FACULTAD DE EDUCACIÓN

Escuela de Educación en Matemáticas

e Informática Educativa

¿QUÉ TAN REAL ES LA REALIDAD DE LOS LIBROS MINISTERIALES? UN ANÁLISIS DE LA HABILIDAD DE MODELAR EN FUNCIÓN CUADRÁTICA DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA.

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO
EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA
EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

AYKUŞ, AFRA NUR

BENAVIDES VELÁSQUEZ, CARLO BRAULIO

OYANEDEL CRUZ, OSVALDO EMILIO

SALINAS CARRASCO, VÍCTOR MANUEL

PROFESOR GUÍA:

MELISSA ANDRADE MOLINA

SANTIAGO, CHILE

2018

AGRADECIMIENTOS

En içten teşekkürlerim bu zorlu süreçte yanımda olan ve maddi-manevi desteğini her zaman hissettiğim başta anne ve babama, kardeşime, manevi abla ve abilerime...

Afra Nur Aykuş

Resulta muy difícil reducir en limitadas palabras las emociones provocadas por quienes muestran interés, desde quienes con un simple gesto cambian instantes, hasta quienes se dan el tiempo para convertir un momento en algo inolvidable. Gracias a quienes me acompañan, apoyan y critican en búsqueda de aportar en mi camino. Familia, pareja, hermanos, mascota y conocidos, su amor es fundamental y mi agradecimiento se reflejará en mi comportamiento con ustedes.

> quizás el futuro incluya personas con las que nunca soñé acercarme, incluso compensar con aquellos que lastimé, un futuro que no sea solitario, un futuro lleno de amigos y familiares, hasta tú estarás ahí. El mundo que siempre he deseado, y ¿sabes qué?, me gustaría mucho luchar por él. (Esmail, 2016)

Carlo Benavides

En el camino recorrido durante estos años, siempre estuve acompañado por personas en las cuales pude disfrutar, reír, llorar y volar. Agradezco a mi familia por el amor y apoyo incondicional, en especial a mis padres y abuelita por su preocupación, a mis hermanos por su compañía y consejos, a mi polola por su infinito amor y paciencia, gracias a mis amigos por el apañe de siempre, profesores por ser guías incondicionales y ejemplos a seguir en mi camino. Por último, y no por eso menos importante, gracias Pedrito, Vaqui y Zucarita.

Osvaldo Oyanedel Cruz

"El hombre de negro huía a través del desierto, y el pistolero iba en pos de él" (King, 2010, p.37). Durante mi proceso de formación, hubo personas que apoyaron, que dejaron huellas, que amaron y que motivaron. Sin embargo, hay personas que hacen todo eso y más, personas que, sin ellos, nada sería posible: Gracias, padres, por la incondicionalidad y sabiduría. Gracias, hermano, por las risas y el cariño. Gracias, hija, por la vida y la alegría. Amigos, profesores y compañeros, gracias hacer de este proceso, un camino más bonito.

Víctor Salinas Carrasco

RESUMEN

En la siguiente investigación se buscó analizar el concepto de modelación presente en tres ámbitos: (i) la visión y propuesta de actividades del Ministerio de educación (MINEDUC), (ii) el dominio del concepto y praxis de la Modelación Matemática del docente—en dos colegios de la comuna de Santiago, (iii) las preferencias de estudiantes con respecto al contexto en el que se enmarcan los problemas matemáticos de la escuela, considerando, además, sus percepciones sobre la práctica de sus profesores de matemáticas. Esto pretende observar cada ámbito desde la teoría de la Educación Matemática Realista (EMR), a través de un estudio cualitativo exploratorio mediante la metodología de análisis descriptivo- interpretativo.

El análisis se llevó a cabo en cuatro fases. Primero, se estudiaron los cimientos teóricos de modelación, se encuestó a profesores y se recopiló información sobre el interés y contexto de los estudiantes por medio de una encuesta. Segundo, se identificó la percepción que tienen los profesores sobre modelación matemática y se determinaron los intereses del estudiantado de dos colegios de la Región Metropolitana. Tercero, se contrastó la información recopilada en las dos primeras fases y se estudiaron los ejercicios y actividades de los libros bajo la teoría de la EMR. Finalmente, se analizó la información obtenida y se concluyó que: la mayoría de los ejercicios y actividades presentes en los textos ministeriales de Chile del año 2017 no se acercan a la realidad de los estudiantes y tampoco promueven el aprendizaje a través del sentido común. Además, el rol de docente no está bien definido como guía, punto fundamental de la EMR.

ABSTRACT

The aim of this research is to analyze the concept of mathematics modelling within three aspects: (i) MINEDUC's—the Chilean Ministry of Education—vision and proposed activities through current pedagogical materials, such as guidelines for teachers, textbooks for students and curricular guides, (ii) the teacher's appropriation of the concept of mathematics modelling and the teacher's praxis—along two schools in Santiago, (iii) students' preferences regarding the context in which school mathematics problems are framed and, also, their perceptions of the praxis of their mathematics teachers. By doing so, it is sought to observe each aspect above from a Realistic Mathematics Education (EMR) perspective framed by a qualitative approach, achieved through a descriptive-interpretative analysis.

The analysis was conducted in four stages. Firstly, the theoretical grounding of mathematical modeling was studied, teachers were surveyed and the data regarding students' preferences and context was gathered. Secondly, teacher's perception of mathematical modelling was identified and students' preferences were categorized. Thirdly, all gathered information was contrasted with the analysis of the pedagogical materials—namely, mathematical problems and activities presented in the teacher's guidelines and student's textbooks—, this analysis was framed under a EMR perspective. Finally, the gathered data was analyzed and it was possible to conclude that: most of the mathematical problems and activities within MINEDUC's materials from 2017 are far away from the reality of students, also, these materials do not prompt the learning of mathematics through common sense. In addition, the role of the teacher is not explicitly defined as a guide, a crucial aspect on EMR.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La visión ministerial puede cumplir un importante rol al momento de analizar los paradigmas educacionales en los cuales los docentes se desenvuelven. Los cimientos teóricos, discursos, modalidades de enseñanza y cambios estructurales toman un valor esencial al momento de apreciar la forma en la que se enseña una disciplina en un centro escolar. En este contexto, el MINEDUC, a través de las sugerencias que entrega por medio de las Bases Curriculares y Guía Didáctica Docente, toma un rol de emisor y regulador de información que puede terminar repercutiendo en la forma en que, tanto docentes como estudiantes, conciben el proceso de enseñanza.

El MINEDUC establece cuatro habilidades fundamentales para la asignatura de matemáticas: resolver problemas, argumentar y comunicar, representar, y modelar. Modelación, en matemáticas, se puede trabajar desde diferentes perspectivas. Una de ellas habla sobre un propósito vivencial desde la experiencia y la realidad del estudiante. En este propósito vivencial, el sentido abstracto desarrolla una herramienta para poder entender o resolver fenómenos físicos o comportamientos lógicos presentes en el contexto del alumnado.

Los libros escolares del MINEDUC son una fuente de análisis importante porque, como se mencionó anteriormente, son documentos oficiales que guían el quehacer, tanto del docente como la del estudiante. En ellos, es posible encontrar sugerencias pedagógicas, en donde las diferencias entre las bases teóricas y el ámbito pragmático pueden dificultar el aprendizaje para quien utilice los libros escolares como guía. Tales disonancias podrían llegar a generar errores y confusiones tanto a profesores como a estudiantes. Dado esto, resulta indispensable el estudio de la habilidad de modelar, considerada el hilo conductor entre la matemática y su aplicación a la realidad. Por esto, profundizar en ámbitos técnicos de la modelación se ve necesario y primordial, buscando herramientas que permitan al profesor tener un mejor desempeño en su práctica docente.

En el capítulo 1, *Planteamiento del problema*, se delimita la problemática que conlleva la consideración de realidad en las actividades y ejercicios de modelación presentes en libros ministeriales y percepción de modelación por docentes de dos establecimientos de la comuna de Santiago. Ello se pretende abordar contemplando los objetivos propuestos desde el análisis general entre los libros ministeriales, la percepción de modelación por parte de los docentes y el contexto de los estudiantes. Además, se presentan las limitaciones durante el desarrollo de esta investigación. Específicamente, las principales limitaciones fueron la falta de respuestas a las encuestas por parte de dos docentes y el contexto temporal en donde se desarrolló la tesis—lo que impidió recoger una mejor muestra respecto al contexto de los estudiantes, ello debido a la falta de alumnos en clases.

En el capítulo 2, *Marco conceptual*, se precisa el marco conceptual sobre Modelación Matemática, MM, y Educación Matemática Realista, EMR—teoría utilizada para analizar los ejercicios y actividades propuestos por el MINEDUC. Ambos, MM y EMR, fueron escogidos ya que el mismo MINEDUC propone a la Modelación Matemática y la Educación Matemática Realista de Hans Freudenthal como ejes centrales para justificar el uso de la realidad del estudiante con el propósito de acercar la matemática al contexto del alumno. Se definen los conceptos de MM, la perspectiva de la EMR y el sentido común, considerado un factor fundamental para que el estudiante pueda desarrollar y comprender la matemática.

En el capítulo 3, *Marco metodológico*, se presenta y justifica el enfoque analítico y los lineamientos utilizados para la recolección y el análisis de los datos. Se describe la muestra considerada para el estudio y la elaboración y el proceso de validación de los instrumentos diseñados para la recolección de los datos.

En el capítulo 4, *Presentación y análisis de la información*, se presenta el análisis de cada muestra y el análisis general de los resultados de la información recogida, considerando ejercicios y actividades de modelación presentes en libros de matemática del año 2018 entregados por el MINEDUC, preferencias y contexto de los estudiantes y la percepción de los docentes de matemática sobre la Modelación Matemática.

1. CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes teóricos

1.1.1. MODELACIÓN

1.1.1.1 HISTORIA

Para poder comprender de mejor manera el concepto de modelación, es necesaria una reseña histórica del proceso que ha tenido. El trabajo de Israel (1996), historiador de la ciencia y epistemólogo italiano, se enfoca en hacer un análisis histórico sobre la modelación matemática, en particular, sobre la matematización de la realidad. Su análisis posiciona a la revolución científica del siglo XVII como el momento en el que las matemáticas se convirtieron en un instrumento que permite el entendimiento de la realidad—su estructura. Para Trigueros (2009), el estudio de Israel conlleva a comprender que

> desde hace varios siglos las matemáticas además de ser, por excelencia, útiles para actuar sobre la realidad y modificarla son sobre todo un instrumento importante para comprenderla. A través de los años se ha dado un procedimiento que puede denominarse matematización de la realidad o modelación matemática que consiste en el uso de las matemáticas para describir y analizar al mundo, para desarrollar técnicas y tecnologías que intervienen sobre éste activamente. (Trigueros, 2009, p. 77).

Para Trigueros (2009, citando a Israel,1996) esta construcción de modelación, a lo largo de la historia, puede dividirse en cuatro etapas:

1. En la Grecia antigua las matemáticas tenían un significado (uso) religioso y mitológico, es por esto que en esa época se creía que la mejor manera de explicar y entender el mundo era mediante los números.

2. Cambia la visión de la relación de las matemáticas con la descripción de fenómenos de la realidad, considerando que las leyes que enmarcan estos fenómenos están representados a través de lenguaje matemático, esto implica

que la labor del investigador gira entorno a encontrar las leyes ocultas que regulan dichos fenómenos. Todo esto es considerado en la revolución científica de Galileo.

3. El enfoque newtoniano, también conocido como mecanicista, menciona que todos los fenómenos físicos del universo se relacionan con el movimiento de los cuerpos, lo que se puede expresar por medio de las matemáticas o que tiene alguna relación con éstas. A pesar de que después se descartó el vínculo que se hacía con las leyes de la mecánica clásica, se siguió considerando que la ciencia ofrece una imagen objetiva y unitaria del universo; esto implica que las teorías deben estar relacionadas entre sí. En este aspecto, las matemáticas describen, se relacionan y pertenecen a la naturaleza misma del universo.

4. Cuando la física clásica entró en crisis a principios del siglo XX, la idea mecanicista y el punto de vista dominante resultan ser conceptos que se oponen el uno del otro. La ciencia contemplaba una visión plural entre modelos matemáticos y matemáticas aplicadas, en donde ya no se referían a los fenómenos como modelos de tipo mecánico en analogías de estructuras matemáticas que infieren ello.

1.1.1.2 Percepciones

Según Cordero (2006), se evidencia un crecimiento en el uso de la Modelación Matemática dentro de las actividades de enseñanza, es por esto que se hace importante el entendimiento del concepto de modelación para la matemática educativa. Además, se indica que una creencia común en la enseñanza de las matemáticas sobre Modelación es que es “una aplicación de la matemática. Ello conlleva, primero, a enseñar matemáticas y después, a buscar la aplicación de tal conocimiento” (Cordero, 2006, p.1).

Al indagar sobre el estado del arte de la Modelación Matemática es posible hallar diversas visiones sobre ésta en el campo de la educación matemática. Por ejemplo, para el aprendizaje de las matemáticas escolares se debe impulsar una activa participación de los alumnos en las actividades, por esto, en el quehacer escolar se justifica el uso de la Modelación Matemática. El uso de ésta ayuda a una apropiada visión de las matemáticas al estar conectadas con su rol dentro de la sociedad y cultura, lo que motiva al estudiante a aprender matemáticas (Villa-Ochoa, Castrillón-Yepes y Sánchez-Cardona, 2017). Por otra parte, Villa-Ochoa, et al. (2017) mencionan que Modelación se considera un ambiente en el cual los estudiantes aprenden a través de una problematización de una situación no matemática, en la cual deben utilizar ésta como herramienta para dar solución al problema.

El sentido que toman las matemáticas para los estudiantes es una discusión que se ha mantenido vibrante en el campo de la educación matemática. Por ejemplo, Aravena y Caamaño (2007) transparentan la problemática que surge cuando las matemáticas escolares a enseñar se encuentran desconectadas del mundo real y las ciencias. Como consecuencia, los alumnos consideran que las matemáticas no son útiles en la formación escolar.

1.1.1.3 Perspectivas de Modelación

La Modelación Matemática, al ser entendida como un proceso mediante el cual se busca la creación, perfeccionamiento, contextualización o entendimiento de un modelo, puede ser analizada desde diversas perspectivas. Al considerar la intencionalidad del fenómeno o situación modelada y el tipo de percepción de la realidad, se tipifica en una o más perspectivas de Modelación Matemática (ver Blomhøj, 2009; Kaiser y Sriraman, 2006). Las perspectivas son:

1. Perspectiva Realista.

Se prioriza la solución en problemas del mundo real, o bien, en situaciones auténticas. Esto, según Kaiser y Sriraman (2006), se apoya en el desarrollo de competencias en producción y uso de modelos para la formación profesional del que aprende.

2. Perspectiva Contextual.

Defiende la importancia del contexto en la formulación y solución de un problema. Éstas desarrollan y prueban diseños para modelar, definida por principios propuestos pos Lesh y Doerr (2003) las cuales son:

i. Principio de realidad: la situación debe ser significativa para los estudiantes y relacionarse con sus experiencias anteriores.

ii. Principio de construcción del modelo: la situación debe crear la necesidad de que los estudiantes desarrollen importantes construcciones matemáticas.
iii. Principio de auto-evaluación: la situación debe permitir a los estudiantes evaluar sus propios modelos.
iv. Principio de documentación: la situación y el contexto requieren que los estudiantes expresen sus ideas acerca de la solución del problema.
v. Principio de generalización de construcción: debe ser posible generalizar el modelo como solución a otras situaciones similares.
vi. Principio de simplicidad: la situación problema debe ser simple.

Con lo visto anteriormente, se presenta un diseño didáctico con actividades procesuales para el estudiante.

3. Perspectiva Educativa.

Se focaliza en el proceso de aprendizaje y formación de conceptos matemáticos con la utilización de nociones básicas asociadas a la modelación, tales como el modelo, ciclo de modelación, aplicaciones y competencias de modelación.

Con esto podemos hablar de la modelación matemática como un proceso en el cual se focaliza en la modelación como medio para el aprendizaje, o bien, como meta educativa.

4. Perspectiva Socio-Crítica.

Esta perspectiva focaliza la formación de sentido crítico del estudiante, en donde los ejercicios de modelación matemática tienen una intencionalidad generadora de filosofar con la información del ejercicio. Esto, a su vez, considera aspectos sociales guiados en la formación moral, ciudadana, familiar, entre otros.

5. Perspectiva Cognitiva.

Esta perspectiva busca investigar todo el proceso de aprendizaje que conlleva la modelación matemática, donde la reconstrucción de actividades debido a obstáculos o dificultades de éstos toman un rol fundamental para trabajar en modelos.

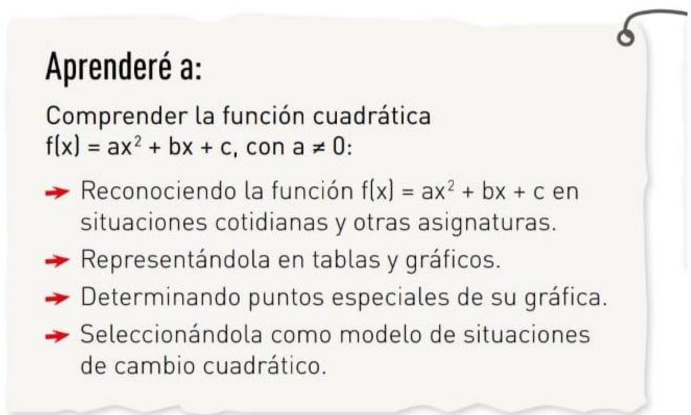
6. Perspectiva Epistemológica.

A diferencia de la perspectiva realista, no necesariamente se considera la realidad del estudiante para poder trabajar la matemática asociada a la utilización de modelos.

Sin embargo, se focaliza con lo dicho en la TAD, en donde cualquier actividad humana es susceptible a ser modelada mediante praxeologías.

1.1.2. FUNCIONES

Tomando el caso de funciones cuadráticas, la definición más recurrente,—que también es utilizada por MINEDUC en el Texto del Estudiante (Chacón, García, Rupin, Setz y Villena, 2017)—es $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a, b y c son números reales cualesquiera con la condición de que $a \neq 0$ (ver Figura 1).



Aprenderé a:

Comprender la función cuadrática
$f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$:

- Reconociendo la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ en situaciones cotidianas y otras asignaturas.
- Representándola en tablas y gráficos.
- Determinando puntos especiales de su gráfica.
- Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático.

Figura 1. Definición de la función cuadrática. (Chacón et al., 2017, p. 122)

En el contexto escolar, la función cuadrática se asocia a su representación gráfica, denominada parábola. Actualmente, función cuadrática y parábola, están comprendidos dentro de la unidad de *Álgebra y funciones* en los ejes temáticos para Segundo año de Enseñanza Media (ver MINEDUC, 2016). En esta unidad se considera indispensable que los estudiantes tengan la habilidad de comprender los conceptos fundamentales, por ejemplo, funciones, pudiendo representar, operar, explicar, relacionar y aplicar (MINEDUC, 2016). Para que los estudiantes logren comprender conceptos fundamentales y además representar, operar, explicar, relacionar y aplicar, MINEDUC (2015, p. 95) establece como necesario que los estudiantes desarrollen un pensamiento matemático, entendido como "una capacidad que nos permite aplicar conocimiento y comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas". Con ello, se espera formar estudiantes que puedan vincular elementos matemáticos a su entorno.

La investigación en educación matemática se ha direccionado a diversos campos y focos de estudio, uno de ellos ha sido la función cuadrática como parte del currículum escolar de matemáticas. Esto se traduce en una amplia gama de estudios, desde diferentes enfoques, abocados a la enseñanza y aprendizaje de funciones cuadráticas. Por ejemplo, Mesa y Villa (2007) establecen la conveniencia de trabajar con modelación durante la enseñanza de la función cuadrática, ya que, desde un punto de vista histórico, las funciones tuvieron un origen conectado con los procesos de modelación. Huapaya (2012) propuso actividades de modelación que pueden beneficiar el aprendizaje y la comprensión de las funciones cuadráticas de los estudiantes de nivel secundario en Perú, mediante dos herramientas tecnológicas, FuncionsWin32 y la hoja de cálculo Excel, con el fin de que los estudiantes puedan ver y trabajar con distintas representaciones de este concepto. Henao y Vanegas (2012), analizaron y caracterizaron la modelación matemática mediante trabajos y actividades relacionados con el concepto de función cuadrática. Las preguntas que orientaron su estudio fueron enmarcadas en la EMR.

> ¿Por qué los estudiantes tienen dificultades para aplicar sus conocimientos científicos escolares en situaciones cotidianas?, ¿de qué manera se deben presentar las situaciones matemáticas para que tengan sentido para los estudiantes?, ¿cómo ayudar a los estudiantes a crear puentes que les permitan pasearse entre lo concreto y lo abstracto? (Henao y Vanegas, 2012, p. 2).

Por lo tanto, diseñaron algunas actividades matemáticas desde el enfoque de la EMR y las analizaron bajo los niveles de matematización horizontal y vertical. Durante este proceso, pudieron observar que los estudiantes mostraron gran interés al momento de desarrollar estas actividades.

1.2. Definición del problema y pregunta de investigación.

1.2.1. Problema de investigación

El problema de investigación se centra en las discrepancias entre las bases teóricas de Modelación Matemática considerando la realidad del estudiante en las actividades propuestas tanto en libros ministeriales, como también en la práctica docente. Esto se refleja en los fundamentos teóricos—particularmente las perspectivas de Godino y Freudenthal—bajo los cuales el MINEDUC da a conocer la importancia sobre la realidad del estudiante.

> En la perspectiva del mismo Godino y de Freudenthal (1968), creador de la teoría de la educación matemática realista, si se desea que la matemática tenga valor para los y las alumnos, esta debe estar conectada con la realidad, permanecer cercana a ellos y ser relevante para la sociedad. (Santis, A., Muñoz, V., y Díaz, M. 2017, p.50)

El MINEDUC sostiene que la utilización de elementos cercanos a la realidad del estudiante, puede promover un aprendizaje significativo en éstos. Ello focaliza dos puntos: en primer lugar, busca generar un aprendizaje significativo, en segundo lugar, pretende generar actividades que contemplen la realidad cercana. Si consideramos los lineamientos teóricos de la EMR, estos dos puntos son parte de la teoría, en donde se contempla un proceso que involucre dichos factores para generar aprendizaje significativo, que coincide con el objetivo que tienen los libros entregados por el MINEDUC para los establecimientos educacionales (Ver MINEDUC, 2016a).

Sin embargo, la EMR involucra un proceso de adquisición del conocimiento matemático que cumple ciertas características. En otras palabras, si se pretende usar la EMR, El MINEDUC debe generar contenido que se vincule estrechamente con la teoría (Matematización). Por lo tanto, se deben tomar en consideración los procedimientos establecidos por la EMR, los cuales contemplan una metodología para las actividades en el aula.

Según Freudenthal (1991), la matematización ordena la realidad a través de las matemáticas donde el estudiante debe ser el principal actor. Agrega, además, que las cosas están al revés si se pretende comenzar enseñando el resultado de una actividad más que enseñar la actividad misma. La matemática debe ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder haciéndola por medio de su sentido común. Entonces, en vez de enseñar álgebra, el estudiante debe aprender a algebrizar.

En síntesis, la problemática planteada se delimita en definir las discrepancias entre las bases teóricas de modelación matemática, considerando la realidad del estudiante en actividades propuestas tanto en libros ministeriales, como también en la práctica docente.

1.2.2. Pregunta de investigación

¿Son pertinentes los aspectos que consideran los libros ministeriales y los docentes al momento de generar actividades de Modelación Matemática en relación a la teoría de la EMR?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Analizar el concepto de Modelación Matemática desde los libros ministeriales, específicamente en funciones cuadráticas de Segundo año de Enseñanza Media, contrastándolo con las actividades sugeridas por el MINEDUC y la percepción de modelación matemática que tienen los docentes, considerando las bases teóricas de la EMR.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Indagar sobre la realidad del estudiante (sentido común y contexto) y su percepción frente a la utilización de situaciones reales en clases, para posteriormente compararlas con las situaciones que proponen los ejercicios y actividades de los libros.

2. Identificar la percepción de 7 profesores de matemática sobre la Modelación Matemática para contrastarlas con la definición de la habilidad de modelar definida por MINEDUC.

3. Analizar, desde la EMR, la modelación presente en la unidad II de álgebra y funciones, específicamente en el contenido de funciones cuadráticas del texto escolar de segundo Medio en conjunto con las bases curriculares. (Texto del estudiante 2018, Guía didáctica del docente 2018, Cuaderno de ejercicios 2018 y Bases curriculares 2015).

1.4. Supuestos

- Se desconoce o no se considera la diversificación tipológica de la modelación matemática, tanto en actividades propuestas en libros del MINEDUC, como también, en actividades realizadas por profesores en el aula.

- El aprendizaje de saberes matemáticos será significativo en los alumnos si aplicamos la Modelación Matemática bajo la EMR, incorporando el contexto y sentido común de los alumnos a las actividades en clases.

- Los ejercicios propuestos por los libros ministeriales y las actividades de los profesores no se ajustan al contexto y/o sentido común del estudiante.

1.5. Justificación e importancia

1.5.1. JUSTIFICACIÓN

Las Bases Curriculares propuestas por el Ministerio de Educación de Chile describen cuatro habilidades para el subsector de matemáticas: Argumentar y Comunicar, Resolver problemas, Representar, y Modelar. En las Bases Curriculares, modelación hace referencia a:

> construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla [Tales modelos permiten] buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. (MINEDUC, 2015, p. 98)

Con lo anterior, se espera que los estudiantes sean capaces de resolver problemas mediante la selección y aplicación de métodos matemáticos, éstos deben ser apropiados en relación a diversas representaciones de datos con lo que “las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellas y ellos.” (MINEDUC, 2015, p.98).

1.5.1.1 Funciones cuadráticas de Segundo año de Enseñanza media

Para analizar el concepto de modelación matemática que tiene el MINEDUC, se estudiaron las actividades presentes en sus libros:

1. Guía Didáctica Docente.
2. Cuaderno de ejercicios.
3. Texto del estudiante.

Tras un conteo de las palabras “modelar”, “modelo” y “modelación” presentes en todos los libros ya nombrados desde Séptimo año de Enseñanza básica a Cuarto año de Enseñanza media, se evidenció que la mayor concentración de resultados está presente en el eje de “Álgebra y funciones” (ver Tabla 1), específicamente en funciones cuadráticas, vista en Segundo año de Enseñanza media (ver Tabla 2).

