste la función en esta posición? (Si encuentras que una función tiene el mismo nivel de dificultad que otra, ponla en el recuadro posterior y explica que posee la misma dificultad que la función anterior).

   Función logarítmica - Función exponencial - Función raíz cuadrada - Funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc…) - Funciones polinómicas (cuadrática, cubica, etc…) - Función parte entera - Función valor absoluto.

Nivel de dificultad	Nombre de la función	Explicación
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

7. Da un ejemplo de la función que ubicaste en el recuadro que para tí era <u>la más fácil y la más difícil</u>. Para ello, **escribe el ejemplo de manera algebraica y gráfica.**

8. Pensando en las dos preguntas anteriores ¿Qué estrategia pones en acción cuando tienes que graficar una función manualmente?

9. ¿Si te presentan una función graficada puedes identificar qué tipo de función es?

   Si ◯ No ◯ Depende de la función ◯

10. ¿Puedes identificar con facilidad el dominio y recorrido de una función?

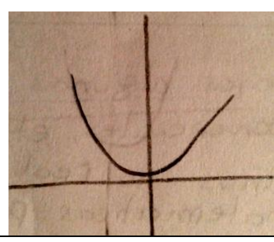
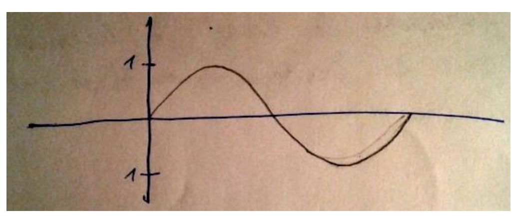
    Si ◯ No ◯ Depende de la función ◯

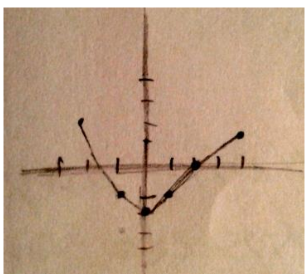
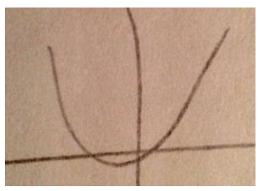
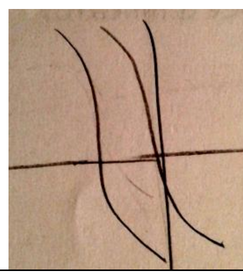
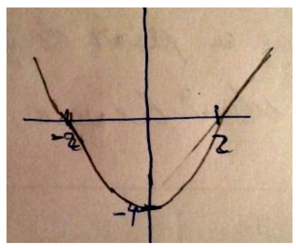
11. En una escala de 1 a 10, siendo 1 menos dificultad y 10 más dificultad ¿Qué tan difícil es para ti determinar el dominio y recorrido de una función? **Explica** ¿Por qué la clasificaste con ese nivel de dificultad?

12. Si se entrega una expresión algebraica de una función ¿Puedes determinar el dominio y recorrido sin ver la gráfica de la función?

13. ¿Piensas que es relevante o importante la discusión sobre el dominio y recorrido de una función? **¿Por qué?**

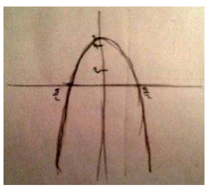
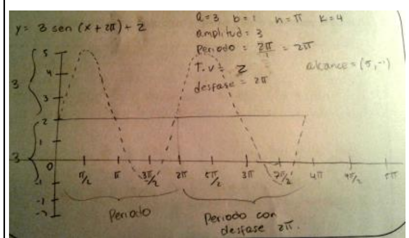
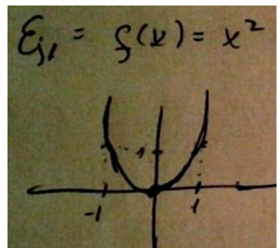
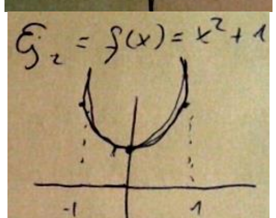
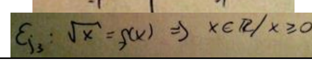
Percepciones de los estudiantes

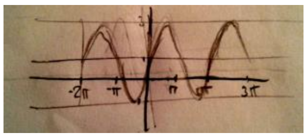
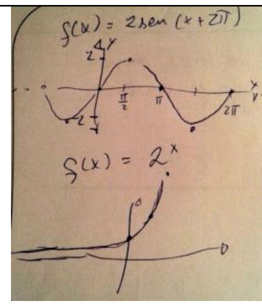
	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
P1	He aprendido mucho, del colegio que egresé no había mucha base sobre funciones. - Reconocer dominio y recorrido. Como graficar a partir de los datos que nos entregan.	A caracterizar y trabajar con funciones	A lo largo de mi estadía en esta carrera distintas y variadas cosas acerca de las funciones, como por ejemplo: - Identificar que es una función - Para que sirven las funciones - Qué tipo de función es la que estoy trabajando - Que es lo que sucede cuando se cambia un termino Esto y más es lo que he aprendido en mi estadía en la carrera
P2	Lo que más me ha costado a sido las funciones trigonométricas, nunca me las enseñaron como se pasa acá; como se grafica seno y coseno. Lo que menos me ha costado ha sido demostración.	Me costó aprender a trabajar algunas funciones como las logarítmicas, exponenciales, etc… porque durante un tiempo de 5 años no realice nada que se relacionara con las matemáticas, por lo que olvidé demasiadas cosas que he tenido que recordar, propiedades procedimientos, etc…	Lo que más me ha costado son las funciones trigonométricas, porque entraron conceptos y fórmulas que desconocía, además que se trabajaba con otros valores numéricos.
P3	Si	No	Si
P4	Una función es una representación de valores representados en una gráfica o en un plano.	Ya que nunca había pensado o tratado de definirlo	Una función es la representación gráfica de valores acerca de algo, en donde pueden estar en 2 dimensiones o 3. Existen distintos tipos de funciones y cada una tiene sus características.
P5		Depende de la función ya que a veces confundo algunas cosas, propiedades etc… Ejemplo: $f(x) = x^2$ 	No todas, pero si un gran número de ellas, ya que cada función requiere habilidades. Ejemplo: $f(x) = sen(x)$ 

