



FACULTAD DE EDUCACIÓN
**Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa**

**ELEMENTOS DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN
UN INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN ESCRITA APLICADO
EN PERSONAS CON DISTINTO NIVEL MATEMÁTICO**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y
AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E
INFORMÁTICA EDUCATIVA

NOMBRE DEL ALUMNO:

FELIPE VALDERRAMA IBARRA

PROFESOR GUÍA:

ALONSO QUIROZ MEZA

SANTIAGO, DE CHILE 2019

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer primeramente a grandes personas que me han acompañado en este proceso educacional y profesional inculcándome valores esenciales para la vida desde que soy un pequeño, entre ellos se distinguen mi mamá Liliana, mi papá Pedro, mi mami Magdalena, mi madrina Raquel, mi tía Cecilia y mi prima Liliana, sin ellos nada de lo que soy hoy hubiese sido posible. También al respecto en el transcurso de la vida aparecen almas especiales que nos ayudan sin ninguna condición y muchas veces nos sorprenden con su mano amiga a poder levantarnos cuando todo está cuesta abajo, a partir de aquello quisiera nombrar a mi gran polola Tamara, a mi papi Andrés, a mis amigos Mario, César y Alex, quienes gracias a su bondad permitieron finiquitar variadas implicancias en los cuales me vi bastante frustrado.

SIN NADA MAS QUE DECIR; ¡SON INCREIBLES GRACIAS TOTALES!

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO I	4
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	4
1.1 INTRODUCCIÓN	5
1.2 ANTECEDENTES	6
1.2.1 Modelo de evaluación matemática/ Instrumentos de evaluación.	7
TABLA 1 PRESENCIA DE HABILIDADES EN 284 ENUNCIADOS EVALUATIVOS	7
1.2.2 Modelo de evaluación matemática en instituciones educacionales chilenas.	8
TABLA 2 CLASIFICACIONES DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS	8
TABLA 3 HABILIDADES PRESENTES EN LAS EVALUACIONES DOCENTES	9
1.2.3 Modelo de evaluación matemática/Escalas de logro.	11
TABLA 4 DESCRIPCIÓN DE LOS NIVELES DE DESEMPEÑO EN MATEMÁTICAS, PISA (2015)	11
TABLA 5 EXTRACTO DE LAS CATEGORÍAS SIMCE, PARA LA EVALUACIÓN MATEMÁTICA	12
1.3 JUSTIFICACIÓN	13
1.4 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	15
1.4.1 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN	16
1.5 OBJETIVOS	16
1.5.1 Objetivo General	16
1.5.2 Objetivos específicos	16
1.6 SUPUESTOS	17
CAPÍTULO II	18
MARCO TEÓRICO	18
2.1 Introducción del Marco Teórico	19
2.2 EVALUACIÓN EDUCATIVA Y SUS MATICES	20
TABLA 6 DEFINICIONES SOBRE EVALUACIÓN EDUCATIVA	21
2.2.1 EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS	21
TABLA 7 EJEMPLO DE UNA PREGUNTA CONTENIDA EN UNA PRUEBA DE SELECCIÓN MÚLTIPLE	22
TABLA 8 EJEMPLO DE UNA PREGUNTA, CONTENIDA EN UNA PRUEBA DE DESARROLLO	23
2.2.2 CRITERIOS DE EVALUACIÓN	23
2.2.3 ESTRATEGIAS PARA LA EVALUACIÓN	24
TABLA 9 DISTINCIONES RESPECTO A ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN	25

2.2.4 EVALUACIÓN DEL Y PARA EL APRENDIZAJE	25
FIGURA 1 EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE	26
TABLA 10 ASPECTOS PARA QUE LOS PROFESORES CONSIDEREN LA EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE	28
2.3 COMPETENCIA EDUCATIVA	28
2.3.1 COMPETENCIA MATEMÁTICA	29
TABLA 11 DEFINICIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	30
FIGURA 2 GRUPO DE SABERES DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	30
TABLA 12 PROPUESTA DE NISS, SOBRE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA MATEMÁTICA	31
2.3.2 COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICA	31
TABLA 13 PROCESO DE ARGUMENTAR	32
2.3.3 ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICAS	33
FIGURA 3: MODELO ARGUMENTATIVO DE TOULMIN, ADAPTADO POR MENDO (2015)	35
TABLA 14 PREGUNTAS Y RESPUESTAS PARA EL ANÁLISIS DE LAS COMPONENTES DEL PROCESO ARGUMENTATIVO	36
TABLA 15. MODELO ARGUMENTATIVO DE TOULMIN, EN FORMA SINTETIZADA	36
2.3.4 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICA	37
TABLA 16 PROCESOS MATEMÁTICOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	37
TABLA 17 RELACIÓN ENTRE LOS PROCESOS Y LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES	38
FIGURA 4 NIVELES DE COMPLEJIDAD EN INTERPRETACIONES GRÁFICAS	39
CAPÍTULO III	41
MARCO METODOLÓGICO	41
3.1 PARADIGMA O ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	42
3.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	43
PRIMERA ETAPA: REDISEÑO DE UNA PRUEBA, VALIDACIÓN Y APLICACIÓN (PRIMER MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)	44
SEGUNDA ETAPA: CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE LOGRO DE LA ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA (PRIMER MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)	45
TABLA 18 VERSIÓN PRELIMINAR PARA LA CATEGORIZACIÓN DE ARGUMENTOS Y PARA EL NIVEL DE LOGRO DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA	45
TABLA 19 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE ASERCIONES	46
TABLA 20 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE EVIDENCIAS	47
TABLA 21 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE GARANTÍAS	47
TABLA 22 EJEMPLO PARA EL ANÁLISIS DE LAS COMPETENCIAS ARGUMENTATIVAS	48
TABLA 23 EJEMPLO DE CARACTERIZACIÓN SOBRE EL NIVEL DE LOGRO DE LA ARGUMENTACIÓN	48

TERCERA ETAPA: APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO Y ADEMÁS LA ESCALA DE LOGRO (SEGUNDO MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)	49
TABLA 24 EJEMPLO 1 RECOPIACIÓN DE LOS DATOS	49
TABLA 25 EJEMPLO DEL PROCEDIMIENTO DENOMINADO "FIGURA SUBRAYADO"	50
TABLA 26 EJEMPLO DE CÓMO REALIZAR EL RECURSO "FIGURA SUBRAYADO"	50
TABLA 27 EJEMPLO PARA EVALUAR Y CALIFICAR LOS ARGUMENTOS DE LOS ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA	51
3.3 SUJETOS	52
TABLA 28 ANTECEDENTES DE LOS INTEGRANTES EN ESTUDIO	52
TABLA 29 CATEGORIZACIÓN	53
TABLA 30 CLASIFICACIÓN DE LOS NIVELES ACADÉMICOS	53
TABLA 31 NIVELES DE DESEMPEÑOS EN HABILIDADES DE COMUNICACIÓN ESCRITA	54
3.4 Entorno	55
3.5 Descripción de Técnicas e Instrumentos	59
Figura 7: Función Cuadrática, y sus implicancias	61
TABLA 32 PROBLEMA Y PREGUNTAS DEL INSTRUMENTO A EJECUTAR	62
3.6 Validez y Confiabilidad	62
CAPITULO IV	63
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	63
4.1 Análisis del instrumento	64
CATEGORIZACIÓN DEL ANALISIS	64
FIGURA 8 CREACIÓN PROPIA, EN BASE A CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.	64
TABLA 33 PROBLEMA Y PREGUNTAS POR CATEGORÍA	65
TABLA 34 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (ASERCIÓN)	66
TABLA 35 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (EVIDENCIA)	67
TABLA 36 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (GARANTÍA)	68
4.1.1 Análisis de los elementos de la Competencia Argumentativa para cotejarlos en una escala de nivel	69
TABLA 37 ESCALA DE NIVEL CON NECESIDAD DE LLENADO EN UNA DE SUS COLUMNAS	70
TABLA 38 PARÁMETROS PARA EL ANÁLISIS DE LOS DATOS	71
4.1.2 Aserción	72
Figura 9: Síntesis del análisis sobre la Aserción	73
4.1.3 Evidencia	73
Figura 10: Síntesis sobre el análisis de la evidencia	75
4.1.4 Garantía	75
Figura 11: Síntesis sobre el análisis de la garantía	77

TABLA 39 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO ARGUMENTATIVO	78
TABLA 40 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO ARGUMENTATIVO CON PUNTUACIONES	80
4.2 Pilotaje	81
4.2.1 Alumno C1	81
Transcripción C1	83
4.2.2 Alumno C2	84
4.2.4 Evaluación de la Competencia Argumentativa, con una Escala de Logro	86
Alumno C1	86
TABLA 41 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA (C1)	87
Alumno C2	88
TABLA 72 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA (C2)	89
4.2.3 Análisis	90
Nivel de logro C1	90
Nivel de logro C2	91
CAPITULO V	92
CONCLUSIONES	92
5.1 Conclusiones	93
5.2 Alcances y limitaciones	96
Alcances	96
Limitaciones	96
Referencia Bibliográfica	97
Anexos	101
Anexo 1: Ítem 13 para el rediseño	101
Anexo 2: Permiso y autorización para rediseñar el instrumento del punto anterior	108
Anexo 3: Respuestas expresadas por P2	109
Anexo 4: Respuestas expresadas por F1	112
Anexo 5: Respuestas expresadas por F2	115
Anexo 6: Respuestas expresadas por C1	118
Anexo 7: Respuestas expresadas por C2	121
Anexo 8: Respuestas expresadas por P1	124
Anexo 9: Respuestas expresadas por U1	127
Anexo 10: Respuestas expresadas por U2	130
Anexo 11: Proceso y Firma de los validadores	132

RESUMEN

En la siguiente investigación se dará a conocer un rediseño efectuado, en la estructura de un instrumento de evaluación escrita, perteneciente a la asignatura de matemáticas, develando conforme a esta acción, elementos de la competencia argumentativa referida en tres aspectos: Aserción, Evidencia y Garantía. Las etapas que permitieron articular las implicancias descritas consistieron, primeramente, en el rediseño del instrumento como tal, para luego validar y aplicar dicho instrumento en personas con distinto matemático, distinguiendo en la aplicación, un grupo de expertos conformado por estudiantes de pedagogía en matemáticas, profesores de matemática y docentes formadores, quienes a partir de su participación y conocimiento en el área, se ocasionaron sus planteamientos, con la intención de crear una escala de logro, que permitió en el transcurso de un estudio de caso, describir el nivel que pueda alcanzar dos estudiantes de enseñanza media, en la Región Metropolitana, al momento de realizar la idéntica evaluación argumentativa, abordada por el primer grupo de expertos.

La motivación de estas características en la investigación, surgió debido a los inconvenientes que indica Carreño (2015), el cual respecto a una serie de resultados, revela que en evaluación matemática las mediciones del aprendizaje que se efectúan, solo consideran procedimientos de baja complejidad, afectando indirectamente la comprensión y el cumplimiento de competencias argumentativas esenciales en la asignatura, perdiendo el sentido del razonamiento matemático, si no se avalan las descripciones de esta competencia, según palabras de Portillo (2013).

De esta manera conforme a estos motivos, las temáticas planteadas en el estudio se movilizaron entorno a ejes que consideraron, por un lado, a la Evaluación Educativa y por otro el desarrollo de Competencias, definiendo en ellos, distintos matices para conducir una evaluación matemática orientada en aprendizajes elaborados y significativos para los estudiantes. (Villardón, 2006; Toulmin, 1958; Mendo, 2014; Solar, 2011)

Causando en el análisis de la información, diversas conclusiones una de ellas se fundó concorde a indicios que evidencian, un proceso satisfactorio por parte de los estudiantes de enseñanza media.

Y que pese a una evaluación de mayor exigencia en donde se tuvieron que articular una serie de pasos para cumplir con el parámetro de una competencia argumentativa, de igual forma se rescatan apreciaciones que orientan a este tipo de evaluación como un aspecto que caracteriza condiciones que requieren del pensamiento complejo y minucioso de los educandos.

Palabras Claves: Evaluación matemática, Competencia Argumentativa.

ABSTRACT

In the following investigation a redesign will be announced, in the structure of a written assessment instrument, belonging to the subject of mathematics, revealing according to this action, elements of the argumentative competence referred to in three aspects: Assertion, Evidence and Guarantee. The stages that allowed to articulate the implications described consisted, first, in the redesign of the instrument as such, and then validate and apply said instrument in people with different mathematicians, distinguishing in the application, a group of experts formed by students of mathematics pedagogy, Mathematics teachers and teacher educators, who based on their participation and knowledge in the area, raised their approaches, with the intention of creating a scale of achievement, which allowed during the course of a case study, describe the level that can reach two middle school students, in the Metropolitan Region, at the time of carrying out the same argumentative evaluation, addressed by the first group of experts.

The motivation of these characteristics in the investigation, arose due to the inconveniences indicated by Carreño (2015), which regarding a series of results, reveals that in mathematical evaluation the measurements of the learning that are made, only consider procedures of low complexity, indirectly affecting the understanding and the fulfillment of essential argumentative competences in the subject, losing the sense of mathematical reasoning, if the descriptions of this competence are not endorsed, according to the words of Portillo (2013).

In this way, according to these reasons, the themes raised in the study were mobilized around axes that considered, on the one hand, the Educational Evaluation and on the other hand the development of Competencies, defining in them, different nuances to conduct a mathematical evaluation oriented in elaborate and meaningful learning for students. (Villardón, 2006; Toulmin, 1958; Mendo, 2014; Solar, 2011)

Causing in the analysis of the information, diverse conclusions one of them was founded according to evidence that evidences, a satisfactory process on the part of the students of secondary education.

And that despite an evaluation of greater demand where they had to articulate a series of steps to comply with the parameter of an argumentative competence, similarly rescues assessments that guide this type of evaluation are rescued as an aspect that characterizes conditions that require of the complex and thorough thinking of the students.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 INTRODUCCIÓN

La problemática de esta investigación surge debido a la constatación que experimenta el autor de este trabajo, observando aspectos educativos que adjudican como importante la argumentación en la dinámica existente entre el profesor y los alumnos en la sala de clases (Crespo, 2005; Planas & Morera, 2012) pero esta capacidad no es consistente con el proceso de evaluación que elaboran los docentes, orientándose solo sobre tareas que exigen poca elaboración, lo que provoca una insuficiencia y un obstáculo sobre las herramientas que se deben desarrollar en la asignatura de matemática. Debido a lo anteriormente mencionado es que nace la motivación de este estudio, orientando esfuerzos por querer presentar algún modelo de evaluación que instale exigencias para poder discernir qué tan buena es una persona argumentando.

En este contexto, en Chile y en el mundo, se han realizado trabajos por distintas identidades de poder encausar soluciones en evaluación educativa, cambiando en muchas oportunidades formas de medición para el aprendizaje. Ejemplos de aquellos se denominan con nombres como: “La evaluación convencional frente a los nuevos modelos de evaluación auténtica” (Bravo & Fernández, 2000) y asimismo “Contribución de la evaluación socio formativa al rendimiento académico en pregrado” (Cardona, 2016), lo que hace pensar que sería ideal correlacionar algún fundamento, con la intención de facilitar el afán de esta investigación. Pero la verdad es que hoy día pese al transcurso de los años, y de que puedan existir innovaciones evaluativas en el área de matemáticas, y en otras, sigue predominando las mismas prácticas, colocando en un sitio de visualización única instrumentos que contienen en su interior preguntas para ser contestadas de forma escrita, sirviendo como medio para concitar y analizar decisiones frente a distintas deficiencias que puedan surgir en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Es por esta razón, que el cometido de este estudio, y frente a estos antecedentes, es poder generar aspectos reveladores para facilitar, en este caso, la obtención de exigencias argumentativas, en un contexto de evaluación escrita.*.

Nota: Esta investigación en lo siguiente, es importante esclarecer, que no tiene como propósito central, generar una inclinación sobre competencias argumentativas, emitiendo juicios sobre alguna falencia en objetivos de aprendizaje fundamentados en torno al desarrollo de habilidades, en este sentido, no se busca desvalorizar sus concepciones, sino más bien preferir las competencias educativas enfocadas a solucionar problemáticas sobre modelos de evaluación más utilizados por los docentes hoy día. Es por esta razón, que, para no generar una contradicción de objetivos dentro del escrito, se enunciara, el concepto de habilidad argumentativa con el nombre de: “aspecto argumentativo”, “dimensión argumentativa” o simplemente “la argumentación”.

1.2 ANTECEDENTES

¡Advertencia! Al hablar de argumentación en la asignatura de Matemática, es posible al menos encontrar dos formas de entenderla, como habilidad y como competencia, Por ejemplo, MINEDUC (2016) indica que “la habilidad de argumentar implica comunicar resultados en lenguaje matemático, explicar procedimientos, comunicar y fundamentar a partir de razonamientos inductivos” (p.12) pero, por otra parte, Castillo (2015) afirma de manera contraria lo siguiente:

La argumentación, referida como una acción propia de la competencia comunicativa, contribuye a potenciar el desarrollo de otras competencias matemáticas y en otras áreas específicas, en tanto facilita la forma de explicar, analizar críticamente y fundamentar un problema, por otro lado, da razón de una afirmación, explica el porqué de una proposición, articula conceptos y teorías para justificar una afirmación, y demuestra o reconstruye una premisa (Castillo, 2015 p.60)

Así pues, a partir de esta dicotomía es importante mencionar que el Ministerio de Educación (MINEDUC) es el estamento que estipula todas las implicancias educativas a lo largo del país y sus bases curriculares perciben este tipo de capacidad como una habilidad que, si se acciona, posee características que permiten desarrollar razonamientos únicos para un mejor aprendizaje dentro y fuera del aula, sin embargo, al momento de indagar sus distintas descripciones no permiten capturar las intencionalidades del estudio. Es por esta razón, que se hace muy necesario direccionar fundamentos que distinguen a la argumentación como una competencia educativa, ya que, respecto a este paradigma son mayores los respaldos bibliográficos (Toulmin 1958; Solar, 2011; Mendo, 2014) que apoyan de manera no absoluta, pero si más satisfactoria cada uno de los objetivos de la investigación. Por consiguiente, la argumentación en matemáticas será entendida en este escrito, como una competencia que contiene una serie de pasos, referenciados sobre la base del modelo argumentativo de Toulmin (1958) distinguiendo en este transcurso, tres elementos denominados como: Aserción, Evidencia y Garantía. “La aserción es la tesis que defiende quien argumenta, luego la evidencia es la información en la cual se basa la aserción, y por último la garantía justifica la conexión entre evidencia y la aserción haciendo referencia, por ejemplo, a una regla, una definición, o por medio de una analogía” (Mendo, 2015 p.22)

En este sentido, el cimiento de esta definición será el foco central del estudio, con el afán y el incentivo de poder medir las exigencias que debe poseer un aprendiz, al momento de argumentar, caracterizado en este caso, por los elementos de la competencia argumentativa: Aserción, Evidencia y Garantía. La opción elegida para lograr la medición de estos parámetros contiene estimaciones sobre la evaluación matemática, quien podría visualizar de mejor manera proyecciones y desarrollos clarificadores para la apreciación de aspectos argumentativos. De esta manera, se buscarán modelos de evaluación que, a modo de ejemplo, ayuden a exhibir criterios de requerimientos para la acción que se quiere realizar, generando con ello un inicio desde confecciones construidas con anterioridad.

1.2.1 Modelo de evaluación matemática/ Instrumentos de evaluación.

Al momento de observar prácticas docentes y la elaboración de instrumentos que se ocupan para medir el aprendizaje de los estudiantes, se presenta una escasa evidencia que logre considerar dimensiones argumentativas en la evaluación, por medio de algún lineamiento que constate el nivel que debe alcanzar o mejorar una persona al efectuar la argumentación. Al respecto Barbera (1997) declara indicios que hacen pensar el porqué de este inconveniente, expresando resultados sobre los enunciados evaluativos de respuesta escrita, que ejecutan los docentes, y cuáles son las habilidades que presentan mayores inclinaciones de medición al realizar el proceso de enseñanza y aprendizaje. (Ver Tabla 1).

TABLA 1 PRESENCIA DE HABILIDADES EN 284 ENUNCIADOS EVALUATIVOS

	Como objetivo (%)	Como requisito (%)	Total (%)
Recoger	0 (0%)	3 (1%)	3 (0,02%)
Traducir	4 (1,5%)	20 (7%)	24 (1,5%)
Inferir	11 (4%)	21 (7,5%)	31 (2%)
Transformar	58 (20,8%)	115 (40%)	173 (11%)
Inventar	4 (1,5%)	8 (3%)	12 (0,8%)
Aplicar	254 (89,5%)	239 (84%)	493 (31,7%)
Representar	13 (4%)	51 (18%)	64 (4,1%)
Anticipar	16 (5,5%)	43 (15%)	59 (3,8%)
Elegir	20 (7%)	95 (33,5%)	115 (7,4%)
Organizar	47 (16,5%)	67 (23,5%)	111 (7,1%)
Relacionar	165 (58%)	176 (62%)	341 (22%)
Argumentar	11 (4%)	6 (2%)	17 (1,1%)
Evaluar	0 (0%)	3 (1%)	3 (0,02%)
Comprobar	8 (3%)	99 (35%)	107 (6,9%)
Total			153 (100%)

FUENTE: (BARBERA, 1997 P.30) LA EVALUACIÓN ESCRITA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDAD

DE BARCELONA

Logrando entrever, respecto al registro confeccionado por Barbera (1997) que la evaluación escrita en el área de matemáticas, contiene una baja estimación sobre implicancias argumentativas. A propósito de evaluación escrita, Goded (2006) añade en esta línea, que este es el único instrumento que utilizan los profesores de matemáticas, los cuales no favorecen espacios que permitan expresar fundamentos con mayor profundidad, provocando como consecuencia “una capacidad en los estudiantes, solo enfocada en resolver problemas muy simples en situaciones muy conocidas” (OCDE, 2014 citado en Cárdenas, Nieto & Cáceres, 2016 p.64). De esta manera, según las deficiencias expresadas, tomar como modelo un instrumento escrito para la evaluación de las exigencias de la competencia argumentativa presenta indicios muy poco probables, por lo tanto, se tienen que buscar formas de poder mejorarlo en dirección hacia nuevos cometidos.

1.2.2 Modelo de evaluación matemática en instituciones educacionales chilenas.

En esta temática cabe destacar que instituciones educacionales en Chile también utilizan en su gran mayoría evaluaciones escritas, fundamentadas dentro de un contexto que está direccionado sobre las bases curriculares del MINEDUC (2016) identificando variadas habilidades para el desarrollo del pensamiento matemático: Resolver Problemas, Comunicar, Argumentar, Modelar y Representar. A partir de aquellas habilidades existen sub clasificaciones elaboradas por el equipo disciplinario de la (Unidad de Curriculum y Evaluación del MINEDUC, 2009 citado en Escalante, Jara & Roco, 2018 p.13) quienes entregan una mejor comprensión y, además, implicancias más distinguidas sobre los procesos que deben evaluar los profesores a la hora de enseñar matemáticas (Ver Tabla 2).

TABLA 2 CLASIFICACIONES DE LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS

Habilidad matemática	Ejemplos de habilidades específicas
Identificar	Reconocer, distinguir, medir ángulos, medir con unidades estandarizadas.
Aplicar procesos y conceptos	Calcular, ordenar secuencias (sin identificar patrón), describir, caracterizar, dibujar, representar, resolver problemas simples (con variables y operatoria explícita).
Razonar	Interpretar, argumentar , justificar, formular hipótesis o conjeturas, formular modelos, ordenar secuencias (identificando el patrón), resolver problemas complejos (variables ocultas/ formulas indeterminadas).

A partir de lo anterior, distintos expertos en educación elaboran fundamentos en base a lo establecido en la Tabla 2. Un ejemplo de aquello es realizado por Carreño (2015), quien en busca de investigar prácticas de evaluación que elaboran los docentes a lo largo de todo el país, presenta en base a este encausamiento, habilidades que consideran con mayor inclinación al momento de efectuar la medición de distintos aprendizajes, indicando respecto a su estudio, lo siguiente:

Las evaluaciones propias del cuerpo docente contienen, mayoritariamente, ítems o preguntas asociadas a niveles cognitivos bajos, que exigen poca elaboración por parte de los estudiantes y se centran en habilidades como identificar o calcular. Aquellos ítems que exigen más demandas en términos cognitivos, como relacionar, argumentar o interpretar tienen una nula o baja presencia en las evaluaciones. (Carreño, 2015 p.7).

Un antecedente de esta afirmación son los resultados de la siguiente Tabla, describiendo Carreño (2015), una serie de porcentajes reveladores, funcionando como base de las deficiencias mencionadas.

TABLA 3 HABILIDADES PRESENTES EN LAS EVALUACIONES DOCENTES

Niveles	Identificar	Aplicar Procesos Y Conceptos	Razonar
2°B	31,49%	63,92%	4,59%
4°B	41,18%	57,0%	1,83%
6°B	29,28%	69,79%	0,93%
8°B	9,92%	72,04%	18,03%
2°M	6,5%	74,5%	19,0%

FUENTE: (CARREÑO, 2015, P.74) ¿QUÉ HABILIDADES EVALÚAN LOS DOCENTES?

Al analizar estos registros y anteriores expresiones, un ambiente así, poco equilibrado para la constatación de aprendizajes, provoca según Cárdenas & Blanco (2018) al igual que Carreño (2015), transcurso de evaluación enfocados en tareas reproductivas y de fácil factura mientras que trabajos de elaboración más compleja con el afán de ser más significativos, son poco estimados. Ocasionando, bajo el alero de estas causales, una afectación indirecta para la evaluación de argumentos en matemáticas, ya que, para accionar argumentos se necesita, conforme a Buitrago, Mejía & Rubinstein (2013, p.8).

