



UNIVERSIDAD CATÓLICA
SILVA HENRÍQUEZ

**“INCORPORACIÓN DE LOS CONCEPTOS DE ARITMÉTICA EN
EL INICIO DE LA ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA: ESTUDIO DE
CASO DE DOS DOCENTES DE SEXTO AÑO BÁSICO”**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE
PROFESOR EN EDUCACIÓN BÁSICA,
MENCIÓN MATEMÁTICA

INTEGRANTES:

BARRAZA GARCÍA, ALEJANDRA PATRICIA
CORTÉS VELÁSQUEZ, DANIELA BELÉN
FUENTES BEAS, PILAR
OSES MUÑOZ, NATALY VALENTINA
VILLARREAL PÉREZ DE ARCE, ALEXANDRA

PROFESOR GUÍA:

MARTA, SALAZAR ABURTO

SANTIAGO, CHILE

2011

INDICE

RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	5
AGRADECIMIENTOS	6
INTRODUCCIÓN.....	12
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
1.1 Antecedentes y planteamiento de problema.....	16
1.2 Pregunta fundamental de investigación.....	18
1.3 Objetivo general de investigación	18
1.4 Objetivo específico de investigación.....	19
1.5 Justificación.....	19
1.6 Viabilidad	20
1.7 Limitaciones	20
1.8 Sistema de supuestos.....	21
CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL.....	22
2.1 Introducción.....	23
2.2 Aproximación al álgebra.....	24
2.3 Contenidos de álgebra en sexto básico.....	26
2.4 Dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra.....	28
2.4.1 Lenguaje común a lenguaje matemático	28
2.4.2 Prerrequisitos para el aprendizaje del álgebra	29
2.4.3 Transición de la aritmética al álgebra	30
2.4.4 Controversia de la aritmética frente al álgebra.....	31
2.4.4.1 Los símbolos.....	31
2.4.4.1.1 Las letras	32
2.4.4.1.2 Variables	32
2.4.4.2 Los símbolos de operación.....	33
2.4.4.2.1 El signo igual.....	33
2.4.4.2.2 El signo menos	33
2.4.4.3 Convenios de notación	33
2.4.4.3.1 La notación algebraica referida al producto	34
2.4.4.3.2 La notación de las potencias de polinomios	34
2.5 Características cognitivas de los estudiantes.....	34
2.6 Sistema educativo chileno	36
2.6.1 Marco curricular	36
2.6.2. Planes de estudio.....	37
2.6.3 Programas de estudio de sexto básico.....	37
2.6.3.1 Consideraciones generales para implementar el programa.....	37
2.6.3.1.1 Habilidades del pensamiento matemático	38

2.6.3.1.2 Aprendizaje esperado	39
2.6.3.2 Unidad dos : Números y álgebra	39
2.6.4 Mapas de progreso	41
2.6.5 Recursos evaluativos en la guía docente	44
2.7 Tipos de aprendizajes	45
2.7.1 Aprendizaje por recepción comparado con el aprendizaje por descubrimiento	45
2.7.2 Aprendizaje significativo comparado con el aprendizaje por repetición	46
2.8 Características del profesor	47
2.8.1 El rol docente	48
2.8.2 Capacidades cognitivas	48
2.8.3 Estilo de enseñar	48
2.8.4 Instaurar situaciones didácticas	49
2.9 Aspectos importantes del marco para la buena enseñanza	50
2.10 Método Kumon	51
2.11 Método Singapur	54
2.12 Didáctica Klein	55
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	58
3.1 Introducción	59
3.2 Universo y muestra	59
3.3 Fundamentación y descripción del diseño	60
3.4 Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos de recolección de información	63
3.4.1 Modelos de instrumentos a emplear	65
3.4.1.1 Instrumento N° 1 : entrevista semiestructurada	65
3.4.1.2 Instrumento N° 2 : Pauta de observación	67
3.4.1.3 Tabla de tabulación	69
3.5 Validez y confiabilidad	72
3.5.1 Validez de instrumentos a través de juicio de expertos	75
3.6 Recogida de información	78
3.7 Análisis de la información	79
3.7.1 Análisis de clase N° 1 Jornada mañana – Profesor A	81
3.7.2 Análisis de clases N° 2 Jornada mañana – Profesor A	85
3.7.3 Análisis de entrevista Jornada mañana- Profesor A	90
3.7.4 Análisis final del Docente A	101
3.7.5 Análisis de clase N° 1 Jornada tarde – Profesor B	105
3.7.6 Análisis de clase N° 2 Jornada tarde – Profesor B	107
3.7.7 Análisis de entrevista Jornada mañana – Profesor B	112
3.7.8. Análisis final del docente B	123

CONCLUSIONES..... 127
ANEXOS 133
BIBLIOGRAFÍA 163

RESUMEN

En la presente investigación se trata la problemática generada a partir de la complejidad que surge en la comprensión de los contenidos en el sub sector de matemática, específicamente en el eje de álgebra en sexto año básico. Para ello, fue necesario discutir las necesidades que existían dentro del aula, al llevar a cabo el contenido; por lo que se definió, posteriormente, estudiar las dificultades y errores que los docentes deben enfrentar al incorporar los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra.

Para comenzar a desarrollar la investigación fue necesario construir instrumentos de recolección de información (pauta de observación y entrevista semi-estructurada), los cuales fueron aplicados a dos docentes de un colegio de dependencia municipal, de la comuna de Santiago, que permitieron concluir respecto al tema, dando finalmente una respuesta a la pregunta principal de investigación.

Por último, en el análisis de cada una de ellas, se pudo concluir a través del análisis de los instrumentos de recolección de información, que todas las dificultades y errores que se presentan al aplicar los conceptos, de aritmética, en el inicio de la enseñanza del álgebra están estrechamente relacionados con la responsabilidad que adquiere el docente en el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que son ellos quienes poseen un concepto ambiguo del contenido, el cual es presentando del mismo modo a los estudiantes, creando así dificultades para entender los conceptos, lo que los lleva posteriormente a incurrir en el error.

Otro factor determinante en el desarrollo de las clases, es la adaptación que el docente realiza con respecto al contenido duro aplicándola al nivel cognitivo apropiado de los estudiantes, considerando las metodologías, didácticas y estrategias para crear aprendizajes significativos.

Debido a la contingencia nacional educativa, se vio obstaculizado el normal funcionamiento del establecimiento, repercutiendo en el proceso de investigación.

ABSTRACT

The present investigation treats the problem generated from the complex comprehension that emerges from the sub area of math, specifically algebra. In order to begin with it is imperative to discuss the necessities that exist within the classroom, agreeing on defining to study the difficulties and errors that teachers deal with trying to incorporate mathematical concepts at the beginning of teaching algebra.

To develop our investigation it was necessary to construct, certain instruments for the collection of information (guidelines of observation and semi-structured interviews), which were applied to two teachers, both from municipal dependent schools in Santiago.

Finally we can conclude that every difficulty and mistakes that are present in the application of math concepts at the beginning of the teaching of algebra are correlated with the responsibility that teachers assume. Their misinterpretation of the curriculum and concepts, are transmitted and taught to their students. This causes difficulty in understanding these concepts and leading students to commit mistakes. Another determining factor in developing classes is its adaptation by the teacher, considering the relationship between the material seen in classes and the children's cognitive levels. Also considering the methodology, teaching material (didactic) and strategies are essential to achieve significant learning.

Due to the national educational contingency it was not possible to fulfill this investigation with regular procedures.

AGRADECIMIENTOS

El grupo de seminaristas agradece primeramente a Dios por habernos permitido llegar hasta esta instancia, por llenarnos de fortaleza y guiar cada una de nuestras decisiones tomadas para llevar a cabo nuestra investigación.

Agradecemos el apoyo incondicional de nuestras familias quienes confiaron plenamente en nuestras capacidades y alentaron a que nuestro sueño nunca se derrumbará y tomara aún más fuerzas para hacerlo realidad.

Retribuimos también nuestros agradecimientos a todo el cuerpo docente que estuvo dispuesto a ayudarnos cuando lo necesitábamos y aportó significativamente a nuestra investigación.

Cuando lo creas todo perdido, no olvides que aún te queda el futuro, tu cerebro, tu voluntad, y dos manos para cambiar tu destino. (Anónimo).

Principalmente a mis compañeras de trabajo Alexandra, Pilar, Daniela y Nataly con quienes durante todo un año se inicio y completo un arduo proceso de estudio relacionado a nuestra vocación Docente.

A Dios por entregarme fuerzas y cuidado durante todo este proceso lleno de desafíos, arreglos y desacuerdos. Además de la capacidad de comprender diversas situaciones en las que me enfrente y de no sentirme sola.

A los docentes quienes estuvieron vinculados y dispuestos a colaborar en cada momento de duda y dificultad con la investigación, en especial a las profesoras Lorena Olivares y María Eugenia Puyol, junto a ellas todo el cuerpo docente que establecen cátedras en la Universidad Católica Silva Henríquez.

A mis padres y hermana quienes durante todo este proceso me apoyaron, comprendieron y dieron sabios consejos en cada momento de agotamiento, por estar siempre a mi lado en los buenos y malos momentos.

A mis amigos y amigas de confianza quienes me acompañaron durante todo este tiempo y que se hicieron presentes apoyándome en todo momento.

A quienes entregaron sabios consejos y apoyo incondicional durante el proceso de estudio y que hoy en día no están presentes y que descansan eternamente.

Agradecida infinitamente

Alejandra Patricia Barraza García

“El principio de la sabiduría es el temor de Jehová; Buen entendimiento tienen todos los que practican sus mandamientos; Su loor permanece para siempre.”

Salmos 111; 10

Dios en su palabra nos enseña que para alcanzar la sabiduría es necesario temerle a él, es por eso que le agradezco a mi Señor, porque ha sido quien ha permitido en su misericordia llegar a esta instancia, porque desde que conocí este camino todo se me ha hecho más fácil. Gracias mi Dios por esta maravillosa bendición.

Gracias a mi padre Gabriel y a mi madre Rosa por su esfuerzo y apoyo incondicional, por haber creído en mí y alentarme día a día a seguir con el anhelo de ser una profesional. Gracias por haberme apoyado en el momento de ser madre, por estar siempre presente y saber que en todo momento puedo contar con ustedes. Gracias a mis hermanos Gabriel, Rodrigo y Marcelo por confiar en mí, alentarme y ayudarme en toda instancia.

Agradezco inmensamente a mi esposo Simón y a mi pequeña hija Emilia los cuales se vieron involucrados en este proceso tan importante y difícil de llevar, los que soportaron mis ausencias y comprendieron que todo este esfuerzo lo hice mirando que en algún momento llegaría la bendición de emprender como una familia llena del amor de Dios y cementada en la roca. Mi precioso Simón y mi adorada Emilia, los amo infinitamente.

Le agradezco a cada una de las personas que se hicieron partícipes de este proceso, a mis compañeras de tesis, a mis familiares y amigas de universidad, a mis hermanos de la Iglesia y mis pastores quienes han sido mis guía espirituales.

¡Gracias a todos! Les amo muchísimo.

Daniela Belén Cortés Velásquez

Agradezco infinitamente el apoyo incondicional que mis padres, Margarita y Miguel, junto a mis hermanos, Franco y Loreto me brindaron desde el momento en que supieron que estudiaría esta hermosa pero compleja carrera. Junto con eso agradecer el gran esfuerzo que realizan día a día para que una nueva profesional surja en la familia sin que el tema económico sea un impedimento, considerando y destacando que con mucho sacrificio una tercera profesional viene en camino. Muchas gracias por hacer realidad el sueño de ser profesional.

También agradecer a las docente Lorena Olivares y María Eugenia Puyol, docentes de especialidad de matemática de la Universidad Católica Silva Henríquez, por su incondicional apoyo y completa disposición para brindarnos sus conocimientos.

Por último agradecer a mi pololo Víctor y compañeras de seminario con quienes he compartido la mayor parte de mi tiempo durante todo este segundo semestre sacando adelante este importante documento que es el paso final para ser grandes profesionales.

Se que después de cuatro años de esfuerzo y sacrificios traerán consigo penas y alegría, satisfacciones y desilusiones, pero que finalmente nos harán crecer aun más como personas y profesionales.

Infinitas gracias a todos quienes participaron en este importante proceso, que se no será el ultimo.

Pilar Fuentes Beas

Todo el esfuerzo, optimismo, compromiso y los años de estudio dieron como fruto esta tesis, además de la inmensa fe y apoyo que me brindó toda mi familia en este arduo proceso. Por lo que quisiera expresarle todos mis agradecimientos a ella, especialmente a mi apreciada mamá, que siempre me ha apoyado en cada uno de los proyectos que me he embarcado siendo exitosos o no y me ha dado su cariño por sobre todas las cosas.

Debo dar un agradecimiento a mi querida hermana y su marido, que siempre han estado para aconsejarme y ayudarme en lo que pudiese necesitar.

Quiera dar un muy especial agradecimiento a la persona que ha estado de forma incondicional sufriendo codo a codo todo lo que este proceso involucra sin decaer en ningún momento, a mi muy amado Jorge Díaz, que sin él este gran logro de mi vida hoy no sería posible.

Nataly Valentina Oses Muñoz

Después de un largo proceso de estudio ha llegado el momento de por fin finalizar una carrera para convertirme en la primera profesional de mi familia, sin primero agradecer a cada una de las personas que hicieron posible y creyeron que esto era lo que de verdad amaba.

En primer lugar a mi familia en especial a mis padres Doris y Patricio por su apoyo incondicional en cada uno de las decisiones que he tomado en mi vida, por los sacrificios que han tenido que hacer para lograr mis metas, por ayudarme a salir adelante cuando me he equivocado, por creer en mí cuando pierdo la fe y por su amor entregado incondicionalmente, sin ellos no estaría aquí. Los amo.

A mis compañeras de tesis por aceptarme en la mitad de su proyecto, por compartir buenos y malos momentos, por el apoyo brindado cada vez que creíamos que no terminaríamos nunca y por aquellos momentos de alegría que disfrutamos en la creación de este proyecto. ¡Lo logramos!

A los profesores Manuel Uribe, Lorena Olivares y Marta Salazar de quienes me llevo los mejores recuerdos como personas y como docentes.

Finalmente a mi pololo Fonzy por aguantar todos los cambios de humor involucrados en este proceso, por su disponibilidad para ayudarme a finalizar tareas que es un momento parecían imposibles y por ser un pilar importante en mi vida. Gracias Moonpie.

Alexandra Villarreal Pérez de Arce

INTRODUCCIÓN

Dentro de la perspectiva de los esfuerzos por la modernización del país y la resolución de los grandes desafíos de índole económica, social y cultural que enfrenta la sociedad chilena, es de suma relevancia que la educación apropie estos desafíos con el fin de dar respuestas flexibles y capaces de adaptarse atendiendo a estas demandas. Dónde surge la relevancia de estudiar y alcanzar un buen nivel en la formación en matemática, debido a que ésta es una de las áreas que desarrolla el pensamiento lógico, el análisis, la deducción, la precisión, la capacidad de construir y resolver problemas a partir de la realidad y además del desarrollo personal, potenciando al máximo las capacidades de creatividad, iniciativa y crítica. Habilidades que son trascendentales para interpretar la realidad y resolver problemas del ámbito familiar, social y laboral, contribuyendo al mismo tiempo a establecer un lenguaje para la comprensión de los fenómenos científicos y tecnológicos.

En contraste con los requerimientos sociales y económicos de este país, se encuentran las debilidades dentro de la educación en matemática. Considerando las pruebas internacionales y nacionales. En los últimos años se instalan diversos tipos de mediciones del rendimiento de los estudiantes, tanto en pruebas nacionales, como en estudios comparativos internacionales. A continuación se presentarán los resultados en varios de ellos.

Pruebas Nacionales

La prueba SIMCE (Sistema de Medición de la Calidad de la Educación) la rinden tradicionalmente todos los estudiantes que cursan 4º y 8º Básico y, desde 1998, también los de 2º Medio.

A continuación se presentan los resultados de las prueba SIMCE 2010, del subsector de matemática en estudiantes de 4º básico y 2º año medio:

- En cuarto año básico el promedio nacional fue de 253 puntos.
- En segundo medio el promedio nacional fue de 256 puntos.

La reunión del Comité Técnico para establecer los Puntajes de Corte en el eje de Matemática estableció los siguientes puntajes:

Nivel Avanzado	: 286 puntos o más.
Nivel Intermedio	: 233 a 285 puntos.
Nivel Inicial	: 223 puntos o menos.

PRUEBAS INTERNACIONALES

En el tercer estudio **TIMSS** (Trends in International Mathematics and Science Study), que se entiende como “Encuesta Internacional sobre Matemáticas y Ciencias”, Chile se instaure, respecto al subsector de matemáticas con 387 puntos, el cual es inferior al internacional. Realizando una comparación con años anteriores Chile desciende su puntaje alrededor de 5 puntos en el subsector de Matemática.

Dada la relevancia de álgebra que se considera es importante sopesar aquella particular importancia que se instaure en cada curso. Respecto a 4º Básico la importancia que se establece es poco relevante por encontrarse en cursos de primer ciclo, por tanto en el caso de sólo se considera:

- Patrones
- Ecuaciones
- Relaciones

En el caso de las áreas temáticas en el álgebra que deben dominar los estudiantes de 8º Básico corresponden a:

- Patrones
- Expresiones algebraicas
- Ecuaciones y fórmulas
- Relaciones

Dadas aquellas referencias de corte Chile se considera un país con puntajes intermedios en el 2003 con un 26% de conocimientos, se estima que los estudiantes son aptos para captar y aplicar conocimientos matemáticos de diversas situaciones reales.

En la Evaluación Internacional **PISA** (Programme for International Student Assessment), que se entiende como “Programa para la Evaluación Internacional de Alumno”, Chile en el año 2000 repitió resultados mediocres o malos, al igual que los otros países latinoamericanos que participaron. Todos ellos se ubicaron por debajo de lo esperado. En el año 2006, los estudiantes chilenos mejoraron en las tres pruebas respecto de quienes rindieron PISA 2000. Su puntaje aumentó en 27 puntos, en el subsector de matemáticas.

De acuerdo a la revisión de los resultados de las pruebas nacionales e internacionales se permite sostener que la educación chilena actual muestra

avances respecto a la que existía en el pasado, aunque se muestra estancada en los últimos años (desde que se realizan pruebas de rendimiento). En relación al área latinoamericana Chile se ubica en los primeros lugares. Respecto a los países desarrollados, en cambio, está francamente atrasada.

Los resultados de la pruebas se pueden deber a diversos factores presentes en el interior de las aulas, como son el contexto que los rodea, las características cognitivas propias del estudiante, la afectividad frente al contenido, la forma de enseñar del profesor, entre otros.

Muchas de las aversiones que manifiestan los estudiantes hacia el subsector de matemática, se relacionan con la frustración que se les provoca al no poder o contar con las herramientas para comunicar y expresar un lenguaje matemático lo que a su vez limita su aprendizaje, por lo que el proceso de enseñanza - aprendizaje del eje de álgebra resulta interesante conocerlo para brindar al estudiante una visión respecto de su parte útil y apetecible que lo ayude a desarrollar los procedimientos empíricos inductivos elementales para el descubrimiento de los procesos matemáticos.

Así surge la necesidad de realizar esta investigación con el fin de vislumbrar las principales dificultades y errores que se generan en los estudiantes, en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra, la que se enfocará principalmente en la responsabilidad que tiene la enseñanza sobre ello, por ende el docente, dentro de la gama de factores que pueden interferir en este proceso.

Dada la naturaleza del objeto de estudio, esta investigación fue abordada bajo un enfoque cualitativo – interpretativo con el propósito de acceder a la comprensión de los fenómenos en el contexto donde éstos se desarrollan, por medio del estudio de caso, recogiendo información a través de entrevistas semi-estructuradas y observación no participante, realizada en la Escuela Cadete Arturo Prat, contrastando las acciones pedagógicas de los docentes de la jornada de la mañana y de la tarde de segundo ciclo, en un mismo colegio.

En este texto se recoge antecedentes y referencias teóricas y empíricas que fundamentan las conclusiones finales respecto a información recolectada de este contexto en particular.

CAPÍTULO I

“Planteamiento del problema”

1.1 ANTECEDENTES Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

“El álgebra es el lenguaje de las matemáticas... las matemáticas son, esencialmente, la expresión (o la reducción) de ideas complejas y sofisticadas mediante símbolos. Una vez que tenemos los símbolos y las operaciones aparece el álgebra”.

(D. J. Lewis, 1975)

Partiendo desde las palabras del autor, se podría establecer que el álgebra es un eje sencillo y práctico, afirmación que es compartida por los expertos en la materia, sin embargo ¿lo es para estudiante de segundo ciclo básico? Lo más probable que exista discrepancia. La idea resulta simple, pero no siempre lo es, en los principiantes, hay bastantes conceptos que aclarar, procedimientos que desarrollar y muchas dificultades que superar.

Las principales dificultades que se generan en los estudiantes están referidas al desarrollo intelectual que debe tener el estudiante para aprender álgebra, además de los prerrequisitos básicos o los conocimientos previos necesarios, y la discontinuidad que se genera entre lo que ya han aprendido en aritmética que en álgebra adquiere otro significado generando así una serie de errores relacionado a cada una de estas dificultades.

La transición de la aritmética al álgebra representa un desafío para los estudiantes, ya que deben integrar nuevos conceptos y adquirir nuevas habilidades de modo que, en esa transición, hay diversos retos y dificultades.

Los estudiantes hasta este momento han trabajado con situaciones directas, desde el pensamiento concreto utilizado en aritmética, y ahora deben transitar a situaciones más abstractas, utilizando el razonamiento lógico algebraico.

Se debe considerar que, en base a lo que nos menciona Godino, (2003) el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas; proceso complejo al inicio del aprendizaje. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Por lo tanto este tipo de razonamiento se ha situado en el centro de las matemáticas, concibiendo a álgebra, como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central.

Resulta sumamente relevante que los estudiantes dominen cierto prerrequisito básico para interiorizar los conceptos que involucra el álgebra. Entre ellos se encuentran los referidos a la operatoria en aritmética propiamente tales como; el dominio de las tablas de multiplicar, la descomposición de un número en factores, la amplificación, la adición y el producto de fracciones, las reglas de los signos en Z (Kieran, 1979; Carpenter & Moser, 1984), las convenciones sobre la prioridad de las operaciones y la noción de potencia. Además de las propiedades del sistema numérico, ya que, según menciona Socas y otros (1996) son la base de los cálculos algebraicos.

Sumándose a los conceptos propios de las matemáticas, además deben dominar algunas habilidades de estructuras lingüísticas y lógicas elementales, como distinguir el sujeto y el predicado en una oración; la noción de dominio funcional, la relación de equivalencia y de sustitución en las proposiciones, como también los conectores lógicos de conjunción y disyunción (Villagrán, 1995).

Considerando la evolución cognitiva que implica el paso de la aritmética al álgebra, se debe tener en cuenta que los estudiantes parten desde las concepciones y los aprendizajes aritméticos, tendiendo a aplicar mecanismos enseñados y aprendidos en esta área, considerando el mismo significado que se aplica en aritmética para el álgebra, un ejemplo claro de ello es la utilización de la "X". En aritmética se aplica como signos de multiplicación, ejemplo: $2 \times 5 = 10$, sin embargo; en álgebra es considerado como incógnita, pudiendo tomar estos diferentes valores, un ejemplo de ello es: $x + 2x = 15$, $x = 5$ y $x + 2x = 9$, $x = 3$.

Muchos de los estudiantes no poseen el dominio de los "pre - requisitos" o contenidos mínimos antes de iniciar las temáticas básicas del álgebra, es por ello que se reconocen errores en la resolución de problemas y las representaciones simbólicas presentes en el álgebra.

Considerando los antecedentes mencionados "no deberíamos comenzar desde una teoría del aprendizaje general y neutral respecto del contenido, y derivar de ella una teoría del aprendizaje matemático, [más bien deberíamos] empezar [desde] procesos de aprendizaje específicos de un contenido" (Bauersfeld y Skowronek 1976, p. 244).

Muchos de los docentes comienzan la enseñanza de los contenidos de lo general a lo particular; esto provoca de cierta forma una diversidad de contradicciones y confrontación en los estudiantes en los contenidos dominados con anterioridad en el eje de aritmética frente a los que comienzan a aprender en álgebra.

Las dificultades en el aprendizaje del álgebra, y más aun, cómo superarlas, son hoy una de las grandes interrogantes en el subsector de matemáticas, lo que genera un gran interés por vislumbrar el vacío o enigma conceptual y/o metodológico de tales problemáticas en educación matemática. A pesar de su antigüedad, de las variadas investigaciones y estudios que anteceden, aun hay cuestiones particulares de suma importancia no resueltas.

Surgiendo afirmaciones inconclusas respecto a la naturaleza del álgebra y a los procesos de pensamiento implicados, como lo son; la compleja labor de comprender el álgebra en la mayoría de los estudiantes de segundo ciclo básico o la enseñanza del álgebra a través de los algoritmos tradicionales sin ir más allá de la comprensión de ellos.

Resulta interesante realizar este estudio a nivel de tesis para optar al grado de Licenciatura en Educación, con el fin de tomar conciencia de las dificultades y los errores que éstas conllevan dentro de las aulas, en el inicio del proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra y a su vez cómo el docente logra superarlas y así alcanzar el aprendizaje eficaz del contenido. Generando una herramienta sustentable en nuestra futura labor docente.