P6	**1.**Función raíz cuadrada, es la que más me reforzaron en el colegio, se me hace fácil resolver **2.**Función logarítmica, tuve buena base, con la materia de algebra ha sido un complemento con lo que sabia 3.Función exponencial, me cuesta a veces, porque me confundo con otras funciones 4.Función polinómica, 5.Función parte entera, es fácil resolver, comprendo más que otras funciones 6.Función valor absoluto, 7.Función trigonométrica, se me hace difícil, me confundo con tanta materia de seno y coseno	1. Función polinómica, la había visto en el electivo del colegio y es más común de trabajar 2. Función raíz cuadrada, lo mismo que la anterior 3. Función valor absoluto, lo mismo que la anterior 4. Función parte entera, olvide algunos procedimientos y conceptos básicos 5. Función logarítmica, lo mismo que la anterior 6. Función exponencial, lo mismo que la anterior 7. Función trigonométrica, lo mismo que la anterior	1. Función raíz cuadrada, porque la conocí en enseñanza media y es fácil graficar 2. Función exponencial, fue medianamente fácil reconocer las partes de la función 3. Función polinómica, porque requiere más habilidad y dominio de las operaciones matemáticas 4. Función valor absoluto, a pesar que tenía la habilidad me costaba aplicarla al principio 5. Función trigonométrica, es una de las que más me costó, no sabía nada acerca de ella 6. Función parte entera, tiene el mismo nivel de dificultad que la 1 7. Función logarítmica, porque aún me cuesta entender los logaritmos
P7	Función raíz cuadrada: $f(x) = x^2 - 2$ 	Función polinómica: $f(x) = x^2$  Función trigonométrica 	Función raíz cuadrada: $f(x) = x^2 - 4$  Función logarítmica: aún no puedo graficarla en su totalidad.
P8	Analizar la gráfica, identificar donde corta los ejes, para poder analizar el dominio o y el recorrido.	La trabajo, comienzo a ver dominio, recorrido, etc… para hacerme poco a poco la idea de cómo y por qué la función tiene determinada forma.	Primero identificar qué tipo de función es, segundo buscar dominio y recorrido, tercero ubicar los puntos de intersección, cuarto buscar su inversa, quinto graficar con los datos obtenidos.

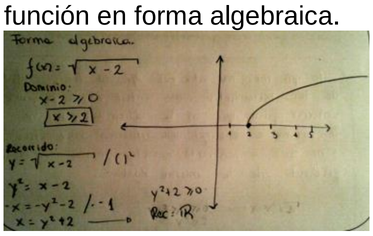
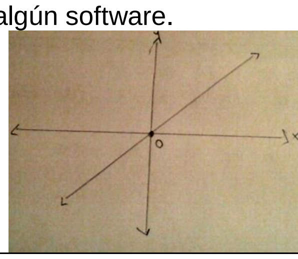
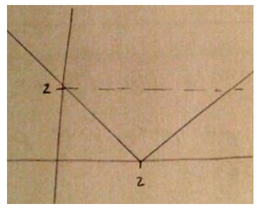
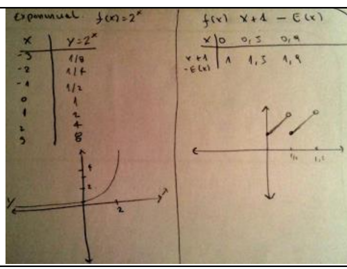
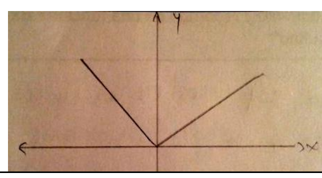
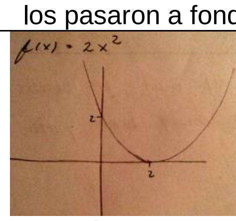
P9	Depende de la función	Depende de la función	Depende de la función
P10	Si		Si
P11	Nivel de dificultad: 3 Porque independiente de la función, hay que saber analizar en donde intersecta el eje x y el eje y para analizar el dominio y el recorrido.	Nivel de dificultad: 3 Ya que no es que sea difícil, es solo debido a algunos procedimientos.	Nivel de dificultad: 4 Porque a pesar que tengo el conocimiento de cómo identificarlos, aún me cuesta un poco.
P12	Si	Sí, ya que puedo trabajar esa expresión.	Sí, porque ya me han enseñado las herramientas para identificar el dominio y el recorrido.
P13	Sí, porque hay compañeros que le puede costar identificar cual es cual.	Creo que es importante ya que son elementos que permiten no solo visualizar la gráfica, sino que también permite trabajarla en más profundidad, como cuando se restringe.	Sí, porque indica que tipo de función es y que "camino" tomara la función.
P14	Sí, porque todos los elementos que componen la gráfica se pueden observar.	Yo creo que sí, ya que desde el punto pedagógico puede ser más mejor forma de comprender la función.	Sí, porque no basta solo con la expresión algebraica, sino que, también hay que esbozar la gráfica para su corrección e identificación

	Estudiante 4	**Estudiante 5**	**Estudiante 6**
P1	Como efectuar un análisis algebraico correspondiente a cada función, ya sea dominio, recorrido, paridad, imparidad, etc…	He aprendido a graficar e interpretar funciones, además de aprender especificaciones de las funciones tales como el crecimiento, decrecimiento, paridad, imparidad, inyectividad, biyectividad, función inversa. También he aprendido a manejar las funciones trigonométricas, función sinusoidal, periodicidad de una función, circulo goneométrico, etc…	Que va más allá de una gráfica determinada por unos puntos, sino que engloba todo un análisis algebraico que nos permite esbozar su función y analizar el comportamiento que tendrá. Las funciones nos permiten analizar patrones de la vida cotidiana y el álgebra a su vez nos permite analizar dichas funciones de una manera más analítica.
P2	Me costó la función logarítmica, su análisis, ya que nunca tuve una buena base en matemática. Lo que menos me costó el análisis algebraico para las funciones exponenciales, porque aprendí bien como operarlas.	Lo que más me costó es el tema de las funciones, nunca había tenido que sacar dominio, recorrido, restricciones, etc… por lo que para mí fue una gran dificultad, que pese a todo superé con esfuerzo.	. Funciones logarítmicas y exponenciales fue lo que más me costó, siento que se podría dar más énfasis a si aplicación práctica para así entender más su comportamiento. Lo que menos me costó fue trabajar con las funciones seno y coseno ya que se trabaja con parámetros periódicos.
P3	No	Si	No