“Una implicancia cognitiva y comunicativa necesarias para producir, evaluar y aplicar ciencia, por ende, se trata de un procedimiento de naturaleza cognitivo-lingüística, pues se apoya en habilidades cognitivas de alta complejidad”. Y esta implicancia de mayor elaboración para su desarrollo, posee en evaluación matemática una evidencia de bajo porcentaje de consideración. De acuerdo con lo expresado, al profundizar sobre este inconveniente, se llega a la conclusión que estas características no solo afectan la evaluación de argumentos, sino que, además, no hace coincidir la esencia del aprendizaje matemático, descrita a partir de aspectos que tienen como objetivo fundamental las siguientes explicaciones:

La idea del aprender matemáticas se relaciona con que el estudiante desarrolle o construya ideas desde la Matemática, ubicando en esta disciplina un cuerpo dinámico de conocimientos en constante expansión. En esta perspectiva, el estudiante, al desarrollar matemáticas se involucra en las actividades propias de tal disciplina. En este proceso, el estudiante recopila información, descubre o crea relaciones, discute sus ideas, plantea conjeturas, y constantemente evalúa y contrasta sus resultados (Santos, 1995 p.47).

Logrando entrever bajo esta definición evidencias poco favorables para la constatación de estos cometidos, ya que, representan en sus resultados para la evaluación, nulas tareas que incluyan por ejemplo, justificar, formular modelos, conjeturar, entre otras, perjudicando por esta razón la obtención de herramientas que busquen asimismo un área permisiva “para la creatividad e imaginación de muchos estudiantes, basando el aprendizaje en no solo el saber, sino también el saber hacer” (Santillana, 2013 p.4). Produciendo por medio de estas razones, ambientes pocos gratos que sirvan como modelo respecto de evaluaciones matemáticas, confeccionadas en Chile, debido a que, se presentan solo problemáticas que no ayudarían a constatar las exigencias de la competencia argumentativa.

1.2.3 Modelo de evaluación matemática/Escalas de logro.

Al indagar sobre la existencia de herramientas para la evaluación que representen “los niveles o lo que se espera de un estudiante al aprender” (IPEBA, 2013 p.5) las únicas descripciones encontradas, abordan a la argumentación como un espectro contenido en el nivel de desempeño de las competencias matemáticas, con respaldos confeccionados por la prueba internacional PISA (2015) indicando los siguientes aspectos:

TABLA 4 DESCRIPCIÓN DE LOS NIVELES DE DESEMPEÑO EN MATEMÁTICAS, PISA (2015)

Nivel	Características de las tareas que según el nivel pueden realizar los estudiantes en matemáticas
5	Los estudiantes de este nivel pueden trabajar estratégicamente usando un pensamiento amplio y bien desarrollado, y habilidades de razonamiento, representaciones relacionadas apropiadas, caracterizaciones simbólicas y formales, y conocimientos relacionados con estas situaciones. Ellos comienzan a reflexionar sobre su trabajo y pueden formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos
4	Los estudiantes de este nivel pueden usar una limitada gama de habilidades y pueden razonar con cierto nivel de comprensión, en contextos sencillos. Pueden construir y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, razonamientos y acciones
3	Los estudiantes de este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Por lo general muestran una cierta capacidad para manejar porcentajes, fracciones y números decimales, y para trabajar con relaciones proporcionales. Las soluciones a que llegan reflejan que se involucran en la interpretación y el razonamiento básicos
2	Los estudiantes pueden extraer información relevante de una sola fuente y usar un único modo de representación. Los estudiantes de este nivel pueden emplear algoritmos básicos, fórmulas, procedimientos o convenciones para resolver problemas con números enteros. Ellos son capaces de hacer interpretaciones literales de los resultados.
1	Los estudiantes son capaces de identificar información y llevar a cabo procedimientos de rutina de acuerdo con instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden llevar a cabo acciones que son casi siempre evidentes y se presentan inmediatamente a continuación de los estímulos dados

FUENTE: (PISA, 2015, P. 73-74) COMPETENCIA CIENTÍFICA, LECTORA Y MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DE QUINCE AÑOS EN CHILE

Al observar los registros dictaminados en esta escala de nivel, las clasificaciones de uno hasta cinco consideran características argumentativas en una pequeña apreciación contenida en el nivel número cuatro, los demás niveles presentan diferentes características sobre la competencia matemática.

Por otra parte, la prueba nacional SIMCE (2012) con el objetivo de entregar información fiable a cada establecimiento educacional, también establece una reducida afirmación sobre temáticas argumentativas, respecto de una escala de logro, que especifica características que deben contener los estudiantes en cada clasificación referenciada por la entidad educativa del MINEDUC.

Determinando por ejes de habilidad, características de descripción para la evaluación matemática, tal como se muestra en el siguiente extracto:

TABLA 5 EXTRACTO DE LAS CATEGORÍAS SIMCE, PARA LA EVALUACIÓN MATEMÁTICA

Eje de Habilidad	Descripción
Razonamiento matemático	Considera en los estudiantes las habilidades requeridas para resolver problemas no rutinarios, que resultan novedosos para el estudiante, por lo que debe idear o crear un procedimiento o una estrategia de resolución más compleja que no ha sido ejercitada previamente de manera habitual. También se incluyen las habilidades de búsqueda de regularidades y patrones, la capacidad de hacer generalizaciones, la construcción de argumentos , el modelamiento de situaciones, la formulación de conjeturas y la verificación de la validez de una conjetura, de un procedimiento o una relación para casos particulares o generales

FUENTE: (SIMCE, 2012, P.18) INFORME TÉCNICO SIMCE 2012

Al finalizar con la observación de esta descripción, y aglutinar todos los modelos de evaluación matemática indicados, se manifiestan problemáticas en el cual ninguno tiene la capacidad de suministrar transcurso de exigencias de la competencia argumentativa, ya sea por medio de instrumentos o escalas de logro, las apreciaciones descubiertas son vagas para lograr el cometido a realizar. Si bien es cierto existen trabajos de investigación como por ejemplo: “La evaluación de la competencia argumentativa en foros de discusión en línea a través de rúbricas” trabajado realizado por Ixchel, Del Carmen & Tirado (2012) y además por otra parte “evaluación de la competencia argumentativa en matemáticas” elaborado por Herrera (2012) los cuales coinciden en acercamientos de mejor calidad para la investigación, en la actualidad en Chile ninguno de ellos han tenido trascendencia, considerando los profesores de matemáticas los mismos comportamientos de evaluación, colocando siempre en el transcurso de todos los tiempos, “el modelo de pruebas escritas como el principal referente de su evaluación” (Cárdenas, 2016 p.1).

Por lo tanto, el adecuar el diseño de una prueba escrita, con la finalidad de revelar elementos de la competencia argumentativa para incorporar mayores dimensiones de evaluación, parece una idea confortable que facilitaría, en un buen número, la expresión y evidencia de representaciones de alto nivel de aprendizaje, que se necesitan urgentemente bajo los registros presentados por Carreño (2015) y otros.

Además, para hacer un proceso más satisfactorio, es importante mencionar que escalas de nivel “aportan significativamente a los docentes en el proceso de observación, análisis y seguimiento del aprendizaje de sus alumnos” (MINEDUC, 2007, p.1). Por ende, refundar soluciones de seguridad para este modelo de evaluación con la intención de constatar proyecciones del desarrollo de la competencia argumentativa, igualmente parece una opción viable, permitiendo con ello tener una herramienta facilitadora de medición para revelar las exigencias que debe poseer una persona al argumentar. Así pues, respecto a lo expresado surgen interrogantes de cómo poder realizarlo y además ciertas dudas frente a expresiones las cuales indican: “que la evaluación en matemáticas es uno de los aspectos menos investigados dentro de la matemática educativa” (Goñi, 2008 citado en Gutiérrez, 2015 p.1).

1.3 JUSTIFICACIÓN

Según lo registrado en los antecedentes existe una escasa evidencia en evaluaciones escritas, evaluaciones aplicadas en instituciones educacionales chilenas y tampoco escalas de logro internacional como PISA (2015) y nacionales como SIMCE (2012), que tengan la intención de evaluar argumentos en la asignatura de matemáticas. Por lo tanto, en base a estas deficiencias el objetivo de esta investigación será proponer una adecuación de una prueba escrita, con la intencionalidad, respecto a esta acción, de revelar la expresión de argumentos matemáticos, para luego poder analizar los niveles de logro en las expresiones que se presenten, con una escala de nivel que describa las características que tiene una persona al momento de argumentar, con una mirada inclinada hacia la competencia argumentativa.

La importancia de este trabajo se proyecta entonces sobre tres temáticas fundamentales, la evaluación, evaluación orientada hacia las competencias y los beneficios de la argumentación en matemáticas, entablando herramientas justificadas para focalizar la conexión entre ellos en base a sus atributos. De esta manera, en un primer momento, se mencionarán aspectos dirigidos hacia la evaluación.

Según Elliot (1995) la evaluación no solo debe considerarse como una expresión de resultados abordados con naturalidad, sino que tiene mayores aspectos de los que se ven a simple vista, por lo cual es una instancia rica de análisis, que permite de una u otra forma reflexionar sobre las dificultades educativas vigentes en la actualidad. Asimismo, Cardinet (1986) reafirma esta idea desde una perspectiva más profunda expresando:

Abordar el problema de la evaluación supone necesariamente tocar todos los problemas fundamentales de la pedagogía. Cuanto más se penetra en el dominio de la evaluación, tanta más conciencia se adquiere del carácter enciclopédico de nuestra ignorancia y más ponemos en cuestión nuestras incertidumbres. Cada interrogante planteada lleva a otras. Cada árbol se enlaza con otro y el bosque aparece como inmenso (Cardinet, 1986 citado en Careaga, 2001 p.345)

En efecto, se interpreta que este tema con relación a lo mencionado carece de superficialidad, muy por el contrario, presenta un sin número de complejidades, que pueden definir el futuro de muchas decisiones de aprendizaje. Por consiguiente, se hace muy necesario investigar e implementar claridades evaluativas que favorezcan el desarrollo de la argumentación.

Asimismo, adjudicar una evaluación orientada en competencias coloca a la vanguardia los desafíos en educación, que hoy en día ponen el desarrollo de competencias como la “garantía para que los estudiantes comprendan sus necesidades de aprendizaje y tengan la oportunidad y los medios para elegir trayectorias que les ayuden a desarrollar procesos matemáticos” (OCDE, 2019 p.14).

Permitiendo con ello no solo una claridad de evaluación sino que además herramientas para el autoanálisis de superación de muchos educandos, a partir de estas visiones también “objetivos expresados como competencias son los que posibilitan un desempeño autónomo, obrar con fundamento, interpretar situaciones, resolver problemas y realizar acciones innovadoras, basándose en un saber profundo en el que se integran conocimientos y acción: saber qué es saber, saber hacer, y saber explicar lo que se hace y porqué se hace” (Avolio de Cols, 1998 p.20).

Por otro lado, los beneficios de la argumentación y su importancia en matemáticas, posee respaldos teóricos que hacen creer que sus desarrollos dotan de sentido a la asignatura Portillo (2013), por ejemplo, dictamina las siguientes características que hacen pensar lo establecido:

La argumentación, no solo es primordial para el desarrollo de pensamiento matemático, sino que también para organizar y plantear secuencias, formular conjeturas y corroborarlas, así como establecer conceptos, juicios y razonamientos que den sustento lógico al procedimiento o solución encontrada (Portillo, 2013 p.13)

Y de una manera más explícita la Universidad Central (2012) expone que: “La argumentación se puede ver como un esfuerzo conjunto de dotar de sentido a las expresiones matemáticas, de ir más allá de la condición actual de aprendizaje mediante la construcción de conjeturas. De esta forma, el aprendizaje se consolida y se integra al ejercicio de la representación para que otros entiendan los propios modelos conceptuales en desarrollo”. (Universidad Central, 2012 p.15)

En este sentido, la argumentación matemática, puede generar herramientas útiles para los estudiantes, favoreciendo una mejor comprensión de conceptos con un efecto más duradero en el tiempo, pero para llevar a cabo este propósito es necesario implementar claridades de evaluación con el objetivo de entregar a partir de sus herramientas una mejor captación de sus beneficios, facilitando el aprendizaje y la enseñanza en variadas dimensiones en el área de matemáticas.

1.4 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El problema de la investigación radica esencialmente sobre la evaluación matemática y las deficiencias que representan los instrumentos que aplican los docentes al momento de evaluar el aprendizaje, basados únicamente en solo medir aspectos de baja factura (reproducir e identificar), provocando con ello una sumatoria de muchos inconvenientes:

1 En primer lugar, debido a esta causa estudiantes no tienen dotaciones en la evaluación, que permitan en gran medida proyectar entendimientos de alto desarrollo cognitivo (justificar, argumentar, conjeturar entre otros).

2. Al momento de buscar modelos para evaluación de exigencias de la competencia argumentativa, no se encuentre evidencia que logre este cometido, generando de esta manera un extravío de oportunidades sobre aprendizajes beneficiosos y significativos para el educando.

3. Si bien es cierto en la investigación tiene una causa concreta para la evaluación de la competencia argumentativa, al ahondar en el tema con la problemática expuesta, se revela una pérdida del sentido que posee el aprendizaje matemático entendida como un área “que busca la creatividad e imaginación de sus estudiantes, basando el aprendizaje en no solo el saber, sino también el saber hacer” (Santillana, 2013 p.4)

1.4.1 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿De qué forma develar en una evaluación escrita la expresión y evidencia de argumentos matemáticos y que, su vez, estos puedan ser cotejados en una escala que refleje progresión y niveles de logro?

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo General

Develar elementos de la competencia argumentativa en una evaluación escrita que favorezca la expresión y evidencia de argumentos matemáticos y que, a su vez, estos puedan ser cotejados en una tabla que refleje progresión y niveles de logro.

1.5.2 Objetivos específicos

1.- Identificar tipos de argumentos expresados por personas con distinto nivel matemático, a partir de una evaluación escrita con características de medición argumentativa matemática.

2.- Caracterizar tipos de argumentos expresados por personas con distinto nivel matemático, a partir de una evaluación escrita con características de medición argumentativa matemática.

3.- Construir una escala de niveles de logro con una descripción de los argumentos que expresen las personas con distinto nivel matemático, a partir de una evaluación escrita con características de medición argumentativa matemática que refleje progresión.

1.6 SUPUESTOS

1. Existe diversidad en el tipo de argumentos matemáticos que puedan expresar las personas a partir de una evaluación con características de medición argumentativa.
2. Las personas con mayor conocimiento y/o destrezas matemáticas expresan un nivel de argumentos más elaborados desde el punto de vista del lenguaje y/o razonamiento usado.
3. Es posible evaluar el desarrollo argumentativo matemático, independizándolo del saber teórico que posea una persona.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción del Marco Teórico

Para realizar esta investigación se integraron Marcos Teóricos con un primer enfoque central denominado: Evaluación Educativa con la intención de indagar percepciones en ayuda de superar las deficiencias en evaluación matemática (Rosales, 2014) a partir de aquella temática, se desprenden subcategorías que llevan el nombre de Evaluación Matemática, Criterios de Evaluación, Estrategias de Evaluación y por último Evaluación del y para el aprendizaje, seleccionando en el estudio sus características más significativas.

- i) Pruebas de Desarrollo para efectuar una expresión de argumentos adecuada en un instrumento de evaluación escrita (Tecnológico de Monterrey, 2010).
- ii) Obtener una apreciación concisa para una evaluación con tintes de proyección para el aprendizaje (Villardón, 2006).

Además, otro tema central de este trabajo tiene por nombramiento la Competencia Educativa quien, a partir de sus visiones de exigencias, cumplen con la visión de efectuar afirmaciones beneficiosas, para superar la escasa evidencia sobre parámetros de evaluación que indiquen desarrollos argumentativos (Barrantes, 2010). En ellas también se presentan subcategorías designadas con los siguientes títulos: Competencia Matemáticas, Competencia Argumentativa-Matemática, Análisis de la Competencia Argumentativa y al final Evaluación de la Competencia Argumentativa Matemática desprendiendo en ellas concepciones muy relevantes para el objetivo de la investigación:

- iii) Una Competencia Matemática que valoriza el proceso, obedeciendo para cumplir este camino, conocer y aplicar un grupo de saberes provocando para aquello una alta complejidad, haciendo creer que, si se articulan en la evaluación matemática, mejorarían las dimensiones de medición solo reproductivas. (Espinosa 2009)
- iv) El proceso de argumentar (Ver tabla 13) tiene utilidades de ilustración que dictaminan en sus fundamentos una posibilidad de evaluación de argumentos matemáticos (Solar, 2011)
- v) El ejemplo de pregunta y respuesta con base en Mendo (2015) (Ver tabla 14) ayudaría a poder develar los elementos de la competencia argumentativa en una evaluación escrita (Aserción, Evidencia y Garantía)

vi) “El nivel de complejidad en interpretaciones gráfica” (Solar, 2011) (Ver figura 4) con una previa modificación facilitaría en base a sus concepciones medir la proyección de la competencia argumentativa.

2.2 EVALUACIÓN EDUCATIVA Y SUS MATICES

La evaluación se puede entender de diversas maneras, dependiendo de las necesidades, propósitos u objetivos de la institución educativa, tales como: el control y la medición, el enjuiciamiento de la validez del objetivo, la rendición de cuentas, por citar algunos propósitos (Mora, 2004 p.4)

Al adentrarse en esta temática según pasa el tiempo, se van evolucionando los significados y tendencias de descripción, también un factor relevante es el contexto educativo desde donde nace una definición desprendiendo en ellas distintas teorías.

Un ejemplo, de estas teorías lo establece De la Garza (2004, p.807) indicando: “la evaluación se concibe como una actividad indispensable y previa a toda acción racional dotada de propósito, se identifica además como la última etapa del proceso natural del conocimiento que concluye con la emisión de juicios informados, proceso que antecede a las decisiones y a la acción humana”, de otra manera la Ley Orgánica de Educación LOE (2009) dictamina lo siguiente:

La evaluación es parte del proceso educativo es democrática, participativa, continua, integral, cooperativa, sistemática, cualitativa-cuantitativa, diagnóstica, flexible, formativa y acumulativa. Debe apreciar y registrar de manera permanente, mediante procedimientos, científicos, técnicos y humanísticos, el rendimiento estudiantil, el proceso de apropiación y construcción del aprendizaje, tomando en cuenta los factores sociohistóricos, las diferencias individuales y valorara el desempeño del educador y la educadora y en general, todos los elementos que constituyen dicho proceso (LOE, 2009 p.6)

De esta manera se desprende que este tema, no contiene una uniformidad de apreciaciones, Rosales (2014) a partir de aquello, se genera un cuadro resumen que hace dilucidar de mejor forma cada variedad teórica dependiendo únicamente de su autor.

TABLA 6 DEFINICIONES SOBRE EVALUACIÓN EDUCATIVA

Autor	Definición
Daniel Stufflebeam	"es el proceso de delinear, obtener y proveer información para juzgar alternativas de decisión"
Pedro Lafourcade	"es una etapa del proceso educativo donde se ponderan los resultados previstos en los objetivos habiéndolos especificado con antelación"
De Ketele	"evaluar significa examinar el grado de adecuación entre un conjunto de informaciones y un conjunto de criterios adecuados al objetivo fijado, con el fin de tomar una decisión".
UNESCO	"el proceso de recogida y tratamiento de informaciones pertinentes, válidas y fiables para permitir, a los actores interesados, tomar las decisiones que se impongan para mejorar las acciones y los resultados."

FUENTE: (ROSALES, 2014 P. 2-3) PROCESO EVALUATIVO: EVALUACIÓN SUMATIVA, EVALUACIÓN FORMATIVA Y ASSESMENT, SU IMPACTO EN LA EDUCACIÓN ACTUAL

Pudiendo observar, al momento de aglutinar estas afirmaciones, que la evaluación responde a una finalidad pese a la disparidad de definiciones, y esa finalidad, según lo establecido por UNESCO genera una toma de decisiones que se imponen para mejorar las acciones y los resultados, características que sirven para lograr el efecto deseado en la investigación.

2.2.1 EVALUACIÓN EN MATEMÁTICAS

La evaluación matemática, da cuenta del trabajo matemático, por lo tanto, del conocimiento matemático de los alumnos. Tanto los contenidos como los quehaceres necesitan acciones concretas para poder ser evaluados (OEI, 2004 p.7)

La evaluación matemática en el contexto actual tiene influencias muy dominantes sobre lo que efectúan las pruebas estandarizadas: PISA, SIMCE y TIMSS, considerando instituciones educacionales según su práctica de evaluación, un ejemplo a seguir al efectuar la evaluación matemática, en este sentido una visualización manifiesta de este proceder se revela en el siguiente punto.

Prueba de Selección Múltiple

Este tipo de pruebas de respuesta escrita, conforme a Herrera (2012, p.20) poseen "generalmente, junto a una pregunta o afirmación un conjunto de ítems, en el cual

uno de ellos posee la respuesta correcta” ilustrándose esta acción de la siguiente forma:

TABLA 7 EJEMPLO DE UNA PREGUNTA CONTENIDA EN UNA PRUEBA DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

PREGUNTA	¿A CUÁNTO EQUIVALE LA MITAD DE $\frac{1}{2}$?
ÍTEMS	<p style="text-align: center;"><i>ELIGE LA ALTERNATIVA CORRECTA</i></p> <p>A) 1 B) 2 C) 0,5 D) 0,25</p>

FUENTE: CREACIÓN PROPIA.

Los fundamentos referidos sobre la evaluación matemática en este ámbito escapan para el impacto de una evaluación de argumentos, debido a su poco espacio para expresar ideas, limitando a solo marcar una respuesta correcta. De acuerdo con Obreque (2007) este tipo de evaluaciones, si bien es cierto son objetivas y eso es importante, limita el conocimiento que posee el estudiante. Ortiz (2008, p.141) por esta razón sugiere “una evaluación matemática tomando en cuenta tanto el aspecto cualitativo como el cuantitativo, buscando así que se valore y comprenda las consideraciones, interpretaciones, interés y aspiraciones de quienes actúan en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a fin de ofrecer información pertinente y oportuna”.

Un tipo de prueba que toma en cuenta estas consideraciones, de una manera más acertada pertenece al siguiente punto.

Pruebas de Desarrollo

En las definiciones que esconde esta prueba de evaluación matemática, “apuntan a evaluar los procesos intelectuales de pensamiento o de razonamiento utilizados por el alumno. Se pueden utilizar en forma complementaria con la resolución de problemas, el diseño de proyectos o el planteo de situaciones integradoras” (Tecnológico de Monterrey, 2010 p.4).

TABLA 8 EJEMPLO DE UNA PREGUNTA, CONTENIDA EN UNA PRUEBA DE DESARROLLO

Pregunta
Explique: ¿por qué el promedio de las notas: 1,0 – 3,5 – 7,0 y 6,0 tiene como resultado aproximado la nota: 4,4?
Exprese su respuesta en el espacio
<hr/> <hr/>

FUENTE: CREACIÓN PROPIA

Al observar y analizar las características de una prueba de desarrollo, sus definiciones y maneras de evaluar facilitan una creación de ambientes, para la expresión de argumentos y posteriores análisis de exigencias en una evaluación escrita, es por esta razón que, al momento de aplicar el estudio el tipo de instrumento seleccionado tiene que pertenecer por una obviedad a este tipo de evaluación matemática.

2.2.2 CRITERIOS DE EVALUACIÓN

no basta con comunicar a los estudiantes los criterios de evaluación, sino que es necesario implicarlos en la formalización de estos criterios, ya que, así se contribuye significativamente a su aprendizaje, en tanto que la implicación del alumno en la formulación de criterios mejora notablemente su comprensión de estos (Padilla & Gil, 2015 p.470)

Según la RAE (2017), la definición de criterio es: “Juicio o Discernimiento”. En evaluación es muy importante parametrizar lineamientos que sean orientados para determinar si se cumplen los objetivos de una resolución, o si estos presentan algún tipo de insuficiencia. Es por ello, que los criterios en evaluación deben considerarse “como parámetros o patrones, los cuales son utilizados para designar una base de referencia para el juicio de valor que se establece al evaluar” (“EDUCREA”, 2019). De otra manera, MINEDUC (2016) declara que este tipo de aspectos, son patrones en función de juzgar el o los atributos de un objeto en estudio, por ejemplo, el aprendizaje de los estudiantes. Para construir un criterio de evaluación apto, se deben estimar variadas implicancias, al respecto se indican recomendaciones como las siguientes: “ser explícitos y fácilmente medibles, traducir en términos observables las características del constructo a evaluar, ser aceptados como representativos, por lo que deben basarse en el consenso intersubjetivo de expertos” (Rodríguez, Ibarra & Gómez, 2007 citado en Universidad de Valencia, 2012, p. 107).

Asimismo, De la Orden (2012) dentro de un contexto óptimo, para la evaluación de aprendizajes, define que “los criterios de evaluación (lo que se exige) deben constituir una adecuada muestra representativa de los contenidos y conductas especificados en los objetivos” (p. 32). Se pueden distinguir entonces, que, frente a estos criterios, es muy importante transparentar las mediciones, que el docente considerará como conveniente para evaluar a sus estudiantes.

Un ejemplo de esta medición se denomina con la palabra calificativo, según Drago (2017) “a partir de este concepto, se pueden expresar notas, escalas de puntajes, o cualquier otra escala de mensuración que signifique ordenación jerárquica de los resultados” (p. 20), generando con ello que este asunto adquiera importancia para la evaluación de las exigencias sobre competencias argumentativas, un ejemplo de esta ejecución se sobrelleva en el diseño de la metodología.

2.2.3 ESTRATEGIAS PARA LA EVALUACIÓN

Diseñar una estrategia requiere orientar las acciones de evaluación para verificar el logro de los aprendizajes esperados y el desarrollo de competencias de cada alumno y del grupo, así como la técnica y los instrumentos de evaluación que permitirán llevarla a cabo (SEP, 2018).

Las estrategias de evaluación resultan primordiales para cualquier ejecución de una evaluación educativa, ya que, forman el camino estratégico para orientar una evaluación confortable y precisa.