La pregunta fundamental que guiará la investigación está relacionada a las estrategias que utiliza el docente para enfrentar las dificultades y los errores en la incorporación de los contenidos de aritmética en el inicio del álgebra.

1.2 PREGUNTA FUNDAMENTAL DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra, en el subsector de matemáticas en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago?

1.3 OBJETIVO GENERAL DE INVESTIGACIÓN

Indagar, analizar y develar, la manera que los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE INVESTIGACIÓN

- Identificar y evaluar las concepciones que posee el docente de álgebra en el nivel de sexto año básico.
- Averiguar si los docentes conocen las principales dificultades de los estudiantes para el aprendizaje de álgebra.
- Describir la forma que los docentes ayudan a los estudiantes a superar las dificultades y así no incurrir en errores.
- Vislumbrar la incorporación de los conceptos de aritmética en inicio de la enseñanza del álgebra.

1.5 JUSTIFICACIÓN

La relevancia de la investigación surge a partir de la recurrencia de errores generados desde dificultades que resultan incomprensibles por los docentes dentro de las aulas en el subsector de matemática, específicamente en el eje de álgebra.

Es de suma importancia que los estudiantes dominen el razonamiento concreto para dar paso a la construcción y desarrollo de un pensamiento abstracto, como se reafirma en lo mencionado por el MINEDUC en los objetivos fundamentales del Marco Curricular:

“Este eje introduce el uso de símbolos para representar y operar con cantidades. (...) mediante la expresión de relaciones generales y abstractas de la aritmética y la medición. Álgebra provee de un lenguaje a la matemática, por ende, contribuye, y se nutre del desarrollo de los ejes de números, geometría y datos y azar. (...) introduce también, el concepto de función y el estudio de algunas de ellas en particular”.

Generando la inquietud respecto a cuáles son las problemáticas que surgen a partir de este cambio conceptual y cognitivo de la aritmética al álgebra y cómo el docente se apodera de ello para ayudar a los estudiantes a subsidiarlas.

Es evidente que no se trata simplemente de enseñar álgebra sino desarrollar el pensamiento algebraico, a lo largo del proceso de la educación formal. Para entender a qué se refiere, de forma general, este tipo de pensamiento consideraremos lo que nos plantea Godino, J. y Font, V. (2003):

“El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las

matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebido como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central”.

Si consideramos que el álgebra escolar es esencialmente una aritmética generalizada, la mayor parte de las expresiones y manipulaciones algebraicas pueden ser explicadas a partir de las expresiones y manipulaciones aritméticas.

Sin embargo, es necesario reconocer una variedad de discontinuidades entre la aritmética y el álgebra lo que da origen a una gama de dificultades en el aprendizaje de los estudiantes.

1.6 VIABILIDAD

De acuerdo al problema planteado, se considera factible la aplicación de la investigación, ya que no requiere de grandes inversiones monetarias ni de recursos materiales que podrían estar fuera de alcance y dentro del área de estudio, no se necesita realizar intervenciones en aula propiamente tales, lo que podría presentar un impedimento, sólo en la indagación y recolección de información desde los personajes claves de la investigación.

Dentro de los elementos a considerar para llevar a cabo esta investigación es necesaria la observación directa en el terreno de estudio, tomando en cuenta los factores de tiempo, recursos y las necesidades propias del trabajo de campo.

Así el factor tiempo, en relación al paradigma de investigación que se va a utilizar (cualitativa), será importante, debido a que se requerirá invertir gran cantidad de éste para la recolección de la información; en base a prolongadas observaciones y entrevistas semi estructuradas a los docentes y, a su vez, su análisis y reflexión también deberá ser realizado en un tiempo extendido para lograr el objetivo planteado.

1.7 LIMITACIONES

Es posible que durante el proceso de investigación se presenten diversas limitaciones que puedan dificultar el progreso del proyecto.

Debido a esto es viable que se torne complejo poder encontrar un terreno de investigación que permita llevar a cabo las observaciones y aplicación de instrumentos que permitirán recolectar la información necesaria para desarrollar análisis y conclusiones. De esta forma es posible que un gran porcentaje de los establecimientos en los que se solicite un permiso se obtenga una desaprobación. Además de poder llegar a los docentes, logrando la aceptación de ellos para la realización de las observaciones y procesos pertinentes.

Una tercera limitación se podría presentar dado a la fuerte contingencia nacional que se ha mostrado este último periodo en el país, obstaculizando la asistencia al establecimiento y por ende atrasara el procesos final del proyecto.

1.8 SISTEMA DE SUPUESTOS

- El docente identifica los errores de los estudiantes, los cuales son trabajados en conjunto con ellos, para facilitar los aprendizajes.
- El docente conoce los contenidos de aritmética los cuales serán integrados en el álgebra destacando las similitudes y diferencias entre ambos.
- Los errores y dificultades son producidas por los estudiantes al no poder diferenciar los contenidos de aritmética con aquellos de álgebra.
- Los docentes son un aporte para los estudiantes dentro del proceso de aprendizaje.

CAPÍTULO II
“Marco Referencial”

2.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo encontrará el soporte teórico, conceptual y empírico que permite guiar y enmarcar los parámetros de esta investigación. Para ello es necesario establecer y definir cada uno de los temas a desarrollar, para generar las directrices que conducirán al análisis de los resultados obtenidos durante el proceso de investigación.

Se inicia este capítulo describiendo una aproximación al álgebra, a modo de contextualizar el tema y construir, a partir de diversos pensamientos, el concepto referido a álgebra que se utiliza a lo largo de la investigación y como base para los posteriores análisis.

Continuando con la breve descripción de los contenidos propios del subsector, en el eje de estudio en el nivel antes mencionado, establecidos por el MINEDUC, como los contenidos mínimos que debe poseer el estudiante en sexto básico. Con el objeto de enmarcar la recogida de información a los propósitos a fines al objetivo principal. Además de la explicación de los términos generales de esta unidad.

Adentrándose en el tema central, se explican las principales dificultades y los errores que éstas conllevan en el aprendizaje del álgebra, se establece la definición de dificultad, utilizada en esta investigación.

Se desarrolla la implicancia que tiene en el aprendizaje del álgebra, pasar del lenguaje común al lenguaje matemático, los prerrequisitos básicos (matemáticos y lingüísticos) y el salto cognitivo que se requiere para la transición de la aritmética al álgebra.

Para comprender y relacionar los aspectos teóricos mencionados anteriormente, frente al sujeto de investigación, en este caso estudiantes de sexto básico y su respectivo profesor de matemática de la escuela Cadete Arturo Prat, se establecerá la relación cognitiva de ellos con lo que plantea Piaget sobre los estadios de desarrollo y las habilidades matemáticas características según Ausubel (1978), en relación a los tipos de aprendizajes existentes en los estudiantes y las características propias del profesor.

Para tener una referencia adicional, se expondrá el Método Kumon, Singapur y La Didáctica Klein para el aprendizaje, y su refuerzo, del contenido de álgebra.

A modo de contextualizar esta investigación con el sistema educativo de nuestro país, se presenta la forma en que se aborda, en los planes, programas y mapas de progreso, el álgebra inicial dentro del currículum escolar en el nivel

educativo antes mencionado; tomando en cuenta la metodología sugerida frente a las dificultades que puedan presentar los estudiantes en este contenido (MINEDUC, 2011).

Todos los temas planteados anteriormente son absolutamente significativos, puesto que permiten dar un sustento a todo lo propuesto, planteado, analizado y concluido en esta investigación.

2.2 APROXIMACIÓN AL ÁLGEBRA

Históricamente, la palabra álgebra proviene del título del libro *Al-jabr w'al-muqabalah*, escrito en el año 825 por el matemático y astrónomo Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi en Bagdad, en donde muestra la primera fórmula general para la resolución de ecuaciones de primero y segundo grado.

Como un primer acercamiento al concepto de álgebra se considera el significado otorgado por el Diccionario de la Real Academia (RAE) quien la define como un parte de las matemáticas, en el que las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita. A partir de esta definición se puede entender la concepción que tiene el común de las personas acotándose al uso de las letras como una generalización de las matemáticas.

En esta investigación es necesario comprender los conceptos de álgebra a partir de las investigaciones realizadas por los expertos matemáticos para lograr la definición académica en relación a lo que se debe enseñar en el nivel seleccionado más allá de que comúnmente las personas conocen en relación a álgebra.

Por lo tanto se contemplará lo que nos mencionan diversos autores para converger en una definición común utilizada a lo largo de esta investigación.

Comenzando con lo que menciona Baldor, álgebra es la rama de las matemáticas que estudia una cantidad considerada del modo más general posible.

El Ministerio de Educación plantea, en relación al estudio del álgebra:

“Este eje introduce el uso de símbolos para representar y operar con cantidades. (...) mediante la expresión de relaciones generales y abstractas de la aritmética y la medición. Álgebra provee de un lenguaje a la matemática, por ende, contribuye, y se nutre del desarrollo de los ejes de números, geometría y datos y azar. (...)

introduce también, el concepto de función y el estudio de algunas de ellas en particular”.

La visión que plantea Socas, para la interpretación que se puede dar a álgebra, es como la encargada del estudio de las letras(variables), en función del objetivo que éstas puedan cumplir, considerando las diferentes interpretaciones que se le pueda dar a la variable, se podrá establecer una clase de álgebra.

El primer tipo de álgebra, y el más utilizado por los docentes y enseñado en la educación básica, es la de álgebra como aritmética generalizada y así las letras forman parte de los modelos que permiten generalizar las propiedades. Por ejemplo: la generalización de $3 + 4 = 4 + 3$ lleva a la propiedad conmutativa de la adición.

Una interpretación adicional dice relación con las ecuaciones. Siendo el álgebra una estrategia para resolver problemas en concreto. Por lo que las letras adquieren el papel de incógnitas específicas por encontrar. Por ejemplo; la solución al problema: un número que multiplicado por 6 dé 96 no se obtendrá solo escribiendo $6x = 96$, esa sería la expresión algebraica de su solución por lo que x debe ser calculada y se llega a la solución.

Otra concepción que se le puede dar a álgebra es en relación a su aspecto funcional; siendo, el estudio de las relaciones entre cantidades, donde las variables actúan en su amplio sentido de variabilidad. Un ejemplo, es la fórmula del perímetro de cualquier rectángulo, existiendo una evidente relación entre largo y ancho.

La última interpretación que describe el autor, y un poco más alejada de la educación básica, pero no menos importante, se trata del álgebra como interpretación estructural. Siendo las letras entes pertenecientes a estructuras algebraicas como dominios de integridad, grupo, anillos o cuerpos, donde se trabaja respetando las propiedades del conjunto sobre el cual se actúe. Un ejemplo que se da en el trabajo de polinomios, es cuando se les pide a los estudiantes que simplifique una expresión algebraica:

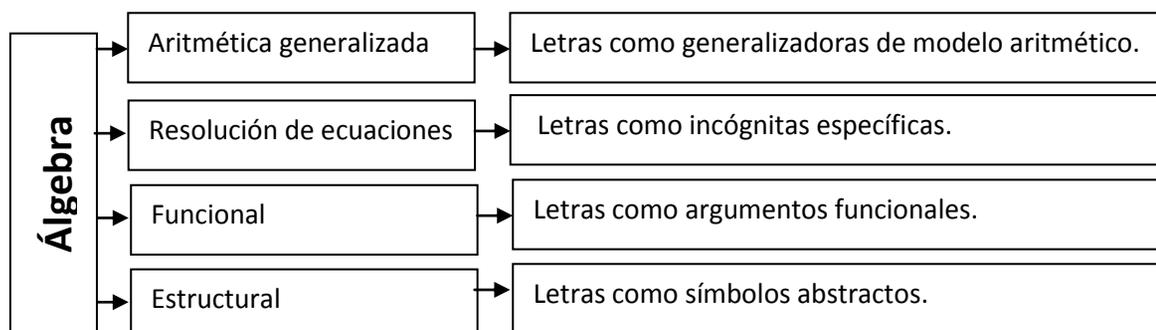
$\frac{a^2x + a^2 - b^2x - b^2}{ax^2 - bx^2 - 2bx + 2ax + a - b}$ El ejercicio simplemente se resuelve pensando en las letras como los símbolos abstractos con los que se puede ir usando propiedades o reglas que se cumplen en cierta estructura algebraica, en este caso, sacando factor común y simplificando:

$$\frac{a^2x + a^2 - b^2x - b^2}{ax^2 - bx^2 - 2bx + 2ax + a - b} = \frac{(a^2 - b^2)(x + 1)}{(a - b)(x^2 + 2x + 1)} = \frac{(a + b)(a - b)(x + 1)}{(a - b)(x + 1)(x + 1)} = \frac{a + b}{x + 1}$$

en este ejercicio

se ha manipulado las variables como entes abstractos con el simple objeto de obtener una expresión más sencilla.

Resumiendo las concepciones de álgebra en relación a la función que cumple la variable, se puede organizar de la siguiente manera:



A partir las concepciones respecto del concepto de álgebra se entenderá en función de esta investigación, álgebra como:

Eje fundamental del subsector de matemáticas, que desarrolla las habilidades para manipular letras y otros símbolos abstractos que pueden significar cosas diferentes, y también como construcción de operaciones, o entidades abstractas a través de relaciones bien definidas. Que provee de un lenguaje y aplicaciones transversales a la matemática.

2.3 CONTENIDOS DE ÁLGEBRA EN SEXTO BÁSICO

Dentro de la educación está inserto el estudio del álgebra a partir de sexto año básico, de manera formal, ya que se ha trabajado en años anteriores de forma implícita. Iniciando de esta manera, el proceso de enseñanza aprendizaje del álgebra considerando los conceptos fundamentales para establecer una base sólida de conocimientos, centrándose de la noción de variable en situaciones en las cuales es necesario su uso.

A partir de esta noción, surgen los conceptos y la idea de expresiones algebraicas, términos algebraicos, etc. Lo importante es que los niños vivan experiencias que permitan comprender los sentidos de estas nociones.

En este nivel, las manipulaciones de expresiones algebraicas que se estudian son sencillas y se presentan en contextos aritméticos que permiten su comprensión. A su vez, se ponen en juego ciertas propiedades de las operaciones que justifican las manipulaciones de las expresiones algebraicas.

Los contenidos que corresponden a sexto año básico, según el MINEDUC, son:

- Términos semejantes.
- Reducción de términos semejantes.
- Lenguaje algebraico.
- Definición de ecuaciones de primer grado.
- Resolución de ecuaciones de primer grado.
- Aplicaciones de las ecuaciones de primer grado.
- Validación de solución de una ecuación de primer grado.

Partiendo de los contenidos establecidos para este nivel, se esclarecen los conceptos algebraicos correspondientes.

Expresión algebraica: es el conjunto de uno o más términos algébrico unidos mediante operaciones de adición y sustracción.

Término algebraico: es una expresión matemáticas que tiene dos componentes, un “coeficiente” (o factor numérico) y un “factor literal” compuesto de una o más letra con sus respectivos exponentes. Estos números y letras están relacionados por multiplicaciones o divisiones. En estos términos se omite el signo de multiplicación.

Términos semejantes: son términos que tienen el mismo factor literal y además el mismo exponente para cada uno cuando incluyen potencias

Reducción de términos semejantes: método de resolución de sistemas de ecuaciones, en el cual se asocian los términos que son semejantes, resolviendo las adiciones o sustracciones según corresponda.

Igualdades numéricas: enunciado en el que dos expresiones matemáticas (iguales o distintas) denoten un mismo objeto.

Ecuaciones: es una igualdad que contiene al menos un valor desconocido llamado incógnita y operaciones matemáticas. El valor de la incógnita se denomina solución.

Ecuaciones de primer grado: presenta una incógnita y parámetros de ecuación general.

Resolución de ecuaciones de primer grado: se refiere al cálculo de la solución que satisface la igualdad. Una forma de resolver ecuaciones que involucran adición y sustracción, es despejar la incógnita aplicando las propiedades de las operaciones.

Aplicaciones de las ecuaciones de primer grado: se refiere a la capacidad para resolver un problema a través del planteamiento y desarrollo de una ecuación de primer grado.

Validación de solución de una ecuación de primer grado: luego de resolver las ecuaciones de primer grado, es necesario reemplazar el resultado obtenido en la posición inicial de la variable, con el objeto de verificar la ecuación y además determinar si la solución es coherente respecto al enunciado o problema dado.

2.4 DIFICULTADES Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Al inicio del aprendizaje del álgebra surgen grandes dificultades en su aprendizaje lo que lleva a cometer errores.

Así se entenderá por dificultad como los inconvenientes que impiden resolver o comprender algo o bien como un conocimiento previo que no admite generalización (algún conocimiento falso o incompleto) a un nuevo ámbito y por ende induce a error.

A continuación se desarrollarán las principales dificultades que se presentan en este nivel educativo.

2.4.1 LENGUAJE COMÚN A LENGUAJE MATEMÁTICO

Una de las principales dificultades surge en la transposición del lenguaje común al lenguaje algebraico. El lenguaje, en general es un sistema de signos tanto orales como escritos que utilizan las personas para poder comunicarse. Su uso requiere de dos acciones; la de comprender y la de expresar, de ahí que la persona tiene que ser capaz de entender y apropiarse de la realidad creando un propio orden de decodificación y luego expresar a voluntad sus ideas.

En matemática, la comunicación es principalmente escrita, por lo tanto se realiza a través del simbolismo. Existen dos niveles de comprensión en este tipo de lenguaje; en primer lugar, el nivel semántico en donde los símbolos y las notaciones

poseen un significado claro y preciso, en segundo lugar un nivel sintáctico, a través del cual las reglas pueden ser operadas sin referencia a un significado específico.

Las dificultades se generan cuando los estudiantes tratan de integrar al lenguaje ordinario el lenguaje simbólico, puesto que comparten un vocabulario en común pero con un significado diferente. Las palabras producen una confusión en relación a su uso, ya sean significados comunes con el lenguaje ordinario o palabras que tienen un significado exclusivo dentro de las matemáticas y cuyo concepto no se encuentra en un diccionario común. Por ejemplo, palabras como: raíz, potencia, producto, primo, factor, semejante, función, etc. tienen significados diferentes en matemática y en el lenguaje habitual, de modo que al utilizar esas palabras se induce a un error por la dificultad en la interpretación semántica de cada una de ellas al no poder ser diferenciadas por los estudiantes.

2.4.2 PRERREQUISITOS PARA EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA

Existen elementos esenciales para el aprendizaje efectivo de los estudiantes del eje de álgebra, lo que se desprenden desde el eje previo, la aritmética y desde el polo más fluido de la inteligencia referido a las habilidades lingüísticas.

En cuanto a la operatoria aritmética, se considera el dominio de las tablas de multiplicar, la descomposición de un número en factores, la amplificación, la adición y el producto de fracciones, las reglas de los signos en \mathbb{Z} (Kieran, 1979; Carpenter & Moser, 1984), las convenciones sobre la prioridad de las operaciones y la noción de potencia.

Conceptualmente, Socas y otros (1996) mencionan que los cálculos algebraicos se construyen en base a las cinco propiedades características del sistema numérico: conmutativa y asociativa de la adición y multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición.

$$a + b = b + a$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

En el “principio de permanencia” que desarrolla Peacock, G. (1791 – 1858) se afirma que las propiedades anteriores se pueden verificar en el conjunto de los números naturales y así siguen verificándose para todos los demás números u objetos representados por las letras.

Además de las habilidades matemáticas propiamente tales referidas a aritmética, el estudiante debe tener el dominio de estructuras lingüísticas y lógicas elementales. Esto último incluye la habilidad para distinguir el sujeto y el predicado en una oración; la noción de dominio funcional, la relación de equivalencia y de sustitución en las proposiciones, como también los conectores lógicos de conjunción y disyunción (Villagrán, 1995).

Las últimas habilidades mencionadas, están relacionadas con las operaciones mentales puestas en juego en los procesos de **conceptualización, modelación y resolución de problemas**. Se trabaja en una dimensión que involucra la metacognición del estudiante, tanto en la conciencia de los procesos mentales que se realizan como en la capacidad para conducir estos procesos.

Resulta evidente que si los estudiantes no dominan los conceptos propios de la aritmética y bases lingüísticas necesarias para conceptualizar, modelar y resolver problemas, van a poseer un conocimiento incompleto, generando una dificultad e induciendo al error en la interpretación, aplicación y el inminente aprendizaje del álgebra.

2.4.3 TRANSICIÓN DE LA ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA.

“Las matemáticas experimentaron un gran cambio cuando pasaron de ser la ciencia de la aritmética a ser la ciencia de los símbolos o álgebra. Avanzar desde los números a las letras constituye un salto mental” Crilly, T. (2009). Es aquí donde se presentan dificultades en los estudiantes, ya que no todos son capaces de realizar con éxito este salto mental.

El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas, utilizadas en aritmética, a situaciones más generales o abstractas, utilizadas en álgebra, según menciona Kieran, (1989).

Para entender a qué se refiere, de forma general, el razonamiento algebraico y así el pensamiento algebraico se considera lo que plantea Godino, J. y Font, V. (2003):

“El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento

está en el corazón de las matemáticas concebidas como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central”.

A partir de lo anterior, es esencial establecer una relación directa entre la implicancia del razonamiento algebraico con las características cognitivas propias de los estudiantes conformes al nivel de desarrollo cognitivo en que ellos se encuentran.

2.4.4 CONTROVERSIA DE LA ARITMÉTICA FRENTE AL ÁLGEBRA

Los estudiantes, al comenzar el estudio del álgebra traen consigo nociones y enfoques utilizados en aritmética, lo cual genera una controversia; ya que el álgebra no es puramente una generalización de la aritmética. Por lo cual utilizan los métodos de resolución aritmética para resolver las nuevas problemáticas planteadas en el álgebra.

Tanto aritmética con álgebra se trabajan con un fin determinado, sin embargo, éste no es común entre ellas. La actividad del estudiante, en aritmética, está centrada en encontrar respuestas numéricas en concreto, pero en álgebra se centra en la obtención de relaciones y procesos de la formulación de éstos en expresiones generales simplificadas.

Muchos estudiantes asumen que en las cuestiones algebraicas se les exige una solución única y numérica, así la idea de una solución única parece ser la causa de errores frecuentes.

Otra de las discordancias que se generan entre aritmética y álgebra, está dado por la utilización de los símbolos y las distintas notaciones.

2.4.4.1 Los símbolos: los símbolos son un recurso que permite denotar y manipular abstracciones. La mayor parte de los símbolos que son utilizados en álgebra han sido manipulados con anterioridad en la aritmética, es aquí donde los estudiantes pueden presentar dificultades, ya que cambia el significado y uso de ellos.

Para que los símbolos sean interiorizados por los estudiantes del álgebra es necesario tener interiorizado la relación entre las operaciones concretas y las expresiones algébricas.

Los símbolos utilizados son de muy distinta naturaleza y conviene revisarlos por separado:

2.4.4.1.1 Las Letras

Una de las grandes dificultades está en la interpretación que el estudiante le asigna a una letra y la forma que ellos trabajan con ella. Las formas más utilizadas, por lo estudiantes, según el CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science) para la clasificación de las letras son:

- *Letra evaluada*: cuando se le asigna a una letra un valor numérico arbitrario, por ejemplo; en la palabra PISO, se relaciona las letras con su valor de posición; P=1, I=2, S=3, O=4.
- *Letra no utilizada*: frente a la existencia de una letra, el estudiante, no le atribuyen significado alguno.
- *La letra como un objeto*: ya sea como inicial de una palabra o bien un objeto. Por ejemplo $5p$, se puede interpretar que p es la inicial de perros o que son 5 perros.
- *Letra como incógnita*: El valor de la letra es un número desconocido, aun que concreto con el cual se puede operar. Ejemplo: los dulces cuestan \$15 c/u y los chicles \$50 c/u. si compre \$1500 en dulces y chicles ¿Cuánto compre de cada uno?
- *Letra como número generalizado*: puede tomar distintos valores en vez de uno solo. Ejemplo: $4 \times (2 - 6) = 4 \times 2 - 4 \times 6$, generalizado en $x(y - z) = xy - xz$
- *Letra como variable*: representa un rango de valores no especificado y se ve como una relación sistemática entre dos conjuntos de valores.

En aritmética, la utilización de las letras junto con los números es de una etiqueta que acompaña al número donde $3m$ son 3 metros, $7k$ representan 7 kilómetros. En álgebra, ciertos estudiantes cuando ven $3m$ leen 3 metros y les cuesta identificar la incógnita y menos que esta se está multiplicando por el número que tiene adelante.

Además como se ha mencionado antes, las letras (variables) son fundamentales para la comprensión de los conceptos de álgebra, por lo que su mala interpretación en los diversos contextos, genera una inmensa limitante en aprendizaje propio del eje en sí mismo.

2.4.4.1.2 Variables

En las palabras del grupo Azarquiel, se puede decir que el concepto de variable supone el enlace de dos procesos:

- Generalización: pasar de un conjunto de situaciones concretas a algún aspecto en común a todas ellas.

- Simbolización: expresar de forma sintetizada lo que tienen en común todas las situaciones.

Es difícil para un estudiante entender que dos letras diferentes puedan estar representadas con un valor igual. El proceso de adquisición del concepto es lento y se desarrolla a largo plazo, ya que si el estudiante no llega a entender que el valor de una variable es independiente de la letra utilizada, no puede llegar a entender que dos letras diferentes puedan, en alguna situación particular, estar representando un valor igual. Los niños no se dan cuenta que las letras representan números que varían y en algún momento pueden adquirir el mismo valor.

