



**“El juego en el aula matemática: una focalización de la acción educativa”**

**SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.**

Integrantes:

Karina Del Tránsito González Castillo

Paula Sofía Gutiérrez García

Profesor Guía:

Carlos Gómez Castro

Enero 2009

## ***AGRADECIMIENTOS***

Como grupo de seminario queremos agradecer a todas las personas e instituciones que nos acompañaron y entregaron las herramientas necesarias para poder optar a nuestro grado académico y título profesional, en especial a quienes tuvieron la vocación y paciencia necesaria para la creación de esta investigación, entre los cuales cabe mencionar en primer lugar a nuestro director de tesis el profesor Carlos Gómez Castro, quien nos acogió y orientó sobre la mejor metodología para nuestra investigación, además de confiar plenamente en nosotras y nos brindó apoyo en nuestras decisiones, cabe destacar además su profesionalismo integral, su disposición a recibir todas nuestras inquietudes, tanto académicas como personales, siempre con una disposición ejemplar. A nuestros profesores evaluadores Carlos Aguilar y Luis Enrique Pobrete, por las sugerencias y orientaciones que nos brindaron y en especial por su voluntad y disposición ante las dificultades que significó terminar esta tesis estuvieron dispuestos a trabajar en horario extraprogramático para ayudarnos a terminar con éxito esta larga etapa.

No podemos dejar de lado el gran apoyo y enorme disposición para cualquier problemática que se nos haya cruzado durante nuestra carrera nos referimos a Claudia Carvajal Secretaria del DEM. Y muy especialmente a nuestras familias que nos acompañaron y apoyaron en todo nuestro proceso de formación, a todos y cada uno de ellos gracias.

**Seminaristas**

Este es el capítulo más difícil de escribir de esta. Primero quiero agradecer a mi madre, Gloria quien siempre se preocupó por brindarme la mejor educación y nunca permitió que dejase de estudiar, sin mi madre no hubiese podido llegar a esta instancia, a mi padre Juan quien me apoyo incondicionalmente todos estos años, siempre confiando en mí, a mi hermana Alejandra, muchas gracias hermana por recordarme cada día que soy capaz de lograr lo que yo quiera. Quiero agradecer a mi hijo Diego, que me da la fuerza para seguir adelante, ya que es la razón de todo lo que hago.

Quiero agradecer a mis amigos, en especial a Juan Carlos Alvial sdb. Por siempre acompañarme, escucharme y rezar por mí, a todos mis amigos los cuales ya sea lejos a cerca, en Chile o fuera de él, confiaron ciegamente en mí.

Quiero agradecer también a todas las personas que me ayudaron en este largo camino, de una u otra forma, dándome ánimo y buenos deseos. En especial a mis profesores: Carlos Gómez por soportar mis eternas preguntas durante 5 años y siempre contestarlas y mi profesor Carlos Aguilar por su disposición para siempre escucharme, por su simpatía y espontaneidad.

Deseo agradecer a todas aquellas personas que no creyeron en mí, porque me dieron la fuerza para demostrar que sí, que puedo superar cualquier obstáculo, porque que siempre he sido capaz.

Por último, y porque no decirlo, me auto agradezco, por mi fuerza, mi capacidad y por nunca dejarme vencer.

***Karina González Castillo.***

Agradezco a cada uno de los integrantes de este gran “equipo” llamado familia, por que sin ellos jamás hubiese sido posible este logro, especialmente a mi padre el cual fue capaz de dejar de dormir por tratar de que sus hijos durmiesen tranquilos en un futuro, a mi madre por permitir que este proceso se hiciese mucho más fácil. A Ricardo García por el apoyo material que me brindó, a Silvia Salas, mi abuela, por rezas por mí cada vez que lo necesité y por último a Humberto Tessada, mi pareja, por estar incondicionalmente a mi lado y no dejarme caer, por enseñarme que querer es poder y que no existen obstáculos cuando existe confianza en uno mismo.

***Paula Gutiérrez García.***

## **DEDICATORIAS**

*“Dedico todo este esfuerzo en primer lugar a mi hijo Diego, la razón de todo lo que hago, a mi familia por nunca dejarme sola y siempre confiar en mí, en especial a mi madre por darme siempre lo mejor, mi hermana por nunca abandonarme y mi padre por su confianza. A mis amigos incondicionales en especial Juan Carlos, a mis profesores Carlos Aguilar y Carlos Gómez por su eterna paciencia, a todas las personas que me ayudaron y me desearon éxito. Por último me dedico esta tesis, es mi premio por años de esfuerzo”*

*Karina González Castillo.*

*“Dedico este logro a mi familia, en especial a mi padre que hizo hasta lo imposible con tal que saliésemos adelante. A mi pareja, Humberto Tessada por darme fuerza cuando muchas veces me vi abatida y quise bajar los brazos y a todas las personas que hicieron posible que este largo proceso culminara de manera positiva”*

*Paula Gutiérrez García.*

*Dedicado a nuestras familias por que sin ellos este proceso hubiese sido imposible y a todas las personas que creyeron en nosotras y a los que no lo hicieron también.*

*Seminaristas*

## TABLA DE CONTENIDOS

Introducción.....	8
<b>CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>9</b>
1.1. Situación actual .....	9
1.2. Preguntas de investigación .....	12
1.3. Objetivos de la investigación .....	12
1.3.1. Objetivo general .....	13
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción al marco teórico.....	15
2.2. Fundamentos psicológicos del desarrollo del adolescente.....	16
2.2.1. Desarrollo del plano social durante la adolescencia.....	16
2.2.2. Desarrollo del plano emocional durante la adolescencia.....	16
2.2.3. Desarrollo del plano intelectual durante la adolescencia.....	17
2.3. Teorías del aprendizaje.....	19
2.3.1. Teorías del aprendizaje según Vigostky.....	19
2.4. Didáctica de las matemáticas.....	22
2.4.1. Definiciones.....	22
2.4.2. Representaciones semióticas y articulación de registros.....	23
2.5. El juego como herramienta para el aprendizaje de la matemática.....	28
2.6. Metodología escogida (ingeniería didáctica).....	29
2.6.1. Dimensión Epistemológica.....	30
2.6.2. Dimensión Cognitiva.....	31
2.6.3. Dimensión Didáctica.....	32
2.7. Ingeniería didáctica como metodología de investigación.....	33
2.8. Fases de la metodología de la ingeniería didáctica.....	34
2.8.1. Primera fase: Análisis preliminares.....	34
2.8.2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.....	35
2.8.3. Tercera fase: Experimentación.....	37
2.8.4. Cuarta fase: Análisis a posteriori y evaluación.....	37
2.9. Articulación del marco teórico.....	38
<b>CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO.....</b>	<b>43</b>
3. Ingeniería didáctica aplicada al juego.....	43
3.1. Primera Fase: análisis preliminares .....	43
3.1.1. Pertinencia del contenido escogido con muestra de análisis en base a planes y programas oficiales del Ministerio de Educación .....	43
3.1.2. Descripción de la actividad .....	44
3.1.3. Propósito de la actividad.....	46
3.1.4. Modo de aplicación de la actividad.....	46
<b>3.1.4.1. Recomendaciones antes de aplicar la actividad.....</b>	<b>46</b>
3.2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.....	47
3.2.1. Hipótesis orientadas a la interacción con el grupo conformado .....	47
3.2.2. Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados.....	47
3.2.3. Hipótesis orientadas a la actividad .....	48
3.3. Tercera Fase: Experimentación .....	48
3.3.1. I Etapa.....	48
3.3.2. II Etapa.....	50
<b>3.3.2.3. Especificaciones de la cantidad y forma de las piezas que forman el puzzle.....</b>	<b>52</b>
3.3.3. III Etapa.....	53
<b>CAPITULO IV: ANALISIS DE LOS RESULTADOS.....</b>	<b>54</b>
4. Recolección de datos de análisis.....	54
4.1. Diseño de pauta de recolección de datos.....	54
4.2. Descripción de pauta de recolección de datos.....	56
4.3. Método de análisis de los datos recogidos.....	57
4.3.1. Categorías de análisis .....	57
<b>4.3.1.1. Primera categoría.....</b>	<b>57</b>

4.3.1.2.	Segunda categoría.....	58
4.3.1.3.	Tercera categoría.....	58
4.3.1.3.1.	Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados.....	58
4.3.1.3.2.	Hipótesis orientadas a la actividad .....	59
4.3.1.3.3.	Marco Para la Buena Enseñanza.....	60
4.3.1.4.	Cuarta categoría.....	61
4.4.	Asignación de puntajes.....	61
4.4.1.	Primera categoría: puntaje de cada grupo por etapa de la actividad.....	62
4.4.1.3.	Primera etapa.....	62
4.4.1.4.	Segunda etapa.....	62
4.4.1.5.	Tercera etapa.....	63
4.4.2.	Segunda categoría: sumatoria del puntaje de todos los grupos por descriptor.....	63
4.4.3.	Tercera categoría: sumatoria de puntaje total de descriptores asociados a una hipótesis del análisis a priori o a un criterio del marco para la buena enseñanza.....	64
4.4.3.3.	Hipótesis orientadas a la interacción los contenidos tratados.....	64
4.4.3.4.	Hipótesis orientadas a la actividad .....	67
4.4.3.5.	Marco Para la Buena Enseñanza.....	69
4.4.4.	Cuarta categoría: sumatoria de puntaje de todas las etapas de cada grupo.....	72
4.5.	Tabulación y evaluación de datos recogidos por categorías.....	73
4.5.1.	Primera categoría.....	73
4.5.1.1.	Primera etapa.....	73
4.5.1.1.3.	Tabulación .....	73
4.5.1.1.4.	Análisis preliminar y gráfico .....	74
4.5.1.2.	Segunda etapa.....	75
4.5.1.2.3.	Tabulación .....	75
4.5.1.2.4.	Análisis preliminar y gráfico.....	76
4.5.1.3.	Tercera etapa.....	77
4.5.1.3.3.	Tabulación.....	77
4.5.1.3.4.	Análisis preliminares y gráfico.....	78
4.5.2.	Segunda categoría (Análisis por descriptor).....	79
4.5.2.3.	Tabulación.....	79
4.5.2.4.	Análisis preliminar y gráfico.....	81
4.5.3.	Tercera categoría.....	82
4.5.3.1.	Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados.....	82
4.5.3.1.1.	Hipótesis 1.....	82
4.5.3.1.2.	Hipótesis 2.....	83
4.5.3.1.3.	Hipótesis 3.....	84
4.5.3.1.4.	Hipótesis 4.....	85
4.5.3.2.	Hipótesis orientadas a la actividad .....	86
4.5.3.2.1.	Hipótesis 1.....	86
4.5.3.2.2.	Hipótesis 2.....	87
4.5.3.2.3.	Hipótesis 3.....	88
4.5.3.3.	Criterios específicos del dominio B del marco Para la Buena Enseñanza: Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.....	89
4.5.3.3.1.	Criterio 1.....	89
4.5.3.3.2.	Criterio 2.....	90
4.5.3.4.	Criterios específicos del dominio C del marco para la buena enseñanza: Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.....	91
4.5.3.4.1.	Criterio 1.....	91
4.5.3.4.2.	Criterio 2.....	92

4.5.3.4.3. Criterio 3.....	93
4.5.4. Cuarta Etapa.....	94
4.5.4.1. Tabulación.....	94
4.5.4.2. Análisis preliminar y gráfico.....	96
CAPITULO V: Conclusiones.....	97
5. Introducción.....	97
5.1. Dimensión Epistemológica.....	97
5.2. Dimensión Cognitiva.....	100
5.3. Dimensión Didáctica.....	101
5.4. Conclusión general de la actividad.....	103
BIBLIOGRAFIA.....	105
ANEXOS.....	107
Fotografía puzzle modelo armado 3.....	108
Hoja de proyecto.....	109
Hoja de puzzle.....	113
Escáner hoja proyecto.....	114
Escáner pauta observación.....	118

## RESUMEN

La presente investigación presenta una actividad lúdica en equipo estructurada bajo un marco de ingeniería didáctica, aplicada a un curso de enseñanza media de un colegio de Santiago. La idea general esta orientada a proponer una actividad de enseñanza denominada puzzle matemático sustentada en el constructivismo, la cual nos permitirá identificar el nivel de dificultad que poseen los estudiantes al reconocer diferentes registros de representación semiótica e identificar cual es el objeto matemático que esta implícito en todas ellas.

Para la recolección de datos se usa una metodología de juego, buscando una forma amena de acercar al estudiante el contenido matemático y una actividad que permita aprendizaje significativo de la asignatura.

**Palabras claves: constructivismo – ingeniería didáctica – aprendizaje significativo - registros de representación semiótica – juego.**

## ABSTRATC

The present investigation presents a playful activity for teams, structured under a didactic engineering frame, applied to a grade of secondary education to a Santiago school. The general idea is focused to propose an educational activity called, mathematical puzzle based in constructivism, which will allow us to identify the level of difficulty that students have to recognize different register of representation semiotic, and identify which is the mathematical object that is implicit in all of them.

For the gathering of data, a game methodology is used, looking for to bring near the student, through an amusing way, to the mathematical content, and an activity that it allows meaningfully learning the subject involved.

**Key words: constructivism - didactic engineering - meaningfully learning - registrations of representation semiotic - game.**



## INTRODUCCIÓN

Nuestra investigación será realizada como actividad lúdica en equipo estructurada bajo el marco de ingeniería didáctica, debido a la naturaleza del objetivo planteado. Esta metodología es pertinente ya que nos entrega herramientas para la realización de nuestra investigación, dado que nuestro propósito es: proponer una actividad de enseñanza denominada puzzle matemático la cual nos permitirá identificar el nivel de dificultad que poseen los estudiantes al reconocer diferentes registros de representación semiótica y reconocer cual es el objeto matemático que está implícito en todas ellas.

Por la naturaleza del estudio, se ha diseñado el informe en 5 capítulos, los cuales están estructurados de la siguiente manera:

Capítulo I, este ofrece el planteamiento del problema, con una justificación, preguntas orientadoras y planteamiento de objetivos y metas.

Capítulo II, entrega una fundamentación teórica que sostiene la elección de este tipo de actividad lúdica en equipos la cual a su vez consta de nueve apartados que asocian los fundamentos psicológicos, el constructivismo, didáctica de las matemáticas, el juego como herramienta, ingeniería didáctica como metodología y como finalización una articulación del marco teórico que le proporciona un hilo conductor a la actividad propuesta.

Capítulo III, presenta las pautas metodológicas que estructuran esta ingeniería didáctica, explicitando cada una de sus fases en relación a la actividad propuesta, detallando formas de acción, modos de implementación y especificaciones propias del puzzle matemático.

Capítulo IV, describe un análisis detallado de la recolección de datos y su evaluación, para lo cual se establecieron categorías de análisis y cotas de aprobación de cada una de ellas. Al finalizar este capítulo se encontraran conclusiones preliminares de cada una de las categorías evaluadas

Capitulo V, se realizaran las conclusiones las cuales serán más generalizaciones derivadas de las conclusiones preliminares del capítulo anterior debido al modelo de investigación que exige análisis de cada dimensión y la validación de las hipótesis a priori levantadas, de manera que este capítulo se divide en cuatro apartados: el primer apartado se refiere a las generalizaciones que

se pueden desprender bajo la dimensión epistemológica, la segunda se refiere a la dimensión cognitiva, el tercer apartado hace referencia a la dimensión didáctica y por último se presenta una conclusión general que articula las tres dimensiones y expone la experiencia personal de la implementación de la actividad.

## CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1. Situación actual

*“No existe ayuda más eficaz para comprender ciertas identidades algebraicas que un buen diagrama. Es evidente que se deben saber manipular símbolos algebraicos para obtener demostraciones, pero, en muchos casos, una insípida demostración algebraica puede venir suplementada por una analogía geométrica tan sencilla y hermosa que la verdad expresada por el teorema casi ¡salta a la vista!”<sup>1</sup>*

La frase citada anteriormente nos ilustra a nuestro parecer lo que debiese ser la realidad en la enseñanza de las matemáticas y da cuenta de las herramientas con las cuales debiesen contar nuestros estudiantes de forma casi natural, para la resolución de diferentes situaciones matemáticas. Pero aquí lo que parece tan obvio, no lo es tanto.

En el Liceo Camilo Ortúzar Montt, Salesianos Macul y dentro del marco de la semana Salesiana, se solicitó realizar las pruebas que serían evaluadas dentro de la actividad denominada el “genio matemático”, en la cual participarían los estudiantes que tuviesen las mejores calificaciones en la asignatura. Fue así como se confeccionó un puzzle llamado Hueso Nazari<sup>2</sup> (orientado a parejas de jugadores de 3° y 4° año de enseñanza media), el cual contenía diferentes funciones expresadas en diferentes registros, tanto grafico como algebraico y verbales.

La modalidad de este juego es hacer calzar las piezas del puzzle de tal manera que coincida el objeto matemático, en este caso diez funciones, con sus diferentes representaciones en diferentes registros, de manera de armar el puzzle, el cual tiene una solución única. La complejidad era mínima, ya que se trata de funciones estándar (*exponencial, logarítmica, cuadrática, lineal, seno, coseno, etc.*) con su definición, expresión algebraica y grafica canónica.

Antes de ser aplicado el puzzle mencionado anteriormente, se realizó una reunión con los participantes para que conocieran las reglas del juego y alguna

---

<sup>1</sup> Gardner Martin, 1987, Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas, capítulo 16, página 209

<sup>2</sup> Las piezas que componen el puzzle tiene forma de hueso nazari, que es un polígono cóncavo de doce lados, se obtiene a partir de un cuadrado en el que se recortan dos trapecios de dos lados opuestos y se colocan mediante giros en los otros dos lados también opuestos.

de las piezas del puzzle, de manera que tuviesen una noción de lo que tenían que saber para poder llevar a cabo el correcto armado.

El día de la prueba, para nuestra sorpresa, ninguna de las parejas fue capaz de armar el puzzle completo, pudiendo calzar solo algunas piezas del total. Cuando se les consultó que era lo que había pasado, alguna de sus respuestas fueron:

*“Profe, esta cosa esta mala”*

*“Profe, no tiene solución, ¿cómo voy a juntar un grafico con las palabras?”*

*“Profe, hay un puro hueco pa’ la cuadrática y tengo dos gráficos que tiene guata, ve que no se puede...”*



*Figura N° 1: Fotografía de armado de puzzle Hueso Nazarí, realizado por una pareja de estudiantes de 3º A y 4º A pertenecientes a la alianza negra.*

Con la aplicación de la prueba y los resultados obtenidos en estudiantes del último ciclo de enseñanza media de nuestro sistema educativo y al evaluar la cantidad de piezas calzadas y el tipo de respuestas que dan ante su desempeño podemos evidenciar que existe una falencia en reconocer un objeto matemático y poder asociarlo a sus diferentes representaciones.

Fue esta experiencia la que nos llevo a plantear que existe una dificultad para asociar variados objetos matemáticos con sus diferentes representaciones,

ya que los estudiantes las entienden como objetos diferentes sin ningún nexo. De aquí se deriva la idea de implementar una herramienta que permita de una forma entretenida reforzar la idea de registros de representación con los contenidos matemáticos, y para ello se optó por utilizar una metodología estructurada de juego.

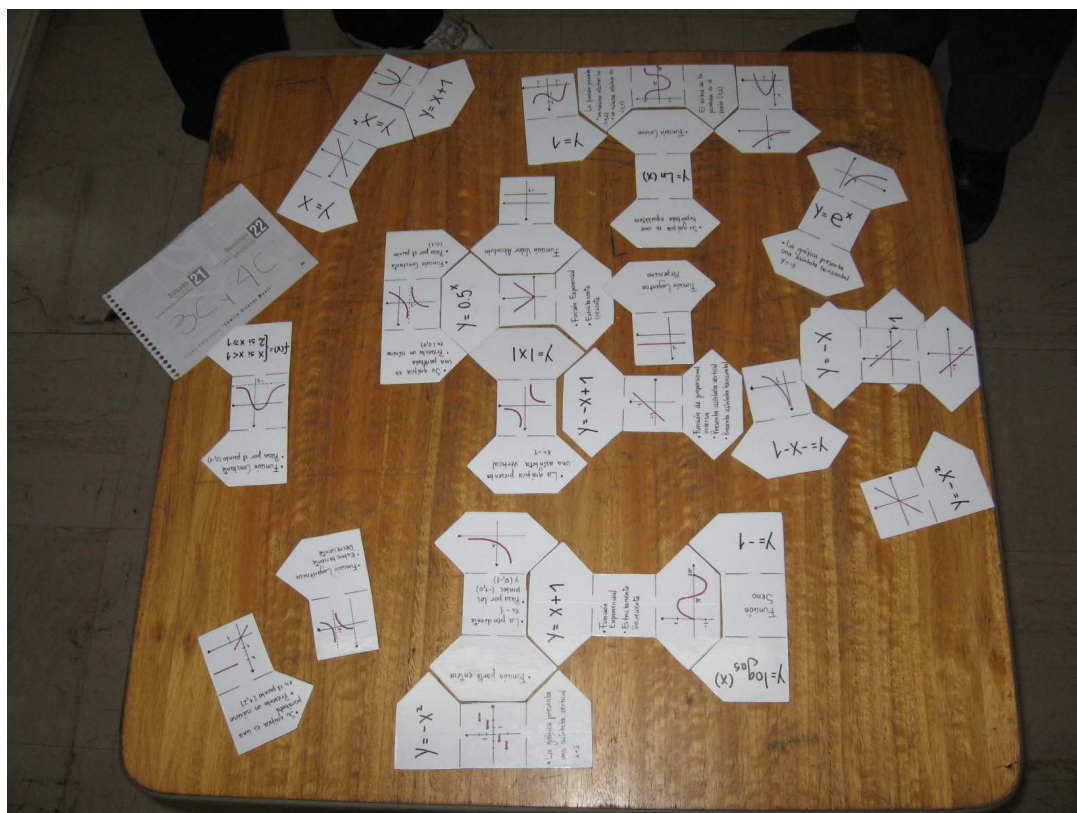


Figura N° 2: Fotografía de armado de puzzle Hueso Nazarí, realizado por una pareja de estudiantes de 3° C y 4° C, pertenecientes a la alianza verde.

## 1.2. Preguntas de investigación

### Pregunta 1

¿Puede un juego matemático acotar la brecha entre un contenido matemático específico y el estudiante para facilitar su adquisición y/o aprendizaje?

### Pregunta 2

¿Puede un juego, colaborar en la nivelación de los diferentes conocimientos adquiridos por los estudiantes?

### Pregunta 3

¿Puede usarse el juego como estrategia focalizada de aprendizaje de un contenido matemático específico, con su respectiva evaluación, en la medida que deba efectuarse un proyecto de juego con un sustento matemático evidente para su construcción?

### **1.3. Objetivos de la investigación**

Esta investigación está orientada a sistematizar el juego como una herramienta de aprendizaje de las matemáticas, a través de la cual se podrá intervenir un contenido matemático que tenga algunas características específicas que se acomoden a la dinámica del juego.

A través de esta metodología, se pretende que el cambio de un registro de representación *semiótica* a otro, o cambios dentro de un mismo registro, vaya tomando características más naturales en los estudiantes, de manera que se pueda reconocer el objeto matemático y sus representaciones de manera fluida.

Al usar el juego se pretende disminuir de alguna forma, a nuestro parecer, la carga negativa y difícil que conlleva el aprendizaje de las matemáticas, reemplazándolo por una carga emocional agradable que representa el juego en los adolescentes, además de permitir que se pueda trabajar en grupos por afinidad, fortaleciendo la conducta social y el autoconcepto del adolescente.

#### **1.3.1. Objetivo general**

Aproximar de una manera didáctica los cambios de registro de representación semiótica de los objetos matemáticos a través de una metodología de juego (modalidad puzzle) que los estudiantes construirán, en tres etapas:

- 1.- Proyecto
- 2.- Construcción y factura<sup>3</sup>
- 3.- Cambio<sup>4</sup> y armado

---

<sup>3</sup> Según diccionario de la real academia española, acepción 5: en escultura y arte, Ejecución (manera de ejecutar algo).

Con la finalidad que este pasaje entre registros se realice de una forma natural y fluida, para un manejo pleno del contenido específico, de manera que los significados de cada representación se vea de una forma global y no en forma aislada.