Conforme a lo expuesto, Díaz, Barriga y Hernández (2002), definen a las estrategias de evaluación como la acción o el “conjunto de métodos, técnicas y recursos que utiliza el docente para valorar el aprendizaje del alumno” citado en (SEP, 2013 p.17). Además, cabe mencionar, que las estrategias de evaluación poseen ciertas distinciones, por ejemplo, Castro (2013) enuncia que existen dos modalidades. Primeramente, según su objetivo y posteriormente a partir de su agente.

En esta investigación no se expresarán aspectos pertenecientes a la categoría “según su agente” ya que esta, presenta definiciones que no guardan relación, con lo que se quiere generar en este trabajo, por lo cual, se abordarán los siguientes fundamentos:

TABLA 9 DISTINCIONES RESPECTO A ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

Según su objetivo	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación Formativa: proceso que permite perfilar progresivamente las metas y objetivos educativos, además de conocer la evolución de los estudiantes en los aprendizajes u objetivos propuestos y que, a su vez, guía los cambios que deben efectuarse para asegurar la eficacia del proceso de aprendizaje.
	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluación Sumativa: valora productos o procesos que se consideran terminados, con realizaciones o consecuciones concretas y valorables. El propósito es determinar el valor de ese producto final; se aplica al término del proceso.

CREACIÓN PROPIA: CON BASE EN (CASTRO, 2013 P. 30-31)

En esta perspectiva es muy relevante poder considerar que la evaluación necesita, según Román y Hernández (2011) ocasionar una mirada integral, con relación a sus parámetros, tomando en cuenta lineamientos que se accionen con un diseño que sea confortable, para así poder abarcar conceptos tanto formativos como sumativos.

2.2.4 EVALUACIÓN DEL Y PARA EL APRENDIZAJE

La constatación de las consecuencias de la evaluación ha conducido a plantear aproximaciones evaluativas que promuevan el aprendizaje del estudiante, dentro de la cultura de la evaluación para el aprendizaje. Este enfoque supone, en primer lugar, la coherencia entre los objetivos de aprendizaje y los objetivos de evaluación.

En segundo lugar, la utilización del feedback constructivo respecto de cómo progresan los estudiantes (Villardón, 2006 p.59)

Con respecto a este apartado, son múltiples las reflexiones y críticas que abordan este concepto, con una mirada enfocada en revelar de qué manera se debería realizar la evaluación y cuáles son las condiciones que propiciarían un ambiente ideal para realizar una constatación de aprendizajes.

Un ejemplo de aquello, lo expresa González (2000), bajo su percepción sobre este tema define lo siguiente:

La evaluación del aprendizaje es la interrelación que se establece entre los sujetos de la acción: el evaluador y el evaluado. De hecho, el objeto sobre el que recae la evaluación es otra persona - individual o en grupo- que se erige como sujeto de la acción y coparticipa, en mayor o menor medida en la evaluación. Aún más, la pretensión satisfactoria de este transcurso debe ser el evaluado que esté en capacidad de devenir su evaluador” (González, 2000 p.3)

Además de estos caracteres, González (2000) establece que la comunicación entre el educando y el educador es una característica clave a desarrollar en esta temática, añadiendo a partir de aquello: “la comprensión de la comunicación si se logra, puede develar que las evaluaciones del aprendizaje no solo dependan de las características del objeto, sino, que, además, lograría encausar las peculiaridades de quien(es) realiza(n) la evaluación, y de los vínculos que se establecen entre sí” (p.3). En otras palabras, desde una mirada más crítica Olivos (2016) fundamenta que la evaluación del aprendizaje presenta caracteres tradicionales y son concepciones en evaluación, que no poseen un mayor análisis del desarrollo de la enseñanza.

A propósito de aquello, Castro (2013) define a la evaluación del aprendizaje como asignar un valor a algo o alguien. Esto implica la aparición de conceptos que guardan relación con “medir” y “calificar” (Ver Criterios de Evaluación) la relación de estos nombramientos al momento de accionarse, con referencias en Castro (2013) poseen un vínculo cerrado, que empieza por la evaluación del aprendizaje, luego la medición, y termina siempre con la calificación, volviendo una y otra vez al mismo ciclo, no abarcando más caracteres, tal como lo muestra la Figura 1.

FIGURA 1 EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE



FUENTE: (CASTRO, 2013 P.30)

Al observar estas implicancias Olivos (2016) a partir de su misma postura indica interrogantes y cuestionamientos como los siguientes: “¿Sus análisis son suficientes para que el proceso de enseñanza y aprendizaje sea satisfactorio?” (p. 20). En este sentido para comprender de mejor manera las críticas y pregunta que expresa Olivos (2016), Castro (2013) al respecto, fundamenta la Figura 1 expresando a continuación la definición de conceptos:

Calificar, es expresar en términos cuantitativos, el resultado de la medición o apreciación, asignándole un valor que se resume en un término de cantidad al que llamamos nota (en nuestro sistema se manifiesta en una escala que comprende las cantidades entre 1 y 7) o en una expresión cualitativa que denominamos concepto (el sistema nacional traduce las notas a los conceptos Muy bueno, Bueno, Regular, Insuficiente). La nota o el concepto permiten identificar el nivel alcanzado, representando el aprendizaje logrado por cada uno de los alumnos (Castro, 2013 p. 21)

Un enfoque y un parámetro anticipado antes de efectuar una evaluación resulta primordial, en este aspecto, y una evaluación de argumentos con representaciones escritas también necesita de esta condición, sin embargo, se limita a generar por ejemplo utopías basadas en una comunicación entre evaluador y el evaluado como lo indica González (2000) pero si es importante tener en claro que pese a ello, tomando en cuenta afirmaciones de Villardón (2006) una evaluación del aprendizaje es esencial, pero aún más son los fundamentos para el aprendizaje entendiendo “que los procedimientos de evaluación pueden y deben contribuir al aprendizaje del estudiante, pero no sólo medirlo” (p.59).

Para ocasionar estas intencionalidades, los profesores deben considerar una enumeración de aspectos elaborados por un equipo de la Unidad de Curriculum y Evaluación, del MINEDUC (2006) quienes, a partir del interés por el tema, afirman los siguientes atributos:

TABLA 10 ASPECTOS PARA QUE LOS PROFESORES CONSIDEREN LA EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE

1. Es parte de una planificación efectiva.
2. Se centra en cómo aprenden los estudiantes.
3. Es central a la actividad en aula.
4. Es una destreza profesional docente clave.
5. Genera impacto emocional.
6. Incide en la motivación del aprendiz.
7. Promueve un compromiso con metas de aprendizaje y con criterios de evaluación.
8. Ayuda a los aprendices a saber cómo mejorar.
9. Estimula la autoevaluación.
10. Reconoce todos los logros.

FUENTE: (MINEDUC, 2006, P. 26) EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE. ENFOQUES Y MATERIALES PRÁCTICOS PARA LOGRAR QUE SUS ESTUDIANTES APRENDAN MÁS Y MEJOR

2.3 COMPETENCIA EDUCATIVA

La razón por la cual las políticas educativas se interesan por este tema forma parte de una especie de revolución cultural que pretende situar la escuela y la educación en su contexto teniendo en cuenta las grandes transformaciones ocurridas una de ellas: El aumento del nivel de exigencias para integrarse en la sociedad del conocimiento (Gobierno Vasco, 2004 p.3)

Como se ha mencionado en el principio de este trabajo, la orientación que poseen los fundamentos de esta investigación, gira en torno a terminologías basadas en competencias educativas, y esta es la prima de todos los matices que se mencionaran en esta parte del escrito, la definición de este concepto será explicada entonces como:

La combinación integrada de conocimientos, habilidades y actitudes que se ponen en acción para un desempeño adecuado en un contexto dado. Más aun, se habla de un saber actuar movilizand o todos los recursos. La competencia implica poder usar el conocimiento en la realización de acciones y productos (ya sean abstractos o concretos) En este sentido se busca trascender de una educación mental de conceptos y sin mayor aplicación, a una educación que además del dominio teórico, facilite el desarrollo de habilidades aplicativas, investigativas y prácticas que le hagan del aprendizaje una experiencia vivencial y realmente útil para sus vidas y para el desarrollo del país (Páramo, 2011 p. 1).

En relación con estas concepciones, es útil añadir su cuantioso valor sobre orientaciones en mejora de las destrezas de muchos aprendices, que necesitan herramientas para la vida significativas, en palabras de Barrantes (2010) en respaldo a lo mencionado, afirma que, si las miradas competenciales direccionan recursos educacionales tales como conocimientos, actitudes y otros, son con la finalidad de desempeñar con excelencia la realización de una tarea. Es por ello, que una percepción con este nivel de calibre permitiría ahondar finamente sobre parámetros en donde ni siquiera existe un acercamiento, de evidencia, que exhiba si una persona es aceptable su argumentación, excelente, o ciertamente necesita mejorar.

2.3.1 COMPETENCIA MATEMÁTICA

La competencia matemática implica el conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) o en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana (Villalonga, 2017 p.6)

Las definiciones de una competencia matemática poseen en ellas un conjunto espectros que hacen creer que la matemática, no es solo un cuerpo fijo y uniforme, sino que posee una multiplicidad de saberes entiendo en este camino, lo siguiente:

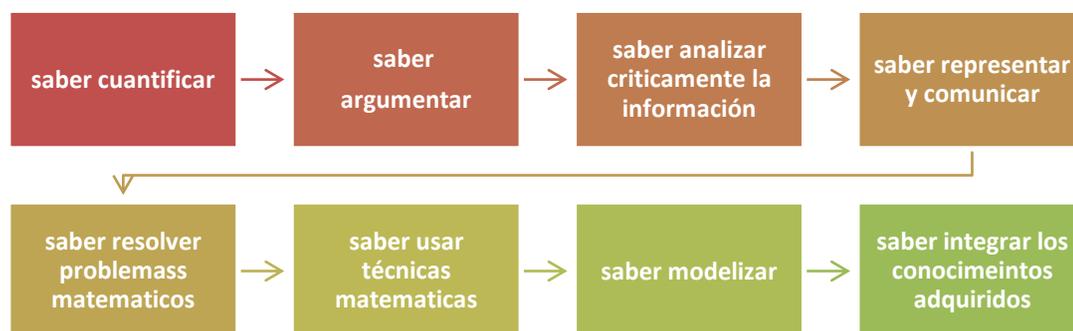
TABLA 11 DEFINICIÓN DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

Autor	Definición
PISA	Se refiere a la capacidad de los individuos para formular, emplear e interpretar la matemática en distintos contextos, lo que no debe ser percibido como un sinónimo de conocimientos y destrezas mínimas o de nivel bajo.
Niss	Es un conjunto de habilidades para entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones intra y extra-matemáticos en los que las matemáticas juegan o puede jugar un papel.

CREACIÓN PROPIA: CON BASE EN (PISA 2013, P. 12) Y (NISS, 2002, P. 17)

Se puede observar en tal caso, que el término competencias matemáticas pertenece a desarrollos que implican un mezclado de habilidades, al alero de lo mencionado Rupérez y García (2016) expresa un grupo de saberes que debe poseer el aprendiz, para la consideración de generar una competencia matemática.

FIGURA 2 GRUPO DE SABERES DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA



CREACIÓN PROPIA: CON BASE EN (“RUPÉREZ Y GARCÍA”, 2016)

En este sentido, se evidencia que la competencia matemática carece de acciones y saberes que involucren solo un espectro específico, sino más bien es el conjunto de cualidades que deben articularse con precisión. Teóricos consideran por esta razón que la competencia matemática debe ser percibida como un proceso, que según Espinosa (2009) el proceso es la esencia de las competencias matemáticas, y se delinear de la siguiente manera:

TABLA 12 PROPUESTA DE NISS, SOBRE LOS PROCESOS MATEMÁTICOS PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

La capacidad para resolver problemas (aplicar conocimientos matemáticos, utilizar o crear modelos, utilizar diversas destrezas y estrategias, o crear procedimientos no conocidos de antemano)
La capacidad para representar (evocar representaciones, traducir entre ellas, elegir entre varias según la situación).
La capacidad para razonar y Argumentar (formular conjeturas matemáticas, desarrollar y evaluar argumentos, elegir y utilizar varios tipos de razonamiento y demostración).

FUENTE: (ESPINOSA 2009, P. 32) ANÁLISIS DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS. CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE COMPLEJIDAD EN TAREAS MATEMÁTICAS

Por lo tanto, a partir de estas categorías las competencias matemáticas se entienden como un englobe que determina, complejidades y exigencias para el alumnado no de fácil tratamiento, indicando por lo mismo Godino, Giacomone, Batanero & Font (2007) “que el dominio de las herramientas teóricas propuestas no es instantáneo, ni es posible lograrlo con lecciones o discursos declarativos aislados. Se requiere tiempo y un periodo de práctica guiada” (p. 94). Solucionando en esta línea, si se consideran sus apreciaciones, las deficiencias que contiene la evaluación matemáticas en la actualidad, como una actividad en palabras de Carreño (2015) basados únicamente en tareas reproductivas.

2.3.2 COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICA

En matemáticas la fuerza del argumento dependerá principalmente de su adaptación a la situación y no tanto a su resonancia en el universo del interlocutor; se trata de asegurar que la solución funciona o puede funcionar (Herrera, 2012 p.23)

Como se ha expuesto con anterioridad la definición de esta competencia tiene en su interior elementos del modelo argumentativo de Toulmin (1958): Aserción, Evidencia y Garantía. Sin embargo, para comprender de mejor manera de que trata la competencia argumentativa se necesitan mayores dimensiones teóricas, argumentar en el cimiento mismo de su definición tiene como acción “aportar razones para defender una opinión” (Llorca, 2008, p. 1)

Generando en matemáticas, frente a esta acción una alternativa “para propiciar la elaboración de un conocimiento que surge como el desarrollo de una experiencia matemática de tal manera que se potencie la discusión, la demostración, y en fin el estudiante sepa dar razones válidas en su proceso de comprobación o argumentación de una tesis, involucrando procesos de pensamiento” (Nieto & Torregroza, 2015 p.51), teniendo consigo como consecuencia, una cabida amplia de percepciones, un ejemplo de ellas lo indica Sardá (2003) refiriéndose a la argumentación como una,

capacidad que implica procesos, de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas (Sardá, 2003 citado en Planas, 2010, p. 3)

De otra manera, Solar (2011) inspirado en el Modelo Argumentativo de Toulmin (1958) establece a partir de especificaciones un proceder que contiene la competencia argumentativa, llegando a la conclusión que de igual forma que las competencias matemáticas (Niss (2002)) se deben considerar los procesos matemáticos para la adquisición de una competencia, obedeciendo una serie de pasos para llevar a cabo con satisfacción la tarea argumentativa, generando con ello una distinción entre Capacidad Argumentativa Sarda (2003)/Competencia Argumentativa Solar (2011).

TABLA 13 PROCESO DE ARGUMENTAR

Datos	Hechos o informaciones factuales, que se invocan para justificar y validar la afirmación.
Conclusión	La tesis que se establece.
Justificación	Son razones (reglas, principios...) que se proponen para justificar las conexiones entre los datos y la conclusión.
Fundamentos	Es el conocimiento básico que permite asegurar la justificación.

FUENTE: (SOLAR, 2011, P. 136) COMPETENCIAS DE ARGUMENTACIÓN EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS FUNCIONALES.

Dentro de estos aspectos, Solar (2011) añade que para defender una opinión en matemáticas, primeramente se deben reconocer los datos, luego se tiene que implementar una afirmación concisa y veraz con el objeto de respaldarse a partir de justificaciones y fundamentos, permitiendo en base a este orden, cumplir con el parámetro de la competencia argumentativa. En este sentido, Smith (2010) resume estas características dictaminando que la acción argumentativa contiene una serie de pasos, ya que su objetivo es buscar convencer al receptor a partir de un razonamiento que contenga una determinada consistencia. Llegando a la conclusión, que las concepciones descritas sobre la argumentación, por ejemplo “Los procesos de argumentar” (Ver Tabla 11) al articularse en un contexto de evaluación escrita, pueden capturar en base a sus fundamentos un ambiente ideal para la captación de representaciones argumentativas que se develen en una evaluación.

2.3.3 ANÁLISIS DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICAS

La argumentación puede aportar diferentes formas de una definición formal, ejemplos, relaciones entre conceptos, contraejemplos y refutaciones, etc., y desarrollar de manera dinámica el ejercicio del convencimiento del otro, proceso que contribuye a la consolidación de relaciones significativas en el aprendizaje y en la estructuración de la memoria de quienes participan (Toulmin, 1958 citado en Universidad Central, 2012 p.12)

El contexto de análisis de la competencia de argumentativa en matemáticas se trabaja mayoritariamente sobre argumentos presentados en forma oral, en la dinámica existente entre profesor y los estudiantes en el aula de clases (Mendo, 2014; Nuria & Planas, 2012; Solar, 2011), identificando elementos de la competencia argumentativa basado en el Modelo Argumentativo de Toulmin.

Así pues, a partir de aquello, es importante mencionar que Toulmin (1958) con su modelo, es el pionero en analizar argumentos de manera inductiva, y es aplicable según González & Alvarado (2010) a cualquier tipo de argumentación dentro de esta versión inductiva.

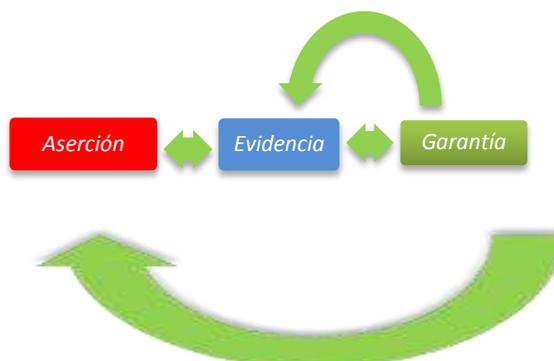
Se define que este tipo de razonamiento "va de lo particular o lo específico a lo general, o aquellos que van de una parte al todo" (Hernández, 2013 p.2) los razonamientos o argumentos en este contexto se esfuerzan en generar conclusiones a partir de casos particulares. Sin embargo, no siempre los razonamientos son veraces y necesitan de premisas y pruebas fiables para sustentar una conclusión. Copi y Cohen refuerzan lo expuesto caracterizando la argumentación inductiva de esta forma: "en un argumento inductivo se afirma que la conclusión se sigue de sus premisas solamente de manera probable, esta probabilidad es cuestión de grados y depende de otras cosas que pueden o no suceder" (Copi y Cohen, 2010 citado en Hernández, 2013 p. 5).

Por consiguiente, para poder analizar competencias argumentativas se necesita en un primer momento comprobar la consistencia de los argumentos, para ello hay que observar de manera incansable cada una de las componentes, del proceso argumentativo. Estas componentes, a lo largo de la historia han tenido diversos aportes, referenciados a partir del mismo Toulmin (1958) y Inglis & Mejías (2007).

El primer elemento, se denomina aserción, en palabras de Mendo (2015) esta es la tesis que defiende quien argumenta, esto se podría categorizar como la primera afirmación del proceso argumentativo, asimismo este autor dictamina un segundo eslabón que lleva por nombre evidencia, el cual contiene la información en que se basa la aserción, y presenta los argumentos que validan en cierta medida los aspectos descritos en la primera afirmación.

Para luego concluir, con la garantía quien justifica la conexión entre la evidencia y la aserción presentando por ejemplo una regla, una definición o una analogía. En muchos casos este tipo de componentes, pueden visualizar sustentos teóricos convincentes con el objetivo de fortalecer la argumentación y poder convencer completamente a un receptor.

FIGURA 3 MODELO ARGUMENTATIVO DE TOULMIN, ADAPTADO POR MENDO (2015)



CREACIÓN PROPIA: CON BASE EN (MENDO, 2015, P. 22) ARGUMENTOS MATEMÁTICOS DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS SOBRE LA INTEGRAL IMPROPIA

En este contexto, cabe destacar que autores y el mismo Toulmin (1958), en el proceso argumentativo abordan mayores implicancias, agregando en esta competencia y sus análisis no solo aserción, evidencia y garantía, sino que también conceptos como refutación, respaldo y calificadores modales. Sin embargo, los análisis de esta competencia argumentativa matemática se han llevado a cabo recientemente, estimando solo temáticas que consideran el aula y su dinámica entre estudiantes y profesores como se ha mencionado anteriormente. De forma muy contraria a la intencionalidad de esta investigación, ya que esta tiene como objetivo medir los niveles de logro de la argumentación matemática, en un contexto de evaluación escrita, bajo esta razón, el cometido de este estudio debe articular variadas teorías que quizás no apuntan directamente a solucionar las deficiencias de la evaluación matemática, pero pueden ocuparse a su beneficio. Goñi (2008) en respaldo a lo expresado, indica lo siguiente: “La evaluación en matemáticas es uno de los aspectos menos investigados dentro de la matemática educativa” citado en (Guetiérrez, 2015 p.1). Es por ello, que en este trabajo únicamente se harán mención elementos, como Aserción, Evidencia y Garantía. De este modo, estableciendo esta restricción, la adecuación de un instrumento escrito en matemáticas, para la expresión de argumentos, tomarán como ejemplo las preguntas efectuadas por Mendo (2015) en su investigación, revelando en ellas afirmaciones dependiendo del elemento de la competencia analizada (Aserción, Evidencia y Garantía).

TABLA 14 PREGUNTAS Y RESPUESTAS PARA EL ANÁLISIS DE LAS COMPONENTES DEL PROCESO ARGUMENTATIVO

Aserción	<p>Pregunta 1: Cumpliendo con las condiciones $a > -1$ y $b > a + 1$ ¿es convergente la integral? si es así, ¿Cuáles son los valores que pueden tomar a y b?</p> <p>Aserción: usando el GeoGebra nos dimos cuenta de que, para valores $a \geq 0$ y $b \geq 1.1$ la integral es convergente</p>
Evidencia	<p>Pregunta 2: ¿cómo validan que efectivamente estos valores que toman a y b confirman la convergencia de la integral impropia?</p> <p>Evidencia: Cuando evaluamos la integral en el intervalo dado, se observa en el GeoGebra que, desde cero hasta un número infinitamente grande, y usando las condiciones: $a \geq 0$ y $b \geq 1.1$ el resultado es finito por lo tanto la integral converge. Se puede ver que cuando la zona bajo la curva cambia de color indica que es un límite finito y por lo tanto la integral es convergente</p>
Garantía	<p>Pregunta 3: ¿existen algunas reglas o condiciones que hayan considerado para fundamentar que se trata de una integral impropia y para justificar la convergencia?</p> <p>Garantía: Aplicamos la integral impropia tipo I y usamos las condiciones del ejercicio $a > -1$ y $b > a + 1$. Observamos en el GeoGebra que cuando el límite es finito indica la convergencia de la integral</p>

CREACIÓN PROPIA: CON BASE EN (MENDO, 2015, P. 83) ARGUMENTOS MATEMÁTICOS DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS SOBRE LA INTEGRAL IMPROPIA

Para finalizar de mejor manera esta temática, estos lineamientos con base en Rodríguez (2004) poseen aclaraciones importantes, descritas en la siguiente tabla:

TABLA 15. MODELO ARGUMENTATIVO DE TOULMIN, EN FORMA SINTETIZADA

Categoría	Significado
Aserción	Tesis o conclusión que se va a defender.
Evidencia	Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis
Garantía	Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción. Funciona como un puente que establece la relación y transición lógica entre ambas

FUENTE: (RODRÍGUEZ, 2004) CITADO EN LECTURA, ESCRITURA Y ORALIDAD EN ESPAÑOL, 2018 P. 2)

En resumidas cuentas, estas características es el punto culmine para poder asociar y entender todas las definiciones que involucran el proceso argumentativo y su debido análisis es de suma relevancia adjudicarlos como eje central de este escrito.

2.3.4 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA EN MATEMÁTICA

Si la argumentación se entiende como una competencia, es importante valorar la movilización de habilidades, conocimientos y actitudes pertinentes en situaciones que requieren el despliegue de todos estos recursos de manera clara en la construcción de un argumento (Guzmán, Flores & Tirado, 2012 p.18)

Siguiendo con este trabajo, al momento de instaurar la percepción sobre las etapas del proceso argumentativo, los enfoques ahora estarán centrados en contestar la pregunta ¿cómo evaluar las competencias argumentativas matemáticas en una evaluación escrita?

En esta índole son escasas las teorías que presentan este tipo de orientación. Al indagar primeramente PISA (2012), indica objetivos en favor de conocer cuáles son las destrezas matemáticas que poseen los estudiantes, y cómo resuelven situaciones del mundo real y bajo que descripción se pueden encasillar. De este modo, para poder evaluar la capacidad de estas competencias matemáticas sobre situaciones aun no argumentativas, PISA (2015) declara inclinaciones hacia los procesos matemáticos, los cuales en su definición poseen tres acciones que se van desarrollado en medida que la persona evoluciona en su pensamiento.

La primera, lleva por nombre “formular”, la segunda “emplear” y la tercera “interpretar”, en esta medida se entiende que este tipo de estamento miden con la intencionalidad de poder percibir, conforme a una conclusión rescatada de Universia España (2018) “competencias, rescatando que es lo que será de utilidad para los estudiantes en su desarrollo profesional” (“Universia España”, 2018). Entonces, respecto a lo estipulado se caracterizan a continuación los procesos que debe considerar el estudiante en matemáticas:

TABLA 16 PROCESOS MATEMÁTICOS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Formular	Los alumnos en este caso identifican los aspectos matemáticos de un problema situado en un mundo real e identifican las variables significativas.
Emplear	Es la capacidad de un individuo en aplicar conceptos, procedimientos y razonamientos matemáticos en la resolución de problemas formulados matemáticamente con el fin de llegar a conclusiones matemáticas.
Interpretar	Se centra en la aptitud de reflexionar sobre soluciones, resultados o conclusiones matemáticas e interpretarlos en un contexto de vida real.