2.4.4.2 Los símbolos de operación

Dentro de la aritmética los símbolos de las operaciones indican una acción que se realizará con los números y que da como resultado otro número, por consiguiente, dar un significado a estos signos es dar un procedimiento que permita llegar a la respuesta. En álgebra, tiene un carácter de representación, debido a que indican operaciones que no necesariamente deben realizarse y sólo pueden quedar planteadas.

La dificultad está en que los estudiantes ven las expresiones algebraicas como proposiciones que son, de alguna forma, incompletas, ya que no son capaces de mantener la operación que se indica sin realizar un desarrollo.

2.4.4.2.1 El signo igual: La primera utilización del signo igual en aritmética es unidireccional, a la derecha de la operación solicitada se escribirá el resultado. En álgebra, el signo representa un carácter bidireccional obteniendo resultados tanto a la derecha como a la izquierda.

2.4.4.2.2 El signo menos: Los estudiantes lo conocen en operaciones aritméticas como reversibilidad de la suma, pero es difícil asociar a la suma como la operación inversa a la resta creando dificultades en la resolución de problemas que involucren números con signo menos.

2.4.4.3 Convenios de notación

Los convenios, tanto en aritmética como en álgebra, son ambiguos, lo que genera aun más dificultades porque requieren más tiempo en su aprendizaje. La notación en álgebra, depende de la escritura simbólica pero además del adecuado uso de los paréntesis y de la correcta aplicación las propiedades de las operaciones. Así se plantea el consenso de la notación referida al producto y la notación de la potencias de polinomios.

2.4.4.3.1 La notación algebraica referida al producto: El producto se indica con una cruz o con un punto en aritmética. En álgebra muchas veces el signo se omite, lo cual entra en conflicto con la notación de los números mixtos que corresponden a una omisión del signo de adición.

2.4.4.3.2 La notación de las potencias de polinomios: Las potencias entre polinomios se indican con un exponente al lado superior derecho, actuando el exponente en toda la expresión. En este caso, el exponente no distribuye con los elementos que están dentro del paréntesis, por lo tanto entra en contradicción con la forma que hasta el momento usaba el estudiante para eliminar paréntesis de una expresión aritmética y también algebraica.

Generalmente los profesores pasan desapercibidos estos fenómenos que originan inmensas dificultades y la confusión en la comprensión del contenido. Por lo que el aprendizaje ocurre en algunos estudiantes y en otros no. Así el profesor asume que ello se debe a que unos son más hábiles que otros, lo cual es cierto, pero no se toma conciencia que está en sus manos el hacer inteligible el nuevo lenguaje, no sólo a la mayoría, sino la totalidad de sus estudiantes.

Es favorable considerar el eje de álgebra desde una mirada más profunda y significativa, utilizando los errores de los estudiantes a modo de diagnóstico de las reales dificultades conceptuales. Tomando en cuenta estas dificultades no sólo se deben considerar como un olvido ocasional, y ser tratados con reiterados ejercicios, sino también como complejos conceptos abstractos contruidos a partir de los anteriores conceptos aritméticos.

2.5 CARACTERÍSTICAS COGNITIVAS DE LOS ESTUDIANTES

Para establecer la relación entre el razonamiento algebraico y las características propias de los estudiantes se iniciará con la descripción los estadios de desarrollo en Jean Piaget, los cuales se encuentran dentro de la psicología evolutiva centrada en el desarrollo o evolución, enfatizando los aspectos relacionados con el aprendizaje y los procesos de cognición de los niños trabajados dentro del C.S.M.S. Project (Concepts in Secondary Mathematics and Science) donde mezclan las pautas de desarrollo general del conocimiento con las acciones relacionada con las matemáticas.

J. Piaget, señala que el desarrollo de la inteligencia de los niños es una adaptación del individuo al mundo que lo rodea. La inteligencia es un proceso que necesita de la maduración del individuo incluyendo el aprendizaje.

Los distintos estadios del desarrollo, son etapas que los niños deben pasar a medida que van creciendo, la rapidez con que las personas pasan por estas etapas es diferente y única.

Se consideran dos de los cuatro estadios de Piaget (1969), en los cuales debieran estar situados los estudiantes de 6º básico según sus edades.

Estadios	Características
Estadio 3 Operaciones concretas (7-11 /12 años)	<p>El niño mejora su capacidad de pensamiento lógico ante los objetos físicos, es capaz de pensar en objetos físicamente ausentes que forman parte de experiencias pasadas, pero no como hipótesis verbales. El pensamiento está limitado a cosas concretas en lugar de ideas.</p> <p>Adquiere reversibilidad que permite invertir mentalmente lo que antes sólo era físico, inclusión lógica, clasificación, ordenamiento y propiedades de objetos.</p> <p>Se vuelve más socio – céntrico, es consciente de la opinión de los demás.</p> <p>Surgen las operaciones básicas de matemáticas.</p>
Estadio 4 Operaciones formales (11/12 - 13/15 años)	<p>Habilidad para pensar más allá de las experiencias concretas. Capacidad de usar nivel lógico, enunciados verbales y proposiciones en vez de solo objetos.</p> <p>Habilidad para pensar teóricamente sobre la consecuencia de los cambios de los objetos.</p> <p>Habilidad para razonar acerca de las variables de un problema.</p> <p>Capacidad para comprender reglas generales y para deducir proposiciones generales conclusiones particulares.</p>

En primer lugar, el pensamiento matemático para los estudiantes menores de diez años o aquellos que aun se encuentren en el pensamiento de operaciones concretas se caracterizan por la necesidad de resolver problemas que concluyan con un número único (clausura), luego para aquellos que han pasado a manejar operaciones formales las matemáticas se desarrollaran a través de sistemas simples

donde manejan un sistema lógico concreto, finalmente el último estadio, los estudiantes están preparados para trabajar con el sistema formal abstracto.

Dentro del álgebra, Collins, descubrió que la capacidad para trabajar con letras dependía de lo que los niños consideraban como real, separándolo en estadios de los cuales utilizaremos 3.

Estadio 2: En la sustitución de letras los alumnos intentan un par de números y si resuelve el problema sacaban conclusiones de lo contrario abandonan, no presentan un concepto de operación inversa y sólo cuenta cuanto le falta para llegar al número deseado.

Estadio 3: los niños consideran la incógnita como la representante de todos los números, aun no manejan el concepto de variable.

Estadio 4: pueden considerar las letras como variable.

En conclusión, el progreso de los estudiantes hacia el razonamiento del álgebra como aritmética generalizada está subordinado a que los estudiantes hayan, de cierta forma, automatizado las operaciones básicas de la aritmética elemental. En otras palabras, el avance hacia las operaciones formales se va a dar si los estudiantes dominan las habilidades del estadio anterior.

2.6. SISTEMA EDUCATIVO CHILENO

El Ministerio de Educación es quien diseña y establece el currículum escolar sugiriendo metodologías propuestas en los planes y programas, mapas de progreso, marco curricular, textos escolares y guía didáctica para el docente. Dentro de estos textos el MINEDUC, sugiere a los docentes en relación al subsector de matemáticas, en el eje de álgebra, lo siguiente:

2.6.1 Marco Curricular: Pretende orientar el proceso de preparación del docente y desarrollar facultades en la asignatura de matemática.

Álgebra:

- Representación de secuencias numéricas, perímetros, áreas y relaciones angulares, mediante expresiones algebraicas.
- Utilización de estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita que representen diversas situaciones de la vida cotidiana.

- Validación de la solución obtenida en la resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita, mediante el análisis del contexto o la sustitución de la incógnita.

Los estudiantes serán capaces de:

- Representar secuencias numéricas, áreas, perímetros y relaciones angulares, mediante expresiones algebraicas y utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar sus soluciones.

2.6.2 Planes de estudio: Estos proponen para el subsector de matemática seis horas pedagógicas.

2.6.3 Programas de estudios de sexto básico: Propone de forma general, planificaciones, recursos didácticos, como enfrentar los errores, aprendizajes esperados para la unidad, ejemplos de ejercicios y evaluaciones; Dentro de ella podemos encontrar:

2.6.3.1 Consideraciones generales para implementar el programa

1-. Uso del lenguaje

Los docentes deben promover el ejercicio de la comunicación oral, la lectura y la escritura como parte constitutiva del trabajo pedagógico correspondiente a cada sector de aprendizaje.

2-. Uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs)

El dominio y uso de estas tecnologías se promueve de manera integrada al trabajo que se realiza al interior de los sectores de aprendizaje. Para esto, se debe procurar que la labor de los estudiantes incluya el uso de las TICs

3-. Atención a la diversidad

El docente debe tomar en cuenta la diversidad entre los estudiantes en términos culturales, sociales, étnicos o religiosos y respecto de estilos de aprendizaje y niveles de conocimiento.

4-. Orientaciones para planificar

La planificación es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para lograr los aprendizajes que se debe alcanzar

5-. Orientaciones para evaluar

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. No se debe usar sólo como un medio para controlar qué saben los estudiantes, sino que cumple un rol central en la promoción y el desarrollo del aprendizaje. Para cumplir efectivamente con esta función, debe tener como objetivos:

- Ser un recurso para medir progreso en el logro de los aprendizajes.

- Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los alumnos y, sobre esta base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados dentro del sector.
- Ser una herramienta útil para la planificación

2.6.3.1 Habilidades de pensamiento matemático: resolver problemas en contextos significativos, formular y verificar conjeturas, en casos particulares y realizar cálculos en forma mental y escrita.

Orientaciones didácticas:

- *Los conceptos matemáticos: integración y profundidad.*

Se pretende que los estudiantes exploren en las ideas matemáticas y entiendan que ellas constituyen un todo y no un fragmento aislado del saber, para lograr este objetivo se recomienda la utilización de material concreto, realización de trabajos prácticos y el apoyo en la tecnología.

- *Uso del contexto.*

Situar las matemáticas en un tiempo histórico. Utilizándolas de manera interdisciplinarias (uso de otras áreas pedagógicas) en hechos o situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes.

- *Razonamiento matemático y resolución de problemas.*

El docente debe mediar los conocimientos entregados para que sean los estudiantes quienes infieran resultados, propiedades y relaciones de los elementos matemáticos trabajados en el aula, con el fin de razonar en vez de actuar de modo mecánico.

- *Uso del error.*

El docente puede aprovechar la equivocación o el uso del error para inducir aprendizajes significativos en los estudiantes, siempre y cuando lo realice de manera constructiva. Se le considera un elemento concreto para trabajar la diversidad en clases permitiendo que todos los estudiantes logren alcanzar los aprendizajes propuestos.

- *Aprendizaje matemático y desarrollo personal.*

Usar las matemáticas para el autoconocimiento, las interacciones sociales y la metacognición, es decir, la manera en que aprenden a razonar sobre el propio razonamiento. Es de suma importancia que el docente realice la retroalimentación puesto que es en esa instancia donde puede reconocer los logros de los estudiantes.

- *Tecnologías digitales y aprendizaje matemático.*

El uso de las tecnologías digitales permite la representación de nociones abstractas a través de modelos experimentales con ideas matemáticas, en donde se puede analizar, entender y estudiar comportamientos de funciones de alta complejidad.

- *Clima y motivación*

El docente debe favorecer un ambiente creativo, en donde los estudiantes formulen, verifiquen o refuten conjeturas respecto a los temas abordados. Debe admitir que el error, la duda y la pregunta son importantes y valiosos para construir un conocimiento.

2.6.3.1.2 Aprendizaje esperado

- Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables.
- Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales y verificar la igualdad.
- Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la vida cotidiana.
- Verificar soluciones de ecuaciones de primer grado con una incógnita obtenidas en la resolución de ellas, mediante sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.

2.6.3.2 UNIDAD 2: Números y álgebra

Propósito:

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita, en el ámbito de los números naturales. El énfasis está puesto en que los alumnos entiendan los conceptos y la búsqueda de procedimientos de solución, en vez de aplicar mecánicamente reglas y procedimientos rutinarios. Se espera que puedan interpretar expresiones algebraicas en contextos diversos, como, los geométricos. De este modo, la unidad propone un trabajo integrado de los ejes de números y álgebra.

Conocimientos previos:

- Múltiplos, factores y divisores de números naturales.
- Descomposición de números naturales por medio de la multiplicación
- Multiplicación y división con números naturales.
- Conjeturar respecto de propiedades de las operaciones con números naturales.
- Resolución de problemas que involucren multiplicaciones y divisiones con números naturales.

Conceptos clave:

Ecuación de primer grado y expresión algebraica.

Contenidos disciplinares:

- Ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Expresiones algebraicas en diversos contextos.

Habilidades:

- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita
- Verificar las soluciones de una ecuación de primer grado con una incógnita

- Representar situaciones numéricas y geométricas, mediante expresiones algebraicas

Actitudes:

- Trabajo en equipo e iniciativa personal para resolver problemas en contextos diversos.

Aprendizajes esperados Se esperan que los estudiantes sean capaces de:	Sugerencias de indicadores de evaluación Cuando los estudiantes han logrado este aprendizaje:
Representar generalizaciones que surjan a partir de relaciones numéricas, utilizando letras como variables.	Escriben y explican la fórmula para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo dado. Traducen situaciones expresadas en lenguaje natural a expresiones algebraicas y viceversa, utilizando letras. Por ejemplo: expresan frases tipo “el triple de un número”, como $3x$. Desarrollan y justifican las ecuaciones con variables que ilustran la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación. Por ejemplo: $a + b = b + a$ o $a \cdot b = b \cdot a$ Representan una regla de un patrón con una simple expresión matemática, como $4d$ o $2n + 1$.
Reconocer ecuaciones de primer grado con una incógnita en el ámbito de los números naturales verificando la igualdad.	Identifican una ecuación de primer grado. Por ejemplo: reconocen $7x+1=15$ como una ecuación de primer grado. Verifican que un número natural es solución de una ecuación de primer grado. Por ejemplo: verifican que el número 2 es solución de la ecuación $7x+1=15$, sustituyendo “x” por 2, y verifican la igualdad.
Utilizar estrategias para resolver ecuaciones de primer grado que son modelos de diversas situaciones de la	Resuelven ecuaciones de primer grado, utilizando distintas estrategias. Por ejemplo: $2x + 3 = 25$ lo escriben como $2x$

vida cotidiana.	+ 3 = 2 · 11 + 3, obteniendo, igualando términos, como solución $x = 11$. Justifican las estrategias utilizadas al resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.
Verificar soluciones de ecuaciones de Primer grado con una incógnita, obtenidas al resolverlas mediante la sustitución de la incógnita o el análisis del contexto.	Comprueban el valor obtenido en la resolución de una ecuación, sustituyendo el valor de la incógnita. Verifican la solución de una ecuación, analizando el contexto.

Aprendizajes esperados en relación con los OFT

Trabajo en equipo e iniciativa personal para resolver problemas en contextos diversos, participa de manera propositiva en actividades grupales, es responsable en la tarea asignada, toma iniciativa en actividades de carácter grupal y propone alternativas de solución a problemas matemáticos en actividades grupales.

Orientaciones didácticas para la unidad

En las expresiones algebraicas, se recomienda diseñar actividades y desafíos que les permitan construir representaciones visuales y dar sentido a los objetos matemáticos. Por lo tanto, es un requisito casi indispensable para esta edad, emplear materiales concretos y representaciones gráficas mediante programas o páginas web con material interactivo.

Para facilitar la comprensión de las ecuaciones de primer grado con una incógnita, se propone determinar el valor desconocido por medio de la igualación de los términos en una ecuación, como estrategia adicional al método tradicional de aplicar la misma operación a ambos lados de la igualdad. De este modo, se intenta evitar que los estudiantes realicen rápidas generalizaciones que conlleven errores conceptuales que después son difíciles de corregir.

2.6.4 Mapas de Progreso: Plantean el nivel de logro en el que se encuentran los estudiantes. Específicamente en el eje de álgebra determina el progreso de la capacidad para utilizar símbolos en la representación de generalidades y el moldeamiento de situaciones y fenómenos así como también el desarrollo de la argumentación matemática.

En el mapa de progreso de álgebra se consideran tres dimensiones que se desarrollan de manera interrelacionada:

Comprensión y uso del lenguaje algebraico: Se refiere a las habilidades para interpretar el significado y escribir expresiones algebraicas haciendo uso de las convenciones del álgebra, representarlas de diversas maneras y usarlas en la designación de números, variables, constantes u otros objetos matemáticos.

Comprensión y uso de relaciones algebraicas: Se refiere a la habilidad para establecer relaciones entre expresiones simbólicas mediante igualdades, ecuaciones, inecuaciones o funciones y a la capacidad para aplicar reglas y procedimientos que permitan transformarlas en expresiones equivalentes.

Razonamiento Matemático: Involucra habilidades relacionadas con el reconocimiento y descripción de regularidades, el modelamiento de situaciones o fenómenos y la argumentación matemática.

Los siete niveles en que se dividen los mapas de progresos son los siguientes:

<p>Nivel 7 sobre saliente</p> 	<p>Interpreta y usa convenciones del álgebra para representar generalizaciones y relaciones entre números, variables, funciones u otros objetos matemáticos estableciendo nuevas representaciones algebraicas de un nivel de abstracción mayor.</p> <p>Muestra autonomía y flexibilidad en la transformación de expresiones simbólicas escribiendo, reconociendo y eligiendo formas equivalentes de distintas representaciones algebraicas.</p> <p>Modela situaciones o fenómenos provenientes de diversos contextos y utiliza argumentos y propiedades matemáticas para demostrar proposiciones.</p>
<p>Nivel 6</p> 	<p>Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones cuadrática y potencia, las caracteriza y representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente.</p> <p>Distingue funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.</p> <p>Representa e interpreta de diversas formas las soluciones de inecuaciones y sistemas de inecuaciones.</p> <p>Resuelve ecuaciones de segundo grado e inecuaciones de primer grado identificando el conjunto al cual pertenecen sus soluciones.</p> <p>Resuelve problemas que pueden ser modelados por medio de las funciones potencia y cuadrática.</p>

	Elabora estrategias de resolución, las desarrolla y justifica usando lenguaje algebraico.
Nivel 5 ↑	<p>Reconoce el tipo de situaciones que modelan las funciones lineal, afín, exponencial, logarítmica y raíz cuadrada, y las representa a través de tablas, gráficos y algebraicamente.</p> <p>Transforma expresiones algebraicas de forma entera y fraccionaria haciendo uso de convenciones del álgebra.</p> <p>Resuelve sistemas de ecuaciones lineales en forma algebraica y gráfica.</p> <p>Resuelve problemas que involucran composición de funciones, modelos lineales y afines o sistemas de ecuaciones lineales.</p> <p>Justifica la pertinencia del modelo aplicado y de las soluciones obtenidas</p>
Nivel 4 ↑	<p>Traduce expresiones desde el lenguaje natural al lenguaje matemático y viceversa.</p> <p>Reduce expresiones algebraicas por medio de la aplicación de propiedades de las operaciones.</p> <p>Resuelve problemas en diferentes contextos que involucran ecuaciones de primer grado con la incógnita en ambos lados de la igualdad, utilizando propiedades y convenciones del álgebra.</p> <p>Reconoce funciones en contextos cotidianos y sus elementos constituyentes, distinguiendo entre variables independientes y dependientes.</p> <p>Resuelve problemas que involucran aplicar el modelo de variación proporcional, explicando la relación entre las variables.</p> <p>Justifica la pertinencia de los procedimientos aplicados aludiendo a la situación que modela.</p>
Nivel 3 ↑	<p>Comprende que en las expresiones algebraicas las letras pueden representar distintos valores de acuerdo al contexto.</p> <p>Reconoce las expresiones algebraicas que representan las propiedades de las operaciones e interpreta expresiones algebraicas que representan la generalización de una operación matemática.</p> <p>Comprende que una misma expresión tiene distintas representaciones algebraicas equivalentes.</p> <p>Resuelve ecuaciones de primer grado donde la incógnita se encuentra a un solo lado de la igualdad, utilizando estrategias informales. Justifica sus soluciones explicitando las estrategias utilizadas.</p>
Nivel 2 ↑	<p>Expresa relaciones de orden utilizando la simbología correspondiente.</p> <p>Determina el valor desconocido en situaciones de multiplicación y división.</p> <p>Identifica, describe y continúa patrones numéricos y geométricos con</p>

	<p>figuras conocidas, mencionando alguna regla que genere la secuencia. Explica las estrategias aplicadas en la determinación de un valor desconocido y justifica la regla elegida para continuar un patrón aludiendo a los términos dados.</p>
<p>Nivel 1</p> <p>↑</p>	<p>Comprende que el signo igual representa una igualdad entre dos expresiones y reconoce que símbolos no numéricos pueden representar valores numéricos.</p> <p>Determina el valor desconocido en situaciones de adición y sustracción. Continúa el desarrollo de patrones numéricos y geométricos, dada la regla que lo genera.</p> <p>Fundamenta su respuesta en la determinación de un valor desconocido aludiendo al concepto de igualdad y da razones de por qué un término numérico pertenece o no a una secuencia refiriéndose a una regla dada.</p>

2.6.5 RECURSOS EVALUATIVOS EN LA GUÍA DOCENTE

En el proceso curricular la evaluación toma un rol central, puesto que es un proceso continuo de observación, monitoreo y la instauración de juicios profesionales sobre el proceso de aprendizaje de los estudiantes a partir de lo observado.

En este proceso, están involucradas tres acciones:

- *Medición* : Se realiza de diversas maneras y con diferentes niveles de estructuración. Este puede ser un proceso de clasificación, de generación de categorías a partir de categorías a partir de lo observado o la comparación de comportamientos observables con categorías o escalas conocidas.
- *Evaluación* : Es la existencia de criterios para la población a la que pertenecen los y las estudiantes, de lo cual se comparan los resultados de la medición emitiendo un juicio entre lo demostrado por los estudiantes y los criterios seleccionados.
- *Calificación* : Es expresar mediante un número que indica la una posición en una escala dada, el resultado de ese juicio.

Con el propósito de monitorear el proceso de su totalidad, se propone la aplicación de tres instancias de evaluación:

- *Evaluación Diagnóstica* : Integrada al inicio de cada unidad, con el fin de identificar los conocimientos previos de los y las estudiantes.
- *Evaluación Formativa* : Se desarrolla durante la unidad y debido a su carácter procesual, permitirá a los estudiantes retroalimentar su desempeño y al docente realizar a tiempo modificaciones necesarias para mejorar los aprendizajes.
- *Evaluación Sumativa* : Entrega información acerca del nivel de logro alcanzado respecto de los aprendizajes esperados al término de la unidad.

2.7 TIPOS DE APRENDIZAJE

Diversos psicólogos tales como Thorndike, Piaget, Bruner, Ausuber entre otros reflejan la naturaleza del aprendizaje cualitativamente en un sólo modelo explicativo, lo cual se refiere a que este cambio, llamado aprendizaje, sea siempre el mismo, independientemente de lo que se esté aprendiendo, pero ¿Cuánta semejanza existe en la clase de cambio representada por el aprendizaje de un niño que aprende a decir su primera palabra y la representada por el aprendizaje del niño, más experimentado, que lee frases impresas?; en este caso hay cambios de capacidad que pueden diferenciarse entre un antes y un después . ¿Pero existe en todos la misma clase de cambios?

Es por eso que existen diversos tipos de aprendizajes, alguno de éstos son “aprendizaje por ensayo y error”, “aprendizaje de discriminación”, “aprendizaje de conceptos”, “aprendizaje de respuesta condicionada”, entre otros. Aunque se busca distinguir cada tipo de los aprendizajes expuestos anteriormente no se toma en cuenta la clase de cambios de capacidad que implica cada uno de estos.

De acuerdo a lo abordado, Ausubel (1978), diferencia los tipos de aprendizaje en el aula de clases de la siguiente manera:

2.7.1 Aprendizaje por recepción comparado con el aprendizaje por descubrimiento:

En el aprendizaje por recepción se le presenta al estudiante el contenido total de lo que aprenderá, en su forma final. En este aprendizaje el estudiante no realiza ningún descubrimiento independiente. Este tipo de aprendizaje no es potencialmente significativo y tampoco convertido, al momento de internalizarlo.

En el aprendizaje por descubrimiento, el contenido principal de lo que va a ser aprendido no se da, sino que debe ser descubierto por el estudiante, es decir, la tarea del estudiante consiste en descubrir algo.

Tales aprendizajes se diferencian en lo siguiente:

En el aprendizaje por descubrimiento el estudiante debe arreglar de nuevo la información, integrarla con la estructura cognoscitiva preexistente, y reorganizar o transformar la combinación integrada de manera que genere el producto final deseado o se descubra la relación de medios que hacían falta para la creación de un nuevo conocimiento. Después de realizado el aprendizaje por descubrimiento el contenido descubierto se hace significativo, en gran parte, de la misma manera que el contenido presentado se hace significativo en el aprendizaje por recepción. (Ausubel, 1978 pp.40).

2.7.2 Aprendizaje significativo comparado al aprendizaje por repetición

Los aprendizajes recientemente expuestos (recepción- descubrimiento), no son sinónimos de las dimensiones significativo-repetitivas, como es de costumbre confundir. Sin embargo, se afirma que ambos aprendizajes pueden ser o repetitivos o significativos, según las condiciones en que suceda el aprendizaje. “En ambos casos existe un aprendizaje significativo si la tarea de aprendizaje puede relacionarse, de modo no arbitrario, con lo que el estudiante ya sabe y si éste adopta la actitud hacia el tipo de aprendizaje correspondiente para hacerlo así.”(Ausubel, P. 1978, pp. 40-41).