P4		Me siento capaz de explicar una, pero no con demasiado detalle, el tema lo manejo, pero siempre hay algún detallito que se me pasa Podría decir que una función es una especie de “transformador” ya que dependiendo de lo que se ingrese es lo que se obtiene.	Porque la función como se enseña en la escuela es distinta a o visto en la universidad. Va más allá de una gráfica en función de dos variables, sino que incluye muchos factores externos que alteran la forma de mi función.
P5	Siento que aún no estoy preparado en un 100%, pero podría hacerlo, he aprendido muchas cosas y me siento preparado para hacerlo por sí solo, aunque me falta práctica. Ejemplo: $f(x) = -x^2 + 5$ 	No es 100% fácil pero soy capaz de hacerlo. 	Se debe hacer un análisis del comportamiento de la función y obtener los parámetros que me permitan esbozarla.   
P6	1.Función trigonométrica, porque fue a la cual le puse más énfasis y la práctico más. 2.Función valor absoluto, la practico mucho, más que el resto 3.Función polinómica, la analicé con un profesor 4.Función raíz cuadrada, porque no le puse mucha práctica y siento que no se graficarla correctamente 5.Función exponencial, no le puse énfasis a la gráfica solo al análisis 6. Función logarítmica, la misma dificultad que la exponencial 7.Función parte entera, no puedo graficarla, no entendí como funciona esta función.	1. Función trigonométrica, porque es la más reciente vista. 2. Función logarítmica, porque no lo practique mucho 3. Funciones polinomicas, es una de las más comunes. 4. Función parte entera, es tan básico que me confundo en tonteras. 5. Función valor absoluto, no sé hacerla. 6. Función raíz cuadrada, no sé hacerla. 7. Función exponencial, no sé hacerla	1. Función trigonométrica, Como dije anteriormente su análisis es fácil porque son periódicas. 2. Función parte entera, no requiere mayor análisis. 3. Función valor absoluto, manejando las propiedades es fácil operar con la función. 4. Funciones polinomicas, presenta mayor dificultad su esboce en la medida que aumenta el grado de la función 5. Función raíz cuadrada, es interesante el análisis que obtenemos del enfoque práctico de esta función. 6. Función logarítmica, lo mismo que la 5 7. Función exponencial, lo mismo que la 5

P7	Función trigonométrica: $f(x) = 2sen(x + 2\pi) + 1$  La más difícil no sé graficarla	Ya di un ejemplo de la más fácil en la pregunta 5	
P8	La analizo, la desgloso por parte, por ejemplo: cuando al x^2 se le suma un número se desplaza hacia arriba y así sucesivamente hasta llegar a la función original o también analizo el dominio y el recorrido y se hace también fácil.	Analizo el dominio y recorrido y hago la tabla de datos.	Primero se analizan los puntos críticos, estos dependen del tipo de función que se trabaje. Analizo también el dominio y recorrido.
P9	Depende de la función	Depende de la función	Depende de la función
P10	Si	Si	Si
P11	Nivel de dificultad: 2 Sé cómo realizar las operaciones algebraicas, cuales son los posibles pasos que se pueden usar en el análisis, pero aun así se presenta alguna complicación mínima.	Nivel de dificultad: 3 Aunque en algunas ocasiones me cuesta un poco, siempre obtengo el valor correcto del dominio y recorrido	Nivel de dificultad: 2 Porque no tengo mayores problemas con el análisis algebraico
P12	Sí, porque ya sé cómo realizar los métodos a seguir para localizarlos.	Si puedo hacerlo, así lo aprendí, la gráfica solo la uso para comprobar.	Sí
P13	Es importante, porque gracias al dominio y recorrido podemos graficarlo, ver lo valores que x no puede tomar y así sucesivamente, un estudio más allá de solo usar un software.	Es importante, gracias a esto se puede saber muchos parámetros de una función.	Sí, ya que esto me permite analizar dentro de que para mi función existe como tal.
P14	Encuentro que no mucho, porque no te entrega tantos valores explícitos como el análisis algebraico aunque es un buen componente para hacerlo.	Es importante, ya que un análisis se debe hacer en profundidad.	Sí, ya que me permite tener una manera visual del análisis algebraico, y es más fácil para analizar ambos estadísticos.

	Estudiante 7	Estudiante 8	Estudiante 9
P1	En los ramos de funciones, Álgebra I y Álgebra II he aprendido netamente el análisis totalmente algebraico de un comportamiento o situación matemática, además de poner en práctica la parte “mecánica” que vi en enseñanza media: - Operar con fracciones (suma, resta, multiplicación , división) - Ecuaciones o inecuaciones en general - Logaritmos, potencias, factorización, etc… Ya que son herramientas fundamentales para comprender los distintos comportamientos de una gráfica.	A estudiar y analizar de manera más completa que en el colegio.	Mucho, es difícil pero medida que estudio y practico se aprende.
P2	Lo que más me costó fue aprender las propiedades de las “herramientas” como constante en la pregunta anterior, puesto que en la educación media no se enseña a analizar una situación matemática, sino que se convierte en almo mucho más mecanizado, producto de la misma PSU.	Lo que más me costó aprender fue trigonometría, porque ya no tenía la práctica del colegio. Lo que menos me costó aprender fue algebra.	Me costó funciones logarítmicas, puedo decir que ni las entendí, porque tuve problemas y no asistí a clases. Lo que menos me costó fueron las funciones trigonométricas, más bien graficarlas, porque las encontré entretenidas.
P3	Si	No	No
P4	La función son la base de las matemática en sí, puesto que engloba todo lo que algún día te mostraron pero sin un fundamento claro, adentrándonos claramente en el universo mismo del origen de la matemática.	No sabría cómo definirlo a través de mis palabras, no se me ocurre como estructurar una definición.	Porque no sé por dónde empezar a definir una función, podría dar características, como posee Dom y Rec, que puede ser con valor absoluto, etc…