FUENTE: (PISA, 2012, P. 66-67) MARCO DE EVALUACIÓN Y ANÁLISIS DE PISA PARA EL DESARROLLO

Al observar, a partir de este proceso, se categorizan distintos tipos de actitudes con su respectiva descripción teniendo en cuenta, cuáles son las características que se deben asimilar para pertenecer a una cierta categoría. En cuanto a lo que concierne a implicancias argumentativas matemáticas PISA (2015) las adjudica con el nombre “Razonamiento y Argumentación” definiéndose de este modo:

Esta capacidad implica procesos de pensamiento arraigados de forma lógica que exploran y conectan los elementos del problema para realizar inferencias a partir de ellos, comprobar una justificación dada, o proporcionar una justificación de los enunciados o soluciones a los problemas (PISA, 2015 p. 70)

Para efectos de relacionar conceptos PISA (2015) vincula los procesos matemáticos sobre la resolución de situaciones a partir de conceptos como “formular”, “emplear” e “interpretar” con implicancias argumentativas, especificando estimaciones para cada enunciado a partir de caracteres definidos en forma cualitativa.

TABLA 17 RELACIÓN ENTRE LOS PROCESOS Y LAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

	Formular	Emplear	Interpretar
Razonamiento y Argumentación	Explicar, defender o facilitar una justificación de la representación identificada o elaborada de una situación del mundo real.	Explicar, defender o facilitar una justificación de los procesos y procedimientos utilizados para determinar un resultado o solución matemática. Relacionar datos para llegar a una solución matemática, hacer generalizaciones o elaborar un argumento de varios pasos. En PISA-D se ha añadido "seleccionar una justificación adecuada"	Reflexionar sobre soluciones matemáticas y elaborar explicaciones y argumentos que apoyen, refuten o proporcionen una solución matemática a un problema contextualizado.

FUENTE: (PISA, 2012, p. 72) MARCO DE EVALUACIÓN Y ANÁLISIS DE PISA PARA EL DESARROLLO DE LECTURA, MATEMÁTICAS Y CIENCIAS

Por consiguiente, estas implicancias se intuyen que viajan sobre parámetros de menor dificultad a otros de mayores desafíos para el estudiante, pero no se tiene la certeza de que así sea, y tampoco este estatuto no hace un hincapié de cómo y de qué forma evaluarlos, con alguna propuesta que favorezca la medición con claridad estas añadiduras.

Para especificar en cierto grado esta dificultad, quizás no como una solución absoluta, pero sí con indicios de mayores dimensiones, Solar (2011) presenta profundidades sobre el nivel de complejidad y los procesos matemáticos en las competencias argumentativas conectando lo dictaminado por PISA (formular, emplear e interpretar). Con una propuesta que lleva por nombre “competencia de argumentación en la interpretación de graficas funcionales” este autor trabaja a partir de su propio modelo de competencias matemáticas, estipulando distintas herramientas para poseer mejores análisis de evaluación sobre las competencias argumentativas en la sala de clases. En un primer momento establece el nivel de complejidad sobre una tarea matemática específica, en este caso interpretación de gráficas, los niveles de complejidad se categorizan en cuatro de desarrollos: Reproducción, Conexión, Generalización y Reflexión. A esto se le suma de igual manera que PISA (2015) los procesos matemáticos argumentativos (Ver Tabla 13), los cuales han sido confeccionados con la base teórica del Modelo Argumentativo de Toulmin (1958), y asimismo se especifica cada acción a partir de distintas descripciones, tal como se muestra en lo siguiente:

FIGURA 4 NIVELES DE COMPLEJIDAD EN INTERPRETACIONES GRÁFICAS



FUENTE: (SOLAR, 2011, P. 141) COMPETENCIAS ARGUMENTATIVAS EN INTERPRETACIONES GRÁFICAS.

De esta forma, Solar aglutina para el análisis de las competencias argumentativas conceptos pertenecientes a procesos matemáticos, como también categorías sobre los niveles de complejidad de una tarea matemática, además, se logra interpretar que el eslabón uno denominado “Reproducción” pertenece al nivel 1, de la competencia argumentativa junto con ello se describen las características que posee ese nombramiento a partir de juicios definidos en forma cualitativa, para luego elevar las exigencias abordando los niveles 2, 3 y 4, con categorías que llevan el nombre de “Conexión”, “Generalización” y “Reflexión” respectivamente, logrando analizar el desarrollo de la argumentación matemática.

Si bien es cierto, lo anterior pertenece a un tema en específico “interpretación de graficas funcionales”, y a su vez se realizó bajo parámetros donde los estudiantes aportaban argumentos en forma oral en un grupo curso, la articulación de estos fundamentos puede ser la clave para una futura aplicación de un instrumento escrito en matemáticas, con la intención de evaluar argumentos de la disciplina.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1 PARADIGMA O ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

Una vez establecido el problema de investigación y enunciando los objetivos de éste, se realizó una revisión bibliográfica, que se acercara al tema expuesto. Sin embargo, como se ha mencionado hay pocas investigaciones que se hayan enfocado en la temática del problema.

Es por esta razón, que este trabajo es de carácter exploratorio. "Los estudios exploratorios se realizan cuando el objetivo de examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, del cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes" (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p.91). Dentro de un enfoque cualitativo, con el cual se busca delinear

Procedimientos que posibilitan una construcción de conocimiento que ocurre sobre la base de conceptos. Son los conceptos los que permiten la reducción de complejidad y es mediante el establecimiento de relaciones entre estos conceptos que se genera la coherencia interna del producto científico. (Krause, 1995, p. 21)

Asimismo, dentro del mismo parámetro cualitativo, el diseño metodológico levantado se caracteriza por ser inductivo (Hernández Sampieri y Mendoza, 2008) basado en dos movimientos. El primero hace referencia triangulación de expertos (Almenara & Cejudo, 2013) y una triangulación teórica Arias (2000), con el objetivo de rediseñar un instrumento de evaluación escrita y la elaboración de una escala de logro sobre la competencia argumentativa. La triangulación teórica nos permitió en base a sus atributos en palabras de Arias (2000), confrontar y comparar bibliografías para generar nuevos conceptos, con el fin de mejorar áreas de trabajos con inconvenientes y además una triangulación de expertos entendida "básicamente, en un solicitar a serie de personas la demanda de un juicio hacia un objeto, un instrumento, un material de enseñanza, o su opinión respecto a un aspecto concreto" (Almenara & Cejudo, 2013 p.14), aludiendo en ese caso a un juicio que se ejecutó principalmente, a una instancia abordada desde la utilidad de su conocimiento expresado en una evaluación escrita, en donde no se contrasta su opinión, sino más bien sus saberes de un tema, para poder ocasionar teorías en donde existe poca evidencia resolutive.

El segundo está conformado por un estudio de caso intrínseco, los cuales:

Son casos con especificadas propias, que tienen un valor en sí mismos y pretenden alcanzar una mejor comprensión del caso concreto a estudiar. En este supuesto no se elige al caso por que sea representativo de otros casos, o porque ilustre un determinado problema o rasgo, sino porque el caso en sí es de interés (Chaves & Cornelio, 2016 s/p).

Este estudio de caso también puede ser considerado evaluativo, respecto a los planteamientos de Serrano (1994). Lo que implica realizar una descripción y explicación con el objetivo de emitir juicios sobre la realidad del objeto de estudio, (Chávez & Cornelio, 2016), el cual en este caso es el rediseño de un instrumento de evaluación escrita junto con su escala de logro, que en la investigación cumplen con la finalidad de explicitar parámetros para un ambiente de mejor constatación de argumentos en evaluación matemática, efectuando en la finalidad de este proceso una aplicación respecto a dos estudiantes de enseñanza media en la Región Metropolitana.

3.2 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Esta investigación tendrá tres etapas. La primera etapa es la del rediseño de la prueba, referenciado a partir de una triangulación teórica Arias (2000), con su posterior validación y aplicación.

La segunda etapa es la elaboración de las caracterizaciones que dan forma a los niveles de logro de la argumentación. Caracterizaciones que emergen de una triangulación teórica Arias (2000) y de expertos (Almenara & Cejudo, 2013) este último conformado en el estudio por cuatro profesores y dos estudiantes de pedagogía en matemáticas (ver tabla 28, en específico las categorías U, P y F, para conocer las características de estos profesores y estudiantes).

La tercera etapa es la aplicación de la prueba y la aplicación de la escala de logros para saber en qué nivel se encuentran dos estudiantes de enseñanza media que forman parte de un estudio de caso: intrínseco (Chaves & Cornelio, 2016) y evaluativo Serrano (1994) (ver tabla 28, en específico la categoría C, para conocer las características de estos estudiantes).

PRIMERA ETAPA: REDISEÑO DE UNA PRUEBA, VALIDACIÓN Y APLICACIÓN (PRIMER MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)

Para efectuar esta etapa, se utilizó el enunciado 13 del ítem de desarrollo, de una evaluación escrita, propuesta por un equipo investigativo Escalante, Roco, & Jara (2018) de una Universidad Privada, quien en base a la percepción de estudiantes de enseñanza media, este equipo logró modificar las preguntas de esta evaluación, aumentando la medición de habilidades argumentativas y comunicativas, en este sentido, para poder alinear la intencionalidad de este estudio y la propuesta encontrada fue necesario disminuir el instrumento a un solo problema, ya que este poseía una extensión (es por ello la elección de solo el enunciado 13 Ver en específico Anexo 1), que podía provocar demasiado tiempo para analizar sus resultados, a la vez se estimó como conveniente cambiar el modelo de construcción de la evaluación, ya que poseía terminologías basadas en habilidades, una contradicción, hacia la dirección de este estudio, por ende, el rediseño se elaboró a partir de la evaluación escrita del equipo de investigación mencionado, con bases teóricas, para revelar los elementos de la Competencia Argumentativa fundamentadas por Mendo (2014) (Ver en específico Tabla 14), de esta manera la acción predispuesta, se llevó a cabo conforme a los siguientes pasos

1. Confirmar vía correo electrónico, la utilización del instrumento confeccionado por el equipo de investigación de una Universidad Privada. (Ver en específico Anexo 2)
2. Una vez realizada esta acción se consideraron, las componentes del proceso argumentativo Aserción, Evidencia y Garantía.
3. Para implementar estas teorías, en la evaluación escrita, se usó como ejemplo, lo realizado por Mendo (2014) que ha sido estipulado una serie de preguntas en una entrevista, para analizar las componentes del proceso argumentativo
4. El próximo paso fue elaborar un rediseño en el ítem 13 de la prueba considerada a partir de un problema, con preguntas que logren a futuro, expresar argumentos basados en Aserciones, Evidencias y Garantías.
5. Ya confeccionado, antes de su aplicación, fue necesario validar el instrumento con un experto en argumentación matemática y una experta en evaluación educativa.
6. Y por último se llevó a cabo la implementación del instrumento, con su debido rediseño.

SEGUNDA ETAPA: CARACTERIZACIÓN DE LOS NIVELES DE LOGRO DE LA ARGUMENTACIÓN MATEMÁTICA (PRIMER MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)

Para realizar este proceso, se utilizaron teorías establecidas por Solar (2011) que no necesariamente, cumplían con el parámetro de permitir la evaluación de argumentos matemáticos en una evaluación escrita, por ejemplo “Niveles de complejidad en interpretación graficas” (ver en específico Figura 4) mencionan aspectos sobre un tema muy específico y además los procesos matemáticos que ahí se describen, no presentan mayores especificaciones.

Por lo tanto, se ideó un plan que permitiese articularlos y en cierta medida mejorarlos, respecto a una serie de procedimientos que develados a continuación:

1. Seleccionar y definir solo algunos conceptos sobre “los niveles de complejidad en interpretaciones graficas” y además cambiar los nombramientos, “niveles de complejidad” y “procesos”, quedando como resultado en forma preliminar lo siguiente: *

Nota: Solar (2011) no fundamenta una definición sobre “identificar datos”, “interpretar datos” y “justificar”, debido a esta razón, se agregan descripciones para hacer más claro el posterior análisis.

TABLA 18 VERSIÓN PRELIMINAR PARA LA CATEGORIZACIÓN DE ARGUMENTOS Y PARA EL NIVEL DE LOGRO DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

Proceso de Argumentar	Niveles de logro
<p>Identificar datos</p> <p>“se consideran como una expresión mínima de contenidos respecto a un tema” (“Definición.de”, 2019)</p>	Reproducción
<p>Interpretar datos</p> <p>“es el proceso mental mediante el cual se trata de encontrar un significado más amplio de la información empírica recabada” (Figuroa, 2016, p. 20)</p>	Conexión
<p>Justificar</p> <p>“producir razones o argumentos y establecer relaciones que lleven a modificar el valor epistémico” (Márquez & Sanmartí, 2015, p. 136)</p>	Generalización

2. Una vez establecida esta adaptación, hay que mencionar que tanto las componentes del proceso argumentativo en la etapa 1, Aserción, Evidencia y Garantía (Mendo, 2015, p. 20) y los niveles de complejidad (Solar, 2011, p. 141) poseen una prima en común y es el modelo argumentativo elaborado por Toulmin (1958).

De esta manera, en base a esta aclaración, se ejecutó una articulación teórica considerando estos dos autores. Para conseguir aquello se utilizaron en forma conveniente los datos recopilados en la ejecución del instrumento rediseñado, triangulando los conocimientos que poseían los agentes del estudio pertenecientes a la categoría F, P y U (Ver en específico los antecedentes de estas categorías en la Tabla 28), este grupo de persona es percibido en esta investigación como el grupo de expertos, los cuales permitieron caracterizar los niveles de la argumentación, a partir de una tabla de nivel que se llevó a cabo de esta forma:

2.1) Recopilado de la información sobre las categorías F, P y U.

TABLA 19 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE ASERCIONES

Categoría	Instrumento
<p style="text-align: center;">Aserción: Tesis o conclusión que se va a defender</p>	Problema
	Pregunta Respuestas: F1: Argumento X F2: Argumento Z P1: Argumento S P2: Argumento W U1: Argumento R U2: Argumento Y

TABLA 20 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE EVIDENCIAS

Categoría	Instrumento
<p>Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis</p>	Pregunta
	Respuestas
	F1: Argumento L
	F2: Argumento H
	P1: Argumento T
	P2: Argumento O
	U1: Argumento K
	U2: Argumento Ñ

TABLA 21 EJEMPLO PARA LA RECOPIACIÓN DE GARANTÍAS

Categoría	Instrumento
<p>Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas.</p>	Pregunta
	Respuestas
	F1: Argumento G
	F2: Argumento B
	P1: Argumento V
	P2: Argumento Q
	U1: Argumento W
	U2: Argumento E

2.2) Análisis, triangulación de los datos y caracterización

Se observaron en la recopilación de datos que las componentes de la argumentación, al momento de revelarse poseían descripciones en algunos casos de cierta similitud (el subrayado similar significa igualdad argumentativa ver tabla 22), por lo tanto, a partir de esta particularidad se inició el proceso de la caracterización, para generar la escala de logro exigida para este estudio. Una vez realizado este trabajo, se encasillan en la escala, los argumentos más significativos, y similares con otros, efectuándolo de la siguiente manera:

TABLA 22 EJEMPLO PARA EL ANÁLISIS DE LAS COMPETENCIAS ARGUMENTATIVAS

Aserción	Evidencia	Garantía
Respuestas:	Respuestas	Respuestas
<u>F1: Argumento X</u>	F1: <u>Argumento L</u>	F1: <u>Argumento G</u>
<u>F2: Argumento Z</u>	F2: <u>Argumento H</u>	F2: <u>Argumento B</u>
<u>P1: Argumento S</u>	P1: <u>Argumento T</u>	P1: <u>Argumento V</u>
<u>P2: Argumento W</u>	P2: <u>Argumento O</u>	P2: <u>Argumento Q</u>
<u>U1: Argumento R</u>	U1: <u>Argumento K</u>	U1: <u>Argumento W</u>
<u>U2: Argumento Y</u>	U2: <u>Argumento Ñ</u>	U2: <u>Argumento E</u>

TABLA 23 EJEMPLO DE CARACTERIZACIÓN SOBRE EL NIVEL DE LOGRO DE LA ARGUMENTACIÓN

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar	Nivel de logro
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	Argumento X	<u>Identificar datos</u>	<i>Reproducción</i>
	Argumento Z	<u>Interpretar datos</u>	<i>Conexión</i>
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	Argumento L	<u>Justificación</u>	<i>Generalización</i>
	Argumento Ñ		
	Argumento O		
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Argumento Q	<u>Fundamentar</u>	<i>Reflexión</i>
	Argumento W		
	Argumento E		

Así pues, a partir de esta escala, se logra entrever por ejemplo que el argumento X, contiene características que constatan que la persona al realizar esa expresión, identificó un cierto dato, bajo parámetros establecidos en la Tabla 23, para luego concluir que el nivel alcanzado en esta acción es la “Reproducción”, y así sucesivamente con todos los argumentos que se describieron con anterioridad, sin antes mencionar que esto no hubiese posible sin el análisis y la triangulación de los datos recopilados en la Tabla 22.

TERCERA ETAPA: APLICACIÓN DEL INSTRUMENTO Y ADEMÁS LA ESCALA DE LOGRO (SEGUNDO MOVIMIENTO DEL PARADIGMA CUALITATIVO INDUCTIVO)

Por ultimo las acciones que se llevaron a cabo, en este transcurso conto con la participación, de dos estudiantes de enseñanza media pertenecientes a la categoría C (Ver en específico Tabla 28) aquellos estudiantes fueron seleccionados por su buen rendimiento en matemáticas y a su vez cada uno pertenece a establecimientos educacionales subvencionados, pero de diferentes comunas y niveles escolares ocasionando a partir de estas diferencias posibles respuestas dispares. En este sentido es importante aclarar que estos estudiantes, debieron contestar la misma evaluación escrita rediseñada, pero el análisis de sus argumentos contó con una escala de logro sobre la argumentación, obedeciendo en el proceso las siguientes implicancias a modo de ejemplo:

TABLA 24 EJEMPLO 1 RECOPIACIÓN DE LOS DATOS

Categoría: Aserción: Tesis o conclusión que se va a defender
Instrumento
Problema
1. La siguiente ecuación está representada de la siguiente forma: $-a + b = 5$. Con $c = -1$
Pregunta
¿Cuál es el signo de b en la ecuación y además cuál es su resultado si $c = -1$?
Respuestas Alumno 1
Argumentos
<i>El signo de b en la ecuación es positivo con un resultado incierto, ya que, c no pertenece a la ecuación</i>

Al momento de recopilar los datos, se buscó la forma de evaluar los argumentos conectando sus respuestas con la escala de logro confeccionada con anterioridad, para lograr este cometido se realizó el procedimiento de “figura subrayado” inspirado en un “análisis categorial del contenido en una investigación cualitativa” (Abela, 2008 p.9), permitiendo así lo siguiente:

TABLA 25 EJEMPLO DEL PROCEDIMIENTO DENOMINADO "FIGURA SUBRAYADO"

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar	Nivel de logro
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	<u>Argumento X</u> El signo de b es <u>positivo *</u>	<u>Identificar datos</u>	<i>Reproducción</i>

Nota: es importante aplicar el recurso “figura subrayado” tanto en la escala del nivel de logro como también, en la expresión argumentativa del sujeto.

Al observar el Argumento X: “El signo de b es positivo”, podemos afirmar que este pertenece a la categoría de la Aserción e Identificación de un dato, por lo tanto, si el alumno posee similares descripciones, el recurso “figura subrayado” tachara el escrito del alumno, en donde se encuentre esta característica, ilustrado en la Tabla 26

TABLA 26 EJEMPLO DE CÓMO REALIZAR EL RECURSO “FIGURA SUBRAYADO”

Categoría: Aserción: Tesis o conclusión que se va a defender
Instrumento
Problema
1. La siguiente ecuación está representada de la siguiente forma: $-a + b = 5$. Con $c = -1$
Pregunta
¿Cuál es el signo de b en la ecuación y además cuál es su resultado si $c = -1$?
Respuestas Alumno 1
Argumentos
<u>El signo de b en la ecuación es positivo</u> con un resultado incierto, ya que, c no pertenece a la ecuación

En este caso la ilustración revela que el estudiante está cumpliendo con el parámetro que indica el primer nivel de logro de la argumentación, en este sentido la escala que se elaboró cobra significancia, por consiguiente, para efectuar el proceso con una finalidad satisfactoria y concluyente se agregaron puntuaciones a la escala, con el objetivo de no tan solo analizar y evaluar, sino que también calificar las implicancias que posee el proceso argumentativo. (Ver Tabla 27)

TABLA 27 EJEMPLO PARA EVALUAR Y CALIFICAR LOS ARGUMENTOS DE LOS ESTUDIANTES DE ENSEÑANZA MEDIA

Categoría	Caracterización	Niveles de logro	Puntos	Totales
Aserción: Tesis o conclusión que se va a defender	Argumento X El signo de b es positivo	<i>Reproducción</i> <u>Identificación de un dato</u>	1	1

Así con este último ejemplo, se dan por finalizado las características del diseño de la investigación y las etapas que se efectuaron para realizar las intenciones que surgieron al momento de realizar este trabajo.

3.3 SUJETOS

El contexto natural de este trabajo es la experiencia que pueden aportar los agentes del estudio y los conceptos que pueden develar estos sujetos al momento de contestar en forma argumentativa un instrumento de evaluación matemática. La muestra estará compuesta por 8 integrantes pertenecientes a establecimientos, como colegios o universidades en la Región Metropolitana, clasificados de la siguiente manera:

TABLA 28 ANTECEDENTES DE LOS INTEGRANTES EN ESTUDIO

Integrante	Colegio	Curso	Clasificación		
Alumno C1	Palmares Oriente, Quilicura	Tercero Medio	Avanzado		
Alumno C2	Santiago, La Florida	Segundo Medio	Avanzado		
Categoría: C					
Integrante	Universidad	Carrera/año	Clasificación		
Estudiante U3	Católica Silva Henríquez	Pedagogía en Matemáticas, quinto	B		
Estudiante U4	Católica de Chile	Pedagogía en Matemáticas, quinto	A		
Categoría: U					
Integrante	Colegio donde se desempeña	Experiencia	Universidad de formación	Estudios	Clasificación
Profesor P5	San Sebastián de Melipilla	1 año	Católica Silva Henríquez	Pedagogía en matemáticas	Profesor Experto
Profesor P6	Salesianos Alameda	45 años	Félix Varela de Villa Clara	Profesoral Superior en matemáticas	Profesor Experto
Categoría: P					
Integrante	Universidad donde se desempeña	Experiencia/ Formación de profesores en matemáticas	Universidad de Formación	Estudios	Clasificación
Profesor F7	Católica Silva Henríquez	5 años	Universidad de Chile	Doctor en ciencias de la Ingeniería	Profesor Experto
Profesor F8	Católica Silva Henríquez	20 años	Universidad de Tarapacá	Pedagogía en matemáticas en Educación media	Profesor Experto
Categoría: F					

Para realizar la selección de la categoría C se hizo recurrente abordar rangos pertenecientes a la Tabla 29. Los estudiantes que están cursando tercero y segundo medio respectivamente, son personas que poseen calificaciones en matemáticas, entre los valores 5.5 y 7:

TABLA 29 CATEGORIZACIÓN

Mínimo	Máximo	Calificación
1	3.9	Inicial
4	5.5	Intermedio
5.5	7	Avanzado

De este modo, la clasificación de esta categoría posee vínculos establecidos por la prueba estandarizada SIMCE, los niveles de logro de dicho estamento describen en forma específica, un contenido o habilidad, afirmando, por ejemplo, en el caso de las TIC: “Nivel inicial: Estudiantes que hacen uso básico de las TIC, como navegar en Internet, escribir en procesador de texto e identificar los riesgos evidentes en Internet” (MINEDUC, 2011, p. 6). De esta manera, el autor de este trabajo, en forma similar a lo mencionado, elabora una clasificación (Tabla 30) quien, con relación a su convivencia directa con el profesor a cargo de cada alumno, estima las posteriores afirmaciones:

TABLA 30 CLASIFICACIÓN DE LOS NIVELES ACADÉMICOS

INICIAL	Son aquellos alumnos que su promedio en matemática fluctúa entre las notas [1,0-3,9]. Se distingue que pueden, comunicar de una forma correcta y clara, al momento de responder una pregunta que se le requiere, pero sin una buena comprensión del proceso.
INTERMEDIO	Son aquellos alumnos, que su promedio en matemática fluctúa entre las notas [4,0-5,4]. Se considera que presentan cierto tipo virtud en la matemática, capaz de poder comunicar en forma correcta y clara, una pregunta que se le requiere, como también comprender proceso.
AVANZADO	Son aquellos alumnos, que su promedio en matemática fluctúa entre las notas [5,5-7,0]. Se considera que son virtuosos en la matemática, capaces de poder comunicar en forma correcta y clara, una pregunta que se le requiere, como también comprender el proceso y a la vez interpretarlo.

Por lo otro lado, la categoría U quien cuenta con la participación de estudiantes de pedagogía en matemáticas, su debida clasificación es percibida bajo parámetros establecidos en la Prueba Nacional Diagnóstica de la FID (2016), en los que se distinguen cuatro criterios de evaluación indicados a partir de las siguientes características:

TABLA 31 NIVELES DE DESEMPEÑOS EN HABILIDADES DE COMUNICACIÓN ESCRITA

NIVEL	DESEMPEÑO
A	El futuro docente es capaz de elaborar un texto argumentativo de fácil comprensión, con una exposición de ideas focalizada en un tema que sigue una organización lógica. Demuestra un manejo preciso de las normas de expresión escrita y utiliza adecuadamente recursos de cohesión. El futuro docente ajusta el texto argumentativo al registro y tono requeridos para la situación comunicativa
B	El futuro docente es capaz de elaborar un texto argumentativo comprensible, con una exposición de ideas que logra explicar un tema. Demuestra un manejo adecuado de las normas de expresión escrita y de recursos de cohesión.
C	El futuro docente es capaz de elaborar, con cierto grado de dificultad, un texto argumentativo sobre un tema. Demuestra un manejo inconsistente de las normas de expresión escrita y de recursos de cohesión.
D	El futuro docente tiene dificultades para elaborar un texto argumentativo comprensible sobre un tema requerido. Demuestra un manejo inconsistente de las normas de expresión escrita y de recursos de cohesión.