Nivel/Unidad	Unidad 1. Números	Unidad 2. Álgebra y funciones	Unidad 3. Geometría	Unidad 4. Estadística y probabilidad
7° Año	7	26	10	5
8° Año	2	41	4	8
1° Año medio	18	14	20	14
2° Año medio	13	95	23	24
3° Año medio	0	8	0	6
4° Año medio	5	27	3	10

Tabla 1. *Uso de la palabra “modelar/modelo/modelación* en *los libros ministeriales”.*

2º Año medio	Cantidad
Cambio porcentual	26
Ecuaciones cuadráticas	18
Funciones cuadráticas	36
Función inversa	15

Tabla 2. "*Uso de la palabra "modelar/modelo/modelación en los textos de Segundo año de Enseñanza media"*.

1.5.2. IMPORTANCIA

Ante las posibles discrepancias existentes entre las bases teóricas de Modelación Matemática, en relación a la realidad presente en las actividades propuestas en libros ministeriales, creemos necesaria una reestructuración del proceso aplicado en clases sobre la modelación matemática referente a:

(i) Los fundamentos propuestos en las Bases Curriculares (MINEDUC, 2015).
(ii) La coherencia de estos fundamentos respecto a las actividades descritas en los textos ministeriales de Segundo año de Enseñanza media.
(iii) La percepción de los docentes vinculada a su propia práctica, contemplando las posibles diferencias entre las actividades de Modelación Matemática propuestas por el MINEDUC y la aplicación de éstas en clases, según la realidad del estudiante.

De lo anterior, resulta necesario aproximar la matemática en un contexto más cercano al estudiante. Por ejemplo, la discrepancia entre la formalización de la matemática y los aspectos matemáticos que surgen de la realidad.

> Así una de las tareas del profesor es la recontextualización de los contenidos matemáticos que se encuentran en los libros de texto, para su presentación en el aula; otra tarea es la de repersonalizar los problemas tratados; en otras palabras, el profesor intenta que el alumno tome como suyo el problema. (Hitt, 1996, p. 258)

1.6. Limitaciones

Una de las mayores limitaciones es el contexto temporal escolar en el que se sitúa esta investigación. Previo a este estudio, se consideró la realización de una propuesta sobre diversas actividades que permitieran un adecuado proceso de modelación matemática—planteados desde la teoría de la Educación Matemática Realista. Sin embargo, por la estructura sugerida en los Planes de Estudio (ver MINEDUC, 2016), la segunda unidad de álgebra y funciones, donde se ubica el concepto de función cuadrática, se cursa durante el primer semestre escolar. Esto limita la recolección de datos frente a las metodologías utilizadas en el contenido, donde no es posible tener un panorama vivencial sobre clases de Modelación Matemática en un contexto ordinario. Además de cerrar la posibilidad a crear propuestas de Modelación Matemática en funciones cuadráticas, validadas y probadas en un contexto regular de clases.

2. CAPÍTULO 2: MARCO CONCEPTUAL

2.1. Modelación Matemática

2.1.1. DEFINICIÓN

Actualmente, existen diferentes percepciones sobre Modelación Matemática. Por un lado, modelación puede ser considerada como una habilidad para llevar las matemáticas formales a la realidad. Niss (como se citó en Sierra, Blanco, Garcia-Raffi y Gómez, 2011, p.3) señala que modelar puede ser entendido como "el arte de aplicar las matemáticas a la vida real". Por otro lado, puede ser considerada como la capacidad de relacionar las matemáticas formales y la realidad; es decir, "un proceso de establecer una relación entre alguna idea matemática y una situación real" (Blomhøj, 2004, p. 23).

En el contexto escolar, Biembengut y Hein (2004) sugieren que Modelación Matemática puede considerarse un método de enseñanza aplicable a todos los niveles escolares. Bajo este entendimiento de Modelación Matemática, el alumno es capaz de mejorar sus habilidades para interpretar, formular y solucionar problemas cotidianos al tener la oportunidad de aprender y utilizar las matemáticas en distintas áreas de conocimiento. Por ejemplo, para establecer mejores técnicas de aprendizaje y orientaciones para los docentes de matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) establece una relación entre el concepto de Modelación Matemática y matematización, correspondiente a la EMR propuesta por Hans Freudenthal. Para el MEN (2016, p. 53), matematización—o modelación—puede ser establecida entenderse como "la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente. [La modelación] permite decidir qué variables y relaciones entre variables son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad".

El MEN define modelo como:

> un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible. Es una construcción o artefacto material o mental, un sistema –a veces se dice también "una estructura"–que puede usarse como referencia para lo que se trata

> de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo. (MEN, 2016, p.52)

En el contexto nacional, MINEDUC considera la modelación—modelar— como una de las cuatro habilidades que deben desarrollar los estudiantes en matemáticas, con el fin de que éstos “apliquen métodos matemáticos y herramientas apropiadas para resolver problemas del mundo real” (MINEDUC, 2016, p. 39). Por ende, MINEDUC, en los Planes de Estudio correspondientes al año 2016, define modelar como “una habilidad que permite resolver problemas reales mediante la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes” (MINEDUC, 2016, p. 40). Además, se explicita que el utilizar experiencias cercanas del estudiante ayuda a comprender los conocimientos matemáticos.

2.1.2. Proceso de la Modelación Matemática

Haines y Crouch (2007) entienden que la Modelación Matemática permite traspasar una situación o problemas de la vida real a un lenguaje matemático. De allí, la Modelación Matemática es vista como un proceso cíclico. Blomhøj (2004, p. 23) afirma que “existe un proceso de modelización detrás de todo modelo matemático”. En otras palabras, la Modelación Matemática es el proceso de construir un modelo de problemas presentes en la vida real y el modelo es el producto final de este proceso.

Entre las investigaciones sobre Modelación Matemática en la enseñanza, surgen dos enfoques sobre su uso (Gravemeijer, 2002). En el primer enfoque se pretende que los estudiantes sean capaces de identificar y adaptar un modelo dado para una problemática de la vida real determinada, por lo que la información entregada por el docente debe ser suficiente para poder concretar una interpretación del modelo. En el segundo enfoque los estudiantes deben construir un modelo, que represente y dé solución a la interrogante, o bien, represente la situación tratada. Además, estos enfoques pueden considerar aspectos graduales en relación a su dificultad, en donde el MEN (2016) señala que tanto la matematización como la modelación:

> pueden entenderse en formas más y más complejas, que van desde una forma muy elemental, como simplificación y restricción de la complejidad de una situación real para reducirla a una situación ya conocida, de tal manera que se

pueda detectar fácilmente qué esquema se le puede aplicar, cómo se relaciona con otras y qué operaciones matemáticas pueden ser pertinentes para responder a las preguntas que suscita dicha situación, hasta una forma muy avanzada, como creación de nuevos modelos y teorías matemáticas que permitan simular la evolución de una situación real en el tiempo. (MEN, 2016, p. 53)

Esto alude a la dificultad que tiene la creación de modelos por sobre la utilización, simplificación y/o restricción de dichos modelos.

Según NCTM (1989)—National Council of Teachers of Mathematics—el proceso de la Modelación Matemática consta de cinco etapas principales que tienen ciclos repetitivos (ver Figura 2). Las etapas son: (a) *Identificar y simplificar el problema de la vida real*: en esta etapa se espera que los estudiantes analicen e identifiquen una situación de problema de la vida real, para luego simplificar la situación de una manera en que los estudiantes puedan entenderla; (b) *Crear un modelo matemático*: en esta etapa, se espera que los estudiantes sean capaces de expresar matemáticamente el problema, mediante el uso de representaciones (gráfico, ecuación, etc.), (c) *Transformar, desarrollar y solucionar el problema*: esta etapa consiste en transformar y analizar las representaciones matemáticas desarrolladas a fin de encontrar una solución matemática al problema mediante el modelo, (d) *Interpretación del modelo*: en esta etapa se espera que los estudiantes logren examinan la pertinencia de la solución encontrada en la etapa anterior, (e) *Validar el modelo*: en esta etapa, los estudiantes deben decidir la validez y utilidad del modelo encontrado al evaluar qué tan pertinente es y si éste—el modelo—constituye un proceso repetitivo.

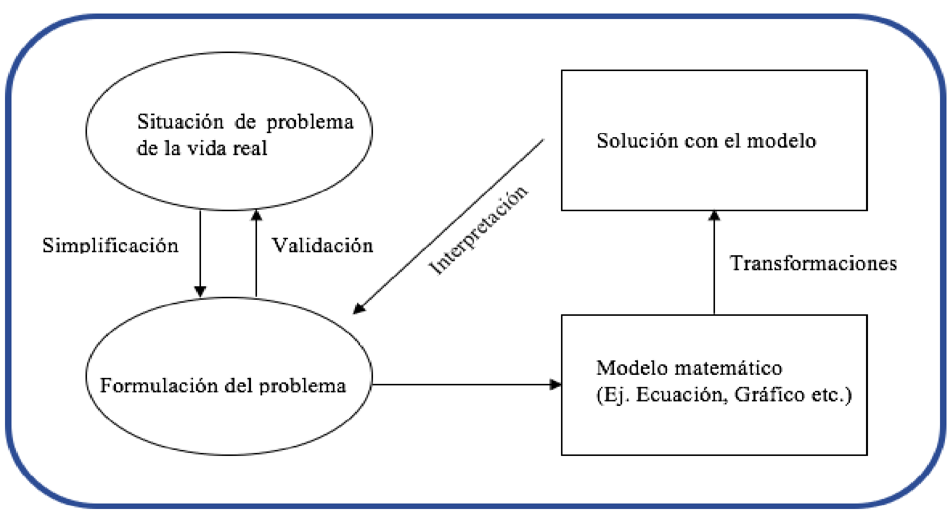


Figura 2. Proceso de Modelación Matemática (NCTM, 1989, p. 138)

Además del proceso anterior, existen diversas investigaciones que pretenden caracterizar el proceso de Modelación Matemática, donde algunas apuntan a que es un proceso complejo debido a la transición frecuente que existe entre sus diferentes etapas (Berry y Houston, 1995; Blum y Niss, 1989). En otras palabras, al momento de validar el modelo, se tiene que considerar la realización de modificaciones adecuadas para que el modelo sea pertinente para dar solución al problema.

Para el MINEDUC, además de ser una habilidad, modelar es considerada como un proceso que consta de 4 etapas o subprocesos que se representa en el siguiente esquema (Figura 3).

Figura 3. Esquema del Proceso de modelación (MINEDUC, 2016a, p.13).

Respecto a este entendimiento referente a Modelación como un proceso, el MINEDUC (2016a) señala que,

1. El estudiante determina y formula una situación, fenómeno o problema que esté presente o que tenga relación con la realidad.

2. El estudiante establece algunos supuestos que le ayuden a desarrollar el modelo y luego formula el problema usando símbolos matemáticos, emplea y resuelve este problema matemático para llegar a los resultados matemáticos.

3. El estudiante interpreta el o los resultados matemáticos en el contexto real del problema, identificando al mismo tiempo las limitaciones que tienen la solución.

4. El estudiante valida el modelo encontrado y comparar los resultados con los datos obtenidos de la situación.

En síntesis, en esta investigación, Modelación será entendida como un proceso en el que se construyen o usan conceptos matemáticos mediante una actividad asociada al contexto, situación o fenómeno de la vida real, enfatizando en la importancia de la realidad asociada directamente con el estudiante, al tratarse de un contexto educacional. A su vez, el modelo tiene diversas aplicaciones, en las cuales se puede utilizar como una acción de ajuste, construcción y/o utilización del modelo en cuestión.

2.2. Educación Matemática Realista

La Educación Matemática Realista (EMR) es una teoría creada por el matemático Alemán Hans Freudenthal. La EMR no busca ser una teoría general para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en un contexto escolar, más bien, se basa en tres grandes ideas que describen un proceso de 6 etapas que se detallarán más adelante. La EMC permite entender a las matemáticas como tareas humanas en donde todas las personas pueden aprender y resolver situaciones matemáticas a través de aspectos de su realidad (matematización).

Las personas tienen distintos procesos para aprender matemáticas y, por lo tanto, las comprenden de diferente manera. Estos procesos de aprendizaje pasan por diversos niveles en una etapa llamada reinvención guiada, la cual considera los ritmos y formas de aprendizaje de cada alumno (Heterogeneidad cognitiva). La reinvención guiada requiere de la fenomenología didáctica como metodología para comprender y buscar contextos y situaciones reales. Se pretende generar una necesidad (o que signifiquen algo) de ser organizadas matemáticamente (matematización). Las principales fuentes de búsqueda para la comprensión de la matemática, son la historia de la matemática, las invenciones y las producciones matemáticas espontáneas de los estudiantes (Bressan, 2005).

2.2.1. ACTIVIDAD

"La idea fundamental de la matemática es que debe ser pensada como una actividad humana a la que todas las personas pueden acceder y la mejor forma de aprender es haciéndola". (Bressan, 2005. pp. 73-74). Por lo tanto, de acuerdo a Bressan (2005), existe una matemática para todos, donde se pueden abarcar los mismos conceptos matemáticos desde diferentes realidades y experiencias. Sin embargo, la matemática no se debe aprender como un elemento acabado y estático. No debe ser vista como una fórmula, función o un concepto que el estudiante solo debe memorizar. Sino que el aprendizaje de las matemáticas debe ser considerado como un proceso en el cual el alumno debe aprender haciendo matemática. Como señala Freudenthal (1991) el estudiante no debe aprender el álgebra, la geometría o los algoritmos como tal, sino que la actividad de producir dichos conocimientos, como la actividad de algebrizar, algoritmización y geometrización.

2.2.2. REALIDAD

La matematización, al ser un proceso que surge desde la realidad, debe originarse desde esa misma realidad para generar aprendizaje en la enseñanza de la matemática (Bressan, 2005). Por lo tanto, la realidad no es necesariamente física y los modelos, en consecuencia, tampoco tienen que serlo. La realidad también es un juego, programa de tv, aspectos socio-culturales o realidad de los estudiantes en otros aspectos no cotidianos. Lo importante es que los alumnos lo puedan imaginar y razonar, por medio del sentido común y resolver desde su contexto, como menciona Freudenthal (como se citó en Bressan, 2005), el cual forma un mensaje que es interpretado a través de las matemáticas. El contexto, por lo tanto, constituye el punto de partida hacia una matemática más avanzada que le permitirá al estudiante comprender y formalizar conceptos matemáticos. Tales conceptos matemáticos pueden ser, a su vez, un contexto en donde el alumno puede ir construyendo y desarrollando habilidades matemáticas, tales como patrones, figuras geométricas o elementos matemáticos que permitan vincularse, como la función y su inversa.

Freudenthal (1991, p. 17) hace explícita su preferencia por "aplicar el término 'realidad' a lo que la experiencia del sentido común toma como real en cierto escenario". Por lo tanto, "realidad", en la EMR, propone que las matemáticas escolares se tornan significativas en la medida que éstas–matemáticas–, permitan vincular y organizar ámbitos sociales, naturales y contextuales de los estudiantes (Bressan, 2005).

Para Freudenthal (como se citó en Bressan, 2005), la educación, además de desarrollar la instrucción formal, promueve el desarrollo de otro tipo de actitudes, tales como: morales, sociales, emocionales, religiosas y cognitivas. El propósito de la educación, bajo esta mirada, es generar hombres cultos y formados. De esta misma manera, se busca generar una matemática para todos los estudiantes, teniendo siempre presente que no todos son capaces de adquirir conocimientos matemáticos más elevados. Sin embargo, todos pueden resolver problemas cotidianos, haciendo así una matemática útil para la vida diaria (Bressan, 2005).

2.2.3. Reinvención

Los estudiantes pueden inventar, desarrollar o descubrir libremente en el ámbito de las matemáticas, siendo el profesor un guía en la experiencia y sentido común del estudiante hacia el desarrollo de conceptos matemáticos, esto se conoce como "reinvención guiada" (Freudenthal, como se citó en Bressan, 2005).

El profesor debe guiar al estudiante para que éste pueda reinventar la matemática. Entonces, los estudiantes no crean ni descubren fenómenos ligados a las matemáticas, sino que reinventan situaciones, modelos, ejercicios, estrategias, etc. que les permiten comprender los aspectos matemáticos (Bressan, 2005).

2.2.4. Niveles

La EMR plantea el hecho de que el estudiante, junto con sus pares, es un actor activo dentro de la construcción del aprendizaje de la matemática preestablecida. En la primera, el docente debe ser capaz de trabajar en torno a fenómenos que vayan surgiendo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares, los cuales provienen de los propios estudiantes y sus contextos. Además, el estudiante debe ser capaz de transformar un problema ligado desde su contexto a un problema matemático por medio de su experiencia, sentido común, observación e intuición. En la segunda, el profesor también debe reflexionar y generalizar a partir de las situaciones que los mismos estudiantes van generando. De esta manera, el profesor puede reinventar sus herramientas y estrategias didácticas para facilitar la matematización del contenido. Por otro lado, se refiere a cuando el estudiante logra comprender la matemática, ésta le permite generar estrategias de reflexión, esquematización, prueba, simbolización y rigorización (limitando interpretaciones y validez) con el objeto de lograr mayores niveles de formalización matemática. (Treffers; Freudenthal, como se citó en Bressan, 2005). Donde se desprenden cuatro niveles (Freudenthal; Gravemeijer, como se citó en Bressan, 2005):

> *i) Nivel situacional* en donde el alumno por medio de sus conocimientos informales, el sentido común y su propia experiencia va a comprender situaciones.

ii) Nivel referencial el estudiante logra comprender la situación particular por medio de materiales y/o herramientas que le permitan vincular la situación misma con conceptos, esquemas, gráficos.

iii) Nivel general se logra por medio de la exploración, reflexión y generalización de lo que se aprendió en el nivel anterior, pero poniendo principal énfasis en la matemática por sobre las estrategias lo que supera la referencia al contexto.

iv) Nivel formal en donde se trabaja con procedimientos y notaciones convencionales.

Al comprender la realidad por medio del conocimiento matemático, la percepción y experiencias del alumno, es válido entender el desarrollo del concepto matemático como un proceso progresivo, donde el alumno va adquiriendo conocimientos por medio de la comprensión de la realidad a través de sus experiencias para luego éstas ser formalizadas.

> Aunque en ocasiones se utiliza el término modelación matemática de manera natural y muy general [...Para Israel (1996)], pocas veces se considera que lo que ahora se denota por este término es una forma de matematización que surgió hasta el siglo XX, con ciertas peculiaridades que la distinguen de otras formas de matematización utilizadas con anterioridad. Entre estas peculiaridades se encuentran, por una parte, la renuncia a cualquier tentativa de llegar a una visión unificada de la naturaleza, dado que un modelo matemático se aplica a un "pedazo" de la realidad, y, por otra, el método de modelación por analogía matemática, en el que se considera que una forma de matematización específica unifica sólo aquellos fenómenos que puede representar, por diversos que aparentemente sean, pero no a todos los fenómenos. (Trigueros, 2009, p.77)

2.2.5. Interacción

La EMR no ve al grupo curso como algo heterogéneo, ya que los alumnos tienen ritmos propios y diferentes de aprendizaje. Es por esto que se mantienen a todos los estudiantes juntos bajo una organización a través del trabajo colaborativo, sin separarlos por estilos de aprendizaje. Por ello, el aprendizaje de las matemáticas se considera como una actividad social donde los alumnos logran alcanzar niveles de comprensión más elevados, ya que les permite conocer distintos tipos de procedimientos, justificaciones y adecuaciones matemáticas. (Freudenthal, como se citó en Bressan 2005).

2.2.6. INTERCONEXIÓN

La EMR no da detalles de cómo abordar la enseñanza en los ejes curriculares, lo que permite que las matemáticas tengan diversas formas de ser desarrolladas dentro del currículum, dándole más coherencia a la enseñanza de éstas. La resolución de situaciones ligadas al contexto del estudiante, exige ser relacionada a variadas herramientas y comprensiones del mismo fenómeno, por lo que es adecuado interrelacionar los ejes matemáticos. (Freudenthal, como se citó en Bressan, 2005)

2.3. Sentido común

Vico (como se citó en Garza, 1998, p. 22) señala que el sentido común "es un juicio sin ninguna reflexión individual, habitualmente sentido por todo un orden, por todo un pueblo, por toda una nación, o por todo el género humano". Tal como menciona Freudenthal (1973), el sentido común permite resolver situaciones matemáticas desde el contexto de los estudiantes. Freudenthal explica, en varios aspectos, el concepto de sentido común. Detalla bajo qué contextos se dan estas definiciones, los cuales son:

i) El sentido común da las cosas por sentado, por buenas o malas razones. Las matemáticas se fundamentan y nacen desde el sentido común, ya que el sentido común da certezas, y es lo que busca la matemática. Sin embargo, la necesidad de certeza que produce la matemática, no puede ser satisfecha por dar las cosas por sentado.

ii) Si algo es de sentido común, se ve en la forma en que se verbaliza en un lenguaje común.

iii) En cuanto a la autoridad, se ha aceptado que esta declaración se modifica, si es necesario, por el adverbio "aparente" (Freudenthal, 1991), donde la RAE define el adjetivo "aparente" como: "que aparece a la vista, aunque pueda no ser o no sea real o verdadero" (RAE, 2018).

3. CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque de investigación

La presente investigación se adscribe a un enfoque cualitativo. Una investigación de enfoque cualitativo admite subjetividad en el análisis, "se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados. No se efectúa una medición numérica, por lo cual el análisis no es estadístico" (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p. 9). Para Hernández, et al. (2010), la realidad que se presenta en los resultados de una investigación de tipo cualitativa, está sujeta a cambios que dependen directamente de las observaciones realizadas por los investigadores y, además, por el tipo de muestra seleccionada y los métodos de recolección de datos escogidos. En otras palabras,

> Existen varias realidades subjetivas construidas en la investigación, las cuales varían en su forma y contenido entre individuos, grupos y culturas. Por ello, el investigador cualitativo parte de la premisa de que el mundo social es "relativo" y sólo puede ser entendido desde el punto de vista de los actores estudiados. (Hernández, et al., p. 11)

En este tipo de enfoque—cualitativo—, el investigador toma un rol explícito en el que reconoce abiertamente su posicionamiento frente a la problemática abordada. En esta investigación, se pretende tener un mayor entendimiento sobre la percepción del profesor respecto a modelación matemática, las preferencias de los estudiantes en relación al tipo de contextos que pueden ser abordados en las actividades y la pertinencia de las actividades sugeridas por el MINEDUC respecto a la EMR.

> El enfoque cualitativo se selecciona cuando se busca comprender la perspectiva de los participantes (individuos o grupos pequeños de personas a los que se investigará) acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad. También es recomendable seleccionar el enfoque cualitativo cuando el tema del estudio ha sido poco explorado, o no se ha hecho investigación al respecto en algún grupo social específico. (Hernández, et al., 2010, p. 364)

Debido a lo anterior, esta investigación toma un carácter exploratorio, donde el tema de estudio presenta un primer acercamiento al análisis de la visión ministerial frente a una habilidad en específico bajo la teoría de la EMR.

3.2. Diseño de investigación

En la presente investigación se utiliza el método de análisis "descriptivo-interpretativo", lo cual consta de dos partes principales como se entiende por el nombre. La primera etapa, de descripción, consta de categorizar los datos recolectados para su posterior análisis en función de la EMR. En la segunda etapa, la interpretativa, se busca conjeturar acerca del análisis mencionado anteriormente, lo que permite comprender el escenario que se está estudiando.

De acuerdo a Aguirre y Jaramillo (2015, p. 177) "[e]n el primer proceso, la acción preponderante sería la observación; en el segundo, la capacidad que tiene el sujeto para establecer conjeturas acerca de un fenómeno". Tal análisis corresponde a un paradigma interpretativo, el cual, para Pérez Serrano (como se citó en Ricoy, 2006, p.17), se caracteriza por:

> a) La teoría constituye una reflexión en y desde la praxis, conformando la realidad de hechos observables y externos, por significados e interpretaciones elaboradas del propio sujeto, a través de una interacción con los demás dentro de la globalidad de un contexto determinado. Se hace énfasis en la comprensión de los procesos desde las propias creencias, valores y reflexiones.
> b) Intenta comprender la realidad, considera que el conocimiento no es neutral. Es relativo a los significados de los sujetos en interacción mutua y tiene pleno sentido en la cultura y en las peculiaridades de la cotidianidad del fenómeno educativo. En este sentido, tiene lógica remontarnos al pasado para comprender y afrontar mejor el presente.
> c) Describir el hecho en el que se desarrolla el acontecimiento, en el que el uso de la metodología cualitativa permite hacer una rigurosa descripción contextual de estas situaciones que posibilitan la intersubjetividad en la captación de la realidad, a través de una recogida sistemática de los datos que admite el análisis descriptivo. Se apuesta por la pluralidad de métodos y la utilización de estrategias de investigación específicas y propias de la condición humana.

3.3. Universo y muestra

Debido al tiempo disponible para realizar esta investigación, parte de las muestras seleccionadas se pueden enmarcar en el tipo 'por conveniencia' (ver Hernández, et al. 2010). Ello debido a que no hubo suficiente disponibilidad para abarcar un mayor número de establecimientos educativos; además, los investigadores estaban haciendo sus prácticas profesionales en tales establecimientos. Pero, para efectos de detallar aún más el tipo de muestra, éstas pueden considerarse de tres tipos.

3.3.1. ENCUESTA A ESTUDIANTES

La muestra se llevó a cabo en dos colegios de la comuna de Santiago Centro. El objetivo es recabar la mayor cantidad de información necesaria con respecto a los contextos e intereses de los estudiantes en relación al contexto en el que son enunciados los problemas matemáticos y sus percepciones referentes a la práctica docente de sus profesores. El estudio pretende establecer la pertinencia de las actividades sugeridas en los libros ministeriales respecto a la realidad (sentido común y contexto) de los estudiantes de Segundo de Enseñanza Media. Cabe mencionar que todos los estudiantes participaron voluntariamente en esta investigación y fueron invitados a completar una encuesta en la plataforma Google Form. La muestra recogida correspondió a 185 estudiantes de Segundo año de Enseñanza Media. 117 estudiantes de la muestra asisten al Instituto Comercial Blas Cañas, correspondiente a un total de 5 cursos. Y 68 estudiantes de la muestra asisten al colegio Oratorio Don Bosco, correspondiente a un total de 2 cursos. Las edades de los estudiantes varían entre 15 y 18 años.