El aprendizaje por repetición, se da cuando la tarea de aprendizaje consta sólo de asociaciones arbitrarias; si el estudiante carece de conocimientos previos que vengan al caso y necesarios para hacer que la tarea de aprendizaje sea potencialmente significativa, y también si el estudiante adopta la actitud de simplemente internalizarlo de modo arbitrario y al pie de la letra.

En muchos casos los docentes prefieren establecer respuestas estimuladas que respuestas pertinentes en el que exista cierta reflexión de parte del estudiante de lo que realmente está sucediendo en el proceso de resolución de un problema.

Debemos recordar que el aprendizaje “consiste en establecer y mantener las asociaciones o vínculos entre los estímulos y las respuestas estipuladas y que estos vínculos o asociaciones se estampan en la mente por repetición, como si de arraigar un hábito se tratara” (Díaz,J.1990; pp. 90) al establecer una mirada bajo la teoría conductista y en el caso de la mirada cognitiva debemos rescatar que corresponde a

“un proceso constructivo interno (...) que apoya en la actividad cognitiva del sujeto para reorganizar y ampliar el conocimiento previo. (Díaz, J.1990; pp. 94)

Se considera además que la memorización, en el caso anterior, corresponde en fijar o estampar aquel conocimiento que se está incorporando siendo parte del sujeto y recordado.

Retomando lo ya mencionado, se reconoce que aquellos rasgos cognitivos que establecen los estudiantes se producen y desarrollan de forma individual por ser un proceso interiorizado en cada uno de ellos permitiendo la estructuración y formulación de la información a medida que transcurre el tiempo. Sin olvidar que se va complementando con los conceptos, interpretaciones, resoluciones de la información previa, apoyada por el mismo entorno próximo y que de cierta forma son captados por distintos medios físicos tales como la visión (visual), oído (auditivos), entre otros, que se van complementando con aquellos rasgos afectivos y fisiológicos que el sujeto posee y que de una u otra forma lo va motivando. Rico, L. Plantea que “el conocimiento matemático no se considera aislado del medio cultural, ni de los intereses y la afectividad del niño”.

2.8 CARACTERÍSTICAS DEL PROFESOR

La dinámica de toda acción educativa está basada en la intercalación entre los contenidos de aprendizaje, los alumnos con sus estructuras internas entendidas como costumbres, sentimientos, experiencias, lenguaje, relaciones etcétera y el docente con su propia estructura como lo son sus conocimientos, competencias sociales, visión del entorno etcétera.



Parece evidente que es el docente quien debe constituir una de las variables más importantes del proceso de aprendizaje, ya sea desde el punto de vista cognoscitivo, desde la organización de la materia en estudio o de la comunicación con los alumnos, la cual permitirá mediar los conocimientos a formas que se adecuen al grado de madurez cognoscitivo y de experiencia en la materia.

De acuerdo a esto, existen diversos puntos que caracterizan a los docentes, los cuales se desglosarán a continuación:

2.8.1 El rol docente

Es importante comprender las características de los docentes considerando los diversos roles que desempeñan en nuestra cultura. Las funciones profesionales de los educadores se conciben como las competencias propias en la acción de enseñar, que al estar al servicio de una colectividad, configuran sus sentidos y valores en las instituciones educativas.

Los docentes dominan las capacidades y habilidades propias de su carrera, cuyas competencias personales, académicas, profesionales y sociales están en constante aprendizaje dentro de los distintos contextos en donde un profesional desempeña su labor.

En las palabras de Gómez podemos decir que el profesor es el trasmisor social el cual vierte el conocimiento establecido en los recursos curriculares, en la cabeza de los niños en el que se escribe como si de una pizarra tratara. Entendiendo que el docente posee una mirada conductista y en el caso contrario bajo una visión cognitiva se dirige a que se debe:

“diseñar y proporcionar situaciones de aprendizaje sugerente que provoquen la actividad, que sean significativas, que se acerquen a la manera real de aprender del niño, que se adapten a sus necesidades individuales y que, aprovechando su conocimiento informal, le ayuden a superar los obstáculos que se le presentan en la construcción del conocimiento”. (Díaz J., 1990; pp. 99).

2.8.2 Capacidades cognoscitivas

En primera instancia parecería que la inteligencia de los docentes debiera estar muy relacionada con el éxito en la enseñanza, sin embargo la inteligencia de tales puede no estar relacionada relevantemente con los resultados de aprendizajes de los estudiantes, lo cual define que el grado y la calidad de la preparación académica de los docentes no se refleja siempre en los resultados que obtengan los alumnos. (Ausubel, 1978).

La retroalimentación eficaz depende de la claridad y facilidad de la expresión del profesor, lo cual si se relaciona con el aprendizaje de los estudiantes, el cual se transforma en significativo cuando un docente se maneja de esa forma.

2.8.3 Estilo de enseñar

Es difícil comprender y hablar de estilos de enseñanza, puesto que cada docente posee uno distinto, lo cual se refleja en el aula. Los estilos de enseñar varían, ya que cada docente como se mencionó anteriormente posee una personalidad distinta,

esto se ve reflejado en el ejemplo de que lo que rinde buenos resultados para un maestro puede ser completamente ineficaz para otro, por consiguiente, el profesor debiera adaptar su estilo de enseñanza a las fuerzas y debilidades de sus antecedentes, de su personalidad y de su preparación.

Según el contexto y las características de los estudiantes el docente deberá adaptar sus estilos de enseñanza, puesto que según las experiencias, nivel cognitivo y cultural, socioeconómico de los alumnos, el profesor acogerá conocimientos del contexto de los alumnos para la realización de su clase.

A partir de lo anterior, se rescata en las palabras de Gómez, que el docente debe conseguir que los estudiantes atiendan, a la vez de controlar los tiempos de trabajo, los ejercicios que hace y tiene por ultimo decidir cuándo debe pasar a la tarea siguiente. Aterrizando las características del docente al profesor de matemática, debemos rescatar que se ha producido una evolución de la forma en que desempeña su labor. Al comienzo su función era meramente instructiva en la que debía inculcar a la memorización de hechos y a la ejercitación de destrezas, esto en las palabra de Rico. Hoy en día la función es “ampliar el campo del aprendizaje hasta integrar el dominio de las estructuras conceptuales, ricas en relaciones, con procedimientos y estrategias que dan lugar a la creatividad, intuición y pensamiento divergente” en los estudiantes (Díaz J. 1990; pp. 13)

El concepto de educador matemático se debe considerar que corresponde a un profesional titulado que enseña su materia con la finalidad de dar una entrega completa de conocimientos nuevos o desconocidos a un sujeto que se está formando, y que de cierta forma en un futuro próximo permitirle a este sujeto poder insertarse y relacionarse con un contexto cercano.

Según Davis, citado por Gómez (1990):

“Debemos identificar primero que debe existir un proceso claro, coherente y comprensible para los estudiantes en que cada uno pueda ir desarrollando un proceso de construcción acorde a sus características cognitivas por otro lado se identifica además que al plantearse un concepto nuevo este no sufra complicaciones de incorporarlo en los estudiantes en que el apoyo de herramientas sea fundamental y que permitan un logro completo en su estudio”.

2.8.4 Instaurar situaciones didácticas:

En el interior de las aulas los docentes deben establecer “relaciones explícitas y/o implícitamente establecidos entre un alumno o un grupo de alumnos, algún

entorno (incluyendo instrumentos o materiales) y el profesor con el fin de permitir a los alumnos aprender, es decir reconstruir, algún conocimiento”. (Godino, 2003; pp. 133). De cierta forma obtendremos a partir de esta relación mejores resultados, ya que el estudiante relacionará distintos elementos que le influyen directamente a él tanto directa como indirectamente. Entre mayor relación tenga el estudiante con “el todo” mejores serán las respuestas y estímulos que producirá el estudiante.

Profundizando en aquellos docentes que imparten el subsector de matemáticas, consideramos que cada uno de ellos presenta la elección de aquellas metodologías que implementan al interior de la sala de clases, es por ello que Bernardo Gómez (1990; pp. 60) plantea que se producen *desdenes*, *desavenencias* y *anclajes* en el momento de reconocer la metodología docente ya que:

1. Muchos no toman en consideración la teoría como tal en especial cuando se produce cierto cuestionamiento docente. En muchos de los casos se hacen selecciones particulares en que por preferencia se quedan con aquellas documentaciones que si han sido consideradas y validadas en otros casos consideran que existen modificaciones que de cierta forma no favorecen aquel aprendizaje de cada uno.
2. Respecto a aquella conexión de aquellas autoridades que representan al educador no poseen concordancia con aquellas ocurrencias que se producen al interior de las aulas por tanto muchos de aquellos proyectos que se establecen no son considerados por el educador ya que no se ajustan a aquella realidad que produce por aquellas limitaciones que se relacionan ejemplo de ello es el contexto en el que se encuentran insertos muchos de los casos existe una escasez económica que perjudica los procesos.
3. Existen elecciones de aquellos elementos que se consideran como antiguos por aquella fidelidad y validez que poseen sin ninguna intervención de parte de algún otro sujeto.

2.9 ASPECTOS IMPORTANTES DEL MARCO PARA LA BUENA ENSEÑANZA

De acuerdo a las características que presenta el marco para la buena enseñanza, menciona que los docentes para lograr la buena enseñanza estos se deben involucrar como personas en la tarea, incluyendo todas sus capacidades y valores.

El marco reconoce lo complejo que es el proceso de enseñanza y aprendizaje y los diversos contextos culturales en que estos ocurren. Lo que este documento pretende y busca es representar las responsabilidades de un profesor en el desarrollo de su trabajo, que se asumen tanto las del aula como la escuela, por lo tanto este pretende ser un guía para contribuir al mejoramiento de la enseñanza.

El marco para la buena enseñanza desarrolla cuatro dominios que representan el ciclo del proceso de enseñanza aprendizaje. Cada uno de estos dominios (A, B, C, D) hace referencia a un aspecto distinto de la enseñanza, especialmente sobre la propia práctica docente, necesaria para retroalimentar y enriquecer el proceso.

En primer lugar se encuentra el Dominio A: *Preparación de la enseñanza*, quien hace alusión a la disciplina que enseña el profesor y a las competencias pedagógicas necesarias para organizar el proceso de enseñanza.

En segundo lugar se ubica e Dominio B: *Creación de un ambiente propicio para el aprendizaje*, donde se hace mención al entorno del aprendizaje, refiriéndose al ambiente y clima que genera el docente en los que tiene lugar el proceso de enseñanza aprendizaje.

En seguida se presenta el Dominio C: *Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes*, donde se señalan los aspectos que involucran el proceso de enseñanza y que posibilita e compromiso real de los estudiantes con sus aprendizajes.

Por último se muestra el Dominio D: *Responsabilidades profesionales*, las cuales mencionan las responsabilidades profesionales del docente, la cuales aluden al compromiso de contribuir a que todos los estudiantes aprendan.

2.10 MÉTODO KUMÓN

En la actualidad la tecnología avanza a pasos agigantados, y no es más que por un asunto de mera necesidad. Por este mismo motivo surgen año tras año nuevas metodologías que mantienen activos a los docentes en su formación profesional y académica, a modo de capacitarlos para enfrentar estos ágiles cambios.

Cada didáctica y método creado nace a partir de la necesidad de mejorar la calidad de la enseñanza y así lograr el aprendizaje esperado en la totalidad de los estudiantes.

Es por eso que de acuerdo a Castillo, T. (1995) en cada nueva metodología se ve un progresivo cambio de la enseñanza expositiva y pasiva a la enseñanza activa, dirigida a la indagación y descubrimiento. Sin embargo, la enseñanza expositiva sigue siendo la más común en las aulas, por la sencilla razón de tener que entregar los contenidos apresuradamente para que los estudiantes rindan sus exámenes y pasen de curso, por lo que encontramos en los establecimientos docentes que no poseen el tiempo necesario para invertir en aprender nuevas técnicas, entregando a los estudiantes definiciones, términos, fórmulas y estrategias de resolución a ejercicios y problemas listos, evitando que sean ellos quienes piensen, discutan, indaguen y descubran la propia solución.

Este autor hace una propuesta interesante, enfocada a motivar a los estudiantes a aprender matemática y al mismo tiempo ayudar a la comprensión, retención, transferencia de información, donde al iniciar el estudio de un nuevo tema el docente presenta una situación problemática. Se entiende entonces, “que se propone que el alumno explore una situación concreta o abstracta, que por su presentación viene a ser un desafío a su poder de discernimiento o de invención, las ideas se van clarificando, algunos factores aparecen como importantes o imprescindibles, mientras que otros se van dejando de lado.”

Todas las observaciones realizadas por el autor, se ven aplicadas también en el eje de álgebra donde se ha captado diversas dificultades, por parte del aprendizaje de los alumnos y la enseñanza en docentes, considerando que existen vacíos en contenidos esenciales en el área de aritmética.

Es también por necesidad que Toru Kumón, en el año 1954 implementó un método para hacer estudiar a su hijo de forma que desarrollase al máximo su potencial. De esta manera, creó un material didáctico auto-instructivo para que su hijo estudiara sin depender de nadie y lo orientó según su propio ritmo de aprendizaje.

Hoy en día el Método Kumón, es uno de los sistemas de aprendizaje de matemáticas que involucra la repetición de ejercicios básicos de matemáticas que gradualmente se hacen más complejos hasta que el estudiante alcance un nivel avanzado de destreza. El propósito más importante de este método es el de sentar las bases del aprendizaje en aquellas áreas que proporcionan un alto nivel de autoconfianza al estudiante y la habilidad de aprender por él mismo.

Como ya se mencionó, durante el desarrollo de esta investigación, uno de los tantos factores que dificultan el aprendizaje del álgebra es la poca confianza que se tienen los estudiantes, lo que conlleva a hacerlos sentir incapacitados de realizar

alguna operación matemática. De esta forma, el autor Toru Kumón plantea que si el estudiante aplica en su vida y en el estudio el método podrá superar todas aquellas inseguridades y frustraciones que aparecen cuando se enfrenta a los números.

En teoría la metodología Kumón se trabaja con veintiún niveles que comprenden desde el 7A al O, y abarca contenidos que van desde la noción de cantidad y secuencia numérica (nivel pre-escolar) hasta los derivados e integrales (nivel universitario). El objetivo de este método es llegar finalmente a estudiar los contenidos de enseñanza media con facilidad y propiedad.

Pues bien, el nivel que compete a este proyecto de investigación es aquel que aborda el área de “álgebra básica y ecuaciones” pertenecientes al grupo de niveles G, H e I. Este nuevo contenido se inicia teniendo como base la aritmética estudiada hasta el nivel F, donde el estudiante desarrollará las habilidades de los contenidos introductorios de álgebra (operaciones con números relativos, simplificación de expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones de 1er grado). Posteriormente, el estudiante trabajará con expresiones algebraicas, ecuaciones literales, sistemas lineales con hasta cuatro incógnitas, inecuaciones, gráficos de funciones lineales y operaciones con monomios y polinomios. Finalmente, para cerrar el grupo, el alumno aumentará sus habilidades algebraicas para dominar las operaciones con polinomios, factorización, ecuaciones y funciones cuadráticas.

Es necesario reiterar que Kumón, es un método que se aplica como una técnica de reforzamiento a estudiantes con dificultad en su personalidad y seguridad en el ámbito de la matemática. Si bien, es posible adquirir y trabajar con Kumón de forma particular, también hay colegios que han realizado una gran inversión en capacitar al profesorado de los establecimientos en este innovador método que por lo demás crea muy buenos hábitos debido a su sistematizado régimen de estudio.

Kumón está orientado para que el estudiante trabaje según su propio ritmo de aprendizaje, y como bien ya sabemos de antiguas fuentes de investigación, los seres humanos no poseen el mismo nivel de aprendizaje. Se puede observar claramente esta situación en una sala de clases donde nos encontraremos con al menos treinta estudiantes, todos con mentes estimuladas de formas diversas.

Es muy diferente trabajar esta metodología individualmente con un estudiante, a tener implementado el método en un establecimiento, donde por cada aula existen entre 30 y 40 alumnos. En ese caso, el docente enseña el contenido a todos por igual, donde luego los ejercicios implementados por Kumón, son entregados a los estudiantes como refuerzo que deberán realizar en sus hogares. Esta situación trae consigo consecuencias positivas en los estudiantes, ya que se

ven obligados a crear un horario y un hábito de estudio y a la vez realizan un trabajo sistematizado donde refuerzan la concentración. A medida que el alumno adquiere nuevas habilidades se le facilitan ejercicios de más dificultad.

2.11 METODO SINGAPUR

En Singapur se ha implementado un nuevo método Matemático para trabajar con estudiantes de educación básica. Actualmente se aplica en Chile adaptada a las exigencias del programa oficial del MINEDUC.

Este nuevo método refuerza conceptos matemáticos y posee características que responden a las necesidades de educadores, estudiantes y padres.

- Presenta conceptos de manera fácil y atractiva donde permite que el alumno tenga una comprensión y evaluación inmediata.
- A través de trabajos y aprendizajes en grupo refuerzan las habilidades, conceptos y estrategias de resolución de problemas.
- Aplican los conocimientos adquiridos en actividades de investigación.
- Invita a realizar actividades utilizando tecnología.
- Reta a los alumnos a resolver preguntas no rutinarias junto a actividades de auto reflexión.

Durante las clases el cuaderno de trabajo y el libro del alumno permiten la ejecución práctica de la clase, la evaluación, desarrollo de resolución de problemas y habilidades de pensamiento.

De acuerdo al Enfoque Metodológico de este innovador método, existen tres dominios:

- *Concreto*: Se indagan los conceptos matemáticos a través de material manipulable.
- *Pictórico*: Los estudiantes llevan a un problema que los ayuda a visualizar y resolver los dibujos de un modelo ilustrado o pictórico para representar las cantidades matemáticas (conocidas y desconocidas) y sus relaciones parte-entero.
- *Abstracto*: A través de experiencias pictóricas y concretas los estudiantes estructuran algoritmos utilizando signos y símbolos matemáticos.

La metodología de la Matemática Singapur posee una estructura de la base matemática donde el centro de este es la "Resolución de Problemas" es el centro del aprendizaje matemático. La cual trae consigo cinco piezas importantes que arman este método.

• Actitudes	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Convicción. ✓ Interés. ✓ Apreciación. ✓ Confianza. ✓ Perseverancia.
• Habilidades	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Cálculo Numérico. ✓ Manejo algebraico. ✓ Visualización espacial. ✓ Análisis de datos. ✓ Medición. ✓ Uso de herramientas matemáticas. ✓ Estimación.
• Conceptos	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Numérico. ✓ Algebraico. ✓ Geométrico. ✓ Estadístico. ✓ Probabilidades. ✓ Analítico.
• Procesos	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Razonamientos, comunicación y conexiones. ✓ Habilidades de pensamiento y método de investigación. ✓ Aplicación y Modelamiento.
• Metacognición	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Monitoreo del pensamiento propio. ✓ Auto regulación del aprendizaje.

2.12 DIDACTICA KLEIN

En la búsqueda de una mejor calidad de enseñanza y aprendizaje de la matemática, Félix Klein, matemático alemán (1849-1925), fue el inspirador del actual Grupo Klein, quienes plantean una interesante propuesta didáctica empleada para trabajar con estudiantes de enseñanza básica.

Esta propuesta está construida sobre la base de tres ejes: la didáctica de las matemáticas, la informática educativa y las experiencias desarrolladas y experimentadas a partir de la estrategia LEM – Matemática.

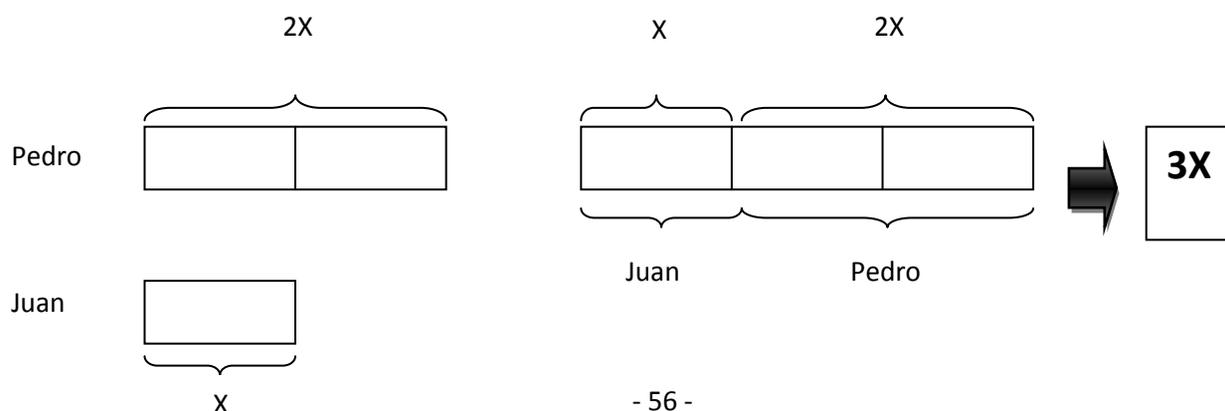
El Grupo Klein considera que para aprender matemática sus estudiantes deben participar activamente durante el desarrollo del proceso, es decir, “se aprende matemática haciendo matemática”. Para que esto pueda ser posible, el rol del docente en cuanto a la conducción del proceso de enseñanza - aprendizaje de sus estudiantes es fundamental. Al docente le corresponde generar las condiciones necesarias en el aula para que los alumnos se involucren y se sientan desafiados para abordar los problemas planteados, exploren en la búsqueda de estrategias para resolverlos, además de estimularlos para que justifiquen sus respuestas, dando espacio a nuevas estrategias, donde ellos puedan evaluar cuál de ellas es la más eficaz para resolver los problemas. Para todo esto, el docente debe tener un muy buen dominio del contenido involucrado y comprender la intención didáctica de las actividades propuestas, para tratarlas de manera flexible de acuerdo a la realidad de sus estudiantes.

En esta investigación el interés está dado por el cómo se aborda en esta innovadora propuesta pedagógica, el contenido de álgebra tomando en cuenta que existe un brusco cambio de la aritmética al álgebra.

Pues bien, el eje de álgebra se afronta aplicando las características que ya se han mencionado, agregando a ello la utilización de esquemas que hacen innecesario el uso de incógnitas (X , Y u otras). Un ejercicio común que se utiliza para introducir a los estudiantes en el enseñar es:

*Pedro tiene una cantidad de dinero que es el doble del dinero que tiene Juan
¿Cuánto dinero tienen entre los dos?*

Si pedimos resolver este problema a un docente que no tiene conocimiento alguno de esta nueva didáctica, casi un 70% de ellos no logra desarrollarlo, porque inmediatamente vuelve atrás, intentando recordar “¿qué tipo de operación se debe hacer en estos casos?” impidiendo concentrarse en comprender el problema que debe resolver. Sin embargo, este mismo problema se presentó en un curso de enseñanza básica y ocurrió lo siguiente:



La razón por la que se obtuvo tan diversos resultados, corresponde a la amplia brecha generacional que existe en el desarrollo y escasa aplicación de las didácticas en matemática, lo que da como resultado mentes estructuradas. Si se enfrentan a un problema donde se deba espejar una incógnita, de inmediato pensarán en una ecuación, limitándose a encontrar estrategias diferentes para su desarrollo. De distinto modo, se le presentó el mismo problema a un estudiante que no tiene conocimiento de ecuaciones y lo más probable será que si pueda desarrollarla pero a través de esquemas o dibujos. Esto ocurre porque los estudiantes de hoy aun no tienen su mente moldeada a un sistema si no que tiene su mente abierta a descubrir nuevas ideas y propuestas.

A modo de síntesis podemos decir que el Método Kumón si bien beneficia al estudiante por su sistematizado estudio, creando hábitos, aumento de su concentración y avance en el contenido según su propio ritmo de aprendizaje de acuerdo a niveles, requiere una capacitación por parte de los docentes que deseen aplicarlo, puesto que al ser demasiado estructurado no puede ser aplicado por cualquier persona. El proceso de enseñanza, método o didáctica utilizada en establecimientos donde se ha empleado el método, es a través de clases expositivas, tal como lo plantea Castillo T. (1995) en su artículo "La Matemática: su enseñanza y aprendizaje". La metodología Kumón ha tenido muy buena aceptación en el país pero hay que aclarar que un "Método" se define como un modo de hacer las cosas a través de hábitos o costumbres y Kumón trabaja con la repetición de ejercicios de forma sistematizada y estructurada sin emplear nuevas estrategias para enseñar el contenido. Sin embargo; en este capítulo de la investigación este método se contrapone con una propuesta didáctica, entendiendo como didáctica el arte propio y adecuado para enseñar o instruir. Y es así como el Grupo Klein forma a sus estudiantes, con incentivos y motivaciones a través de desafíos, donde son los mismos estudiantes los protagonistas de su propio aprendizaje, al igual que método Singapur, teniendo estas las mismas bases y fuentes de estudio e información.

Los métodos y didácticas que se han presentado han tomado una muy buena ubicación en la educación chilena, teniendo una muy buena aceptación y excelentes resultados en los establecimientos en que se han aplicado. Pero aun así son métodos y didácticas que aun no se han hecho populares.