En consecuencia, los estudiantes de pedagogía en matemáticas son clasificados con niveles de B y A respectivamente debido a los resultados que desprendió la prueba nacional diagnóstica.

Para terminar con la Tabla 28, las clasificaciones conformadas por la categoría P: profesor de pedagogía en matemáticas y F: profesor universitario formador de pedagogos en matemáticas. Cuentan con el respaldo directo de fundamentos teóricos, apoyados por Leinhardt (1988) indicando que un profesor experto obtiene un conocimiento que se adecua según el entorno donde se desempeñe, con grandes herramientas creativas para la solución de problemas concretos de la enseñanza citado en (García, 2014, p. 9).

Cabe señalar en palabras de Bereiter y Scardamalia (1986) “que la expertis en este aspecto no hace alusión, a la cantidad de años en ejercicio, sino más bien a un elevado nivel de conocimiento y destreza, cosa que no se adquiere en forma natural, sino que requiere una dedicación especial y constante” (p. 10).

El autor de este escrito ha evidenciado el cumplimiento de estas características, a partir de la observación directa, como futuro profesor de pedagogía en matemáticas e informática educativa, en casas de estudios coincidentes con los sujetos de la muestra

3.4 Entorno

Los dos establecimientos educacionales, pertenecientes a la categoría C, están ubicados geográficamente en la Región Metropolitana. Por un lado, tenemos al Colegio Particular Subvencionado con dependencias en la comuna de Quilicura y además otro Colegio Particular Subvencionado, localizado en la comuna de la Florida. Las características de cada institución serán descritas a continuación:

Colegio Palmarés

Dependencia: Particular subvencionado.

Sostenedor: sin información.

Enseñanzas: Científico–Humanista

Descripción: Esta ubicado en Av. O'Higgins 526, comuna de Quilicura, provincia Santiago, Región Metropolitana, colegio mixto que imparte enseñanza pre básica, básica y media, con un promedio de 41 alumnos aproximado por sala, cuenta con una matrícula de 1329 alumnos.

Misión: Somos una comunidad educativa integrada, no convencional, dinámica, comprometida, organizada; acogedora y líder, formada por laicos e inspirada en la concepción humanista del hombre. "Que crea las condiciones para potenciar el desarrollo integral del alumnado y su capacidad de afrontar el futuro".

Colegio Santiago

Dependencia: Particular subvencionado.

Sostenedor: Red Educacional Crecemos S.A.

Enseñanza: Científico-Humanista.

Descripción: Esta ubicado en Av. José Miguel Carrera 820, comuna de la Florida, provincia Santiago, Región Metropolitana, colegio mixto que imparte enseñanza pre básica, básica y media, con un promedio de 42 alumnos aproximado por sala, cuenta con una matrícula de 1109 alumnos.

Misión: Lograr educación preescolar y escolar de calidad que maximice las oportunidades de aprender, en un contexto valórico cristiano

En la siguiente categoría U, se visualizan dos instituciones universitarias, también localizadas en la Región Metropolitana, La primera lleva por nombre Universidad Católica Silva Henríquez y la Segunda Pontificia Universidad Católica de Chile, a partir de aquello se describen las siguientes particularidades de cada entidad:

Universidad Católica Silva Henríquez

Tipo de Sociedad: Corporación de Derecho Privado.

Años de Acreditación: 4

Promedio NEM: 6,0 matriculados en primer año del 2018.

Promedio PSU: 518 matriculados en primer año del 2018.

Descripción: Esta ubicada en Av. General Jofré 462, comuna de Santiago, Universidad mixta y privada que cuenta con facultades como Educación, Salud, Ciencias Sociales, Jurídicas y Económicas.

Misión: es contribuir al desarrollo integral de sus estudiantes y de este modo de la familia humana, ofreciendo una educación superior de excelencia a todos quienes puedan beneficiarse de ella, especialmente a los jóvenes talentosos provenientes de sectores socialmente desfavorecidos, a partir del modelo de formación salesiano inspirado en la razón, el amor y la trascendencia.

Universidad Pontificia Universidad Católica de Chile

Tipo de Sociedad: Corporación de Derecho Público

Años de Acreditación: 7

Promedio NEM: 6,5 matriculado en primer año del 2018

Promedio PSU: 676 matriculados en primer año del 2018

Descripción: Esta ubicada en Av. Alameda 340, comuna de Santiago. Universidad mixta y publico/privada que cuenta con facultades como Educación, Derecho, Agronomía e Ingeniería Forestal, Arquitectura, Comunicaciones, Derecho, Ciencias Biológicas, Ciencias Económicas, Medicina, Física, Matemáticas, Teología entre otras

Misión: aspira a lograr la excelencia en la creación y transferencia del conocimiento y en la formación de las personas, inspirada en una concepción católica y siempre al servicio de la Iglesia y de la sociedad.

Y por último la categoría P y F, las casas de estudio donde se desempeñan los profesores de enseñanza escolar y universitaria, tienen residencia en la Región Metropolitana, cabe destacar que solo se mencionaran instituciones de la categoría P, por la razón que aspectos del otro carácter, ya han sido expuestos con anterioridad:

Colegio Salesianos Alameda

Dependencia: Particular subvencionado.

Sostenedor: Congregación Salesiana.

Enseñanzas: Enseñanza Media Humanista–Científica y Técnico–Profesional Industrial Niños.

Descripción: El Centro Educativo Salesianos Alameda es un colegio católico de la Congregación Salesiana. Ubicado en pleno centro de la ciudad de Santiago de Chile, esta casa salesiana recibe a niños y jóvenes vulnerables de prácticamente de todas las comunas de la Región Metropolitana.

Misión: Como comunidad Educativa Pastoral Salesianos Alameda, fieles a Don Bosco fundador, nos proponemos evangelizar y educar, a niños y jóvenes, especialmente aquellos en situación de riesgo, siguiendo un proyecto de promoción integral del hombre.

Colegio San Sebastián de Melipilla

Dependencia: Particular Subvencionado.

Sostenedor: Fundación San Sebastián.

Enseñanzas: Científico–Humanista.

Descripción: El colegio particular subvencionado San Sebastián es una institución mixta, científico-humanista, ubicada en Mozart 131, comuna de Melipilla, Provincia Melipilla, Región Metropolitana.

Misión: El Colegio San Sebastián es una Institución Científico–Humanista, cuyo propósito fundamental es impartir una educación de calidad, formadora de personas capaces de satisfacer sus necesidades personales, desarrollar sus potencialidades e insertarlos en las instancias de la educación superior.

3.5 Descripción de Técnicas e Instrumentos

Para la recolección de datos, se utilizará un instrumento de evaluación escrita ya que, la utilización de esta herramienta sirve para “comprobar si se están adquiriendo las competencias, que deben lograr los estudiantes, y potencian la autorregulación de los aprendizajes” (Alfageme & Miralles, 2009, p. 1). Dicho esto, el instrumento se enfocará en recopilar información, sobre la competencia argumentativa basada en sus tres elementos Aserción, Evidencia y Garantía (Mendo, 2015, p. 20), con preguntas que permitan develar las mencionadas componentes.

Para conocer las respuestas de la muestra se realizaron en varios momentos debido a que los sujetos en estudio concurren en distintas instituciones educacionales, y en diferentes comunas de la Región Metropolitana:

Primer Momento: Categoría C

Fecha: lunes 28 de octubre/martes 29 de octubre

Duración: 30 Minutos por estudiante

Muestra: Un alumno de Segundo Medio y otro de Tercero Medio

Segundo Momento: Categoría U

Fecha: martes 29 de octubre/miércoles 30 de octubre

Duración: 30 Minutos por estudiante.

Muestra: Dos estudiantes de quinto año de Pedagogía en Matemáticas.

Tercer Momento: Categoría P

Fecha: miércoles 30 de octubre/jueves 31 de octubre.

Duración: 30 Minutos por profesor.

Muestra: Dos profesores de Pedagogía en Matemáticas.

Cuarto Momento: Categoría F

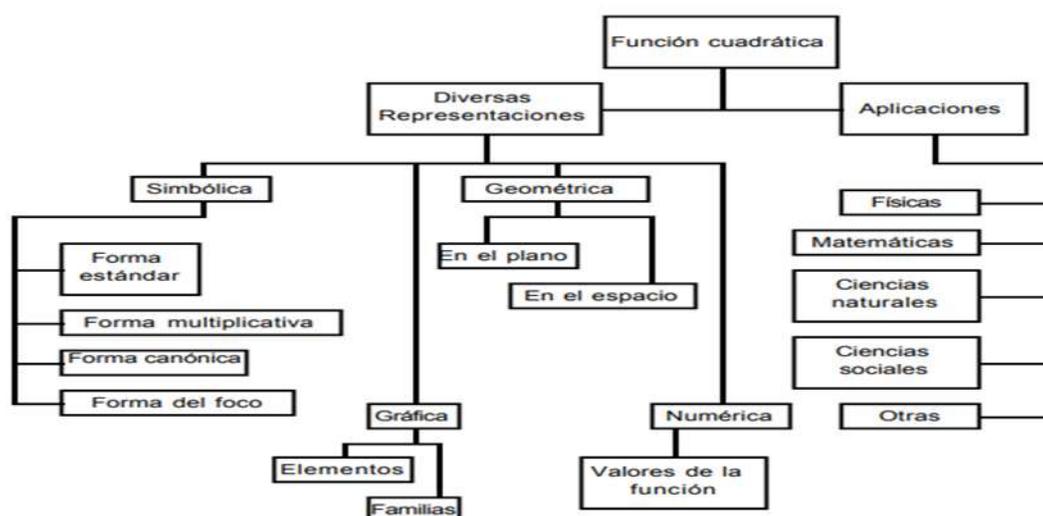
Fecha: jueves 31 de octubre/viernes 1 de noviembre

Duración: 30 minutos por profesor

Muestra: Dos docentes formadores de profesores en Matemáticas.

A continuación, se presentan las preguntas del instrumento con aplicación en estudiantes de enseñanza media, estudiantes de pedagogía en matemáticas, profesores de matemáticas y docentes formadores, con la intencionalidad de percibir distintos tipos de argumentos matemáticos, sin antes mencionar que la temática escogida para desarrollar estas preguntas deben permitir expresiones con distintas características, un ejemplo que aborda estas exigencias lo representa Carrullo y Gómez (1999) indicando atributos sobre los aspectos que poseen los contenidos de la Función Cuadrática y su variedad de expresiones que se encausan al momento de aplicarse en distintas áreas, y además su representatividad desarrollada entre percepciones simbólicas, numéricas, geométricas y gráficas. En este sentido, una buena forma de visualizar estos fundamentos, es a partir de la siguiente figura.

Figura 7: Función Cuadrática, y sus implicancias

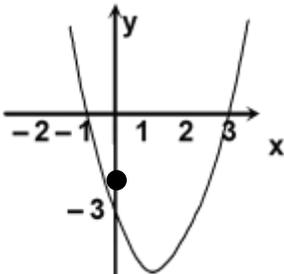


FUENTE: (CARRULLO, 1999, P. 6) SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN, MAPAS CONCEPTUALES Y CONCEPCIONES DE PROFESORES SOBRE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA

Al observar esta figura son amplios los argumentos que orientan a considerar que esta temática, sea la seleccionada para desarrollar la expresión de argumentos en una evaluación escrita, Carrullo y Gómez reafirma esta expresión declarando lo siguiente: “La función cuadrática, si se plantea, como un objeto de enseñanza, por ejemplo, en su forma simbólica, puede generar instancias favorables en su diversidad” (p. 8)

Ahora bien, ya realizada la anterior mención, a continuación, se revelará el problema y las diferentes preguntas que contiene el instrumento a ejecutar.

TABLA 32 PROBLEMA Y PREGUNTAS DEL INSTRUMENTO A EJECUTAR

<p>Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura, plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.</p>	
	
<p>P 1.1) Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.</p>	
<p>P 1.2) ¿Qué argumentos usted mencionaría para justificar sus ideas del punto anterior?</p>	
<p>P 1.3) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que consideró para justificar sus afirmaciones?</p>	

3.6 Validez y Confiabilidad

Para realizar el instrumento fue necesario contar con un proceso de validación de dos expertos, que para este caso fue un doctor en didáctica de las matemáticas y además Magíster en Didáctica de las Ciencias Experimentales. Y, por otro lado, una experta en evaluación con un Magister en Curriculum y Evaluación Educativa.

CAPITULO IV: ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1 Análisis del instrumento

Dentro de la aplicación de este instrumento, tanto profesores como estudiantes, tuvieron el cometido de instaurar en forma escrita, argumentos matemáticos al momento de contestar una evaluación con características poco convencionales, dejando en claro en ellos, que cualquier tipo de argumento posee una rica importancia para el futuro análisis de esta investigación.

CATEGORIZACIÓN DEL ANALISIS

Para analizar la información recolectada tras la realización de la evaluación, es importante mencionar, que, para efecto de esta investigación, se seleccionan las siguientes categorías: aserción, evidencia y garantía (Mendo,2015 p.20), junto con ello cada categoría, ira con su respectiva definición con base en (Rodríguez, 2004) citado en (Lectura, escritura y oralidad en español, 2018 p.2)

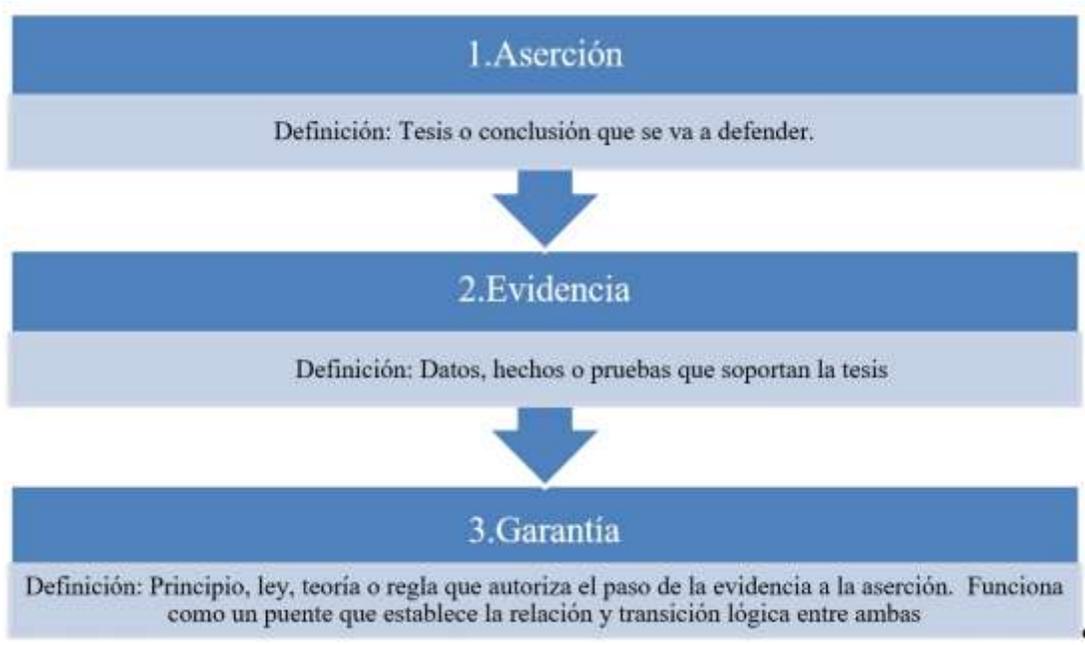
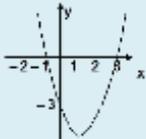


FIGURA 8 CREACIÓN PROPIA, EN BASE A CATEGORÍAS DE ANÁLISIS.

Cabe mencionar, que cada categoría con su definición, contienen preguntas con el objetivo de develar los elementos de la Competencia Argumentativa, tal como se muestra a continuación:

TABLA 33 PROBLEMA Y PREGUNTAS POR CATEGORÍA

<p>Categoría</p>	<p>Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura, plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;">   </div>
<p>Aserción Tesis o conclusión que se va a defender</p>	<p>P 1.1) Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.</p>
<p>Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis</p>	<p>P 1.2) ¿Qué argumentos usted mencionaría para justificar sus ideas del punto anterior?</p>
<p>Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas</p>	<p>P 1.3) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que consideró para justificar sus afirmaciones?</p>

A partir de las categorizaciones establecidas se hará una recolección de datos, con las respuestas que puedan develar los sujetos de la muestra, con la intencionalidad de comparar, primeramente, seis de los ocho agentes en estudio, los primeros seis estarán conformados por docentes formadores, profesores de matemáticas, y estudiantes de pedagogía en matemáticas, en este sentido sus respuestas generaran el cometido de poder ocasionar, el fin el último de esta investigación el cual consiste en analizar y evaluar los argumentos de los dos estudiantes de enseñanza media, que están participando de este trabajo.

TABLA 34 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (ASERCIÓN)

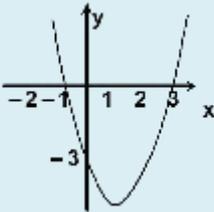
<p>Categoría</p>	<p>Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura, plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>
<p>Aserción Tesis o conclusión que se va a defender</p>	<p>P 1.1) Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.</p> <p style="text-align: center;">RESPUESTAS</p> <p>F1) “Si $a = -5$, entonces $f(x) = -5 \left((x + \frac{1}{5})^2 + \frac{14}{25} \right)$, por lo tanto, el planteamiento cambia, ya que tiene un máximo en $x = -\frac{1}{5}$ y por último la ecuación no tiene solución en los reales”</p> <p>F2) “No, no es posible continuar con el planteamiento del experto, la función $-5x^2 - 2x - 3$ con solo observarla no posee puntos mínimos y posee soluciones que no están dentro del conjunto numérico real”</p> <p>P1) “No si el coeficiente a es negativo la función ahora tiene un valor máximo, resolviendo la ecuación se puede determinar la existencia de ceros no de solución real”</p> <p>P2) “No, ya que el coeficiente es negativo y ahora el grafico de la función es cóncava hacia abajo, lo que quiere decir que tendría un punto máximo. Por otro lado, esta función presenta soluciones complejas, por ello la gráfica no cortaría en ningún punto en el eje de las x”</p> <p>U1) “Con $a = -5$ no es posible continuar con el mismo planteamiento. Pero la función mantendría el mismo corte con el eje de las ordenadas”</p> <p>U2) “El planteamiento variaría un poco con respecto al experto ya que la ecuación seguirá teniendo dos soluciones dentro del conjunto de los reales, pero en el gráfico se podrá observar que la función posee un punto máximo debido a que el coeficiente de a es negativo”</p>

TABLA 35 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (EVIDENCIA)

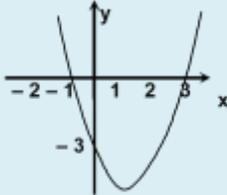
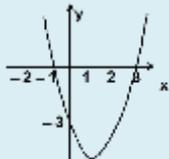
<p>Categoría</p>	<p>Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura, plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>
<p>Evidencia</p> <p>Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis</p>	<p>P 1.2) ¿Qué argumentos usted mencionaría para justificar sus ideas del punto anterior?</p> <p style="text-align: center;">RESPUESTAS</p> <p>F1) Indicar que el coeficiente de a se asume que es quien acompaña a x^2 es decir, ax^2+bx+c. Desarrollar el paso a paso por que $-5x^2 - 2x - 3 = -5((x + \frac{1}{5})^2 + \frac{14}{25})$, hacer el bosquejo de la grafica</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>F.2) El coeficiente a de la función cuadrática debe ser distinto de cero cuando es mayor que cero, tiene un mínimo y en el caso contrario si es menor que cero tiene un máximo. Si el discriminante es mayor que cero entonces las soluciones pertenecen a las R en caso contrario, cuando el discriminante es menor que cero las soluciones no pertenecen a R</p> <p>P.1) Una parábola si tiene el coeficiente a negativo su parábola abre hacia abajo, por lo tanto, tiene un máximo, además el discriminante es -56 por lo tanto no presenta soluciones en R</p> <p>P.2) Concavidad y relación con los puntos máximos y mínimos, si $a>0$ posee un punto mínimo, si $a<0$ entonces posee un punto máximo. Discriminante si $D>0$ dos soluciones en R, si $D=0$ una solución en R y si D es distinto de cero, no posee soluciones en R. Y por último grafico de una función tiene que ver con lo mencionado anteriormente.</p> <p>U.1) Si bien con solo observar la gráfica no se podría determinar que el discriminante es menor a cero, con la observación solo se puede determinar que existe un máximo y el corte con el eje y.</p> <p>U.2) Una función cuadrática, en su gráfica, su concavidad siempre va a depender del valor que tome el coeficiente a, si es negativo dicho punto será un máximo, además el valor que tome a nos indicará que tan amplia es la curva, entre más grande sea el valor que tome, más angosta se hace la curva. Otro aspecto importante son los valores que puede tomar las x con respecto a y, como es una función cuadrática, es decir, como tenemos un x^2 este puede tomar dos valores en los reales exceptuando el punto máximo o mínimo dependiendo de la función que corresponde a un solo valor en x.</p>

TABLA 36 RECOLECCIÓN DE DATOS POR CATEGORÍA (GARANTÍA)

<p>Categoría</p>	<p>Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura, plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>
<p>Garantía:</p> <p>Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la asección, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas</p>	<p>P 1.3) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que consideró para justificar sus afirmaciones?</p> <p style="text-align: center;">RESPUESTAS</p> <p>F1) Trabajar en la fórmula para completar el cuadrado de binomio y llevarlo a la forma $a(x - h)^2 + k$ así el signo indica si hay máximos o mínimos.</p> <p>F2) Condiciones del coeficiente a, ($a>0$) cóncava hacia arriba tiene un mínimo y ($a<0$) cóncava hacia abajo tiene un máximo, ocupar la formula $b^2-4ac<0$ soluciones no pertenecientes a los reales</p> <p>P1) Posición de la parábola con respecto a su eje x e y sus cortes con ellos. El cálculo del discriminante, condiciones y leyes abordados a partir de concavidad y discriminante.</p> <p>P2) Son las propiedades de la función cuadrática, concavidades interacción con los ejes, vértice, punto máximo y mínimo, el cálculo de la ecuación cuadráticas para determinar el tipo de solución</p> <p>U1) A partir de las propiedades de la función cuadrática y el vínculo con sus coeficientes a, b y c de eso podemos aplicar fórmulas para determinar cortes con los ejes.</p> <p>U2) Para justificar las afirmaciones anteriores use las reglas de las funciones cuadráticas la cual le podemos sacar mucho provecho ya que de estas funciones podemos sacar muchos datos, como por ejemplo saber si corta o no la curva del eje x utilizando el discriminante, si este además corta en respectivo eje podemos sacar también los puntos utilizando la fórmula general que es: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.</p>

4.1.1 Análisis de los elementos de la Competencia Argumentativa para cotejarlos en una escala de nivel

Una vez realizado el vaciado de información esta parte de los sujetos de la muestra, considerado como el grupo de expertos, a partir de sus respuestas argumentativas cumplirán con el objetivo de poder llenar los distintos caracteres que se efectuaron con anterioridad en el Diseño de la Metodología, por lo tanto, es importante recordar en un pequeño párrafo los procesos que se elaboraron para comprender de mejor manera lo que se va a realizar.

Si bien es cierto, en una primera parte se recopilamos afirmaciones por cada categoría respecto a los elementos de la Competencia Argumentativa: Aserción, Evidencia y Garantía respectivamente, ahora es importante ejecutar una triangulación de los datos con aquellos que sean más importantes y relevantes, para lograr el cometido de poder cotejarlos en una escala de nivel ya diseñada pero sin descripciones en el parámetro “concepto”, exigencia primordial para el propósito último dirigido para la evaluación argumentativa de dos estudiantes de enseñanza media. Por consiguiente, el siguiente transcurso, contiene consideraciones vitales para el futuro del estudio, y necesita a su vez tener claridades de ejecución para no presentar dificultades de entendimiento, es por esta razón, que se adjuntará la nombrada escala de nivel sin caracteres en una de sus columnas, buscando cotejar, en la primera parte del análisis por categoría, argumentos recopilados en la Aserción.

TABLA 37 ESCALA DE NIVEL CON NECESIDAD DE LLENADO EN UNA DE SUS COLUMNAS

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar	Nivel de logro
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	Argumento X	<u>Identificar datos</u>	<i>Reproducción</i>
	Argumento Z	<u>Interpretar datos</u>	<i>Conexión</i>
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	Argumento L	<u>Justificación</u>	<i>Generalización</i>
	Argumento Ñ		
	Argumento O		
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Argumento Q	<u>Fundamentar</u>	<i>Reflexión</i>
	Argumento W		
	Argumento E		

Introducción al Análisis

En la primera etapa y en las demás, como se ha expuesto, urge un llenado de la columna “Concepto” con su respectiva categoría, observando para aquello en el recopilado de datos, un cumplir de parámetros para que puedan ser cotejados, por lo tanto, se necesita al visualizar el “Argumento X” por ejemplo, que este tenga afirmaciones relacionadas con el “Nivel de logro” de la “Reproducción”. Cabe destacar que cada fundamento tiene su parámetro de exigencia, por ende, en esta línea, un argumento asertivo reproductivo a su vez tiene que exhibir un “Proceso de Argumentar” relacionado con “Identificar datos” definido en este caso: “como una expresión mínima de contenidos respecto a un tema” (“Definición. De”, 2019). Por consiguiente, la triangulación de los datos consistirá en realizar este proceso con continuidad también en los otros análisis que se realicen, es importante que se comprenda esta descripción porque después solo se realizará el desarrollo sin hacer aclaraciones.