Participantes	Establecimiento Educativo	Tipo de formación	Cursos
117	Instituto Comercial Blas Cañas	Técnico-Profesional	5
68	Colegio Oratorio Don Bosco	Científico-Humanista	2

Tabla 3. *Información de estudiantes por establecimiento educativo.*

3.3.2. Encuesta a docentes

La muestra es de tipo autoseleccionada (ver Hernández, et al. 2010). Los participantes, que ejercen docencia en los mismos centros educacionales de la muestra anterior, respondieron a una invitación realizada por los investigadores. El objetivo es conocer la percepción de profesores de matemáticas sobre la Modelación Matemática presente en las actividades sugeridas en los libros ministeriales. Esto contempla, a su vez, las orientaciones didácticas respecto al desarrollo de la habilidad de modelar, particularmente para el nivel de Segundo año de Enseñanza Media. Por lo tanto, la muestra consta de profesores de matemáticas en ejercicio. Sin embargo, la muestra no está restringida al nivel escolar. Si bien el objetivo está direccionado a funciones cuadráticas, parte del foco es tratar de entender qué es lo que los profesores consideran por modelación de manera transversal, suponiendo que en algún momento ejercerán o han ejercido su práctica docente en Segundo año de Enseñanza Media. Dado que los libros ministeriales fueron reformulados recientemente, los años de experiencia no son relevantes para el propósito de este estudio.

Las personas que aceptaron participar de este estudio son 7 profesores de matemáticas correspondientes a 2 colegios. 4 de ellos ejercen en el Instituto Comercial Blas Cañas y 3 de ellos en el colegio Oratorio Don Bosco. Sin embargo, solo 5 de ellos participaron en la recolección de datos.

Docente	Universidad pregrado	Años de docente	Grado
P1	Universidad Católica Silva Henríquez.	9 años.	Licenciatura.
P2	Universidad de Playa Ancha.	14 años.	Licenciatura.
P3	Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.	18 años.	Magister.
P4	Universidad Católica Silva Henríquez	1 año	Licenciatura
P5	Universidad de Playa Ancha	2 años	Licenciatura

Tabla 4. *Información de profesores*

3.3.3. Libros ministeriales

La tercera muestra corresponde a los libros ministeriales que son utilizados actualmente en Segundo año de Enseñanza Media: Guía Didáctica Docente (Santis, Muñoz y Díaz, 2017), Texto del Estudiante (Chacón, et al., 2017), Cuaderno de Ejercicios (Vallejos, Cortés, Díaz y Muñoz, 2017). Esta muestra es de tipo documental a fin de realizar un análisis de contenido. Para Sierra (2001, p. 288), el foco de realizar este tipo de análisis—de contenido—"consiste concretamente en observar y reconocer el significado de los elementos que forman los documentos (palabras, frases, etc.) y en clasificarlos adecuadamente para su análisis y exploración posterior". Siguiendo a Sierra (2001), la muestra se logra a través de la búsqueda de actividades que contengan las palabras "modelación", "modelo", "modelar", "fórmula", "función".

La recolección de datos mediante este método estableció un total de 43 actividades. En detalle,

Libro ministerial	Tamaño de la muestra por libro
Guía Didáctica Docente	3
Texto del Estudiante	25
Cuaderno de Ejercicios	15

Tabla 5. *Ejercicios de libros ministeriales.*

3.4. Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos

Para esta investigación se diseñaron tres instrumentos. Inicialmente se elaboró una pauta para analizar las actividades en los libros ministeriales, se diseñaron dos encuestas, una dirigida a los docentes participantes y la otra a los estudiantes.

3.4.1. Encuesta a estudiantes

La encuesta dirigida a estudiantes se aplicó a siete segundos medios de dos colegios para identificar el contexto y realidad de los estudiantes, con esto, se pretende entender las ideas que ellos tienen sobre los ejercicios que están en los libros ministeriales, con el fin de generalizar la información obtenida para todos los estudiantes que están alrededor de esta edad y nivel. La encuesta consta de cinco preguntas, cuatro de selección única y una en donde los estudiantes deben graduar, desde 0 a 5 diversas temáticas, siendo 5 lo más cercano y 0 lo más alejado a su realidad.

3.4.2. Encuesta a Docentes

La otra encuesta fue aplicada a cinco profesores de matemáticas en ejercicio. Se diseñaron 12 preguntas. Ante la diversidad de significados que se puede dar a la modelación es necesario que los docentes expliquen lo que entienden por este concepto, por esto las primeras 7 preguntas involucran aspectos generales sobre modelación con el fin de identificar la percepción y el uso de la modelación que tienen los profesores. Mientras que el resto de preguntas están dirigidas solo para los docentes que han impartido clases de funciones cuadráticas en Segundo año de Enseñanza media del presente año 2018. De las 12 preguntas de la entrevista, 6 son cerradas y los otros 6 son preguntas con respuestas abiertas.

3.4.3. Libros ministeriales

La selección de los ejercicios propuestos por MINEDUC, se realizó bajo los siguientes criterios: considerar todos los ejercicios que tengan las palabras “modelo”, “modelar”, “modelación” “fórmula” o “función” y, además, que tengan un contexto. Los indicadores del instrumento, fueron elaborados en base al contenido teórico de las bases curriculares, respecto a lo que se entiende por modelación.

3.5. Validez y confiabilidad

Tal como se mencionó anteriormente, para la recolección de datos de esta investigación se diseñaron dos instrumentos—encuestas—dirigidos a los participantes del estudio. Ambos instrumentos fueron validados por 3 expertos que se desempeñan como académicos en programas de formación inicial docente en el área de Educación

Matemática. Dos de los expertos son investigadores en el campo de la Educación Matemática, uno de ellos tiene un Doctorado en Educación Matemática y la otra tiene un Doctorado en Didáctica de las Matemáticas. El tercer experto posee una vasta experiencia en formación de profesores. La validación se realizó a través de una tabla que consideró: el contexto preliminar de la pregunta, la pregunta y la apreciación de los expertos de acuerdo a los siguientes criterios:

Nada Claro	Poco Claro	Medianamente Claro	Claro	Muy Claro	**Respecto del propio enunciado**
Nada Pertinente	Poco Pertinente	Medianamente Pertinente	Pertinente	Muy Pertinente	**Respecto de los objetivos de la investigación**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	

Tabla 6. *Escala de apreciación para validación de los ítems*

3.5.1. ENCUESTA A ESTUDIANTES

Bajo la mirada de la Educación Matemática Realista, se propone que la enseñanza de las matemáticas debe trabajarse desde situaciones, contextos o fenómenos reales para el estudiante, de tal modo que la situación planteada sea significativa para él. Por esto surgen las primeras dos preguntas de la encuesta:

1. ¿Te gustaría que te enseñen matemáticas a través de una situación significativa para ti?

2. ¿Utilizas las matemáticas en tu vida cotidiana?

Considerando lo que el MINEDUC nos sugiere en los textos escolares de matemáticas, tanto en sus ejercicios como en su definición de modelación, se logra apreciar que algunos de los ejercicios de modelación no se acercan a la realidad de los alumnos, lo que hace necesario conocer lo que los estudiantes creen referente a estas actividades.

3. ¿Crees que los textos escolares presentan actividades relacionadas con tu realidad?

4. ¿El profesor da ejercicios relacionados con tu realidad?

Considerando la EMR, es pertinente que los estudiantes nos indiquen cuáles son los aspectos más relevantes que se encuentren en su contexto, además, que sean capaces de graduarlo en cuanto a la cercanía que ellos consideran. La información obtenida de la pregunta 5 servirá en el momento de analizar la pertinencia de los ejercicios en los libros ministeriales respecto al criterio de la realidad de los ejercicios. Las categorías de esta pregunta fueron seleccionadas según el contexto de los ejercicios y actividades de los libros ministeriales.

5. Clasifica las siguientes categorías según tu cercanía con ellas, siendo 0 nada cercano y 5 Muy Cercano

Categorías	0	1	2	3	4	5
Moda						
Tecnologías						
Deportes						
Artes y música						
Flora						
Salud						
Desastres naturales						
Comida						
Animales domésticos						
Animales salvajes						
Población						
Religión						
Redes Sociales						
Matemática (Números, álgebra, etc.)						
Otros:_______________						

Tabla 7. *Encuesta estudiantes. Contexto alumnos.*

3.5.2. Encuesta a Docentes

Ante la diversidad de definiciones que puede tener el concepto de modelación, se considera relevante saber lo que el docente conoce por Modelación Matemática. Con este objetivo, se crearon estas dos preguntas:

1. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

2. ¿Qué entiende usted por modelación?

Considerando las 4 habilidades que se buscan potenciar en el estudiante por MINEDUC en los bases curriculares en el subsector de matemáticas, una de ellas es modelar, por lo que se hace necesario el saber si el profesor en su praxis utiliza la modelación y la forma en la cual lo hace.

3. ¿Aplica la modelación matemática en sus clases?

4. ¿Cómo?

Dentro de las múltiples posibilidades que nos entrega la modelación matemática, debemos conocer las posibles ventajas y desventajas que consideran los docentes a la hora de implementarla.

5. Según usted, ¿cuáles son las ventajas y/o desventajas de la modelación en sus clases?

Al considerar lo que el MINEDUC entiende y define por Modelación Matemática, es relevante saber si el docente utiliza las actividades sugeridas en los libros escolares y su opinión respecto a estas propuestas.

6. ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes? ¿Por qué?

8. A la hora de enseñar funciones cuadráticas, ¿qué estrategias utiliza?

9. ¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad?

10. ¿Por qué?

11. En sus clases, ¿relaciona el concepto de la función cuadrática con algún elemento de la vida diaria?

12. Si su respuesta en sí, entonces indique de qué forma. Si su respuesta es no, argumente su respuesta.

4. CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1. Recolección de datos

Con el propósito de comprender la percepción y práctica de los docentes respecto al concepto de modelación, se elaboró una encuesta con preguntas abiertas y cerradas destinadas a siete profesores de matemáticas. La aplicación de este instrumento fue de manera presencial y vía mail, según preferencia del docente. Para quienes respondieron la encuesta de manera presencial (cuatro profesores), el tiempo que les tomó fue de aproximadamente 15 minutos sin ninguna duda con respecto a las preguntas. Mientras que los docentes que enviaron sus respuestas vía mail, lo hicieron en un tiempo de 48 hrs. Cabe destacar que uno de los obstáculos para la recolección de datos fue que dos de los docentes que habían aceptado participar en el estudio, no pudieron responder a la encuesta por temas de “tiempo”, ya que se encontraban en el proceso de cierre del semestre escolar.

Para el análisis de la realidad y el contexto de los estudiantes, la recolección de los datos fue mediante una encuesta que se aplicó por Google Form a los 185 estudiantes de Segundo año de Enseñanza Media. Los estudiantes respondieron la encuesta en presencia de los investigadores. Se demoraron aproximadamente 10 minutos en responder la encuesta. Además, no tuvieron ninguna dificultad con entender las preguntas ya que no se recibió ninguna duda por parte de ellos. Sin embargo, los únicos obstáculos que ocurrieron en la recolección de datos de los estudiantes, fueron las respuestas escritas que se alejaban del objetivo de la pregunta.

Para la recolección de los datos sobre libros ministeriales, consideramos ejercicios de Modelación presentes en la Guía Didáctica Docente (Santis, et al., 2017), Texto del Estudiante (Chacón, et al., 2017), Cuaderno de Ejercicios (Vallejos, et al., 2017).

4.2. Análisis de la información

Para este trabajo de tesis se realizaron cuatro diferentes análisis, éstos son:

- Análisis de la realidad y contexto del estudiante.

- Análisis de la percepción de profesores de matemática sobre la modelación.
- Análisis de los libros ministeriales respecto a la modelación y la EMR.
- Análisis general según los datos recogidos (relación entre estudiantes, profesores y libros ministeriales).

Para identificar la realidad de los estudiantes, se consideraron todas las categorías cuyos resultados promedios están arriba de 3 en el Ítem 5 de la encuesta. Además, al intentar identificar un panorama sobre las percepciones educacionales que tuvieron los estudiantes de Segundo año de Enseñanza Media, específicamente en los dos centros educacionales en donde se realizó la encuesta, se buscó tener una visión general entre toda la recolección de datos.

Para el análisis de la encuesta a los profesores se utilizará la siguiente tabla:

Profesor:	Sí, argumentación	No, argumentación
Profesor conoce la modelación		
Profesor utiliza la modelación en el aula		
Conoce las ventajas o desventajas		
Utiliza los libros ministeriales		
Cree que los ejercicios son pertinentes (cercanos al estudiante)		
Usa estrategias para funciones cuadráticas		
Relaciona la función cuadrática con la vida diaria		
Puede dar ejemplos de modelación de la función cuadrática		

Tabla 8. *Tabla de análisis de la encuesta a los profesores.*

Para el análisis de los libros ministeriales (texto del estudiantes, guía didáctica docente y cuaderno de ejercicios), en el primer lugar, se seleccionaron los ejercicios bajo los siguientes criterios: considerar todos los ejercicios que contengan las palabras “modelo”, “modelar”, “modelación” “fórmula” o “función” y, además, que tengan un contexto. Una vez que se identificaron todos los ejercicios y actividades de modelación, se crearon dos tablas para análisis de cada uno ellos.

Ejercicio Nº			
Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
El ejercicio busca crear un modelo.			
El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado.			
El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante.			

Tabla 9. *Tabla de análisis según modelación.*

Ejercicio Nº			
Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del estudiante?			
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del profesor?			
¿El ejercicio o actividad está relacionado con el contexto del estudiante?			
¿El ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común?			

Tabla 10. *Tabla de análisis según EMR.*

Los usos de estas tablas permiten parametrizar las características que los problemas poseen. La Tabla 9, ayuda a verificar si el ejercicio permite crear, utilizar o adaptar un modelo y verificar si el ejercicio está relacionado con el contexto del estudiante. La Tabla 10, ayuda a verificar si los ejercicios cumplen o no con las características esenciales de la EMR. Las características consideradas son los roles de los estudiantes y profesores, la cercanía del problema con la realidad del estudiante y si éstos se pueden resolver mediante el uso del sentido común.

4.2.1. ENCUESTA A ESTUDIANTES

A continuación, presentamos los resultados obtenidos de la encuesta realizada a un total de 185 estudiantes de Segundo año de Enseñanza media, de los establecimientos: Instituto Comercial Blas Caña (INCO) de formación técnico-profesional y Oratorio Don Bosco (ODB) de formación científico-humanista, ambos de la comuna Santiago Centro. Para el análisis de esta encuesta se establecieron cinco categorías:

4.2.1.1 CARACTERIZACIÓN DE MUESTRA

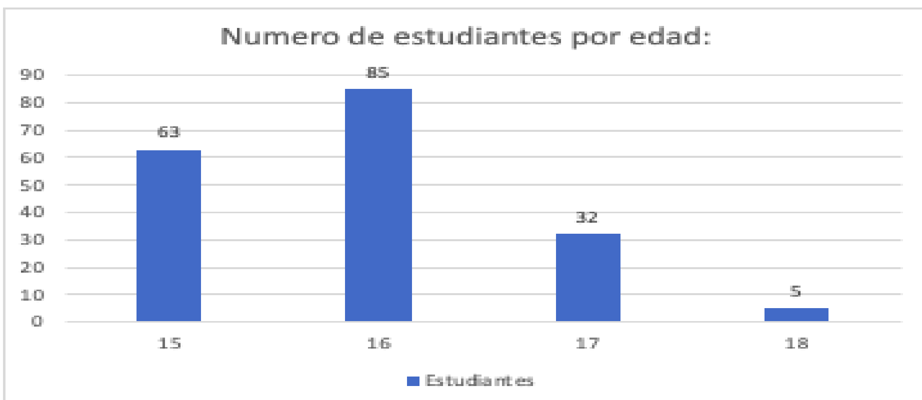


Figura 4: Número de estudiantes por edad.

Las edades de los estudiantes encuestados están representadas en la Figura 4. En el gráfico se evidencia una tendencia entre estudiantes que bordean los 15 y 16 años 149 (80,11%), seguidos por treinta y dos estudiantes que tienen 17 años (17,21%) y cinco con 18 años (2,69%).

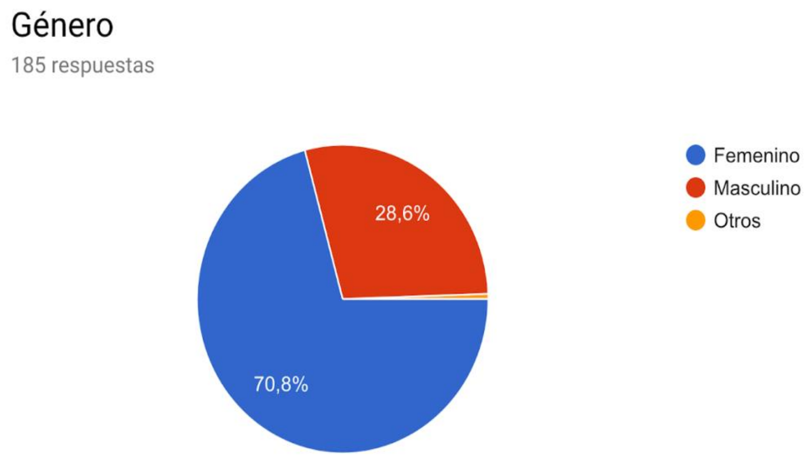


Figura 5. Género de los estudiantes encuestados

Respecto al género de los estudiantes encuestados, se evidencia que la muestra pertenece en su mayoría al género femenino con un 70.8%, sobre el 28.6% del género masculino y un 0,6% de los estudiantes que no se identifica con ningún género.

La tendencia en el género femenino se justifica a que se encuestaron a cinco cursos del INCO, siendo el establecimiento un centro educativo de niñas, lo que consideró a un total de 117 estudiantes.

Por otra parte, el ODB, colegio perteneciente a la congregación Salesiana, es un colegio mixto desde hace 2 años por lo que la cantidad de alumnas matriculadas en este establecimiento es baja. Se encuestaron a dos segundos medios del ODB, lo que desprende a 14 alumnas y 52 alumnos.

4.2.1.2 *PERCEPCIÓN/USO DE LA MATEMÁTICA EN LA VIDA REAL*

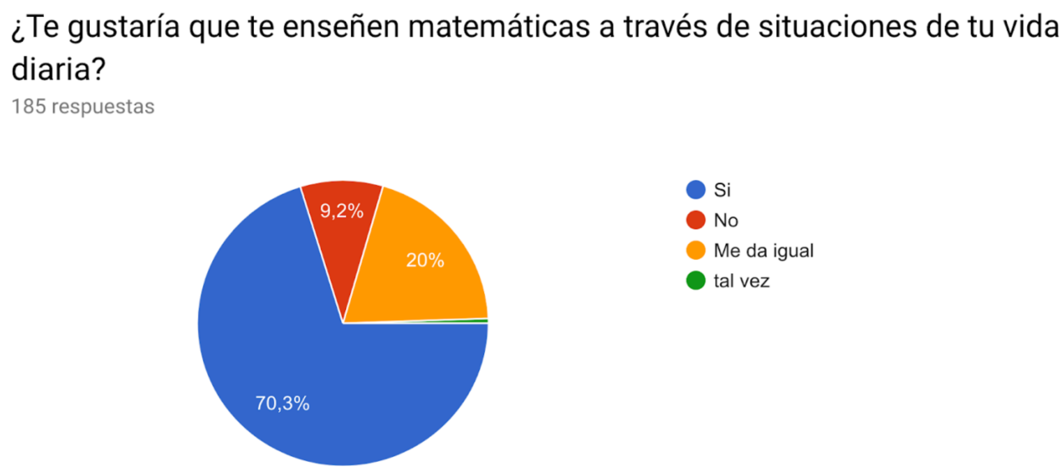


Figura 6. Preferencia de los estudiantes por aprender matemáticas a través de situaciones cotidianas

Respecto a si los estudiantes prefieren que sus profesores de matemáticas y/o los libros ministeriales utilicen situaciones de su vida diaria, se logra observar una tendencia hacia la respuesta "sí". El 70,3% de los estudiantes encuestados muestran interés por utilizar situaciones que se relacionan a su cotidianidad. Sin embargo, el 20% de los estudiantes respondieron "Me da igual". Ello habla de estudiantes a los que les es indiferente el contexto en el que están situados los problemas matemáticos. En la misma línea, un 0,5% de la muestra consideró que tal vez le gustaría que se consideren sus situaciones de la vida diaria al momento de enseñar matemáticas. Finalmente, un 9,2% de los estudiantes respondieron que no les gustaría o no le interesa.

Dado que la muestra en su mayoría contempla a un público femenino, cabe destacar que tanto hombres como mujeres tienen una inclinación a la preferencia de ejercicios a través de situaciones reales, donde 36 hombres (67,92%) y 94 mujeres (70,68%) afirmaron este punto. Además, considerando las edades de los encuestados, cada categoría del rango etario registrado entre los 15 y 18 años también contempla una inclinación sobre el 65%, lo que indica que el alumnado, independiente del sexo o la edad, tienen agrado con elementos de su realidad en ejercicios o actividades realizadas en clases.

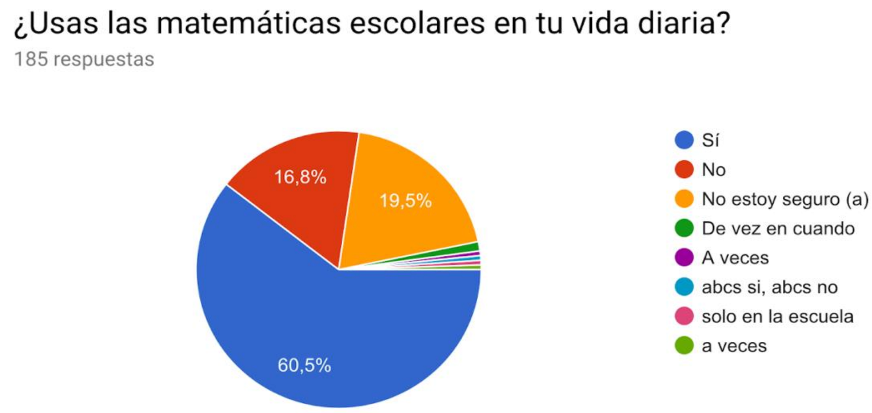


Figura 7. El uso de las matemáticas en la vida diaria.

112 de los estudiantes (60,5%) consideran que utilizan las matemáticas en su vida diaria, no sabemos de qué manera y la veracidad de los resultados obtenidos, pero los estudiantes ya reconocen en la matemática que aprenden en la escuela, una herramienta que les permite desenvolverse de alguna manera en su vida cotidiana. Además, 36 de los estudiantes (19,5%) no está seguro de utilizar las matemáticas en su vida diaria. Por último, 31 estudiantes (16,8%) no las utiliza. En la pregunta, las opciones que existían eran 4: Sí, No, No estoy seguro(a) y otro, en donde los encuestados agregaron: “abcs si, abcs no”, “solo en la escuela” y “a veces”.

A su vez, existe una tendencia tanto en hombres como mujeres en relación al uso de las matemáticas escolares utilizadas en la vida diaria, en donde no se logra divisar una variación en la inclinación de encuestados que afirman la pregunta, donde 31 hombres (62%) y 81 mujeres (63,28%) afirman la pregunta. Cabe destacar que el rango etario muestra una variación en la tendencia, donde mientras más edad tienen los encuestados, más se alejan a la afirmación de la pregunta.

Los encuestados entre 15 y 16 años (145 estudiantes) muestran una inclinación hacia la afirmación de la pregunta, donde 92 estudiantes (64,83%) respondieron “Sí”. Por otra parte, los estudiantes entre los 17 y 18 años (34 estudiantes) muestran una inclinación más leve frente a la afirmación, donde las personas de 17 años contemplan una afirmación de 53,33% a la pregunta, mientras que las personas de 18 años distribuyen sus respuestas entre “Sí” y “no estoy seguro (a)”, con la mitad de las respuestas a cada opción anteriormente nombrada.

Considerando la pregunta anterior (ver Figura 6), es posible establecer una relación entre ambas preguntas: ¿Te gustaría que te enseñen matemáticas a través de situaciones de tu vida diaria? y ¿Usas las matemáticas escolares en tu vida diaria? En esta relación, que los estudiantes reconozcan que las matemáticas escolares son utilizadas en la cotidianidad podría justificar la inclinación de éstos por preferir que les enseñen matemáticas a través de problemas cercanos a su cotidianeidad. Ello se establece a partir de que de las 130 personas que sostuvieron una inclinación por la enseñanza de las matemáticas mediante situaciones de la vida diaria, 84 estudiantes (65,12%) afirmaron utilizar las matemáticas escolares en su día a día.

4.2.1.3 Percepción sobre los libros ministeriales

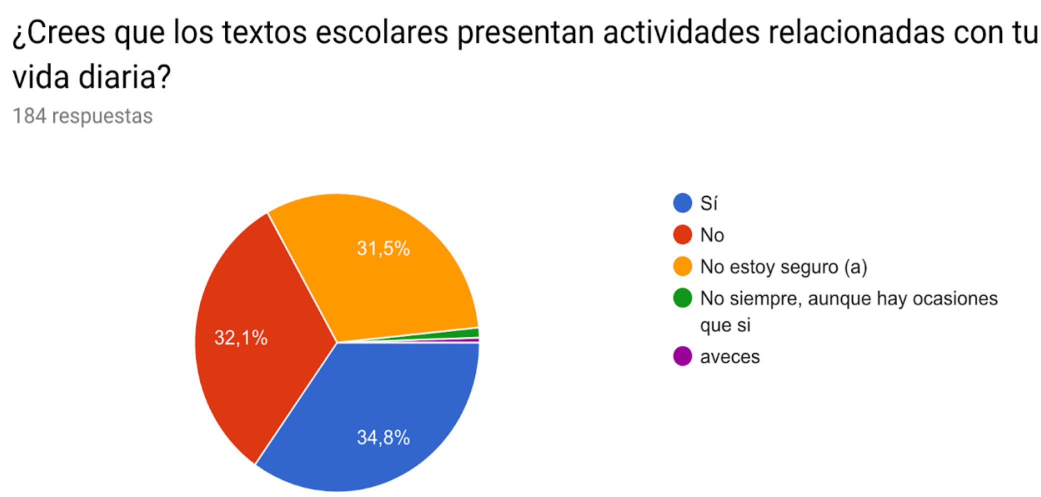


Figura 8. Actividades relacionadas con la vida diaria del estudiante.

Las respuestas a esta interrogante están divididas en 3 grandes grupos: el 34,8% de los estudiantes considera que las actividades que sugiere el MINEDUC en sus libros escolares están relacionadas con su vida diaria. El 32,5% no está seguro y el 32,1% de los alumnos asegura que los libros ministeriales no presentan actividades relacionadas con su vida cotidiana.