CAPÍTULO III
“Marco metodológico”

3.1 INTRODUCCIÓN

Este proyecto de investigación pretende develar la forma en que los docentes enfrentan las principales dificultades que presentan los estudiantes de sexto año básico de un contexto social determinado en relación al subsector de matemática al momento de comenzar los aprendizajes algebraicos propiamente tales. En este capítulo se mostrarán los diferentes tópicos que responden al objetivo recién planteado.

Se inicia el capítulo describiendo el universo y la muestra seleccionada, a modo de contextualizar el sujeto y objeto de estudio.

Luego se presenta la fundamentación y descripción del diseño escogido para la investigación, con el fin de indagar de forma dirigida sobre el sujeto de estudio, en este caso dos docentes del establecimiento Cadete Arturo Prat Chacón.

A modo de adentrarse en el análisis, se encuentra la fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos de recolección de información, con el fin de alcanzar el objetivo propuesto en la investigación, En este apartado se muestran los instrumentos de recolección de datos, tales como: observaciones reiteradas de los sucesos, cintas de audio y la entrevista realizada al profesor.

Para comprender y relacionar la recolección de información, se continúa con el análisis de estos, el cual pretende estudiar la información recabada a través de los instrumentos recién mencionados.

Al finalizar ese capítulo se encontrará la conclusión de los análisis recabados, manifestando que el desenlace de la investigación da un vuelco, puesto que por diversos factores que se explican en este punto, se vislumbra que la investigación no posee una relación con el objetivo de estudio.

3.2 UNIVERSO Y MUESTRA

“En el proceso cualitativo, la muestra es un grupo de personas, eventos, sucesos, comunidades, etcéteras sobre el cual se habrán de recolectar los datos, sin que necesariamente sea representativo del universo o población que se estudia.” (Hernández, Fernández, Baptista, 2006).

Considerando lo que mencionan los autores respecto a la selección de la muestra en una investigación cualitativa, seleccionamos una muestra inicial, previa a una primera inmersión en el contexto seleccionado, bajo el criterio de la muestra homogénea. “En éstas las unidades a seleccionar poseen un mismo perfil o

características, o bien, comparten rasgos similares. Su propósito es centrarse en el tema a investigar o resaltar las situaciones, procesos o episodios en un grupo social” (Hernández, et al 2006).

El tipo de muestra seleccionada es por oportunidad, puesto que se presentó de manera fortuita ya que dos de los investigadores realizaban su práctica profesional en el establecimiento, dado que el universo escogido con anterioridad presentó dificultades al momento de llevar a cabo la investigación.

La muestra está constituida por dos docentes pertenecientes a un mismo establecimiento, del subsector de matemática del nivel NB4 de jornadas diferentes, los cuales serán contrastados dentro del mismo contexto. Ambos docentes actualmente ejercen su docencia en el Colegio Cadete Arturo Prat Chacón.

Felipe Ureta, quien pertenece a la jornada de la mañana se encuentra, en la actualidad, cursando un pos título en matemática en la USACH, conjuntamente titulado hace un año en Educación General Básica con Mención en Trastornos del aprendizaje.

Manuel Manríquez, docente perteneciente a la jornada de la tarde, con trece años de experiencia en la docencia en diversos establecimientos. Titulado en Pedagogía General Básica y posteriormente realizo un pos título en matemática.

El universo de estudio será la Escuela Cadete Arturo Prat.

3.3 FUNDAMENTACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL DISEÑO

Debido a las características y al objetivo de esta investigación se ha escogido el enfoque cualitativo, el cual aborda la vida del sujeto de estudio, sus historias o comportamientos y el contexto social y cultural donde se encuentra. Se considera a éste como un proceso activo, sistemático y riguroso, pero flexible debido a que la investigación puede cambiar de acuerdo a lo encontrado en el campo investigativo, puesto que se debe investigar de manera dirigida al momento de estar en el campo de estudio. (Sandín, 2003).

Es por eso que se ha escogido este tipo de investigación, ya que guiados por esta metodología, el principal enfoque será desde el contexto que rodea a la institución seleccionada captar las experiencias y significados de uno o más casos particulares sin ánimo de plantear generalizaciones respecto al tema y nivel en cuestión, sino más bien tomar en cuenta todo lo descrito anteriormente.

Para respaldar lo antes mencionado se cita a Sandín (2003), de su texto “Investigación cualitativa de la educación”

Una característica fundamental de los estudios cualitativos es su atención al contexto; la experiencia humana se perfila y tiene lugar en contextos particulares, de manera que los acontecimientos y fenómenos no pueden ser comprendidos adecuadamente si son separados de aquellos.

Los contextos de investigación son naturales y no contruados ni modificados. El investigador cualitativo focaliza su atención en ambientes naturales. Busca respuesta a sus cuestiones en el mundo real. (Sandín, 2003, pp. 125)

El rol principal que vamos a tener como investigadoras será extraer cada una de las prácticas vividas dentro de un aula determinada, con el fin de reflexionar e interpretar el fenómeno propio de su contexto a través de un procedimiento inductivo, considerando que esta realidad puede verse influenciada por nuestra presencia.

La intervención que se llevará a cabo dentro de este contexto en particular, estará determinada por propósitos tácticos tales como; la reconstrucción de conceptos y hechos de una situación dada, profundizando en una situación en particular, tratando de describir y comprender cómo las personas realizan acciones significativas y cómo van creando su propio mundo a través de las descripciones en profundidad.

El diseño seleccionado para realizar esta investigación es el de estudio de caso, puesto que al caracterizar a éste como “un examen intensivo y en profundidad de diversos aspectos de un mismo fenómeno” (Pérez, Serrano; 2008), es decir, que considera un fenómeno determinado y al inspeccionarlo paulatinamente, se aproxima al objetivo de nuestra investigación el profesor del cual observaremos, comprenderemos y analizaremos el significado de una experiencia educativa en álgebra, la que presente a un grupo determinado de estudiantes que componen una unidad individual, correspondiente al sexto año básico de la escuela Cadete Arturo Prat.

El estudio de casos maneja esencialmente procedimientos abiertos, adaptables y flexibles, es por esto que utilizaremos instrumentos de recolección de datos tales como; una entrevista semi-estructurada con preguntas abiertas realizadas al profesor, la cual nos permitirá recoger aspectos previamente detectados en el campo de las relaciones humanas, específicamente las creencias y perspectivas del docente en el aula. También se realizaran observaciones directas no participativas para posteriormente analizar grupalmente a través de las transcripciones de éstas en conjunto con la entrevista realizada al profesor,

permitiendo así la extracción de conclusiones del fenómeno expuesto que alude a las estrategias o metodologías que utilizan los docentes para enfrentar las dificultades, obstáculos y errores del paso de la aritmética al álgebra de estudiantes de 6º básico de la escuela Cadete Arturo Prat.

Según Pérez Serrano, en el estudio de caso como modalidad de investigación educativa, existen fundamentos del método del caso, éstos son los siguientes:

“Una situación concreta que sea auténtica y quede representada en su totalidad (sin amputaciones ni artificios). Esta situación es válida y, por eso mismo, representativa del campo de aplicación de leyes de las ciencias humanas, puesto que esas leyes son el juego de las interrelaciones y de las dinámicas de la situación. Nada es meramente aleatorio, fortuito o contingente. Todo lo que sucede es significativo. El trabajo del que se dedica a las relaciones humanas consiste en comprender lo que sucede efectivamente, es decir, de qué manera los hechos y los acontecimientos están en función los unos de los otros. (Pérez, Serrano 2008; pág. 88).

Se puede afirmar que:

1. El análisis de un caso concreto auténtico, aun en su particularidad es un camino seguro para las leyes generales del dominio estimado.
2. Comprender no significa buscar causas profundas, sino más bien consiste en poner en relación los datos actuales de una situación, captar la configuración y evolución de ésta, encontrando la significación de los datos por la posición en la que se ubican en el campo situacional.
3. Luego del análisis de un caso es indispensable y pedagógicamente esencial la conceptualización, significando que los participantes deben expresar señaladamente las ideas generales o los conceptos claves que resultan del estudio de casos.

El estudio de casos consta de principales etapas para la realización de éste, explicitadas a continuación:

- Etapa inicial: El investigador debe familiarizarse con la naturaleza, así también con el objeto de estudio. En esta etapa se orienta hacia el logro del conocimiento básico del fenómeno de estudio, tomando en cuenta los puntos fundamentales y las problemáticas implicadas en el mismo.

- Segunda etapa: Es la obtenida de datos a través de diversos medios o instrumentos que permiten la recolección.
- Tercera etapa: Se refiere al análisis de los datos que se han recogido, es en esta instancia donde se coordina la información adquirida, tomando en cuenta la conceptualización y la observación e todas las etapas del proceso de investigación.

Esta investigación tendrá un alcance considerado interpretativo, el cual pretende comprender el significado de la acción educativa y descubrir patrones propios del contexto. Desarrollar nuevos conceptos o re-elaborar los ya existentes, clasificar y comprender la complejidad de las experiencias.

Se ha seleccionado este alcance para este proyecto de investigación porque posterior a la recogida de información se debe realizar un análisis interpretativo de dicha información y así poder llegar a establecer las conclusiones donde se establezca la relación entre los conceptos teóricos del área de álgebra y los procesos cognitivos de los estudiantes frente a la problemática que se genera desde el paso de la aritmética a los conceptos algebraicos, en una realidad específica y particular.

3.4 FUNDAMENTACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Las técnicas de recolección de datos utilizadas en esta investigación serán: la observación reiterada de los sucesos, con el apoyo de la grabación de las clases (y transcripción de la misma) y la entrevista semiestructurada realizada a los profesores protagonistas de esta investigación. Como investigadoras no solamente observaremos y tomaremos notas de los sucesos sino que trataremos de adentrarnos en cada una de las situaciones manteniendo un rol activo y de reflexión permanente, considerando los detalles de las interacciones dadas en ese momento. Además se tomará en cuenta los conocimientos y experiencias previas que puedan enriquecer la obtención de información relevante al tema de investigación que puedan brindar los docentes.

Los instrumentos fueron diseñados en función de alcanzar al objetivo principal de la investigación. En la entrevista, se pretende identificar las principales concepciones que posee el docente respecto a su práctica en el aula y sus propios conocimientos sobre el tema en cuestión. Con la pauta de observación y la transcripción de la clase se podrá contrastar las ideas que tiene el docente frente a lo que realmente ocurre en el aula.

Para ello se diseñó una entrevista y una pauta de observación los cuales fueron aprobados por expertos en el tema; Sra. Raquel Flores, profesora básica, doctora en educación y coordinadora de prácticas profesionales de la universidad Cardenal Raúl Silva Henríquez y la Sra. María Eugenia Puyol, profesora de matemáticas magíster en matemáticas, magíster en pedagogía universitaria y profesora adjunta de escuela de educación inicial.

3.4.1 MODELOS DE INSTRUMENTOS A EMPLEAR

3.4.1.1 Instrumento N° 1: Entrevista semi estructurada

Entrevistado (a):	Hora de Inicio:
Entrevistador (a):	Hora de término:

Objetivo del Instrumento

Indagar, analizar y develar, la manera que los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago.

1. ¿En qué universidad estudio y cuantos años de servicio lleva en la docencia?
2. ¿Cuál es su título profesional?
3. ¿En cuántos establecimientos ha trabajado?
4. ¿En este establecimiento, desde cuándo ejerce?
5. ¿Qué opina respecto de los recursos curriculares que entrega el Ministerio de Educación?
6. ¿Le sirven como guía en su clase?
7. ¿Conoce las principales características cognitivas de los estudiantes que componen el curso?
8. ¿Existen estudiantes con NEE (Necesidad Educativa Especial)?
9. ¿De qué forma Ud. presenta el concepto de álgebra a los estudiantes?

10. ¿Cuál es el contenido con el que usted comienza la unidad de álgebra? ¿Por qué?
11. ¿Cree que los conceptos de aritmética deben estar bien consolidados para iniciar el contenido de álgebra? ¿Por qué?
12. ¿Se le ha hecho muy complejo enseñar el contenido de álgebra? ¿Por qué?
13. ¿Cuáles son las principales dificultades en el aprendizaje del álgebra? ¿Por qué?
14. ¿Utiliza alguna estrategia metodológica o didáctica especial para el contenido de álgebra? ¿Por favor, puede ejemplificar?
15. ¿De qué forma evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra?
16. ¿Qué decisiones toma frente a los resultados de dichas evaluaciones?

3.4.1.2 Instrumento N° 2: Pauta de Observación

Clase N°	Fecha:
Profesor:	Observador:
Horas pedagógicas:	Jornada:
Contenido de la clase:	

Objetivo del instrumento:

Indagar, analizar y devela, la manera que los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago.

INDICADORES			
Utilización de Recursos Curriculares.	No utiliza los recursos curriculares que entrega el ministerio.	En ocasiones utiliza los recursos curriculares que entrega el ministerio	Utiliza siempre los recursos curriculares que facilita el ministerio
Conceptos de álgebra.	Comete errores constantemente en la utilización de conceptos algebraicos.	Comete algunos errores en la utilización de conceptos algebraicos.	No comete errores en la utilización de conceptos algebraicos.
Refuerzo de conceptos en estudiantes con NEE.	No refuerza los conceptos en estudiantes con NEE.	En ocasiones refuerza los conceptos en estudiantes con NEE.	Refuerza siempre los conceptos en estudiantes con NEE.
Relación de los conceptos de aritmética con los conceptos de álgebra.	No considera los conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.	Considera medianamente los conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.	Considera totalmente los conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.

Evaluación de los conceptos de álgebra.	No realiza evaluación de los conceptos.	No se distingue claramente una evaluación de los conceptos.	Se observa claramente una evaluación de los conceptos.
Preguntas de los estudiantes en la sala de clases.	No responde preguntas a los estudiantes.	Responde algunas preguntas a los estudiantes.	Responde todas las preguntas de los estudiantes.

3.4.1.3 TABLA DE TABULACIÓN

3.7.1.ANÁLISIS DE CLASE N° 1		
Categorías	Transcripción	Análisis
<i>Utilización de recursos curriculares.</i>		
<i>Conceptos de álgebra.</i>		
<i>Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.</i>		
<i>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.</i>		
<i>Conceptos con que inicia la unidad.</i>		
<i>Introducción de los conceptos de álgebra</i>		

<i>Evaluación de los conceptos de álgebra.</i>		
<i>Preguntas de los estudiantes en la sala de clases.</i>		
3.7.2 ANALISIS DE CLASE N° 2		
Categorías	Transcripción	Análisis
<i>Utilización de recursos curriculares</i>		
<i>Conceptos de álgebra</i>		
<i>Refuerzo de conceptos en estudiantes con NEE</i>		
<i>Introducción de los conceptos de álgebra</i>		
<i>Conceptos con que inicia la unidad</i>		

<i>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra</i>		
<i>Evaluación de los conceptos de álgebra</i>		
<i>Preguntas de los estudiantes en la sala de clases</i>		

ENTREVISTA			
	Transcripción	Observación	Análisis
<i>Utilización de recursos curriculares.</i>			
<i>Conceptos de álgebra.</i>			
<i>Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.</i>			
<i>Introducción de los conceptos de álgebra.</i>			
<i>Conceptos con que inicia la unidad.</i>			
<i>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.</i>			
<i>Evaluación de los conceptos de álgebra.</i>			

3.5 VALIDEZ Y CONFIABILIDAD

3.5.1 VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS A TRAVÉS DE JUICIO DE EXPERTOS

La validación de los instrumentos elaborados por los estudiantes seminaristas, se realiza con el propósito de asegurar que su estructura y contenido, permitan recopilar la información requerida para esta investigación.

El presente seminario es para optar al grado de Licenciado en Educación, Título profesional de Pedagogía en Educación Básica con Mención en Matemáticas cuyo título es; “Metodologías y/o didácticas que utilizan los docentes para enfrentar las dificultades y errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto año básico en el contexto de una escuela municipal ubicada en la comuna de Santiago”

La nómina de estudiantes que optan a obtener su título profesional es:

NOMBRE COMPLETO	RUT.
Barraza García Alejandra Patricia	17.269.942-1
Cortés Velásquez Daniela	16.804.268-k
Fuentes Beas Pilar	16.751.830-3
Oses Muñoz Nataly Valentina	17.300.854-6
Villarreal Pérez de Arce Alexandra	16.355.856-4

Resumen:

La presente investigación aborda la temática respecto a la complejidad que se genera en la comprensión de los contenidos del subsector de Matemática en el eje de Álgebra. A pesar de las incontables investigaciones y didácticas implementadas en el sistema Educativo en Chile, aún persisten las dificultades en el aprendizaje del subsector antes mencionado.

Se pretende vislumbrar de qué forma los docentes enfrentan las dificultades y errores que se generan en la incorporación de los conceptos de aritmética al álgebra, la que se enfocará principalmente en la responsabilidad que tiene la enseñanza, por ende el docente, dentro de la gama de factores que pueden interferir en este proceso.

Dentro de esta investigación se han formulado preguntas y objetivos que guiarán este proyecto, basados en la bibliografía seleccionada pertinente al tema, la

que será contrastada con la realidad de un colegio municipalizado ubicado en la comuna de Santiago.

Se realiza bajo el paradigma cualitativo, realizando un estudio de caso con un alcance interpretativo, debido a que se pretende comprender el significado de la acción y descubrir patrones propios del contexto.

PREGUNTA FUNDAMENTAL DE INVESTIGACIÓN

¿Cómo los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra, en el subsector de matemáticas en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago?

OBJETIVO GENERAL DE INVESTIGACIÓN

Indagar, analizar y develar, la manera que los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DE INVESTIGACIÓN

- Identificar y evaluar las concepciones que posee el docente de álgebra en el nivel de sexto año básico.
- Identificar la metodología, estrategia o didáctica utilizada por el docente para enseñar álgebra.
- Averiguar si los docentes conocen las principales dificultades de los estudiantes para el aprendizaje de álgebra.
- Describir la forma que los docentes ayudan a los estudiantes a superar las dificultades y así no incurrir en errores.

Observaciones:

La forma de recopilación de información para el posterior análisis de datos, será la entrevista semiestructurada, realizada al profesor y la observación no participante, dentro de la sala de clases. Las cuales serán transcritas y analizadas de acuerdo a las dimensiones propuestas según el trabajo de investigación establecido.

Saludan atentamente.

Alumnas seminaristas

Pedagogía General Básica Mención Matemática

Profesora Guía: Marta Salazar A.

3.6 RECOGIDA DE INFORMACIÓN

Para comenzar es necesario declarar que una de las mayores dificultades fue la obtención del permiso para ingresar al establecimiento, debido a la negativa del colegio Gabriela Mistral por los problemas educacionales que se vivían en el país. La elección del primer establecimiento estaba influenciada por los bajos resultados en la prueba SIMCE.

Dos alumnas, participantes de esta investigación, realizaban su práctica profesional desde agosto del presente año, en el colegio Cadete Arturo Prat, el cual muestra similares características que el primer colegio escogido, aun que con mejores resultados SIMCE. Es en este establecimiento luego de la obtención de los permisos necesarios, los cuales aluden a la entrevista con el Director y Jefa de UTP del establecimiento, que se inicia la investigación.

Para comenzar se entrevistó a los docentes de matemática los cuales realizaban clases en dos jornadas diferentes. La entrevista del profesor A (Felipe Ureta) de la jornada de la mañana fue programada y realizada sin dificultades a diferencia de la entrevista con el profesor B (Manuel Manríquez) de la jornada de la tarde, la cual tuvo que ser reprogramada dos veces por dificultades en el horario del profesor y de las investigadoras. En ambas ocasiones se utilizó una entrevista semiestructurada donde los entrevistadores tenían el privilegio de modificar las preguntas según como se fuese dando la entrevista. Con el profesor A al cual se le realizó la entrevista el día 3 de octubre, fue necesario manipular las preguntas debido a que sus respuestas eran insatisfactorias para las necesidades de la investigación, por el contrario con el profesor B al cual se le realizó la entrevista el día 14 de noviembre, no hubo necesidad de cambiar o adaptar las preguntas puesto que sus repuestas resultaron satisfactorias para el investigador.

En segundo lugar se observaron dos clases del inicio de los contenidos de álgebra en cada uno de los docentes. Para los cuales se utilizó una pauta de observación, con esto las investigadoras podrían registrar la misma indagación, lo cual no limitaba los apuntes de observaciones personales que se consideraban relevantes para la investigación.

El profesor A comenzó sus clases los días 6 y 13 del mes de octubre, a diferencia del profesor de la tarde, el cual no tenía una fecha específica para el inicio de la unidad dificultando el contraste entre los dos docente y reajustando los tiempos estipulados de análisis. Finalmente se inició la unidad de álgebra del docente B los días 14 y 16 de noviembre. Contando con un menor tiempo de análisis de la

información, pero logrando el objetivo de contrastar dos docentes en el mismo contexto escolar.

A modo de contrastar la investigación se utilizaron cintas de audio, las cuales se compararán con lo observado y lo expuesto por el docente en la entrevista.

3.7 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

A continuación se describen los análisis realizados con la información recogida a través de los instrumentos antes mencionados. Los que se organizan de forma separada por jornada (jornada de la mañana: clase 1, clase 2, entrevista al docente A y jornada de la tarde: clase 1, clase 2, entrevista al docente B) con el apoyo de lo registrado en las respectivas pauta de observación. Posteriormente se contrastarán por jornada cada uno de los instrumento revelando el nivel de coherencia que existe entre lo que el docente declara y lo que sucede en realidad en las aulas, frente a los planteamientos de marco referencial. Para terminar enfrentando ambas jornadas, dentro de un misma realidad educativas pero con actores distintos.

Los análisis de las clases están realizados a partir de las transcripciones obtenidas a través de la captura de las cintas de audio y los elementos relevantes para esta tesis omitiendo los acontecimientos que intervinieron en las clases, la intervención de personas externas, permisos para salir, repeticiones al hablar y conversaciones que no tengan relevancia con el tema de investigación, además de los diferentes problemas disciplinares relativos a las conductas propias de los estudiantes de este nivel. Considerando las categorías antes mencionadas enfocando el análisis dentro de los parámetros establecidos dentro de ellas.

En el análisis de las clases se utilizará la letra E para referirse a los momentos que intervienen los estudiantes y la letra P para aludir a los momentos que intervienen los profesores.

Los análisis y conclusiones, se fundarán en categorías específicas que en conjunto responderán a la pregunta fundamental de investigación, en consecuencia, cada una de ellas responde a los cuatro objetivo específico que posee la investigación.

Algunas de ellas son:

Conceptos de álgebra, Introducción de los conceptos de álgebra, Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra. Estas tres categorías responden al objetivo

especifico de: "Identificar y evaluar las concepciones que posee el docente de álgebra en el nivel de sexto año básico."

Utilización de recursos curriculares y Conceptos con que inicia la unidad. Estas dos categorías responden al objetivo específico de: "Identificar la metodología, estrategia o didáctica utilizada por el docente para enseñar álgebra."

Refuerzo de conceptos en estudiantes con NEE y Evaluación de los conceptos. Ambas categorías responden al objetivo específico de: "Averiguar si los docentes conocen las principales dificultades de los estudiantes para el aprendizaje de álgebra."

Y por último, *preguntas de los estudiantes en la sala de clases*, quien responde al objetivo específico de: "Describir la forma que los docentes ayudan a los estudiantes a superar las dificultades y así no incurrir en errores."