Permitir que el uso de la herramienta juego en el aprendizaje de un contenido matemático pueda ser una actividad evaluada, rescatando el sustento matemático que deben aplicar los estudiantes para su construcción.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

1. Implementar una herramienta que permita de una forma entretenida reforzar la idea de registros de representación semiótica.
2. Identificar un objeto matemático en sus diferentes representaciones.
3. Incorporar como una actividad natural el cambio de registro de representación semiótica de un objeto matemático, de modo que el paso entre ellos sea fluido.
4. Favorecer la adquisición de los aprendizajes esperados para el contenido mínimo obligatorio escogido a través del juego.
5. Diseñar una modalidad de juego que pueda ser evaluada, sin perder su característica esencial de entretener y que a la vez tenga un sustento matemático evidente.
6. Reforzar las conductas sociales positivas como solidaridad, compañerismo y trabajo en grupo dentro de la sala de clases.

---

<sup>4</sup> Los estudiantes intercambiarán los puzzles realizados entre diferentes grupos de manera que para finalizar la actividad deberán armar un puzzle que ellos no confeccionaron.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

### 2.1. Introducción al marco teórico

La transición que se presenta durante la enseñanza media aborda diferentes áreas, cada una con sus problemáticas y soluciones, las cuales influyen de una u otra manera en el proceso educativo de los estudiantes. De esta manera, el proceso evolutivo de los estudiantes aborda un plano social, donde se comienzan a valorar las relaciones de amistad y el concepto de grupo; un plano emocional, donde el adolescente comienza a formar su autoconcepto<sup>5</sup>, del cual dependerá su forma de relacionarse con el mundo cuando sea adulto y un plano intelectual, donde poco a poco se comienza a abandonar el pensamiento concreto y se adopta el pensamiento abstracto.

Es dentro de esta transición donde tiene que actuar el profesor, buscando las mejores estrategias para el aprendizaje óptimo de sus alumnos, independiente del contenido a tratar y para lo cual se apoya en la didáctica, en el caso específico del sub-sector matemática, en la didáctica de las matemática, la cual brindará herramientas que permitirán diseñar modelos para abordar los contenidos, de manera que se logre un aprendizaje significativo de estos.

Una de las estrategias que se planteamos para el aprendizaje de un contenido matemático, es a través del juego en grupo, de forma ordenada y estructurada de manera que este pueda ser evaluado.

A continuación cada uno de los siguientes procesos mencionados anteriormente será tratado en extenso con sus respectivos fundamentos teóricos.

---

<sup>5</sup> J Palacios, A Oliva. (1999): *Desarrollo Psicológico y Educación*. Capítulo 18: Desarrollo de la personalidad durante la adolescencia.



## **2.2. Fundamentos psicológicos del desarrollo del adolescente**

### **2.2.1. Desarrollo del plano social durante la adolescencia**

En esta etapa del desarrollo humano, en donde se deja de ser niño, pero que aún no se es adulto, es lo que Ericsson (1968) denominó una “moratoria social” se caracteriza por las relaciones que se adoptan con los pares, ya no son aquellas en las que solo eran para realizar travesuras y en la que los grupos de amistades eran numerosos e independientes de los gustos personales de cada niño, además de que el factor detonante de la amistad es la cercanía física.

Ahora los grupos se forman por afinidad y tienen una mayor carga social. El grupo de amigos es ahora de menor tamaño y representa una fuente de apoyo para los problemas que se puedan presentar en todo orden de cosas. Es así como el grupo de pares ayuda a superar altibajos característicos de la adolescencia o situaciones particularmente estresantes como fracasos académicos o amorosos<sup>6</sup>.

Considerando las características explicitadas anteriormente, vemos que las amistades que se forman durante esta etapa del desarrollo humano están orientadas a grupos los cuales favorecen el apoyo entre ellos en diferentes situaciones, podemos usar esto a nuestro favor para conformar grupos de trabajo, los cuales potenciarán el aprendizaje

### **2.2.2. Desarrollo del plano emocional durante la adolescencia**

Durante esta etapa del desarrollo, la opinión del grupo de pares es de vital importancia para el desarrollo de su personalidad, puesto que se comienza a formar de manera sólida el autoconcepto del adolescente, lo que implica como se ve a sí mismo y que además determinará el modo de relacionarse con el mundo, ya sea de modo vertical con personas de diversas edades y en forma horizontal, con personas de su misma edad.

De este autoconcepto se desprenden diferenciaciones de atributos en función de situaciones y roles distintos, las cuales se pueden potenciar con

---

<sup>6</sup> Palacios, J., Oliva, A. (1999). *Desarrollo Psicológico y Educación*. Capítulo 19: Desarrollo social durante la adolescencia.

logros o fracasos en diferentes ámbitos de la vida del adolescente, como son, las relaciones personales o el desempeño escolar.

Enfocándonos en el ámbito escolar, vemos que fracasos en el desempeño en la sala de clases conllevarán a un autoconcepto débil, lo cual repercutirá en una baja autoestima, llevando al estudiante a no tener confianza en sus decisiones y por tanto crear un bloqueo llamado profecía del autocumplimiento<sup>7</sup>, donde el estudiante se convence a sí mismo que de no ser capaz de aprender un contenido o una asignatura específica, justificándose con un autoconcepto negativo.

Contrariamente, vemos que al trabajar en grupos heterogéneos, el conjunto de pares comparte sus diversas aptitudes, ayudándose unos a otros a realizar tareas, cumpliendo cada uno un rol y una función distinta de acuerdo a sus capacidades y preferencias personales, logrando llevar a cabo la tarea con mayor o menor dificultad, pero siempre aprendiendo unos de otros y reforzando su autoconcepto, lo cual crea a un adolescente seguro de sí mismo pudiendo afrontar las dificultades del aprendizaje de mejor manera y aprendiendo a pedir ayuda cuando lo necesite.<sup>8</sup>

Dentro de este contexto vemos que el aprendizaje de las matemáticas adquiere un valor especial al ser trabajadas en grupos, donde los estudiantes se apoyaran mutuamente pudiendo llevar a cabo ciertas tareas que en algún momento pensaron imposibles de realizar.

### **2.2.3. Desarrollo del plano intelectual durante la adolescencia**

Es en este plano donde ocurren las mayores transformaciones a nivel de pensamiento. El adolescente deja de interactuar con el mundo, solo a través de sus sentidos (pensamiento concreto) y comienza a ver la realidad como un subconjunto de todo lo posible, es decir, comienza a deducir y a formular hipótesis respecto de una situación dada, que caracteriza a la forma de pensar que tendrá en adelante, llamado pensamiento formal.<sup>9</sup>

---

<sup>7</sup>Manterola, M (2005). *Psicología educativa: Conexiones con la sala de clases*. (3ª Edición). Chile: Universidad Católica Silva Henríquez.

<sup>8</sup>Palacios, J., Oliva, A. (1999). *Desarrollo Psicológico y Educación. Capítulo19: Desarrollo social durante la adolescencia*.

<sup>9</sup>Palacios, J., Oliva, A. (1999). *Desarrollo Psicológico y Educación. Capítulo16: La adolescencia y su significado evolutivo*.

Durante la adolescencia se forma el carácter hipotético deductivo de las operaciones formales, logrando un pensamiento abstracto o teórico, es decir, las abstracciones toman el carácter de hipótesis, donde se utiliza una estrategia para formular un conjunto de explicaciones posibles, sometiéndolas a prueba para llegar a una confirmación empírica de lo formulado anteriormente.

El carácter proposicional del pensamiento formal guarda estrecha relación con lo mencionado anteriormente, es así como en este estadio los estudiantes se sirven de proposiciones verbales como hipótesis además de que estas mismas sirvan de “todo lo que pueda ser posible”. Vemos que estas proposiciones son puramente abstractas e independientes de la realidad concreta. Es en este hecho donde el estudiante no solo trabaja con objetos reales, sino que además con las representaciones proposicionales de los objetos en diferentes escenarios.

Dentro de este marco, vemos que la enseñanza de la matemática adquiere un papel fundamental, ya que los contenidos tratados de 1º año de enseñanza media en adelante tienen una fuerte carga abstracta, como lo es el inicio del álgebra y es en este nivel donde se deben reforzar las redes de apoyo a los estudiantes con sus propios pares, para interiorizar de mejor manera los contenidos tratados y lograr así un nivel de aprendizaje significativo.

Como el cambio en la forma de ver la realidad puede resultar brusco y poco natural, una forma de sobrellevarlo es a través de una estrategia que conecte de alguna forma las dos formas de pensamiento, es así como el juego toma un papel protagónico, ya que nos remonta a la infancia y lo que esto representa, y los contenidos visto de esta forma pierden la carga rígida y estigmatizada, haciéndolos más accesibles y motivador a los ojos de los estudiantes.

## 2.3. Teorías del aprendizaje

### 2.3.1. Teorías del aprendizaje (Vigostky)

El desarrollo cognitivo no puede entenderse sin referencia al contexto social, histórico y cultural en el que se desenvuelve. Para Vigostky los procesos mentales superiores (pensamiento, lenguaje) tienen su origen en procesos sociales, el desarrollo cognitivo es la conversión de las relaciones sociales en funciones mentales. En este proceso, toda relación/función aparece dos veces, primero a nivel social y luego a nivel individual, primero ocurre entre personas (intersicológico) y después en el interior del sujeto (intrasicológico).

Pero la conversión de relaciones sociales en procesos mentales superiores no es directa, está determinada por *instrumentos y signos*.

Instrumento es algo que puede usarse para hacer alguna cosa; *signo* es algo que significa alguna otra cosa. Existen tres tipos de signos:

- Indicadores: son aquellos que tienen una relación de causa y efecto con aquello que significa.
- Icónicos: son imágenes o diseños que dan significado.
- Simbólicos: tienen una relación abstracta con lo que significan.

Es así como las palabras son signos (simbólicos) lingüísticos; los números son signos (simbólicos) matemáticos, la lengua, hablada o escrita y la matemática son sistemas de signos.

El uso de instrumentos en la mediación con el ambiente distingue, de manera esencial, al hombre de otros animales. Pero las sociedades crean no solamente instrumentos, sino también sistemas de signos. Ambos, instrumentos y signos, se han creado a lo largo de la historia de las sociedades e influyen decisivamente en su desarrollo social y cultural.

Es a través de la internalización (reconstrucción interna) de instrumentos y signos como se da el desarrollo cognitivo. A medida que el sujeto va

utilizando más signos, más se van modificando, fundamentalmente, las operaciones psicológicas que él es capaz de hacer.

De la misma forma, cuantos más instrumentos va aprendiendo a usar, más se amplía, de modo casi ilimitado, la gama de actividades en las que puede aplicar sus nuevas funciones psicológicas.

Como instrumentos y signos son construcciones socio-históricas y culturales, la apropiación de estas construcciones por el aprendiz, se da primordialmente por la vía de la *interacción social*. En vez de enfocar al individuo como unidad de análisis, Vigostky enfoca la interacción social. Es ella el vehículo fundamental para la transmisión dinámica (de inter a intrapersonal) del conocimiento construido social, histórica y culturalmente.

La interacción social implica un mínimo de dos personas intercambiando significados. Supone también un cierto grado de reciprocidad y bidireccionalidad, una implicación activa de ambos participantes.

La adquisición de significados y la interacción social son inseparables en la perspectiva de Vigostky, teniendo en cuenta que los significados de los signos se construyen socialmente. Las palabras, por ejemplo, son signos lingüísticos. Ciertos gestos también son signos. Pero los significados de las palabras y de los gestos se acuerdan socialmente, de modo que la interacción social es indispensable para que un aprendiz adquiera tales significados.

Para “internalizar” signos, el ser humano tiene que captar los significados ya compartidos socialmente, tiene que pasar a compartir significados ya aceptados en el contexto social en el que se encuentra. Y a través de la interacción social es como ocurre esto. Sólo a través de ésta es como la persona puede captar significados y confirmar que los que está captando son aquellos compartidos socialmente para los signos en cuestión.

La atribución de significados a las nuevas informaciones por interacción con significados claros, estables y diferenciados ya existentes en la estructura cognitiva, que caracteriza al aprendizaje significativo subordinado, o emergencia de nuevos significados por la unificación y reconciliación integradora de significados ya existentes, típica del

aprendizaje supraordenado, en general, no se producen de inmediato. Al contrario, son procesos que requieren un intercambio de significados, una “negociación” de significados.

La “internalización” de significados depende de la interacción social, pueden presentarse a la persona que aprende en su forma final. El individuo no tiene que descubrir lo que significan los signos o cómo se usan los instrumentos. Él se apropia (reconstruye internamente) de esas construcciones por la vía de la interacción social.

Otro argumento en favor de la relevancia de la interacción social en el aprendizaje significativo es la importancia que Ausubel atribuye al lenguaje y uso de símbolos en el aprendizaje significativo

*“Para todas las finalidades prácticas, la adquisición de conocimiento en la materia de enseñanza depende del aprendizaje verbal y de otras formas de aprendizaje simbólico. De hecho, es en gran parte debido al lenguaje y a la simbolizaciones como la mayoría de las formas complejas de funcionamiento cognitivo se vuelve posible”<sup>10</sup>.*

Tiene, por lo tanto, mucho sentido hablar de aprendizaje significativo en un enfoque vygotskyano del aprendizaje. El aprendizaje significativo depende de la interacción social, de intercambio, “negociación”, de significados por la vía de la interacción social. Por otro lado, no se debe pensar que la facilitación del aprendizaje significativo se reduce a esto.

---

<sup>10</sup> Ausubel, D.P. (1968): *Educational psychology: a cognitive view*. Página 79 New York, Holt, Rinehart and Winston.

## 2.4. Didáctica de las matemáticas

La formación del pensamiento formal, sobre todo en esta disciplina, está fuertemente ligado al uso y desarrollo de símbolos que nos permiten representar objetos y las relaciones que pueden establecer. Por lo tanto, el estudiante está obligado a crear y manejar sistemas de representaciones semióticas para abordar las situaciones problemáticas propias de la disciplina.

Dentro del marco que nos otorga la didáctica de las matemáticas, podemos encontrar la teoría de Raymond Duval<sup>11</sup>, la cual sustenta los registros de representación semiótica, que a nuestro parecer es un punto débil hoy en día de la enseñanza de la matemática escolar. Los estudiantes presentan una incapacidad de reconocer las diferentes representaciones que tiene un objeto matemático, el cual dificulta un aprendizaje íntegro de esta disciplina.

A continuación definiremos las partes más importantes de esta teoría que dan sustento a nuestra tesis. Para este fin definiremos ciertos conceptos que permitirán al lector tener una mayor comprensión de los términos usados a lo largo de esta tesis.

### 2.4.1. Definiciones

- **Representaciones mentales:** todo aquel conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre aquello que le está asociado.
- **Representaciones semióticas:** producciones constituidas por el empleo de signos que son el medio del cual dispone el individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros.
- **Semiosis:** la aprehensión o la producción de una representación semiótica

---

<sup>11</sup> Duval R. (1999): *Semiosis y pensamiento humano*. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.

- **Noesis:** los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto.
- **Transformabilidad:** capacidad de crear representaciones que conserven todo el contenido de la representación inicial o parte del mismo. Dentro de este concepto podemos encontrar la transformación de la representación dentro de un mismo registro, la cual recibe el nombre de *tratamiento*, como la transformación de un registro a otro, llamada *conversión*.

#### 2.4.2. Representaciones semióticas y articulación de registros

La formación del pensamiento lógico matemático, está estrechamente ligado al desarrollo de símbolos específicos que nos permiten identificar objetos matemáticos y relaciones que se pueden establecer entre estos. Por lo tanto, el progreso de los conocimientos nombrados anteriormente implica una creación de sistemas semióticos nuevos y específicos.

La formación de representaciones en un registro semiótico particular, es decir, la construcción de una marca o conjunto de marcas perceptibles como una representación de alguna cosa en un sistema determinado, permite expresar una representación mental o el recuerdo de un determinado objeto. Requiere el respeto de las reglas propias del sistema empleado, llamadas “Reglas de Conformidad” las cuales definen un sistema de representación y, en consecuencia, las unidades constitutivas de todas las representaciones posibles de un registro.

Estas reglas se refieren a:

- La determinación de las unidades elementales (símbolos, vocabulario, etc.).
- Las combinaciones admisibles de las unidades elementales para formar unidades de nivel superior (reglas de formación de un sistema formal).



- Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa (reglas canónicas de un género en particular).

Las dos actividades ligadas a la propiedad fundamental de toda representación semiótica, su transformabilidad en otras representaciones, hablamos en primer término del tratamiento considerándolo con la actividad cognitiva que transforma las representaciones de un mismo objeto dentro de un registro de representación.

Es una transformación interna al registro de representación que se realiza de acuerdo a las reglas propias del sistema, llamadas “reglas de expansión” para obtener otras representaciones que pueden constituir una ganancia de conocimientos en comparación con las representaciones iniciales.

En segunda instancia, consideraremos la conversión como aquella actividad cognitiva que consiste en transformar las representaciones producidas en un sistema de representación a otro, de tal manera que estas últimas permitan explicitar o dejar en evidencia otras significaciones relativas a aquello que es representado.

Es una transformación externa al registro de representación inicial constituyéndose en la actividad cognitiva menos espontánea y más difícil de adquirir para la mayoría de los estudiantes.

La coordinación de los diferentes registros de representación ligados a la enseñanza de algún contenido matemático en específico, no se genera de una manera espontánea, incluso en el transcurso de una enseñanza que utilice una diversidad de registros. En general la enseñanza se queda como la comprensión de un solo registro lo cual no permite ningún tipo de transferencia o movilidad.

Este encarcelamiento es el resultado de una falta de congruencia clara entre las representaciones de un mismo objeto que provienen de registros

semióticos diferentes. En general la movilidad de un registro de representación a otro conlleva tres condiciones<sup>12</sup>:

- La correspondencia semántica entre las unidades significativas que lo constituyen.
- Un mismo orden posible de aprehensión de estas unidades significativas que lo constituyen.
- La conversión de una unidad significativa en una representación inicial en una sola unidad significativa en la representación final

En la enseñanza de la matemática, el pasaje de un registro a otro o la movilización simultánea de varios, son fenómenos frecuentes y naturales, pero no son para nada evidentes para los estudiantes. Estos no son capaces de reconocer un mismo objeto a través de las representaciones que pueden darse del mismo en diferentes sistemas de representación semiótica.

Solo a través de una comprensión integradora, es decir, una comprensión fundada en la coordinación de los registros de representación que incluye la diferenciación de las unidades significativas de los registros, influye favorablemente en las posibilidades de transferencia.

Los objetos matemáticos tales como números, funciones, rectas, etc. No deben nunca ser confundidos con las representaciones que se hacen de ellos, es decir con la escritura decimal, gráficas, etc. Ya que no habrá una comprensión en matemática si no se distingue un objeto de su representación. Es primordial entonces, para la actividad matemática, el poder movilizar varios registros en el curso de una misma acción, o bien poder elegir un registro de otro.

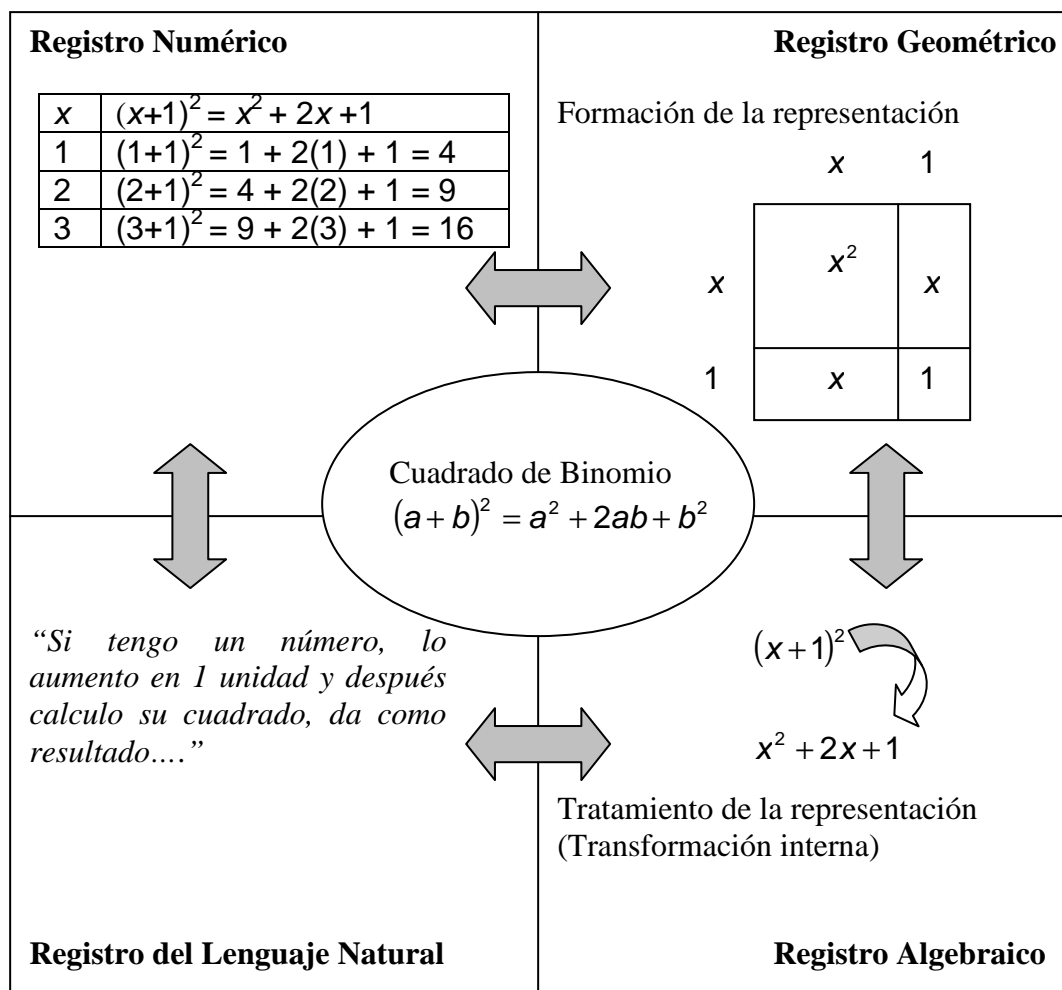
En el análisis del desarrollo de los conocimientos y de los obstáculos en el aprendizaje enfrenta tres fenómenos estrechamente ligados:

---

<sup>12</sup> Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica: Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría en el DME- Cinvestav, IPN 23 de mayo de 2001.

- La diversificación de los registros de representación semiótica, pues cada registro plantea preguntas específicas sobre aprendizajes las cuales pueden ser muy diferentes entre sí.
- La diferenciación entre representante y representado o al menos entre forma y contenido de una representación semiótica.
- La coordinación entre los diferentes registros de representación semiótica disponibles, pues el conocimiento de las reglas de correspondencia entre dos registros distintos no es suficiente para que puedan ser movilizados y utilizados conjuntamente.

Según entendemos, lograr un aprendizaje en este acercamiento teórico podría esquematizarse, para el caso del cuadrado de binomio, de la siguiente manera:



## 2.5. El juego como herramienta para el aprendizaje de la matemática

La matemática es una ciencia que a gran parte de la población ha causado más de un dolor de cabezas alguna vez. Esto debido a lo complejas que pueden llegar a ser, para algunos sus contenidos debido a que gran parte de estos tienen una fuerte carga de abstracción, esto provoca que muchas de estas personas sientan un rechazo y un bloqueo inmediato hacia la ciencia, sin embargo, son estas mismas personas las que muchas veces dedican horas enteras a resolver puzzles y sudokus.

*“Bien se puede pensar que muchas de estas personas adecuadamente motivadas desde un principio, tal vez a través de esos mismos elementos lúdicos que están descargados del peso psicológico y de la seriedad temible de la matemática oficial, se mostrarían, ante la ciencia en general y ante la matemática misma en particular, tan inteligentes como corresponde al éxito de su actividad en otros campos diferentes.”<sup>13</sup>*

El juego será el responsable de impregnar de tal modo el trabajo, que lo haga mucha más motivado, estimulante, incluso agradable y para algunos, aun apasionante por esto mismo es que en muchos casos tiene ventajas de tipo psicológico y motivacional sobre los contenidos propiamente matemáticos.

Hemos de agregar que si consideramos que el objetivo fundamental de la educación consiste en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso. El juego en equipo viene a sustentar estas potencialidades pero desde un punto de vista menos rígido y que será aceptado de mejor modo por los estudiantes.