TABLA 38 PARÁMETROS PARA EL ANÁLISIS DE LOS DATOS

Proceso de Argumentar	Niveles de logro
<p align="center">Identificar datos</p> <p align="center">“se consideran como una expresión mínima de contenidos respecto a un tema” (“Definición.de”, 2019)</p>	Reproducción
<p align="center">Interpretar datos</p> <p align="center">“es el proceso mental mediante el cual se trata de encontrar un significado más amplio de la información empírica recabada” (Figuroa, 2016, p. 20)</p>	Conexión
<p align="center">Justificar</p> <p align="center">“producir razones o argumentos y establecer relaciones que lleven a modificar el valor epistémico” (Márquez & Sanmartí, 2015, p. 136)</p>	Generalización
<p align="center">Fundamentar</p> <p align="center">“El concepto se utiliza para nombrar al motivo o razón con que se pretende asegurar o afianzar algo” (“RAE”,2014)</p>	Reflexión

4.1.2 Aserción

Reproducción

Identificar datos

“se consideran como una expresión mínima de contenidos respecto a un tema”
(“Definición.de”, 2019)

En esta etapa, todos los argumentos afirmados, aseveran en un primer momento, que no es posible continuar con el planteamiento del experto matemático. Por ejemplo, F2 establece “No, no es posible continuar con el planteamiento del experto”, de esta manera, bajo esta coincidencia surge la pregunta ¿Qué elementos identificaron las personas encuestadas para establecer esta postura? En respuesta a esta interrogante, F1 y U1 reproducen el dato entregado por el problema, dictaminando que $a = -5$, además para reafirmar esta reproducción, se agregan razones que explican este proceder declarando, al respecto F1 lo siguiente: “Si $a = -5$, entonces $f(x) = -5 \left((x + \frac{1}{5})^2 + \frac{14}{25} \right)$ por lo tanto el planteamiento cambia”. P1, P2 y U2, realizan un accionar bastante parecido, pero indicando que a es negativo y F2 reemplaza el dato $a = -5$ en la función original, Por consiguiente, se constata que la primera parte del proceso argumentativo, los sujetos identifican: “una expresión mínima de contenidos respecto a un tema”, y el dato identificado como una afirmación en común para todos los agentes de la muestra, y es que el “coeficiente a es negativo”

Conexión

Interpretar datos

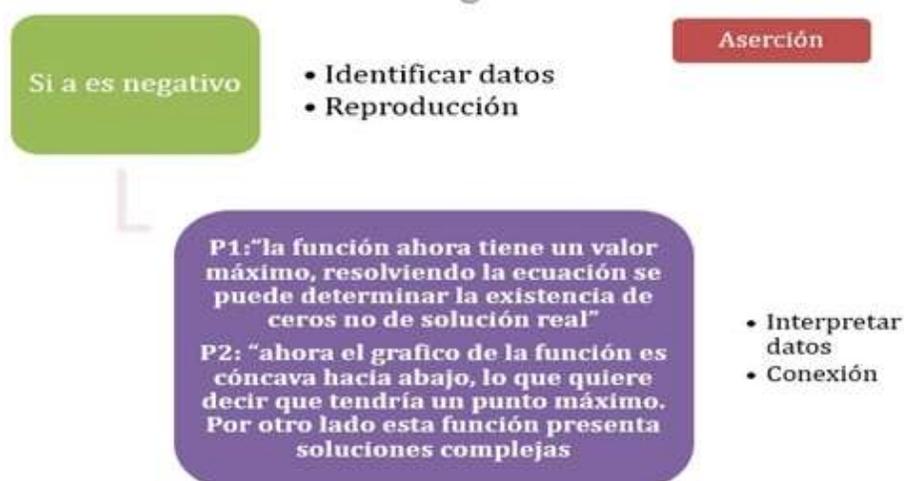
“es el proceso mental mediante el cual se trata de encontrar un significado más amplio de la información empírica recabada” (Figuroa, 2016, p. 20)

La segunda parte es acompañar este accionar con explicaciones, que reafirmen este primer momento. Al recolectar la información de estos razonamientos, presentan similares expresiones mencionando conceptos como: valor máximo, grafico de la función con concavidad hacia abajo y solución no real de la ecuación. En pocas palabras se indica “un proceso mental mediante el cual se trata de encontrar un significado más amplio de la información empírica recabada” llamado interpretar datos.

Síntesis y su relación

Para comprender de mejor manera este análisis, se efectuará la siguiente ilustración conectando todos los discursos argumentativos, accionados en esta parte del proceso

Figura 9: Síntesis del análisis sobre la Aserción



En conclusión, en la etapa de la Aserción, los argumentos de la muestra interpelada alcanzan niveles reproductivos y de conexión al momento de identificar e interpretar los datos del problema sugerido

4.1.3 Evidencia

Justificación

“producir razones o argumentos y establecer relaciones que lleven a modificar el valor epistémico” (Márquez & Sanmartí, 2015, p. 136) *

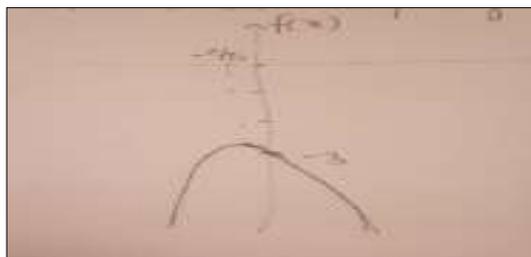
Nota: Epistémico: “Saber construido metodológica y racionalmente, en oposición a opiniones que carecen de fundamento” (“RAE”, 2014)

Generalización

Los argumentos que se expresan en este proceso tienen como objetivo defender las aserciones establecidas en el punto anterior, por lo tanto, para cumplir con esta condición, las respuestas de los integrantes en estudio poseen una inclinación en demostrar conocimientos matemáticos, como el soporte sobre afirmaciones que se dirigen a declarar, aspectos sobre el punto máximo de la función un ejemplo de

aquello es U2 indicando lo siguiente:

“en una función cuadrática, al observar su gráfica, su concavidad siempre va a depender del valor que tome el coeficiente a , si es negativo dicho punto será un máximo”, en otro caso F1 demuestra la gráfica de la función como una prueba que soporta, la expresión sobre el punto máximo, dibujando la siguiente forma:



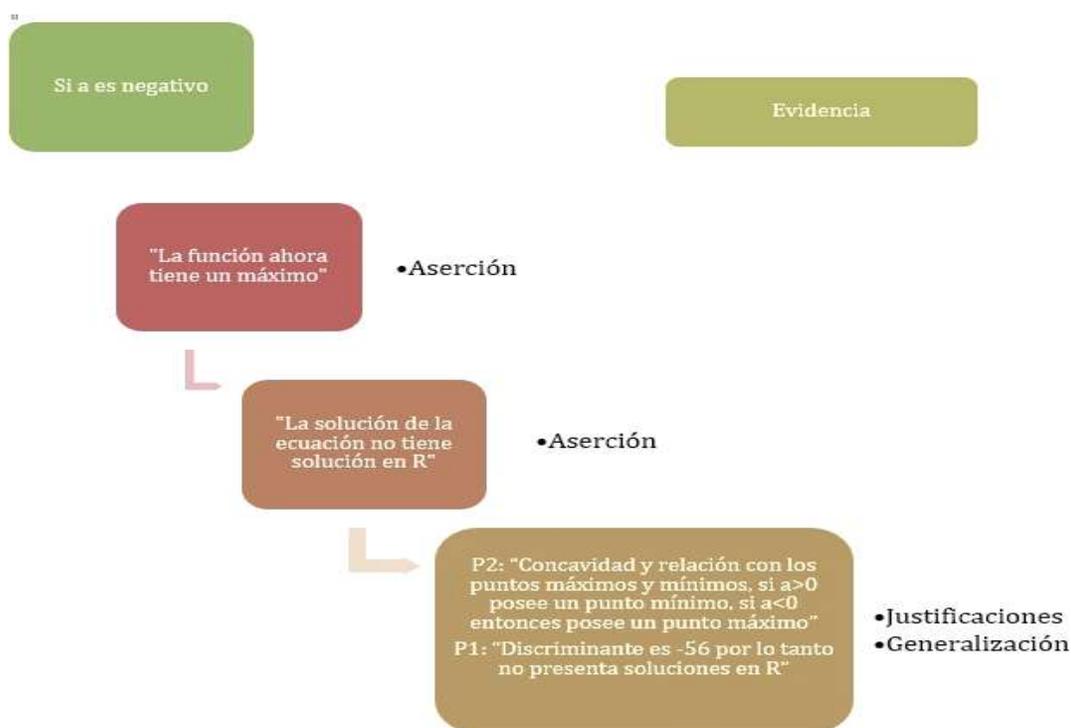
A esto se le agregan otras justificaciones: “producir razones o argumentos y establecer relaciones que lleven a modificar el valor epistémico” (Márquez & Sanmartí, 2015, p. 136) que declaran en forma similar implicancias sobre el punto máximo, por ejemplo, en palabras de F2 expresa: “que el coeficiente a de la función cuadrática, debe ser distinto de cero cuando es mayor que cero, tiene un mínimo y en el caso contrario si es menor que cero tiene un máximo”

En otra perspectiva las justificaciones revelan aspectos sobre la solución de la ecuación cuadrática, en este sentido, P1 afirma lo siguiente: “si el discriminante es -56 por lo tanto no presenta soluciones en \mathbb{R} ” en otro caso, de igual manera que P1, P2 declara la palabra “discriminante” pero con la letra “D”, presentando entonces estos argumentos; “si $D=0$ una solución en \mathbb{R} y si D es distinto de cero, no posee soluciones en \mathbb{R} ”

Síntesis y su relación

Para comprender de mejor manera este análisis, se efectuará la siguiente ilustración conectando todos los discursos argumentativos, accionados en esta parte del proceso

Figura 10: Síntesis sobre el análisis de la evidencia



En resumen, el nivel de logro alcanzado por la muestra, en el proceso argumentativo de la Evidencia se adjudica en el eslabón Generalización con referencia en Solar (2011)

4.1.4 Garantía

Fundamentar

“El concepto se utiliza para nombrar al motivo o razón con que se pretende asegurar o afianzar algo” (“RAE”,2014)

Reflexión

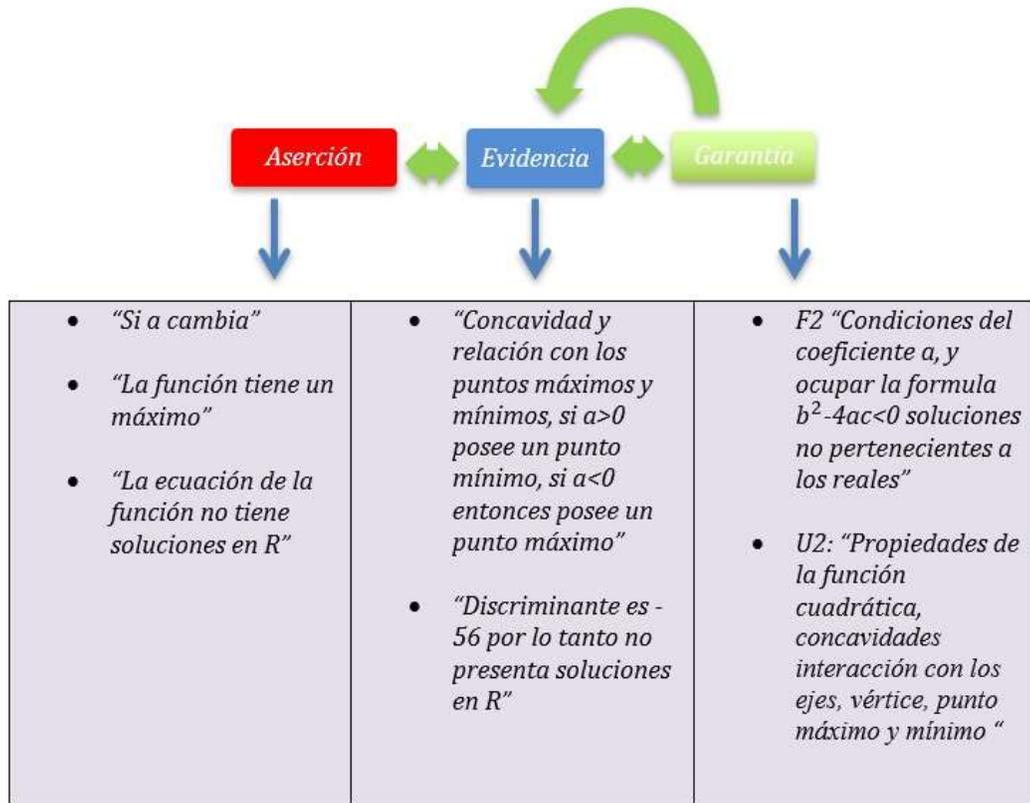
En base a esta categoría los sujetos deben presentar fundamentos de sus respuestas a partir de bases teóricas, entendida como la última etapa del proceso argumentativo y además se levantan “conceptos para nombrar al motivo o razón con que se pretende asegurar o afianzar algo” (“RAE”,2014).

Por ende, el establecido de las inclinaciones argumentativas de los sujetos coinciden en conceptos como: Condiciones del coeficiente a , el cálculo de la discriminante a partir de su formula $b^2 - 4ac < 0$, el cálculo de la ecuación cuadrática, y el vínculo de la función cuadrática con sus coeficientes a , b y c . En respaldo a estas menciones, F2 afirma lo siguiente: “condiciones del coeficiente a , ($a > 0$) cóncava hacia arriba tiene un mínimo y ($a < 0$) cóncava hacia abajo tiene un máximo, ocupar la formula $b^2 - 4ac < 0$ soluciones no pertenecientes a los reales”, en otro aspecto U1 enuncia “a partir de las propiedades de la función cuadrática y el vínculo con sus coeficientes a , b y c de eso podemos aplicar fórmulas para determinar cortes con los ejes”. Así pues, conforme a distintas leyes o condiciones, estas personas respaldan sus argumentaciones. Pero en otra línea distinta F1 revela argumentos con una distinta orientación, no en la esencia misma de la garantía, pero si en la forma de su respuesta declarando lo siguiente: “trabajar en la fórmula para completar el cuadrado de binomio y llevarlo a la forma $a(x - h)^2 + k$ así el signo indica si hay máximos o mínimos”. A pesar de esta distinción, se llega al consenso que no deja de ser interesante la expresión de este respaldo por lo tanto será adjuntado en la tabla, nivel de logro sobre la garantía.

Síntesis y su relación

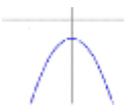
Finalizando los procesos de la Aserción, Evidencia y Garantía, este último según Rodríguez (2007) es el puente que se establece entre la aserción y la evidencia, se respalda en este caso a partir de fundamentos sobrellevados por teorías y leyes de la función cuadrática, el resumen del análisis del problema se presenta entonces de esta manera, a partir de una creación propia con base en (Mendo, 2015, pág. 20)

Figura 11 Síntesis sobre el análisis de la garantía



En efecto de lo realizado, y ya teniendo todo acordonado solo queda presentar todas las implicancias más significativas y relevantes de este proceso denominado triangulación de los datos, con el objetivo final de poder caracterizar en base a estos argumentos nuestra escala de nivel que necesita rellenar la columna "concepto" para la evaluación de dos estudiantes de enseñanza media.

TABLA 39 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO ARGUMENTATIVO

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar	Nivel de logro
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	Cambia el valor del coeficiente “a”, a un número negativo	<u>Identificar datos</u>	<i>Reproducción</i>
	Gráfico de la función con concavidad hacia abajo.	<u>Interpretar datos</u>	<i>Conexión</i>
	Solución no real de la ecuación.		
	Función ahora tiene un punto máximo.		
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	sí $a > 0$ posee un punto mínimo, si $a < 0$ posee un punto máximo	<u>Justificación</u>	<i>Generalización</i>
	Gráfico de la función 		
	$D = 0$ una solución en \mathbb{R} y si D es distinto de cero, no posee solución en \mathbb{R}		
	El valor de la discriminante es -56 no pertenece a \mathbb{R}		
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Propiedades de la Función Cuadrática concavidad, vértice, interacción con los ejes, punto mínimo y punto máximo.	<u>Fundamentar</u>	<i>Reflexión</i>
	Condiciones del coeficiente $a < 0$ y $a > 0$		
	Formula de la discriminante $b^2 - 4ac$		
	Trabajar en la fórmula $a(x - h)^2 + k$ para encontrar puntos máximos y mínimos		

Ahora bien, teniendo todas las implicancias caracterizadas, a continuación se efectuara el ultimo paso del estudio y sera evaluar en base a estas caracterización, dos estudiantes de enseñanza media pertenecientes a la Región Metropolitana, a este proceso se le agregaran puntuaciones con un maximo de 12 puntos, asimismo se utilizara el recurso definido en el diseño de la investigación, denominado “figura subrayado”(Ver en especifico tabla 25-26). Para entender de mejor manera este transcurso se revelara la puntuación que tendra cada categoria (Ver Tabla 40). En este sentido, si un estudiante alcanza, el nivel de logro de la “conexión” por ejemplo en su discurso argumentativo, debe poseer el concepto “grafico de la función con concavidad hacia abajo”, si es así se concluye que posee en su Aserción este nivel logro con una puntuación de un punto, si el estudiante asimila más conceptos dentro de esta categoría dependerá si sus argumentaciones presentan los mismos conceptos de la caracterización.

TABLA 40 CARACTERIZACIÓN DEL PROCESO ARGUMENTATIVO CON PUNTUACIONES

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar/ Nivel de logro	Puntuaciones	Totales
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	Cambia el valor del coeficiente “a”, a un número negativo	Identificar datos <i>Reproducción</i>		<i>1</i>
	Gráfico de la función con concavidad hacia abajo.	Interpretar datos <i>Conexión</i>		<i>1</i>
	Solución no real de la ecuación.			<i>1</i>
	Función ahora tiene un punto máximo.			<i>1</i>
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	sí $a > 0$ posee un punto mínimo, si $a < 0$ posee un punto máximo	Justificación <i>Generalización</i>		<i>1</i>
	Gráfico de la función 			<i>1</i>
	$D=0$ una solución en R y si D es distinto de cero, no posee solución en lo R			<i>1</i>
	El valor de la discriminante es -56 no pertenece a R			<i>1</i>
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Propiedades de la Función Cuadrática concavidad, vértice, interacción con los ejes, punto mínimo y punto máximo.	Fundamentar <i>Reflexión</i>		<i>1</i>
	Condiciones del coeficiente $a < 0$ y $a > 0$			<i>1</i>
	Formula de la discriminante $b^2 - 4ac$			<i>1</i>
	Trabajar en la fórmula $a(x - h)^2 + k$ para encontrar puntos máximos y mínimos			<i>1</i>
TOTALES				<i>12</i>

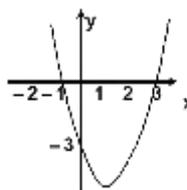
4.2 Pilotaje

Para emplear este pilotaje se revelará el discurso argumentativo de cada estudiante ocupando el recurso “figura subrayado” en el final de este transcurso, sin antes mencionar que cada procedimiento ira acompañado con su debido análisis y conclusiones del procedimiento efectuado.

Por lo tanto, en un primer momento se harán presentes los argumentos del estudiante de Segundo Medio perteneciente al Colegio Particular Subvencionado de la comuna de la Florida, ubicado en la Región Metropolitana, para luego develar las expresiones de un estudiante de tercero medio matriculado en un Colegio Particular Subvencionado de la comuna de Quilicura en la Región Metropolitana.

4.2.1 Alumno C1

Problema) El grafico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



P 1.1) Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

Al cambiar el coeficiente a el comportamiento de la función cambia. Si a es positivo la parábola es cóncava y si a es negativo la parábola es cóncava. Al cambiar el coeficiente a se avanza o se atrasa el vértice de la parábola. Si a es positivo el vértice está a la izquierda de la solución y si a es negativo el vértice está a la derecha de la solución. La solución es la misma para todos los valores de a .

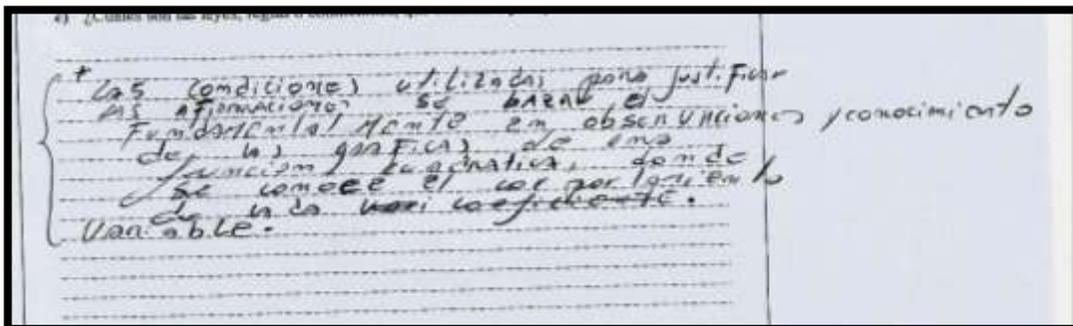
P 1.2) ¿Qué argumentos usted mencionaría para justificar sus ideas del punto anterior?

ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

I La gráfica de una función cuadrática es una parábola.
El coeficiente $[A]$ nos permite saber si esta parábola es cóncava o cóncava.
II cuando este coeficiente es negativo el comportamiento de la gráfica será cóncava.
III obteniendo un punto máximo en el eje de $[y]$.
IV Una función cuadrática siempre va a cortar por intersección por dos puntos del eje x si siendo esto los raíces de la solución de una ecuación cuadrática cuando el a intersección es 0 .

P 1.3) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que consideró para justificar sus afirmaciones?

ARGUMENTOS (GARANTÍA)



Transcripción C1

ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

“Al cambiar el coeficiente a el comportamiento de la función varia de convexa a cóncava, por lo tanto, lo planteado por el experto no sería correcto, al cambiar el coeficiente a, a un número negativo se obtendría un vértice positivo, el cual representa un máximo de la función respecto a las dos soluciones es correcto, debido dos raíces independientes que son iguales”

ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

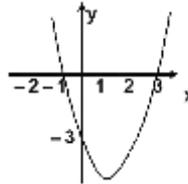
“i) La gráfica de una Función Cuadrática es una parábola ii) El coeficiente (a) nos permite saber si esta parábola es cóncava o convexa iii) Cuando este coeficiente es negativo el comportamiento será cóncavo obteniendo un punto máximo en el eje de y iv) Una función cuadrática va a interceptar por dos puntos el eje x, siendo estas las raíces de las soluciones de una ecuación cuadrática siendo en la imagen igual a 0”

ARGUMENTOS (GARANTÍA)

“Las condiciones utilizadas para justificar las afirmaciones se basan en fundamentalmente en observaciones y conocimientos de las gráficas de una Función Cuadrática, donde se conoce el comportamiento de esta variable”

4.2.2 Alumno C2

Problema) El gráfico de la función, que se representa en la figura, pertenece a un: $f(x)=x^2 - 2x - 3$. Un experto matemático al analizar dicha figura plantea que, con solo observarla, esta no contiene puntos máximos, y además posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



P 1.1) Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

No, no es posible mantener el mismo planteamiento del experto, ya que al transformarse el valor de la "a" dentro de la ecuación cambia su forma de graficarla, por esta razón, al solo observar la ecuación se puede determinar que esta se va a poseer puntos máximos.

P 1.2) ¿Qué argumentos usted mencionaría para justificar sus ideas del punto anterior?

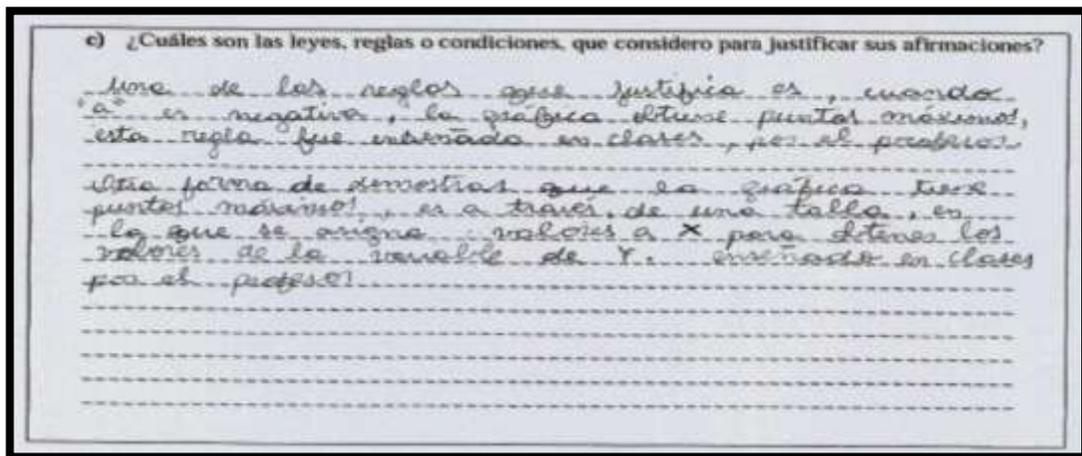
ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

Una de las razones que afirma el cambio de la gráfica, es el valor negativo que llega a obtener el "a", debido a esta razón, es que la gráfica deja de poseer puntos mínimos y se transforma para tener puntos máximos.

Otra forma en que se puede visualizar la forma de la gráfica, es a través de C, la cual es donde corta el eje y la parábola.

P 1.3) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que consideró para justificar sus afirmaciones?