P5	Para mí es fácil graficar una función en forma algebraica. 	No se me hace muy fácil graficarla manualmente, por lo que como preferencia siempre lo hago con la ayuda de algún software. 	Si es fácil graficarla. Primero hay que realizar un análisis e identificar que función es y listo. $f(x) = \lvert x+2 \rvert$ 
P6	1. Función exponencial, La puse en esta posición porque las propiedades son simples. 2. Función raíz cuadrada, porque siempre será ≥ 0. 3. Funciones polinomicas, hay que tener presente "la formulita" $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ y factorizar. 4. Función logarítmica, los logaritmos son un poco complicados en su interpretación. 5. Función trigonométrica, es fundamental conocer las propiedades para graficarla. 6. Función valor absoluto, me cuesta su análisis 7. Función parte entera, no la he visto muy detalladamente.	1. Función valor absoluto, se me hace más fácil dado que al ser valor absoluto es todo positivo. 2. Funciones polinomicas, porque tengo claridad en la forma geométrica de la función cuadrática, por lo que se puede partir de esa base. 3. Función parte entera, 4. Función trigonométrica, porque de cierta manera me cuesta trigonometría. 5. Función exponencial, posee la misma dificultad que la anterior. 6. Función raíz cuadrada 7. Función logarítmica, porque me enredan los logaritmos.	1. Función parte entera, no la recuerdo. 2. Función exponencial 3. Función valor absoluto 4. Función raíz cuadrada, las f 2,3,4 para mí, tienen la misma dificultad, las repaso en un taller y las entiendo de forma distinta. 5. Función trigonométrica, Son algo enredadas, pero mediante fórmulas y "reglas" se pueden resolver. 6. Funciones polinomicas, no las recuerdo. 7. Función logarítmica, porque posee logaritmos y en la enseñanza media no los pasaron a fondo.
P7		Función valor absoluto $f(x) = \lvert y \rvert$ 	 No sabría graficar la más difícil

P8	Ocupo la estrategia de análisis o la tablita con valores		Me fijo en la x primeramente y voy graficando a medida que sigue el ejercicio. Ejemplo: $2x^2 - 3$ 1° $f(x) = x^2$ 2° $f(x) = 2x^2$ 3° $f(x) = 2x^2 - 3$
P9	Depende de la función	Depende de la función	Si
P10	Si	Si	Depende de la función
P11		Nivel de dificultad: 7 Ya que hay veces en las cuales la función se presenta de manera poco convencional, por lo que no sé ve tan claramente su dom. Y rec.	Nivel de dificultad: 5 Porque hay desarrollo del cual en ocasiones me olvido, debo fijarme muy bien para no equivocarme tanto.
P12	Sí	Sí, ya que solo hay que hacer cálculos en base a los datos proporcionados	Sí, mediante desarrollo, en ocasiones me cuesta.
P13	Sí, claro que es importante pues se analiza todo el contenido que pásate en números en el colegio.	Es importante, porque con ellos puedes saber entre que coordenadas se está moviendo la función y además con ello se puede graficar manualmente.	Sí, porque así sabemos por dónde corta en los ejes x e y, podemos restringirla, etc…
P14	Yo creo que el análisis es mucho más importante que la gráfica, puesto que la gráfica es la “foto” que te permite visualizar la “obra de arte” que analizaste.	Sí, porque con ello se puede demostrar que tenemos más de un camino para poder realizar un análisis, y a través de la gráfica podemos observar las mismas cosas que si lo hacemos de forma algebraica.	Sí, es una de las formas en las que se puede apreciar el comportamiento de la función en el plano.

UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Escuela de Educación en Matemática e Informática Educativa

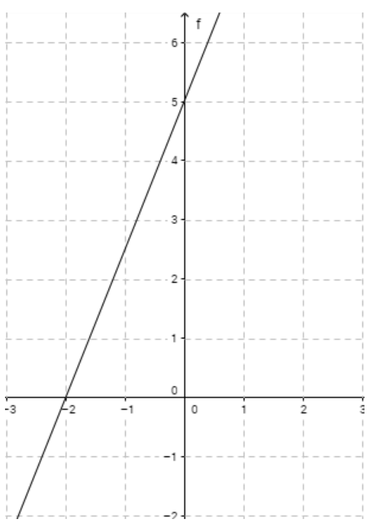
Evaluación exploratoria sobre funciones

Nombre: ____

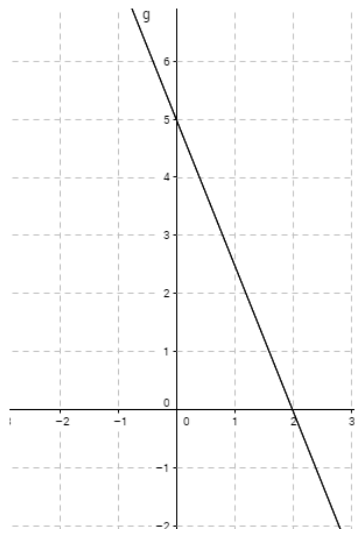
I. Traspaso de registro algebraico a grafico

1. Identifique cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $y = -2x + 5$

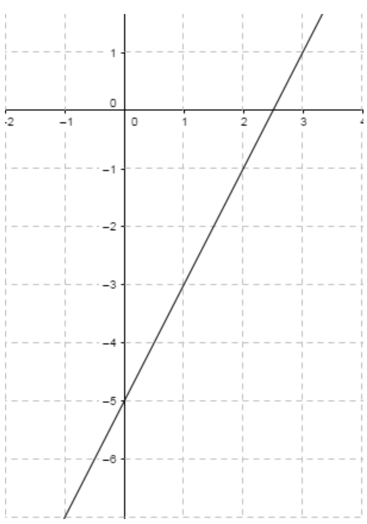
Grafica N°1



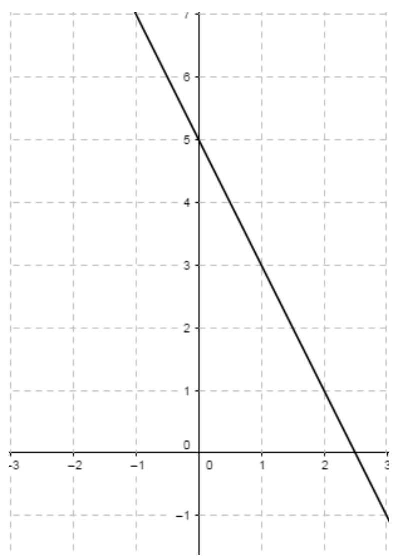
Grafica N°2



Grafica N°3



Grafica N°4



Si considera que ninguna de las gráficas anteriores corresponde a $y = -2x + 5$, trace la gráfica correcta.