Lo que pretendemos es tomar la metodología del juego con sus ventajas y desventajas aplicándolo de manera tal que este sea un puente de ayuda entre un contenido matemático abstracto y su aprendizaje significativo por parte de los estudiantes, sacando provecho de lo que significa trabajar en equipo y potenciando la convivencia entre los alumnos, lo que permite

---

<sup>13</sup> De Guzmán, M. (1984): *Juegos Matemáticos en la Enseñanza*. Facultad de matemáticas, Universidad Complutense de Madrid. Publicado en Actas de IV jornada sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, Santa Cruz de Tenerife.

desarrollar no solo el lado intelectual de los estudiantes sino que también verla por una integridad total.

## **2.6. Metodología escogida (ingeniería didáctica)**

La ingeniería didáctica surgió en la didáctica de las matemáticas francesa, a principios de los años ochenta, como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1991). y de la teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1997). Tiene una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto.

El nombre surgió de la analogía con la actividad de un ingeniero quien, según Artigue (1998, p. 33):

*“Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados por la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo.”*

En realidad el término ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje, conforme mencionó Douady (1996, p. 241):

*“... el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase.”*

### 2.6.1. Dimensión Epistemológica

Tiene su origen en Polanyi, al distinguir entre conocimiento tácito y explícito. Esta diferenciación entre tácito y explícito no debe ser vista como dos tipos de conocimiento separados, sino como dos posibles estados de todo conocimiento.

El *conocimiento tácito* es un “conjunto de percepciones subjetivas, intuiciones, rituales, entendimientos que son difíciles de expresar de una forma semántica, auditiva o visual” y, por tanto, es complicado de formalizar, comunicar y compartir con otros, y por consiguiente de copiar. Está profundamente enraizado en la acción individual y en la experiencia, así como en los ideales, valores o emociones que el sujeto adopta y en su contexto. Además, no puede ser transferido ni comercializado como una entidad separada debido a sus propias particularidades. Este conocimiento incorpora elementos técnicos y cognitivos, derivados de sus respectivas dimensiones.

La dimensión técnica engloba las habilidades, capacidades o destrezas generadas por los modelos de trabajo creados por los seres humanos, susceptibles de enseñanza, pero difíciles de articular.

La dimensión cognitiva se centra en “mapas mentales”, que incluyen esquemas, modelos mentales, creencias y percepciones que están muy arraigados en las personas, los cuales les permiten explicar, definir y concebir el mundo que les rodea, y adquirir compromisos de acción. Además, el conocimiento tácito requiere del elemento humano para su creación y transmisión, debido a que su generación se produce de forma espontánea, a través de la realización de tareas y de largos periodos de experiencia.

Es positivo y vital para la organización porque se integra en las rutinas organizativas, que son la base de la capacidad productiva de la firma y quizás, el tipo más importante de conocimiento organizativo. Además, sirve de plataforma para la creación de competencias básicas distintivas, ya que se desarrolla en el interior de la organización, presenta ciertas dificultades de comunicación, no es imitable y se puede transmitir interpersonalmente.

### **2.6.2. Dimensión Cognitiva**

El uso del término “cognitivo” con frecuencia se usa para designar los conocimientos subjetivos y los procesos mentales que ponen en juego los sujetos individuales enfrentados a un problema.

Desde un punto de vista exclusivamente psicológico de la cognición matemática, tales procesos mentales, que suceden en el cerebro de las personas, son los únicos descriptores del comportamiento matemático de los sujetos. Esta modelización no toma en cuenta que los sujetos dialogan entre sí, consensuan y regulan los modos de expresión y actuación ante una cierta clase de problemas, ni que de esos sistemas de prácticas compartidas emergen objetos institucionales, los cuales a su vez condicionan los modos de pensar y actuar de los miembros de tales instituciones.

Por tanto, junto a los conocimientos subjetivos emergentes de los modos de pensar y actuar de los sujetos considerados de manera individual, es necesario considerar los conocimientos institucionales, a los que se atribuye cierto grado de objetividad.

### **2.6.3. Dimensión Didáctica**

Docente es el mediador entre el aprendizaje a alcanzar y el sujeto que aprende. La trasposición didáctica que permite que el contenido del aprendizaje resulte necesario para el alumno y así interesante es su responsabilidad. La selección eficaz de la trasposición didáctica es resultado del conocimiento que posea el docente del contenido a enseñar y su relación con otros contenidos, de las características de los sujetos, (nivel de desarrollo del pensamiento alcanzado, necesidades, inquietudes) y de las técnicas de enseñanza y evaluación. La intervención productiva en el proceso de aprendizaje es comprobable a través de la evaluación grupal de logros y en el grado de satisfacción de expectativas tanto de los alumnos como de sus padres, del mismo docente y de la institución.

Por lo anteriormente enunciado se requiere definir **aprendizaje y enseñanza**.

- **Aprendizaje:** Es el resultado de un proceso complejo de intercambios funcionales que se establecen entre los elementos: el alumno que aprende, el contenido que es el objeto de aprendizaje y el profesor que ayuda al alumno a construir significados y a atribuir sentido a lo que aprende. En este proceso el alumno es capaz de revisar, modificar y reorganizar su esquema de conocimientos iniciales, y construir otros nuevos. Se accede al conocimiento desde lo significativo, dándole las herramientas para poder buscar, procesar, jerarquizar, interpretar y utilizar la futura información.
- **Enseñanza:** Es el proceso de ayuda prestado por el docente, a esta actividad constructiva del alumno. La eficacia de la enseñanza puede ser entendida como el ajuste constante y sostenido de las dificultades y progresos propios de este proceso de construcción. El papel del profesor se analiza en función de los mecanismos de influencia que puede y debe ejercer para favorecer ese proceso de construcción de significados y la atribución de sentido. La ayuda del profesor es imprescindible sin la cual el alumno no llegaría por sí solo a construir los nuevos conocimientos que constituyen el currículo.

## **2.7. Ingeniería didáctica como metodología de investigación**

Como metodología de investigación la ingeniería didáctica se caracteriza:

1. Por un esquema experimental basado en las “realizaciones didácticas” en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
2. Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori*.



En el primer caso se distinguen, por lo general, dos niveles de ingeniería didáctica, dependiendo de la importancia de la realización didáctica involucrada en la investigación:

- Nivel de micro-ingeniería.

Las investigaciones a este nivel son las que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.

- Nivel de macro-ingeniería

Son las que permiten componer la complejidad de las investigaciones de micro-ingeniería con las de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje.

Los dos niveles de investigación son importantes y se complementan. Las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de llevar a la práctica, mientras que las investigaciones de macro-ingeniería, a pesar de todas las dificultades metodológicas e institucionales, son indispensables.

## **2.8. Fases de la metodología de la ingeniería didáctica**

El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases:

1. Primera fase: Análisis preliminares.
2. Segunda fase: Concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas.
3. Tercera fase: Experimentación.
4. Cuarta fase: Análisis *a posteriori* y evaluación

### 2.8.1. Primera fase: Análisis preliminares.

Para la concepción una ingeniería didáctica son necesarios análisis preliminares respecto al cuadro teórico didáctico general y sobre los conocimientos didácticos adquiridos y relacionados con el tema. Los análisis preliminares más frecuentes son (Artigue, 1998 p. 38):

- El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
- El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica.

Todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos de la investigación, y como comenta Artigue: a pesar de que esta serie de análisis no se evidencia en las publicaciones, los trabajos que el investigador ha realizado como pilares de su ingeniería se retoman y profundizan en el transcurso de las diferentes fases de la misma, en función de las necesidades sentidas. Por lo tanto, los estudios preliminares tan sólo mantienen su calidad de “preliminares” en un primer nivel de elaboración.

Según Artigue, en los trabajos publicados, con frecuencia no intervienen de manera explícita todas las diferentes componentes de análisis mencionadas anteriormente y que un excelente ejercicio de didáctica consiste en identificar, en un trabajo específico, las dimensiones privilegiadas y tratar de buscarles su significación didáctica *a posteriori*.

### 2.8.2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.

En esta segunda fase el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Estas son las *variables de comando* que él percibe como pertinentes con relación al problema estudiado.

Artigue distingue dos tipos de variables de comando:

- Variables macro-didácticas o globales
- Concernientes a la organización global de la ingeniería.
- Variables micro-didácticas o locales
- Concernientes a la organización local de la ingeniería, o sea, la organización de una secuencia o fase.

Ambas variables pueden ser generales o bien dependientes del contenido didáctico en el que se enfoca la enseñanza. Es importante resaltar que las selecciones globales, aunque se presenten separadas de las selecciones locales, no son independientes de ellas.

Como mencionamos anteriormente, la validación en ingeniería didáctica es esencialmente interna. Desde la fase de concepción se inicia el proceso de validación, por medio del análisis *a priori* de las situaciones didácticas de la ingeniería. Este análisis *a priori* se debe concebir como un *análisis de control de significado*. Esto quiere decir que:

*“Si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción de un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones.” (Artigue 1998, p. 44)*

Por lo tanto, el objetivo del análisis *a priori* es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar postcomportamientos de los

estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de las mismas está indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis *a priori* y el análisis *a posteriori*.

Artigue argumenta que tradicionalmente este análisis *a priori* comprende una parte descriptiva y una predictiva, y se debe:

- Describir las selecciones del nivel local (relacionándolas con las selecciones globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- Analizar qué podría ser lo que está en juego en esta situación para un estudiante en función de las posibilidades de acción, de selección, de decisión, de control y de validación de las que él dispone, una vez puesta en práctica en un funcionamiento casi aislado del profesor.
- Prever los campos de comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, en particular, que los comportamientos esperados, si intervienen, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento contemplado por el aprendizaje.

Por lo que hemos mencionado, en el análisis *a priori* el estudiante es tomado en cuenta en ambos niveles, descriptivo y predictivo, mientras que el profesor no interviene sino en un nivel descriptivo. Así, el estudiante es el actor principal del sistema y el profesor está poco presente en el análisis *a priori*, excepto durante las situaciones de devolución y de institucionalización, donde el rol del docente es primordial.

### **2.8.3. Tercera fase: Experimentación.**

Es la fase de la realización de la ingeniería con una cierta población de estudiantes. Esa etapa se inicia en el momento en que se da el contacto investigador/profesor/observador con la población de los estudiantes objeto de la investigación.

La experimentación supone:

- La explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación;
- El establecimiento del contrato didáctico;
- La aplicación de los instrumentos de investigación;
- El registro de observaciones realizadas durante la experimentación.

Es recomendable, cuando la experimentación tarda más de una sesión, hacer un análisis *a posteriori* local, confrontando con los análisis *a priori*, con el fin de hacer las correcciones necesarias.

Durante la experimentación se busca respetar las selecciones y deliberaciones hechas en los análisis *a priori*.

#### **2.8.4. Cuarta fase: Análisis *a posteriori* y evaluación**

Esta es la última fase de la ingeniería didáctica. Esta fase se basa en el conjunto de datos recolectados a lo largo de la experimentación, es decir, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en el aula o fuera de ella. Estos datos se completan con otros obtenidos mediante la utilización de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, realizadas durante cada sesión de la enseñanza, etc.

La validación o refutación de las hipótesis formuladas en la investigación se fundamenta en la confrontación de los análisis, el *a priori* y *a posteriori*.

Según Artigue:

*“En la mayoría de los textos publicados concernientes a ingenierías, la confrontación de los dos análisis, a priori y a posteriori, permite la aparición de distorsiones. Estas están lejos de ser siempre analizadas en términos de validación; esto es, no se busca en las hipótesis formuladas aquello que las distorsiones constatadas invalidan. Con frecuencia, los*

*autores se limitan a proponer modificaciones de ingeniería que pretenden reducirlas, sin comprometerse en realidad con un proceso de validación.”*

Las hipótesis mismas que se formulan explícitamente en los trabajos de ingeniería son a menudo hipótesis relativamente globales que ponen en juego procesos de aprendizaje a largo plazo. Por esto, la amplitud de la ingeniería no permite necesariamente involucrarse en verdad en un proceso de validación. (Artigue, 1998, p. 49)

## **2.9. Articulación del marco teórico**

Todos los puntos mencionados anteriormente en este marco teórico, deben poseer un hilo conductor transversal, de manera que se entienda como una fundamentación articulada. Es por esta razón que se debe explicitar en esta tesis las relaciones implícitas que existen entre constructivismo, ingeniería didáctica, aprendizaje significativo y por ultimo con la actividad propuesta, en función de los contenidos establecidos en el currículo.

Analizaremos en este punto algunas premisas del constructivismo y como se relacionan con los puntos mencionados anteriormente.

- *“El conocimiento es activamente construido por el sujeto cognoscente, no pasivamente recibido del entorno”.*<sup>14</sup>

Lo cual nos indica que el estudiante debe participar en la adquisición de su conocimiento, pero no sin una guía adecuada, es por esta razón que se propone una actividad estructurada en la que el estudiante podrá ser actor principal de su aprendizaje, ocupando un conocimientos innato, como lo es la capacidad de jugar y uniéndolo al contenido matemático específico que se desea enseñar.

- *“Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. Una actividad con propósito induce la transformación de las estructuras existentes”.*<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> **Gómez, Pedro; Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis** (1995). *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Para que esta actividad propuesta tenga un propósito claro es necesario que la sustente una metodología adecuada. Es por ello que se elige la ingeniería didáctica. Ella nos brinda un marco adecuado para poder desarrollar una actividad estructurada que nos permita estar en constante monitoreo de los avances de los estudiantes.

Es por ello que elegimos una metodología de investigación denominada ingeniería didáctica, la cual se utiliza para analizar situaciones didácticas que involucran intervenciones dentro del aula con el fin de validar hipótesis a priori usando como herramienta actividades que involucren gran participación de los estudiantes.

El término ingeniería se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje que requieren proyecto y seguimiento constante.

Siguiendo las fases de la ingeniería, se hace necesario analizar la situación didáctica propuesta con anterioridad, levantar hipótesis a priori sobre las conductas y aprendizajes que se esperan observar, diseñar una actividad con objetivo, propósito y claramente definida que nos permita finalmente comprobar la veracidad de las hipótesis a priori y levantar hipótesis a posteriori.

La situación de enseñanza y aprendizaje propuesta se denomina *puzzle matemático* y su objetivo busca modificar en la medida de lo posible la percepción que posee el estudiante de las diferentes representaciones semióticas de un mismo objeto matemático, caracterizando la representación y el objeto, como dos objetos independientes y ajenos, sin reconocer sus propiedades invariantes.

Por esta razón que la actividad está enfocada a un paso natural y fluido dentro de un mismo registro de representación como de un registro a otro, identificando claramente las propiedades invariantes del objeto matemático, con la finalidad de distinguir claramente las representaciones que puede tener un mismo objeto.

---

<sup>15</sup> **Gómez, Pedro; Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis** (1995). *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

- “*Todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva*”.<sup>16</sup>

Dentro del concepto de abstracción tenemos tres puntos fundamentales, ya que el abstraer un “objeto” no es hacer una copia de el, sino que ese toman en cuenta las propiedades (que son invariantes) del objeto<sup>17</sup>:

1. La invarianza de esquemas, que se refiere al uso de un mismo esquema mental para diversas situaciones semejantes.
2. La dialéctica del objeto-herramienta, que se refiere a que el uso proporcionado a aquello que abstrae inicialmente lo utiliza como herramienta para resolver algo en particular, pero posteriormente le da un papel de objeto al abstraer sus propiedades. Pero el proceso continúa, pues al obtener el sujeto un objeto a partir de una operación descubre nuevas cosas que, inicialmente, utilizará como herramientas para después abstraer sus propiedades y convertirlas en objetos, y así sucesivamente. De esta manera el individuo conceptualiza al mundo, y sus objetos, en diferentes niveles.
3. El papel de los símbolos, que simplifican y conceptualizan los objetos al obtener sus invariantes sin importar el contexto en el que se encuentren.

Estos puntos se dirigen a la forma en que el estudiante aprehende un contenido, cuales son las estrategias que usa, es por ello que la actividad diseñada potencia las conductas de reconocimiento de las propiedades fundamentales de los objetos: la invarianza se refleja en el fundamento matemático del contenido, la dialéctica objeto-herramienta se produce cuando el estudiante manipula el contenido para resolver la situación problemática, en este caso el puzzle y la simbolización aparece cuando representa de diferentes maneras un mismo objeto;

---

<sup>16</sup> **Gómez, Pedro; Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis** (1995). *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

<sup>17</sup> **Vergnaud, Gérard**. "Sobre el constructivismo". Contenido en: **Ontiveros Quiroz, Sofía Josefina** (comp.) *Antología. Aspectos epistemológicos de la educación matemática*. Centro de Investigación en Ciencias Básicas, Universidad Autónoma de Querétaro: México.



relevando las propiedades invariantes del contenido matemático, para que este pueda abstraerse de manera eficaz y pueda ser extrapolado a otros contextos.

Este cambio de contextos se da a través del uso claro de los símbolos que en este caso serían los registros de representación, de manera que no se vea un símbolo de los muchos que puede poseer un objeto como un objeto diferente.

El estudiante que aprende matemáticas, desde un punto de vista constructivista, debe construir los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con los otros sujetos de su entorno próximo, sus pares, para que se produzca un aprendizaje significativo en la forma de reconocer y clasificar un objeto específico, el nuevo aprendizaje no será un objeto, será la forma de reconocerlos y transformarlos.

La metodología de juego propuesta es de carácter grupal, para que la interacción con sus pares en conjunto con la manipulación de materiales para la construcción de un producto, potencien la abstracción del contenido además de reforzar los objetivos fundamentales transversales tales como solidaridad, responsabilidad y autocontrol.

El desafío de construir un puzzle matemático crea una situación problemática que introduce un desequilibrio en las estructuras mentales del estudiante, que en su afán de volver a equilibrarlas (un especie de acomodamiento mental) debe relacionarlas con nuevos conocimientos produciéndose la construcción del conocimientos y el aprendizaje significativo.

Se escoge una actividad de puzzle ya que implica pruebas de ensayo y error constantes, por medio de las cuales el sujeto cognoscente busca la manera de encontrar el equilibrio, que con toda intencionalidad, la actividad propuesta le hizo perder, ya que deberá relacionar dos representaciones aparentemente diferentes pero que pertenecen a un mismo objeto. Para lograrlo, y de paso construir su conocimiento el estudiante debe retroceder para luego avanzar y poder “re-construir un significado más profundo del conocimiento”

La interacción social del sujeto que aprehende el mundo junto con otros sujetos le permite avanzar más en grupo que individualmente. Vigostky, le proporciona mucho peso al lenguaje como medio no solo para comunicar los hallazgos propios, sino también para estructurar el pensamiento y el conocimiento generado por el sujeto

De hecho, la actividad propuesta es un reto. No se trata de trabajar menos y delegar toda la responsabilidad del proceso de construcción del aprendizaje y abstracción, en hombros del estudiante, sino tomar los elementos materiales existentes y dirigir lo mejor posible al estudiante de acuerdo a su propio desarrollo para lograr un nuevo aprendizaje semi-autónomo, un aprendizaje significativo.

## CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

### 3. Ingeniería didáctica aplicada al juego

#### 3.1. Primera Fase : análisis preliminares

Para la investigación que se realizará, se escogió un 1º medio A del Liceo Camilo Ortúzar Montt, Salesianos Macul, con una matrícula de 42 estudiantes. Se trabajara con la totalidad del curso, como una forma de asegurar una muestra representativa de la realidad escolar.

Consideramos que de primero medio son esenciales para la investigación, por las siguientes razones:

- Es un curso de transición,
- En este nivel se encuentra, el primer acercamiento al álgebra, contenido altamente abstracto y desconocido para el estudiante.
- En muchas oportunidades son cursos nuevos, por lo que hay que reforzar las conductas sociales positivas dentro de la sala de clases.

#### 3.1.1. Pertinencia del contenido escogido con muestra de análisis en base a planes y programas oficiales del Ministerio de Educación

La muestra seleccionada corresponde a un curso de primer año medio y el diseño de la actividad está enfocado a la unidad 6 del programa oficial para el nivel llamada “factores y productos”.

Dentro de esta unidad los contenidos mínimos obligatorio a tratar será:

- “Cálculo de productos, factorizaciones y productos notables”.<sup>18</sup>
- “Interpretación geométrica de los productos notables”.

Para estos contenidos el Ministerio propone aprendizajes que debiesen aparecer en el transcurso del tratamiento del contenido, siendo en este caso el tiempo de aplicación de la actividad propuesta. Estos aprendizajes esperados son:

---

<sup>18</sup> Ministerio de Educación (2004): Matemática, Programa de estudio, Primer año medio. Formación general educaron media, Unidad de evaluación y currículo, República de Chile. Pág. 77

- Transforman expresiones algebraicas por cálculo de productos, factorizaciones, reducción de términos semejantes y eliminación de paréntesis.<sup>19</sup>
- Calculan productos notables, los factorizan; los interpretan numérica y geoméricamente.<sup>20</sup>

### 3.1.2. Descripción de la actividad

La actividad que se realizara será la creación de un puzzle de modalidad rompecabezas, en el cual, las piezas tendrán una sola forma de calzar. El contenido de este será específicamente productos notables y factorización, ambos contenidos mínimos obligatorios presentes en los planes y programas dictados por el Ministerio de Educación para el nivel de primero medio.

Esta actividad está diseñada para ser trabajada en grupos de 7 estudiantes. La formación de los grupos estará a cargo de los propios estudiantes ya que estos por medio de la afinidad que exista entre pares podrán determinar con quien trabajan, asegurando un ambiente propicio entre pares.

El profesor cumplirá una labor de asesoramiento en las diferentes etapas de la actividad, sin intervenir en la realización de la actividad de los estudiantes.

El contenido matemático deberá tener las siguientes características:

1. Debe estar estipulado en los planes y programas dictados por el Ministerio de Educación para el nivel en donde se aplicara.
2. Los objetos matemáticos que estén dentro del contenido a intervenir deben tener por lo menos tres formas de representación semiótica:

---

<sup>19</sup> Ministerio de Educación (2004): Matemática, Programa de estudio, Primer año medio. Formación general educaron media, Unidad de evaluación y currículo, República de Chile. Unidad 6, Pág. 77

<sup>20</sup> Ministerio de Educación (2004): Matemática, Programa de estudio, Primer año medio. Formación general educaron media, Unidad de evaluación y currículo, República de Chile. Unidad 6 Pág. 77

verbal, icónico y algebraico. (para asegurar que se pueda ejercitar el cambio de registro).

3. El contenido debe estar abordado en clases por el profesor antes de implementar el juego, ya que éste solo será un reforzamiento y profundización del mismo.

La forma de construcción del puzzle tendrá las siguientes etapas:

1. Primera etapa, denominada **proyecto**, los estudiantes deberán buscar a lo menos 10 objetos matemáticos dentro del contenido escogido. Cada uno de los objetos escogidos deberá ser representado de tres formas distintas usando por lo menos 2 tipos de registros distintos. Una vez lista la tabla de objetos y sus representaciones se procede a dibujar el puzzle armado a escala en y a distribuir los objetos dentro de él, de manera que para la siguiente etapa se sepa lo que tienen que escribir en cada pieza asegurando que el puzzle tenga una única solución. El proyecto tendrá que ser entregado en una carpeta, la cual servirá de sustento para la siguiente etapa.
2. Segunda etapa, denominada **construcción y factura**, los estudiantes procederán a construir en tamaño real el puzzle diseñado en la etapa previa. Para esto deberán traspasar el puzzle a escala a una pieza de tamaño real, recortando las piezas y escribiendo en cada pieza lo que corresponda según su proyecto, cuidando respetar el orden y la posición acordada en la etapa anterior. Una vez listas todas las piezas se procederá a armarlo dentro del grupo para verificar que toda la información fue traspasada de manera correcta.
3. Tercera etapa, denominada **cambio y armado**, Cada grupo ya tiene construido y verificado su puzzle. Se procede a un intercambio de puzzles entre los grupos, los cuales deberán ser capaces de armar a pesar de no ser los que ellos diseñaron a modo de corroborar que no fue un aprendizaje memorístico del propio diseño y que el contenido puede ser reconocido en diferentes formas logrando aprender significativamente.

### **3.1.3. Propósito de la actividad**

Esta actividad está enfocada al aprendizaje significativo de un contenido matemático que tenga ciertas características especiales para que pueda ser tratado con la metodología de juego.