3.7.1. ANÁLISIS DE CLASE Nº 1		
JORNADA MAÑANA (PROFESOR A)		
Categorías	Transcripción	Análisis
<i>Utilización de recursos curriculares.</i>	No observado	De acuerdo a lo observado se desprende que el docente no utiliza los recursos curriculares proporcionados por el MINEDUC.
<i>Conceptos de álgebra.</i>	<p><u>P: Vamos hacer el comienzo de la ecuación de primer grado a partir de las igualdades numéricas que hay en los números naturales.</u></p> <p>P: <u>$a + b + c = c + b + a$ ¿recuerdan?</u></p>	<p>El docente inicia la unidad mencionando conceptos de álgebra que se utilizarán en el transcurso de las clases, lo cual refleja que el docente si posee un cierto conocimiento de los conceptos que se utilizan en el eje de álgebra.</p> <p>Para ejemplificar el docente usa letras siendo que los estudiantes nunca han trabajado con letras y el docente no establece la relación además agrega una letra más siendo que el ejemplo numérico sólo utilizó dos números.</p> <p>Aquí se destaca una de las dificultades más frecuentes en el traspaso de la aritmética al algebra que finalmente si este no se trabaja rigurosamente conllevan al error, y que según CSMS</p>

		<p>(Concepts in Secondary Mathematics and Science) está en la interpretación que el estudiante le asigna a una letra y la forma que ellos trabajan con ella:</p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Letra no utilizada</i>: frente a la existencia de una letra, el estudiante, no le atribuyen significado alguno. - <i>La letra como un objeto</i>: ya sea como inicial de una palabra o bien un objeto.
<p><i>Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.</i></p>	<p>No observado</p>	<p>De acuerdo a lo observado, se desprende que el docente no hace referencia de que existan estudiantes con necesidades educativas especiales, puesto que realiza las clases de manera equivalente a todos los estudiantes.</p>
<p><i>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.</i></p>	<p><u>P: ya pero hoy sólo vamos a hablar de los números naturales ¿recuerdan las propiedades de la suma, adición y sustracción?</u></p>	<p>Uno de los prerrequisitos para el aprendizaje del álgebra según Socas es el dominio de las cinco propiedades características del sistema numérico: conmutativa y asociativa, de la adición y multiplicación y la distributiva de la multiplicación respecto de la adición. Sin embargo el MINEDUC plantea en los textos escolares del estudiante que la unidad de “ecuaciones de primer grado” se inicia con términos semejantes y posteriormente con reducción de términos semejantes para continuar luego con lenguaje algebraico.</p>

	<p><u>P: ¿las propiedades? vamos a recordar entonces las propiedades de la adición y sustracción y de la multiplicación y división. ¿Ya?</u></p> <p><u>P: aquí cuando hay paréntesis ¿Qué se resuelve primero? el paréntesis y después lo demás. El resultado se suma con lo demás.</u></p>	<p>El docente hace que los estudiantes recuerden las propiedades de la adición, sustracción, multiplicación y división incurriendo en un error, puesto que solamente al hablar de propiedades se debe hacer mención a la de adición y multiplicación, ya que la de división y sustracción no existe.</p> <p>El docente erróneamente toma la jerarquía de los ejercicios combinados como algo sin importancia siendo que “dentro de matemática, el lenguaje aritmético requiere la manipulación de interpretaciones específicas obedeciendo ciertas reglas, como las jerarquías de las operaciones (resolver primero paréntesis luego multiplicaciones después divisiones finalmente sumas y restas). Si los estudiantes no se apropian de estas reglas tendrán problemas en la transición de la aritmética al álgebra.”</p>
<p><i>Conceptos con que inicia la unidad.</i></p>	<p><u>P: Vamos hacer el comienzo de la ecuación de primer grado a partir de las igualdades numéricas que hay en los números naturales.</u></p>	<p>Se considera pertinente que el docente comience la unidad haciendo alusión al contenido de aritmética, puesto que comienza recordando las propiedades de los números naturales. A pesar de que se considera válido comenzar la unidad con estos conceptos, MINEDUC propone comenzar la unidad de ecuación de primer grado con términos semejantes.</p>

<p><i>Introducción de los conceptos de álgebra</i></p>	<p><u>P: Definición: una igualdad es la equivalencia entre cantidades agrupadas distintamente, pero que su resultado es el mismo.</u></p>	<p>El docente, como se mencionó anteriormente posee conocimiento de los conceptos, pero no los domina en su totalidad, ya que entrega a los estudiantes una definición ambigua, causando así una confusión.</p>
<p><i>Evaluación de los conceptos de álgebra.</i></p>	<p><u>P: Miren vamos a hacer unos ejercicios ahora, vamos a comprobar algunas igualdades.</u></p> <p><u>Indicación escrita en la pizarra: Resuelvan los ejercicios que se presentan a continuación e identifica qué propiedad se utiliza en cada ejercicio resuelto.</u></p>	<p>El docente entrega ejercicios a los estudiantes para reforzar el contenido recién pasado, sin embargo en ninguna instancia hace revisión formativa de aquello, por lo tanto no se presenta una evaluación de los contenidos para corroborar si los estudiantes se han apropiado de estos.</p>
<p><i>Preguntas de los estudiantes en la sala de clases.</i></p>	<p><u>P: ¿Qué significa elemento neutro? Que se mantiene el mismo resultado, ¿Cuál es el elemento neutro? El cero.</u></p>	<p>El docente, tal como se refleja en lo observado, no da la instancia para que los estudiantes expresen sus inquietudes o dudas que le surjan en el transcurso de la clase, puesto que en todo momento es el docente el que realiza preguntas, dando las respuestas de las mismas.</p>

3.7.2 ANALISIS DE CLASE Nº 2
JORNADA MAÑANA (PROFESOR A)

Categorías	Transcripción	Análisis
<i>Utilización de recursos curriculares</i>	No observado	De acuerdo a lo observado se desprende que el docente no utiliza los recursos curriculares proporcionados por el MINEDUC.
<i>Conceptos de álgebra</i>	<p><u>P: Para que haya una igualdad numérica tiene que haber un equilibrio.</u></p> <p><u>P: Miren como agrupe, los términos semejantes yo los exprese con frutas, es decir, con peras y</u></p>	<p>El docente entrega una definición ambigua de igualdad numérica, puesto que esta se entiende como la expresión de la equivalencia de dos cantidades. El docente no toma en cuenta que será un concepto que se utilizará transversalmente en la unidad, por ende debe quedar claro en los estudiantes de tal manera que logren apropiarse del concepto entregado.</p> <p>El profesor les dice a sus alumnos “yo acá no puedo juntar peras con manzanas” con estas palabras se enfatiza el hecho que dos letras o</p>

	<p><u>manzanas. Es para que les quede más claro el concepto de letras y números.</u></p> <p><u>P: Miren ahora juntamos la x, las y; y las z, digo la x es igual a que, la x es igual a que señorita.</u></p>	<p>dos variables no pueden estar juntas. Lo que el profesor sugiere en esta primera etapa es que no sumen letras distintas por esta razón se comprende en parte su afirmación la cual sólo en ese momento de la clase sería aplicable, pero que en un futuro traerá consecuencias negativas en los alumnos al enfrentarse con más de un factor literal dentro de una sola expresión. Es necesario hacer la mención de que por el momento o dentro de ese ejemplo en particular no se mezclaran los factores literales o como dice el profesor “ las peras con las manzanas”</p> <p>Combina dos ejemplos lo que dificulta su comprensión, primero comienza hablando de peras con manzanas para luego terminar con letras “x”, “y” también “z”.</p>
<p><i>Refuerzo de conceptos en estudiantes con NEE</i></p>	<p>No observado</p>	<p>De acuerdo a lo observado se desprende que el docente no refleja particularidad por estudiantes con necesidades educativas especiales, lo cual se da a entender que no existen estudiantes que requieran de una integración especial.</p>

<p><i>Introducción de los conceptos de álgebra</i></p>	<p>P: Pregunta, pregunta, ¿Cómo podríamos clasificar este grupo?</p> <p>A: Manzanas y peras.</p> <p>P: Manzanas y peras. Si le colocáramos una letra a las manzanas y peras. A las manzanas con su primera letra es M, manzanas y peras.</p> <p>P: De adonde viene la palabra semejante.</p> <p>A: igual.</p> <p>P: De igualdad, por eso <u>yo coloqué un conjunto, aquí tengo un conjunto de manzanas y peras donde yo les coloco una letra, donde las manzanas son las m y las peras son las p.</u> En el primero, ¿tenemos cuantas manzanas?</p> <p>A: tres.</p>	<p>Para introducir el concepto de términos semejantes el docente pega en la pizarra una balanza hecha de cartulina con la cual pretende motivar a los niños, en la pizarra se muestran dos tipos de dibujos, las peras y las manzanas, las cuales serán representadas por la letra de la inicial de cada dibujo y según la cantidad será el número que le corresponda. El profesor le asigna un valor tres, porque hay tres frutas, pero no enseña que cada fruta podría ser representada por una sola letra “m” de manzana o “p” de pera, así $m + m + m$ sería igual a $3m$ explicando paso a paso como llegó a su expresión, por otro lado sería aun mas importante enfatizar el hecho que las sumas pueden ser representadas por la multiplicación y $3m$ significa que el numero tres está multiplicando la letra m y sería el mismo resultado con esto el profesor enseñaría a sus alumnos que entre una letra y un numero existe una relación de multiplicación en donde se omite el signo de la operación, sin estos contenidos claros los alumnos presentaran dificultades en el tratamiento de la información en el momento que tengan que desarrollar ecuaciones de primer grado ya que no serán capaces de visualizar el signo que se está omitiendo de la multiplicación por dichas razones no podrán trabajar con el inverso de la multiplicación (la división) para poder descubrir variables, en las palabras del psicólogo J. Piaget los niños a esta edad adquieren reversibilidad que les permite invertir mentalmente lo que antes sólo podían realizar de forma física.</p>
--	--	--

<p><i>Conceptos con que inicia la unidad</i></p>	<p><u>P: Hoy día vamos a ver términos semejantes. Ponemos como título términos semejantes.</u></p>	<p>El docente toma en cuenta en esta oportunidad los conceptos de álgebra para iniciar la clase. En este caso sí se guía por los contenidos que propone el MINEDUC.</p>
<p><i>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra</i></p>	<p>P: A ver para los que no vinieron, la última clase <u>¿qué fue lo que vimos?</u></p> <p>A: Igualdades numéricas</p> <p>P: Catalina que decíamos de las igualdades numéricas.</p> <p>A: Una igualdad es la equivalencia</p> <p>A: Entre cantidades al agrupar distintamente los resultados del mismo.</p> <p>P: <u>Ejemplo.</u></p> <p>A: <u>Dos más dos es igual a cuatro y tres más uno es igual a cuatro...</u></p> <p>P: Esta es una igualdad numérica, es decir, que tiene que haber un equilibrio en esta balanza.</p>	<p>Se refleja claramente que el docente intenta recordar los conceptos de aritmética para incorporarlos en el inicio de la enseñanza del álgebra, sin embargo les otorga demasiado tiempo, puesto que tales tienen lugar solo en la introducción de la unidad, ya que la labor del docente es recordarlos y si es que los estudiantes no los tienen adquiridos, repasarlos.</p>

<p><i>Evaluación de los conceptos de álgebra</i></p>	<p><u>P: Por favor usted haga el otro (saca a una alumna adelante para que realice el ejercicio).</u></p>	<p>Se desprende que el docente utiliza una evaluación formativa, puesto que al sacar a los estudiantes al pizarrón, realiza una retroalimentación de los contenidos vistos. De esta forma el docente evalúa los aprendizajes de los estudiantes con el fin de modificar, si es necesario para mejorar los aprendizajes.</p>
<p><i>Preguntas de los estudiantes en la sala de clases</i></p>	<p>P: Hoy día. ¿Entendieron todos lo que es una igualdad numérica?</p> <p>A: Si.</p> <p>P: ¿Entiende esta fila lo que es una igualdad numérica?</p> <p>A: No.</p> <p>A: más o menos.</p> <p>P: ¿Entendió esta fila lo que es una igualdad numérica? Es igualar por ejemplo eso, eso que ven ahí, la balanza, <u>porque hay que igualar los resultados</u> porque por ejemplo: si yo tuviera acá, solamente un uno ¿qué número me faltaría ahí?</p> <p>A: El tres.</p>	<p>En esta ocasión el docente entrega una respuesta a la inquietud de los estudiantes que hacían alusión al no entender el significado de una igualdad numérica, sin embargo su respuesta no fue la más adecuada, ni clara, puesto que entrega solo respuestas sin sustento teórico, dando a entender que conoce los concepto pero que posee falencia en el manejo de los contenidos.</p>

3.7.4 ENTREVISTA JORNADA DE LA MAÑANA - PROFESOR A

	Transcripción	Observación	Análisis
<p>Utilización de recursos curriculares.</p>	<p>1. ¿Le sirve como guía en su clase?</p> <p>Obviamente, porque uno se basa en eso para poder ir viendo los contenido que voy a ir viendo. Uno los revisa va viendo los mapas de progreso de acuerdo la cantidad que el niño tiene que tener los niños en ese nivel porque eso nos quiere decir los mapas de progreso, el progreso que tiene cada alumno a tal contenido, tal aprendizaje esperado.</p>	<p><u>Uno los revisa va viendo los mapas de progreso de acuerdo la cantidad que el niño tiene que tener los niños en ese nivel porque eso nos quiere decir los mapas de progreso, el progreso que tiene cada alumno a tal contenido, tal aprendizaje esperado.</u></p>	<p>En este punto es posible inferir que el docente además de no comprender y dejar de lado los recursos curriculares, confunde el concepto de mapas de progreso, entendiendo a este como el progreso que tiene cada estudiante a un contenido o aprendizaje esperado. Tal descripción no se asemeja a lo entendido por mapa de progreso, ya que el MINEDUC lo define como:</p> <p>Un recurso que plantea el nivel de logro en el que se encuentran los estudiantes. Tales orientan lo que es importante evaluar, entregando así los criterios comunes para observar y describir de</p>

	<p>2. ¿Qué opina respecto de los recursos curriculares que entrega el Ministerio de Educación?</p> <p>R: creo que están, son bien planteados pero con el poco tiempo que se destina a las planificaciones no es el adecuado, ¿Por qué? Porque siempre queda un contenido sin pasar, por ejemplo ya datos y azar no lo voy a alcanzar a pasar. Entonces siempre queda un eje fuera anterior era el eje de geometría el que quedaba fuera, con lo nuevos marcos</p>	<p><u>Son bien planteados pero con el poco tiempo que se destina a las planificaciones no es el adecuado.</u></p> <p><u>Ellos creen que la clase se realiza en los tiempos, pero ellos no saben los problemas que surgen en esa clase, de disciplina de comportamiento de los niños, el tiempo que ocupan eso.</u></p>	<p>manera cualitativa el aprendizaje logrado por los y las estudiantes.</p> <p>De acuerdo a lo subrayado es posible deducir que el docente no conoce cuales son los recursos curriculares, ya que solo se refiere a estos describiendo la guía docente y el texto del estudiante, infiriendo así que es con ese único recurso que prepara las clases a los y las estudiantes. Se vislumbra además que solamente reconoce como recursos curriculares a los recién mencionados, dejando así de lado los planes y programas de estudios, el marco curricular y los mapas de progreso.</p> <p>Además se puede desprender que el docente no considera pertinente el uso de recursos curriculares por la mala</p>
--	--	--	---

	<p>curriculares ahora queda datos y azar, es por eso creo que en general quedan mal adecuados en el tiempo, ellos creen que la clase se realiza en los tiempos, pero ellos no saben los problemas que surgen en esa clase, de disciplina de comportamiento de los niños, el tiempo que ocupan eso.</p>		<p>distribución del tiempo estimado para cada clase, afirmando que tal recurso no considera los diversos problemas que surgen en el aula. Lo cual deja aun más claro que no percibe la finalidad que nos entregan estos tipos de recursos en el aula, y que el manejo del grupo curso tiene que ver netamente con alguna metodología o didáctica la cuál puede contrarrestarse con los recursos curriculares para mejorar la enseñanza-aprendizaje en los y las estudiantes.</p>
<p>Conceptos de álgebra.</p>	<p>¿Qué entiende por álgebra? R: para mi álgebra es letras, a mí se me imagina letras. Digo letras ahí hay que contextualizar con el lenguaje algebraico y la ecuación y distintos tipos que</p>	<p><u>Para mi álgebra es letras, a mí se me imagina letras.</u> <u>Hay que contextualizar con el lenguaje algebraico y la ecuación y distintos tipos que hay.</u></p>	<p>Se distingue claramente que el docente no posee una definición clara de álgebra la cual es planteada por el ministerio de educación como: “El uso de símbolos para representar y</p>

	<p>hay.</p> <p>Yo le diría a un niño que es un conjunto de letras con números el cual nosotros lo ocupamos para expresar diferentes lenguajes.</p>	<p><u>Es un conjunto de letras con números el cual nosotros lo ocupamos para expresar diferentes lenguajes.</u></p>	<p>operar con cantidades. (...) mediante la expresión de relaciones generales y abstractas de la aritmética y la medición.</p> <p>Álgebra provee de un lenguaje a la matemática, por ende, contribuye, y se nutre del desarrollo de los ejes de números, geometría y datos y azar. (...) introduce también, el concepto de función y el estudio de algunas de ellas en particular”.</p>
<p>Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.</p>	<p>7. ¿Conoce las principales características cognitivas de los estudiantes que componen el curso? Por ejemplo si uno tiene NEE</p> <p>R: si obviamente por ejemplo mi curso de 6º hay un niño tiene un retraso mental leve, esta derivado y diagnosticado por</p>	<p><u>Si obviamente por ejemplo mi curso de 6º hay un niño tiene un retraso mental leve.</u></p> <p><u>Porque en mi prueba no ha tenido muchas adecuaciones solamente en la resolución de problemas que es lo que más le cuesta por su retraso.</u></p>	<p>Cabe señalar que el docente si conoce características de estudiantes que poseen NEE, además de esto queda explicito que los evalúa de manera distinta, puesto que menciona que a uno de los estudiantes que le hace clases le adecúa la prueba desprendiendo los Ítems que le son más complicados. Con esto se puede deducir que al docente conoce las NEE de los estudiantes, pero</p>

	<p>integración, o sea, se hacen evaluaciones diferenciadas a él. Aun que ha tenido un progreso muy bueno porque en mi prueba no ha tenido muchas adecuaciones solamente en la resolución de problemas que es lo que más le cuesta por su retraso. Las características cognitivas de ellos son diversas hay distintos carácter.</p>		<p>la única manera de evaluarlos es quitando ítems de las pruebas, dejando en claro nuevamente que al parecer para el decente no existe otra manera de evaluar que la con el instrumento prueba.</p>
<p>Introducción de los conceptos de álgebra.</p>	<p>9. ¿De qué forma Ud. presenta el concepto de álgebra a los estudiantes?</p> <p>Creo que mi forma de trabajar siempre ha sido trabajar con material didáctico, siempre con imágenes, sobre todo lo que es</p>	<p><u>Creo que mi forma de trabajar siempre ha sido trabajar con material didáctico.</u></p> <p><u>La manera de trabajar con láminas o solamente con mostrar una letra o las letras mediante cartulina o diferentes medios didácticos sirve y los alumnos ven una preocupación por parte del</u></p>	<p>El docente en cuestión presenta una didáctica poco clara, puesto que en ningún momento se explaya de manera comprensible y ligera, definiendo de qué modo logra presentar el concepto de álgebra a los y las estudiantes, es decir, que metodología o didáctica utiliza para</p>

	<p>álgebra porque es una materia complicada y necesita mucha comprensión visual y también comprensión lectora para poder entender los problemas y diferentes enunciados que uno le presenta. La manera de trabajar con láminas o solamente con mostrar una letra o las letras mediante cartulina o diferentes medios didácticos sirve y los alumnos ven una preocupación por parte del profesor hacia él y toman mayor atención.</p> <p>Material didáctico yo tengo como un medio que sirve para tener una mejor aprendizaje entre alumno y profesor.</p>	<p><u>profesor hacia él y toman mayor atención.</u></p>	<p>introducir en los estudiantes al concepto de álgebra.</p>
--	---	---	--

<p>Conceptos con que inicia la unidad.</p>	<p>10. ¿Cuál es el contenido con el que usted comienza la unidad de álgebra? ¿Por qué?</p> <p>R: en sexto año se parte en reconocer el término algébrico, expresión algébrica y lo que es términos semejantes. Lo elegí porque ellos tienen que tener la base de lo que es y de donde viene el álgebra y que es lo que compone un término algebraico y de ahí también va a ser para trabajar el álgebra. Tiene que saber lo que es el coeficiente numérico tiene que haber una letra que es el factor literal, si no tenemos esas dos cosas que ellos no aprecian eso no teníamos algebra, solamente tendríamos números suelto números naturales, números</p>	<p><u>En sexto año se parte en reconocer el término algébrico, expresión algébrica y lo que es términos semejantes.</u></p> <p><u>Tiene que saber lo que es el coeficiente numérico tiene que haber una letra que es el factor literal, si no tenemos esas dos cosas que ellos no aprecian eso no teníamos algebra.</u></p> <p><u>Para comprender el lenguaje algebraico y la poca imaginación.</u></p>	<p>Se analiza claramente que el docente comienza la unidad de álgebra sin recordar lo visto en la unidad anterior, lo cual vislumbra que éste no considera si los y las estudiantes están preparados para el comienzo de una nueva unidad. El docente selecciona para comenzar la unidad de álgebra tres contenidos, los cuales son dificultosos, no considerando en ningún momento algún contenido contemplado anteriormente, el cual ayuda a que los y las estudiantes comprendan el contenido de álgebra. Según la guía docente entregada por el Ministerio de Educación, es necesario que para el buen desarrollo del contenido matemático, los y las estudiantes utilicen los conocimientos y habilidades aprendidos anteriormente, como por ejemplo lo relacionado con la operatoria</p>
--	--	---	--

	<p>enteros.</p> <p>Se trabaja a continuación de eso obviamente que los niños tengan conciencia lo que es un término algebraico y expresiones y términos semejantes. Se pasa a lo que es ... (se para la grabación) para continuar posteriormente con el lenguaje algebraico que es uno de los punto que mayor dificultades tienen los niños hoy en día, con a lo mejor tener una mala base en comprensión lectora que es lo que necesitan <u>para comprender el lenguaje algebraico y la poca imaginación.</u> Porque también se necesita de poder relacionar letras con un lenguaje natural.</p>		<p>de los números naturales.</p> <p>De acuerdo a esto se puede inferir que si el docente no maneja claramente los conceptos de álgebra y no comienza bien esta unidad, se formará una dificultad en los y las estudiantes, ya que la descripción que da al referirse a “lenguaje algebraico”, comparándolo luego con la poca imaginación que poseen los estudiantes, es netamente errónea, puesto que es correcto referirse a estos como lenguaje común a lenguaje matemático, o también es adecuado lenguaje ordinario a lenguaje simbólico. El aprendizaje en álgebra deja totalmente de lado la imaginación de los estudiantes ya que en esta área para todo hay una respuesta, los estudiante no aprenden por imaginarse cosas, sino más bien porque hay frente a ellos un docente que</p>
--	--	--	--

			posee habilidades y herramientas efectivas para que ellos puedan comprender los contenidos que están percibiendo.
Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.	<p>11. ¿Cree que los conceptos de aritmética deben estar bien consolidados para iniciar el contenido de álgebra? ¿Por qué?</p> <p>R: Como decía anteriormente la aritmética obviamente sirve acá y pero más que aritmética lo que nos sirve acá en el álgebra es tener una buena comprensión lectora ¿de qué? De un lenguaje escrito a un lenguaje matemático.</p> <p>La aritmética obviamente es importante porque para poder tener términos semejantes y reducción de términos semejantes, la aritmética la</p>	<p><u>Pero más que aritmética lo que nos sirve acá en el álgebra es tener una buena comprensión lectora ¿de qué? De un lenguaje escrito a un lenguaje matemático.</u></p> <p><u>Porque es uno de los ejes que ocupan los cuatro ejes y así como todo</u></p> <p><u>En algebra necesita más comprensión que aplicación.</u></p>	<p>De acuerdo a esto se puede deducir que el docente pasa por alto la importancia que se le presenta a la aritmética para poder comenzar un nuevo aprendizaje, en este caso el de álgebra. Cabe señalar que al analizar esta respuesta queda en descubierta que el docente desconoce los conceptos de aritmética y más aún, como estos se incluyen el inicio del álgebra.</p> <p>Si los estudiantes no se apropian de estas reglas tendrán problemas en la transición de la aritmética al álgebra, ya que dentro de matemática, el lenguaje aritmético demanda la manipulación de interpretaciones específicas obedeciendo</p>

	<p>vamos a usar en todos los ejes igual siempre va estar incluida queramos o no queramos va estar incluida porque es uno de los ejes que ocupan los cuatro ejes y así como todo, todos se relacionan y así este siempre va estar influido pero acá sobre todo en algebra necesita más comprensión que aplicación.</p>		<p>ciertas reglas, como las jerarquías de las operaciones (resolver primero paréntesis luego multiplicaciones después divisiones finalmente sumas y restas).</p>
<p>Evaluación de los conceptos de álgebra.</p>	<p>15. ¿De qué forma evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra?</p> <p>R: Con pruebas, con pruebas escritas. Esta prueba la realice diferente ya que algebra fue aplicación y también tuvieron que... en diferenciar diferentes</p>	<p><u>Con pruebas, con pruebas escritas.</u></p>	<p>Se vislumbra claramente que el docente solo evalúa de manera sumativa a los estudiantes, esto quiere decir, que el trabajo clase a clase, no lo toma en cuenta. Al preguntarle al docente por evaluación, de inmediato lo contraste con pruebas y notas que van directo al libro, dejando anulada la posibilidad de evaluar de manera distinta el aprendizaje de los y las estudiantes.</p>

	<p>ítem de ecuaciones, de lenguaje algebraico, de términos semejantes. Pero mayoritariamente lo hago con pruebas, pruebas coeficientes uno que van directo al libro.</p>		
--	--	--	--

3.7.4 Análisis final del docente A

Luego de analizar las concepciones propias que manifiesta el docente en la entrevista respecto a las categorías establecidas y lo analizado en el aula propiamente tal, podemos desprender lo siguiente:

Utilización de los recursos curriculares.

En las clases observadas no se evidencia la utilización de recursos curriculares como el texto escolar de estudiante o la guía docente pero en la entrevista el docente afirma que sus clases y sus planificaciones se basan en los documentos oficiales del MINEDUC. Solamente reconoce la existencia de los mapas de progreso, declara que los revisa para relacionar la edad de los estudiantes con respecto a los aprendizajes esperados.

De lo cual se desprende que, en primera instancia, no conoce cuáles son los recursos curriculares, ya que sólo se refiere a los mapas de progreso, dejando de lado el marco curricular, programas de estudio y los planes de estudio. Considerando sólo los mapas de progreso, además tiene una ambigua concepción de los que son; declara: “Uno los revisa, va viendo los mapas de progreso de acuerdo la cantidad que los niños tiene que tener en ese nivel porque eso nos quieren decir los mapas de progreso, el progreso que tiene cada alumno a tal contenido tal aprendizaje esperado”.

Así se da cuenta de su falta de interiorización en el recurso curricular, ya que de acuerdo al MINEDUC, se entiende que los mapas de progreso describen la relación del currículum con la evaluación, orientando lo que es importante evaluar y entregando criterios comunes para observar y describir cualitativamente el aprendizaje logrado.