2. Grafique las siguientes funciones:

A. $f(x) = \sqrt{x^2}$

B. $f(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$

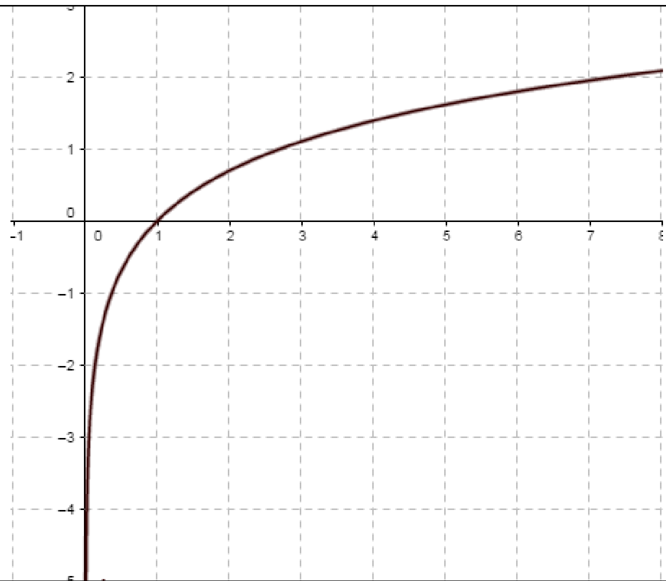
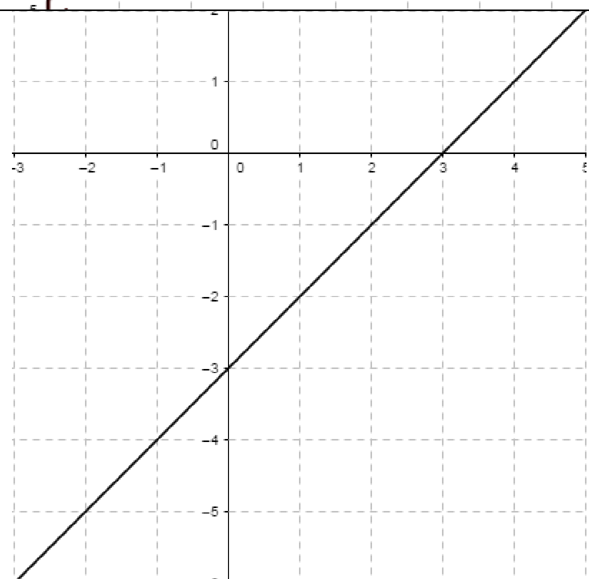
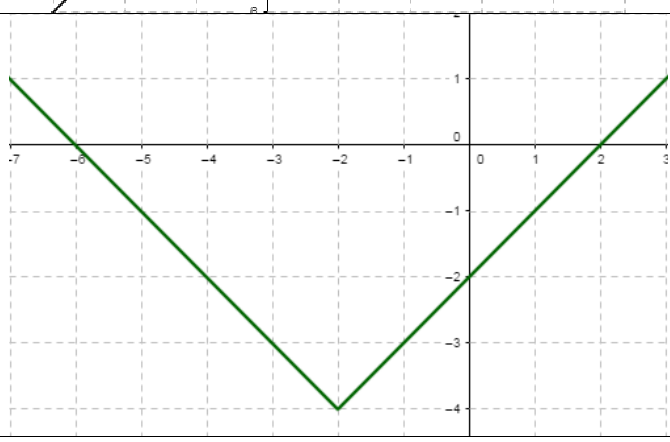
C. $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$

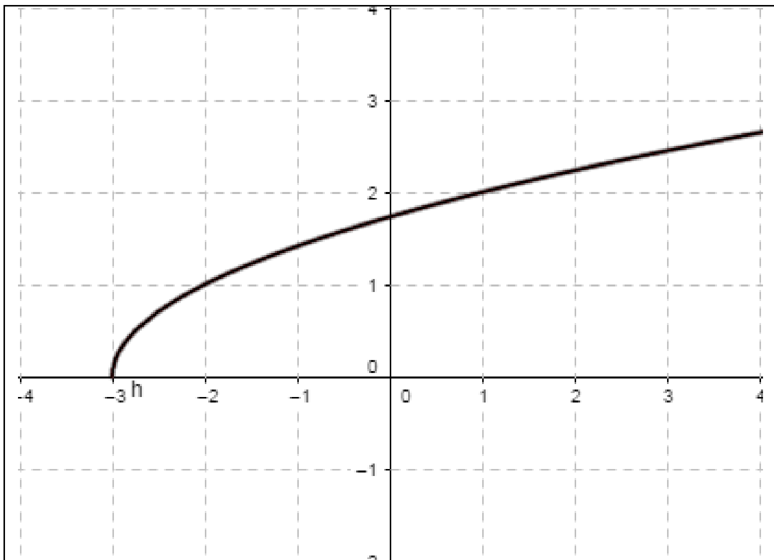
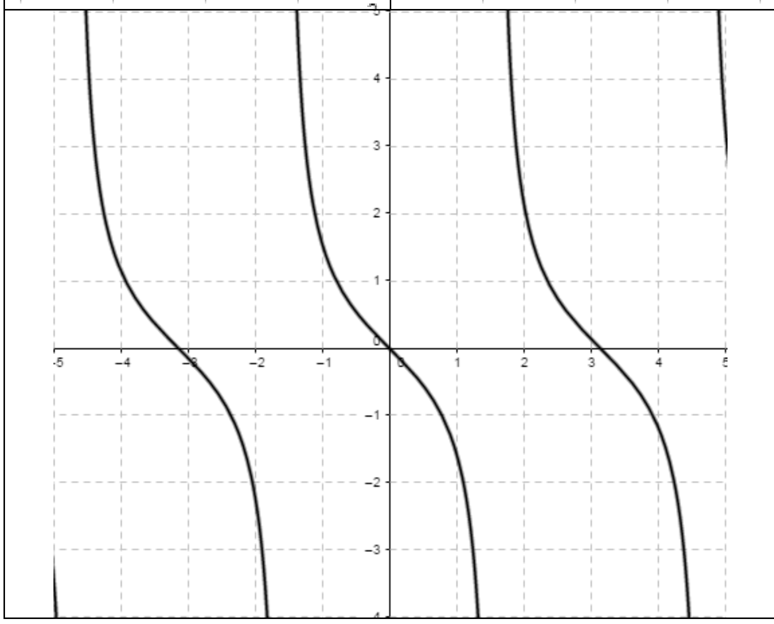
D. $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$

E. $f(x) = e^x + 2$

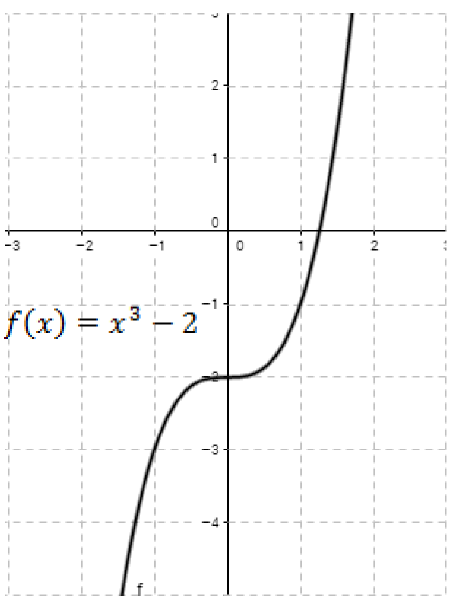
II. Traspaso de registro grafico a algebraico