El juego por el juego pierde su sentido al solo interactuar mediante ensayo y error, llegando a la fórmula ganadora y después olvidando lo que se intentaba enseñar. En cambio si se desarrolla una metodología sistematizada, con etapas claramente definidas, el juego deja su carácter liviano sin perder su función principal, que es la de entretener, y a través de él se puede llegar al aprendizaje significativo del contenido.

El fin último de la actividad está dirigido al reconocimiento de un objeto matemático en particular y a diferenciar las diferentes representaciones que pueden presentarse de él, haciendo que la conversión dentro de un mismo registro o en diferentes registros se haga de una forma natural y fluida.

### **3.1.4. Modo de aplicación de la actividad**

#### **3.1.4.1. Recomendaciones antes de aplicar la actividad**

- El contenido matemático que se elija para la aplicación del juego debe estar claramente trabajado en clases, o sea el estudiante debe tener un conocimiento teórico mínimo sobre lo que va a intervenir.
- Los grupos de trabajo para la actividad los formaran los mismos estudiantes, para asegurar una afinidad entre ellos, de manera que el trabajo sea grato.

## **3.2. Segunda fase: Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas**

Dentro de las concepciones del análisis a priori, de la siguiente investigación, las hipótesis han sido orientadas a las interacciones que tendrán los estudiantes con su grupo de trabajo, con los contenidos a tratar y con la actividad misma.

### **3.2.1. Hipótesis orientadas a la interacción con el grupo conformado**

- Los estudiantes tendrán la tendencia a formar grupos por afinidad, lo cual favorecerá el trabajo en equipo.
- Esta conexión de tipo afinidad, hará que los estudiantes puedan apoyarse tanto en sus deficiencias como en sus potencialidades.
- Como los grupos no se formarán por calificaciones sino por afinidad los grupos se verán favorecidos, ya que será una mezcla de estudiantes de distintas aptitudes, enriqueciéndola forma de desarrollar la actividad.

### **3.2.2. Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados**

- En primera instancia los estudiantes tenderán a trabajar solamente con el registro algebraico, por ser el más usado a nivel de aula, generalmente, por los profesores.
- Se estima que aparecerán algunas dificultades en el plano del registro grafico o icónico.
- Los grupos que sientan algunas dificultades para desarrollar la primera etapa de la actividad, tenderán a acercarse a otros grupos para resolver dudas y consultas. Esta acción fortalecerá las relaciones como grupo curso.
- Se prevé que se presentara algún grado de dificultad para poder reconocer cual es el objeto y cuáles son las representaciones del mismo, dudas que el profesor deberá aclarar en su debido momento para facilitar el desarrollo de la actividad, pero en ningún momento deberá evidenciar la respuesta.

### **3.2.3. Hipótesis orientadas a la actividad**

- Los estudiantes se dispondrán a trabajar en un ambiente más ameno ya que los equipos de trabajo serán conformados por personas con intereses comunes.
- Los grupos trabajaran en forma ordenada y proactiva, ya que se encontraran a gusto.

- Se fortalecerá las relaciones dentro del grupo y entre grupos, lo que llevara a un clima agradable y propicio para el aprendizaje.

### 3.3. Tercera Fase: Experimentación

Para llevar a cabo esta actividad será necesario que el profesor a cargo facilite los siguientes materiales.

#### 3.3.1. I etapa:

Para realizar la primera etapa denominada **proyecto**, cada grupo de estudiantes deberán contar con la hoja de proyecto<sup>21</sup>, la cual deberán completar con los contenidos especificados en las instrucciones de esta.

La finalidad de esta hoja de proyecto, es tener el primer sustrato matemático para la confección del puzzle, ya que por su diseño nos permitirá vaciar los contenidos al puzzle de una forma organizada. Esta será la primera actividad a evaluar, en esta etapa solo se aplicarán conocimientos matemáticos y se evidenciara la forma en que los estudiantes manejan los diferentes registros de representación semiótica.

Es en esta instancia donde el profesor puede intervenir de manera discreta, aclarando algunas dudas y tratando de facilitar con ligeras pistas el desarrollo de la actividad, pero de ninguna manera forzando o evidenciando la respuesta.

Cuando la hoja de proyecto este completa, se entregara al profesor para su evaluación y corrección, en el caso de haber algún error se devolverá al grupo de estudiantes para su corrección, de manera que todos los grupos tengan bien formados sus proyectos, para poder pasar a la siguiente etapa.

Con los datos recogidos por el instrumento anterior, se procede al traspaso de la información de la hoja de proyecto a la hoja puzzle.

---

<sup>21</sup> Hoja de proyecto, anexo 1



La hoja puzzle<sup>22</sup> está formada por un dibujo a escala del puzzle original, conformada por las piezas en blanco. En este instrumento el puzzle se presenta en su forma armada, para facilitar la visualización y distribución de la información por parte del grupo de estudiantes. Cada pieza que se encuentra en la hoja puzzle tiene su respectivo número de orden y consta de dos o tres códigos, dependiendo del tamaño de la pieza, el cual permitirá el traspaso ordenado de la información de cada casilla a la parte de la pieza donde debe ir escrita, para permitir el correcto calzado de las partes del puzzle.

En el instrumento hoja puzzle, se puede apreciar que existen líneas continuas y líneas punteadas. Las líneas continuas delimitan cada pieza del puzzle en cambio las líneas punteadas definen divisiones de espacio dentro de una misma pieza (hueso). El mínimo de partes en que se divide cada pieza (casillas) de información que contiene una pieza es dos y el máximo de casillas que puede contener una pieza es tres.

Esta etapa finaliza cuando el grupo de estudiantes ha vaciado correctamente toda la información de las casillas de la hoja de proyecto a las piezas de la hoja puzzle. El profesor debe cotejar que la información haya sido bien traspasada en la hoja puzzle.

A continuación se presentan los dos instrumentos descritos anteriormente, la hoja de proyecto y la hoja puzzle, donde se pueden apreciar en los anexo 1 y 2 respectivamente.

### 3.3.2. II Etapa

Para la realización de la etapa de **construcción y factura** es necesario haber revisado anteriormente la hoja puzzle, ya que esta será la base para la posterior construcción del mismo en tamaño real.

Los materiales que se ocuparan en esta etapa serán los siguientes:

- Un pliego de cartón piedra (55cms × 35cms)
- Regla
- Tijeras o corta cartón

---

<sup>22</sup> Hoja de puzzle, anexo 2

- Hojas blancas para forrar las piezas de cartón
- Pegamento ( pegamento en barra o cola fría)
- Plumones de diferentes colores
- Lápiz grafito y goma de borrar
- Cinta adhesiva transparente para forrar las piezas

Una vez listos los materiales, se procede a cortar todas las piezas en tamaño real, forrar cada una con papel blanco a fin de poder escribir en ellas posteriormente, cuidando la factura del trabajo. Luego de tener todas las piezas cortadas y forradas, se procede a traspasar la información que se tiene en la hoja puzzle, cuidando de respetar la posición y direccionalidad de la pieza, ya que el puzzle consta de 24 piezas y 4 formas de ellas, donde dos de ellas no tienen simetría para el armado, eso quiere decir que es primordial la forma en que se escriba la información en la pieza, para el correcto armado del puzzle.

A continuación se presenta una muestra a escala de las cuatro diferentes piezas que componen el puzzle, dando sus medidas para que puedan hacerse correctamente en el cartón, además de las especificaciones de cantidad de cada pieza.

Una vez terminado el vaciado de la información a las piezas del puzzle original, se procede a forrarlas para protegerlas, a modo que puedan usarse sin mayores cuidados. Luego que estén todas las piezas escritas y forradas, se procede al calzado del puzzle original en cada grupo, para verificar que quedo bien hecho.

En esta etapa el profesor evalúa la forma de trabajar de los estudiantes en grupo, observando la forma en que se divide el trabajo y las decisiones que toman, además de evaluar la prolijidad con que lo realizan.

Después de que se verifica que el puzzle quedo perfectamente confeccionado y que todas las piezas calzan sin mayores problemas, se procede a confeccionar una caja donde se guardara el puzzle, para su posterior uso en la tercera etapa de este proyecto.

Las intervenciones del profesor en esta etapa son mínimas, su función se limita a la vigilancia de que los grupos cumplan las tareas asignadas, ver cómo se desarrolla el trabajo en equipo, la limpieza del trabajo como la limpieza del aula donde se trabaja.

Para ejemplificar de mejor manera los objetivos que deben cumplirse en esta etapa, se adjunta una fotografía de un puzzle terminado<sup>23</sup>, confeccionado por las tesistas, pero con los tópicos de funciones y orientado a cursos superiores como 3° y 4° medio. Como se ve en ella, las funciones y sus diferentes representaciones están distribuidas por diferentes piezas del puzzle, teniendo así piezas en las cuales existen tres tipos de funciones diferentes, lo que lo diferencia de un rompecabezas común y corriente.

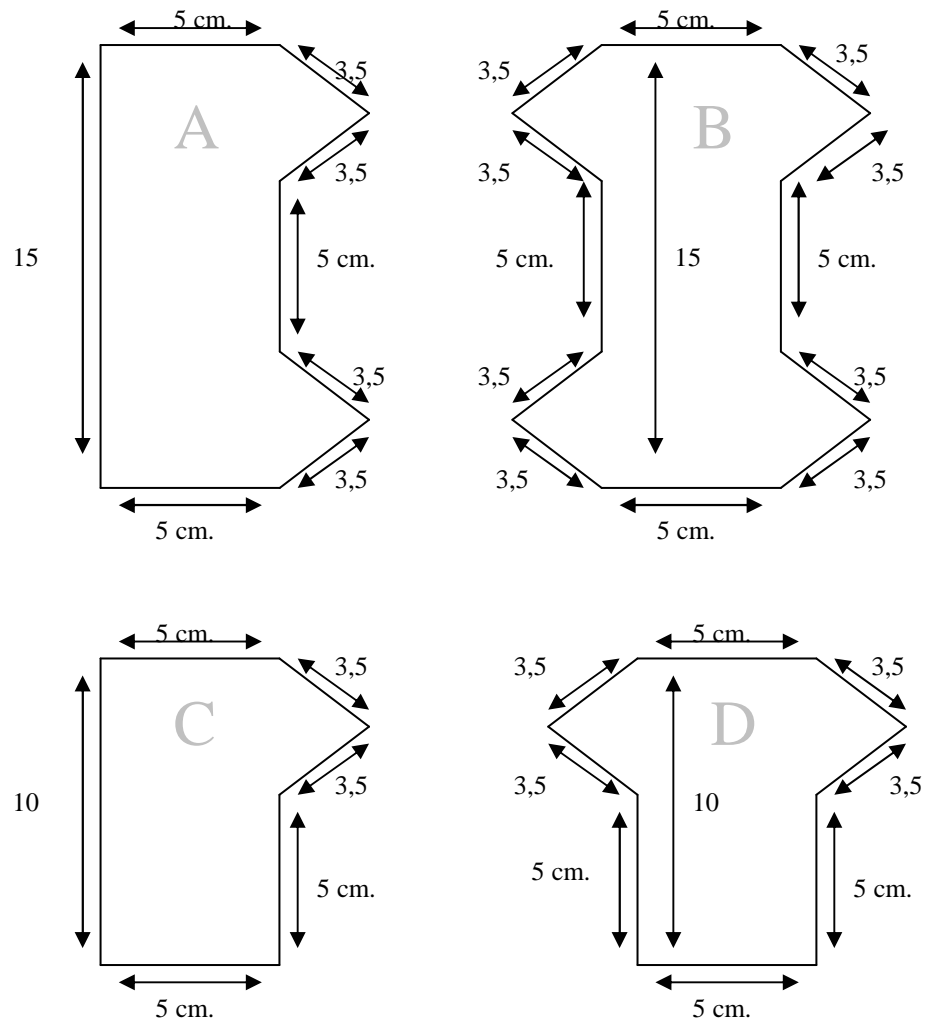
Este puzzle se aplicó como una prueba del genio matemático dentro del marco de la semana Salesiana, en el Liceo Camilo Ortúzar Montt, a parejas conformadas por estudiantes de 3° y 4° medio, visualizándose serias dificultades entre los estudiantes para el armado del puzzle dando pie a la creación de esta tesis.

#### **3.3.2.1. Especificaciones de la cantidad y forma de las piezas que forman el puzzle**

- la cantidad total de las piezas del puzzle son 24
- la cantidad de piezas A es : 6
- la cantidad de piezas B es : 8
- la cantidad de piezas C es : 4
- la cantidad de piezas D es : 6
- las medidas para construirlas en cartón están especificadas en los dibujos a continuación.

---

<sup>23</sup> Fotografía puzzle modelo, anexo 3



### 3.3.3. III Etapa

Para la realización de esta etapa de **cambio y armado**, cada grupo de estudiantes debe tener su puzzle confeccionado en tamaño real y en su caja respectiva. La finalidad de esta etapa es que los estudiantes puedan intercambiar entre los diferentes grupos dentro del curso los puzzles que ellos han confeccionado.

Los grupos conformados deberán ser capaces de armar un puzzle que ellos no han confeccionados, en esta instancia tendremos la devolución del contrato didáctico, ya que las reglas del juego no han cambiado, los contenidos no se han modificado, solo deben demostrar que pueden reconocer los contenidos, sus diferentes representaciones semióticas y diferentes registros.

Ellos podrán usar hojas de apoyo para sacar sus conclusiones y hacer todo tipo de cálculos, pero la finalidad es que puedan armar el puzzle de otro grupo.

## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

### 4. Recolección de datos de análisis

#### 4.1. Diseño de pauta de recolección de datos

A continuación se expone la actividad diseñada e implementada en el curso 1° medio A con una matrícula total de 42 estudiantes, del Liceo Camilo Ortúzar Montt Salesianos Macul.

Este proceso se llevó a cabo en las horas de taller de tarea y estudio (2 horas pedagógicas semanales) y además en las horas orientación (1 hora pedagógica semanal), destinándose un total de 12 horas pedagógicas. Comenzando la primera semana de noviembre y culminando la primera semana de diciembre.

A continuación se presenta un cronograma detallado de las etapas y las actividades que se realizaron en el intervalo descrito en el punto anterior.

etapas del proyecto	noviembre												diciembre	
	semana 1			semana 2			semana 3			semana 4			semana 1	
<b>primera etapa</b>	x	x	x	x	x	x	x	x						
presentación actividad	x													
reglas básicas		x												
repaso contenido		x	x	x	x									
llenado hoja proyecto				x	x	x								
llenado hoja puzzle							x	x						
<b>segunda etapa</b>									x	x	x	x	x	
asignación materiales									x					
confección piezas										x	x	x		
llenado piezas											x	x		
puzzle terminado												x	x	
<b>tercera etapa</b>													x	x
manipulación piezas													x	x
armado														x
<b>observación</b>				x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Para realizar el seguimiento de la actividad detallada en el marco metodológico, se confeccionó una pauta de observación de cada una de las etapas de la actividad, donde cada etapa contiene descriptores basados en los análisis a priori y en el marco para la buena enseñanza elaborado por el Ministerio de Educación, enfocándonos principalmente en dos de los cuatro dominios que lo conforman.

B: creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.

C: enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.

De cada uno de los dominios mencionados se extrajeron los criterios específicos que se orientan al objetivo de la actividad diseñada, los cuales, en conjunto con las hipótesis levantadas en el análisis a priori, fueron observados en cada etapa de desarrollo por las tesis.

Cada descriptor fue definido como variable cualitativa ordinal y para su respectiva evaluación se hizo uso de la escala de Likert la cual se detalla en la siguiente tabla:

Puntaje asignado	Presencia del descriptor
1	Nunca
2	casi nunca
3	a veces
4	casi siempre
5	Siempre

El objetivo de esta pauta es evidenciar mediante la observación de cada una de las etapas de la actividad, el grado de presencia de cada uno de los descriptores, los cuales nos orientarán a calificar el impacto de la actividad en los estudiantes.

## 4.2. Descripción de pauta de recolección de datos

Para el análisis de la actividad se definieron 34 descriptores, los cuales fueron separados de la siguiente manera:

### Primera etapa: Proyecto

N°	Descriptor
1.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades
1.2	Los estudiantes dominan los contenidos a desarrollar en el proyecto
1.3	Los estudiantes desarrollan la parte algebraica del proyecto sin dificultad
1.4	Los estudiantes desarrollan la parte grafica del proyecto sin dificultad
1.5	Los estudiantes desarrollan la parte verbal del proyecto sin dificultad
1.6	Los estudiantes crean variedades de productos notables sin problemas
1.7	Todos los estudiantes participan en esta etapa
1.8	Los estudiantes realizan consultas al profesor
1.9	Los estudiantes realizan consultas a otros grupos
1.10	Se establece un clima organizado de trabajo
1.11	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo
1.12	Se establece un clima de confianza y solidaridad

### Segunda etapa: Construcción y factura

N°	Descriptor
2.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades
2.2	Los estudiantes se reparten el trabajo en forma equitativa
2.3	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo
2.4	Se establece un clima de confianza y solidaridad
2.5	Los estudiantes logran formar todas las piezas
2.6	Los estudiantes traspasan en forma ordenada la información a cada pieza
2.7	Los estudiantes utilizan diferentes recursos ( colores y formas) para completar cada pieza
2.8	Los estudiantes trabajan en forma conjunta, dividiéndose el trabajo
2.9	Se evidencia división del trabajo según habilidades particulares
2.10	Los estudiantes completan todas las piezas del puzzle
2.11	Los estudiantes logran armar su puzzle en forma exitosa
2.12	Se evidencia prolijidad y preocupación en el trabajo

### **Tercera etapa: cambio y armado**

<b>N°</b>	<b>Descriptor</b>
3.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades
3.2	Se establece un clima organizado de trabajo
3.3	Los estudiantes intercambian sus puzzles en forma ordenada
3.4	Los estudiantes examinan las piezas antes de calzarlas
3.5	Todos los estudiantes participan en la forma de armado
3.6	Los estudiantes separan las piezas por forma o por contenido
3.7	Los estudiantes realizan cálculos anexos para el armado del puzzle
3.8	Se evidencian diferentes estrategias de armado
3.9	Se realiza la actividad en forma responsable
3.10	Los estudiantes arman exitosamente los puzzles asignados

Para efectos de análisis de los descriptores, se les ha asignado una numeración, donde el primer dígito indica que parte de la etapa fue observada y el segundo dígito indica el orden del descriptor dentro de la etapa misma.

### **4.3. Método de análisis de los datos recogidos**

#### **4.3.1. Categorías de análisis**

##### **4.3.1.1. Primera categoría**

Su análisis será la sumatoria de puntaje de cada grupo por etapa, por lo que esta categoría dispone de tres subcategorías observables.

- Primera etapa: proyecto
- Segunda etapa: construcción y factura
- Tercera etapa: cambio y armado

Esta categoría con sus respectivos descriptores apuntan a la verificación del desarrollo de cada etapa de la actividad. El objetivo principal es la observación por parte de las tesis de la forma y actitudes que adoptan los estudiantes ante la actividad, al igual que las dificultades que puedan presentar, siendo una mirada total de cada etapa por separado.



#### **4.3.1.2. Segunda categoría**

Su análisis será la sumatoria del puntaje de todos los grupos por descriptor, con un total de 34 descriptores de la actividad total. Esta categoría se orienta a buscar presencias o ausencias de actitudes, conductas y conocimientos en específico. El objetivo principal es detectar fortalezas y dificultades específicas las cuales serán evidenciadas por el puntaje del descriptor asociado.

#### **4.3.1.3. Tercera categoría**

Su análisis será la sumatoria de puntaje total de descriptores asociados a un criterio del marco para la buena enseñanza o a una hipótesis del análisis a priori. Esta categoría nos mostrara en forma ordenada la presencia o ausencia de criterios generales agrupados en descriptores específicos.

La asignación de la cantidad de descriptores asociados a una hipótesis o criterio es variable, no encontrándose la misma cantidad de descriptores para todos los puntos a evaluar. La cantidad de descriptores es directamente proporcional a la facilidad o dificultad de observación directa de la conducta o aprendizaje que se desea evaluar.

A continuación se presentan las hipótesis a priori y los criterios del marco para la buena enseñanza con sus respectivos descriptores asociados.

##### **4.3.1.3.3. Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados**

###### **Hipótesis 1**

*“En primera instancia los estudiantes tenderán a trabajar solamente con el registro algebraico, por ser el más usado a nivel de aula, generalmente, por los profesores”.*

Descriptor: 1.2, 1.3 ,1.6, 3.7

### **Hipótesis 2**

*“Se estima que aparecerán algunas dificultades en el plano del registro gráfico o icónico al igual que el verbal”.*

Descriptor: 1.4, 1.5, 2.7, 2.10, 3.6

### **Hipótesis 3**

*“Los grupos que sientan algunas dificultades para desarrollar la primera etapa de la actividad, tenderán a acercarse a otros grupos para resolver dudas y consultas. Esta acción fortalecerá las relaciones como grupo curso”.*

Descriptor: 1.9

### **Hipótesis 4**

*“Se prevé que se presentara algún grado de dificultad para poder reconocer cual es el objeto y cuáles son las representaciones del mismo, dudas que el profesor deba aclarar en su debido momento para facilitar el desarrollo de la actividad, pero en ningún momento deberá evidenciar la respuesta”.*

Descriptor: 1.8, 1.9

#### **4.3.1.3.4. Hipótesis orientadas a la actividad**

##### **Hipótesis 1**

*“Los estudiantes se dispondrán a trabajar en un ambiente más ameno ya que los equipos de trabajo serán conformados por personas con intereses comunes”.*

Descriptor: 1.7

##### **Hipótesis 2**

*“Los grupos trabajaran en forma ordenada y proactiva, ya que se encontraran a gusto”.*

Descriptor: 1.10, 1.12, 2.2, 2.5, 2.8, 3.2, 3.9

##### **Hipótesis 3**

*“Se fortalecerá las relaciones dentro del grupo y entre grupos, lo que llevara a un clima agradable y propicio para el aprendizaje”.*

Descriptor: 1.9, 1.11, 2.3

#### **4.3.1.3.5. Marco Para la Buena Enseñanza**

**Criterios específicos del dominio B: creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.**

##### **Criterio 1**

*B1: establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.*

Descriptor: 1.12, 2.4

##### **Criterio 2**

*B4: Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.*

Descriptor: 2.6

**Criterios específicos del dominio C: enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.**

**Criterio 1**

*C1: comunica en forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje*

Descriptor: 1.1, 2.1, 3.1

**Criterio 2**

*C2: las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.*

Descriptor: 3.3, 3.4, 3.5

**Criterio 3**

*C5: Promueve el desarrollo del pensamiento*

Descriptor: 3.8, 2.9, 2.11, 3.10

**4.3.1.4. Cuarta categoría**

Su análisis será la sumatoria de puntaje de todas las etapas de la actividad por cada grupo, esta categoría apunta a una mirada global de la actividad donde se podrá verificar el impacto que tuvo en los estudiantes en el intervalo de tiempo en que se implemento.

Su objetivo principal es evaluar el desarrollo de la actividad como un todo articulado, proporcionando datos de todas las etapas, evidenciando fortalezas y debilidades de la misma en forma general. Esta categoría dará pie a las conclusiones generales de la actividad.