Ahora bien, considerando la pregunta 3: "¿Te gustaría que te enseñen matemáticas a través de situaciones de tu vida diaria?", se pueden armar nexos entre las preferencias de los estudiantes con lo que perciben, en relación a la cercanía de los elementos utilizados en actividades y ejercicios de los textos escolares. Existe una notoria inclinación a la respuesta "Si" con 130 estudiantes (70,3%) en la Pregunta 3, sin embargo, de las personas que afirmaron esta pregunta, tan sólo 48 de ellos y ellas (36,92%) creen que los textos escolares presentan actividades asociadas a su vida diaria. Esto pone en evidencia que la mayoría de los estudiantes que consideran importante, o bien, de su agrado el hecho de que se utilicen ejercicios con elementos cercanos a su realidad muestran un desligamiento de este ámbito con los textos escolares.

4.2.1.4 *Percepción sobre la práctica del profesor.*

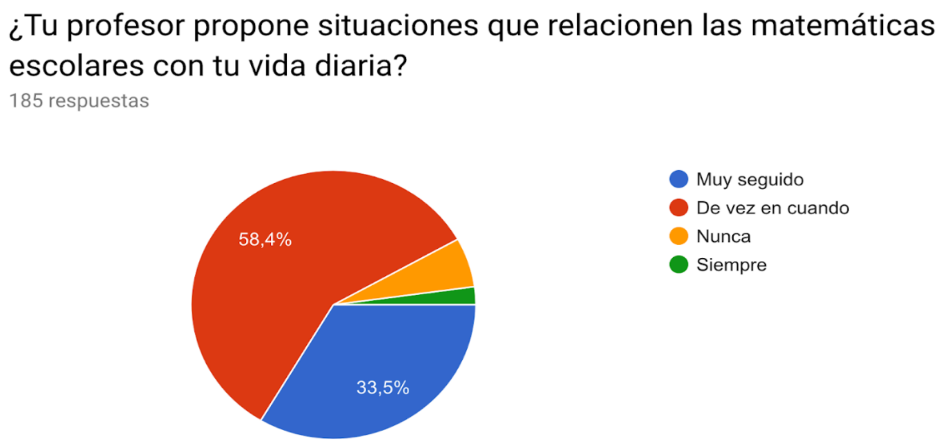


Figura 9. Situaciones propuestas por el profesor y su cercanía con la vida diaria.

Cabe destacar que sólo un profesor imparte la asignatura en 4 de los 5 cursos encuestados del INCO, al igual que en los dos Segundos Medios encuestados del ODB, contando con un total de 3 profesores que realizan clases a los 7 Segundos Medios.

Sólo el 2,2 % de los estudiantes encuestados declaran que el profesor siempre propone actividades que se relacionen con su vida diaria, seguidos de un 33,5% que respondieron que esto se da con bastante regularidad y más del 50% de los estudiantes declaran que esto se da de vez en cuando. Por otro lado, menos del 6% de los estudiantes responden a que el profesor no propone actividades en las que relacionen las matemáticas escolares con su vida diaria.

Ahora bien, considerando la pregunta 3: "¿Te gustaría que te enseñen matemáticas a través de situaciones de tu vida diaria?", de las personas que respondieron “Si” a esta pregunta (130 estudiantes) tan sólo 3 de ellos afirman que los profesores que le hacen clases utilizan elementos de su vida cotidiana para sus actividades en clases, 50 de ellos (38%) respondieron “muy seguido”, y la mayoría de los estudiantes (54%) afirman que sucede “de vez en cuando”.

4.2.1.5 INTERESES DE LOS ESTUDIANTES.

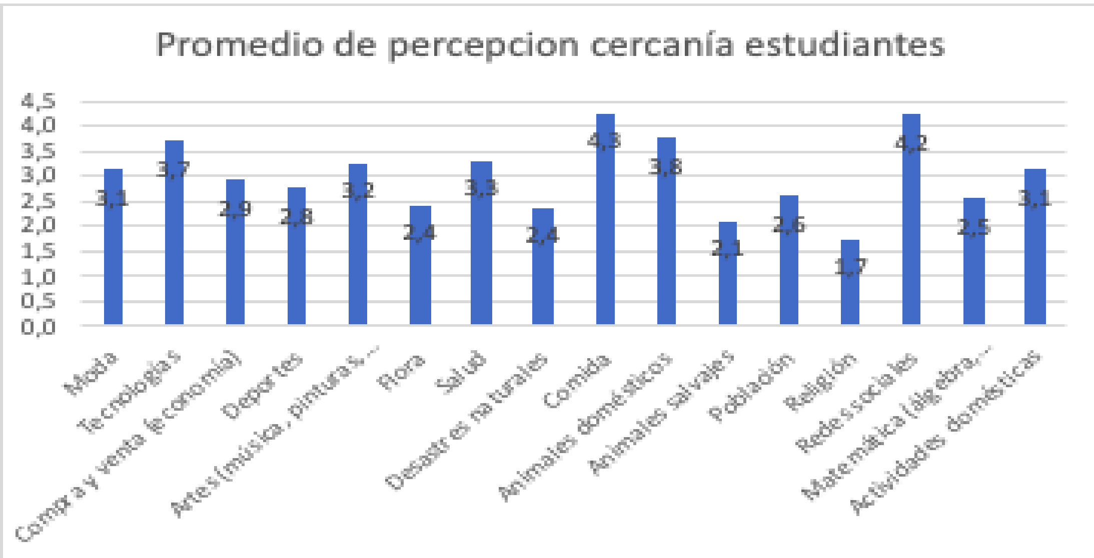


Figura 10. Promedio de los temas de cercanía que tienen los estudiantes.

En el gráfico se presentan los promedios respectivos a las percepciones de cercanía que tenían las estudiantes con cada uno de los temas: Moda, Tecnologías, Compraventa, Deportes, Artes, Flora, Salud, Desastres naturales, Comida, Animales domésticos, Población, Religión, Redes sociales, Matemática y Actividades domésticas.

El tema que obtuvo menor puntaje y, por lo tanto, es considerado más alejado a su vida cotidiana dentro de las opciones que se les entregaron es Religión, seguido de animales salvajes, los desastres naturales, matemática, flora, población, deportes y compraventa, todos estos elementos con un promedio por debajo de 3. Uno de los puntos más considerables, dada las características de la muestra, es “deportes.” Hubo una notoria disonancia en la cercanía del tema relacionado con el género de los encuestados: 16 hombres (30,19%) de los 53 encuestados indicaron que es lo más cercano; mientras que, en las mujeres, solo 19 estudiantes, de las 131 encuestadas, indicaron que es lo más cercano. Esto abre la posibilidad de una variación de resultado en la cercanía de los deportes según el género, lo que puede provocar cambios en muestras donde haya menos diferencia en la cantidad de hombres y mujeres.

Por el contrario, los temas que consideraron más cercanos a la realidad del total de la muestra, fueron: moda, actividades domésticas, artes, salud, tecnologías, animales domésticos, red sociales y comida. Ordenados desde el tema más alejado al más cercano respectivamente.

Dentro de las opciones se consideró "otros", entregándonos una baja cantidad de resultados que mencionaremos a continuación: "otros", "documentación histórica", "hola", "filosofía", "me gusta dormir todo el dia soy inútil", "no mgtan las Matemáticas", "pero grax por preguntar <3".

4.2.2. ENCUESTA DOCENTES

La información recopilada nos dará como resultado un panorama con respecto al concepto de modelación de 5 profesores de matemáticas de enseñanza media. A los profesores se les consulta sobre su percepción de la modelación matemática, qué es lo que saben sobre modelación matemática, si es que la usan y cómo la relacionan en sus clases. Los indicadores para analizar las encuestas de los docentes fueron creados según sus respuestas con el fin de encontrar conceptos en común. Además, se utilizaron aspectos fundamentales en la definición del concepto de modelación, tales como: "predecir casos", "ajustar modelos" y "habilidad", éste último, según cómo lo utiliza el MINEDUC. Las posibles respuestas se enmarcan en 3 opciones "Sí", que considera una respuesta clara en la cual existe un concepto definido "correctamente". La opción "No", cuando no existe ningún concepto que defina el término de modelación. Y, por último, se utiliza "no es específico" cuando el profesor busca definir el concepto, sin embargo, no es claro o no se ajusta al término "correctamente" empleado.

A continuación, se detallará el análisis realizado para cada pregunta de la encuesta.

4.2.2.1 *PREGUNTAS 1 Y 2*

¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?	
Si	5
No	0
Omitió	0

Tabla 11. *Análisis Pregunta 1.*

¿Qué entiende usted por modelación matemática?			
Indicador	Si	No	No es específico
La modelación es un proceso	1	0	4
La modelación es una habilidad	0	0	5
La modelación busca ajuste de modelos.	0	0	5
La modelación busca una construcción de modelos.	3	0	2
La modelación predice casos.	0	0	5
La modelación contempla situaciones.	4	0	1
Dichas situaciones son reales (EMR)	2	0	3

Tabla 12. *Análisis Pregunta 2.*

Respecto a esta pregunta, uno de los cinco profesores, P3, habla de la modelación como un proceso. P3 entiende modelación como el *"Proceso mediante el cual se logra interpretación lógico matemática de una situación para deducir posteriormente una generalización ó fórmula que dé respuesta a casos particulares, independiente de sus valores numéricos".* Por otro lado, dos de ellos mencionan explícitamente que la modelación permite construir modelos, pero ninguno la considera como un ajuste de modelos matemáticos. Por ejemplo, P1 menciona que Modelación Matemática implica la creación de un modelo: *"Modelación matemática es que desde la base de un* *problema de la vida diaria crear un modelo matemático".* P4 relaciona la Modelación Matemática con la resolución de problemas para establecer un modelo matemático: "*Una forma de 'matematizar' situaciones de la vida cotidiana a través de, por ejemplo: 'La resolución de problemas'. Es decir, en base a una situación o problema se cree un modelo matemático".*

P2 profundiza sobre el proceso que deben vivenciar los estudiantes para lograr relacionar lo cotidiano con lo matemático. Esto permite entrever que se Modelación Matemática implica establecer relaciones, por ende, crear un modelo a partir de una situación de la vida cotidiana: *"Para modelar en matemática se debe plantear un ejercicio que esté relacionado a la vida cotidiana, para que el alumno desarrolle un momento exploratorio y aplique contenidos matemáticos para poder resolverla, lo que se llama momento mixto, porque relaciona lo cotidiano y lo matemático".* Por el contrario, P5 profundiza en otros aspectos en los que no es específico su entendimiento sobre Modelación Matemática: *"Enseñar la asignatura mediante aplicaciones de ésta en otras áreas y desarrollar además otro tipo de habilidades, como la comprensión, interpretación".*

La modelación matemática en el currículo escolar, es presentada por MINEDUC como una habilidad a desarrollar, por lo que es pertinente que se busque esta mención entre las respuestas dadas por los profesores. Predecir casos es una de las particularidades que presenta el MINEDUC, aún así, los profesores no lo reconocen como parte de la definición de modelación. También, cuatro de los profesores relaciona la modelación con situaciones de cualquier tipo, aunque sólo dos dicen que estas situaciones deben ser reales o que se ajusten al contexto del estudiante. Que el 4 de los 5 profesores vinculen la matemática a algún tipo de situación es muy relevante, puesto que éste tipo de relaciones facilitan la comprensión del fenómeno por medio de las matemáticas, permitiendo poder asociar el concepto matemático a otros contextos. Finalmente, cabe recalcar que un profesor menciona la palabra "matematizar", concepto clave en la visión de la EMR, la cual se considera un sinónimo de "modelar".

4.2.2.2 PREGUNTAS 3 Y 4

¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática?	
Si	4
No	1
Omitió	0

Tabla 13. *Pregunta 3.*

¿De qué forma?			
Indicador	Si	No	No es específico
Entrega el modelo para un ajuste.	0	5	0
Busca que los estudiantes construyan un modelo.	4	1	0
Contempla situaciones.	4	1	0
Dichas situaciones son reales (EMR)	3	2	0

Tabla 14. *Pregunta 4.*

Cuatro de los profesores mencionan diversas estrategias para enseñar algún contenido utilizando la Modelación Matemática. Por ejemplo, P3 señala que las estrategias de Modelación Matemática se dan: "*A través de un método inductivo, casos particulares y secuenciados, las estudiantes deducen la fórmula del interés compuesto".* De estos cuatro profesores, tres toman en consideración el uso de situaciones reales, o un contexto de interés para los estudiantes y uno omitió respuesta:

P1: *"En ocasiones los ejemplos y ejercicios que se hacen en pizarra o que se dan como actividad, empleo ejemplos de la vida diaria, y desde allí modelando la solución"*.

P2: *“Dando una situación real y que ellos analicen y formen una estructura para resolver; lo cual lo hace un conocimiento y aprendizaje propio”.*

P4: “*Se le han presentado problemas y/o situaciones en un contexto de interés de los estudiantes (juegos como Pokemon GO, Fornite, etc.). Lo cual ha generado mayor interés de su parte durante el desarrollo o creación del modelo matemático”.*

Significa que el 60% de los profesores considera el contexto del estudiante al realizar sus clases, lo que permite que el alumno pueda resolver problemas matemáticos desde su realidad, haciendo más significativo el aprendizaje. Más concretamente, los profesores, además de definir la modelación correctamente, aplican en sus clases el mismo principio, utilizar situaciones cercanas al estudiante para el aprendizaje de las matemáticas.

4.2.2.3 PREGUNTA 5

¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

Indicador	Si	No	No es específico
Ventajas			
Relevancia de la matemática en la realidad.	1	0	4
Desarrollo de pensamiento lógico matemático.	1	0	4
Establecer generalizaciones tras patrones reales.	1	0	4
Aprendizaje significativo.	2	0	3
Desventajas			
Tiempo invertido en experimentos.	0	0	5
Posibles ambigüedades en los resultados obtenidos.	0	0	5

Tabla 15. *Análisis Pregunta 5.*

La mayoría de los profesores mencionaron que el uso de la Modelación Matemática tiene solamente ventajas: *“La modelación solo tiene ventajas, porque nos permite poder desarrollar estas habilidades elaboradas por el ministerio de educación”* (P2). Esto, para los profesores, permite un aprendizaje significativo o permanente. Por ejemplo, P4 estableció que, según su entendimiento, *“la modelación es una herramienta útil, siempre y cuando haya una base en el aprendizaje de la asignatura”.* A su vez, P3 respondió que las ventajas de la Modelación Matemática son, principalmente, el *“Desarrollo del pensamiento lógico matemático. Estructurar ideas mediante lenguaje matemático. Establecer generalizaciones. Lograr aprendizajes permanentes.”*

En esta pregunta, también se menciona la relevancia de la matemática en la realidad: *“Las ventajas son que con los ejemplos de la vida cotidiana las alumnas pueden entender que la matemática si se ocupa cotidianamente”* (P1). En suma, la Modelación Matemática permite el desarrollo del pensamiento lógico y establecer generalizaciones tras patrones reales, todas mencionadas una sola vez por diferentes docentes. Cabe señalar que dos profesores mencionan la importancia de desarrollar habilidades, herramientas fundamentales para el aprendizaje del estudiante, y que un profesor omitió respuesta.

4.2.2.4 Preguntas 6 y 7

Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?	
Si	3
No	1
Omitió	1

Tabla 16. *Análisis Pregunta 6.*

¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?	
Si	0
No	4
Lo desconozco	1

Tabla 17. *Análisis Pregunta 7.*

¿Por qué?			
Indicador	Si	No	No es específico
Tiene ejercicios que contemplan modelación matemática.	2	1	2
Tiene ejercicios pertinentes a la realidad del estudiante.	1	1	3
Tiene ejercicios pertinentes al interés del estudiante.	0	2	3

Tabla 18. *Análisis justificación Pregunta 7.*

Uno de los docentes encuestados afirma que no existe una verdadera modelación matemática en los libros escolares: *"En primer lugar los libros no realizan modelamiento, están mal nombrados en el libro, por esta razón no son particulares"* (P2). Esto justifica el hecho de una inexistente conexión con la consideración de la realidad y/o interés del estudiante. P4 recalca que en los libros "*no hay un uso de los intereses actuales de los estudiantes. Los contextos usados son los mismos de siempre".*

Los profesores que argumentaron sobre la cercanía de la realidad del estudiantado presente en los ejercicios de modelación matemática de los libros ministeriales tienen opiniones divididas, en donde un docente aclara que *"no son pertinentes al interés de las estudiantes, pero sí representa buenos ejemplos basados en la vida cotidiana"* (P1). Esto hace referencia a dos aspectos fundamentales presentes en la visión de realidad que tiene la EMR, dado que el interés y contexto son los dos focos fundamentales para contemplar la realidad que se deben visualizar en los ejercicios que consideren esta teoría, por lo que suponemos, se considera relevante esta teoría de forma indirecta. Por ejemplo, P3 alude a la importancia de *"promover en el estudiante interés por diversas interpretaciones del entorno cercano, la naturaleza, las ciencias sociales u otras, con modelamiento matemático como aporte a su comprensión de la realidad"*.

4.2.2.5 Pregunta 8

A la hora de enseñar funciones cuadráticas, ¿qué estrategias utiliza?			
Indicador	Si	No	No es específico
Utiliza elementos cotidianos para modelar.	1	1	0
Fomenta la deducción para crear un modelo.	1	1	0
Propone el ajuste de modelos.	0	2	0

Tabla 19. *Análisis Pregunta 8.*

Sólo dos profesores de los cinco que participaron en este estudio han enseñado funciones cuadráticas en Segundo Medio luego de la reformulación curricular (P2 y P3), y por ende son los únicos que respondieron esta pregunta.

Ambos profesores afirman utilizar algún tipo de estrategia para enseñar funciones cuadráticas a través de la modelación. Uno de los profesores menciona el uso de "*Ejemplos cotidianos que se pueden modelar con función cuadrática, para introducir al tema"* (P3). El otro profesor no especifica mayores detalles, dejando una respuesta ambigua: "*Sólo se utilizó una estrategia técnica"* (P3).

4.2.2.6 Preguntas 9, 10, 11 y 12

¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad?	
Si	3
No	0
Omitió	2

Tabla 20. *Análisis Pregunta 9.*

¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad? ¿Por qué?			
Indicador	Si	No	No especifica
Entrega ejemplos de modelación en funciones cuadráticas.	2	0	0
Muestra análisis en la generalidad de casos donde se pueda utilizar una función cuadrática.	1	1	0

Tabla 21. *Análisis Pregunta 10.*

En sus clases, ¿Relaciona el concepto de función cuadrática con algún elemento de la vida diaria?	
Si	2
No	1
Omitió	2

Tabla 22. *Análisis Pregunta 11.*

En sus clases, ¿relaciona el concepto de la función cuadrática con algún elemento de la vida diaria? Si su respuesta en sí, entonces indique de qué forma. Si su respuesta es no, argumente su respuesta.			
Indicador	Si	No	No especifica
Entrega ejemplos que ha realizado o planea realizar.	1	0	1
Entrega metodología para abordar actividades de función cuadrática con elementos de la vida diaria	0	0	2
Si la respuesta 11 es no.			
Argumenta por qué no relaciona la función cuadrática a elementos de la vida diaria en sus clases.	0	0	2

Tabla 23. *Análisis Pregunta 12.*

Los profesores que enseñaron funciones cuadráticas en segundo medio indican que dicho contenido sí se puede relacionar con algún elemento de la realidad y, del mismo modo, ambos entregan ejemplos de modelación en funciones cuadráticas. El profesor P2 menciona un ejemplo poco común y que no se ajusta al contexto de los estudiantes, lo que posiblemente dificulte la relación de los estudiantes con el ámbito de las matemáticas: "*Porque existen ejemplos de la vida cotidiana que están relacionados con esta función. Por ejemplo, las "vallas" por las que se delimita el mar".* Sin embargo, el profesor P3, entrega varios ejemplos, de los cuales la mayoría tienen cierta cercanía con los alumnos.

P3: "Porque la función cuadrática tiene aplicaciones en la ingeniería, la física, la medicina, entre otras áreas
Ejemplos:

- *Lanzamiento de un balón*
- *Construcción de puentes*
- *Curvatura de un cable entre poste y poste.*
- *Trayectoria del agua de un dispensador de jardín*
- *En la natación (caída libre)"*

4.2.3. Libros de Segundo año de Enseñanza Media

A continuación, se presentan, a través de tablas resumen y su respectivo gráfico, los resultados del análisis de 43 ejercicios en total: 25 del Texto del estudiante, 3 de la Guía Didáctica Docente y 14 del Cuaderno de ejercicios. Para este análisis se tomará en cuenta la opinión de los estudiantes con respecto a la cercanía de ciertas áreas presentes en su contexto. Los temas que los estudiantes elijan, determinarán qué tan cercanos son, para ellos, los ejercicios, problemas o actividades presentes en los libros ministeriales.

4.2.3.1 Educación matemática realista

En este apartado se presentan los resultados del análisis de los ejercicios, problemas o actividades vistas bajo la teoría de la EMR.

4.2.3.1.1 Texto del estudiante

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del estudiante?	25	0	0
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del profesor?	0	25	0
¿El ejercicio o actividad está relacionado con el contexto del estudiante?	7	18	0
¿El ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común?	4	21	0

Tabla 24. *Tabla resumen. Texto del estudiante.*

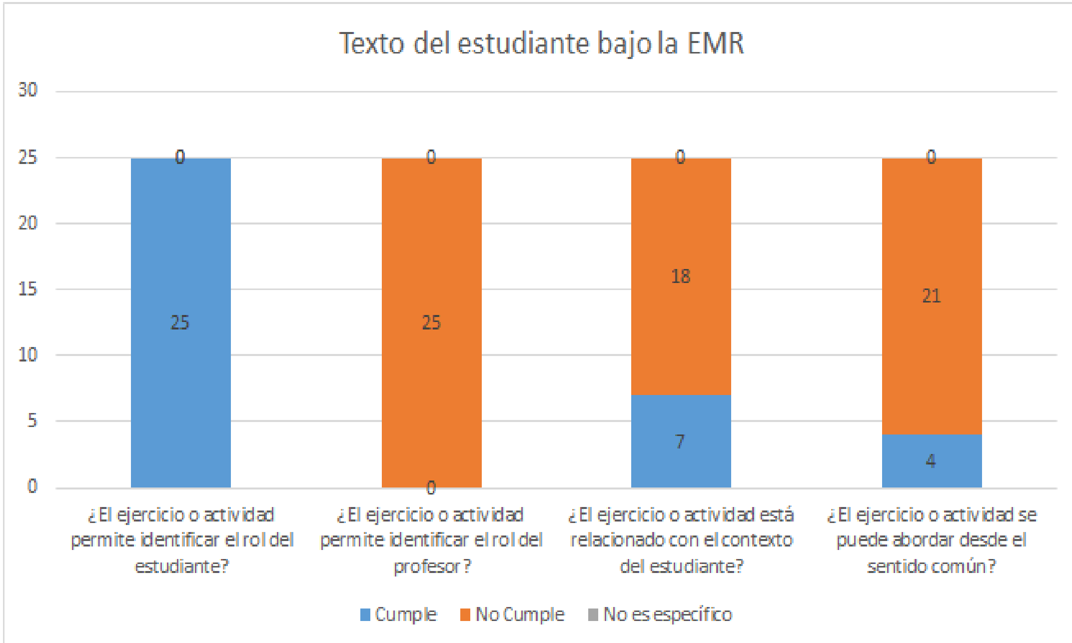
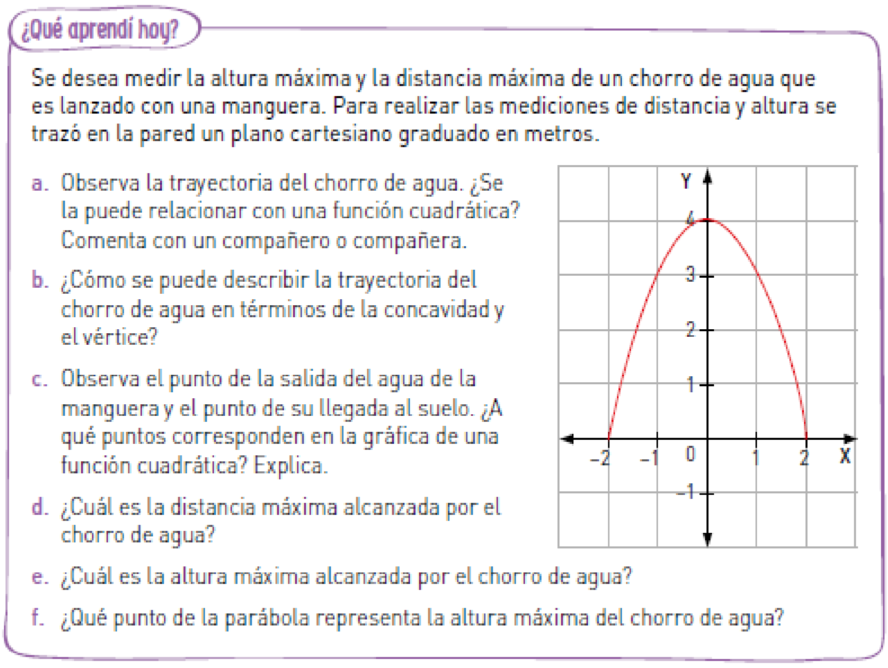


Figura 11. Análisis del Texto del estudiante bajo la EMR.

En el primer indicador, que define el rol del estudiante, todas las actividades establecen, de alguna manera, lo que debe hacer el alumno. Ya sea por medio de preguntas directas, sugerencias o procedimientos. Pero no de una manera clara y explícita, sino que son netamente instrucciones y no un proceso en donde el alumno deba ir descubriendo ideas o conceptos matemáticos. El segundo indicador muestra que, en el Texto del estudiante, no se define el papel que debe tomar el profesor, lo que implica un incierto y relativo actuar del profesor a la hora de gestionar las actividades presentes en el libro. El tercer indicador señala que 7 de 25 ejercicios (28%) se abordan desde las preferencias de los datos recopilados de los estudiantes, preferencias como: Comida, redes sociales, tecnologías y animales domésticos, dejando los restantes 18 ejercicios (72%) sin un contexto significativo para el alumno. De estos 18 ejercicios, uno destaca por no ser específico en su relación con la realidad. Por último, el cuarto indicador, relaciona la resolución de los ejercicios con el sentido común de los alumnos, donde sólo 4 de los 25 ejercicios (16%) se pueden resolver mediante esta metodología, debido a la cercanía del problema y la naturaleza de las preguntas que se le hacen al estudiante.

Por ejemplo, hay una actividad se vincula con una de las categorías (Actividades domésticas) de contexto que se les presentó a los estudiantes en la encuesta (ver Figura 12), lo que facilita la comprensión del fenómeno, su estudio y relación al contenido matemático escolar y, por lo tanto, su resolución por medio del sentido común.