1. Escribe la función de manera algebraica a partir de su forma gráfica.

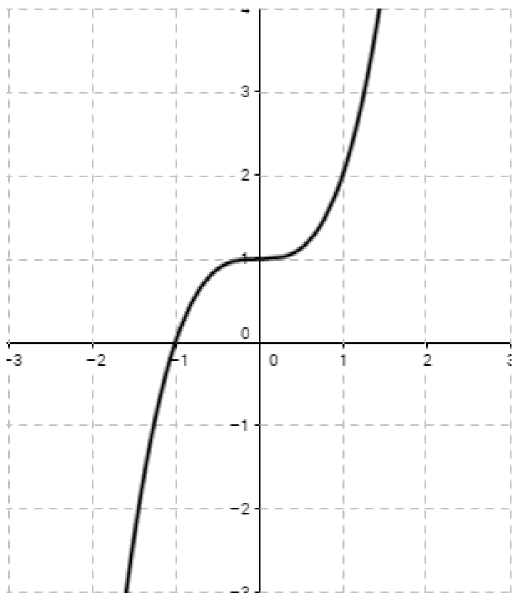
Forma Gráfica	Forma Algebraica
	
	
	

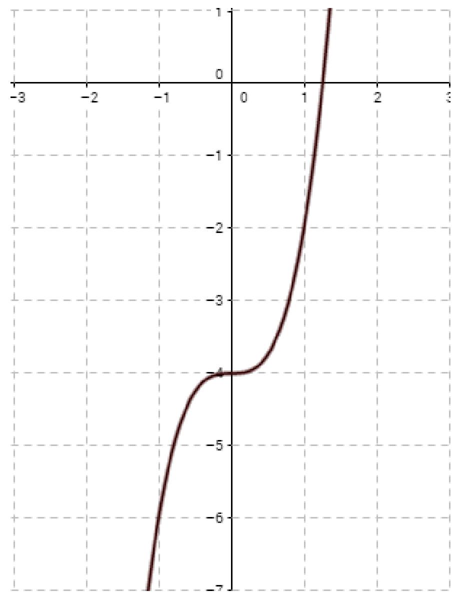
	
	

2. A partir de la siguiente función:



Se generaron operaciones para generar las gráficas que se exponen a continuación, escriba en cada casillero la representación algebraica de cada gráfica.





III. **Calculo de dominio y recorrido**

Calcule el dominio y recorrido de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

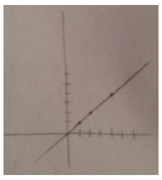
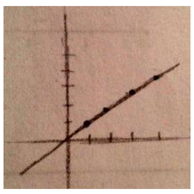
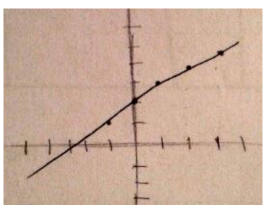
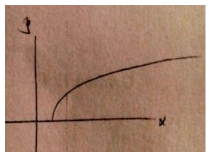
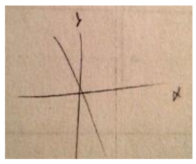
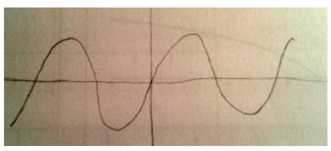
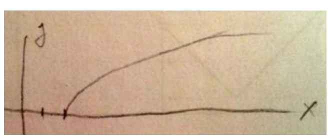
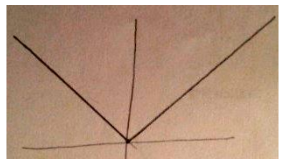
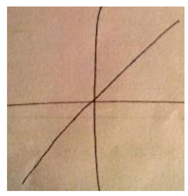
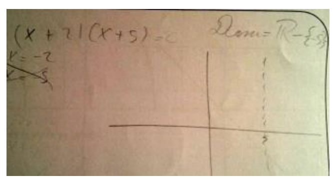
2. $f(x) = sen(x)$

3. $f(x) = \log(x^2 - 1)$

4. $f(x) = |x + 5| - 3$

Transcripción Respuestas Obtenidas en la Evaluación Exploratoria

Ítem = I
Pregunta = P

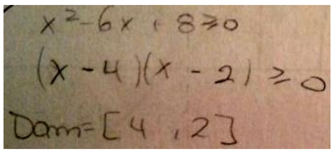
	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3
I1P1	Grafica N°4	Grafica N°4	Grafica N°2
I1P2	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$  $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$ $f(x) = \frac{(x+5)\cdot(x+2)}{(x+5)}$ $f(x) = (x+2)$ $f(x) = e^x + 2$	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$  $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 5}$ $f(x) = e^x + 2$ 	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$ $f(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x + 5}$  $f(x) = e^x + 2$
I2P1	$f(x) = \log(x+1)$ $f(x) = x - 3$ $f(x) = \log(x-3)$	$f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = x - 3$ $f(x) = \sqrt{x+3}$	$f(x) = x - 3$ $f(x) = \lvert x - 2 \rvert$

<table>
<tr>
<td>I2P2</td>
<td>$f(x) = x^3 + 1$

$f(x) = x^3 - 4$</td>
<td>$f(x) = x^3 + 1$

$f(x) = x^3 - 4$</td>
<td>$f(x) = x^3 + 1$

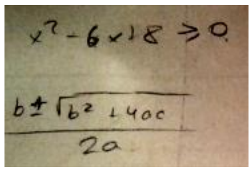
$f(x) = x^3 - 4$</td>
</tr>
<tr>
<td>I3P1</td>
<td>$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

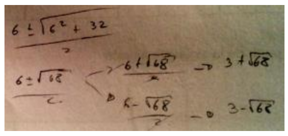


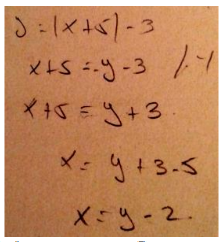
$f(x) = sen(x)$

$f(x) = \log(x^2 - 1)$

$f(x) = |x + 5| - 3$</td>
<td>$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