#### 4.4 Asignación de puntajes

El análisis de los datos recogidos en la pauta de observación se hará mediante asignación de puntajes en la escala de Likert, siendo:

Puntaje asignado	Presencia del descriptor
1	Nunca
2	casi nunca
3	a veces
4	casi siempre
5	Siempre

Para efectos de análisis del grado de logro en la realización de las actividades específicas enmarcadas en cada categoría, se realizara la sumatoria de los puntajes y su análisis de la siguiente manera:

##### 4.4.1. Primera categoría: puntaje de cada grupo por etapa de la Actividad

###### 4.4.1.1. Primera etapa

En la primera etapa de la actividad, denominada proyecto, tenemos un total de 12 descriptores los cuales nos asignan un puntaje mínimo de 12 puntos si existe ausencia total de todos los descriptores y un puntaje máximo de 60 puntos si todos los descriptores están siempre presentes y son fácilmente observables. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 36 puntos, para considerar el logro parcial y una cota del 80% traducido en 48 puntos para considerar el logro total de la primera etapa. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 36 puntos se consideran no lograda la etapa.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

No Logrado: [12-35]

Parcialmente Logrado: [36-47]

Logrado: [48-60]

#### **4.4.1.2. Segunda etapa**

En la segunda etapa de la actividad, denominada construcción y factura, tenemos un total de 12 descriptores los cuales nos asignan un puntaje mínimo de 12 puntos si existe ausencia total de todos los descriptores y un puntaje máximo de 60 puntos si todos los descriptores están siempre presentes y son fácilmente observables. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 36 puntos, para considerar el logro parcial y una cota del 80% traducido en 48 puntos para considerar el logro total de la primera etapa. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 36 puntos se consideran no lograda la etapa.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

No Logrado: [12-35]

Parcialmente Logrado: [36-47]

Logrado: [48-60]

#### **4.4.1.3. Tercera etapa**

En la tercera etapa de la actividad, denominada cambio y armado, tenemos un total de 10 descriptores los cuales nos asignan un puntaje mínimo de 10 puntos si existe ausencia total de todos los descriptores y un puntaje máximo de 50 puntos si todos los descriptores están siempre presentes y son fácilmente observables. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 30 puntos, para considerar el logro parcial y una cota del 80% traducido en 40 puntos para considerar el logro total de la primera etapa. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 30 puntos se considera no lograda la etapa.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

No Logrado: [10-29]

Parcialmente Logrado: [30-39]

Logrado: [40-50]

#### **4.4.2. Segunda categoría: sumatoria del puntaje de todos los grupos Por descriptor**

En esta categoría, tenemos un total de 34 descriptores los cuales serán analizados individualmente, lo cual nos asignan un puntaje mínimo de 6 puntos si el descriptor está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 36 puntos si el descriptor está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 22 puntos, para considerar presencia parcial del descriptor y una cota del 80% traducido en 29 puntos para considerar la presencia total del descriptor en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 22 puntos se considera ausencia del descriptor en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia: [6-21]

Presencia Parcial: [22-28]

Presencia Total: [29-36]

#### **4.4.3. Tercera categoría: sumatoria de puntaje total de descriptores Asociados a una hipótesis del análisis a priori o a un criterio del marco para la buena enseñanza**

En esta categoría, los descriptores están agrupados según hipótesis o criterio que se pretende analizar, por lo que los puntajes y cotas de aceptación variaran según la cantidad de descriptores que defina cada criterio. A continuación se detallan los puntajes de cada hipótesis y criterio.

#### **4.4.3.1. Hipótesis orientadas a la interacción los contenidos tratados**

##### **Hipótesis 1**

*“En primera instancia los estudiantes tenderán a trabajar solamente con el registro algebraico, por ser el más usado a nivel de aula, generalmente, por los profesores”.*

Descriptor: 1.2, 1.3 ,1.6, 3.7

Se asigna un puntaje mínimo de 24 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 120 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 72 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 96 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 72 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [24-71]

Aceptación Parcial Hipótesis: [72-95]

Aceptación Total Hipótesis: [96-120]

##### **Hipótesis 2**

*“Se estima que aparecerán algunas dificultades en el plano del registro grafico o icónico al igual que el verbal”.*

Descriptor: 1.4, 1.5, 2.7, 2.10, 3.6

Se asigna un puntaje mínimo de 30 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 150 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 90 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 120 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 90 puntos se considera rechazada la hipótesis.



Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [30-89]

Aceptación Parcial Hipótesis: [90-119]

Aceptación Total Hipótesis: [120-150]

### **Hipótesis 3**

*“Los grupos que sientan algunas dificultades para desarrollar la primera etapa de la actividad, tenderán a acercarse a otros grupos para resolver dudas y consultas. Esta acción fortalecerá las relaciones como grupo curso”.*

Descriptor: 1.9

Se asigna un puntaje mínimo de 6 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 30 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 18 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 24 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 18 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [6-17]

Aceptación Parcial Hipótesis: [18-24]

Aceptación Total Hipótesis: [25-30]

### **Hipótesis 4**

*“Se prevé que se presentara algún grado de dificultad para poder reconocer cual es el objeto y cuáles son las representaciones del mismo, dudas que el profesor deba aclarar en su debido momento para facilitar el desarrollo de la actividad, pero en ningún momento deberá evidenciar la respuesta”.*

Descriptor: 1.8, 1.9

Se asigna un puntaje mínimo de 12 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 60 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 36 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 48 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 36 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [12-35]

Aceptación Parcial Hipótesis: [36-47]

Aceptación Total Hipótesis: [48-60]

#### **4.4.3.2. Hipótesis orientadas a la actividad**

##### **Hipótesis 1**

*“Los estudiantes se dispondrán a trabajar en un ambiente más ameno ya que los equipos de trabajo serán conformados por personas con intereses comunes”.*

Descriptor: 1.7

Se asigna un puntaje mínimo de 6 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 30 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 18 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 24 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 18 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [6-17]

Aceptación Parcial Hipótesis: [18-23]

Aceptación Total Hipótesis: [24-30]

## **Hipótesis 2**

*“Los grupos trabajaran en forma ordenada y proactiva, ya que se encontraran a gusto”.*

Descriptor: 1.10, 1.12, 2.2, 2.5, 2.8, 3.2, 3.9

Se asigna un puntaje mínimo de 42 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 210 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 126 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 168 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 126 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [42-125]

Aceptación Parcial Hipótesis: [126-167]

Aceptación Total Hipótesis: [168-210]

## **Hipótesis 3**

*“Se fortalecerá las relaciones dentro del grupo y entre grupos, lo que llevara a un clima agradable y propicio para el aprendizaje”.*

Descriptor: 1.9, 1.11, 2.3

Se asigna un puntaje mínimo de 18 puntos si la hipótesis se rechaza totalmente y un puntaje máximo de 90 puntos si la hipótesis se acepta totalmente. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 54 puntos, para considerar presencia parcial de la hipótesis y una cota del 80% traducido en 72 puntos para aceptación total de la hipótesis. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 54 puntos se considera rechazada la hipótesis.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Rechazo Hipótesis: [18-53]

Aceptación Parcial Hipótesis: [54-71]

Aceptación Total Hipótesis: [72-90]

#### **4.4.3.3. Marco Para la Buena Enseñanza**

**Criterios específicos del dominio B: creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.**

##### **Criterio 1**

*B1: establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.*

Descriptor: 1.12, 2.4

Se asigna un puntaje mínimo de 12 puntos si el criterio está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 60 puntos si el criterio está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 36 puntos, para considerar presencia parcial del criterio y una cota del 80% traducido en 48 puntos para considerar la presencia total del criterio en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 36 puntos se considera ausencia del criterio en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia Criterio: [12-35]

Presencia Parcial Criterio: [36-47]

Presencia Total Criterio: [48-60]

##### **Criterio 2**

*B4: Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.*

Descriptor: 2.6

Se asigna un puntaje mínimo de 6 puntos si el criterio está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 30 puntos si el criterio está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 18 puntos, para considerar presencia parcial del criterio y una cota del 80% traducido en 24 puntos para considerar la presencia total del criterio en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 18 puntos se considera ausencia del criterio en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia Criterio: [6-17]

Presencia Parcial Criterio: [18-23]

Presencia Total Criterio: [24-30]

**Criterios específicos del dominio C: enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.**

**Criterio 1**

*CI: comunica en forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje*

Descriptor: 1.1, 2.1, 3.1

Se asigna un puntaje mínimo de 18 puntos si el criterio está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 90 puntos si el criterio está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 54 puntos, para considerar presencia parcial del criterio y una cota del 80% traducido en 72 puntos para considerar la presencia total del criterio en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 54 puntos se considera ausencia del criterio en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia Criterio: [18-53]

Presencia Parcial Criterio: [54-71]

Presencia Total Criterio: [72-90]

## **Criterio 2**

*C2: las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.*

Descriptor: 3.3, 3.4, 3.5

Se asigna un puntaje mínimo de 18 puntos si el criterio está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 90 puntos si el criterio está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 54 puntos, para considerar presencia parcial del criterio y una cota del 80% traducido en 72 puntos para considerar la presencia total del criterio en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 54 puntos se considera ausencia del criterio en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia Criterio: [18-53]

Presencia Parcial Criterio: [54-71]

Presencia Total Criterio: [72-90]

## **Criterio 3**

*C5: Promueve el desarrollo del pensamiento*

Descriptor: 3.8, 2.9, 2.11, 3.10

Se asigna un puntaje mínimo de 24 puntos si el criterio está ausente en todos los grupos y un puntaje máximo de 120 puntos si el criterio está presente y es fácilmente observable. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 72 puntos, para considerar presencia parcial del criterio y una cota del 80% traducido en 96 puntos para considerar la presencia total del criterio en la actividad. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 72 puntos se considera ausencia del criterio en la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

Ausencia Criterio: [24-71]

Presencia Parcial Criterio: [72-95]

Presencia Total Criterio: [96-120]

### **4.4.4. Cuarta categoría: sumatoria de puntaje de todas las etapas**

**por cada grupo.**

En la cuarta categoría, tenemos un total de tres etapas con de 34 descriptores totales los cuales nos asignan un puntaje mínimo de 34 puntos si existe ausencia total de todos los descriptores y un puntaje máximo de 170 puntos si todos los descriptores están siempre presentes y son fácilmente observables en todas las etapas de la actividad. Se asigna una cota aceptable del 60% del puntaje que se traduce en 102 puntos, para considerar el logro parcial y una cota del 80% traducido en 136 puntos para considerar el logro total de la primera etapa. Porcentajes menores al 60% o puntajes menores a 102 puntos se considera no lograda la actividad.

Los intervalos de puntaje para evaluación quedan de la siguiente manera:

No Logrado: [34-101]

Parcialmente Logrado: [102-135]

Logrado: [136-170]

#### 4.5. Tabulación y evaluación de datos recogidos por categorías

##### 4.5.1. Primera categoría

##### 4.5.1.1. Primera etapa

##### 4.5.1.1.1. Tabulación

Nº	Descriptor	Grupo N° 1	Grupo N°2	Grupo N° 3	Grupo N° 4	Grupo N° 5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor
1.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	4	3	3	23
1.2	Los estudiantes dominan los contenidos a desarrollar en el proyecto	4	5	5	4	3	3	24
1.3	Los estudiantes desarrollan la parte algebraica del proyecto sin dificultad	4	5	4	4	3	3	23
1.4	Los estudiantes desarrollan la parte grafica del proyecto sin dificultad	5	4	5	4	3	2	23
1.5	Los estudiantes desarrollan la parte verbal del proyecto sin dificultad	3	4	4	4	3	3	21
1.6	Los estudiantes crean variedades de productos notables sin problemas	4	5	5	4	3	4	25
1.7	Todos los estudiantes participan en esta etapa	4	5	5	5	2	3	24
1.8	Los estudiantes realizan consultas al profesor	4	3	5	5	3	4	24
1.9	Los estudiantes realizan consultas a otros grupos	5	3	4	5	3	5	25
1.10	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	5	5	2	4	25
1.11	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	5	5	2	3	23
1.12	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	5	5	3	4	27
	puntaje por etapas	50	53	56	54	33	41	287



#### 4.5.1.1.2. Análisis preliminar y gráfico

No Logrado: [12-35]

Parcialmente Logrado: [36-47]

Logrado: [48-60]

Grupo 1: Primera etapa lograda.

Grupo 2: Primera etapa lograda.

Grupo 3: Primera etapa lograda.

Grupo 4: Primera etapa lograda.

Grupo 5: Primera etapa no lograda.

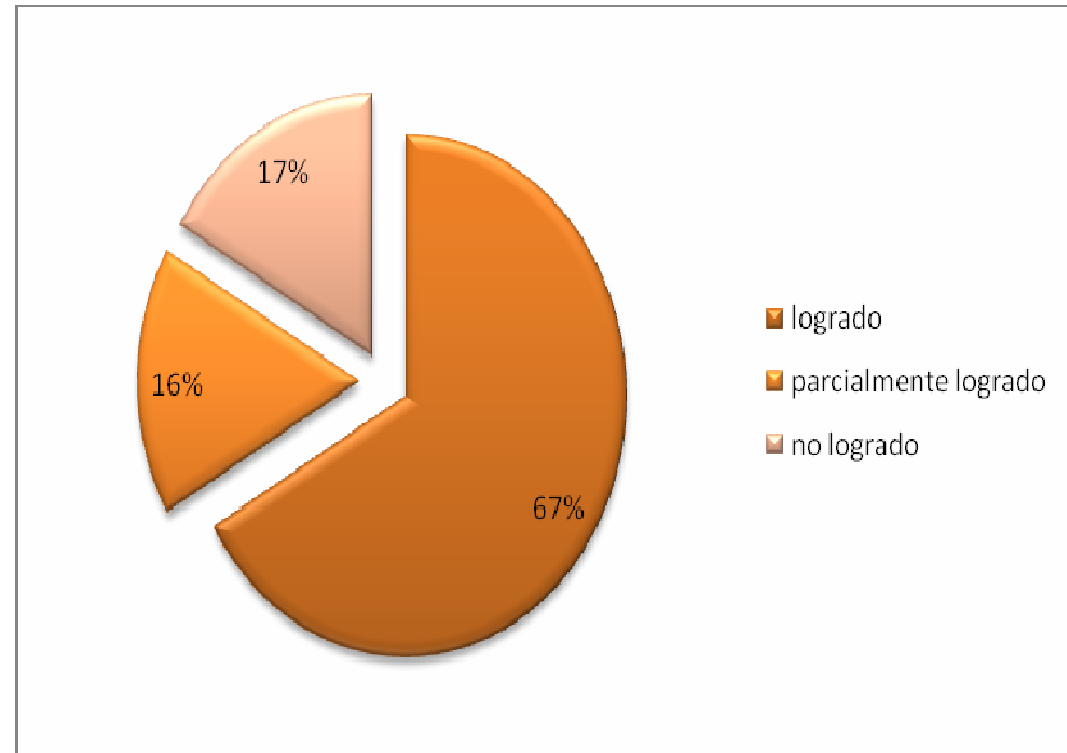
Grupo 6: Primera etapa parcialmente lograda.

#### Análisis global de la primera etapa.

Etapa no lograda: [72-215]

Etapa parcialmente lograda: [216-286]

Etapa lograda: [287-360]



**Según la cota global podemos afirmar que la primera etapa fue lograda.**

#### 4.5.1.2. Segunda etapa

##### 4.5.1.2.1. Tabulación

Nº	Descriptor	Grupo N° 1	Grupo N°2	Grupo N° 3	Grupo N° 4	Grupo N° 5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor
2.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	5	5	5	5	2	4	26
2.2	Los estudiantes se reparten el trabajo en forma equitativa	4	4	4	4	3	5	24
2.3	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	4	4	3	4	23
2.4	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	4	5	2	2	23
2.5	Los estudiantes logran formar todas las piezas	3	5	4	4	3	4	23
2.6	Los estudiantes traspasan en forma ordenada la información a cada pieza	5	5	5	4	2	3	24
2.7	Los estudiantes utilizan diferentes recursos ( colores y formas) para completar cada pieza	5	5	5	4	2	4	25
2.8	Los estudiantes trabajan en forma conjunta, dividiéndose el trabajo	4	5	4	5	3	3	24
2.9	Se evidencia división del trabajo según habilidades particulares	4	5	4	4	2	4	23
2.10	Los estudiantes completan todas las piezas del puzzle	3	5	5	4	2	4	23
2.11	Los estudiantes logran armar su puzzle en forma exitosa	3	5	4	5	3	3	23
2.12	Se evidencia prolijidad y preocupación en el trabajo	3	5	5	5	2	3	23
	puntaje por etapas	48	58	53	53	29	43	<b>284</b>

#### 4.5.1.2.2. Análisis preliminar y gráfico

No Logrado: [12-35]

Parcialmente Logrado: [36-47]

Logrado: [48-60]

Grupo 1: Segunda etapa lograda.

Grupo 2: Segunda etapa lograda.

Grupo 3: Segunda etapa lograda.

Grupo 4: Segunda etapa lograda.

Grupo 5: Segunda etapa no lograda.

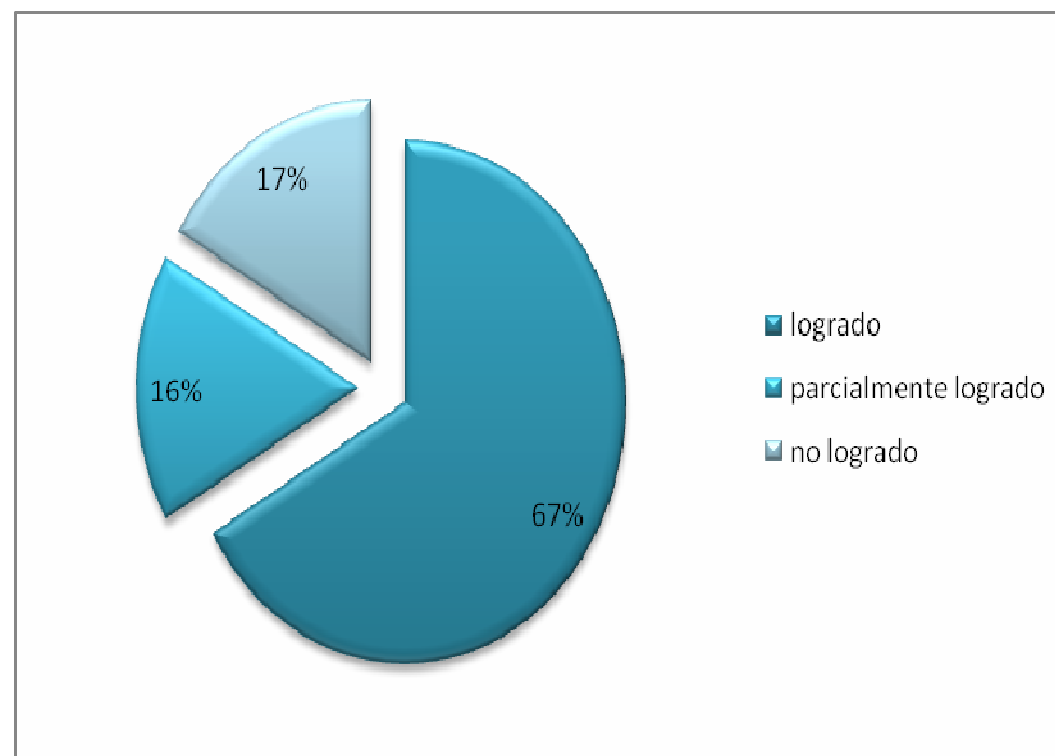
Grupo 6: Segunda etapa parcialmente lograda.

#### Análisis global de la segunda etapa.

Etapa no lograda: [72-215]

Etapa parcialmente lograda: [216-286]

Etapa lograda: [287-360]



**Según la cota global podemos afirmar que la Segunda etapa fue parcialmente lograda.**

### 4.5.1.3. Tercera etapa

#### 4.5.1.3.1. Tabulación

Nº	Descriptor	Grupo N° 1	Grupo N°2	Grupo N° 3	Grupo N° 4	Grupo N° 5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor
3.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	5	2	3	23
3.2	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	4	5	3	5	26
3.3	Los estudiantes intercambian sus puzzles en forma ordenada	3	5	4	4	2	4	22
3.4	Los estudiantes examinan las piezas antes de calzarlas	4	5	5	4	1	2	21
3.5	Todos los estudiantes participan en la forma de armado	4	5	5	5	2	4	25
3.6	Los estudiantes separan las piezas por forma o por contenido	5	4	5	4	1	2	21
3.7	Los estudiantes realizan cálculos anexos para el armado del puzzle	4	4	4	4	1	4	21
3.8	Se evidencian diferentes estrategias de armado	3	4	4	5	1	2	19
3.9	Se realiza la actividad en forma responsable	4	5	5	5	1	3	23
3.10	Los estudiantes arman exitosamente los puzzles asignados	3	5	4	4	1	3	20
	puntaje por etapas	38	47	44	45	15	32	221

#### 4.5.1.3.2. Análisis preliminares y gráfico

No Logrado: [10-29]

Parcialmente Logrado: [30-39]

Logrado: [40-50]

Grupo 1: Tercera etapa parcialmente lograda.

Grupo 2: Tercera etapa lograda.

Grupo 3: Tercera etapa lograda.

Grupo 4 Tercera etapa lograda.

Grupo 5: Tercera etapa no lograda.

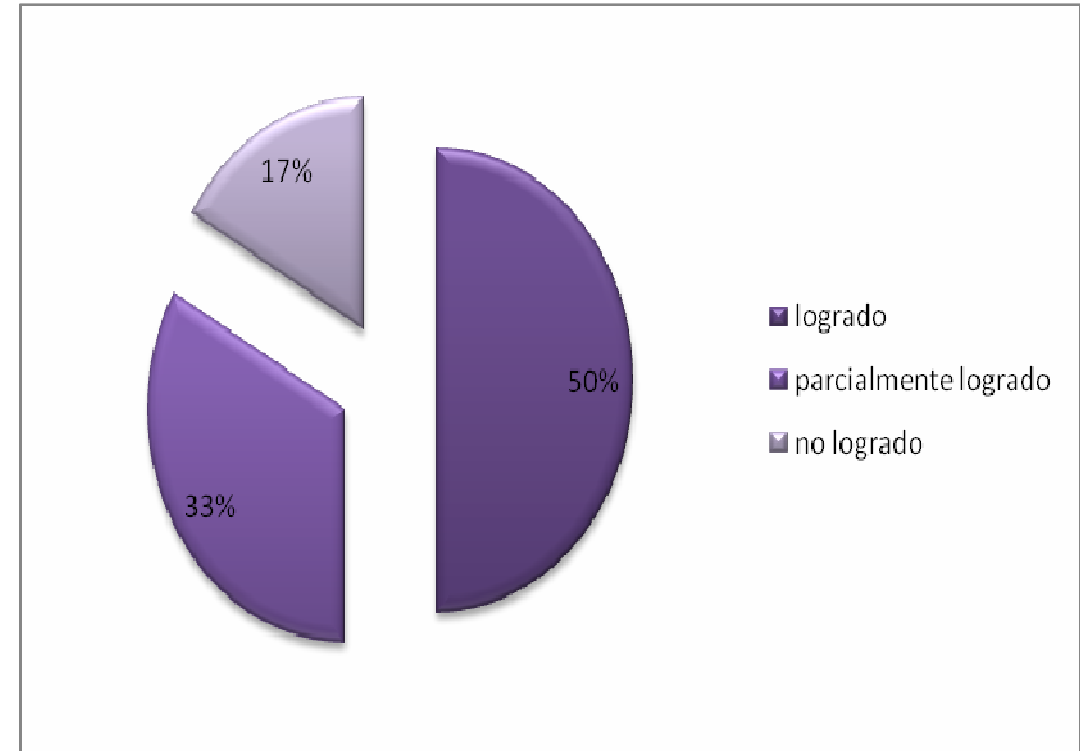
Grupo 6: Tercera etapa parcialmente lograda.