El docente menciona que los recursos curriculares le son de utilidad pero tienen una mala distribución en los tiempos estimados para cada contenido. Afirma que no se consideran los elementos disciplinares, como llamar la atención, el tiempo perdido en buscar el silencio antes de empezar las clases, etc. Por lo que se ha observado, estos elementos son de suma relevancia en sus clases, lo que posteriormente se podrá relacionar con las dificultades, que se generan el aprendizaje de los estudiantes.

Refuerza los conceptos en estudiantes con NEE.

En el aula no se distinguen estudiantes con necesidades educativas especiales, ya que el docente no realiza actividades diferenciadas para el refuerzo de los contenidos en estos estudiantes, sin embargo el docente en la entrevista declara ser totalmente consciente de que en su curso hay un estudiante con un retraso mental leve, y afirma que está diagnosticado y recibe tratamiento.

En el colegio se desarrolla un programa de integración escolar, programa donde entra este estudiante, quien es acompañado en todas las clases por la

profesora de integración, por lo que no es de total responsabilidad del docente de matemáticas centrarse en ese estudiante.

El docente solamente realiza evaluaciones diferenciadas para este estudiante sin reforzar los contenidos o apoyar su aprendizaje. Si se considera que el docente afirma tener una mención en trastornos de aprendizaje, no se observa que lleve a cabo un refuerzo para este estudiante o algún material didáctico especial.

Respecto a la diversidad en cuanto a los ritmos de aprendizaje, el docente dice trabajar con guías con el objetivo de mantener siempre a los niños ocupados y así no generar desorden en el aula. Sin apelar a lo que en realidad puede resultar importante, que los niños vayan avanzando según sus propios tiempos de aprendizaje y la maduración cognitiva necesaria para ello.

Como nos menciona Piaget, el desarrollo de la inteligencia de los niños es una adaptación que realiza al mundo que los rodea, a medida que van creciendo este proceso se desarrolla a una velocidad única para cada individuo.

MINEDUC, además de proporcionar material de ayuda para organizar el contenido también ofrece documentos que ayudan a guiar el procesos de enseñanza aprendizaje del estudiante, tal como el Marco para la Buena Enseñanza, quien posee características positivas que aportan con el crecimiento del docente en el aula. Una de las características es poseer cuatro dominios relevantes en la formación de un profesor, el Dominio C: Enseñanza para el aprendizaje de todos los estudiantes, donde se señalan los aspectos que involucran el proceso de enseñanza y que posibilita el compromiso real de los estudiantes con sus aprendizajes. El cual involucra también a aquellos estudiantes que poseen NEE.

Introducción de los conceptos de álgebra.

En la entrevista el docente declara enseñar los primeros conceptos de álgebra en base a materiales didácticos, como láminas con imágenes o letras escritas en cartulina. Él entiende por material didáctico como “un medio para tener un mejor aprendizaje entre profesor alumno”, lo que resulta confuso, ya que el docente relaciona el concepto de Material didáctico con la relación que se establece entre profesor y estudiantes y así alcanzar el aprendizaje.

En las diversas clases no se da la instancia para distinguir la definición que tiene el docente de álgebra en sí, pero considerando las definiciones que les dicta a los estudiantes respecto a los conceptos involucrados en álgebra se puede destacar que el docente posee un grado de ambigüedad en los conceptos, ya que les pregunta a los estudiantes para tratar de armar el concepto y acepta como correctas todas las respuestas, sin corregir o guiar las ideas. Por ejemplo, pregunta respecto a los términos semejante y los estudiantes dicen que viene de la palabra igualdad, ya que antes estuvieron trabajando con las igualdades numéricas, y él les reafirma que “la palabra semejante viene de igualdad” por lo que se genera un conflicto con lo

que se entendió la clase anterior con igualdad numérica y lo que involucran los términos semejantes. Así se reiteran este tipo de situaciones

En la entrevista se evidencia claramente que el docente no tiene claro que significa y todo lo que involucra el concepto de álgebra ya que declara: para mí álgebra es letras, a mí se me imagina letras. Digo letras ahí, hay que contextualizar con el lenguaje algebraico y la ecuación y los distintos tipos que hay. Yo le diría a un niño que es un conjunto de letras con números el cual nosotros lo ocupamos para expresar diferentes lenguajes.

Contenidos con que inicia la unidad

En la primera clase el docente inicia recordando las propiedades aditivas para relacionarlas con las igualdades numéricas a través de un ejercicio. Sin embargo, el docente, declara comenzar la unidad con el contenido de término algebraico y términos semejantes. Lo que muestra una discordancia entre lo que piensa y las acciones pedagógicas aplicadas en el aula.

Evaluación de los conceptos.

El docente en estudio al momento de evaluar el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes en el aula, lo realiza formativamente de manera intrínseca sacando a los estudiantes a la pizarra y monitoreando el proceso de aprendizaje de los contenidos entregados que están siendo trabajados. Se define al proceso realizado por el docente como uno intrínseco, puesto que al preguntarle al docente de que manera evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra en la entrevista realizada, solamente reconoce como evaluación el instrumento prueba, respondiendo de la siguiente manera: “con pruebas, con pruebas escritas”. Tal respuesta deja entrever que el docente desconoce las otras dos instancias existentes para evaluar el proceso de los aprendizajes de los estudiantes, aunque en la observación se distingue notablemente que sí las realiza en el aula, de esto se puede desprender que el docente utiliza las diversas evaluaciones, pero no logra distinguir que las está manipulando. Ambas evaluaciones que no considera en la entrevista el docente son conocidas como evaluación diagnóstica, integrada al inicio de cada unidad, con el fin de identificar los conocimientos previos de los y las estudiantes y la evaluación formativa, la cual se desarrolla durante la unidad y debido a su carácter procesual, permite a los estudiantes retroalimentar su desempeño y al docente realizar a tiempo modificaciones necesarias para mejorar los aprendizajes.

Concepto de álgebra

El docente no tiene una definición acertada respecto de lo que dice relación al concepto del álgebra, menciona: “es un conjunto de letras con números el cual nosotros lo ocupamos para expresar diferentes lenguajes”. Por lo que enseña lo que él asume como correcto, generando errores conceptuales en los estudiantes respecto del contenido.

Preguntas de los estudiantes

Las observaciones realizadas al docente corresponden a un curso conflictivo, por lo que al profesor se le dificulta mantener la atención constante de los estudiantes lo que repercute en la poca comprensión del contenido limitándolos a realizar preguntas

Sin embargo es necesario responder y aclarar las dudas de los estudiantes con fundamento y/o ejemplos claros. Para ello el docente debe ser majadero y recalcar reiteradas veces la pregunta referida a si han entendido el contenido.

3.7.5.ANALISIS DE CLASE Nº 1

JORNADA TARDE (PROFESOR B)

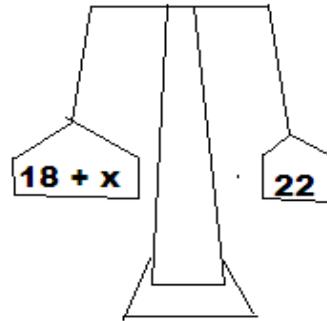
Categorías	Transcripción	Análisis
Utilización de recursos curriculares.	No observado	De acuerdo a lo que se observo se desprende que el docente no utiliza los recursos curriculares proporcionados por el MINEDUC.
Conceptos de álgebra.	<p><u>El titulo es reducción de términos semejantes: se llama reducción de términos semejantes a la acción de sumar o restar los coeficientes numéricos de los términos que tienen un coeficiente literal similar o igual.</u></p> <p><u>Si dos términos no tienen coeficiente literal igual, no pueden sumarse ni restarse.</u></p>	Se observa claramente que el docente conoce los conceptos de álgebra y además los domina plenamente. Se vislumbra también que el docente utiliza un lenguaje algebraico adecuado para toda la unidad utilizándolos pertinentemente.
Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.	No observado	Se observa claramente que el docente realiza la clase de manera equitativa para todos los estudiantes, por lo tanto no hace referencia a la existencia de estudiantes que requieran de una atención diferenciada.

Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.	No observado	De lo observado se vislumbra la usencia de conceptos de aritmética al iniciar el contenido de algebra, ya que el docente inicia la unidad directamente con términos semejantes, tal como lo propone y presenta MINEDUC.
Conceptos con que inicia la unidad.	<u>Estamos empezando la unidad de ecuaciones de primer grado ¿ya? Ayer empezamos a ver términos semejantes</u>	El docente claramente hace inicio de la unidad con términos semejantes, pasando posteriormente a reducción de términos semejantes al igual como lo presenta y propone el Ministerio de Educación
Introducción de los conceptos de álgebra	<u>Entonces había que, buscar los términos que se parecían entre la parte literal, entonces teníamos que estas eran las partes de un término semejante.</u>	Claramente el docente pose un manejo y conocimiento de la disciplina que enseña ya que entrega el contenido de forma clara, esclareciendo la definición que entrego al inicio de la clase.
Evaluación de los conceptos de álgebra.	<u>(El profesor se pasea por los puestos revisando los cuadernos, preguntando si entendieron. Los alumnos que tienen alguna pregunta él les explica personalizada mente, escribe los ejercicios en la pizarra y todos los alumnos conversan, se desordenan y no trabajan)</u>	El docente durante la clase realiza variados ejercicios en conjunto con los estudiantes. Una vez que lleva una cantidad de ejercicios importantes desarrollados se pasea por la sala de clases para verificar que todos hayan trabajados y que no queden dudas en los estudiantes. Frente a esta situación se puede determinar que el docente realizo una evaluación formativa permitiendo que los estudiantes realicen retroalimentaciones y en conjunto con el docente realicen las modificaciones necesarias para mejorar los aprendizajes.

Preguntas de los estudiantes en la sala de clases.	<p>A: <u>esto no sirve para nada</u> <u>¿Para qué sirven las ecuaciones?</u> P: <u>¿Como señor? ¿Cómo dijo? Las ecuaciones sirven para resolver problemas señor.</u></p>	El docente al iniciar la unidad comenzó de inmediato con términos semejantes, sin hacer antes una introducción al tema o la importancia que tiene la nueva unidad. Por lo tanto durante el desarrollo de la clase a los estudiantes les surgieron dudas referentes a la utilidad de las ecuaciones.
<p>3.7.6 ANALISIS DE CLASE N° 2 JORNADA TARDE (PROFESOR B)</p>		
Categorías	Transcripción	Análisis
Utilización de recursos curriculares	No observado	<p>De acuerdo a lo observado se desprende que el docente no utiliza los recursos curriculares proporcionados por el MINEDUC, ya sea el libro de la asignatura de los estudiantes o el del docente.</p> <p>El docente copia los ejercicios de un libro desconocido, el cual solo es utilizado por él.</p>
Conceptos de álgebra	P: <u>una ecuación de primer grado es una igualdad entre dos o más valores algebraica en el cual hay que encontrar el valor de una incógnita.</u>	El profesor maneja los conceptos de algebra con las definiciones adaptando los contenidos para el nivel cognitivo de los estudiantes.

<p>Refuerzo de conceptos en estudiantes con NEE</p>	<p><u>(Se pasea por los puestos preguntando si entendieron y viendo que estén copiando)</u> <u>Cuando, terminen seguimos con mas ejercicios</u> <u>(El profesor se pase por los puestos preguntando si entienden, los alumnos que preguntan se les explica en el puesto)</u></p>	<p>No se logra diferenciar algún refuerzo en particular para los estudiantes con NEE, el profesor pasa puesto por puesto preguntando si entendieron, si tienen dudas y en aquellos alumnos que presentan algún problema, él les ayuda a resolverlo.</p>
<p>Introducción de los conceptos de álgebra</p>	<p><u>Vamos a partir con ecuaciones aditivas, donde encontraremos sumas y restas.</u> <u>1 Ecuaciones Aditivas</u> a) <u>$X + 3 = 5$</u></p>	<p>El docente comienza explicando el contenido de ecuaciones aditivas en donde les dice a los estudiantes que se encontrarán con sumas y restas, es decir explica con un lenguaje matemático apropiado que las operaciones aritméticas ya conocidas serán aplicadas en la resolución de el contenido de álgebra en las ecuaciones aditivas.</p>
<p>Conceptos con que inicia la unidad</p>	<p>P: <u>se acuerdan que ayer, no el lunes vimos ¿reducción de términos semejantes?</u> a) <u>$2x + 3y + x + 3x - y + 2y$</u> <u>Se acuerdan que teníamos un coeficiente numérico, y un coeficiente literal, la letra</u> <u>Ya, muy bien, acuérdense que hay que tachar los que ya ocupe, para que no se confundan.</u></p>	<p>Lo primero que realiza el docente es repasar los contenidos de la clase anterior así verifica que los alumnos activen sus conocimientos previos, a través de la resolución de un ejercicio, motivándolos para comprender los contenidos con lo que iniciará la clase. Además el profesor utiliza un lenguaje matemático para referirse a las parte de un</p>

	<p><u>Ya, hoy nos toca ver ecuaciones de primer grado</u></p>	<p>término, para finalizar introduce el contenido de la clase.</p> <p>El profesor les explica a los estudiantes lo que ocurrirá en la sala de clase, los hace partícipe del proceso de enseñanza-aprendizaje.</p> <p>Se crea un clima de motivación lo que favorece un ambiente creativo según los programas del MINEDUC.</p>
<p>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra</p>	<p>P: $X + 3 = 5$ $X = 5 - 3$ $X = 2$</p> <p><u>Se mantiene la equis en el mismo lugar, y ordeno los números. Hay que cambiar el número y ¿si el símbolo es más pasa a?</u></p> <p><u>A: a menos</u></p> <p><u>P: ya, y acá ¿cómo sería?</u></p> <p><u>$X + 4 - 3 = 7$</u></p> <p><u>¿Cómo pasaría el cuatro?</u></p> <p><u>A: menos cuatro</u></p> <p><u>P: y el tres, ¿Qué símbolo tiene?</u></p> <p><u>A: está restando</u></p> <p><u>P: entonces pasa sumando al otro lado</u></p> <p><u>$X = 7 - 4 + 3$</u></p> <p><u>$X = 6$</u></p> <p><u>Ya, veamos si esta bueno, reemplazo la equis</u></p> <p><u>$6 + 4 - 3 =$</u></p>	<p>Para poder introducir los conceptos de álgebra el profesor explica un ejercicio de ecuaciones aditivas paso a paso. El error se produce cuando el profesor no explica la reversibilidad de los números y no ocupa un lenguaje matemático apropiado sino más bien un lenguaje común al referirse a esta como “<i>se pasa para acá o se cambia el signo</i>”. Esto produce dificultades en el aprendizaje de los estudiantes ya que no reconocen las propiedades de los números y presentan errores al reconocer el signo menos como reversibilidad de a suma.</p> <p>Dentro del ejercicio el profesor dibuja una flecha lo que demuestra que el número sólo se cambia de de posición y cambia su signo. Sin profundizar con explicaciones algebraicas o el Por qué de este cambio.</p> <p>Dentro de los programas de estudios entregados por el MINEDUC en las habilidades de pensamiento matemáticos en el punto de conceptos matemáticos se les sugiere a los profesores la utilización de material concreto. Aun que la balanza no fue utilizada por todos los</p>



P: esto que trate de hacer aquí es una balanza, lo que representa una ecuación de primer grado. ¿Cuál es el número que falta para que se cumpla una igualdad? ¿Qué número sumado a 18 nos da 22? Es el número que me falta para que me dé veintidós

Lenguaje algebraico:

2x= doble de un número

3x= el triple de un número

4x= cuádruplo de un número

$\frac{1}{2}$ x= la mitad de un número

Ya, para resolver las ecuaciones se ocupamos un lenguaje especial, se llama lenguaje algebraico para representar las ecuaciones.

estudiante si ayuda para que los estudiantes visualicen la equidad del signo igual, a la vez que explica el uso de la X como una incógnita en donde su valor es necesario para continuar con la igualdad “de pesos” en donde ambos lados deberán dar como resultado el mismo número.

El profesor escribe “lenguaje algebraico” en la pizarra sin explicar cómo y dónde se utiliza, no se contextualiza el contenido para que los estudiantes puedan entenderlo.

<p>Evaluación de los conceptos de álgebra</p>	<p><u>A: (el alumno resuelve)</u> <u>$X+6-3=18$</u> <u>$X= 6+3-18$</u> <u>$X=9$</u> <u>P: Rodrigo el 11</u> <u>A: (el alumno sale a la pizarra y el profesor le pide que corrige el ejercicio que hizo el compañero, el lo resuelve bien. Al finalizar pasa por el puesto del compañero y le dice que lo hizo mal que él tuvo que corregirlo)</u> <u>Lo hiciste mal, yo o tuve que hacer de nuevo</u></p> <p><u>A: no tres, porque el profe dijo que x es una equis, entonces faltan tres, tres</u> <u>P: cuatro, cuatro más dieciocho es veintidós.</u></p>	<p>Los contenidos son evaluados en la pizarra donde los estudiantes salen al azar a resolver los ejercicios.</p> <p>No se realizar un uso del error para inducir aprendizajes significativos en los estudiantes, el profesor ignora lo ocurrido y lo resuelve pidiendo al alumno estaba en la pizarra que resuelva nuevamente el ejercicio. Este error puede ser compartido por otros estudiantes y al no ser corregido a tiempo provocará dificultades en ejercicios de mayor complejidad.</p> <p>Otro ejemplo es cuando un estudiante confunde el significado de la X dentro de la reducción de términos semejantes a diferencia del uso que se le da a esta en la resolución de ecuaciones de primer grado en donde representan la incógnita de un número. El docente no explica la diferencia en el uso de la letra por lo cual el alumno tiene dificultades en la resolución de las ecuaciones lineales donde cree que la equis representa siempre un número uno al cual se le suma el resto del número encontrado.</p>
<p>Preguntas de los estudiantes en la sala de clases</p>	<p><u>(Un alumno se para porque no entiende y el profesor le explica en la pizarra)</u></p>	<p>Cuando el profesor se pasea dentro de la sala de clases aclara las dudas de los estudiantes. Sólo un estudiante se acerca a preguntar y el docente aclara la duda de este con un ejercicio en la pizarra de forma personal, sin explicar al curso la duda que se podría repetir en otro estudiante.</p>

3.7.7. ENTREVISTA JORNADA DE LA TARDE - PROFESOR B

	Transcripción	Observación	Análisis
<p>Utilización de recursos curriculares.</p>	<p>1. ¿Qué opina respecto de los recursos curriculares que entrega el Ministerio de Educación?</p> <p>R: Hablemos de los textos de estudio, ¿Cómo se llama? Los planes y programa. A ver, los textos escolares yo creo que están bien desarrollados, vienen bien explícitos con harta ilustración para mostrar al estudiante. Los planes y programa no se entienden mucho en cuanto a los contenidos, hubo un ajuste curricular hace como dos años, un año y medio, y resulta que no se hizo una capacitación con respecto a</p>	<p><u>Hablemos de los textos de estudio, ¿cómo se llama? Los planes y programa. A ver, los textos escolares.</u></p> <p><u>Están bien desarrollados, vienen bien explícitos con harta ilustración para mostrar al estudiante.</u></p> <p><u>Hubo un ajuste curricular hace como dos años, un año y medio, y resulta que no se hizo una capacitación con respecto a eso como enfocarlo nuevamente.</u></p>	<p>De acuerdo a lo destacado se puede inferir que el docente utiliza alguno de los recursos curriculares, puesto que al preguntar por estos responde que se trata de los textos de estudio, describiéndolos como los planes y programas.</p> <p>En ese punto se puede deducir que el docente al menos reconoce que existen textos que permiten la planificación de las clases. Además reconoce los textos escolares y su finalidad en el aula, explicando que están bien desarrollados e ilustrados para el aprendizaje de los estudiantes.</p> <p>Reconoce también los ajustes</p>

	<p>eso como enfocarlo nuevamente, las ideas centrales, las actividades que hay no son muy claras tampoco, entonces hay que ir adaptándolo un poco a la realidad del curso o a la realidad de la escuela. Pero no está demás como ayuda, lo encuentro bueno pero podría a ver sido más detallado, mas específico.</p> <p>2. ¿Le sirve como guía en su clase?</p> <p>R: Me baso mas en mis apuntes, en mis libros y con los textos del estudiante, aun que igual planifico de acuerdo al nuevo marco curricular, pero más que nada ideas centrales.</p>	<p><u>Me baso más en mis apuntes, en mis libros y con los textos del estudiante.</u></p> <p><u>Planifico de acuerdo al nuevo marco curricular.</u></p>	<p>curriculares, de lo cual es posible desprender que el docente sí se actualiza en los cambios curriculares que propone el ministerio de educación. Además hace una crítica constructiva al establecimiento, puesto que es este el que debería preocuparse de impartir capacitaciones para los profesores e instruir en los cambios curriculares existentes.</p> <p>En esta instancia el docente afirma la utilización de textos escolares en el aula y la ayuda de los apuntes para realizar su clase. Esto representa que al menos utiliza algún recurso curricular como apoyo para la planificación de sus clases. También se puede deducir que el docente revisa para planificar el ajuste curricular, ya que confirma que realiza su planificación de acuerdo al nuevo marco curricular.</p>
--	--	--	--

<p>Conceptos de álgebra.</p>	<p>9. ¿De qué forma Ud. presenta el concepto de álgebra a los estudiantes?</p> <p>R: A ver, bueno, se hace una explicación histórica un poco, de a dónde viene el algebra, de donde nació, para que sirve, para que sirvió, ¿ya? Muchos niños ahora se preguntan por qué ahora los números los mezclamos con letras y se enredan, entonces a modo de explicación uno les hace ver que el algebra sirve para solucionar problemas ya sea matemático o de la vida diaria, ¿ya? Y más que nada veo que investiguen un poco quienes son los creadores del algebra, que investiguen ese tipo de cosas, que busquen información sobre cómo solucionar problemas con el algebra, ¿ya?</p>	<p>Hace una explicación histórica un poco.</p>	<p>Se considera pertinente que para comenzar el concepto de álgebra se les muestre a los estudiantes una síntesis histórica de tal contenido, a modo de acercarlos de forma cotidiana. Además de esto se implementa la interdisciplinaria, ya que se está insertando un subsector, en este caso el de historia, al de matemática.</p>
------------------------------	---	--	---

<p>Refuerzos de conceptos en estudiantes con NEE.</p>	<p>10. ¿Conoce las principales características cognitivas de los estudiantes que componen el curso? Por ejemplo si uno tiene NEE</p> <p>R: A ver, tengo cinco cursos, cuatro perdón, cuatro cursos y son todos alumnos con diversas capacidades, no todos son iguales, no todos aprenden igual. Hay alumnos con necesidades especiales, por ejemplo que necesitan ayuda del grupo diferencial, del grupo de integración, ¿ya? Y ahí hay que ir adaptándose pero siempre con ayuda de los grupos estos.</p>	<p><u>Hay alumnos con necesidades especiales, por ejemplo que necesitan ayuda del grupo diferencial, del grupo de integración, ¿ya?</u></p> <p><u>Pero siempre con ayuda de los grupos estos.</u></p>	<p>De acuerdo a lo destacado, se puede inferir que el docente reconoce que existen alumnos con necesidades especiales, aportando que no todos aprenden de la misma forma y que todos poseen habilidades distintas. Además deja entrever que existen personas capacitadas como las del grupo diferencial y de integración, las cuales se preocupan de los y las estudiantes que poseen NEE. Esto quiere decir que el docente conoce las principales características de los estudiantes, pero que no se encarga de los estudiantes que las poseen, puesto que aporta en su respuesta que siempre necesita ayuda de los grupos recién mencionado, lo que deja entrever que no se encuentra capacitado para trabajar con estudiantes de esas características o no le es cómodo.</p>
---	---	---	---