ARGUMENTOS (GARANTÍA)



TRANSCRIPCIÓN C2

ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

“No, no es posible mantener el mismo planteamiento del experto, ya que al transformarse el valor de la “a” dentro de la ecuación cambia su forma de graficarla, por esta razón, al solo observar la ecuación se puede determinar que esta si va a tener puntos máximos”

ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

“Una de las razones que afirma el cambio de la gráfica, es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos y la transforma para tener puntos máximos, otra forma en que se puede visualizar la forma de la gráfica, es a través de c, el cual es el corta él y de la parábola (el sujeto en su continuidad del discurso dibuja una gráfica representando una parábola con abertura hacia abajo)”

ARGUMENTOS (GARANTÍA)

“i) Una de las reglas que justifica es, cuando “a” es negativo obtiene puntos máximos esta regla fue enseñada en clases, por el profesor ii) otra forma de demostrar que la gráfica tiene puntos máximos es a través de una tabla en el que se le asignen valores a x para obtener los valores de la variable y, enseñado en clases por el profesor”

4.2.4 Evaluación de la Competencia Argumentativa, con una Escala de Logro

Para efectuar este proceso se expresan los argumentos de la evaluación escrita, de la muestra seleccionada, primeramente, los que son parte del alumno C1, se genera su evaluación con ayuda de la herramienta figura subrayado, es importante ir al diseño de la metodología, para entender de mejor manera lo que se va a realizar a continuación: (Ver en específico Tabla 25 y 26)

Alumno C1

1. ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

“Al cambiar el coeficiente a el comportamiento de la función varia de convexa a cóncava, por lo tanto, lo planteado por el experto no sería correcto, al cambiar el coeficiente a, a un número negativo se obtendría un vértice positivo el cual representa un máximo de la función. Respecto a las dos soluciones es correcto, debido dos raíces independientes que son iguales”

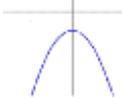
2. ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

“i) La gráfica de una Función Cuadrática es una parábola ii) El coeficiente (a) nos permite saber si esta parábola es cóncava o convexa iii) Cuando este coeficiente es negativo el comportamiento será cóncavo obteniendo un punto máximo en el eje de y iv) Una función cuadrática va a interceptar por dos puntos el eje x, siendo estas las raíces de las soluciones de una ecuación cuadrática siendo en la imagen igual a 0”

3. ARGUMENTOS (GARANTÍA)

“Las condiciones utilizadas para justificar las afirmaciones se basan en fundamentalmente en observaciones y conocimientos de las gráficas de una Función Cuadrática, donde se conoce el comportamiento de esta variable”

TABLA 41 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA (C1)

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar/ Nivel de logro	Puntuaciones	Totales
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	Cambia el valor del coeficiente "a", a un número negativo	Identificar datos <i>Reproducción</i>	1	1
	Gráfico de la función con concavidad hacia abajo.	Interpretar datos <i>Conexión</i>	1	1
	Solución no real de la ecuación.		0	1
	Función ahora tiene un punto máximo.		0	1
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	sí $a > 0$ posee un punto mínimo, si $a < 0$ posee un punto máximo	Justificación <i>Generalización</i>	1	1
	Gráfico de la función 		0	1
	Si D es distinto de cero, no posee solución en lo R		0	1
	El valor de la discriminante es -56 no pertenece a R.		0	1
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Propiedades de la Función Cuadrática concavidad, vértice, interacción con los ejes, punto mínimo y punto máximo.	Fundamentar <i>Reflexión</i>	1	1
	Condiciones del coeficiente. $a < 0$ y $a > 0$		0	1
	Formula de la discriminante $b^2 - 4ac$		0	1
	Trabajar en la fórmula $a(x - h)^2 + k$ para encontrar puntos máximos y mínimos		0	1
TOTALES			4	12

Una vez realizada esta evaluación, ahora se llevará a cabo el mismo trabajo, pero ahora considerando las respuestas argumentativas, del estudiante C2 de la investigación:

Alumno C2

ARGUMENTOS (ASERCIÓN)

“No, no es posible mantener el mismo planteamiento del experto, ya que al transformarse el valor de la “a” dentro de la ecuación cambia su forma de graficarla, por esta razón, al solo observarla la ecuación se puede determinar que esta si va a tener puntos máximos”

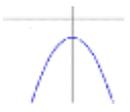
ARGUMENTOS (EVIDENCIA)

“Una de las razones que afirma el cambio de la gráfica es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos y la transforma para tener puntos máximos, otra forma en que se puede visualizar la forma de la gráfica, es a través de c, el cual es el corta el eje y de la parábola (el sujeto en su continuidad del discurso dibuja una gráfica representando una parábola con abertura hacia abajo)”

ARGUMENTOS (GARANTÍA)

“i) Una de las reglas que justifica, es cuando “a” es negativo y obtiene puntos máximos, esta regla fue enseñada en clases, por el profesor ii) otra forma de demostrar que la gráfica tiene puntos máximos es a través de una tabla en el que se le asignen valores a x para obtener los valores de la variable y, enseñado en clases por el profesor”

TABLA 52 EVALUACIÓN DE LA COMPETENCIA ARGUMENTATIVA (C2)

Categoría	Concepto	Proceso de Argumentar/ Nivel de logro	Puntuaciones	Totales
Aserción Tesis o conclusión que se va a defender	<u>Cambia el valor del coeficiente "a", a un número negativo</u>	Identificar datos <i>Reproducción</i>	1	1
	<u>Gráfico de la función con concavidad hacia abajo.</u>	Interpretar datos <i>Conexión</i>	1	1
	Solución no real de la ecuación.		0	1
	<u>Función ahora tiene un punto máximo.</u>		1	1
Evidencia: Datos, hechos o pruebas que soportan la tesis	sí $a > 0$ posee un punto mínimo, si $a < 0$ posee un punto máximo	Justificación <i>Generalización</i>	1	1
	<u>Gráfico de la función</u> 		1	1
	Si D es distinto de cero, no posee solución en lo R		0	1
	El valor de la discriminante es -56 no pertenece a R.		0	1
Garantía: Principio, ley, teoría o regla que autoriza el paso de la evidencia a la aserción, funciona como un puente que establece la relación y la transición lógica entre ambas	Propiedades de la Función Cuadrática concavidad, vértice, interacción con los ejes, punto mínimo y punto máximo.	Fundamentar <i>Reflexión</i>	0	1
	<u>Condiciones del coeficiente.</u> $a < 0 \vee a > 0$		1	1
	Formula de la discriminante $b^2 - 4ac$		0	1
	Trabajar en la fórmula $a(x - h)^2 + k$ para encontrar puntos máximos y mínimos		0	1
TOTALES			6	12

4.2.3 Análisis

Nivel de logro C1

Haciendo uso de la utilidad de la escala de logro confeccionada, en la categoría de la Aserción primera parte del proceso argumentativo con referencia a Mendo (2015), se distingue que el nivel alcanzado por C1 tiene ribetes de Reproducción alcanzado una puntuación máxima en esta casilla, ya que, en su discurso contrastado con la tabla logra la capacidad de identificar un dato, prosiguiendo con sus argumentaciones el otro nivel que alcanza este sujeto, pertenece a la Conexión, ya que, en base a su afirmación interpretativa “la función varia de convexa a cóncava” se asimila con la caracterización “Gráfico de la función con concavidad hacia abajo” cumpliendo con este parámetro con una puntuación de un punto, respecto a un total de tres puntos. Ahora bien, el próximo encuentro está determinado en el análisis de la Evidencia, en este caso, el sujeto en cuestión, a partir de su argumento: “Cuando este coeficiente es negativo el comportamiento será cóncavo” le permite, según esta presentación obtener un Nivel de Generalización, basándose en una Justificación, exhibiendo en aquella un contraste con la escala que le permite obtener la calificación de un punto, de un total de cuatro. Por último, la Garantía se establece un dictamen descrito de la siguiente de la forma: “En observaciones y conocimientos de las gráficas de una Función Cuadrática” igualando en una cierta medida el concepto “Propiedades de la Función Cuadrática” llegando al nivel de la Reflexión con un juicio de un punto de una totalidad de cuatro puntos, concluyendo su evaluación C1 con un total final de cuatro puntos, de un total de doce puntos posibles.

Nivel de logro C2

Ahora bien, el siguiente trabajo será evaluar el sujeto C2, sus expresiones argumentativas en la Aserción, primeramente, cumplen con la condición de la Reproducción en donde se menciona: “transformarse el valor de la “a”” pudiendo con ello enjuiciar un cumplimiento de identificación de un dato, calificando este proceso con una puntuación máxima, posteriormente en la misma Aserción el contraste con la tabla permite discernir el nivel de la Conexión, con la puntuación de dos puntos respecto de cuatro posibles, a partir de expresiones interpretativa que develan: “cambia su forma de graficarla” logrando un acercamiento con el concepto: “Gráfico de la función con concavidad hacia abajo” (en este caso es necesario recurrir al contexto del problema). Por otra parte, la afirmación: “se puede determinar que esta si va a tener puntos máximos” tiene consignas similares, con: “Función ahora tiene un punto máximo”. Luego, la Evidencia contiene presentaciones que se asemejan a los caracteres de la escala a partir de argumentos que consignan: “es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos” y a su vez “es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos”, llegando a la conclusión que el nivel alcanzado, según sus declaraciones justificativas pertenecen al nivel de la Generalización, con un discernimiento de dos puntos a partir de tres logrables. El último paso, quien pertenece a la Garantía se logra entrever que el parámetro sobre las presentaciones de C2 en este punto, llegan al nivel de logro de la Reflexión, y esto se debe relevantemente a una fundamentación que menciona: “Una de las reglas que justifica, es cuando “a” es negativo” teniendo tintes de similitud con el concepto de la escala, que contiene la descripción: “Condiciones del coeficiente. $a < 0$ y $a > 0$ ”, logrando dilucidar que a partir de este transcurso C2 exhibe un punto de cuatro totales. Así pues, una vez ya hecha esta especificación el sujeto en cuestión, alcanza seis puntos de una totalidad de 12.

CAPITULO V: CONCLUSIONES

5.1 Conclusiones

Al observar y analizar las expresiones argumentativas de estos sujetos en estudio, resulta importante esclarecer en un primer momento la línea argumentativa que presentaron, tanto el estudiante C1 como el C2, es por esta razón, que se harán mención en lo siguiente, a partir del punto 1 y 2, los elementos de la Competencia Argumentativa (Aserción, Evidencia y Garantía) presentados en la aplicación del instrumento escrito y a su vez, en la reciente evaluación, que se efectuó en base a una escala de logro. De esta manera cada punto con sus expresiones tiene como funcionalidad, respaldar como primera conclusión que las preguntas y respuestas efectuadas por Mendo (2015) con su respectiva referencia en una entrevista (Ver Tabla 13), para revelar el proceso argumentativo, es aplicable en un instrumento de evaluación matemática, y, es más, es posible llevarse a cabo, en estudiantes de enseñanza media, y la prueba está a la vista:

1“La aserción tesis que defiende quien argumenta” (Mendo 2015, p.22), afirmado por C1 con la expresión: “Al cambiar el coeficiente a el comportamiento de la función varia de convexa a cóncava, por lo tanto, lo planteado por el experto no sería correcto, al cambiar el coeficiente a, a un número negativo se obtendría un vértice positivo, el cual representa un máximo de la función” luego “la evidencia: información en la cual se basa la aserción” (Mendo 2015, p.22) C1 en este punto menciona:, “cuando este coeficiente es negativo el comportamiento será cóncavo obteniendo un punto máximo en el eje de y” y por último “la garantía: justifica la conexión entre evidencia y la aserción haciendo referencia, por ejemplo, a una regla, una definición, o por medio de una analogía” (Mendo 2015, p.22) indicando C1 lo siguiente: “Las condiciones utilizadas para justificar las afirmaciones se basan en fundamentalmente en observaciones y conocimientos de las gráficas de una Función Cuadrática, donde se conoce el comportamiento de esta variable”.

2 Por otro lado, C2 presentando los mismos elementos establece 1 Aserción: “No, no es posible mantener el mismo planteamiento del experto, ya que al transformarse el valor de la “a” dentro de la ecuación cambia su forma de graficarla, por esta razón, al solo observarla la ecuación se puede determinar que esta, si va a tener puntos máximos” 2 Evidencia: “Una de las razones que afirma el cambio de la gráfica, es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos y la transforma para tener puntos máximos”

3 Garantía: “otra forma de demostrar que la gráfica tiene puntos máximos es a través de una tabla en el que se le asignen valores a x para obtener los valores de la variable y, enseñado en clases por el profesor

Segunda Conclusión) La realización de una escala de logro, cotejada a partir de las respuestas que entregaron un grupo de expertos, conformado por: docentes formadores, profesores de matemáticas, y estudiantes de pedagogía en matemáticas, ayudo a constatar si el saber sabio de estos personajes tuvo una incidencia en la realización de la evaluación, efectuada por los estudiantes de enseñanza media con estándares desconocidos. Y la respuesta de aquello es latente, pese a una diferencia en la evaluación, C1 con cuatro puntos y C2 con seis, de igual manera lograron contestar y cumplieron con el objetivo de poder revelar elementos de la competencia argumentativa y además desempeñaron bien las demandas que conlleva aquello. Las demandas consideradas, en este efecto, poseen relación con los niveles de complejidad y procesos argumentativos elaborados por Solar (2011) articulados en la escala como indicadores de exigencia sobre la argumentación, y provocaron que los estudiantes para discernir una puntuación tuvieron que cumplir con los siguientes pasos: **identificar datos** “se consideran como una expresión mínima de contenidos respecto a un tema” (“Definición. De”, 2019), **Interpretar datos** “es el proceso mental mediante el cual se trata de encontrar un significado más amplio de la información empírica recabada” (Figueroa, 2016, p. 20), **Justificar** “producir razones o argumentos y establecer relaciones que lleven a modificar el valor epistémico” (Márquez & Sanmartí, 2015, p. 136) y asimismo **Fundamentar** “El concepto se utiliza para nombrar al motivo o razón con que se pretende asegurar o afianzar algo” (“RAE”,2014). Lo que provoca como conclusión que al llevar a cabo esta tarea tiene variados matices de medición, que van en contrapuesto a las deficiencias que se expresaron en los antecedentes, por ejemplo Carreño (2014) quien hizo mención, estableciendo que las pruebas de matemáticas presentaban un alto porcentaje sobre habilidades de baja factura identificando aprendizajes solo reproductivos, en este sentido este tipo de prueba presenta indicios que a lo largo del tiempo, podrían mejorar las concepciones que percibió Carreño (2015) acercando, en esta visión a fundamentos que hacen referencia a la esencia del aprendizaje matemático entendido por (Santillana, 2013 p.4) “como una búsqueda de creatividad e imaginación, basando el aprendizaje en no solo el saber, sino también el saber hacer”.

Tercera conclusión y final) Efectuando un comparativo, entre las respuestas que presentaron todos los agentes de la muestra se logra evidenciar, un ampliado de más caracteres cuando se les solicito levantar evidencias de su proceder, ejerciendo en esta caso del pilotaje, un levantamiento de conocimientos matemáticos para respaldar “un defender de una opinión” (Llorca, 2008 p. 1) expresada en la aserción, por ejemplo C2 dictamino “Una de las razones que afirma el cambio de la gráfica, es el valor negativo que llega a obtener el “a”, debido a esta razón, es que la gráfica, deja de poseer mínimos y la transforma para tener puntos máximos, otra forma en que se puede visualizar la forma de la gráfica”. Cabe destacar que este tipo respaldo no tan solo fue realizado de esta forma, por C1 y C2, también si se hace un recordatorio tuvo cabida en el grupo considerado como expertos. De este modo, si se expresan descripciones similares con características comunes de respaldo y de extensión argumentativa, resultante importante entonces, efectuar tareas de evaluación con preguntas que revelen este tipo de características argumentativas, para así frente a este ambiente, el día de mañana tener la capacidad de analizar deficiencias y fortalezas de muchos estudiantes, guiando bajo esta acción concepto más afianzados con “procedimientos de evaluación que pueden y deben contribuir al aprendizaje del estudiante, pero no sólo medirlo” (Villardón, 2006 p.59).

En esta forma y para terminar es fundamental declarar a partir de una extensión en el tiempo, que la herramienta presentada para medir el nivel de logro de la argumentación, justamente si el día de mañana si se llegase a ocupar, es muy primordial que sea algo en contra, de una actividad de evaluación, solo enfocada a colocar puntos y calificar, sino más bien, debe encontrarse constantemente para el beneficio de muchos alumnos, con actitudes retro alimentarias que hagan entender que la evaluación, está construida para el aprendizaje y la enseñanza, fortaleciendo de esta manera, saberes y proyecciones de múltiples entendimientos.

5.2 Alcances y limitaciones

Alcances

1. La ejecución de este trabajo puede presentar un ayuda para profesores de matemáticas, con la necesidad de evaluar el dialogo existente entre un docente evaluador y estudiante evaluado, en pruebas de desarrollo que impliquen una argumentación matemática, sin antes mencionar que, en vez de hacer una triangulación de expertos para cotejar en una escala de logro, se podría implementar conceptos que el docente estime conveniente, para cumplir con el nivel de exigencia que el estime conveniente.
2. Una siguiente investigación de este estudio, podría implementar distintos parámetros, no abordados y que facilitarían un guiar de manera óptimo para el transcurso de una evaluación integradora y formadora, en este sentido, hacer mención de una condición que haga presente temas, como cohesión y coherencia de textos argumentativos en matemáticas.
3. Otro aspecto rico de poder incorporar, en otro estudio sobre evaluación de argumentos en matemáticas, hace referencia al Modelo Argumentativo de Toulmin (1958), en el cual se distinguen mayores elementos de la competencia argumentativa, entre ellos calificadores modales y refutaciones.

Limitaciones

1. Debido al despertar consiente de la sociedad chilena en la actualidad, y la represión por parte de entidades del gobierno, se hizo imposible ejecutar la aplicación de todos los implicados de manera presencial, en cuanto a este a causa, se tuvieron que realizar vía Word u otros medios electrónicos.
2. Es por esta razón también, que los sujetos de la muestra, en algunos casos que se llevaron de manera presencial no tenían mucho tiempo para contestar el instrumento, provocando rayones y poca claridad de escritura, generando que solo se considerase lo más relevante de sus expresiones.
3. El ideal de esta elaboración, para cuantificar más implicancias hubiese sido a partir de una entrevista semi estructurada, pero el factor tiempo altero esta condición.

4. Al llevar a cabo la ejecución del instrumento, ciertos integrantes declaraban incompreensión en las preguntas y a su vez opinaban que la estructura de la interrogante que media la evidencia poseía parámetros muy parecidos en la garantía, provocando la debida aclaración para efectos de cumplimiento del proceso, en este sentido, es relevante expresar que quizás se debiesen haber confeccionado de mejor manera las preguntas.

Referencia Bibliográfica

- Agencia de Calidad de la Educación. (2012). *Informe Técnico SIMCE 2012*. Santiago.
- Alfageme, & Miralles. (2009). *Instrumentos de evaluación para centrar nuestra enseñanza en el aprendizaje de los estudiantes*.
- Álvarez, B. (2014). Actividades Matemáticas Conjeturar y Argumentar. *Números*, 75-90.
- Barrantes, H. (2010). *Competencias matemáticas en la enseñanza media*.
- Bernache, F. (2018). *Evaluación del razonamiento y la argumentación: procesos competentes, productos correctos y función propia*.
- blogspot.com. (15 de Noviembre de 2019). *Elliot Isner-Evaluación*. Obtenido de <http://pdepdeisner1.blogspot.com/>
- Cabrera, B. y. (2001). Estrategia de evaluación de los aprendizajes centrada en el proceso. *Revista española de pedagogía*, 25-48.
- Cárdenas, B. y. (2016). *La evaluación de las matemáticas: Análisis de las pruebas escritas que se realizan en secundaria*.
- Careaga, A. (2001). *La evaluación como herramienta de transformación de la practica docente*.
- Carreño, X. (2015). *¿Que habilidades evaluan los docentes?* Temuco: UFRO.
- Carullo, & Gómez. (1999). *Sistemas de representación, mapas conceptuales y concepciones de profesores sobre la función cuadratica*.
- Castillo, J. (2015). *Fortalecimiento de la competencia argumentativa en matematicas en los estudiantes de 6° a traves de los REDA*. Barranquilla.
- Castro, F. (2013). *Evaluación para el aprendizaje procedimientos, instrumentos y actividades en Educación*. Santiago: UMCE.
- Crespo. (2004). *Argumentar matematicamente importancia en el aula*. Buenos Aires.
- Chaves & Cornelio (2016) Los estudios de casos como enfoque metodológico ACADEMO. *Revista de investigación en Ciencias Sociales y Humanidades* 3(2) s/p.
- D'amore, Díaz, & Fandiño. (2008). *Competencia y Matemática*.

- Definición.de. (28 de Noviembre de 2019). *Definición.de*. Obtenido de <https://definicion.de/datos/>
- Drago. (2017). *Criterios de evaluación*.
- Edo, G. P. (2010). Argumentación matemática, prácticas escritas e interpretaciones. *SUMA*, 35-44.
- Educacrea. (26 de 10 de 2019). *Educacrea*. Obtenido de <https://educarea.cl/formular-los-criterios-evaluacion/>
- Escalante, Roco, & Jara. (2018). *Propuesta para incluir la habilidad de argumentar y comunicar en una prueba de matemáticas, a partir de la percepción de los estudiantes*.
- Espinosa, L. (2009). *Análisis de las competencias matemáticas en NBI*. Santiago.
- Figuroa, M. (2016). Análisis e interpretación de los datos. *Saber Metodología*.
- García. (2014). Estudio sobre estrategias de inserción profesional en Europa. *OEI*, 1-34.
- Goded, P. A. (2006). *Propuestas alternativas de evaluación en el aula de matemáticas*. Barcelona.
- Godino, Giacamore, Blanco & Font. (2009). *Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del*. Sao Paulo.
- Gonzalez, A. (2010). *Las implicaciones lógicas en el proceso de demostración matemática: estudio de caso*.
- Gonzalez, M. (2000). *La evaluación de los aprendizajes, tendencias y reflexión crítica*. La Habana.
- Guetiérrez, T. (2015). *Las pruebas escritas que se proponen para evaluar matemáticas en secundaria actualmente*. Chiapas.
- Hernandez, H. (2013). *Problemas sobre la distinción entre razonamientos deductivos e inductivos y su enseñanza*.
- Herrera, D. (2012). *Evaluación de la competencia argumentativa*. Medellín.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2011). Evaluación de los aprendizajes en el aula. En A. García Medina, M. Aguilera García, M. Pérez Martínez, & G. Muñoz Abundez.
- Krause, M. (1995). La investigación cualitativa un campo de posibilidades y desafíos. *Temas de Educación*, 19-39.
- Llorca, M. (2008). *Tema 9: La argumentación*.
- Marquez, & Sanmartí. (2015). Aprender a justificar científicamente a partir del estudio del origen de los seres vivos. *Enseñanzas de las ciencias*, 133-155.
- Mendo, L. (2015). *Argumentos matemáticos de estudiantes universitarios sobre la integral impropia*.

- MINEDUC. (2006). Evaluación para el aprendizaje. Enfoque y materiales prácticos para lograr que sus estudiantes aprendan más y mejor. En U. d. Evaluación.
- MINEDUC. (2009). *Curriculo y Evaluación*.
- Mineduc. (2012). *Bases Curriculares*. Santiago.
- MINEDUC. (2016). *Programa de estudio 2do medio Matemática*.
- Mineduc. (21 de Octubre de 2018). *Agencia de Calidad de la Educación*. Recuperado el 21 de Octubre de 2018, de Agencia de Calidad de la Educación:
<http://www.agenciaeducacion.cl>
- Moreno. (2016). *Evaluación del aprendiaje para el aprendizaje*. Lima.
- OCDE. (2017). *Marco de Evaluación y de Analisis de PISA para el desarrollo; Lectura, Matemáticas y Ciencias*.
- De la Orden, A. . (2012). *Evaluación y Optimización Educativa*. Madrid.
- Ortiz, I. M. (2008). Docentes de Educacion Básica y sus Concepciones Acerca de la Evaluación Matematica. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 141-154.
- Páramo. (2011). *Que es la competencia argumentativa*.
- Pérez, M. (2005). *La orientación escolar hacia los centros educativo*.
- PISA. (2012). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el desarrollo*.
- PISA. (2013). *Competencias Matemáticas*.
- PISA. (2015). *Informe de Resultados PISA*.
- Planas & Morera. (2012). *La Argumentación en la Matemática escolar: Dos ejemplos para la formación del profesorado*.
- Pontificia Universidad Catolica de Chile. (2015). *educación.uc.cl*. Obtenido de <http://educacion.uc.cl/listado-de-noticias/977-horacio-solar-los-estudiantes-deben-interrumpir-al-profesor>
- Portillo, E. Z. (2013). *Competencias y Capacidades Matemáticas, Nuevo enfoque curricular*. Cusco.
- RAE. (2014). *Real Academia Española*.
- RAE. (2017).
- Redón, & Ángulo. (2011). *Competencias y contenidos: cada uno es su sitio en la formación docente*. Cadiz.
- Rosales, M. M. (2014). *Proceso evaluativo: evaluación sumativa, evaluación sumativa, evaluación formativa y Assesment su impacto en la educación actual*. Buenos Aires.
- Rupérez, & García. (8 de Octubre de 2019). *Sinewton.org*. Obtenido de sinewton.org/numeros/69/ideas_01.php
- Sampieri, & Mendoza. (2008). *Metodología de la Investigación 6ta Edición*. Buenos Aires.