#### Análisis global de la tercera etapa.

Etapa no lograda: [60-179]

Etapa parcialmente lograda: [180-239]

Etapa lograda: [240-300]



**Según la cota global podemos afirmar que la Tercera etapa fue parcialmente lograda.**

## 4.5.2. Segunda categoría ( Análisis por descriptor)

### 4.5.2.1. Tabulación

N°	Descriptor	Grupo N°1	Grupo N° 2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N° 5	Grupo N°6	puntaje por descriptor	% por descriptor
1.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	4	3	3	23	76,67
1.2	Los estudiantes dominan los contenidos a desarrollar en el proyecto	4	5	5	4	3	3	24	80,00
1.3	Los estudiantes desarrollan la parte algebraica del proyecto sin dificultad	4	5	4	4	3	3	23	76,67
1.4	Los estudiantes desarrollan la parte grafica del proyecto sin dificultad	5	4	5	4	3	2	23	76,67
1.5	Los estudiantes desarrollan la parte verbal del proyecto sin dificultad	3	4	4	4	3	3	21	70,00
1.6	Los estudiantes crean variedades de productos notables sin problemas	4	5	5	4	3	4	25	83,33
1.7	Todos los estudiantes participan en esta etapa	4	5	5	5	2	3	24	80,00
1.8	Los estudiantes realizan consultas al profesor	4	3	5	5	3	4	24	80,00
1.9	Los estudiantes realizan consultas a otros grupos	5	3	4	5	3	5	25	83,33
1.10	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	5	5	2	4	25	83,33
1.11	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	5	5	2	3	23	76,67
1.12	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	5	5	3	4	27	90,00
2.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	5	5	5	5	2	4	26	86,67
2.2	Los estudiantes se reparten el trabajo en forma equitativa	4	4	4	4	3	5	24	80,00
2.3	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	4	4	3	4	23	76,67
2.4	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	4	5	2	2	23	76,67
2.5	Los estudiantes logran formar todas las piezas	3	5	4	4	3	4	23	76,67
2.6	Los estudiantes traspasan en forma ordenada la información a cada pieza	5	5	5	4	2	3	24	80,00
2.7	Los estudiantes utilizan diferentes recursos ( colores y formas) para completar cada pieza	5	5	5	4	2	4	25	83,33
2.8	Los estudiantes trabajan en forma conjunta, dividiéndose el trabajo	4	5	4	5	3	3	24	80,00

2.9	Se evidencia división del trabajo según habilidades particulares	4	5	4	4	2	4	23	76,67
2.10	Los estudiantes completan todas las piezas del puzzle	3	5	5	4	2	4	23	76,67
2.11	Los estudiantes logran armar su puzzle en forma exitosa	3	5	4	5	3	3	23	76,67
2.12	Se evidencia prolijidad y preocupación en el trabajo	3	5	5	5	2	3	23	76,67
3.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	5	2	3	23	76,67
3.2	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	4	5	3	5	26	86,67
3.3	Los estudiantes intercambian sus puzzles en forma ordenada	3	5	4	4	2	4	22	73,33
3.4	Los estudiantes examinan las piezas antes de calzarlas	4	5	5	4	1	2	21	70,00
3.5	Todos los estudiantes participan en la forma de armado	4	5	5	5	2	4	25	83,33
3.6	Los estudiantes separan las piezas por forma o por contenido	5	4	5	4	1	2	21	70,00
3.7	Los estudiantes realizan cálculos anexos para el armado del puzzle	4	4	4	4	1	4	21	70,00
3.8	Se evidencian diferentes estrategias de armado	3	4	4	5	1	2	19	63,33
3.9	Se realiza la actividad en forma responsable	4	5	5	5	1	3	23	76,67
3.10	Los estudiantes arman exitosamente los puzzles asignados	3	5	4	4	1	3	20	66,67
	puntaje por etapas	136	158	153	152	77	116		

#### 4.5.2.2. Análisis preliminar y gráfico

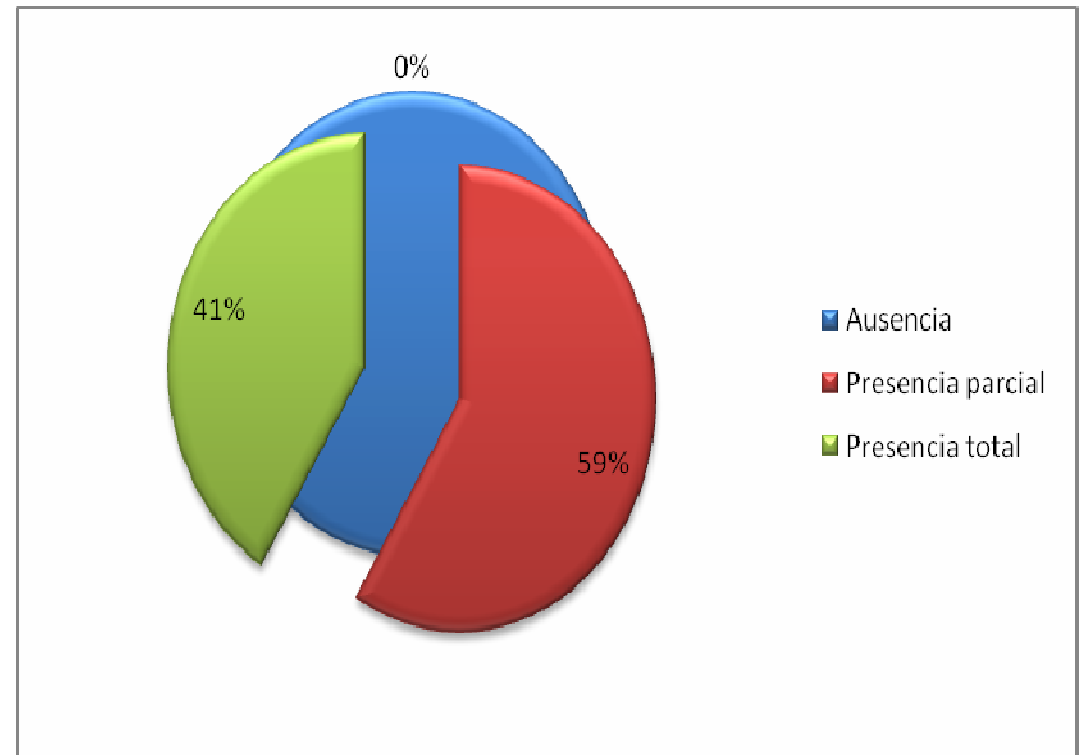
Ausencia Descriptor: [6-17]

Presencia Parcial Descriptor: [18-23]

Presencia Total Descriptor: [24-30]

Se analizara la cantidad de descriptores que Cumplen con las cotas, asignándole un color en la tabulación y su respectivo porcentaje respecto del total de descriptores, siendo el 100% 34 descriptores

color	Cantidad de descriptores	porcentaje
Ausencia	0	0%
Presencia parcial	20	58,82%
Presencia total	14	41,18%





### 4.5.3. Tercera categoría

#### 4.5.3.3. Hipótesis orientadas a la interacción de los contenidos tratados

##### 4.5.3.3.1. Hipótesis 1

*“En primera instancia los estudiantes tenderán a trabajar solamente con el registro algebraico, por ser el más usado a nivel de aula, generalmente, por los profesores”.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.2	4	5	5	4	3	3	24	80,00
1.3	4	5	4	4	3	3	23	76,67
1.6	4	5	5	4	3	4	25	83,33
3.7	4	4	4	4	1	4	21	70,00

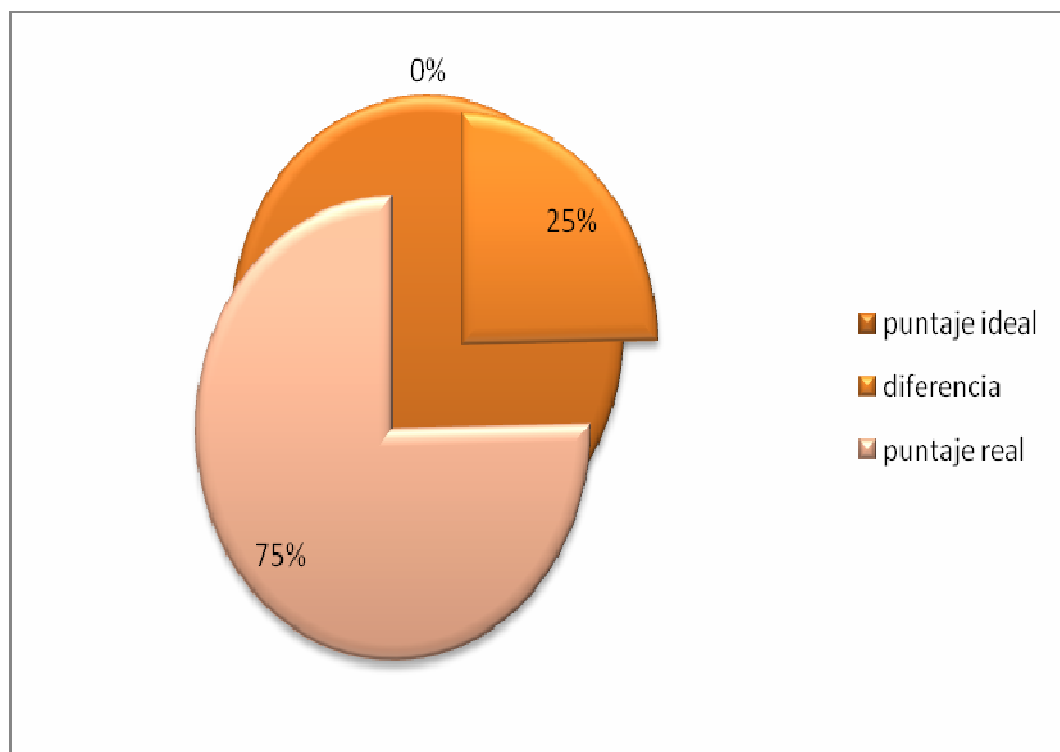
Rechazo Hipótesis: [24-71]

Aceptación Parcial Hipótesis: [72-95]

Aceptación Total Hipótesis: [96-120]

**Puntaje total: 93 puntos**

**Se acepta parcialmente la hipótesis**



#### 4.5.3.3.2. Hipótesis 2

“Se estima que aparecerán algunas dificultades en el plano del registro grafico o icónico al igual que el verbal”.

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.4	5	4	5	4	3	2	23	76,67
1.5	3	4	4	4	3	3	21	70,00
2.7	5	5	5	4	2	4	25	83,33
2.10	3	5	5	4	2	4	23	76,67
3.6	5	4	5	4	1	2	21	70,00

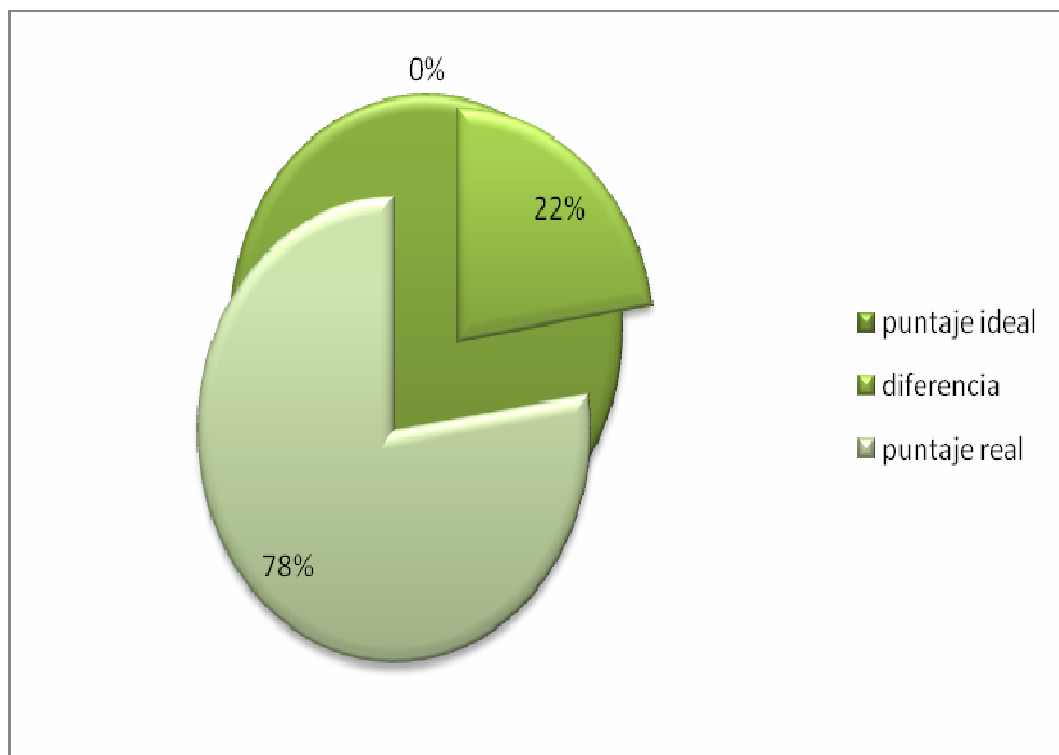
Rechazo Hipótesis: [30-89]

Aceptación Parcial Hipótesis: [90-119]

Aceptación Total Hipótesis: [120-150]

**Puntaje total: 113 puntos**

**Se acepta parcialmente la hipótesis**



#### 4.5.3.3.3. Hipótesis 3

*“Los grupos que sientan algunas dificultades para desarrollar la primera etapa de la actividad, tenderán a acercarse a otros grupos para resolver dudas y consultas. Esta acción fortalecerá las relaciones como grupo curso”.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.9	5	3	4	5	3	5	25	83,33

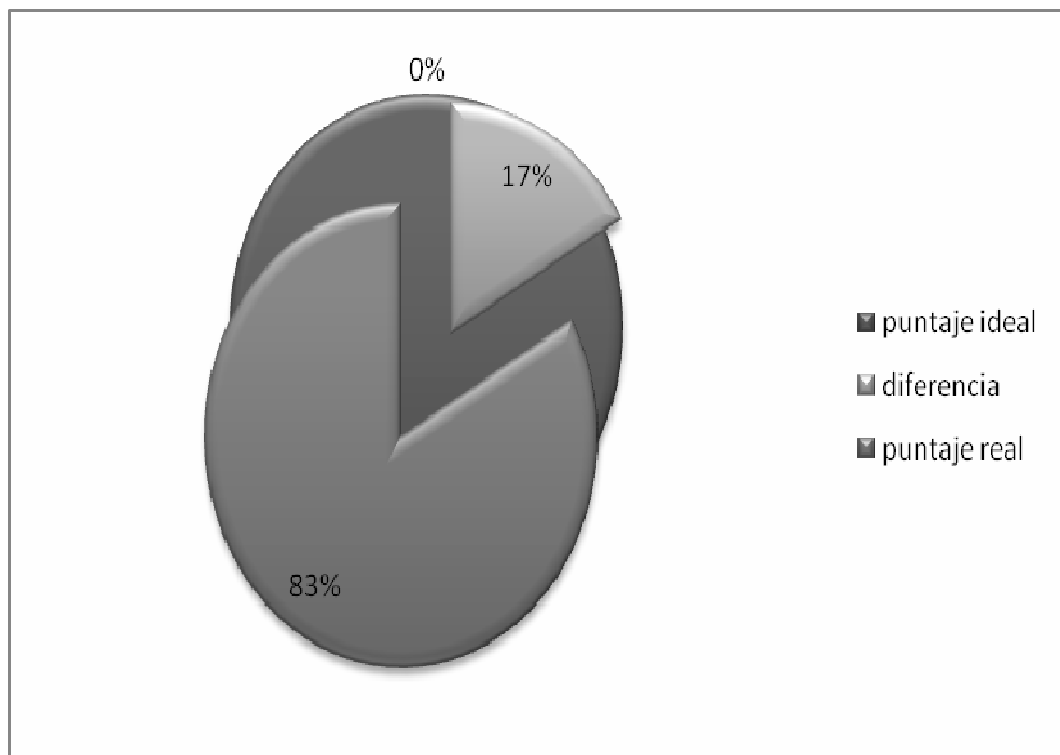
Rechazo Hipótesis: [6-17]

Aceptación Parcial Hipótesis: [18-24]

Aceptación Total Hipótesis: [25-30]

**Puntaje total: 25 puntos**

**Se acepta totalmente la hipótesis**



#### 4.5.3.3.4. Hipótesis 4

“Se prevé que se presentara algún grado de dificultad para poder reconocer cual es el objeto y cuáles son las representaciones del mismo, dudas que el profesor deba aclarar en su debido momento para facilitar el desarrollo de la actividad, pero en ningún momento deberá evidenciar la respuesta”.

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.8	4	3	5	5	3	4	24	80,00
1.9	5	3	4	5	3	5	25	83,33

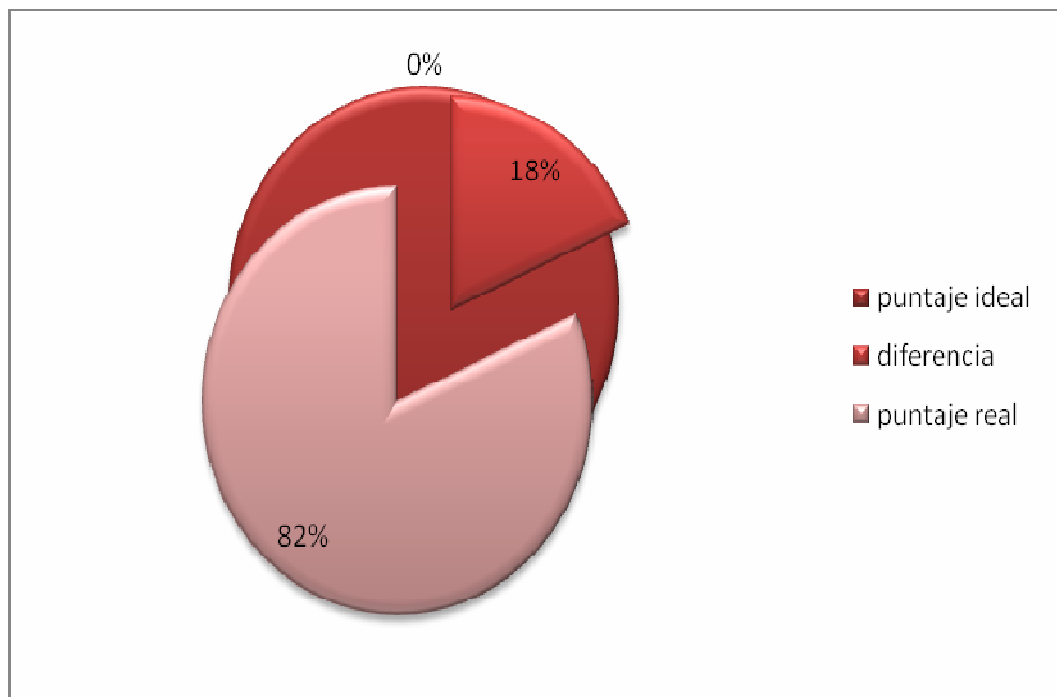
Rechazo Hipótesis: [12-35]

Aceptación Parcial Hipótesis: [36-47]

Aceptación Total Hipótesis: [48-60]

**Puntaje total: 49 puntos**

**Se acepta totalmente la hipótesis**



#### 4.5.3.4. Hipótesis orientadas a la actividad

##### 4.5.3.4.3. Hipótesis 1

*“Los estudiantes se dispondrán a trabajar en un ambiente más ameno ya que los equipos de trabajo serán conformados por personas con intereses comunes”.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.7	4	5	5	5	2	3	24	80,00

Rechazo Hipótesis: [6-17]

Aceptación Parcial Hipótesis: [18-23]

Aceptación Total Hipótesis: [24-30]

**Puntaje total: 24 puntos**

**Se acepta totalmente la hipótesis**

#### 4.5.3.4.4. Hipótesis 2

“Los grupos trabajaran en forma ordenada y proactiva, ya que se encontraran a gusto”.

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.10	4	5	5	5	2	4	25	83,33
1.12	5	5	5	5	3	4	27	90,00
2.2	4	4	4	4	3	5	24	80,00
2.5	3	5	4	4	3	4	23	76,67
2.8	4	5	4	5	3	3	24	80,00
3.2	4	5	4	5	3	5	26	86,67
3.9	4	5	5	5	1	3	23	76,67

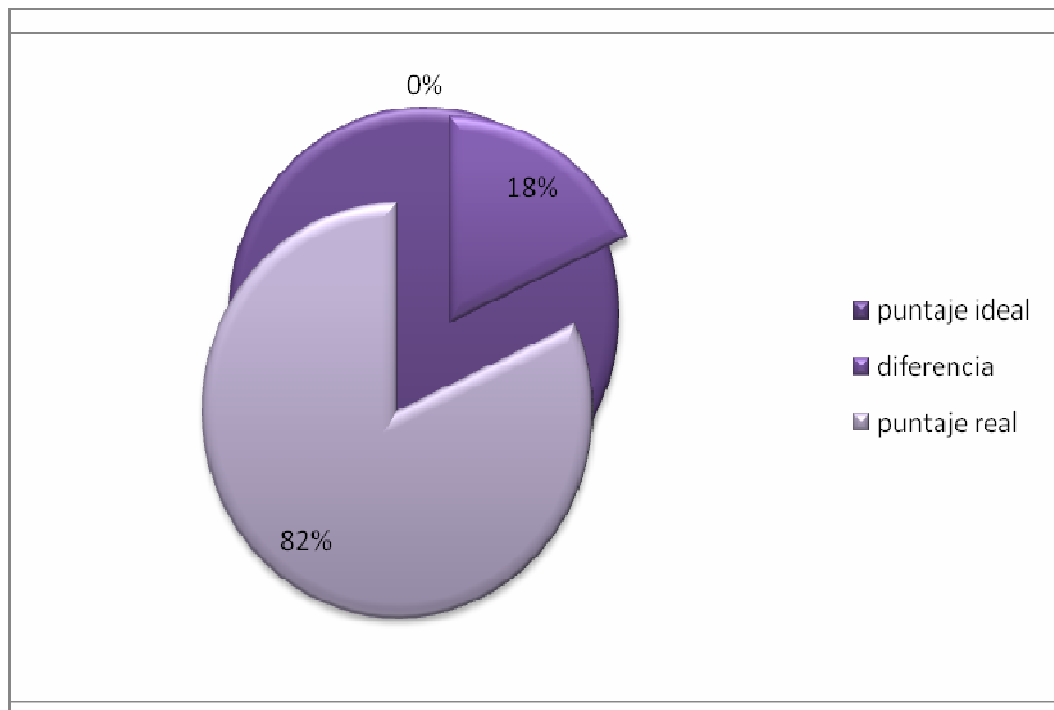
Rechazo Hipótesis: [42-125]

Aceptación Parcial Hipótesis: [126-167]

Aceptación Total Hipótesis: [168-210]

**Puntaje total: 172 puntos.**

**Se acepta totalmente la hipótesis.**



#### 4.5.3.4.5. Hipótesis 3

*“Se fortalecerá las relaciones dentro del grupo y entre grupos, lo que llevara a un clima agradable y propicio para el aprendizaje”.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.9	5	3	4	5	3	5	25	83,33
1.11	4	4	5	5	2	3	23	76,67
2.3	4	4	4	4	3	4	23	76,67

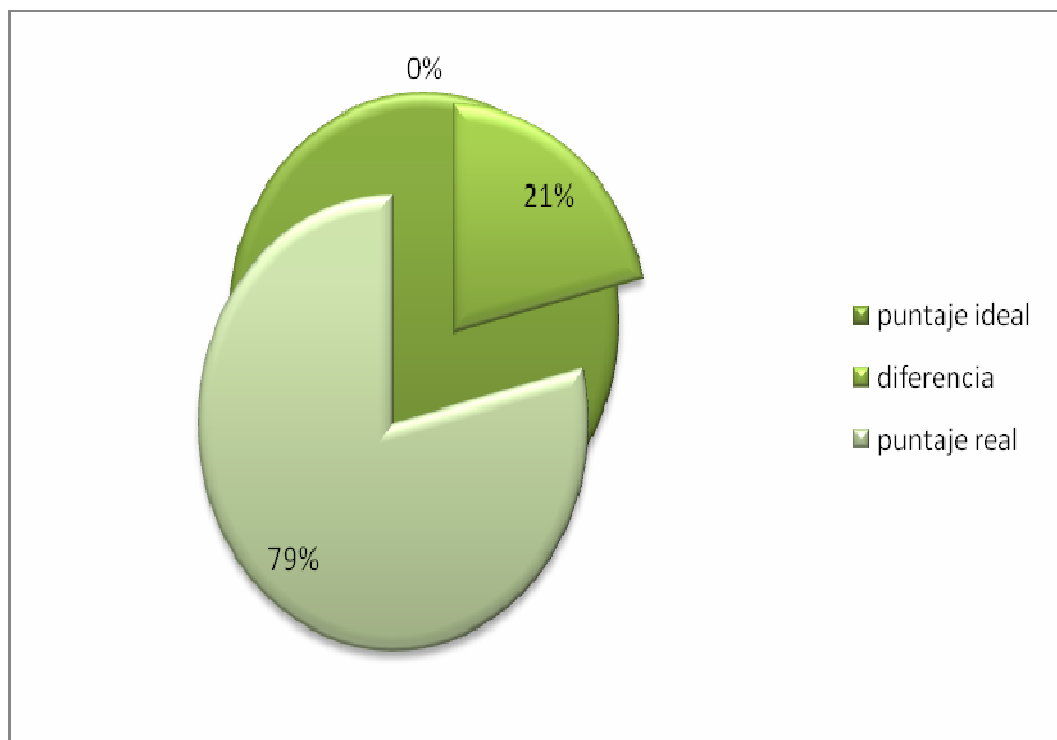
Rechazo Hipótesis: [18-53]