¿Qué aprendí hoy?

Se desea medir la altura máxima y la distancia máxima de un chorro de agua que es lanzado con una manguera. Para realizar las mediciones de distancia y altura se trazó en la pared un plano cartesiano graduado en metros.

a. Observa la trayectoria del chorro de agua. ¿Se la puede relacionar con una función cuadrática? Comenta con un compañero o compañera.
b. ¿Cómo se puede describir la trayectoria del chorro de agua en términos de la concavidad y el vértice?
c. Observa el punto de la salida del agua de la manguera y el punto de su llegada al suelo. ¿A qué puntos corresponden en la gráfica de una función cuadrática? Explica.
d. ¿Cuál es la distancia máxima alcanzada por el chorro de agua?
e. ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por el chorro de agua?
f. ¿Qué punto de la parábola representa la altura máxima del chorro de agua?

Figura 12. Actividad texto del estudiante. (Chacón et al., 2017, p.129)

4.2.3.1.2 GUÍA DIDÁCTICA DOCENTE

Tabla resumen de la guía docente.

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del estudiante?	3	0	0
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del profesor?	0	0	3
¿El ejercicio o actividad está relacionado con el contexto del estudiante?	1	2	0
¿El ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común?	1	2	0

Tabla 25. *Resumen de la guía docente.*

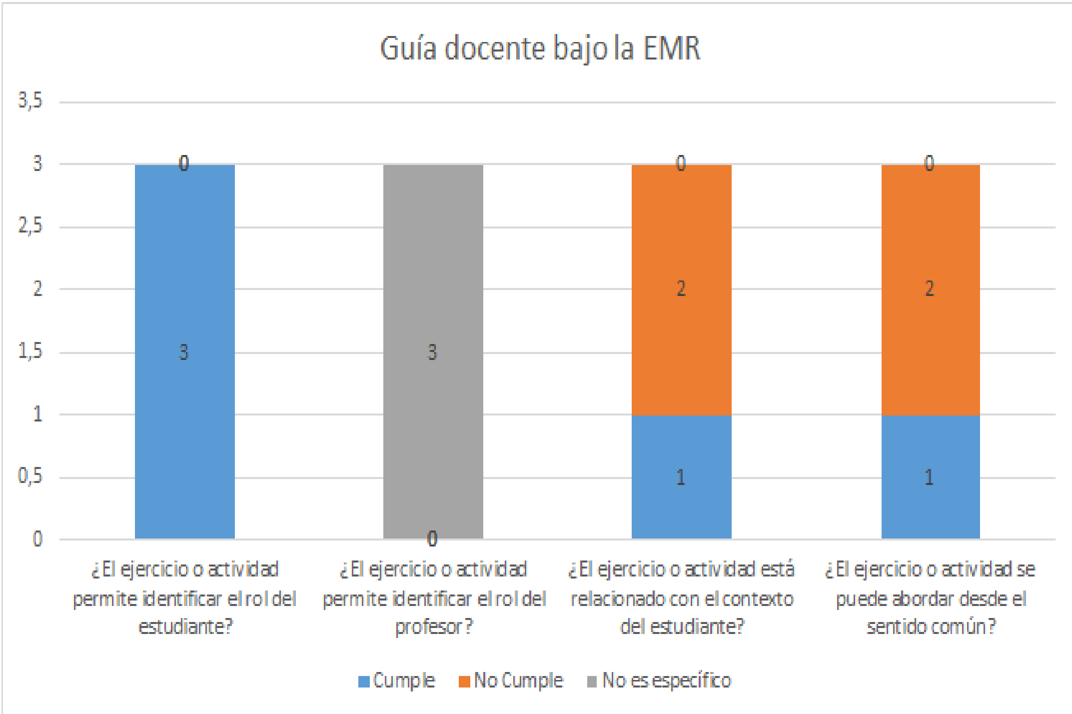
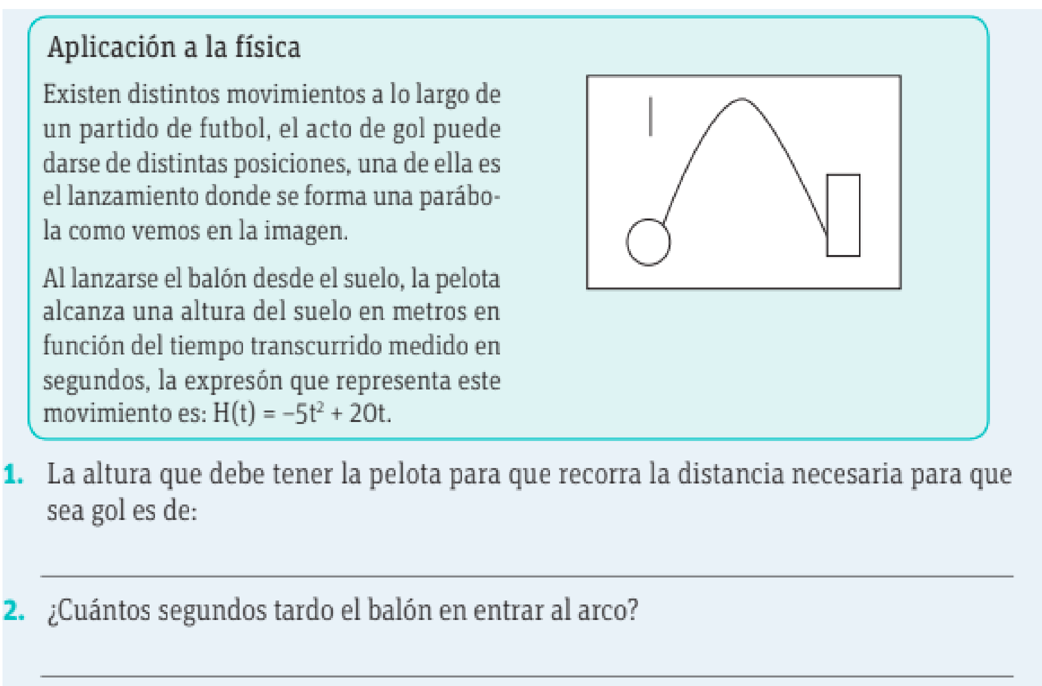


Figura 13. Análisis de la guía docente bajo la EMR.

El primer indicador muestra que las actividades planteadas orientan al profesor sobre lo que el estudiante debe hacer mediante preguntas y secuencias que estructuradas para que el estudiante pueda desarrollar la actividad:



Aplicación a la física

Existen distintos movimientos a lo largo de un partido de futbol, el acto de gol puede darse de distintas posiciones, una de ella es el lanzamiento donde se forma una parábola como vemos en la imagen.

Al lanzarse el balón desde el suelo, la pelota alcanza una altura del suelo en metros en función del tiempo transcurrido medido en segundos, la expresón que representa este movimiento es: $H(t) = -5t^2 + 20t$.

1. La altura que debe tener la pelota para que recorra la distancia necesaria para que sea gol es de:

2. ¿Cuántos segundos tardo el balón en entrar al arco?

Figura 14. Actividad complementaria. Guía didáctica docente. (Santis, et al., 2017, p.90)

A pesar de ello, no son preguntas o actividades que permitan al estudiante ir descubriendo y generando su propio conocimiento. Curiosamente, el ejercicio que se aborda en la actividad complementaria, trata un tema cercano al estudiante, vinculado a la categoría Deporte de la encuesta aplicado a los alumnos, a pesar de ello, el ejercicio no se puede abordar desde el sentido común del estudiante.

Las tres actividades no permiten apreciar el rol del profesor ya que sólo entrega un ejercicio (Aplicación a la física) y no especifica lo que el docente debe realizar. Por la naturaleza de las preguntas, el docente debería intervenir en ellas debido a que no son preguntas a las que el estudiante pueda resolver directamente mediante su sentido común. Tal como muestra la pregunta 4, en donde dos de los ejercicios no se puede resolver utilizando el sentido común, incluida la actividad complementaria relacionada al deporte.

4.2.3.1.3 CUADERNO DE EJERCICIOS

Tabla resumen: Cuaderno de ejercicios.

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del estudiante?	15	0	0
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del profesor?	0	14	1
¿El ejercicio o actividad está relacionado con el contexto del estudiante?	5	10	0
¿El ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común?	0	15	0

Tabla 26. *Resumen del cuaderno de ejercicios.*

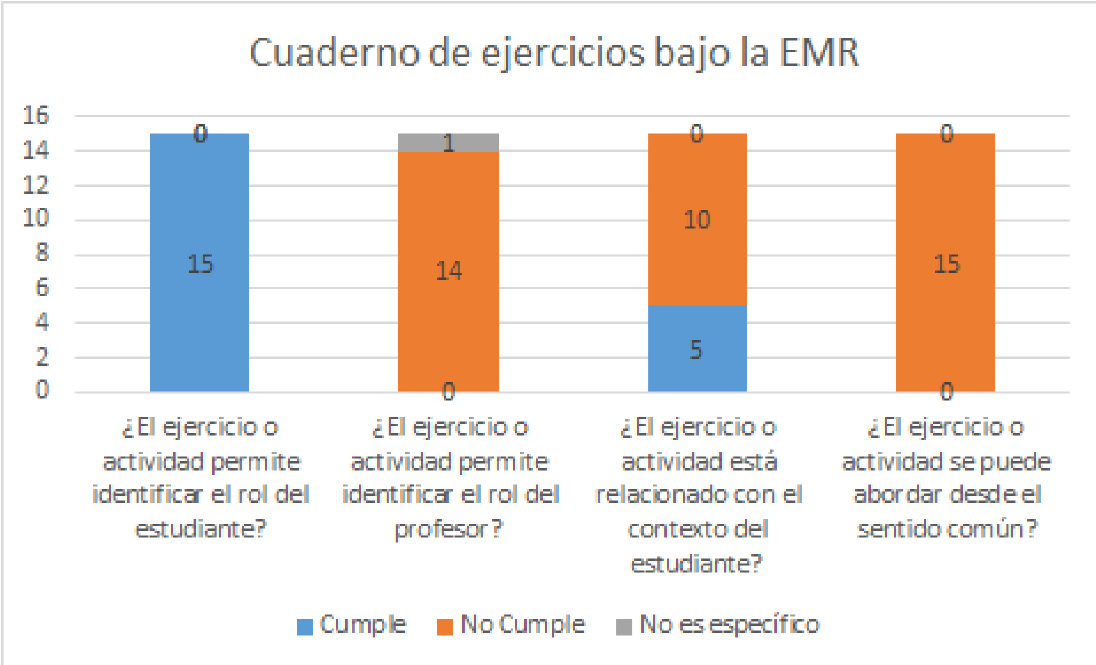


Figura 15. Análisis del cuaderno de ejercicios bajo la EMR.

En el cuaderno de ejercicio presenta 15 ejercicios relacionados con modelación. El indicador 1 revela que todos los ejercicios especifican el rol del estudiante. En el segundo indicador, un sólo ejercicio no especifica cuál es el rol del profesor, mientras que todos los otros problemas no dan luces sobre lo que debe hacer el estudiante. Esto se debe a la intención que tiene el cuaderno de ejercicios, donde el estudiante debe desarrollarlo de manera autónoma. A pesar de tratarse de problemas de modelación o ejercicios ligados al contexto del estudiante, sólo 5 de los 15 ejercicios (33,33%) están vinculados con la realidad de los alumnos y ninguno de ellos se puede abordar desde el sentido común de los alumnos, como se puede apreciar en el siguiente ejercicio:

1 Un deportista especializado en el lanzamiento de jabalina está en la final de un campeonato. Su último lanzamiento se puede expresar como $f(x) = -\frac{1}{350}x^2 + \frac{6}{35}x + 2$, donde x es la distancia recorrida (metros) e y la altura (metros).

a. ¿Cuántos metros alcanzó el tiro?

R: ______________________________

b. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó el lanzamiento?

R: ______________________________

Figura 16. Ejercicio 1. Cuaderno de ejercicios. (Vallejos et al., 2017, p.67)

Este tipo de actividades no se pueden resolver mediante un simple razonamiento, si no que se necesita de un pensamiento más complejo, necesario para comprender la naturaleza de las preguntas.

INDICADORES	Cumple	No cumple	No es específico
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del estudiante?	43	0	0
¿El ejercicio o actividad permite identificar el rol del profesor?	0	39	4
¿El ejercicio o actividad está relacionado con el contexto del estudiante?	13	30	0
¿El ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común?	5	38	0

Tabla 27. *Resultados del análisis general de los libros bajo la EMR.*

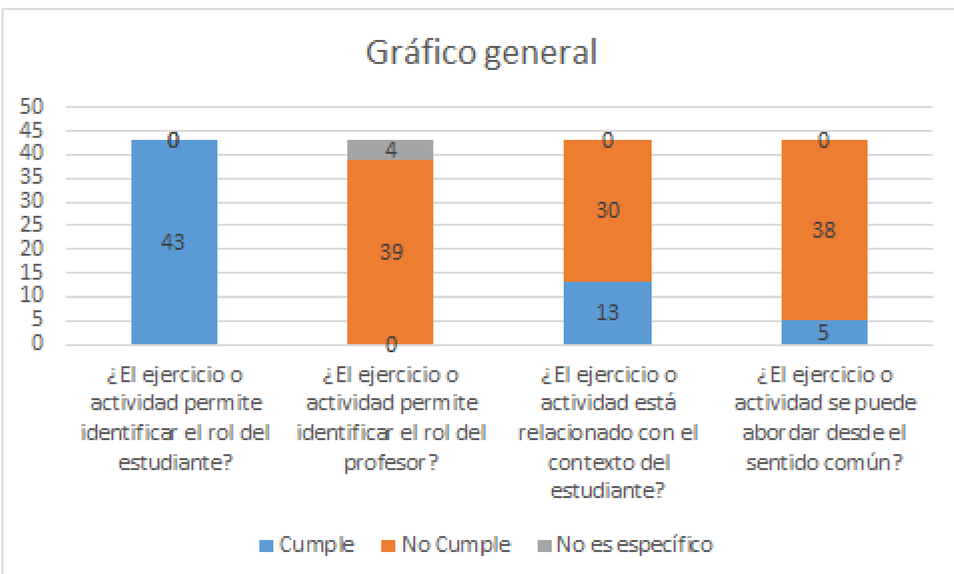


Figura 17. Análisis general de los libros bajo la EMR.

A pesar de que todos los ejercicios analizados presentan lineamientos de cómo el estudiante debe abordarlos, resolverlos o dan luces sobre lo que el estudiante debe realizar, ninguno trata sobre el rol en donde el estudiante reinventa modelos, conceptos, operaciones y estrategias matemáticas (ver Bressan, 2005), por lo que no se ajusta a lo que plantea la EMR.

El segundo indicador muestra que el 90,69% de los ejercicios no definen el rol docente, mientras que los otros 4 problemas no especifican lo que debe o no hacer el profesor. De esta manera, los ejercicios no dan luces del papel que debe cumplir el profesor dentro de la sala de clase. No obstante, el libro de apoyo docente—Guía Didáctica Docente—sí entrega parámetros y sugerencias de lo que el docente debería hacer dentro de la sala de clases considerando los ejercicios, problemas o actividades que se relacionan con los otros libros. Un ejemplo claro de ello se presenta a continuación:

Objetivo: Aplicar los conocimientos y habilidades trabajados a lo largo de la unidad en un problema real.

Orientaciones al docente

Para comenzar el fin de la unidad se invita a los y las estudiantes a realizar experimentos aplicando lo aprendido sobre funciones cuadráticas.

El tema es la caída libre de un objeto que se modela con una función cuadrática, este puede ser ampliado a constatar que el tiempo de caída es igual independientemente del objeto que se deje caer. Si así lo estima puede complementar la información del Texto con el documento que se sugiere al final, que presenta la teoría de Aristóteles que puede resultar más acorde con el sentido común de las y los estudiantes

La actividad propuesta en el Texto se complementa con la del Cuaderno de ejercicios. En este último se supone que los y las estudiantes ya realizaron el experimento, tienen sus datos y, lo más probable, es que estos no coincidan exactamente con los datos teóricos. Por lo tanto la discusión en el Cuaderno de ejercicios se centra en dos aspectos, cómo cuantificar el error y el rol del modelamiento matemático de los fenómenos naturales.

Ese último punto tiene una doble importancia, una porque cierra la Unidad con el tema del hilo conductor con que comenzó y por otra parte da una instancia para una discusión matemática con las y los estudiantes sobre la función del modelo matemático en el estudio de los fenómenos naturales.

Figura 18. *Orientaciones al docente. Guía docente.* (Santis, et al., 2017, p.84)

Sin embargo, definen, como el nombre dice, Orientaciones al docente, lo que muchas veces no especifica lo que el estudiante debe hacer y queda a la libre elección del docente.

El tercer indicador muestra que 13 de los 43 ejercicios se encuentran relacionados con el contexto de los estudiantes, equivalente al 30,23% de los problemas. Sin embargo, 30 problemas no se relacionan con el contexto de los estudiantes, un número alto considerando la naturaleza de los ejercicios en donde el MINEDUC (2016) plantea que, según la modelación que ellos mismos definen, la matemática presente en los ejercicios debe relacionarse con la realidad o contexto de los alumnos. Finalmente, existen 5 ejercicios (11,62%) en donde la situación no plantea un contexto claro, se muestra una situación en donde se lanza un objeto, sin darle mayor contexto o sin relacionarlo con alguna actividad o situación ligada al contexto del estudiante, como se puede ver a continuación:

14 **Ciencias naturales.** Cuando un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, su altura y, en metros, que alcanza en cada instante t, en segundos, se puede modelar por la función $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, donde y_0 es la altura inicial del objeto, v_0 su rapidez inicial y g la aceleración de gravedad terrestre, cuyo valor aproximado es de 10 m/s^2. Si desde una altura de 15 m se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una rapidez inicial de 10 m/s:

a. ¿Cuál es la función que representa la altura del objeto respecto del tiempo?

b. ¿En qué instante el objeto alcanza la altura máxima?, ¿a qué altura corresponde?

c. ¿En qué instante el objeto llega al suelo?

Figura 19. Ejercicio de ciencias naturales en el texto del estudiante. (Chacón et al., 2017, p.149)

Por último, la pregunta 4, permite evidenciar si el ejercicio o actividad se puede abordar desde el sentido común de los estudiantes, concepto fundamental en la EMR. De los 43 ejercicios analizados, 38 de ellos, correspondientes al 88,37%, no se pueden abordar desde el sentido común y, sólo 5, sí se pueden abordar desde éste sin la necesidad de manejar conceptos matemáticos formales.

El análisis de los libros y ejercicios permiten comprender cómo se vinculan los libros y la metodología utilizada por el MINEDUC a la hora de relacionar actividades y problemas. Todos los ejercicios establecen el rol del estudiante mediante preguntas o actividades relacionadas al problema, (ver Figura 21), los que van determinando, en cierto grado, lo que el estudiante debe realizar y los análisis que debe hacer para lograr el desarrollo de la actividad. También, la Guía Didáctica Docente, establece sugerencias de lo que el docente debería hacer en sus clases, tales como actividades, experimentos y otros, como se puede ver en la Figura 18.

A través de esto, es posible interpretar que el MINEDUC considera un aspecto importante que se desprende de la EMR: los roles de los principales actores dentro la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Esto se logra al determinar y sugerir procesos para que tanto el profesor como el alumno realicen procesos a fin de enriquecer el aprendizaje del estudiante. Sin embargo, la discordancia se aprecia en la forma en cómo se abordan y muestran los ejercicios a los estudiantes (ver Figura 19). Las actividades se presentan con en base a una matemática abstracta y compleja de relacionar con situaciones cotidianas, alejándose del contexto de los estudiantes, y dificultando la resolución por medio del sentido común.

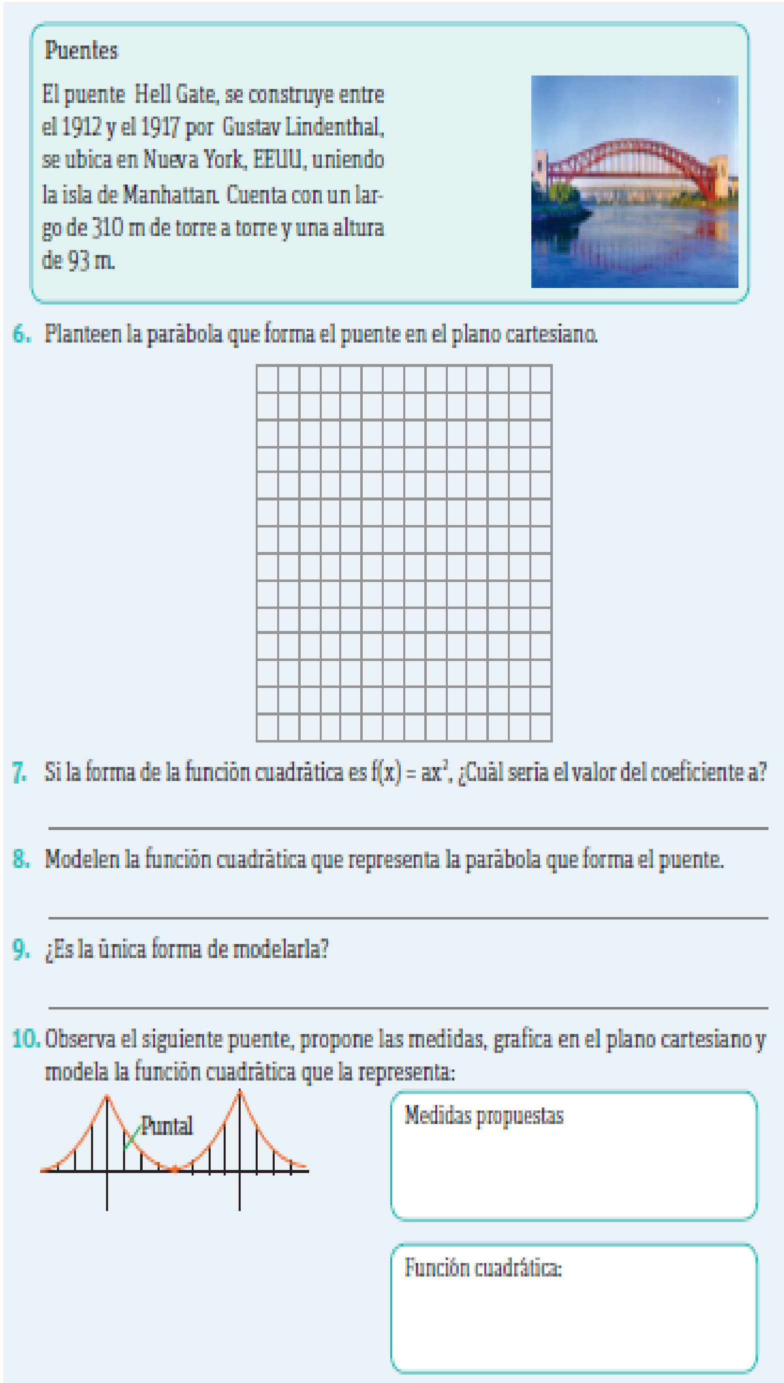
10 Se ha aplicado una traslación en el plano cartesiano a la función f(x) según un vector $T_1(1, 1)$, y se obtuvo la función $g(x) = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1$. Luego, se aplicó el vector de traslación T_2 dos veces, en forma sucesiva, y se obtuvo la función $h(x) = \frac{1}{3}(x - 1)^2 + 3$.

a. ¿Cuál es la función f(x)?

b. ¿Cuál es el valor del vector de traslación T_2?

c. ¿Sería correcto afirmar que f(x) y h(x) tienen gráficas idénticas?, ¿por qué?

Figura 20. Ejercicio 10. Guía docente. (Santis, et al., 2017, p.148)



Puentes

El puente Hell Gate, se construye entre el 1912 y el 1917 por Gustav Lindenthal, se ubica en Nueva York, EEUU, uniendo la isla de Manhattan. Cuenta con un largo de 310 m de torre a torre y una altura de 93 m.

6. Planteen la parábola que forma el puente en el plano cartesiano.

7. Si la forma de la función cuadrática es $f(x) = ax^2$, ¿Cuál sería el valor del coeficiente a?

8. Modelen la función cuadrática que representa la parábola que forma el puente.

9. ¿Es la única forma de modelarla?

10. Observa el siguiente puente, propone las medidas, grafica en el plano cartesiano y modela la función cuadrática que la representa:

Puntal

Medidas propuestas

Función cuadrática:

Figura 21. Actividad complementaria de la Guía Didáctica Docente. (Santis, et al., 2017, p.91)

4.2.3.2 MODELACIÓN MATEMÁTICA

En este apartado se presenta el análisis del proceso de modelación de los ejercicios y actividades del libro del estudiante en Segundo año de Enseñanza media según la aproximación que toma MINEDUC respecto a Modelación Matemática. Para efectuar el análisis se consideran algunos de los ejercicios de funciones cuadráticas en la unidad II de Segundo año de Enseñanza Media, correspondiente al Texto del estudiante, Cuaderno de Ejercicios y a la Guía Didáctica Docente.

Como se menciona anteriormente, para el MINEDUC, modelar corresponde a una de las cuatro habilidades que se busca desarrollar en el estudiante. Por ello, los indicadores van dirigidos a distinguir la correspondencia de esta definición con las actividades de los textos.

Justificación de los indicadores:

1. El ejercicio o actividad busca crear un modelo: La intencionalidad del ejercicio es que los estudiantes interpreten datos para poder generar un modelo matemático, el cual no se haya nombrado con anterioridad en el proceso de la actividad.

2. El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado: El modelo se nombró con anterioridad en el ejercicio, y lo que busca en los estudiantes es generar un análisis del cómo se pudo lograr obtener dicho modelo, o bien, analizar el comportamiento pragmático que del modelo.

3. El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante. Cercanos a la realidad, se refiere a que se abordará según los resultados obtenidos con la encuesta realizada a los estudiantes, todo esto con el fin de corroborar dos cosas. (1. Cumple con parte de la definición entregada por el MINEDUC acerca de considerar la realidad cercana del estudiante. (2. Cumple con lo propuesto por la Educación Matemática Realista, donde una de las cosas más importantes es considerar una realidad del estudiante, definiendo realidad como lo que la experiencia del sentido común toma como real un cierto escenario (Freudenthal, H. 1991, p. 17). Además de la definición de Van den Hueven-Panhuizen, en donde realidad es todo aquello que puede imaginarse un estudiante (Van den Heuvel-Panhuizen, 2002).