- Santillana. (2016). *Matemática IV Medio*. Santiago.
- SEP. (2013). *Estrategias e instrumentos de evaluación desde el enfoque formativo*.
- SEP. (18 de Agosto de 2018). *Estrategias e instrumentos de evaluación*,. Obtenido de <https://webdelmaestrocmf.com/portal/estrategias-e-instrumentos-de-evaluacion-sep/>
- Serrano, G (1994) Investigación cualitativa. Retos, interrogantes y metodos. España, La Muralla.
- Solar, H. (2011). *Competencias Argumentativas en Interpretaciones Gráficas*.
- Torrice. (2007). La evaluación en el proceso de aprendizaje. *Perspectivas*, 15-30.
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*.
- Universia España. (21 de Junio de 2018). *Universia*. Obtenido de <https://noticias.universia.es/educacion/noticia/2018/06/21/1160201/parametros-mide-informe-pisa.html>
- Universidad Central. (2012). *Argumentación para el aprendizaje colaborativo en matemáticas*.
- Universidad de los Andes. (2018). *Lectura, escritura y oralidad en español*. Recuperado el 24 de Septiembre de 2019, de <http://leo.uniandes.edu.co/index.php/menu-escritura/texto-argumentativo/121-modelo-argumentativo-toulmin>
- Universidad de Valencia. (2012). Evaluar la competencia, aprender a aprender: una propuesta metodológica. . *Profesorado*.
- Universidad Privada TELESUP. (22 de Noviembre de 2019). *TELESUP*. Obtenido de <https://escueladeposgrado.edu.pe/blog/instrumentos-y-tecnicas-de-evaluacion-educativa/>
- Villalonga, J. (2017). *La competencia matemática caracterización de actividades de aprendizaje y evaluación en la resolución de problemas de enseñanza*. Barcelona.
- Villardón. (2006). Evaluación del aprendizaje como promover un desarrollo de competencias. . *Educatio siglo XXI*, 57-76.
- Villardón, L. (2006). *Evaluación del aprendizaje para promover el desarrollo de competencias*.
- Zavaleta, A. (2017). *Evaluación para el aprendizaje en matemáticas: El caso de la retroalimentación*.

Anexos

Anexo 1: Ítem 13 para el rediseño

EVALUACIÓN MATEMÁTICA

Puntaje prueba:	Nota:
-----------------	-------

Nombre: _____ Curso: 2° _____

Fecha: __|__|2018

OBJETIVOS:

Al término de la unidad, el alumno(a) será capaz de:

- Resolver ecuaciones cuadráticas decidiendo el método adecuado.
- Analizar la gráfica de la función cuadrática y determinar los elementos más importantes de la Parábola y representarla en el plano cartesiano.
- Resolver problemas que involucran ecuaciones cuadráticas y como modelo la función cuadrática.

INSTRUCCIONES:

- Lea atentamente las indicaciones a seguir en cada ítem.
- Esta prueba consta de dos partes, **Selección Múltiple y de Desarrollo**. Para obtener el puntaje máximo por cada pregunta se debe escribir en la prueba el desarrollo respectivo, como justificación de la respuesta.
- NO puede usar calculadora ni celular.
- Trabaje en silencio, para su concentración y la de sus compañeros.
- Que tenga un buen desempeño.

PRIMERA PARTE ÍTEM SELECCIÓN MÚLTIPLE (un punto cada una)

Desarrolla en forma completa y ordenada cada uno de los siguientes ejercicios, y luego encierra en un círculo la respuesta correcta

1. ¿Cuáles son las soluciones de la siguiente ecuación? $x^2 - 3x - 40 = 0$

- a) 0 y -5
- b) 5 y -8
- c) 5 y 8
- d) -3 y -40
- e) 8 y -5

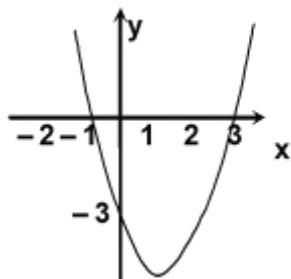
2. Según la función cuadrática $f(x) = 2x^2 - 5x - 8$, los coeficientes **a**, **b** y **c**, respectivamente son:

- a) 2, -5 y 8
- b) 2, 5 y -8
- c) 2, -5 y -8
- d) $2x^2$, $5x$ y -8
- e) $2x^2$, $-5x$ y 8

3. ¿En qué punto la parábola $f(x) = 2x^2 + 5x - 7$ corta al eje **Y** ?

- a) (0,-7)
- b) (0,5)
- c) (5,0)
- d) (0,0)
- e) (-5,0)

4. La función cuadrática que corresponde a la parábola de la figura es:



- a) $f(x) = 2x^2 + x - 3$
- b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

- c) $f(x) = x^2 - x - 3$
- d) $f(x) = 2x^2 - x - 3$
- e) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

4.1 Justifica por qué la parábola tiene esa forma

5. ¿Cuál de las siguientes opciones es verdadera **con respecto del discriminante** de la ecuación asociada a la función $y = x^2 + x - 6$?
- a) Es mayor o igual a cero
 - b) Es menor que cero
 - c) Sólo es igual a cero
 - d) No es una potencia de cinco
 - e) No es un cuadrado perfecto
6. El **signo del coeficiente A** de una función cuadrática $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ nos indica:
- a) Si abre hacia arriba o hacia abajo.
 - b) Donde corta la parábola al eje x.
 - c) Donde corta la parábola al eje y.
 - d) Cuantas raíces tiene.
 - e) Si tiene o no solución.
7. ¿Cuál es el **punto máximo** de la parábola: $y = -2x^2 + 8x - 10$?
- a) (-2, -2)
 - b) (2, 2)
 - c) (-2, 2)
 - d) (2,-2)
 - e) (-2,4)
8. El **eje de simetría** de la función $y = x^2 - 2x - 3$ es:
- a) $x = 1$
 - b) $x = -1$
 - c) $x = 4$
 - d) $x = 3$
 - e) $x = -3$

SEGUNDA PARTE ÍTEM DE DESARROLLO (Un punto cada una)

9. En la ecuación $x^2 - 5x + m = 0$. ¿De qué forma encontrarías el valor de m , si una de sus soluciones es $x = 2$?

10. Ignacio y sus amigos están jugando paintball, la altura alcanzada por una de sus bolas de pintura está dada por $h(t) = 12t - 3t^2$, donde t corresponde al tiempo que la bola está en el aire. ¿Cuánto tiempo demorará la bola en alcanzar los 9 metros? ¿Por qué?

11. "Max ese día estaba muy triste. Las penas de amor a veces nublan la razón y nuestros pensamientos pintan de oscuro nuestro entorno. Simplemente, ella se había alejado. Él se había quedado largo rato mirando los problemas que había que copiar de la pizarra. En esa soledad, después de la última clase, solo escribió: Y el niño salta de derecha a izquierda de acuerdo a la función $f(x) = x - 2x^2$ "

Suponiendo que el suelo se puede considerar como el eje de las abscisas, argumenta qué método usarías para encontrar el punto de partida y el punto de llegada. Además, comunica correctamente la respuesta al problema en la nube.



En el desarrollo de la función cuadrática $f(x) = 2x^2 - 6x - 20$, usando la fórmula general, identifica y encierra en un círculo el error:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 * 2 * -20}}{2 * 2}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 160}}{4}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{4}$$

$$x_1 = \frac{-6 + 14}{4} \quad x_2 = \frac{-6 - 14}{4}$$

$$x_1 = \frac{8}{4} \quad x_2 = \frac{-20}{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -5$$

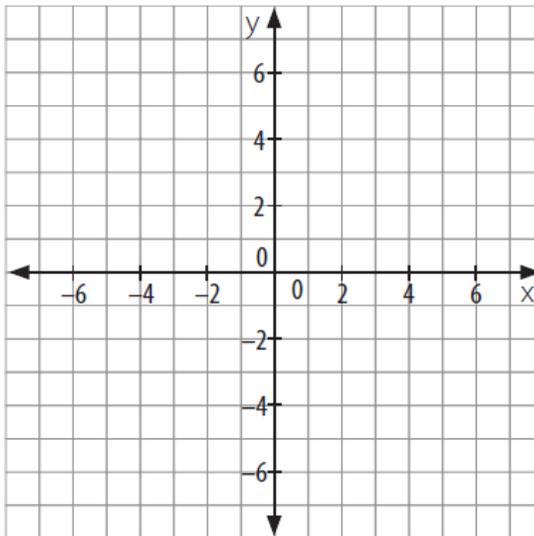
a) Menciona y justifica el error del desarrollo.

b) Corrige y determina la solución de los cortes con el eje X.

12. Dada la función $f(x) = x^2 - 2x - 3$ responde lo siguiente:

<p>a) Determina el punto de corte con el eje Y $(0, c)$</p>	<p>b) Determinar la concavidad de la función cuadrática.</p>
<p>c) Determina los puntos de cortes con el eje X $(x_1, 0)$ $(x_2, 0)$</p>	<p>d) Determina el valor de: $f(4) =$</p>
<p>e) Determina el eje de simetría $x = \frac{-b}{2a}$</p>	<p>f) Determina el vértice de la parábola $V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right) \right)$</p>

g) Realiza un bosquejo de la parábola



h.) Plantear un ejemplo, donde se pueda representar la función anterior,

Anexo 2: Permiso y autorización para rediseñar el instrumento del punto anterior



Anexo 3: Respuestas expresadas por P2

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predestinado en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

► La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observar, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.

$-5x^2 - 2x - 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 4 - 40$
 $\Delta = -36$

a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transformo su valor, de $a = -5$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que la respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

no, ya que como el coeficiente es negativo
 en la parábola se comporta hacia el
 abajo y le sus punto debe ser hacia
 un punto máximo, esto pasaría
 por otro lado, los resultados de la
 discriminante por completo ya no se
 determinaría es obvio, por ello
 que al observar la gráfica visto
 que no estaría en ningún punto
 de x



b) Si le piden justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior ¿Qué aspectos usted mencionaría?

① Concavidad y relación con los puntos máximos y mínimos.

si en la forma general de función cuadrática $ax^2 + bx + c = f(x)$ $a \neq 0$
 $a > 0$ entonces posee un pto mínimo
 $a < 0$ entonces posee un pto máximo

② Discriminante y tipo/cantidad de soluciones de una ecuación cuadrática
si en la ecuación cuadrática
 $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$

$\Delta > 0$ dos soluciones reales y distintas.

$\Delta = 0$ una sola solución real

$\Delta < 0$ no soluciones reales o
dos soluciones complejas

③ Gráfico de función cuadrática
tiene que ser un lo mencionado
anteriormente y su representación
gráfica.



Salvador

c) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para fundamentar sus afirmaciones?

La conclusión es: la inclusión
de los elementos en el gráfico
de la función

Anexo 4: Respuestas expresadas por F1

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predispuesto en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

➤ La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observarla, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.

a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transforme su valor, de $(a = -5)$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

Si $a = -5$, entonces la función queda

$$f(x) = -5x^2 - 2x + 3 = -5 \left[\left(x + \frac{1}{5} \right)^2 + \frac{14}{25} \right]$$

Esta función si tiene un máximo en $x = -\frac{1}{5}$. Así que el planteamiento cambia. La ecuación $f(x) = 0$ no tiene solución en el conjunto numérico real.



b) Si le pidieran justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior, ¿Qué aspectos usted mencionaría?

Indican que el coeficiente "a" se asume que el que acompaña a x^2 , es decir, ax^2+bx+c . Desarrollan paso a paso porque

$$-5x^2 - 2x - 3 = -5\left(x + \frac{1}{5}\right)^2 - \frac{14}{5}.$$

Hacer el bosquejo de la gráfica $f(x)$





10. ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

Trabaja con la fórmula para completar cuadrados de binomio y llevarlo a la forma

$$a(x-h)^2 + k$$

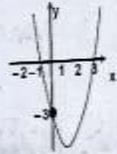
Así el signo de a indica si hay máximos o mínimos.

Anexo 5: Respuestas expresadas por F2

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distintos niveles de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predefinido en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

► La función cuadrática que se representa en la figura es $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observar, no posee puntos mínimos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transformara su valor, de $(a = -1)$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el planteamiento del experto? En el caso que su respuesta sea afirmativa escriba en forma similar, lo que establece mencionando matemáticamente. De lo contrario indique nuevas ideas.

~~Es~~ Es posible continuar con el planteamiento del experto.
* La función $-5x^2 - 2x - 3$ con solo observarla, no posee puntos mínimos y posee en su ecuación dos soluciones que no se encuentran dentro del conjunto numérico real.



81. Si la parábola justifica, sus datos respecto al eje x anterior ¿Que significa este discriminante?

El coeficiente "a" de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ debe ser distinto de cero y por lo tanto es mayor que 0 ($a > 0$) o menor que cero ($a < 0$).

Cuando es mayor que cero, la parábola es cóncava hacia arriba y el vértice es un mínimo; en el caso contrario es cóncava hacia abajo y el vértice es un máximo.

Si el discriminante $\Delta > 0$ entonces las soluciones $\in \mathbb{R}$; en caso contrario, cuando $\Delta < 0$ entonces las soluciones $\notin \mathbb{R}$.



4) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

i) $a < 0$ parabola concava hacia abajo y el vértice es un máximo

$a > 0$ parabola convexa hacia arriba y el vértice es un mínimo

ii) $b^2 - 4ac > 0$ soluciones en \mathbb{R}

$b^2 - 4ac < 0$ soluciones en \mathbb{C}

Anexo 6: Respuestas expresadas por C1

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distintos niveles de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predispuesto en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

La función matemática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observar, no puede encontrar raíces, y por lo tanto, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.

Si el coeficiente "a" de dicha función, transformamos su valor, de $a = -1$. A partir de esta condición, ¿a partir de entonces con el mismo planteamiento del experto? En el caso que la respuesta sea afirmativa escriba en forma sencilla, lo que establece su condición matemática. De lo contrario indique sus ideas.

Al cambiar el coeficiente a 1, el comportamiento de la función cambia por completo y con una parábola hacia lo positivo por lo que la respuesta sería correcta. Al cambiar el coeficiente a 1, a una función de grado 2, el coeficiente es un número positivo el cual determina un cambio de la función, respecto a los valores de la función, es decir, debido a que cada función cuadrática tiene dos raíces independientes que son reales.



b) Si le pidieran justificar, sin ideas expuestas en el punto anterior, ¿qué argumentos utilizaría?

- I La gráfica de una Función cuadrática es una Parábola. el coeficiente $[A]$ nos permite saber si esta parábola es cóncava o cóncava.
- II cuando este coeficiente es negativo el comportamiento de la gráfica será cóncava.
- III obteniendo un punto máximo en el eje de $[y]$.

IV Una función cuadrática siempre va a cortar por intersección por los puntos del eje x sea siendo esto las raíces de la solución de una ecuación cuadrática donde el a mayor es 0 .



c) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

* Las condiciones utilizadas para justificar las afirmaciones se basan en fundamentalmente en observaciones y acercamiento de las grafías de una familia léxica, donde se conoce el contexto en el que se van a leer.

Anexo 7: Respuestas expresadas por C2

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predestinado en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

> La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrado en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observar, no posee punto máximo, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transforma su valor, de $a = -5$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

No, no es posible mantener el mismo planteamiento del experto, ya que al transformarse el valor de la "a" parte de la ecuación cambia su forma de graficarla, por esta razón, al solo observar la ecuación se puede determinar que esta se va a pasar punto máximo.



b) Si le pidieran justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior ¿Qué aspectos usted mencionaría?

Otra de las razones que afirma el cambio de la gráfica, es el valor negativo que lleva a obtener el "a", debido a esta razón, es que la gráfica deja de pasar por mínimos y se transforma para tener puntos máximos.

Otra forma en que se puede visualizar la forma de la gráfica, es a través de C , la cual es donde corta el eje y la parábola.





c) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

Una de las reglas que justifica es, cuando a^2 es negativa, la gráfica tiene puntos máximos, esta regla fue enseñada en clase por el profesor.

Otra forma de demostrar que la gráfica tiene puntos máximos es a través de una tabla en la que se asigna valores a X para obtener los valores de la variable de Y . enseñada en clase por el profesor!

Anexo 8: Respuestas expresadas por P1

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predispuesto en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

$f(x) = x^2 - 2x - 3$

La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observar, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.

La función o los gráficos

a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transforma su valor, (de $a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

?

No,

- Si el coeficiente cuadrático de la función es negativo la función tendrá un valor de máximo y no tiene valor de mínimo.

- Resolviendo la ecuación $-5x^2 - 2x - 3 = 0$ se puede determinar la existencia o no de \mathbb{R} .

Si se piden justificar en forma clara, un diagrama en el punto anterior ¿Qué aspecto más mencionaría?

Para analizar la existencia de raíces de $ax^2 + bx + c = 0$

- Determinar el signo de la parábola
- Buscar con el gráfico el signo de la Δ para $f(x) = -5x^2 - 2x - 3$
 - Si $\Delta < 0$ no tiene raíces. Tener un Δ de mín. y no tener máx.
 - Si $\Delta > 0$ tiene dos raíces. Tener un máx. y un mín.
 - Calcular el Discriminante para determinar si tiene raíz. TR o compleja

$$\rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \quad (-5x^2 - 2x - 3)$$

En dependencia de a . - Si $a > 0$ → tener mín. y no tener máx.
 $a < 0$ → tener máx. y no tener mín.

→ Calcular $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ tener 2 sol. TR
 $\Delta = 0$ tener 1 sol. TR
 $\Delta < 0$ no tener sol. TR

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (-5) \cdot (-3)$$
$$= 4 - 60$$

$$= -56$$

no tener raíces TR



e) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

- a)
 - Posición de las paralelas con respecto al eje transversal
 - El ángulo del vértice que es forma de un ángulo (no ley)
- b)
 - Definición reglas y leyes.
 - ↙
 - ↘
 - ángulo vértice

Anexo 9: Respuestas expresadas por U1

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predispuesto en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

➤ La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observarla, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



a) Si el coeficiente "a" de dicha función, transforma su valor, de $a = -5$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

Al cambiar el coeficiente "a", no es posible continuar con dicho planteamiento.

Con $a = -5$, la ecuación mantendrá el mismo corte con el eje de las ordenadas. Para ser estudiada, este caso se presentará en identificaciones, al no tener corte con el eje de las abscisas, y de ahí para un estudiante con solo observar determinará los ceros.



b) Si le pidieran justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior ¿Qué aspectos usted mencionaría?

- Si bien con solo observar no se podría determinar 2 soluciones (discriminante menor a 0) reales, lo cual un estudiante de nivel secundario está acostumbrado, con la función $f(x) = -5x^2 - 2x - 3$ con solo observar la gráfica se podrían determinar punto mínimo y corte con eje "y".



c) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

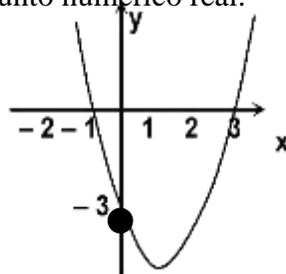
• De la definición misma de la función cuadrática, en sus coeficientes a, b y c . De esto, podemos obtener fórmulas para determinar Δ y x en la parábola.

Anexo 10: Respuestas expresadas por U2

Instrucciones:

- Considere que este instrumento será respondido de forma escrita por personas de distinto nivel de formación matemática.
- Le solicitamos responder en forma clara, en el espacio predispuesto en cada pregunta.
- En el caso de alguna duda, puede preguntarle al examinador.

- La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ está ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observarla, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



- a) Si el coeficiente “ a ” de dicha función, transforma su valor, de ($a = -5$). A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

El planteamiento variaría un poco con respecto al experto ya que la ecuación seguirá teniendo dos soluciones dentro del conjunto de los reales, pero en el gráfico se podrá observar que la función posee un punto máximo debido a que el coeficiente de (a) es negativo.

B Si le pidieran justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior ¿Qué aspectos usted mencionaría?

Mencionaría que, en una función cuadrática, en su gráfica, su concavidad siempre va a depender del valor que tome el coeficiente (a), si este es positivo nos encontraremos con un punto mínimo en su gráfica, pero si es negativo dicho punto será un máximo, además el valor que tome (a) nos indicará que tan amplia es la curva, entre más grande sea el valor que tome, más angosta se hace la curva. Otro aspecto importante son los valores que puede tomar las x con respecto a y, como es una función cuadrática, es decir, como tenemos un x^2 este puede tomar dos valores en los reales exceptuando el punto máximo o mínimo dependiendo de la función que corresponde a un solo valor en x.

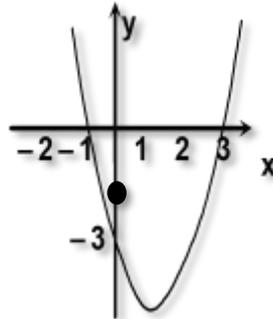
C) ¿Cuáles son las leyes, reglas o condiciones, que considero para justificar sus afirmaciones?

Para justificar las afirmaciones anteriores use las reglas de las funciones cuadráticas la cual le podemos sacar mucho provecho ya que de estas funciones podemos sacar muchos datos, como por ejemplo saber si corta o no la curva del eje x utilizando el discriminante, si este además corta en respectivo eje podemos sacar

también los puntos utilizando la fórmula general que es: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Anexo 11: Proceso y Firma de los validadores

- La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observarla, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



Pregunta 1: Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, de $(a = 1)$ cambia $(a = -1)$. A partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indica una nueva idea.

El objetivo de esta pregunta es develar la aserción del proceso argumentativo

• Escala Likert

Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 1 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades		En la la ecuación original, el coeficiente a es implícito y según sea el lector, puede causar confusiones. Sugiero presentar la ecuación con el valor a y que el matemático diga que cuando $a = 1...$	
Pertinencia	La pregunta 1 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto			X
Relevancia	La pregunta 1 es importante a partir de lo que se quiere generar			X

Observaciones:

.....

Pregunta 2: Menciona, ¿Qué aspectos pudiste observar o identificar, que justifiquen tu afirmación anterior?

El objetivo de esta pregunta, es develar evidencias del proceso argumentativo

• **Escala Likert**

Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 2 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades			X
Pertinencia	La pregunta 2 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto		Por lo general, la justificación se asocia con la garantía. No tengo claro a que se refiere con evidencia	
Relevancia	La pregunta 2 es importante a partir de lo que se quiere generar		Idem anterior	

Observaciones: _____

Pregunta 3: ¿Cuál es el sustento teórico, que apoya las afirmaciones que has expuesto?

El objetivo de esta pregunta, es develar las garantías del proceso argumentativo

• **Escala Likert**

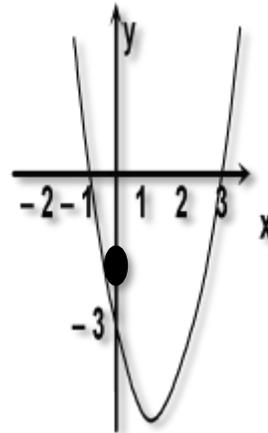
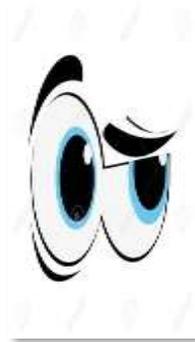
Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 3 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades		El preguntar directamente por sustento teórico es amplio y ambiguo, sugiero preguntar por propiedades que sustenten la afirmación	
Pertinencia	La pregunta 3 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto		Por lo general, el sustento teórico se asocia al respaldo y la garantía a la justificación. Sugiero revisar este punto o justificarlo más claramente	
Relevancia	La pregunta 3 es importante a partir de lo que se quiere generar		Idem anterior	

Observaciones: _____



Horacio Solar. Facultad Educación

- La función cuadrática que se representa en la figura es: $x^2 - 2x - 3$ esta ilustrada en la siguiente imagen. Un experto matemático indica, que dicha función con solo observarla, no posee puntos máximos, y posee en su ecuación, dos soluciones dentro del conjunto numérico real.



Pregunta 1: Si el coeficiente “a” de dicha función, transforma su valor, de $(a = 1)$ cambia $(a = -5)$ a partir de esta condición ¿Es posible continuar con el mismo planteamiento del experto? En el caso que tu respuesta sea afirmativa escribe en forma similar, lo que establece mencionado matemático. De lo contrario indique nuevas ideas.

El objetivo de esta pregunta es develar la aserción del proceso argumentativo

● Escala Likert

Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 1 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades		Observaciones	
Pertinencia	La pregunta 1 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto			Si
Relevancia	La pregunta 1 es importante a partir de lo que se quiere generar			Si

Observaciones: Desde mi punto de vista se requiere que se hayan entendido correctamente las preguntas para poder responderlas de forma correcta. Si quien responde se equivoca en entender la primera pregunta, responderá mal las 3 preguntas, no solo la primera. Esto parece relevante porque justamente el enunciado de esta primera pregunta no es claro, lo que podría llevar a contestar mal las siguientes 2 preguntas.

Pregunta 2: Si le pidieran justificar en forma clara, sus ideas expuestas en el punto anterior ¿Qué aspectos usted mencionaría?

El objetivo de esta pregunta, es develar evidencias del proceso argumentativo

● **Escala Likert**

Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 2 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades	La redacción “en forma clara” no es específica. Si se requiere, tal como dice el objetivo, develar las evidencias del proceso argumentativo (o el “ argumento que se ofrece para soportar la aserción”), se podría especificar eso: “Si le pidieran justificar con argumentos sus ideas expuestas en el punto anterior, ¿Cuáles serían sus argumentos?”		
Pertinencia	La pregunta 2 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto			Si
Relevancia	La pregunta 2 es importante a partir de lo que se quiere generar			Si

Observaciones: La pregunta y la forma en la que está planteada hace que sea más fácil responder de inmediato el argumento teórico matemático (y no separada en los 3 partes pretendidas: aserción, evidencia, garantía) quedando sin nada que responder para las otras partes... o repitiendo la respuestas. _____

Pregunta 3: ¿Cuál es el sustento teórico, que apoya las afirmaciones que ha expuesto?

El objetivo de esta pregunta, es develar las garantías del proceso argumentativo

● **Escala Likert**

Indicadores	Definición	Rechazar	Aceptar con reparos	Aceptar tal como está
Claridad Precisión	La pregunta 3 está redactada en forma clara y precisa, sin ambigüedades			Si
Pertinencia	La pregunta 3 guarda relación con las variables e indicadores del proyecto			Si
Relevancia	La pregunta 3 es importante a partir de lo que se quiere generar			Si

Observaciones: _____

_____SHV_____

Firma del experto