Aceptación Parcial Hipótesis: [54-71]

Aceptación Total Hipótesis: [72-90]

**Puntaje total: 71 puntos**

**Se acepta parcialmente la hipótesis.**



**Criterios específicos del dominio B del marco Para la Buena Enseñanza: Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje.**

**4.5.3.4.6. Criterio 1**

*B1: establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.12	5	5	5	5	3	4	27	90,00
2.4	5	5	4	5	2	2	23	76,67

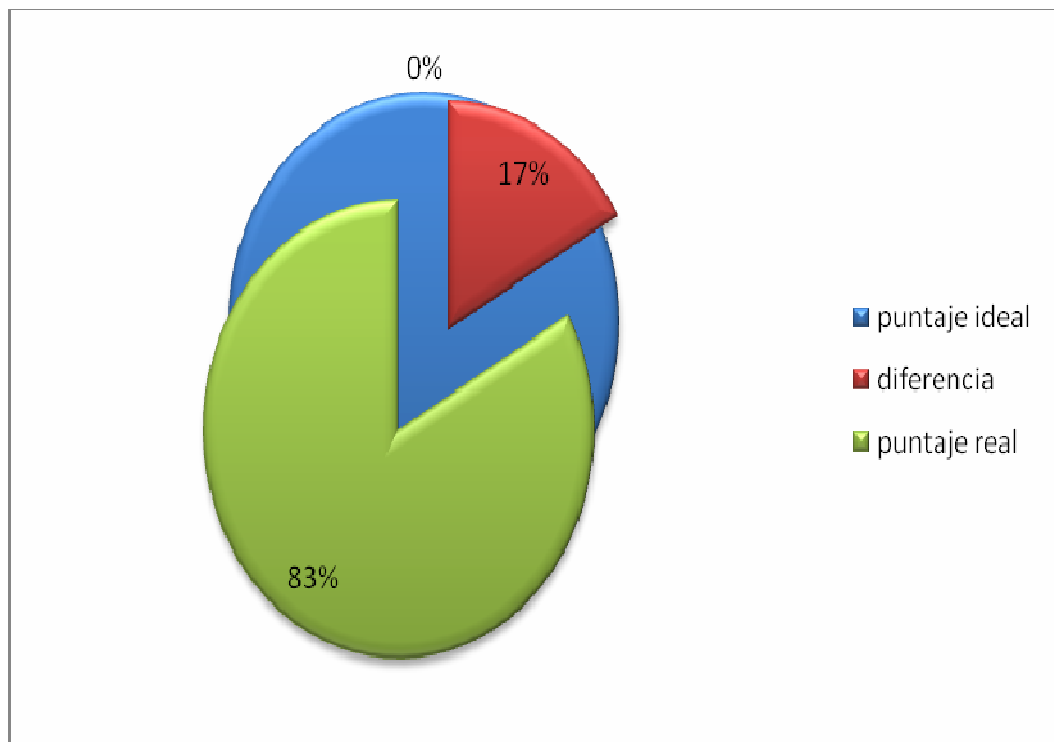
Ausencia Criterio: [12-35]

Presencia Parcial Criterio: [36-47]

Presencia Total Criterio: [48-60]

**Puntaje total: 50 puntos**

**Criterio 1 totalmente presente.**





#### 4.5.3.4.7. Criterio 2

*B4: Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
2.6	5	5	5	4	2	3	24	80,00

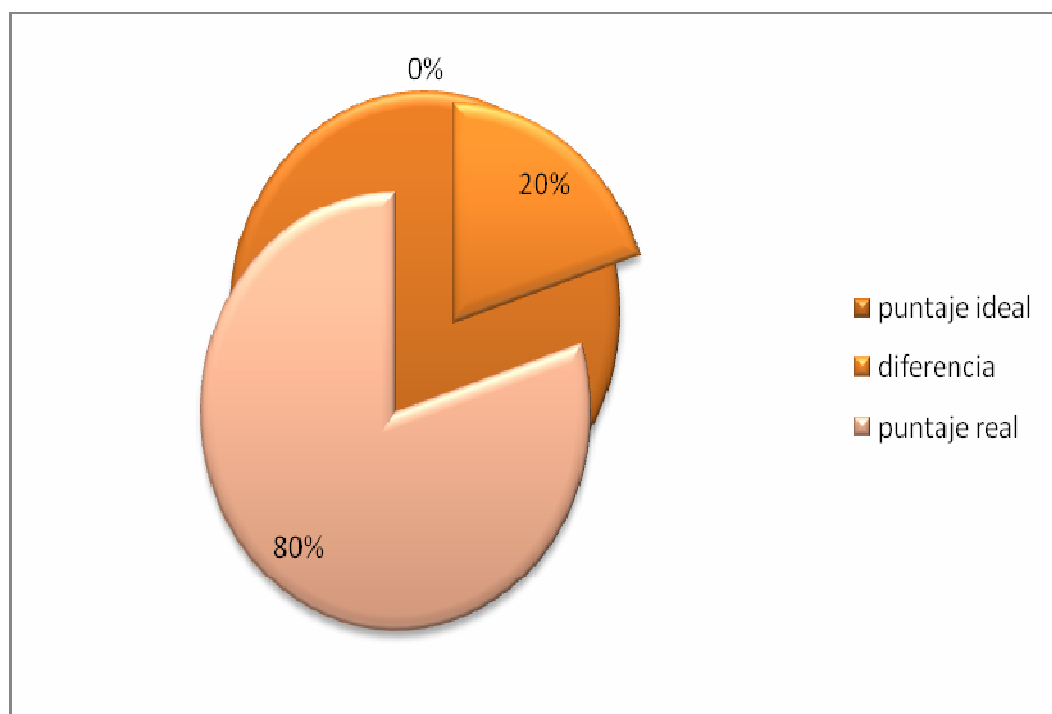
Ausencia Criterio: [6-17]

Presencia Parcial Criterio: [18-23]

Presencia Total Criterio: [24-30]

**Puntaje total: 24 puntos**

**Criterio 2 totalmente presente.**



**Criterios específicos del dominio C del marco para la buena enseñanza: Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes.**

**4.5.3.4.1. Criterio 1**

*CI: comunica en forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
1.1	4	5	4	4	3	3	23	76,67
2.1	5	5	5	5	2	4	26	86,67
3.1	4	5	4	5	2	3	23	76,67

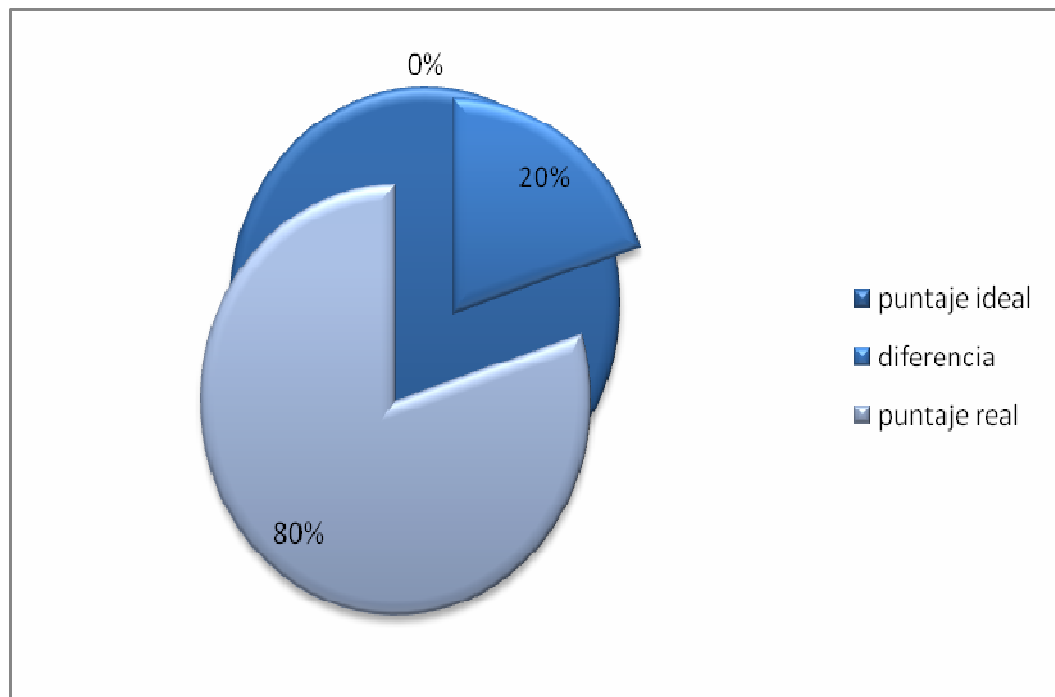
Ausencia Criterio: [18-53]

Presencia Parcial Criterio: [54-71]

Presencia Total Criterio: [72-90]

**Puntaje total: 72 puntos**

**Criterio 1 totalmente presente.**



#### 4.5.3.4.2. Criterio 2

*C2: las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
3.3	3	5	4	4	2	4	22	73,33
3.4	4	5	5	4	1	2	21	70,00
3.5	4	5	5	5	2	4	25	83,33

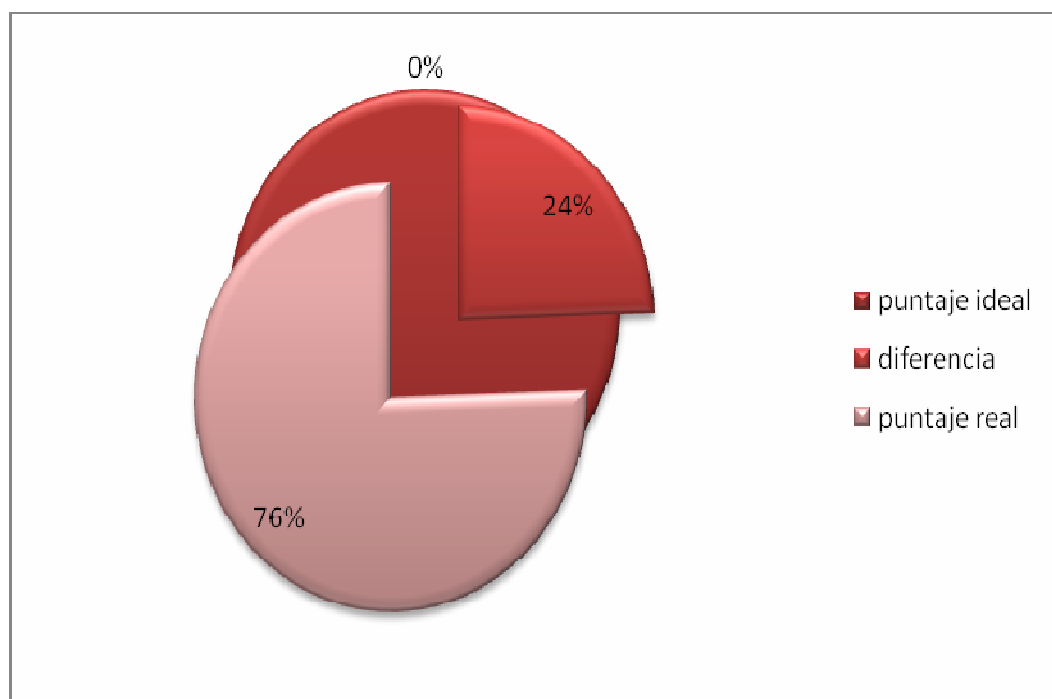
Ausencia Criterio: [18-53]

Presencia Parcial Criterio: [54-71]

Presencia Total Criterio: [72-90]

**Puntaje total: 68 puntos.**

**Criterio 2 parcialmente presente.**



#### 4.5.3.4.3. Criterio 3

*C5: Promueve el desarrollo del pensamiento*

Nº	Grupo N°1	Grupo N°2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N°5	Grupo N°6	Puntaje por descriptor	% por descriptor
2.9	4	5	4	4	2	4	23	76,67
2.11	3	5	4	5	3	3	23	76,67
3.8	3	4	4	5	1	2	19	63,33
3.10	3	5	4	4	1	3	20	66,67

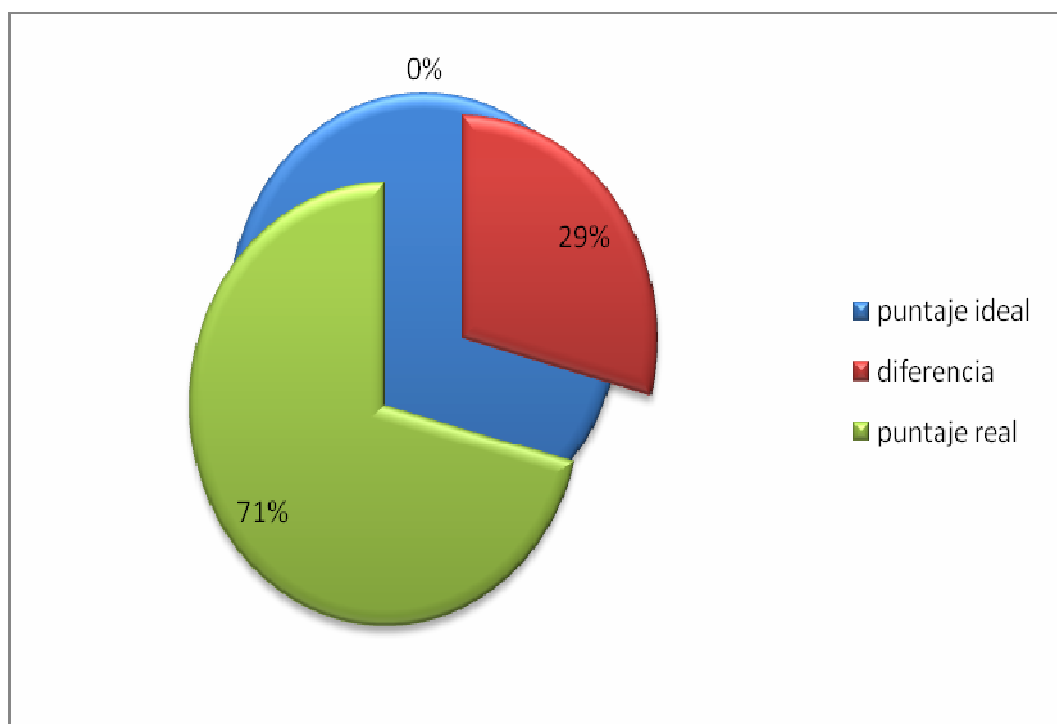
Ausencia Criterio: [24-71]

Presencia Parcial Criterio: [72-95]

Presencia Total Criterio: [96-120]

**Puntaje total: 85 puntos.**

**Criterio 3 parcialmente presente.**



#### 4.5.4. Cuarta Etapa

##### 4.5.4.3. Tabulación

N°	Descriptor	Grupo N°1	Grupo N° 2	Grupo N°3	Grupo N°4	Grupo N° 5	Grupo N°6	puntaje por descriptor
1.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	4	3	3	23
1.2	Los estudiantes dominan los contenidos a desarrollar en el proyecto	4	5	5	4	3	3	24
1.3	Los estudiantes desarrollan la parte algebraica del proyecto sin dificultad	4	5	4	4	3	3	23
1.4	Los estudiantes desarrollan la parte grafica del proyecto sin dificultad	5	4	5	4	3	2	23
1.5	Los estudiantes desarrollan la parte verbal del proyecto sin dificultad	3	4	4	4	3	3	21
1.6	Los estudiantes crean variedades de productos notables sin problemas	4	5	5	4	3	4	25
1.7	Todos los estudiantes participan en esta etapa	4	5	5	5	2	3	24
1.8	Los estudiantes realizan consultas al profesor	4	3	5	5	3	4	24
1.9	Los estudiantes realizan consultas a otros grupos	5	3	4	5	3	5	25
1.10	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	5	5	2	4	25
1.11	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	5	5	2	3	23
1.12	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	5	5	3	4	27
2.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	5	5	5	5	2	4	26
2.2	Los estudiantes se reparten el trabajo en forma equitativa	4	4	4	4	3	5	24
2.3	Se evidencia la presencia de un líder o director de grupo	4	4	4	4	3	4	23
2.4	Se establece un clima de confianza y solidaridad	5	5	4	5	2	2	23
2.5	Los estudiantes logran formar todas las piezas	3	5	4	4	3	4	23
2.6	Los estudiantes traspasan en forma ordenada la información a cada pieza	5	5	5	4	2	3	24

2.7	Los estudiantes utilizan diferentes recursos ( colores y formas) para completar cada pieza	5	5	5	4	2	4	25
2.8	Los estudiantes trabajan en forma conjunta, dividiéndose el trabajo	4	5	4	5	3	3	24
2.9	Se evidencia división del trabajo según habilidades particulares	4	5	4	4	2	4	23
2.10	Los estudiantes completan todas las piezas del puzzle	3	5	5	4	2	4	23
2.11	Los estudiantes logran armar su puzzle en forma exitosa	3	5	4	5	3	3	23
2.12	Se evidencia prolijidad y preocupación en el trabajo	3	5	5	5	2	3	23
3.1	Los estudiantes comprenden la actividad sin dificultades	4	5	4	5	2	3	23
3.2	Se establece un clima organizado de trabajo	4	5	4	5	3	5	26
3.3	Los estudiantes intercambian sus puzzles en forma ordenada	3	5	4	4	2	4	22
3.4	Los estudiantes examinan las piezas antes de calzarlas	4	5	5	4	1	2	21
3.5	Todos los estudiantes participan en la forma de armado	4	5	5	5	2	4	25
3.6	Los estudiantes separan las piezas por forma o por contenido	5	4	5	4	1	2	21
3.7	Los estudiantes realizan cálculos anexos para el armado del puzzle	4	4	4	4	1	4	21
3.8	Se evidencian diferentes estrategias de armado	3	4	4	5	1	2	19
3.9	Se realiza la actividad en forma responsable	4	5	5	5	1	3	23
3.10	Los estudiantes arman exitosamente los puzzles asignados	3	5	4	4	1	3	20
	puntaje por etapas	136	158	153	152	77	116	<b>792</b>

#### 4.5.4.4. Análisis preliminar y gráfico

No Logrado: [34-101]

Parcialmente Logrado: [102-135]

Logrado: [136-170]

Grupo 1: Actividad totalmente lograda.

Grupo 2: Actividad totalmente lograda.

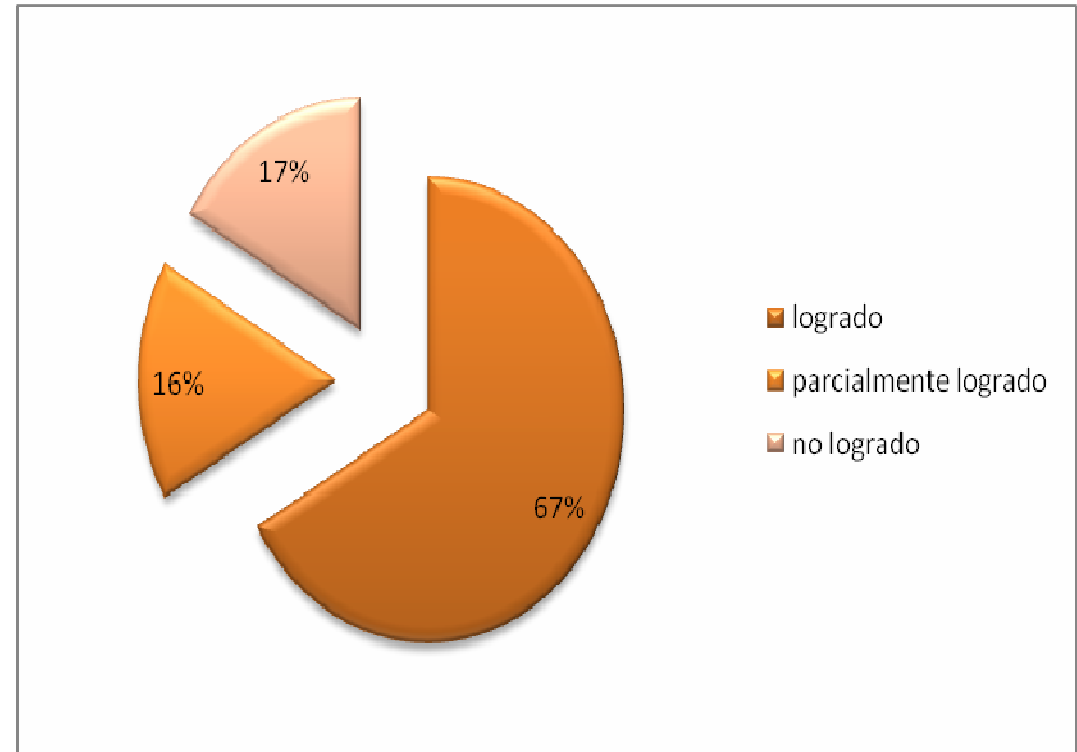
Grupo 3: Actividad totalmente lograda.

Grupo 4: Actividad totalmente lograda.

Grupo 5: Actividad no lograda

Grupo 6: Actividad parcialmente lograda.

**Evaluación global de la actividad es  
Parcialmente lograda**



## **CAPITULO V: CONCLUSIONES**

### **5. Introducción**

La ingeniería didáctica fue el marco metodológico escogido para la realización de esta actividad, lo cual nos permite concluir en base a las tres dimensiones que fueron definidas en el marco teórico, por esta razón las conclusiones finales que se desprenden después de aplicar la actividad y recoger los datos se pueden agrupar bajo estas dimensiones, gracias a la modalidad de categorías independientes de análisis divididas en descriptores.

Durante y después de la aplicación de la actividad evidenciamos las fortalezas y debilidades de cada una de las dimensiones, las cuales quedaron plasmadas en los datos tabulados y acotados en el capítulo IV, donde se desprenden las conclusiones preliminares, que representan solamente grados de rechazo o aceptación.

Las hipótesis levantadas en el análisis a priori a igual que los criterios escogidos de los dominios B y C del Marco para la Buena Enseñanza están agrupadas debidamente en cada dimensión de acuerdo a sus orientaciones específicas.

En este apartado se analizara en base a la experiencia vivida y los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de esta tesis, cada una de las dimensiones y los datos que corresponden a ella.

#### **5.1. Dimensión Epistemológica**

Esta etapa está enfocada a los conocimientos matemáticos en base al contenido específico tratado que debe manejar el estudiante en el nivel de 1º año de enseñanza media y que están estipulados en los planes y programas dictados por el Ministerio de Educación. En base a los puntajes obtenidos en las tabulaciones y por la observación periódica in situ del progreso de la primera etapa de la actividad podemos afirmar que esta etapa fue totalmente lograda, sin mayores inconvenientes por parte de la mayoría de los grupos conformados.



Siendo esta una dimensión en la que el conocimiento (saber sabio), cobra mayor relevancia, la mayoría de los grupos desarrollo esta etapa sin grandes dificultades, ya que está basada en cálculos de productos notables conocidos por los estudiantes.

Se presentaron obstáculos al momento de intentar desarrollar un objeto como por ejemplo cuadrado de binomio, en otros registros de representación semiótica que no son ocupados habitualmente en clases, como el registro geométrico y el registro verbal. Este obstáculo que efectivamente se presento esta desglosado en varias hipótesis a priori, ya que el objetivo principal de esta tesis es que esta obstáculo debería presentarse, para observar su raíz y poder corregir esta dificultad a través de la actividad propuesta.

Esta dificultad presentada como hipótesis a priori con su respectivo nivel de aceptación:

- *“En primera instancia los estudiantes tenderán a trabajar solamente con el registro algebraico, por ser el más usado a nivel de aula, generalmente, por los profesores”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta parcialmente la hipótesis.**

- *“Se estima que aparecerán algunas dificultades en el plano del registro grafico o icónico al igual que el verbal”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta parcialmente la hipótesis.**

- *“Se prevé que se presentara algún grado de dificultad para poder reconocer cual es el objeto y cuáles son las representaciones del mismo, dudas que el profesor deba aclarar en su debido momento para facilitar el desarrollo de la actividad, pero en ningún momento deberá evidenciar la respuesta”*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta la hipótesis.**

- *“Los grupos que sientan algunas dificultades para desarrollar la primera etapa de la actividad, tenderán a acercarse a otros grupos para resolver*

*dudas y consultas. Esta acción fortalecerá las relaciones como grupo curso”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta la hipótesis.**

- **Criterio 3**

*CI: comunica en forma clara y precisa los objetivos de aprendizaje*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación este criterio está claramente presente.**

- **Primera etapa de la actividad : Proyecto**

**Esta actividad esta lograda totalmente.**

De acuerdo a la evaluación de las hipótesis y los criterios asociados a esta dimensión además de la primera etapa podemos concluir que los estudiantes presentan claras fortalezas en el área epistemológica, ya que a pesar de tener el obstáculo de no reconocer en forma inmediata el objeto de su representación, tener dificultades para representar un objeto en diferentes registros de representación semiótica, como lo demuestran las hipótesis, pudieron llevar a cabo la etapa con éxito.