4.2.3.2.1 Texto del estudiante

A continuación, se presenta una tabla que detalla los indicadores en base a las actividades presentes en el Texto del Estudiante

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
El ejercicio busca crear un modelo.	1	24	0
El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado.	16	9	0
El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante.	7	18	0

Tabla 28. *Tabla resumen: Texto del estudiante.*

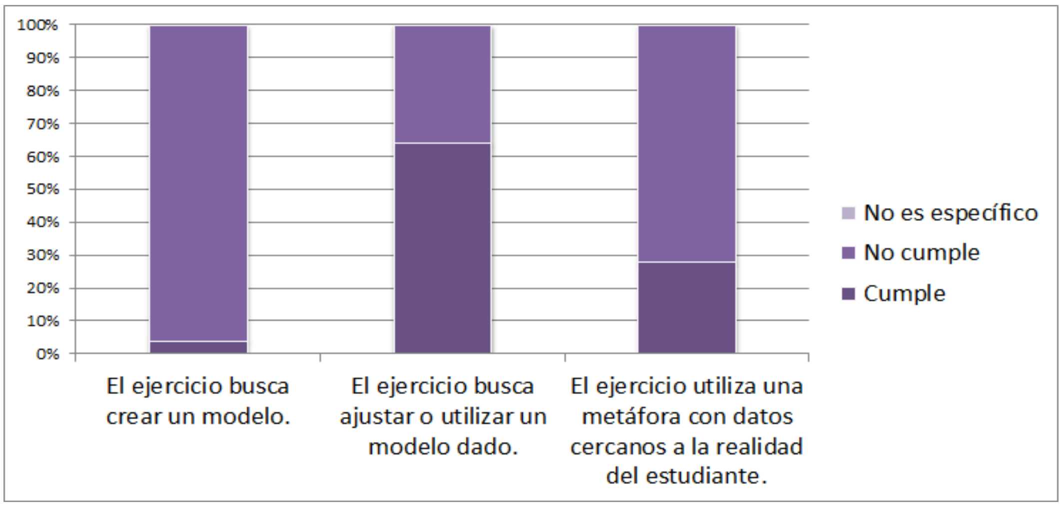
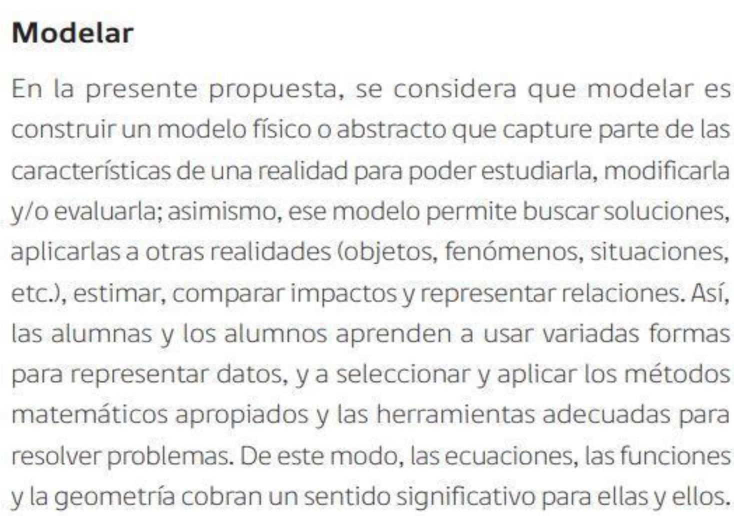


Figura 22. *Gráfico Resumen texto estudiantes.*

La definición que se establece en las Bases Curriculares 2015 tiene como finalidad la construcción de modelos.



Modelar

En la presente propuesta, se considera que modelar es construir un modelo físico o abstracto que capture parte de las características de una realidad para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla; asimismo, ese modelo permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, las alumnas y los alumnos aprenden a usar variadas formas para representar datos, y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. De este modo, las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellas y ellos.

Figura 23. Definición de habilidad modelar. Bases curriculares. (MINEDUC, 2015, p. 98)

Sin embargo, al inicio del Texto del Estudiante (Chacón et al., 2017), la introducción al texto menciona otro panorama para los modelos. En este panorama, el actuar con los modelos se basa en su selección y aplicación.

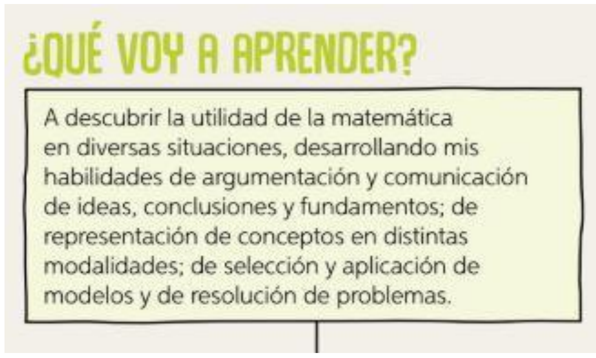


Figura 24. Presentación. Texto del estudiante. (Chacón et al., 2017, p.3)

Esto toma mucho sentido al contrastar los resultados de los primeros dos indicadores, en donde la creación del modelo (Indicador 1) tuvo lugar en 1 actividad (4%) de un universo de 25 actividades propuestas en el Texto del Estudiante. En contraste, en el Indicador 2, de ajuste o utilización de modelo, hay 16 actividades (64%) en las que se pueden evidenciar un trabajo matemático con un modelo presente en los enunciados.

Por otra parte, el Indicador 3 que considera la realidad del universo estudiado tuvo un acercamiento al estudiantado del 28% entre la totalidad de los ejercicios. Esto logra evidenciar un alejamiento a la realidad del estudiante, donde los temas abordados no son del conocimiento de éstos.

4.2.3.2.2 GUÍA DIDÁCTICA DOCENTE

Tabla resumen: Guía docente.

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
El ejercicio busca crear un modelo.	1	2	0
El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado.	2	1	0
El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante.	0	3	0

Tabla 29. *Tabla resumen: Guía docente.*

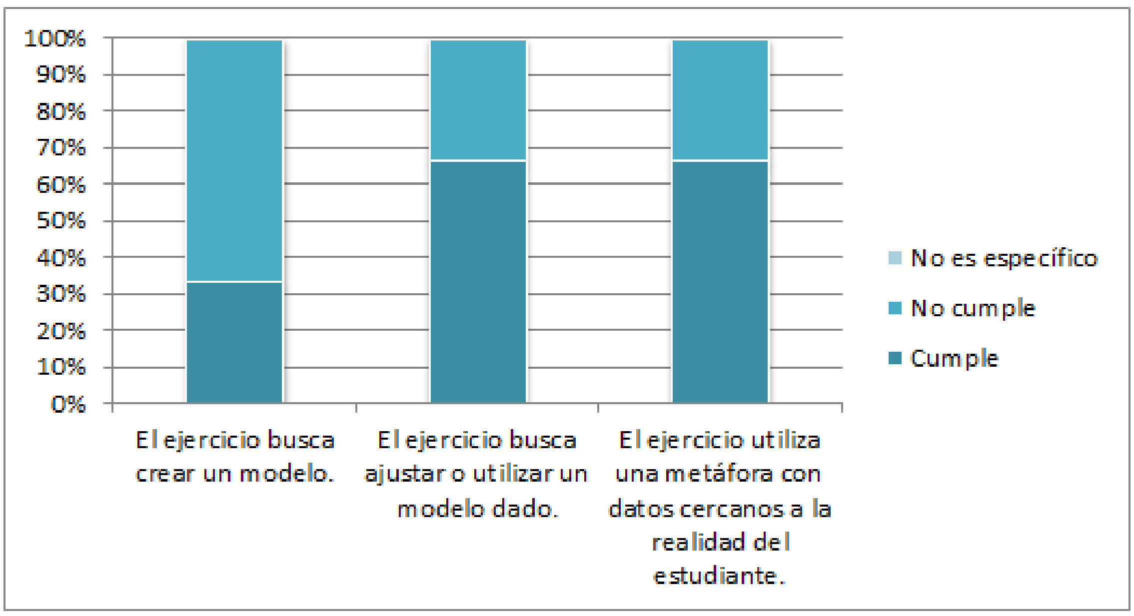
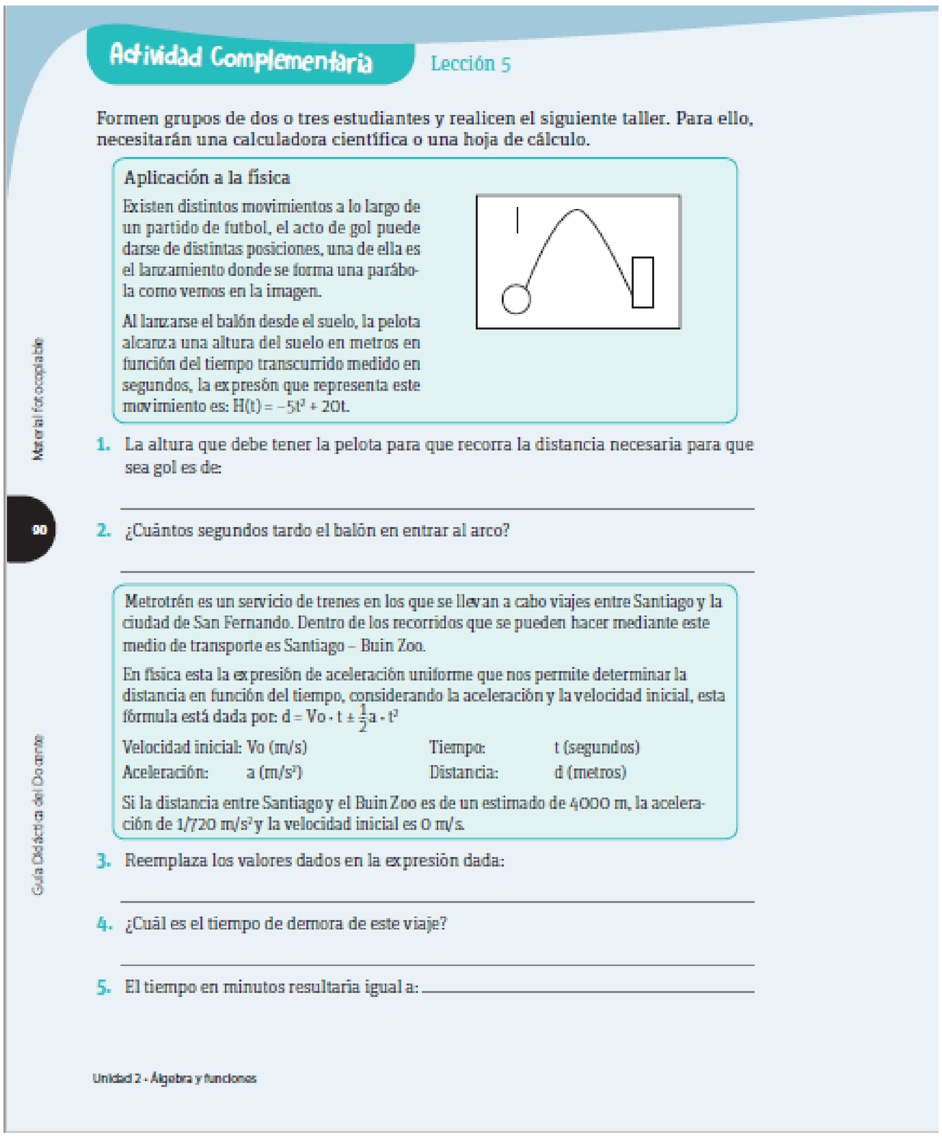


Figura 25. *Gráfico resumen: Guía docente.*

Si bien, sólo se consideran 3 ejercicios de modelación en la Guía docente 2018, cabe destacar que existe una variedad muy singular, puesto a que un ejercicio de éstos busca crear un modelo y utilizarlo para desarrollar una interpretación algebraica y vivencial con él. Otro ejercicio se trabaja con un modelo dado por el enunciado, donde tiene netamente un trabajo algebraico para poder generar una interpretación con él, estos dos ejercicios cumplen con el Indicador 3, en donde la visión de realidad del estudiante si se contempla para la realización de un trabajo matemático (ver Figura 26).

El último ejercicio sencillamente no cumple con los criterios de realidad, en donde no se considera la situación, fenómeno o contexto real y solo se vuelve un trabajo algebraico asociado a la resolución de problemas.



Actividad Complementaria

Lección 5

Formen grupos de dos o tres estudiantes y realicen el siguiente taller. Para ello, necesitarán una calculadora científica o una hoja de cálculo.

Aplicación a la física

Existen distintos movimientos a lo largo de un partido de futbol, el acto de gol puede darse de distintas posiciones, una de ella es el lanzamiento donde se forma una parábola como vemos en la imagen.

Al lanzarse el balón desde el suelo, la pelota alcanza una altura del suelo en metros en función del tiempo transcurrido medido en segundos, la expresión que representa este movimiento es: $H(t) = -5t^2 + 20t$.

1. La altura que debe tener la pelota para que recorra la distancia necesaria para que sea gol es de:

2. ¿Cuántos segundos tardo el balón en entrar al arco?

Metrotrén es un servicio de trenes en los que se llevan a cabo viajes entre Santiago y la ciudad de San Fernando. Dentro de los recorridos que se pueden hacer mediante este medio de transporte es Santiago – Buin Zoo.

En física esta la expresión de aceleración uniforme que nos permite determinar la distancia en función del tiempo, considerando la aceleración y la velocidad inicial, esta fórmula está dada por: $d = Vo \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Velocidad inicial:	Vo (m/s)	Tiempo:	t (segundos)
Aceleración:	a (m/s^2)	Distancia:	d (metros)

Si la distancia entre Santiago y el Buin Zoo es de un estimado de 4000 m, la aceleración de 1/720 m/s^2 y la velocidad inicial es 0 m/s.

3. Reemplaza los valores dados en la expresión dada:

4. ¿Cuál es el tiempo de demora de este viaje?

5. El tiempo en minutos resultaria igual a: ________

Material fotocopiable

90

Guía Didáctica del Docente

Unidad 2 - Álgebra y funciones

Figura 26. Actividad complementaria de la Guía Didáctica Docente. (Santis, et al., 2017, p. 90)

4.2.3.2.3 CUADERNO DE EJERCICIOS

Tabla resumen: cuaderno de ejercicios.

Indicadores	Cumple	No cumple	No es especifico
El ejercicio busca crear un modelo.	0	15	0
El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado.	15	0	0
El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante.	5	10	0

Tabla 30. *Tabla resumen: Cuaderno de ejercicios.*

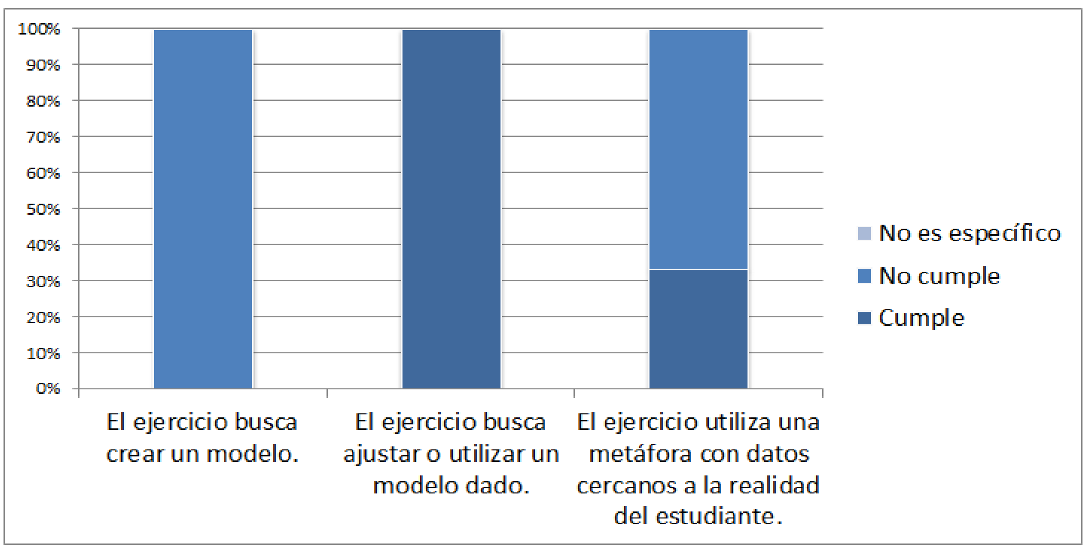


Figura 27. Gráfico resumen: Cuaderno de ejercicios.

El cuaderno de ejercicios consta de 15 ejercicios de modelación, en donde existe un notorio contraste entre el Indicador 1 y el Indicador 2. En ningún ejercicio se busca construir un modelo, sin embargo, sí existe un trabajo de selección y utilización de modelos para las 15 actividades propuestas. Ahora bien, las situaciones utilizadas resultan ser en su mayoría (66,67%) alejadas al estudiante según los resultados de la investigación.

4.2.3.2.4 TABLA GENERAL

Indicadores	Cumple	No cumple	No es específico
El ejercicio busca crear un modelo.	3	48	0
El ejercicio busca ajustar o utilizar un modelo dado.	33	10	0
El ejercicio utiliza una metáfora con datos cercanos a la realidad del estudiante.	12	31	0

Tabla 31. *Tabla general.*

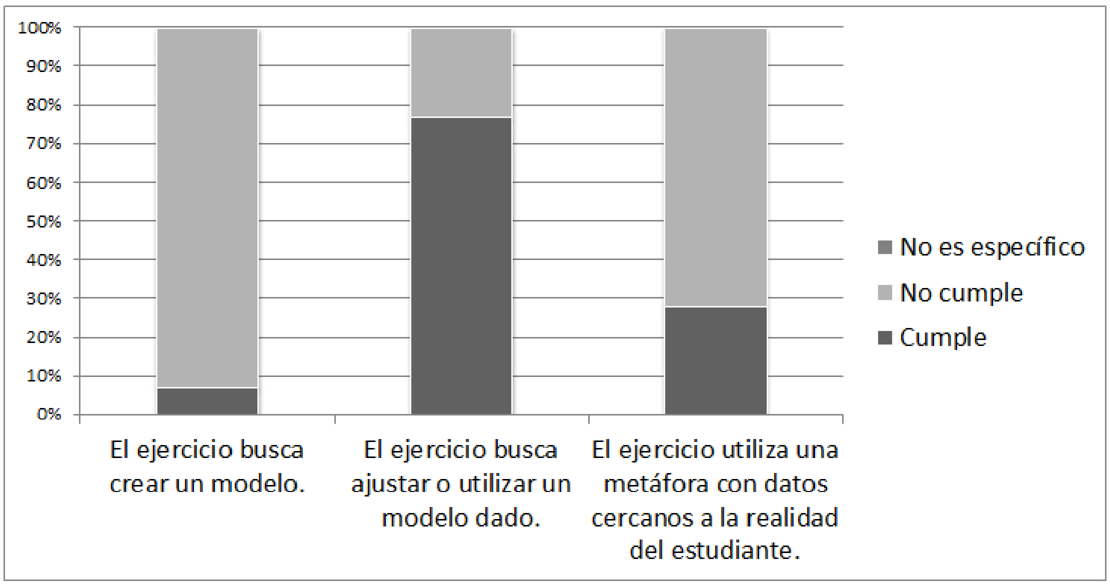


Figura 28. Gráfico general

En la generalidad de los libros de actividades y ejercicios ministeriales se evidencia un alejamiento a la creación de modelos, en donde un 6.98% de los ejercicios buscan que el estudiante construya el modelo asociado a una situación, fenómeno o contexto dado. Ahora bien, considerando el Indicador 2, se logró evidenciar que un 76,74% de los ejercicios buscan ajustar o utilizar un modelo. La problemática es que los ejercicios que no cumplen los primeros dos indicadores resultan alejarse de todo el proceso que tenga que ver con un modelo aplicado a la vida real, esto va en detrimento de la realidad para la realización de ejercicios que contemplen la habilidad de modelar, haciendo de estos una resolución de problemas que no se desprende de la matemática misma, dejando su aplicación en segundo plano.

El Indicador 3 resultó tener un 27,91% de cumplimiento, por lo que en la minoría de los ejercicios se abarcaron temáticas que no eran ajenas a la realidad del estudiantado. Si bien, se estima que es poco probable tener un acercamiento al 100% de cumplimiento debido a la diversificación existente para la realidad a nivel nacional.

4.2.4. ANÁLISIS GENERAL

El análisis de los libros y ejercicios permiten comprender cómo se vinculan los libros y la metodología utilizada por el MINEDUC a la hora de relacionar actividades y problemas. También se considera la EMR para analizar el rol utilizado tanto por docentes como por estudiantes, desde lo que plantea el MINEDUC.

Todos los ejercicios establecen el rol del estudiante mediante preguntas o actividades relacionadas al problema, como se ve en la Figura 21, los que van determinando, en cierto grado, lo que el estudiante debe realizar y los análisis que deben hacer para lograr el desarrollo de la actividad. También, la guía didáctica docente, establece sugerencias de lo que el docente debería hacer en sus clases, tales como actividades, experimentos y otros (ver Figura 18).

A través de esto, se muestra que el MINEDUC considera un aspecto importante dentro de la EMR, que es el rol de los principales actores presentes en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, determinando y sugiriendo procesos para que, tanto el profesor como el alumno, realicen procedimientos que puedan enriquecer el aprendizaje del estudiante. No obstante, a pesar de definir los roles, estos no se ajustan a lo que explicita la EMR, donde el profesor es un guía, mientras que el estudiante es quien debe redescubrir la matemática por medio de situaciones reales y uso de su sentido común, aspectos que no se logran evidenciar en los ejercicios de los libros ministeriales. Además, existe una discordancia en la forma utilizada para abordar y mostrar los ejercicios al estudiantado (ver Figura 20), los cuales se presentan con una matemática abstracta y compleja de relacionar con situaciones cotidianas, alejándose del contexto de los estudiantes, y dificultando la resolución por medio del sentido común.

Considerando la percepción que se tiene sobre la modelación matemática en los docentes, generalmente se tienen nociones bastante claras al concepto. Sin embargo, no existe mayor detalle al momento de profundizar en su naturaleza, el modo en el cual se utiliza, las distintas formas en las cuales se concibe o su tipología. No obstante, se logró evidenciar un interés por la realidad del estudiante. Ahora bien, cabe destacar el hecho de que tan solo se puede establecer una visión teórica, en donde no se buscó indagar a fondo en posibles actividades que el docente propone en sus clases. Sin embargo, las respuestas de los estudiantes proporcionan una noción respecto a esto. Algunos alumnos respondieron (33,5%), que los profesores presentan situaciones que relacionen las matemáticas con su vida diaria, pero la gran mayoría afirma que sólo lo hacen 'de vez en cuando', mientras que sólo 4 estudiantes (2,16%) respondieron que "Nunca" lo hacen.

Contrastando las actividades de modelación matemática que los docentes dicen realizar, se focaliza teóricamente la construcción de modelos por sobre el ajuste de modelos dados. Ello genera similitudes en las bases teóricas del MINEDUC, en donde la finalidad de la habilidad de modelar es la construcción de modelos. Sin embargo, al momento de buscar posibles aplicaciones ligadas a la realidad sobre las funciones cuadráticas, tres de éstos dieron ejemplos, o bien, dieron a entender que se puede trabajar una función cuadrática desde la realidad o contexto del estudiante. En este aspecto, la EMR es clara a la hora de entender el aprendizaje de las matemáticas, donde el estudiante es quien debe construir los modelos mediante el proceso de matematización.

Los docentes no mencionaron desventajas de la modelación matemática en el aula. Por el contrario, se enfatizó en las ventajas e impacto positivo sobre el estudiantado, considerando elementos como la cercanía con situaciones reales para generar relaciones con el contenido matemático, lo que se infiere, puede ayudar en una de las etapas de la matematización vertical, que consiste en abarcar problemáticas cercanas al estudiante para que pueda resolverlo desde su sentido común.

La mayoría de los docentes utiliza los textos escolares como guía a la hora de realizar sus clases, sin embargo, todos ellos consideran que las actividades de modelación presentes en los textos escolares no son del interés del estudiante, evidenciando un desapego entre la realidad y los ejercicios que propone el MINEDUC. Que los profesores utilicen los libros escolares para realizar sus clases, su opinión se vuelve mucho más significativa a la hora de tomar en cuenta su veredicto con respecto a la realidad que existe en los ejercicios de los textos. Los docentes especificaron que la realidad existente en los libros no se condice con la que viven los estudiantes ni se acercan a los intereses de estos mismos. Lo que se respalda con la información que se obtuvo al analizar los ejercicios por medio de la visión de realidad de los alumnos, de los cuales, sólo el 27,91% de los ejercicios son cercanos al contexto de los alumnos.

Por otro lado, los docentes dicen utilizar situaciones reales o cercanas al estudiante, sin embargo, el 35,7% los estudiantes creen que los profesores lo hacen realmente. Esto significa que los docentes, si bien es cierto que se esmeran en utilizar situaciones cercanas al alumno, no lo hacen como los estudiantes consideran que debería ser. Además, nos indica que los profesores manejan otra realidad que sus alumnos, donde no necesariamente se trabajará una matemática más cercana o significativa para el estudiante.

4.2.5. TRIANGULACIÓN

En los libros, claramente, no todas las situaciones reales son reales para los estudiantes, ya que éstas no se acercan a su contexto. Es por esto que se considera importante que, tanto docentes como el MINEDUC, conozcan la realidad y contexto de los estudiantes, por ello es necesario generar algún tipo de material que permita al docente conocer a los alumnos, donde cada encuesta dará a conocer la realidad de cada curso, escuela, región o zona del país, lo que permitirá al profesor hacer más eficiente y efectiva la enseñanza de las matemáticas.

Por otro lado, el docente, tiene en consideración al alumno para hacer sus clases, pero son éstos últimos quienes consideran que sus situaciones no son tan reales. Se recomienda que los profesores deben conocer más a sus alumnos, deben preocuparse por sus contextos y situaciones particulares, deben generar estrategias que puedan reflejar de una mejor manera la realidad de los estudiantes para que la matemática se torne más real e interesante para ellos, ya que ellos mismos, el 70% de los estudiantes, prefiere que se les enseñe matemáticas desde su realidad.

5. CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES.

Analizar el proceso de modelación de funciones cuadráticas de Segundo año de Enseñanza media, contrastando la visión ministerial y las actividades sugeridas en sus libros con la percepción de modelación matemática que tienen los docentes, considerando las bases teóricas de la EMR, se busca analizar el proceso de modelación matemática existente en el MINEDUC, en donde los sustentos teóricos no se logran a cabalidad al momento de estudiar el concepto de realidad que se tiene frente a las actividades propuestas por la institución. Si bien, dichas actividades tienen un carácter de sugerencia para el docente, donde el docente debe ser quien emplee, modifique o diseñe a partir de lo propuesto por el MINEDUC, esto no deja indiferente a quien indague sobre la perspectiva modelada del ejercicio, donde predomina un carácter epistemológico más que realista en el contexto educacional, lo que tiene sentido al hablar del supuesto o hipótesis previa al estudio que se considera en el presente trabajo.