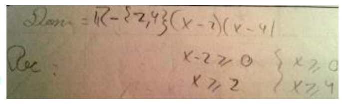




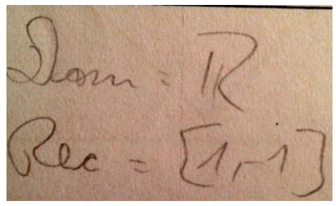


$f(x) = \log(x^2 - 1)$

$f(x) = |x + 5| - 3$</td>
<td>$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

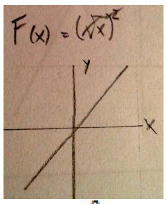
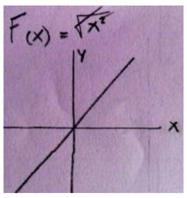
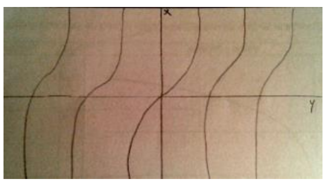
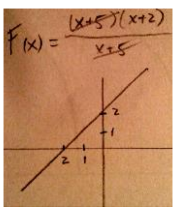
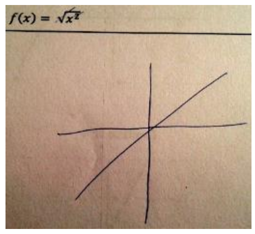
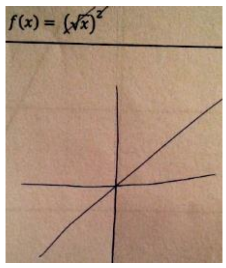
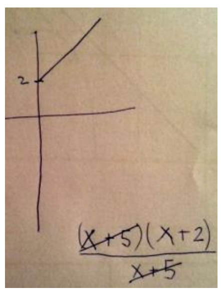
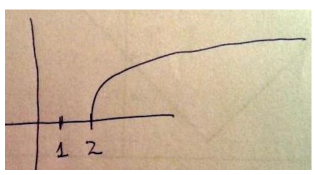
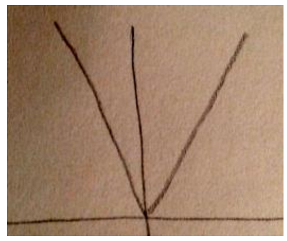
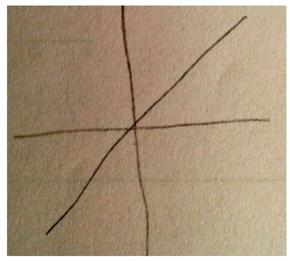
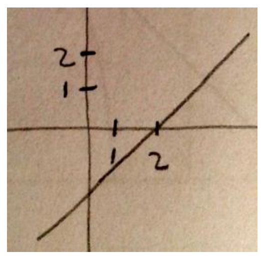
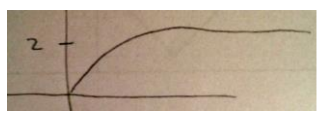
$f(x)$


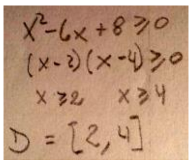
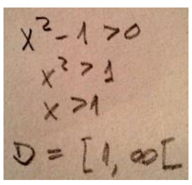
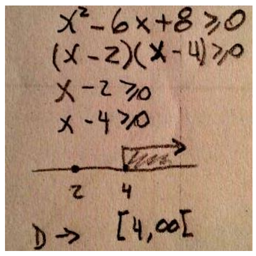
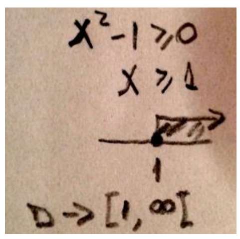
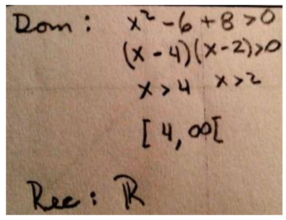
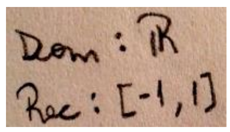
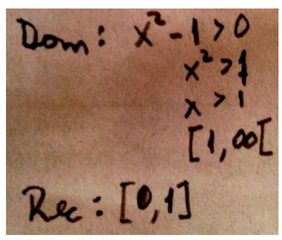
$f(x) = sen(x)$

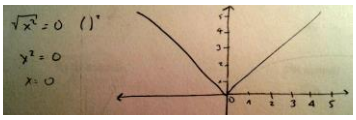
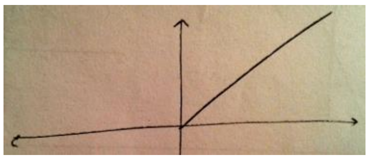
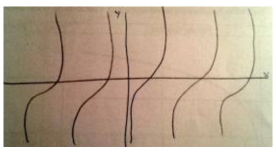
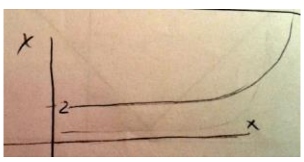
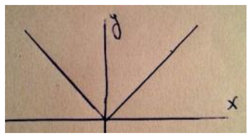
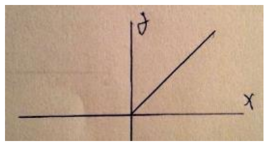
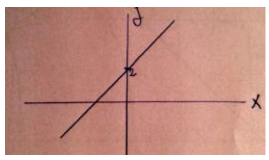
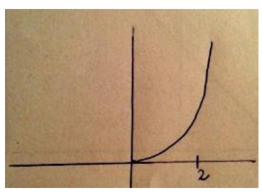
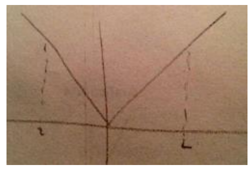
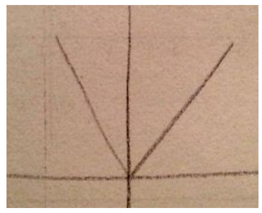
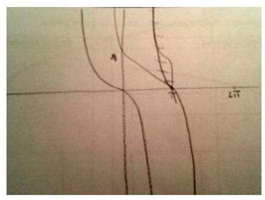
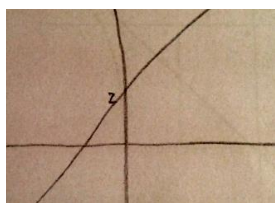