## **5.2. Dimensión Cognitiva**

Esta dimensión está enfocada en como el estudiante forma sus esquemas para aprehender un cierto contenido, de qué forma ordena sus esquemas mentales y las estrategias necesarias para lograr un aprendizaje.

Bajo esta premisa los estudiantes trabajaron en la construcción del puzzle, siendo fuertemente un trabajo manual, en el cual juegan roles importantes ideas como razonamiento matemático, uso de un orden lógico, configuración espacial y desarrollo del pensamiento. En esta dimensión encontramos dificultades de tipo cognitivo, donde algunos estudiantes no fueron capaces de extrapolar un puzzle a escala a piezas reales, para algunos estudiantes la actividad no fue considerada atractiva.

Los criterios asociados a esta dimensión son:

- **Criterio 4**

*C2: las estrategias de enseñanza son desafiantes, coherentes y significativas para los estudiantes.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación este criterio está parcialmente presente.**

- **Criterio 5**

*C5: Promueve el desarrollo del pensamiento*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación este criterio está parcialmente presente.**

- **Segunda etapa de la actividad : Construcción y factura**

**Esta actividad está parcialmente lograda.**

Como se puede apreciar en las evaluaciones de los criterios y la evaluación de la segunda etapa, evidenciamos que existieron obstáculos que no permitieron llevar a cabo esta etapa en forma íntegra.

Una de las razones fue que al trabajar en grupos formados por afinidad, y siendo esta etapa la que mas contacto tienen entre compañeros ya que es la parte netamente manual, algunos estudiantes se dedicaron a conversar y realizar desorden, por lo cual baja el puntaje de observación de la pauta, existiendo un grupo en específico que trabajo muy poco.

Otro factor que dificultó la realización de esta etapa fue la manipulación de piezas, las cuales generaron problemáticas en algunos grupos, pero que dieron pie a relacionarse con otros grupos a fin de solucionarlo. Cabe destacar que es atractivo observar como un estudiante intenta traspasar su forma de configuración espacial a otro estudiante, de manera que él pueda ver claramente lo que para el que enseña, es evidente.

A pesar de eso más de la mitad del curso trabajo a gusto y en forma consciente, ya que les pareció atractiva la propuesta.

### 5.3. Dimensión Didáctica

En esta dimensión se enfoca principalmente a la forma en que los estudiantes se relacionan entre ellos en un grupo y entre grupos, de manera de lograr aprendizaje de contenidos y actitudes, las cuales se ven reforzadas o debilitadas dependiendo del comportamiento del grupo curso.

Además se analiza la aprehensión de un objeto matemático en la medida que sepa reconocerlo dentro de una gama de representaciones, pudiendo encontrar las características invariantes que lo califican.

- *“Los estudiantes se dispondrán a trabajar en un ambiente más ameno ya que los equipos de trabajo serán conformados por personas con intereses comunes”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta parcialmente la hipótesis.**

- *“Los grupos trabajaran en forma ordenada y proactiva, ya que se encontraran a gusto”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta la hipótesis.**

- *“Se fortalecerá las relaciones dentro del grupo y entre grupos, lo que llevara a un clima agradable y propicio para el aprendizaje”.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación se acepta parcialmente la hipótesis.**

- **Criterio 1**

*B1: establece un clima de relaciones de aceptación, equidad, confianza, solidaridad y respeto.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación este criterio está claramente presente.**

- **Criterio 2**

*B4: Establece un ambiente organizado de trabajo y dispone los espacios y recursos en función de los aprendizajes.*

**De acuerdo a los datos tabulados y su respectiva evaluación este criterio está claramente presente.**

- **Tercera etapa de la actividad : Cambio y Armado**

**Esta actividad está parcialmente lograda.**

De acuerdo a las evaluaciones de las hipótesis y la tercera etapa de la actividad, vemos que solo está parcialmente lograda esta dimensión.

Una de las posibles causas fue que los estudiantes ahora deben armar un puzzle que ellos no construyeron, siendo este una prueba para demostrar si son capaces de reconocer diferentes representaciones semióticas de un mismo objeto, además de identificar claramente las propiedades invariantes de este, lo que permite reconocerlo fácilmente independiente del registro en el cual se encuentre representado.

Analizándola como dimensión podemos ver que es en esta etapa donde más dificultades podemos encontrar, ya que en este nivel los estudiantes deben alcanzar un nivel de abstracción que les permita tener un pasaje fluido y natural dentro de un mismo registro como entre diferentes registros. Esta condición se evidencio cuando los estudiantes lograron calzar con éxito un puzzle que no conocían, lo cual permite concluir que reconocieron las propiedades invariantes del objeto matemático e identificar claramente sus representaciones.

Como primera experiencia de esta actividad, y tomando en cuenta que la cota para aceptar parcialmente un criterio u hipótesis es del 60%, podemos afirmar que los estudiantes lograron identificar el objeto para poder armar el puzzle que diseñaron sus compañeros ya que para calzarlo debían encontrar un mismo objeto en diferentes representaciones, lo cual nos indica que lograron discriminar algunas propiedades invariantes de los productos notables, lo cual los hace reconocibles.

#### **5.4. Conclusión general de la actividad**

A modo de conclusión general podemos afirmar que la actividad se realizo con éxito, ya que al evaluar mediante puntaje las tres etapas, podemos afirmar que se realizo como se esperaba, tomando en cuenta que esperábamos

encontrar las dificultades de tipo didáctica como lo son los cambios de registro de representación semiótica, cambios que no son naturales en el sujeto cognoscente.

Cabe destacar también que a pesar de que la experiencia de hacer trabajar estudiantes en grupos por afinidad se corre el riesgo de que algún grupo no trabaje o se dedique a hacer cualquier otra actividad ajena a la que se le encomendó.

El análisis global de cada descriptor arroja que no ningún descriptor de los definidos en la recolección de datos está ausente, lo cual nos indica que de una u otra forma todas las hipótesis y criterios están presentes dentro de la actividad de menor o mayor manera.

La realización de la actividad efectivamente logro clarificar el concepto de registro de representación semiótica en gran parte de los estudiantes, los cuales identificaron el objeto en cada una de las partes del puzzle, lo que permitió que realizaran la tercera etapa de la actividad con éxito en la mayoría de los estudiantes.

El objetivo transversal que se logro con esta actividad, fue la interacción que se dio en los grupo de trabajo y manifestándose los valores de solidaridad y responsabilidad. Fueron capaces de tomar decisiones, elegir un líder y en ocasiones pedir o brindar ayuda a otros grupos

A modo de reflexión como grupo de tesistas, encontramos que la actividad tiene algunas falencias las cuales son perfectibles, pero solo lo sabríamos después de aplicarla. La experiencia de innovar en la forma de enseñar un contenido matemático es satisfactoria, sobre todo cuando se usa algo innato en el ser humano como es la capacidad de jugar.

Esta experiencia sirvió tanto para nosotras para poder llevar a buen término la presente tesis, como para los estudiantes a los cuales las aplicamos, no pretendíamos en ningún momento obtener puntajes perfectos, encontramos las dificultades que esperábamos, pero la disposición para aprender y la felicidad de los estudiantes al ver que las matemáticas no son tan “fomes y feas” y que además se puede aprender “jugando” con ellas, es la mejor conclusión.

## BIBLIOGRAFIA

Ausubel, D.P. (1968): *Educational psychology: a cognitive view*. Página 79 New York, Holt, Rinehart and Winston.

De Guzmán, M. (1984): *Juegos Matemáticos en la Enseñanza*. Facultad de matemáticas, Universidad Complutense de Madrid. Publicado en Actas de IV jornada sobre aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, Santa Cruz de Tenerife.

Duval R. (1999): *Semiosis y pensamiento humano*. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.

Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica: Estudio de la función logaritmo*. Tesis de Maestría en el DME- Cinvestav, IPN 23 de mayo de 2001.

Gardner Martin, 1987, Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas, capítulo 16, página 209

Gómez, Pedro; Kilpatrick, Jeremy; Rico, Luis (1995). *Educación matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Manterola, M (2005). *Psicología educativa: Conexiones con la sala de clases*. (3<sup>a</sup> Edición).Chile: Universidad Católica Silva Henríquez.

Ministerio de Educación (2004): *Matemática, Programa de estudio, Primer año medio*. Formación general educaron media, Unidad de evaluación y currículo, República de Chile. Pág. 77

Palacios, J., Oliva, A. (1999). *Desarrollo Psicológico y Educación*. Capítulo16: La adolescencia y su significado evolutivo. Editorial Alianza, España

Palacios J, Oliva A. (1999): *Desarrollo Psicológico y Educación*. Capítulo 18: Desarrollo de la personalidad durante la adolescencia. Editorial Alianza, España

Palacios, J., Oliva, A. (1999). *Desarrollo Psicológico y Educación*. Capítulo19: Desarrollo social durante la adolescencia. Editorial Alianza, España

Vergnaud, Gérard. "Sobre el constructivismo". Contenido en: Ontiveros Quiroz, Sofía Josefina (comp.) *Antología. Aspectos epistemológicos de la educación matemática*. Centro de Investigación en Ciencias Básicas, Universidad Autónoma de Querétaro: México.

***Enlaces o Sitios Web***

<http://lefmvespertino.usach.cl/pdf/educacion1/lectura3matprimeromedia.pdf>

<http://www.uaq.mx/maticas/vlarios/xart04.html>

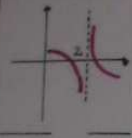

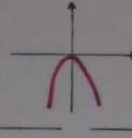
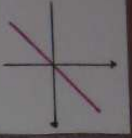
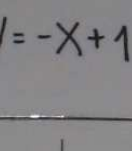
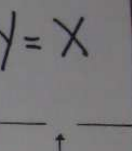
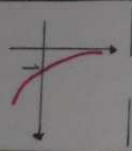
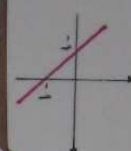
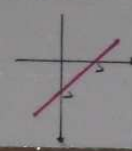
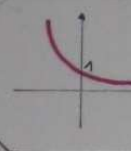
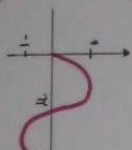
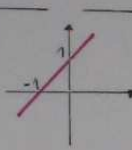
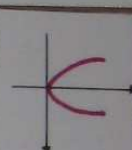
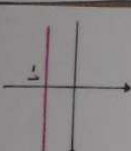
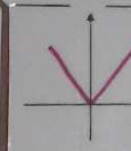
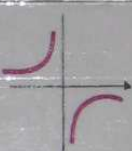
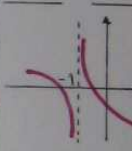
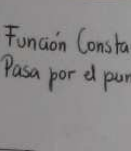
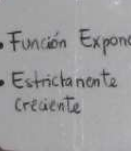
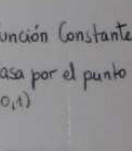

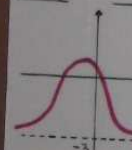
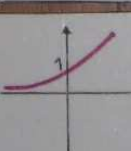


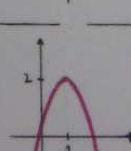
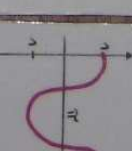
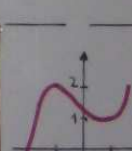
[http://ima.ucv.cl/lconsigliere/archivos/didactica\\_de\\_las\\_funciones\\_2003/Semiosis.doc](http://ima.ucv.cl/lconsigliere/archivos/didactica_de_las_funciones_2003/Semiosis.doc)

<http://www.somece.org.mx/memorias/2000/docs/252.DOC>

<http://www.curriculum-mineduc.cl/curriculum/mapas-de-progreso/matematica/>



# ANEXOS

 <ul style="list-style-type: none"> <li>• La gráfica presenta una asíntota vertical <math>x=2</math></li> </ul>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>• Función parte entera</li> </ul>	$y = -x^2$ 	$y = -x^2$ 
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Logarítmica</li> <li>• Estrictamente Decreciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función parte entera</li> </ul>	$y = -x + 1$ 	$y = x$ 
	$y = -x - 1$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• La pendiente es -1</li> <li>• Pasa por los puntos <math>(-1, 0)</math> y <math>(0, -1)</math></li> </ul>		
$y = \log_{0.5}(x)$		$y = -x + 1$	$y = x^2$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Seno</li> </ul> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente Decreciente</li> </ul>	$y = x + 1$ 	$y = x + 1$ 
$y = -1$	$y = 0.5^x$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función de proporcional inversa</li> <li>• Presenta asíntota vertical</li> <li>• Presenta asíntota horizontal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un mínimo en <math>(0, 0)</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Valor Absoluto</li> </ul> 	$y =  x $ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La gráfica presenta una asíntota vertical <math>x = -1</math></li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, -1)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una hipérbola equilátera</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Valor Absoluto</li> </ul>	$y = e^x$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La gráfica presenta una asíntota horizontal <math>y = -3</math></li> </ul> 
$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	$y = e^{-x}$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Logarítmica</li> <li>• Negativa</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una hipérbola equilátera</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	$y = \cos(x)$ 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Logarítmica</li> <li>• Negativa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un máximo en el punto <math>(1, 2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	$y = 1$ 
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un máximo en el punto <math>(1, 2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un máximo en el punto <math>(1, 2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un máximo en el punto <math>(1, 2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Su gráfica es una parábola</li> <li>• Presenta un máximo en el punto <math>(1, 2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Exponencial</li> <li>• Estrictamente creciente</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Coseno</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Función Constante</li> <li>• Pasa por el punto <math>(0, 1)</math></li> </ul>

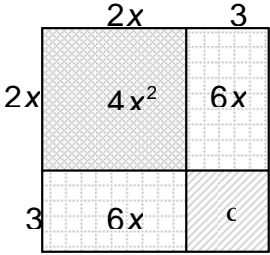
## Hoja de proyecto

### Indicaciones:

- Para completar la hoja de proyecto debes inventar 16 ejercicios de productos notables y desarrollarlos de la forma que se te presenta en el ejemplo.
- Los productos notables que pueden ocupar son los siguientes: cuadrado de binomio, suma por su diferencia, binomios con un término común, cuadrado de trinomio.
- Debes completar todas las casillas para poder construir el puzzle en forma correcta.

### Integrantes del grupo

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

	Registro Algebraico Abreviado (A)	Registro algebraico (B) desarrollado	Registro Grafico (C)	Registro verbal (D)
1 E J E M P L O	<b>1A</b>  $(2x+3)^2$	<b>1B</b>  $4x^2 + 12x + 9$	<b>1C</b>  	<b>1D</b>  El cuadrado del doble de un numero aumentado en tres unidades

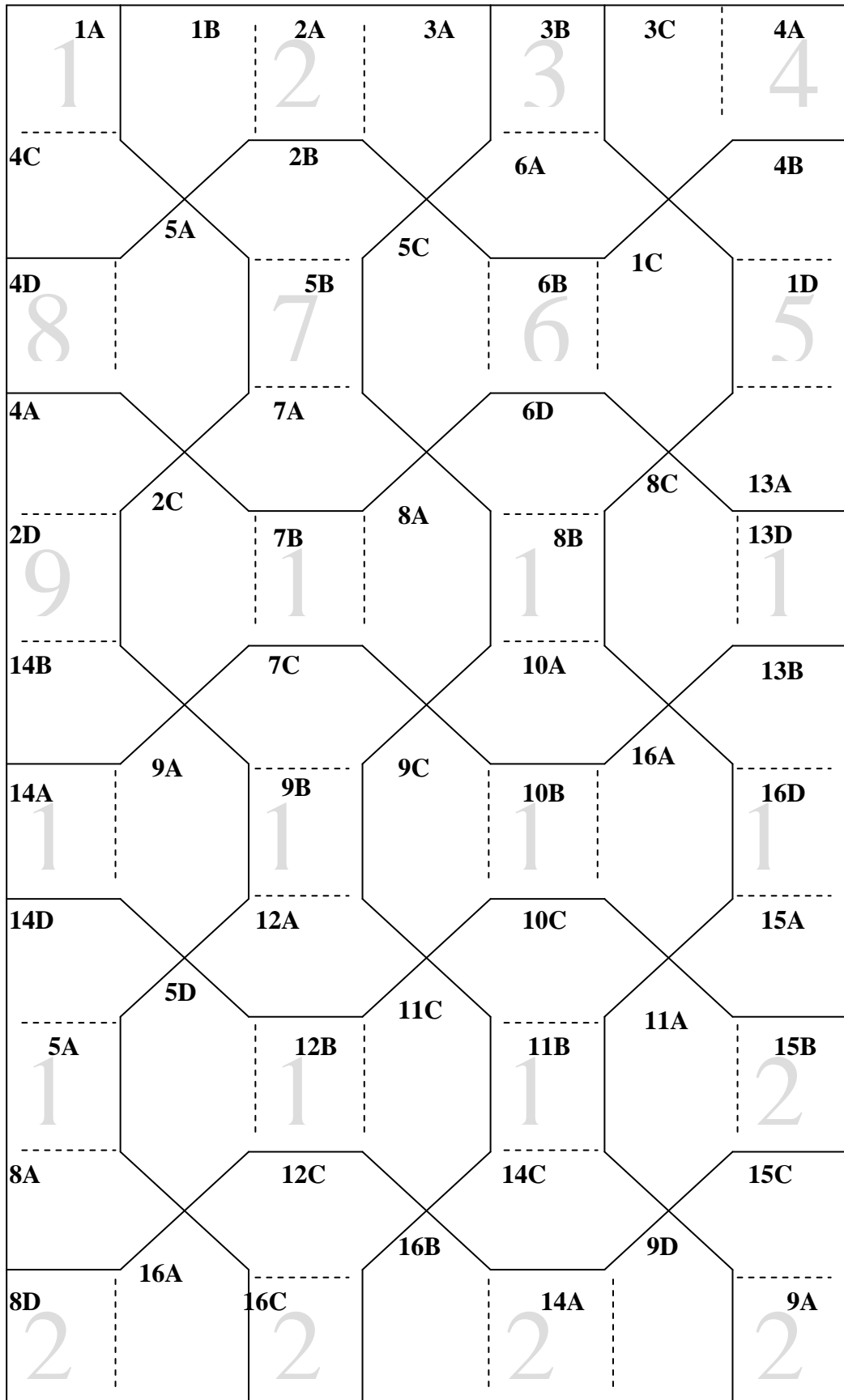
2	<b>2A</b>	<b>2B</b>	<b>2C</b>	<b>2D</b>
3	<b>3A</b>	<b>3B</b>	<b>3C</b>	<b>3D</b>
4	<b>4A</b>	<b>4B</b>	<b>4C</b>	<b>4D</b>
5	<b>5A</b>	<b>5B</b>	<b>5C</b>	<b>5D</b>

6	6A	6B	6C	6D
7	7A	7B	7C	7D
8	8A	8B	8C	8D
9	9A	9B	9C	9D

10	10A	10B	10C	10D
11	11A	11B	11C	11D
12	12A	12B	12C	12D
13	13A	13B	13C	13D

14	<b>14A</b>	<b>14B</b>	<b>14C</b>	<b>14D</b>
15	<b>15A</b>	<b>15B</b>	<b>15C</b>	<b>15D</b>
16	<b>16A</b>	<b>16B</b>	<b>16C</b>	<b>16D</b>

# HOJA PUZZLE





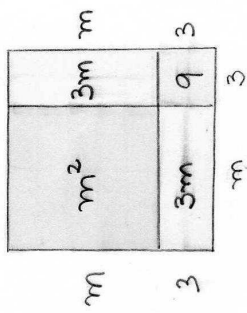
### 3.3.1.1 Hoja de proyecto

#### Indicaciones:

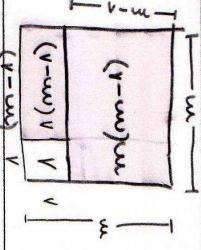
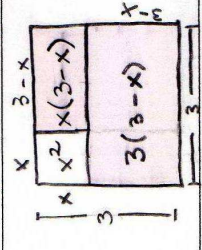
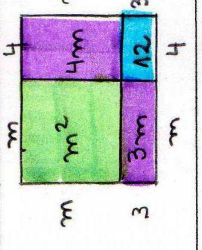
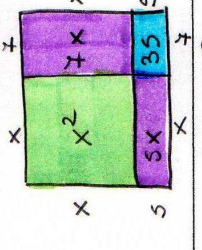
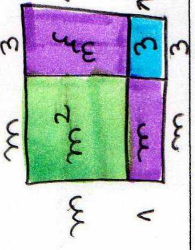
- Para completar la hoja de proyecto debes inventar 16 productos notables y desarrollarlos de la forma que se te presenta en el ejemplo.
- Se recuerda que los productos notables que pueden ocupar son los siguientes: cuadrado de binomio, suma por su diferencia, binomios con un término común, cubo de binomio, cuadrado de trinomio.
- Debes completar todas las casillas para poder completar el puzzle en forma correcta.

#### Integrantes del grupo

1	Richard Bertron
2	Jorge Valdebenito
3	Ivo Stock
4	Gabriel Soto
5	Bastian Jimenez
6	Francisco Morgan
7	María Oyarzun

	Registro Algebraico Abreviado (A)	Registro algebraico (B) desarrollado	Registro Grafico (C)	Registro verbal (D)
1	1A $(m+3)^2$	1B $m^2+6m+9$	1C 	1D El cuadrado de, un número aumentado en 3 unidades

2	2A	$(5+x)^2$	2B	$25+10x+x^2$	2C		2D	El cuadrado de, 5 unidades aumentado en x
3	3A	$(m-1)^2$	3B	$m^2-2m+1$	3C		3D	El cuadrado de, un número disminuido en 1 unidad
4	4A	$(3-x)^2$	4B	$9-6x+x^2$	4C		4D	El cuadrado de, tres disminuido en x unidades
5	5A	$(m+3)(m-3)$	5B	$m^2-9$	5C		5D	Un número aumentado en 3 unidades multiplicado por el mismo número disminuido en 3
6	6A	$(5+x)(5-x)$	6B	$25-x^2$	6C		6D	5 aumentado en x unidades, multiplicado por el 5 disminuido en x unidades.

7A $(m-1)(m+1)$	7B $m^2 - 1$	7C 	7D Un número aumentado en 1 unidad, multiplicado por el mismo número disminuido en 1
8A $(3-x)(3+x)$	8B $9 - x^2$	8C 	8D 3 aumentado en x unidades, multiplicado por el 3 disminuido en x unidades
9A $(m+3)(m+4)$	9B $m^2 + 7x + 12$	9C 	9D Un n° aumentado en 3 unidades multiplicado por el mismo n° aumentado en 4 unidades
10A $(x+5)(x+7)$	10B $x^2 + 12x + 35$	10C 	10D Un n° aumentado en 5 unidades multiplicado por el mismo n° aumentado en 4 unidades
11A $(m+1)(m+3)$	11B $m^2 + 4m + 3$	11C 	11D Un n° aumentado en 1 unidad multiplicado por el mismo n° aumentado en 3 unidades

12	12A	$(3-x)(5-x)$	12B	$15 - 8x + x^2$	12C		12D	3 disminuido en x unidades multiplicado por 5 disminuido en x unidades
13	13A	$(3+x+4)^2$	13B	$9 + x^2 + 16 + 6x + 24 + 8x$	13C		13D	3 aumentado en x unidades más 4, al cuadrado
14	14A	$(x+5+7)^2$	14B	$x^2 + 25 + 49 + 10x + 14x + 35$	14C		14D	Un n° aumentado en 5 unidades más 7, al cuadrado
15	15A	$(m+1+m)^2$	15B	$m^2 + 1 + m + 2m + 2mm$	15C		15D	Un n° aumentado en 1 unidad más otro número, al cuadrado
16	16A	$(3+x+y)^2$	16B	$9 + x^2 + y^2 + 6x + 6y + 2xy$	16C		16D	3 aumentado en x unidades más y, al cuadrado.