Ahora bien, al abordar la definición propuesta por el mismo MINEDUC, cabe destacar que la finalidad del proceso de modelación es la creación de un modelo, en donde se logró divisar tras el estudio que menos del 10% de los ejercicios de modelación busca esto. Al tratar la modelación matemática como un proceso, no resulta ajeno a la realidad del trabajo algebraico para familiarizarse con elementos propios presentes en la función cuadrática, en relación a la razón de cambio y posibles situaciones que puedan modelarse de forma cuadrática. Esto no quiere decir que uno debe desconsiderar por completo la creación del modelo, sin embargo, entendiendo que el libro ministerial sólo entrega sugerencias en sus actividades, las cuales el docente puede utilizar al pie de la letra, o bien, adecuar al contexto de clase, resulta imprescindible el manejo del concepto, intencionalidad, perspectiva y enfoque paradigmático que se le da a la modelación matemática por parte del docente. Además, agregar que la utilización del libro ministerial, tomando en cuenta la evaluación docente y estandarización de saberes, resulta inferencialmente obligatorio.

A su vez, uno de los supuestos previos era sobre el desconocer o desconsiderar la diversificación tipológica de la modelación matemática en los textos escolares, libros ministeriales y actividades realizadas por los docentes en el aula. Al momento de analizar los puntos que consideran los textos escolares y libros ministeriales en la modelación matemática, es notoria la inclinación a la incorporación de elementos cercanos al estudiante en actividades, lo que puede categorizarse dentro de la modelación con perspectiva realista o contextual. Sin embargo, según el análisis de los textos escolares, las actividades generalmente contemplan situaciones ajenas a la realidad del alumnado, lo que puede provocar una diferencia entre la teoría y práctica utilizada por el MINEDUC.

Ahora bien, al analizar la encuesta de los estudiantes, es notorio que la percepción de éstos frente a los ejercicios propuestos por los profesores en clases, no resultan contemplar ejercicios cercanos a éstos, lo que puede indicar un alejamiento en el contexto del alumnado con el docente, un desinterés, desconocimiento de la diversificación tipológica de la modelación, desconsideración de ésta, o bien, la utilización de los ejercicios propuestos en los textos escolares.

Esto puede desprender la categorización de modelación con perspectiva epistemológica, la cual no considera la realidad del estudiante, puesto que cualquier actividad humana es susceptible a ser modelada mediante praxeologías.

Esta investigación puede ser el punto de partida para cambios, tanto conceptuales como pragmáticos de diversos ajustes curriculares, en donde quizás, como guía docente, deba abordarse alguna actividad que requiera de un estudio previo al alumnado en cuestión.

Al indagar en las actividades y ejercicios que propone el MINEDUC respecto a la cercanía de la realidad de los estudiantes, pudimos evidenciar que estas propuestas están bastante alejadas a lo que los estudiantes consideran cercano a su realidad (ver Gráfico 7). Una posible consecuencia es que esto no permita promover una motivación en el estudiante a la hora de desarrollar estas actividades, lo que lleva a que los estudiantes no logren adquirir conocimientos significativos para ellos ya que no es algo que los motive. Por otro lado, los mismos ejercicios se presentan de una manera poco clara, abstracta o con elementos poco reales, como se mencionó anteriormente, lo que dificulta el desarrollo de estas actividades por medio del sentido común.

Para poder lograr estos objetivos, creemos necesario que en los textos escolares se abarque el concepto de modelación como “proceso”, en donde el estudiante participa activamente de la construcción de su aprendizaje y, por medio de sus experiencias cercanas, será capaz de dar solución a una problemática específica. Además, es posible considerar que el rol de los docentes y estudiantes en las actividades propuestas debe ser más explícito, en donde el docente debe ser capaz de contextualizar y hacer significativa la problemática para los estudiantes, este va guiando al estudiante en una construcción activa de su conocimiento

La EMR concibe la enseñanza de las matemáticas como una herramienta para el desarrollo social, dándole un valor educativo a las matemáticas en tanto cuanto nos permite vincular, comprender y participar en entornos sociales y naturales. El desarrollo de actividades en un aspecto social, permite que los estudiantes compartan interpretaciones, procedimientos, justificaciones de diversas soluciones, adecuando situaciones y convirtiendo más eficiente el proceso del aprendizaje de las matemáticas (Freudenthal, 1987, 1991). Se entiende el concepto de educación como un proceso que no sólo se preocupa de los aspectos formales de la formación escolar, sino como un elemento que permite el desarrollo de actitudes de toda clase, buscando generar personas cultas. De esto surge un aspecto importante dentro de la enseñanza de las matemáticas, bajo la mirada de la EMR, como es el trabajo colaborativo que tienen los estudiantes; esto les permite ir conociendo otras metodologías o formas de resolver o interpretar las matemáticas, vinculando conocimientos y diversas estrategias con sus compañeros.

En el principio de reinvención de la EMR se explica el rol del docente como una guía para los estudiantes. Sin embargo, al analizar los libros ministeriales, se evidenció que en la guía docente 2017 no se especifica el rol docente como guía, tampoco entrega sugerencias que vayan por ese camino. De este modo, el profesor tiene la libertad de actuar bajo sus propios criterios, sin la necesidad de ser un guía para el alumno.

BIBLIOGRAFÍA

Aguirre, J. y Jaramillo, J. (2015). El papel de la descripción en la investigación cualitativa. *Cinta moebio*. Recuperado de www.moebio.uchile.cl/53/aguirre.html .

Aravena, M. (2001). Evaluación de proyectos para un curso de álgebra universitaria. Un estudio basado en la modelización polinómica. Tesis Doctoral. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals. Universitat de Barcelona, España.

Aravena, M., y Caamaño, C. (2007). Modelización matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios Pedagógicos*, *33*(2), 7-25. Doi: http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052007000200001

Arrieta, J., Cordero, F., Cârsteanu, A., Mena, J., Rodríguez, R., Romo, A., Solís, M., y Suárez, L. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. En P. Lestón (Ed.). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1717-1726). México DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.

Berry, J., y Houston, K. (1995). *Mathematical Modelling*. Bristol: J. W. Arrowsmith Ltd.

Biembengut, M., y Hein, N. (2004). *La modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática*. Recuperado de https://unamat.files.wordpress.com/2012/11/modelacion_mate23.pdf

Blum, W., y Niss, M. (1989). Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to Other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. En M. Niss, W. Blum, y I. Huntley (Ed.). *Modelling Applications and Applied Problem Solving* (pp.1-21). Chichester: Ellis Horwood.

Blomhøj, M. (2004). Modelización matemática - Una teoría para la práctica (Maria Mina, trad.). *Revista de Educación Matemática*, *23*(2), 20–35.

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives on mathematical modelling in educational research. En M. Blomhøj, y S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modeling in the teaching and learning of mathematics. Proceedings of the 11th International Congress on Matematical Education (IMCE 11)* (pp. 1-18). Monterrey, México. Recuperado de: http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/461.pdf

Bressan, A. (2005). *Los principios de la Educación Matemática Realista. Reflexiones teóricas para la educación matemática.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Chacón, A.J., García, G., Rupin, P., Setz, J., y Villena, M. (2017). *Texto del estudiante. Matemática. Segundo año medio.* Santiago: SM.

Cheng, A. K. (2001). Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, *6*(1), 63-75.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica, 20*(1), 59-79.

Esmail, S. (Productor). (2016). *Mr. Robot* [Serie de televisión]. California, EU: Anonymous Content.

Freudenthal, H. (1973), *Mathematic as an educational task.* Dordrecht: Reidel Public Co.

Freudenthal, H. (1982). *Objetivos y empleo de la enseñanza matemática*, en *Conceptos de Matemática,* Año XVI, oct.-nov.-Dic. N° 64, pp. 5-25.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics educations China Lectures.* Dordrecht: Kluwer.

Garza, J. (1998). Sentido común: una filosofía para la vida cotidiana. I*ngenierías, 1*(1), 22- 30.

Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, y L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Haines, C., y Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 417-424). New York: Springer.

Henao, S., y Vanegas, J. (2012). La modelacıón matemátıca en la educacıón matemátıca realısta: un ejemplo a través de la produccıón de modelos cuadrátıcos (Tesis de maestría). Universidad del valle. Santiago de Cali, Colombia.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación.Quinta Edición*. México D.F.: Mc. Graw –Hill.

Hitt, F. (1996). *Investigaciones en Matemática Educativa*. México D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica.

Huapaya, E. (2012). Modelación usando función cuadrática: experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú.

Israel, G. (1996). *La mathématisation du réel. Essai sur la modelisation mathématique*. Paris: SEUIL.

Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education, ZDM, 38*(3), 302-310.

King, S. (2010). *El Pistolero, La Torre Oscura I.* Barcelona, España: Debolsillo

Lesh, R., y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, y H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Mahwah: Lawrence Erlbaum.

Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso: estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y Gestión*, (20), 165-193.

MEN. (2016). *Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas.* Bogotá: Magisterio.

Mesa, Y., y Villa, J. (2007). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 21*. Recuperado de http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/169.

MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares de 7o básico a 2o medio.* Santiago: Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2016). *Programa de estudio.* Santiago: Gobierno de Chile.

MINEDUC. (2016a). *Desarrollo de habilidades: Aprender a pensar matemáticamente.* Santiago: Gobierno de Chile.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Real Academia Española. (2018). *Diccionario de la lengua española* (23.2ed.). Consultado en http://www.rae.es/rae.html

Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação, 31* (1), 11-22.

Santis, A., Muñoz, V., y Díaz, M. (2017). *Guía didáctica del docente. Tomo I. Matemática. Segundo año medio.* Santiago: SM.

Sierra, R. (2001). *Técnicas de investigación social. Teoría y ejercicios*. Madrid: Ediciones Paraninfo S.A.

Sierra, L., Blanco, J., García, L., Gómez, J. (2011). Estrategias de aprendizaje basadas en la modelización matemática en Educación Secundaria Obligatoria. Recuperado de: https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/12689/Ponencia_XVJAEM_v2.pdf

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa, 9* (46), 75-87.

Vallejos, J., Cortés, M., Díaz, M., y Muñoz, V. (2017). *Cuaderno de ejercicios matemática segundo año medio.* Santiago: SM.

Villa, J., Castrillón, A., y Sánchez, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural, 18*(36), 219-251.

Villa-Ochoa, J., Castrillón-Yepes, A., y Sánchez-Cordona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para las clases de matemática. *Espaço Plural.* Recuperado de http://e-revista.unioeste.br/index.php/espacoplural/article/view/19718/12790.

ANEXOS

PROYECCIONES

1. Encuesta de Realidad para estudiantes.
2. Secuencia didáctica
3. Crear actividades a modo de sugerencia para formar procesos de modelación.
4. Incorporación de Smartphone en las actividades de la clase como herramienta

Resultados encuestas docentes

Encuesta para docentes

Modelación matemática

Indicaciones:

- **Seleccione la alternativa que usted considere adecuada**
- **Desarrolle, dentro de cada recuadro, las respuestas solicitadas.**

1. Las Bases Curriculares de 2015, elaboradas por el Ministerio de Educación, declaran que los estudiantes deben desarrollar 4 habilidades en el eje de matemáticas. Estas habilidades son resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

Sí	No

2. ¿Qué entiende usted por modelación matemática?

"Para modelar en matemática se debe plantear un ejercicio que esté relacionado a la vida cotidiana, para que el alumno desarrolle un momento exploratorio y aplique contenidos matemáticos para poder resolverla, lo que se llama momento mixto, porque relaciona lo cotidiano y lo matemático.

El alumno debe modelar un tipo de solución para resolver el problema, cuando tiene una estructura el profesor puede ayudar a institucionalizar el concepto dándole formalidad."

3. ¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática? Si su respuesta es sí, continúe con las preguntas desde la 4 hasta la 7.

Sí	No

4. ¿De qué forma?

“Dando una situación real y que ellos analicen y formen una estructura para resolver; lo cual lo hace un conocimiento y aprendizaje propio.”

5. ¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

“La modelación solo tiene ventajas, porque nos permite poder desarrollar estas habilidades elaboradas por el ministerio de educación.”

6. Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

Sí	No

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?

Sí	No	Lo desconozco

¿Por qué?

“En primer lugar los libros no realizan modelamiento, están mal nombrados en el libro, por esta razón no son particulares.”

Si este año ha enseñado funciones cuadráticas en II°Medio, por favor continúe con las preguntas 9 a la 12.

8. A la hora de enseñar funciones cuadráticas, ¿qué estrategias utiliza?

“Solo se utilizó una estrategia técnica.”

9. ¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad?

Sí	No

10. ¿Por qué?

“Porque existen ejemplos de la vida cotidiana que están relacionados con esta función.

Por ejemplo, las “vallas” por las que se delimita el mar”

11. En sus clases, ¿relaciona el concepto de la función cuadrática con algún elemento de la vida diaria?

Sí	No

12. Si su respuesta en sí, entonces indique de qué forma. Si su respuesta es no, argumente su respuesta.

¡Muchas gracias!

Encuesta para docentes

Modelación matemática

Indicaciones:

- **Seleccione la alternativa que usted considere adecuada**
- **Desarrolle, dentro de cada recuadro, las respuestas solicitadas.**

1. Las Bases Curriculares de 2015, elaboradas por el Ministerio de Educación, declaran que los estudiantes deben desarrollar 4 habilidades en el eje de matemáticas. Estas habilidades son resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

Sí	No

2. ¿Qué entiende usted por modelación matemática?

Una forma de "matematizar" situaciones de la vida cotidiana a través de, por ejemplo: "La resolución de problemas". Es decir, en base a una situación o problema se cree un modelo matemático.

3. ¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática? Si su respuesta es sí, continúe con las preguntas desde la 4 hasta la 7.

Sí	No

4. ¿De qué forma?

Se le han presentado problemas y/o situaciones en un contexto de interés de los estudiantes (juegos como Pokemon GO, Fornite, etc.). Lo cual ha generado mayor interés de su parte durante el desarrollo o creación del modelo matemático.

5. ¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

Creo que la modelación es una herramienta útil, siempre y cuando haya una base en el aprendizaje de la asignatura.

6. Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

Sí	No

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?

Sí	No	Lo desconozco

¿Por qué?

Porque no hay un uso de los intereses actuales de los estudiantes. Los contextos usados son los mismos de siempre.

¡Muchas Gracias!

Encuesta para docentes

Modelación matemática

Indicaciones:

- **Seleccione la alternativa que usted considere adecuada**
- **Desarrolle, dentro de cada recuadro, las respuestas solicitadas.**

1. Las Bases Curriculares de 2015, elaboradas por el Ministerio de Educación, declaran que los estudiantes deben desarrollar 4 habilidades en el eje de matemáticas. Estas habilidades son resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

Sí	No

2. ¿Qué entiende usted por modelación matemática?

"Proceso mediante el cual se logra interpretación lógico matemática de una situación para deducir posteriormente una generalización ó fórmula que dé respuesta a casos particulares, independiente de sus valores numéricos."

3. ¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática? Si su respuesta es sí, continúe con las preguntas desde la 4 hasta la 7.

Sí	No

4. ¿De qué forma?

"A través de un método inductivo, casos particulares y secuenciados, las estudiantes deducen la fórmula del interés compuesto."

5. ¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

- Desarrollo del pensamiento lógico matemático.

- Estructurar ideas mediante lenguaje matemático.

- Establecer generalizaciones.

Lograr aprendizajes permanentes.

6. Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

Sí	No

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?

Sí	No	Lo desconozco

¿Por qué?

"No obstante, debemos promover en el estudiante interés por diversas interpretaciones del entorno cercano, la naturaleza, las ciencias sociales u otras, con modelamiento matemático como aporte a su comprensión de la realidad."

Si este año ha enseñado funciones cuadráticas en II°Medio, por favor continúe con las preguntas 9 a la 12.

8. A la hora de enseñar funciones cuadráticas, ¿qué estrategias utiliza?

"Ejemplos cotidianos que se pueden modelar con función cuadrática, para introducir al tema.
Deducir algunas funciones cuadráticas par determinados problemas."

9. ¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad?

Sí	No

10. ¿Por qué?

"Porque la función cuadrática tiene aplicaciones en la ingeniería, la física, la medicina, entre otras áreas."

11. En sus clases, ¿relaciona el concepto de la función cuadrática con algún elemento de la vida diaria?

Sí	No

12. Si su respuesta en sí, entonces indique de qué forma. Si su respuesta es no, argumente su respuesta.

- Lanzamiento de un balón
- Construcción de puentes
- Curvatura de un cable entre poste y poste.
- Trayectoria del agua de un dispensador de jardín
- En la natación (caída libre)

¡Muchas gracias!

Encuesta para docentes

Modelación matemática

Indicaciones:

- **Seleccione la alternativa que usted considere adecuada**
- **Desarrolle, dentro de cada recuadro, las respuestas solicitadas.**

1. Las Bases Curriculares de 2015, elaboradas por el Ministerio de Educación, declaran que los estudiantes deben desarrollar 4 habilidades en el eje de matemáticas. Estas habilidades son resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

Sí	No

2. ¿Qué entiende usted por modelación matemática?

"Modelación matemática es que desde la base de un problema de la vida diaria crear un modelo matemático."

3. ¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática? Si su respuesta es sí, continúe con las preguntas desde la 4 hasta la 7.

Sí	No

4. ¿De qué forma?

"En ocasiones los ejemplos y ejercicios que se hacen en pizarra o que se dan como actividad, empleo ejemplos de la vida diaria, y desde allí modelando la solución."

5. ¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

"Las ventajas son que con los ejemplos de la vida cotidiana# las alumnas pueden entender que la matemática si se ocupa cotidianamente."

6. Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

Sí	No

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?

Sí	No	Lo desconozco

¿Por qué?

“Creo que no son pertinentes al interés de las estudiantes, pero si representa buenos ejemplos basados en la vida cotidiana.”

¡Muchas gracias!

Encuesta para docentes

Modelación matemática

Indicaciones:

- **Seleccione la alternativa que usted considere adecuada**
- **Desarrolle, dentro de cada recuadro, las respuestas solicitadas.**

1. Las Bases Curriculares de 2015, elaboradas por el Ministerio de Educación, declaran que los estudiantes deben desarrollar 4 habilidades en el eje de matemáticas. Estas habilidades son resolver problemas, argumentar y comunicar, representar y modelar. ¿Usted conoce el concepto de modelación matemática?

Sí	No

2. ¿Qué entiende usted por modelación matemática?

"Enseñar la asignatura mediante aplicaciones de ésta en otras áreas y desarrollar además otro tipo de habilidades, como la comprensión, interpretación."

3. ¿Ha realizado clases que, según su punto de vista, utilicen estrategias de modelación matemática? Si su respuesta es sí, continúe con las preguntas desde la 4 hasta la 7.

Sí	No

4. ¿De qué forma?

5. ¿Cuáles cree que son las ventajas y/o desventajas de realizar actividades de modelación matemática en sus clases?

6. Al momento de realizar actividades, ¿Utiliza el libro ministerial como guía de sus clases?

Sí	No

7. ¿Cree usted que los ejemplos que aparecen de modelación matemática en los libros escolares son pertinentes al interés de los estudiantes?

Sí	No	Lo desconozco

¿Por qué?
“Debido a que he trabajado en contextos vulnerables en donde los estudiantes presentan muchas falencias en la asignatura y según mi visión no se puede realizar una modelación si el estudiante no comprende lo básico como propiedades o aplicación y por factores como el tiempo es que no lo he logrado, además de la rotación docente que no te permite seguir un curso de trabajo con un mismo grupo óptimo.”

Si este año ha enseñado funciones cuadráticas en II° Medio, por favor continúe con las preguntas 9 a la 12.

8. A la hora de enseñar funciones cuadráticas, ¿qué estrategias utiliza?
“Cálculo y aplicación en la vida cotidiana.”

9. ¿Cree usted que la función cuadrática se puede relacionar con algún elemento de la realidad?

Sí	No

10. ¿Por qué?
“Porque es una función que modela por ejemplo la economía, un juego de montaña rusa, etc. En general modela situaciones de cambio y eso es lo cotidiano.”

11. En sus clases, ¿relaciona el concepto de la función cuadrática con algún elemento de la vida diaria?

Sí	No

12. Si su respuesta en sí, entonces indique de qué forma. Si su respuesta es no, argumente su respuesta.
“Lo indiqué ya en n°10.”

¡Muchas gracias!

Ejercicios y actividades de modelación matemática en los libros ministeriales

Libro para el estudiante

Lección 5

Tema 1: ¿Cuándo se dice que una función es cuadrática?

¿Qué aprenderé?

A reconocer una función cuadrática en situaciones de la vida diaria.

¿Para qué?

Para distinguir una función cuadrática de las funciones lineales y afines, tanto de forma gráfica como algebraica.

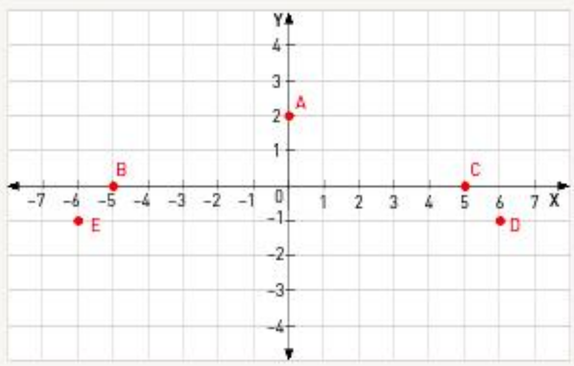
Taller

En la imagen, se puede ver el puente de la bahía de Sídney, en Australia, visto desde el mar. Observen la fotografía y respondan.

226111326 Tooykrub

1. ¿Es simétrica la estructura? Si es así, tracen en la imagen el eje de simetría.
2. ¿Cuál es el punto más alto del puente?, ¿este punto pertenece al eje de simetría?
3. Si la curva del puente pudiera proyectarse bajo el mar, ¿cómo creen que continuaría? Expliquen.

Si se relaciona la línea horizontal del puente, donde transitan los vehículos, con el eje X, se pueden ubicar algunos puntos que representen los del puente para identificar cuál es la función asociada a la curva de la imagen.

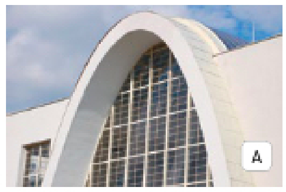


124 | Unidad 2 • Álgebra y funciones

Página 124

Actividades de modelación

1. Las siguientes construcciones presentan formas parabólicas.



¿Qué características posee cada una de estas parábolas?

a. Realiza un bosquejo de la parábola presente en ambas situaciones.

b. Determina si cada parábola es cóncava o convexa.

A: ______________ B: ______________

c. En cada caso, traza el eje de simetría de la parábola y marca el punto de intersección entre el eje de simetría y la parábola. Dicho punto se conoce como vértice de la parábola.

d. Luego, determina si el vértice de la parábola es un punto mínimo o máximo según su posición.

En A el vértice es un punto ______________ y en B es un punto ______________.

Glosario

Parábola: corresponde a la gráfica de una función cuadrática. Se dice que una parábola es **cóncava** (o también cóncava hacia arriba) si se abre hacia arriba y que es **convexa** (o también cóncava hacia abajo) cuando se abre hacia abajo.

El **vértice** de una parábola es el punto donde la parábola cruza su eje de simetría.

2
DESARROLLO

Actividades de modelación

1. Ya que la parábola tiene ciertas características gráficas, es posible esbozar su gráfica a partir de algunos puntos principales que se pueden calcular a partir de los coeficientes de la función. Por ejemplo, para graficar $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$, podemos buscar los puntos de intersección con los ejes, y el vértice.

   a. ¿En qué punto la función interseca el eje Y?

   Para calcular el punto de intersección con el eje Y, se reemplaza en la función el valor asociado de x.

   Entonces, $f(0) = 2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 + 6 =$ ______.

   Luego, el punto es (0, ______)

   ¿Cuál es el valor de x para todos los puntos del eje Y? Justifica.

   b. ¿En qué punto la función interseca el eje X?

   Para calcular el o los puntos de intersección con el eje X, se iguala la función a cero y se resuelve la ecuación correspondiente.

   ¿Cuál es el valor de y para todos los puntos del eje X? Justifica.

   Entonces de la ecuación $2x^2 - 8x + 6 = 0$ se obtienen las soluciones $x_1 =$ ______ y $x_2 =$ ______. Luego, los puntos son (______, 0) y (______, 0).

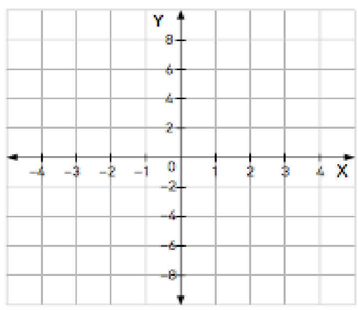
   c. ¿En qué punto se encuentra el vértice de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$?

   El vértice se puede obtener a partir de sus coeficientes a, b y c como el punto $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$.

   Los coeficientes de $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$ son a = ______, b = ______ y c = ______, y se reemplazan en $-\frac{b}{2a} =$ ______ y $-\frac{b^2 - 4ac}{4a} =$ ______.

   Luego, el vértice es el punto ______.

   d. Ubica todos los puntos calculados en el siguiente gráfico. Luego, únelos a mano alzada para obtener la gráfica de la función.



Página 131

Glosario

Forma canónica: se dice de la expresión algebraica de una función cuadrática cuando se escribe de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$.
Así, se puede deducir directamente que el vértice de la parábola se encuentra en el punto (h, k).

2. Otra forma de determinar el vértice de la parábola consiste en escribir la función en su **forma canónica** y luego reconocer en su expresión algebraica los valores de las coordenadas del vértice.
Por ejemplo, determina el vértice de la parábola de $f(x) = 3x^2 + 30x + 71$, escribiéndola en su forma canónica:

$f(x) = 3(x^2 + 10x) + 71$ — *si a ≠ 0, se factorizan los términos que involucran x por el valor de a.*

$f(x) = 3\left[\left(x^2 + 10x + \boxed{}\right) - \boxed{}\right] + 71$ — *se completa el cuadrado de binomio y se resta la constante sumada.*

$f(x) = 3\left[\left(x + \boxed{}\right)^2 - \boxed{}\right] + 71$ — *se factoriza el cuadrado de binomio.*

$f(x) = 3(x + 5)^2 - \boxed{} + 71$ — *se eliminan los paréntesis.*

$f(x) = 3(x + 5)^2 - 4$ — *se suman los valores constantes.*

Luego, la función escrita en forma canónica es $f(x) = 3(x + 5)^2 - 4$.
De esta expresión, se concluye que el vértice de la parábola se ubica en el punto $(-5, -4)$.