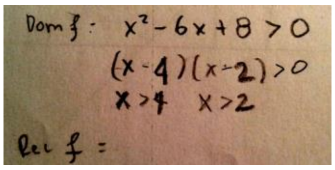
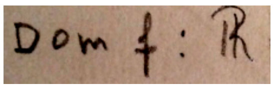
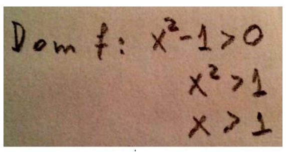
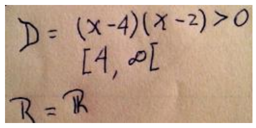
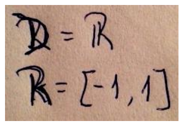
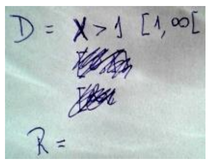
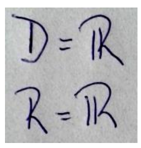
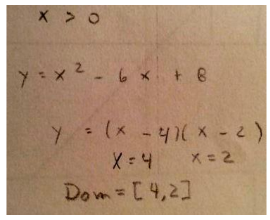
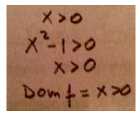
$f(x) = \log(x^2 - 1)$

$f(x) = |x + 5| - 3$</td>
</tr>
</table>

	Estudiante 4	Estudiante 5	Estudiante 6
I1P1	Grafica N°2	Grafica N°4	Grafica N°4
I1P2	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$  $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$  $f(x) = e^x + 2$	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x)$ $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$  $f(x) = e^x + 2$ 	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$ $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$  $f(x) = e^x + 2$ 

I2P1	1. 2. $f(x) = x - 3$ 3. 4. $f(x) = \sqrt{x+3}$ 5. $f(x) = \tan(x)$ 6.	1. $f(x) = e^x + 1$ 2. $f(x) = x - 3$ 3. $f(x) = \lvert x-2 \rvert$ 4. $f(x) = \sqrt{x-3}$ 5. $f(x) = tg(x)$	1. $f(x) = \log(x+1)$ 2. $f(x) = x - 3$ 3. 4. $f(x) = \log(x-3)$ 5.
I2P2	$f(x) = x^3 + 1$ $f(x) = x^3 - 4$		$f(x) = x^3 + 1$ $f(x) = x^3 - 4$
I3P1	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$ $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$ $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$  $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$

	Estudiante 7	Estudiante 8	Estudiante 9
I1P1	Grafica N°4	Grafica N°4	Grafica N°2
I1P2	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$  $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$ $f(x) = e^x + 2$ 	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$ $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$  $f(x) = e^x + 2$ 	$f(x) = \sqrt{x^2}$  $f(x) = (\sqrt{x})^2$  $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$  $f(x) = \frac{x^2+7x+10}{x+5}$  $f(x) = e^x + 2$
I2P1	1. $f(x) = \log(x+1)$ 2. $f(x) = x - 3$ 3. $f(x) = \|x-2\| - 4$ 4. $f(x) = \sqrt{x-3}$ 5. $f(x) = \frac{sen(x)}{\cos(x)}$	1. $f(x) = \sqrt{x+1}$ 2. $f(x) = x - 3$ 3. $f(x) = \|x - 2 - 4\|$ 4. $f(x) = \log(x-3)$ 5.	1. $f(x) = \log(x)$+1 2. $f(x) = 3x$ 3. $f(x) = \sqrt{2x} + 4$ 4. $f(x) = \log(x-3)$ 5.

I2P2	$f(x) = x^3 + 1$ $f(x) = x^3 - 4$	$f(x) = x^3 + 1$ $f(x) = x^3 - 4$	
I3P1	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$  $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$  $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$ 	$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$  $f(x) = sen(x)$ $f(x) = \log(x^2 - 1)$  $f(x) = \lvert x+5 \rvert - 3$

SOLICITUD DE VALIDACIÓN

Estimado(a) Experto(a):

Junto con saludar y por intermedio de la presente, solicito a usted, realizar validación del Instrumento de la Tesis de Pre Grado titulada: ***“Contraste entre percepciones de estudiantes de pedagogía en matemáticas en relación a sus aprendizajes sobre el contenido de funciones con sus resultados en una evaluación exploratoria. Un estudio de casos”.***

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué relaciones existen entre las percepciones de estudiantes de pedagogía en matemáticas en relación a sus aprendizajes de funciones con los resultados de una evaluación que explora sus aprendizajes en este tema, con foco en las especificaciones del perfil de egreso de la carrera en esta área?

OBJETIVO GENERAL:

Contrastar las percepciones de los estudiantes de sus aprendizajes sobre funciones con los resultados de una evaluación que explora sus aprendizajes en este tema, con foco en las especificaciones del perfil de egreso de la carrera en esta área**.**

Muchas gracias por la disposición y las observaciones que pueda realizar.

Saluda cordialmente a usted,

Marcía Andrea Reyes Espinoza

Estudiante Seminarista de Licenciatura en Educación y

Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa – UCSH

INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO QUE VALIDA

PERSONALES
Nombre: Consuelo Castillo Montenegro
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): Profesor de estado en Matemática y Computación USACH, Licenciada en Matemática y Computación USACH, Magister en Ciencias mención Computación U de Chile
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres):
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: Universidad Católica Silva Henríquez
Cargo o función que desempeña: Profesor media jornada

INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO QUE VALIDA

PERSONALES
Nombre: MAURICIO ESTEBAN MOYA MARQUEZ
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): PROFESOR DE ESTADO/ LICENCIADO EN MATEMÁTICA Y COMPUTACIÓN MAGISTER EN EDUCACIÓN MENCIÓN INOVACIÓN DIDÁCTICA (2012) MASTER EN ENTORNOS DE ENSEÑAZA Y APRENDIZAJE MEDIADO POR TECNOLOGÍAS DIGITALES. (2016)
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): Las nuevas tecnologías en el aprendizaje de la matemática. Competencias Digitales para la docencia.
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: UCSH. Escuela de Matemática e Informática Educativa. Ministerio de Educación. Unidad de Currículo y Evaluación.
Cargo o función que desempeña: Profesor del área de informática educativa. Coordinador/supervisor de prácticas profesionales. Experto en currículo en el área matemática.

INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO QUE VALIDA

PERSONALES
Nombre: Isabel Andrea Urrutia Avendaño
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): Profesora de Educación Media en Matemáticas e Informática Educativa Licenciada en Educación Magister en Educación mención Informática Educativa
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): Informática Educativa
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: Universidad Ucinf Universidad Católica Silva Henríquez
Cargo o función que desempeña: Directora de Educación Virtual Académica Adjunta