¿Qué dificultades encontraste?, ¿cómo lo superaste?

3. Determina la expresión algebraica de la función cuadrática cuyo vértice está en $(2, -5)$ y cuya gráfica contiene al punto $(3, -9)$.
Describe su gráfica.

Se representa la función en su forma canónica

$f(x) = a(x - h)^2 + k$ $\qquad$ $f(x) = a(x - \boxed{})^2 - \boxed{}$.

Se reemplazan los valores del vértice (2, −5)

Se reemplaza el punto (3, −9) porque pertenece a la gráfica de f(x), por hipótesis.

$f(3) = a(3 - 2)^2 - 5 = -9$ $\qquad$ $a = \boxed{}$

Entonces, la función es $f(x) = \boxed{}$ y, en su forma general,

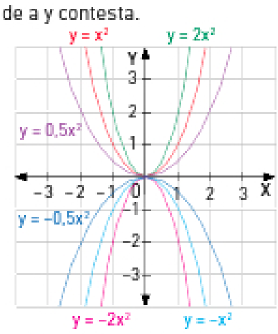
$f(x) = \boxed{}$.

Por hipótesis, el vértice se encuentra en $(2, -5)$ y su concavidad es ________ (porque $a = \boxed{}$).

Además, como la primera coordenada del vértice es 2, el eje de simetría corresponde a la recta $\boxed{}$.

Actividades de modelación

1. Analiza las parábolas de $f(x) = ax^2$ para distintos valores de a y contesta.



   a. ¿Varió la forma de la parábola para los distintos valores de a?

   ____

   ____

   b. ¿Entre qué parábolas se ubicaría la correspondiente a $h(x) = 1,5x^2$?, ¿y la correspondiente a $g(x) = -0,8x^2$?

   ____

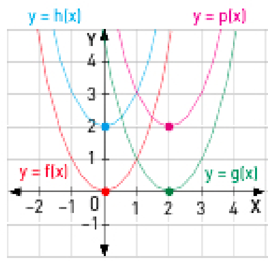
   ____

   c. ¿La parábola de $p(x) = 2(x - 1)^2 + 1$ tiene la misma forma que alguna de las representadas?, ¿se ubica en la misma posición? Justifica.

   ____

   ____

2. Analiza las parábolas considerando que todas tienen la misma forma pero distinta posición. Luego, responde.



   a. Si $f(x) = x^2$, ¿cuál es la forma canónica de g(x), h(x) y p(x)?

   Como todas las parábolas tienen la misma forma, basta con analizar su vértice. Así:

   - $g(x) = (x - 2)^2$, ya que su vértice es V(2, 0).
   - $h(x) = x^2 + 2$, ya que su vértice es V(0, 2).
   - $p(x) = (x - 2)^2 + 2$, ya que su vértice es V(2, 2).

   b. Si se considera que las parábolas de g(x), h(x) y p(x) son una traslación de la parábola de f(x), ¿cuál es el vector de cada traslación en cada caso?

   g(x) → $\vec{v}$ h(x) → $\vec{w}$ p(x) → $\vec{z}$

3. Determina el o los puntos que son solución de la inecuación $y < \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$.

PASO 1 Identifica la función cuadrática asociada.

La función cuadrática es f(x) =

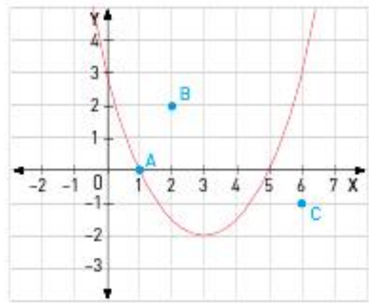
PASO 2 Representa la gráfica de f(x) y ubica tres puntos en distintos sectores: en la parábola, al interior de ella y en el exterior.

¿Cuáles son los puntos que se marcaron en el plano cartesiano?

A =

B =

C =



PASO 3 Verifica para qué punto se satisface la inecuación.

Reemplaza uno de los puntos en la inecuación y analiza si se cumple o no.

Por ejemplo, para el punto (4, 0), se reemplaza:

$$0 < \frac{1}{2}(4)^2 - 3 \cdot 4 + \frac{5}{2} \qquad 0 < 8 - 12 + \frac{5}{2} \qquad 0 < -\frac{3}{2}$$

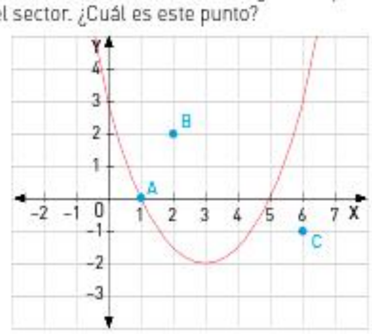
Y se concluye que la desigualdad es **falsa**.

Punto A:	Punto B:	Punto C:

PASO 4 Marca el sector que corresponde a la solución.

El punto cuyos valores hicieron verdadera la desigualdad pertenece a la solución y permite identificar el sector. ¿Cuál es este punto?

¿Hay alguna otra manera de que lo puedas hacer? Explica.



Página 138

Tema 4: ¿En qué se aplican las funciones cuadráticas?

¿Qué aprenderé?
A modelar y resolver situaciones utilizando funciones cuadráticas.

¿Para qué?
Para resolver problemas de otro contexto modelando situaciones en las que se utilice la función cuadrática.

Taller

La señora Laura desea vender empanadas y necesita determinar cuál debe ser el precio de venta para obtener las mayores ganancias. El precio debe ser tal que permita cubrir los costos de producción y el trabajo realizado.

1. Si se ha calculado que la ganancia obtenida está dada por la función $G(p) = -\frac{1}{5}p^2 + 350p - 100000$, donde p el precio en que se vende cada empanada (en pesos).
   - a. ¿De cuánto será la ganancia si vendiera cada una a \$ 1000?
   - b. ¿Qué ocurrirá con la ganancia si las vendiera a \$ 400? Expliquen.
   - c. ¿Qué ocurrirá si las vendiera a un precio menor? Justifiquen.
2. Al observar la expresión algebraica de la función G(p), ¿es posible decidir si la función tiene un valor máximo o mínimo?, ¿a qué punto de la gráfica se asocia este valor?
   - a. En el contexto del problema, ¿cómo se interpreta dicho valor?
   - b. Entonces, ¿a cuánto debe vender cada empanada la señora Laura para que su ganancia sea máxima?
   - c. ¿Cuál sería esa ganancia?

Ayuda

El resultado de todo problema matemático con un contexto determinado debe ser interpretado ajustándose a dicho contexto. Sean cantidades o mediciones, todo resultado numérico de este tipo debe tener alguna unidad de medida asociada o alguna descripción que sea **pertinente** a la solución del problema.

	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajé el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?	○ ○ ○	○ ○ ○

Actividades de modelación

Antonio analiza los precios y la cantidad de productos vendidos para fijar el precio de venta de sus artesanías. Él ha observado que, de acuerdo a la demanda, la cantidad de productos vendidos disminuye al aumentar su precio de venta, según la función $x(v) = -0,25v + 600$, donde x corresponde a la cantidad de artesanías y v al precio de venta. Como corresponde, el ingreso total I, obtenido en la venta respecto de la cantidad de productos vendidos x, está dado por la función $I(x) = vx$. ¿A qué precio debe vender Antonio cada uno de sus productos para tener el máximo de ingresos con la venta?

a. Expresa el ingreso total en función del precio de venta v.

El ingreso total de la venta está dado por la función $I(x) = vx$

La cantidad x está dada por $x(v) = -0,25v + 600$

Al remplazar se obtiene que el ingreso total I en función del precio de venta v corresponde a:

$$I(v) = v \cdot (\_\_\_\_\_\_\_\_)$$

Resolviendo algebraicamente se obtiene la función cuadrática:

$$I(v) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Glosario

Demanda: disposición de los consumidores para pagar, pudiendo hacerlo, el precio de un producto. En economía, la ley de la demanda establece que el precio de venta de un bien es inversamente proporcional a su demanda. Es decir, si se aumenta el precio de venta de un producto, menos cantidad de gente lo comprará.

b. Calcula el vértice de la parábola de la función $I(v)$ e interprétalo.

El vértice corresponde al punto ________ de la parábola. Al calcularlo se obtiene la coordenada:

Esta coordenada indica ________

Esta coordenada indica ________

El producto se debe vender a \$________ para obtener un ingreso máximo de \$________.

La función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ como modelo matemático permite representar fenómenos naturales, como la altura de un cuerpo respecto del tiempo al lanzarlo verticalmente, o bien, en caída libre, así como problemas de optimización, cuyo objetivo es encontrar el valor de la variable independiente x para que la variable dependiente y sea máxima o mínima, como el precio de venta de un producto para obtener una ganancia máxima.

Se debe considerar que los valores que pueden tomar ambas variables están determinados y restringidos por las características que describen. Por ejemplo, si una de las variables es el tiempo, esta magnitud no puede tener valores negativos. Así, en la gráfica se debe contemplar solo los valores permitidos en cada variable.

Página 143

Actividades de práctica

Y él ¿quién es?

Isaac Newton (1643-1727)

Físico, filósofo, alquimista, inventor, teólogo y matemático inglés. Autor de los *Principia*, donde describe la ley de la gravitación universal, estableció además las bases de la mecánica clásica mediante las leyes que llevan su nombre. También destacan sus trabajos sobre la naturaleza de la luz y la óptica y el desarrollo del cálculo integral y diferencial, que utilizó para formular sus leyes de la física. Además, desarrolló el teorema del binomio y las fórmulas de Newton-Cotes.

Newton fue el primero en demostrar que las leyes naturales que gobiernan el movimiento en la Tierra y las que gobiernan el movimiento de los cuerpos celestes son las mismas. A menudo, es calificado como el científico más grande de todos los tiempos y su obra es considerada como la culminación de la revolución científica.

1. Si Antonio ha calculado que el costo para fabricar cada uno de sus productos es de \$500 más un costo fijo de \$40 000, de manera que el costo total C respecto de la cantidad de artesanías x está dado por la función $C(x) = 500x + 40\,000$, entonces su ganancia G corresponde a la diferencia entre el ingreso total y el costo total, es decir $G = I - C$. ¿A qué precio debe vender Antonio cada uno de sus productos para que su ganancia sea máxima?
   a. Determina el ingreso total I y el costo C en función del precio de venta v.
   b. Calcula la función de ganancia $G(v) = I(v) - C(v)$ a partir de las funciones calculadas.
   c. ¿Cuál es el vértice de la parábola de la función $G(v)$?, ¿cómo se interpreta en este contexto?
   d. ¿Por qué crees que el precio de venta del producto obtenido en ambas situaciones es distinto? Explica.
2. **Ciencias naturales.** Se lanza verticalmente hacia arriba un objeto A desde el suelo, con una rapidez inicial de 15 m/s. Al mismo tiempo, se deja caer otro objeto B (con rapidez inicial 0 m/s) desde una altura de 30 m.
   La altura h de los objetos en cada instante t está dada por $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$, donde y_0 corresponde a la altura inicial, v_0 a la rapidez inicial del objeto y g a la aceleración de gravedad terrestre, que se puede aproximar a 10 m/s².
   a. ¿Cuál es la función que representa la altura de los objetos A y B respecto del tiempo?
   b. ¿En qué instante el objeto A alcanza la altura máxima?, ¿a qué altura corresponde?
   c. ¿En qué instante los objetos A y B llegan al suelo?
   d. En un mismo plano cartesiano, grafica las funciones $y_A(t)$ e $y_B(t)$. A partir de estas gráficas, determina en qué instante ambos objetos alcanzan la misma altura y a qué altura corresponde. Explica qué procedimiento utilizaste para encontrarla.
3. El ancho de un rectángulo tiene una medida de x cm, mientras que el largo tiene una medida de $10 - x$ cm. Si el área del rectángulo corresponde al producto entre su ancho y su largo, entonces:
   a. ¿Qué función representaría al área A del rectángulo respecto de su ancho x?
   b. ¿Qué medida debe tener el ancho del rectángulo para que su área sea máxima?, ¿cuánto medirá su área máxima?
   c. ¿Cuánto deberá medir el largo del rectángulo?
   d. Observando las medidas de largo y ancho obtenidas, ¿qué ocurre con el rectángulo al tener el máximo de área posible? Explica.

4. María José decide vender volantines durante septiembre. El costo total C en función de la cantidad de volantines x es de $C(x) = 60x + 7000$. En el precio de venta v que se va a fijar por cada volantín influye en la cantidad de volantines que se estima que se venderán según la función $x(v) = -0,6v + 500$. Además, el ingreso total I en función de la cantidad de volantines vendidos está dado por $I(x) = v\,x$ y la ganancia G percibida por María José está dada por $G = I - C$.

a. ¿Cuál es la función correspondiente al ingreso total I y el costo total C respecto del precio de venta v?

b. Si María José quiere obtener el máximo de ingresos, ¿a qué precio debe vender cada volantín?, ¿cuál sería el ingreso máximo de María José?

c. ¿Qué función corresponde a la ganancia G respecto del precio de venta v?

d. ¿A qué precio debe vender María José para que su ganancia sea máxima?, ¿cuál es esa ganancia máxima?

5. La distancia recorrida por una moto que viaja en línea recta se puede modelar
con $x(t) = 8t + 3t^2$, donde $x(t)$ está expresada en metros y t, en segundos.

a. ¿Qué distancia ha recorrido al cabo de 4 segundos?

b. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido cuando el motorista recorre una distancia de 380 m desde su partida?

6. Florencia, una clavadista, se prepara para su salto sobre una plataforma a 10 m sobre la superficie del agua. La altura de la clavadista mientras cae al agua, en metros, está dada por la expresión $h(t) = -5t^2 + \frac{7}{6}t + 10$, donde t es el tiempo, en segundos, después del salto. ¿Cuánto tiempo tarda Florencia en alcanzar una distancia de 1 m sobre el nivel del agua?

Paolo Bona / Shutterstock.com

¿Qué aprendí hoy?

La altura de un avión que vuela entre dos ciudades se puede modelar con la función $h(t) = 800t - 30t^2$, donde h es la altura en metros y t es el tiempo en minutos transcurridos una vez que despega el avión.

a. ¿Cuánto dura el viaje?

b. ¿En qué instante alcanza la altura máxima?

c. ¿A qué altura comienza su descenso?

Cuaderno página 66

Página 145

8 **Ciencias naturales.** Al patear un balón, la trayectoria que este sigue en el aire está dada por la función $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 2x$, donde x corresponde a la distancia horizontal, medida en metros, e $y = f(x)$ corresponde a la distancia vertical, también medida en metros.

a. ¿Qué forma tiene la trayectoria seguida por el balón en el aire?, ¿por qué?

b. ¿Qué altura ha alcanzado el balón si ha recorrido horizontalmente una distancia de 3 metros?

c. ¿Cuál es la máxima altura que podrá alcanzar el balón?, ¿cuánto recorre horizontalmente para alcanzarla?

d. ¿Cuál es la distancia horizontal que ha recorrido el balón desde que fue pateado hasta que llegó al suelo?

e. Grafica la función que representa la trayectoria de la pelota a partir de tus respuestas en las preguntas anteriores.

9 En la imagen de una copa se puede reconocer una forma parabólica. La copa se usa en la posición A, mientras que, cuando se la lava y se la deja secar, toma la posición B. Si la forma de la copa está determinada por una función cuadrática:

a. ¿Qué posición tendrá la copa si el coeficiente cuadrático de la función es un número positivo?, ¿y si es negativo?

b. ¿Cómo son sus vértices en cada uno de los casos?

c. Si se quisiera aumentar el volumen de la copa para que pueda contener más líquido, ¿qué debería ocurrir con el coeficiente cuadrático de la función cuadrática asociada?

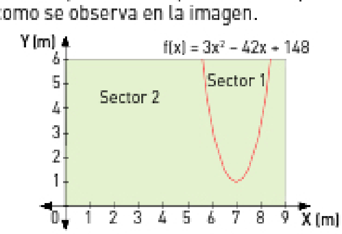
10 Se ha aplicado una traslación en el plano cartesiano a la función f(x) según un vector $T_1(1, 1)$, y se obtuvo la función $g(x) = \frac{1}{3}(x + 3)^2 + 1$. Luego, se aplicó el vector de traslación T_2 dos veces, en forma sucesiva, y se obtuvo la función $h(x) = \frac{1}{3}(x - 1)^2 + 3$.

a. ¿Cuál es la función f(x)?

b. ¿Cuál es el valor del vector de traslación T_2?

c. ¿Sería correcto afirmar que f(x) y h(x) tienen gráficas idénticas?, ¿por qué?

11 Se planea dividir una plaza en dos sectores de modo que el límite queda trazado por la gráfica de la función $f(x) = 3x^2 - 42x + 148$, como se observa en la imagen.



a. Gonzalo indica que, en el sector de la plaza cuyos puntos cumplen con la inecuación $y < 3x^2 - 42x + 148$, se planea construir asientos y juegos infantiles. ¿A qué sector corresponde?

b. ¿Cuál es la condición que describe el otro sector? Explica.

c. En el punto (8, 2), se instalará un poste de luz. ¿A qué sector corresponde?

12 El ingreso total I(v) que se obtiene por la venta de lápices de tinta está dado por la función $I(v) = -\frac{1}{3}v^2 + 200v$, donde v es el precio de venta de cada lápiz (pesos).

a. ¿Cuál debe ser el precio de venta de cada lápiz para que el ingreso total sea máximo?

b. ¿A cuánto equivale este ingreso?

13 La posición de un ciclista que viaja por una ciclovía rectilínea está dada por la función $d(t) = \frac{1}{5}t^2$, donde d corresponde a la distancia, medida en metros, que ha recorrido el ciclista en cada instante t, medido en segundos.

a. Bosqueja la gráfica que representa la distancia recorrida por el ciclista respecto del tiempo.

b. Observando la gráfica que realizaste, ¿cuánto demora el ciclista en recorrer 12 metros? ¿Cómo lo calcularías a partir de la función d(t)?

14 **Ciencias naturales.** Cuando un objeto se lanza verticalmente hacia arriba, su altura y, en metros, que alcanza en cada instante t, en segundos, se puede modelar por la función $y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, donde y_0 es la altura inicial del objeto, v_0 su rapidez inicial y g la aceleración de gravedad terrestre, cuyo valor aproximado es de 10 m/s². Si desde una altura de 15 m se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una rapidez inicial de 10 m/s:

a. ¿Cuál es la función que representa la altura del objeto respecto del tiempo?

b. ¿En qué instante el objeto alcanza la altura máxima?, ¿a qué altura corresponde?

c. ¿En qué instante el objeto llega al suelo?

Me evalúo Evalúa tu trabajo marcando el nivel de desempeno.

Indicador			
Reconocí la función cuadrática, escrita en su forma general o canónica.	◯	◯	◯
Grafiqué una función cuadrática y analicé las variaciones que se producen al modificar los parámetros.	◯	◯	◯
Discutí las condiciones que debe cumplir la función cuadrática para que su gráfica interseque el eje X.	◯	◯	◯
Modelé situaciones o fenómenos asociados a funciones cuadráticas.	◯	◯	◯
Usé modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas cotidianos y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la realidad.	◯	◯	◯
Ajusté modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerquen más a la realidad.	◯	◯	◯

Cuaderno página 68

Cuaderno de Ejercicios

Lección 5

Funciones cuadráticas

Repasa algunos contenidos que utilizarás durante esta lección.

1 Determina el valor de x para que $f(x) = 0$.

a. $f(x) = 2x + 5$ x = ________
b. $f(x) = \frac{1}{5}x + 3$ x = ________
c. $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{5}$ x = ________
d. $f(x) = x^2 - 1$ x = ________

2 Determina $f(2)$, $f(-1)$ y $f\left(\frac{-1}{3}\right)$ en cada caso.

a. $f(x) = 6x - \frac{1}{2}$
b. $f(x) = -3x + 9$
c. $f(x) = x^2 - 3$
d. $f(x) = 2x - \frac{1}{3}$

Para pensar en funciones puedes utilizar la imagen de una máquina cuyo insumo es un número y su producto es otro, siguiendo una regla definida.

3 Completa la tabla para cada función. Luego, grafica la función en tu cuaderno.

a.

$f(x) = 2x$	
x	f(x)

b.

$f(x) = -3x$	
x	f(x)

c.

$f(x) = \frac{x}{5}$	
x	f(x)

4 Un restaurante produce 2 kilógramos de basura cada hora de funcionamiento.

a. Contruye una tabla que muestre la relación entre las variables durante las primeras 4 horas de trabajo.
R: ____

b. ¿Cuál es la función que relaciona ambas variables?
R: ____

c. ¿Cuál es el valor de la pendiente de esta función? ¿Qué representa según el contexto?
R: ____

La función lineal relaciona dos variables que son directamente proporcionales y puede ser representada por una tabla, una recta que pasa por el origen del plano cartesiano o una expresión algebraica del tipo $f(x) = ax$.

5 Identifica la pendiente (m) y el coeficiente de posición (n) de las rectas asociadas a las siguientes funciones.

a. $f(x) = -5x + 1$ m = _____ n = _____
b. $f(x) = 3x + 8$ m = _____ n = _____
c. $f(x) = x - 4$ m = _____ n = _____

6 Durante el mes de diciembre, la temperatura promedio diaria aumentó una décima cada día durante 15 días seguidos. Si el primer día se registró una temperatura de 22°C, ¿cuál es la función que modela la situación?
R: ____

Recuerda que la función afín tiene una pendiente que representa la inclinación de la recta y una constante que corresponde a la intersección con el eje Y.

Página 56

Lección 5

Tema 4 ¿En qué se aplican las funciones cuadráticas?

Practico

1 Una tienda virtual ofrece descuentos en sus productos a medida que la página web va recibiendo visitas. La función que modela la situación es:

$$D(v) = -\frac{1}{160}v^2 + \frac{3}{2}v$$

a. ¿Cuál es la variable dependiente?

R:________________________

b. ¿Cuál es la variable independiente?

R:________________________

c. ¿Qué cantidad de visitas se deben registrar para que no haya descuentos?

R:________________________

d. ¿Cuál es el descuento máximo ofrecido por la tienda virtual?

R:________________________

e. Cuantas visitas se deben registrar para que haya un 50 % de descuento?

R:________________________

2 Un banco dispone de un máximo de 10 cajas (C) que se abren según la hora del día (t). La función que representa esta situación es:

$$C(t) = -\frac{5}{8}t^2 + 15t - 80$$

a. ¿Cuál es la variable dependiente?

R:________________________

b. ¿Cuál es la variable independiente?

R:________________________

c. ¿A qué hora se abrirán todas las cajas?

R:________________________

d. ¿A qué hora se cierran todas las cajas?

R:________________________

e. ¿A qué hora se abrirán ocho cajas?

R:________________________

3 Una empresa de cereales tiene costos de producción mensuales (C) que dependen de las unidades elaboradas (x), lo cual se expresa como:

$$C(x) = 6x - \frac{1}{500}x^2$$

a. ¿Cuál es la variable dependiente?

R:________________________

b. ¿Cuál es la variable independiente?

R:________________________

c. ¿Cuál será el costo máximo alcanzado?

R:________________________

d. ¿Cuál será el costo de 500 unidades?

R:________________________

e. ¿Cuántas unidades se necesitan elaborar para tener un costo de 2500?

R:________________________

4 La producción de cebollas en una ciudad depende del mes de recolección. La función modeladora de producción en toneladas según el me, está dada como:

$$C(x) = 65x - 5x^2 - 60$$

a. ¿Cuál es la variable dependiente?

R:________________________

b. ¿Cuál es la variable independiente?

R:________________________

c. ¿En qué mes habrá mayor producción de cebollas?

R:________________________

d. ¿Cuántas cebollas se estima que se producirán el mes de septiembre?

R:________________________

e. ¿En qué mes se producirán 50 toneladas de cebolla?

R:________________________

Página 66

Guía docente

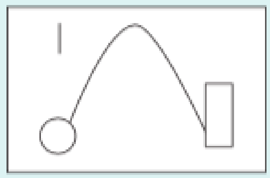
Actividad Complementaria

Lección 5

Formen grupos de dos o tres estudiantes y realicen el siguiente taller. Para ello, necesitarán una calculadora científica o una hoja de cálculo.

Aplicación a la física

Existen distintos movimientos a lo largo de un partido de futbol, el acto de gol puede darse de distintas posiciones, una de ella es el lanzamiento donde se forma una parábola como vemos en la imagen.



Al lanzarse el balón desde el suelo, la pelota alcanza una altura del suelo en metros en función del tiempo transcurrido medido en segundos, la expresón que representa este movimiento es: $H(t) = -5t^2 + 20t$.

1. La altura que debe tener la pelota para que recorra la distancia necesaria para que sea gol es de:

____

2. ¿Cuántos segundos tardo el balón en entrar al arco?

____

Metrotrén es un servicio de trenes en los que se llevan a cabo viajes entre Santiago y la ciudad de San Fernando. Dentro de los recorridos que se pueden hacer mediante este medio de transporte es Santiago – Buin Zoo.

En física esta la expresión de aceleración uniforme que nos permite determinar la distancia en función del tiempo, considerando la aceleración y la velocidad inicial, esta fórmula está dada por: $d = Vo \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Velocidad inicial:	Vo (m/s)	Tiempo:	t (segundos)
Aceleración:	a (m/s^2)	Distancia:	d (metros)

Si la distancia entre Santiago y el Buin Zoo es de un estimado de 4000 m, la aceleración de 1/720 m/s^2 y la velocidad inicial es 0 m/s.

3. Reemplaza los valores dados en la expresión dada:

____

4. ¿Cuál es el tiempo de demora de este viaje?

____

5. El tiempo en minutos resultaría igual a: ____________________

Material fotocopiable

Guía Didáctica del Docente

Página 90.

Puentes

El puente Hell Gate, se construye entre el 1912 y el 1917 por Gustav Lindenthal, se ubica en Nueva York, EEUU, uniendo la isla de Manhattan. Cuenta con un largo de 310 m de torre a torre y una altura de 93 m.

6. Planteen la parábola que forma el puente en el plano cartesiano.

7. Si la forma de la función cuadrática es $f(x) = ax^2$, ¿Cuál sería el valor del coeficiente **a**?

8. Modelen la función cuadrática que representa la parábola que forma el puente.

9. ¿Es la única forma de modelarla?

10. Observa el siguiente puente, propone las medidas, grafica en el plano cartesiano y modela la función cuadrática que la representa:

Medidas propuestas

Función cuadrática:

Nombre:

Página 91