<p>Introducción de los conceptos de álgebra.</p>	<p>5. ¿Existen estudiantes con NEE (Necesidad Educativa Especial)?</p> <p>R: Yo creo que a los profesores se les carga mucho la mano en que tienen que enseñarles a todos y que todos tienen que aprender igual, y resulta que es complicado porque pueden a ver cuarenta alumnos de los cuales cinco necesitan ayuda especial y si tú te dedicas mucho a ellos descuidas a los demás y ayudas a los otros. A veces uno no calza mucho, no da mucho, y necesita ayuda. También pienso que no nos han capacitado mucho en hacer evaluaciones diferenciadas de trabajar con alumnos con NEE es <i>como “dejemos al profesor no mas po`, el profesor de las arregla solo”</i> Entonces a veces piden y piden muchas cosas pero</p>	<p><u>Pueden a ver cuarenta alumnos de los cuales cinco necesitan ayuda especial y si tú te dedicas mucho a ellos descuidas a los demás y ayudas a los otros.</u></p> <p><u>No nos han capacitado mucho en hacer evaluaciones diferenciadas de trabajar con alumnos con NEE.</u></p> <p><u>Entonces a veces piden y piden muchas cosas pero no ayudan y no aportan mucho a las ideas.</u></p>	<p>De acuerdo a lo descrito por el docente, es posible deducir que le provoca un problema hablar de la existencia de estudiantes con NEE dentro del aula, ya que declara que al dedicarse mucho a los niños con estas características descuidas a los demás. Se considera que de cierta manera, se busca no dejar a nadie sin aprendizaje en la sala de clases, pero también es cierto que existen diversas metodologías que ayudan a trabajar con la diversidad de un grupo-curso.</p> <p>En lo subrayado también el docente realiza una acotación la cual alude a la falta de capacitación para poder evaluar a estos niños, lo cual tiene que ver netamente con la falta de organización del establecimiento, ya que si han seleccionado incluir a estudiantes con necesidades educativas especiales, deben capacitar de cierta manera a los</p>
--	--	---	---

	no ayudan y no aportan mucho a las ideas. Y el tiempo que quiere que le diga, muchas veces nos llevamos trabajo para la casa.		docentes para que puedan trabajar con la realidad heterogénea que hoy en día está sumergida en el aula.
Conceptos con que inicia la unidad.	<p>10. ¿Cuál es el contenido con el que usted comienza la unidad de álgebra? ¿Por qué?</p> <p>R: ya, a ver, mira este año empecé a trabajar álgebra por primera vez en sexto básico, ¿ya? Por primera vez lo estoy viendo, porque antes lo veíamos en octavo. Yo hasta el año pasado trabajé con el antiguo programa y este año empecé con la adecuación curricular, entonces me di cuenta de repente que álgebra, en este caso ecuaciones lo bajaron a sexto, ¿ya? Y según el programa se empieza a trabajar con términos semejantes,</p>	<p>Este año empecé a trabajar álgebra por primera vez en sexto básico.</p> <p>Porque antes lo veíamos en octavo.</p> <p><u>Y según el programa se empieza a trabajar con términos semejantes, entonces empezamos a trabajar con los términos semejantes y la reducción de términos semejantes.</u></p> <p><u>¿Qué hago con la X? ¿Por qué pasa este número para allá? ¿Sumando o restando? Estoy dándome cuenta recién.</u></p>	<p>Según lo subrayado se infiere que el docente solamente este año comenzó con la unidad en sexto año básico, lo cual es nuevo tanto para los estudiantes como también para él.</p> <p>Según lo descrito se basó en la adecuación curricular, entendiendo a esta como el ajuste curricular, es por eso que comenzó la unidad con términos semejantes y reducción de términos semejantes.</p> <p>De acuerdo a esto se analiza visiblemente que el docente comienza la unidad de álgebra sin tomar en cuenta lo visto en la unidad anterior, lo cual</p>

	<p>entonces empezamos a trabajar con los términos semejantes y la reducción de términos semejantes, ahora vamos en ecuaciones de primer grado algo facilitó y a medida que avanzan las clases aumentamos el grado de dificultad, para empezar ecuaciones aditivas y ahora vamos a empezar a ver ecuaciones multiplicativas, después la resolución de problemas. Pero igual es un desafío a ver bajado de octavo a sexto, porque se les enreda ¿Qué hago con la X? ¿Por qué pasa este número para allá? ¿Sumando o restando? Estoy dándome cuenta recién Si en octavo ya para ellos es complicado imagínate para el sexto. Entonces ahí hay harta pega, arto trabajo.</p>		<p>vislumbra que éste no considera si los y las estudiantes están preparados para el comienzo de una nueva unidad.</p> <p>El docente no posee una metodología o didáctica pertinente para realizar la unidad de álgebra, ya que al igual que muchos docentes, utilizan una mala estrategia de la X, preguntándose si el número se pasa restando o sumando, dejando entrever con la respuesta que el mismo da “estoy dándome cuenta recién”, que ni siquiera él sabe como tomar tal contenido de manera adecuada.</p>
<p>Conceptos de aritmética en el inicio del álgebra.</p>	<p>11. ¿Cree que los conceptos de aritmética deben estar bien consolidados para inicial el</p>	<p><u>Lo ideal es que los niños sepan las cuatro operaciones básicas.</u></p>	<p>Según lo subrayado se puede afirmar que el docente posee una cierta noción de lo que es aritmética, puesto que nombró las</p>

	<p>contenido de álgebra? ¿Por qué?</p> <p>R: Por supuesto, lo ideal es que los niños sepan las cuatro operaciones básicas, eso es lo ideal, pero muchas veces encontramos con niños que no saben multiplicar, que no saben dividir ¿ya? Entonces ahí chocamos un poco. Lo ideal es que sepan bien las propiedades de la suma la resta la multiplicación y la división.</p>	<p><u>Pero muchas veces encontramos con niños que no saben multiplicar, que no saben dividir ¿ya?</u></p> <p><u>Suma la resta la multiplicación y la división.</u></p>	<p>cuatro operaciones básicas.</p> <p>Al nombrar tales operaciones se puede deducir que el docente las conoce y realiza sin lugar a duda sin ningún problema, pero no las nombra como corresponde: adición, sustracción, multiplicación, división.</p> <p>El docente agrega que hay muchas veces que se encuentra con estudiantes que no saben dividir o multiplicar, con esto de ve claramente la falta que hace la evaluación diagnóstica de los contenidos antes visto.</p>
<p>Evaluación de los conceptos de álgebra.</p>	<p>14. ¿De qué forma evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra?</p> <p>R: A ver, podemos evaluar de forma individual a través de controles, pruebas, interrogaciones, en el pizarrón,</p>	<p><u>Forma individual a través de controles, pruebas, interrogaciones, en el pizarrón, oral, esas son las formas más típicas de evaluar en matemáticas.</u></p> <p><u>Eso se mide a través de evaluaciones numéricas, obvio, entonces si yo me pongo a hacer una clase muy</u></p>	<p>Se considera que el docente evalúa a los estudiantes de manera sumativa y formativa ya que también los hace participar en clases saliendo a la pizarra.</p> <p>Se desprende además que al docente solamente le interesa el resultado cuantitativo que posee cada estudiante,</p>

	<p>oral, esas son las formas más típicas de evaluar en matemáticas, porque lo que nos exigen ahora son resultados y que todos los niños aprendan y eso se mide a través de evaluaciones numéricas, obvio, entonces si yo me pongo a hacer una clase muy constructivista no me da mucho resultado, o sea yo tengo alumnos que están en el instituto nacional o en otros colegios buenos, y el profesor en la pizarra materia, materia, materia y hay conductismo y poco constructivismo ya? Ahora, las matemáticas se pueden enseñar a través de problemas y cosas divertidas pero en lo real en lo concreto sabemos que no es así, sabemos que si un niño va a dar una prueba a un colegio le van a salir puros problemas y puros numero, no va haber nada de constructivismo. Es muy bonito e constructivismo pero yo creo que para cursos más pequeños, pero cuando nos enfrentamos con algebra o</p>	<p><u>constructivista no me da mucho resultado.</u></p> <p><u>Sabemos que si un niño va a dar una prueba a un colegio le van a salir puros problemas y puros numero, no va haber nada de constructivismo.</u></p> <p><u>Pero cuando nos enfrentamos con algebra o geometría, razón y proporción directa inversa es otra cosa.</u></p>	<p>ya que afirma que en los colegios eso les va a ayudar. Deja de lado el aprendizaje cualitativo, que tiene que ver con el desarrollo del estudiante, el aprendizaje con la ayuda del otro, el desenvolvimiento con su entorno social y cultural. Se considera que el docente posee un concepto erróneo de constructivismo, ligado más al libertinaje, sin tomar en cuenta que éste se entiende como la instancia en la cual el rol principal forma parte del estudiante, capaz de poder construir sus propios aprendizajes a través del guía y mediados, en este caso el docente.</p>
--	---	---	---

	<p>geometría, razón y proporción directa inversa es otra cosa.</p> <p>15. ¿Qué decisiones toma frente a los resultados de dichas evaluaciones?</p> <p>R: A ver, cuando veo que hay muchos niños con problemas yo tengo que obligadamente retomar el contenido nuevamente, volver a reforzar aquellas debilidades que tengan ellos. Obviamente si yo me doy cuenta que en una prueba de cuarenta alumnos, veinticinco treinta son rojos en algo estoy fallando yo, entonces yo tengo que siempre cuestionarme y ver donde estoy fallando, uno siempre tiene que estar ahí, el profesor no es Dios, no es el amo de la clase, pro siempre tiene que estar ahí, si fallaron muchos niños alguna metodología fallo, a lo mejor</p>	<p><u>A ver, cuando veo que hay muchos niños con problemas yo tengo que obligadamente retomar el contenido nuevamente.</u></p> <p><u>Obviamente si yo me doy cuenta que en una prueba de cuarenta alumnos, veinticinco treinta son rojos en algo estoy fallando yo.</u></p> <p><u>Si fallaron muchos niños alguna metodología fallo.</u></p> <p><u>Refuerzo de nuevo el contenido y hago de nuevo la prueba quizás puede que baje los grados de dificultad o puede que los mantenga.</u></p>	<p>De acuerdo a lo destacado, se puede desprender que el docente de acuerdo a los resultados obtenidos por pruebas o controles, toma medidas para mejorar o retroceder en el contenido evaluado. En esta instancia el docente declara que al momento de obtener un resultado inferior a la nota 4,0 en más de la mitad del curso, realiza un análisis de la manera en que presentó el contenido, mejorándola o cambiándola en su totalidad para presentarlo nuevamente, con el fin de que los estudiantes logren el aprendizaje esperado.</p>
--	---	--	---

	<p>aplique mal este contenido, se enredaron. A lo mejor honestamente no le puse mucho empeño, entonces siempre tenemos que estar ahí reforzando y si están malas las evaluaciones, refuerzo de nuevo el contenido y hago de nuevo la prueba quizás puede que baje los grados de dificultad o puede que los mantenga.</p>		
--	--	--	--

3.7.8 Análisis final del docente B

Refuerzo a estudiantes con NEE

Durante el desarrollo de ambas clases analizadas el docente realiza preguntas al curso de forma muy generalizada sin intención e indicios de esperar una respuesta. Solo en un par de oportunidades le pide a un alumno en particular que le responda una pregunta solo porque estaba conversando. Por lo que no se observa en ningún momento que el docente realice refuerzos o atención especial a algún alumno en particular por presentar alguna dificultad cognitiva.

Sin embargo durante la entrevista que se le realizó, y que el acepto responder sin limitaciones, nos aclara que en los curso que atiende en el establecimiento hay al menos cinco alumnos que presentan NEE (Necesidad Educativa Especial), de los cuales no pudimos distinguir por la nula atención exclusiva que necesitan que requieren estos estudiantes.

Pues bien, según distintos autores la NEE es la necesidad que presentan las personas, desde distintos sistemas en que se desenvuelven, en este caso en sistema escolar, y en los apoyos que estos requieren, más que en la capacidad o dificultad. Por ende el trabajo docente en aula es fundamental para el desarrollo de “ese” estudiante más aun si es complementario con la ayuda de profesionales de la especialidad diferenciada. Es así como también el sistema educativo chileno incorpora un programa para estudiantes con NEE que pretende principalmente “hacer efectivo el derecho a la educación, a la igualdad de oportunidades, a la participación y a la no discriminación de las personas que presentan NEE, garantizando su pleno acceso, progreso y egreso del sistema educativo.”

Bajo el sustento teórico del Marco para la Buena Enseñanza, se puede reconocer que el proceso de enseñanza aprendizaje es complejo dada la diversidad del universo en el aula, por lo tanto este documento pretende ser un guía y apoyo para los docentes y en conjunto contribuir al mejoramiento de la enseñanza.

Introducción de los conceptos de álgebra

El docente indica en ambas clases que se está iniciando la unidad de “ecuaciones de primer grado” con el contenido de términos semejantes y posteriormente en la segunda clase continúa con reducción de términos semejantes. No existen inconvenientes ya que el ministerio de educación y los textos escolares así lo plantean. Pero en ningún momento el docente al iniciar la clase pregunta en qué consiste el álgebra o que entienden por algebra, siendo que existe un documento muy popular al que todos, especialmente alumnos, pueden acudir para consultar el significado de alguna palabra.

Sin embargo en la entrevista ejecutada al docente en una de las preguntas referente a “la introducción de los conceptos de álgebra” él menciona que realiza esta etapa de la unidad partiendo con una explicación histórica; de donde viene, para que sirve y para que sirvió. Lamentablemente en sus clases se evidencia una realidad muy distinta.

Utilización de recursos curriculares

El docente reconoce directamente aquellos recursos curriculares que establece el Ministerio esto puede ser identificado a través de la entrevista aplicada, a partir de ello, no establece completamente el uso adjunto de las herramientas curriculares. Referido a lo anterior considera que posee diversos errores perjudiciales, considera que son un aporte para el trabajo docente durante el año escolar, pero que no se comprenden completamente, pero no se ve reflejado en el momento de desarrollar las actividades de las clases al extraer ejercicios que en el momento establece.

Es fundamental considerar aquellas herramientas de apoyo que establece el ministerio para el apoyo docente, ya que se considera que de cierta forma orientan completamente el proceso de enseñanza aprendizaje de nuestros alumnos y docentes que emprenden su profesión en las aulas. Además con ello el docente es capaz de reconocer cuales son aquellos requisitos y propósitos que desean cumplir de parte de todo el cuerpo directivo del Ministerio. A partir de lo anterior el docente destaca en la entrevista que solo rescata aquellas ideas centrales del ajuste curricular como también el informarse de aquellos nuevos conceptos actuales que se implementan.

Relacionado a la clase misma se puede observar que el docente da a conocer diversos ejercicios en su clase que se relacionan directamente con aquellos apuntes que rescata a partir de aquella indagación previa que reproduce antes de desarrollar su clase, incluimos además que se puede identificar la no utilización de los libros escolares.

El docente capaz de analizar y diseñar nuevas propuestas a partir de aquellas herramientas que se construyen y entrega el ministerio seremos capaces de mejor aun más el diseño de planificación.

Dentro del Marco para la Buena Enseñanza, documento que proporciona MINEDUC, presenta cuatro dominios importantes para la formación de un docente, uno de ellos es el Dominio A: *Preparación de la enseñanza*, quien hace alusión a la disciplina que enseña el profesor y a las competencias pedagógicas necesarias para organizar el proceso de enseñanza. Es posible que este documento no sea aplicado directamente en la clase como contenido para los estudiantes, pero si es información implícita que el docente poseerá para entregar de mejor manera los conocimientos.

Se considera fundamental que a partir de aquella construcción de planificaciones seamos capaces de incorporar aquellas herramientas que plantea el Ministerio con el fin de no saltarse aquellas orientaciones de apoyo que se plantean como aquellas legislaciones que se estipulan. Debemos de cierta forma cumplir con algunas normas cívicas que orientan a toda persona.

Conceptos de álgebra

A partir de lo que se desprende de la entrevista y las clases observadas se puede indicar que el docente conoce los conceptos que se involucran en álgebra, puesto que realiza definiciones pertinentes al momento de presentar tales conceptos, aludiendo a que sí posee un manejo en las concepciones que entrega en el aula.

Evaluación de los conceptos

Al momento de evaluar el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes el docente en estudio relata en la entrevista que lo realiza utilizando diversos instrumentos, tales como, controles, pruebas, interrogaciones, salidas al pizarrón y de forma oral. Todas estas responden a las evaluaciones sumativas y formativas, puesto que al evaluar con instrumentos controles y pruebas e interrogaciones busca información acerca del aprendizaje logrado al finalizar los contenidos o la unidad, evaluando así sumativamente; y al concebir que los estudiantes salgan al pizarrón y respondan o pregunte dudas de manera oral, permite la retroalimentación del estudiante y el óptimo aprendizajes por parte del docente quien a través de este medio logra monitorear si han aprendido o no los conceptos vistos.

Se contrasta que debido a la observación de las clases impartidas por el docente, hay una simetría con lo que realiza en su clase y lo que el docente menciona en la entrevista, puesto que este en el aula se preocupa del aprendizaje de cada estudiante y lo evalúa sacándolos a la pizarra y monitoreando en todo momento el trabajo en la clase, además responde dudas e interrogantes de manera personalizada, lo cual hace que el aprendizaje de los estudiantes sea efectivo y retroalimentado.

A pesar de que el docente no menciona en la entrevista realizada la evaluación diagnóstica, también la realiza en sus clases, ya que al comienzo de clase nuevo aprendizaje, este realiza preguntas diversas para recordar lo visto anteriormente y pregunta acerca de los contenidos nuevos que se verán en la clase a modo de rescatar los conocimientos previos de los y las estudiantes.

Esto deja entrever que el docente maneja las tres instancias de evaluación, las cuales permiten un buen aprendizaje por parte de los estudiantes y un buen monitoreo de estos por parte del docente.

Preguntas de los estudiantes

En la observación de la clase se distingue claramente que el docente responde a la totalidad de las preguntas realizadas por los y las estudiantes, de acuerdo a esto y lo mencionado anteriormente se puede dilucidar que el docente en cuestión forma parte del proceso de enseñanza-aprendizaje del estudiante, puesto que cumple con el rol docente. Esto se vislumbra al momento de estar dispuesto a resolver cada duda de los y las estudiantes, al estar preocupado si estos aprendieron realmente. El docente en toda instancia monitoreo el trabajo de los

estudiantes, paseándose por los puestos, realizando preguntas y contestando las dudas e interrogantes de los estudiantes.

Esto refleja que el docente además de manejar el contenido posee dominio del grupo-curso, considerando que es un curso pequeño que se compone de 25 estudiantes aproximadamente, pero que a la vez posee características que dificultan el aprendizaje, tales como conversaciones entre ellos, desorden al momento de pararse de su silla, entre otras. Todo esto es manejado por el docente de manera profesional, indicando así que domina el aula.

CONCLUSIONES

Dados los análisis realizados desde la información recolectada de dos docentes de sexto básico (A y B) de un mismo establecimiento educacional de dependencia municipal, situado en la comuna de Santiago, se pueden extraer las siguientes conclusiones.

Considerando que se está dentro de un mismo contexto educativo las diferencias son sustanciales. El docente A y los estudiantes de la jornada de la mañana, y en consecuencia sus acciones dentro del aula, difieren totalmente respecto a sus pares de la tarde. A continuación se exponen las coincidencias y discontinuidades que surgen entre las acciones y las declaraciones de los docentes A y B, a partir de las categorías antes mencionadas que enmarcaron esta investigación.

Partiendo por la apreciación que ambos docentes tienen sobre los *documentos oficiales que entrega el MINEDUC*, afirman que les son de ayuda y de guía para sus clases y sus planificaciones pero el de la mañana se refiere principalmente a los mapas de progreso sin tener una definición clara de lo que implican, y el de la tarde reconoce la existencia sólo de los textos de escolares y los planes y programas y además plantea la confusión que tiene respecto a las modificaciones realizadas en el ajuste curricular. Así el profesor B demuestra un mayor dominio de los recursos curriculares aunque no es lo suficiente para poder afirmar que trabaja en función de las herramientas que brinda el ministerio. De esto se puede concluir que ambos docentes poseen falencias en el manejo de estos, dejando a la deriva la planificación de sus clases, entendiendo así que no ordenan de manera provechosa el tiempo en el aula, no revisan previamente los contenidos que entregan en las clases, por lo que esto repercute en un manejo deficiente de los conceptos de la unidad de álgebra.

Ambos docentes reconocen tener estudiantes identificados con *necesidades educativas especiales* dentro de los niveles referidos a la investigación. Pero ninguno asume de forma íntegra el aprendizaje de los estudiantes. El docente A, a pesar de su mención en trastornos de aprendizajes, no se hace cargo de la educación diferenciada de ellos, sólo realiza evaluaciones diferenciadas (disminuye las alternativas, o esclarece los enunciados) con el apoyo de la profesora del programa de integración y el profesor de la tarde se declara relativamente incompetente para asumir la educación de niños con NEE, además de no contar con el apoyo adecuado para no descuidar al resto del curso enfocándose en los requerimientos de los niños con NEE. Tomando en consideración todo esto es posible concluir que el establecimiento observado e investigado posee una estrategia para tratar con estudiantes de NEE, al contar con una profesora del programa de integración, pero cabe señalar que no es suficiente, ya que ambos docentes no se encuentran capacitados para desenvolverse en un aula que posee diversidad de grupo y una sola docente capacitada para esto no da abasto para atender a la cantidad de alumnos que forman parte del programa de integración. En

este punto se realiza una crítica constructiva al establecimiento en sí, ya que este no entrega al docente herramientas que faciliten el trabajo en el aula, para atender la diversidad del grupo curso en donde está inmerso.

Ambos docentes comienzan enseñando los *primeros conceptos de álgebra* según lo que indica la guía didáctica, con los términos semejantes y la reducción de ellos. La dificultad que se genera no está relacionada con el contenido propiamente tal sino es cómo el docente acerca este contenido a los estudiantes. El docente A afirma trabajar con material didáctico sin tener claridad de lo que son y el docente B declara estar un poco confundido respecto de cómo enseñar este contenido en sexto, ya que lo había estado trabajando en octavo año y con un nivel elevado, lo cual genera un conflicto ya que el docente no utilizó una forma de enseñar, ya sea una estrategia, didáctica o metodología adecuada para llevar el concepto de álgebra a los estudiantes, utilizando el mismo nivel elevado que solía ocupar en octavo año básico.

Al momento de *evaluar* los contenidos enseñados en la unidad de álgebra ambos docentes ocupan las instancias de evaluación, la diferencia entre ellos es que el docente de la mañana ocupa la evaluación sumativa, proporcionándole mayor importancia y la evaluación formativa ocupándola de manera intrínseca, y el docente de la tarde utiliza las tres instancias de evaluación, correspondientes a las dos mencionadas anteriormente, mas la diagnóstica. De acuerdo a esto se considera que el docente A posee una falencia importante al no tomar en cuenta tal evaluación, puesto que es en esa instancia donde él puede recabar información de los estudiantes, recordando los conocimientos previos de estos para luego introducirlos a otro y avanzar de manera tal que los estudiantes aprendan realmente, a diferencia con el docente B que al comienzo de cada clase se preocupa de recabar los conocimientos previos de los estudiantes, evaluando en su totalidad el proceso de evaluación, a diferencia con el de la mañana que para evaluar los contenidos solamente aplicaba un instrumento prueba.

Cada docente al momento de *responder a las preguntas de los estudiantes* lo realiza de manera distinta, ya que el docente A corresponde a un curso difícil, donde al profesor le es complicado mantener el orden y la atención de tales, esto deja entrever que si el docente no domina al grupo-curso y solamente se dedica a mantener el curso en orden, pierde la instancia de enseñar de manera efectiva a los estudiantes, resultando así un poca comprensión del contenido y limitando a los estudiantes a aprender y en sí a realizar preguntas. En diversas ocasiones los estudiantes realizaban preguntas, pero él no las contestaba, porque necesitaba tener el curso en orden, en este caso se considera que el docente actúa erróneamente, ya que su labor como tal es responder y aclarar dudas e interrogantes dentro del aula. A diferencia el docente B responde a la totalidad de las preguntas realizadas por los estudiantes formando así el proceso de enseñanza –aprendizaje. Además de responder a las preguntas el docente B estaba dispuesto a resolver cada duda o interrogante de los estudiantes monitoreando su trabajo en clases, este punto no se le vio reflejado al docente A, ya que solamente pasaba el contenido y escribía en el pizarrón.

Al hablar de *dificultad en el aprendizaje de álgebra* el docente A hace alusión a que una dificultad es la mala calendarización que existe en uno de los recursos curriculares. El docente B responde a la pregunta haciendo mención del problema que se encuentra al despejar la letra X. De acuerdo a esto se puede inferir que el docente de la mañana toma como dificultad, no un contenido en sí que se está viendo en la unidad de álgebra, sino más bien una falencia que poseen recursos que pueden ser moldeables y adecuados por el mismo. En cambio el docente B sí anuncia una problemática en los contenidos de álgebra, la cual se percibe en las clases y la entrevista del docente.

Los conceptos de álgebra que los docentes conocen difieren de lo que ocurre dentro de la sala de clase. Ambos docentes no realizan distinción de los conocimientos de aritmética respecto a aquellos utilizados en álgebra. En primer lugar el docente A no conoce las definiciones de los conceptos de manera concreta sino más bien una idea generalizada de lo que estos representan, por lo cual es él quien genera las dificultades de aprendizajes en los estudiantes al no tener una idea clara de los conceptos, podemos debelar la improvisación de este profesor con los estudiantes ya que sus definiciones, ejemplos y ejercicios son creaciones personales que no tienen relación con los conceptos algebraicos. Por el contrario el profesor B, quien demuestra tener un dominio de los conceptos de álgebra presenta dificultades para la transposición de dichos contenidos, entrega cantidad de contenidos y no calidad, puesto que no verifica que los estudiantes estén entendiendo dichos conceptos.

En este caso podemos ver que ambos presentan dificultades el primero por ignorancia y el segundo no poder adaptar los conocimientos. Por lo que podemos que no solo es importante ser un experto de los contenidos sino también saber adaptarlo a los procesos mentales de los estudiantes.

Al iniciar la investigación se presentaron diversas limitaciones que fueron dificultando el progreso de nuestro proyecto.

Una de ellas fue el poder encontrar un campo de investigación donde se permitiera llevar a cabo las observaciones y aplicación de los instrumentos de recolección de información. Para ello se debió hacer una intensa búsqueda teniendo como prioridad colegios deficientes en los resultados de la prueba SIMCE.

Durante esta intensa búsqueda recibimos la desaprobación de la mayoría de los establecimientos. Sin embargo; se presentó la posibilidad de poder tomar como terreno de investigación un colegio donde dos integrantes del grupo del proyecto de investigación se encontraban llevando a cabo su práctica profesional, lo que nos permitió superar aquella limitación, a pesar que los resultados SIMCE de aquel colegio se encontraban en la media del estándar nacional, por otra parte se presenta también la posibilidad de contrastar la jornada de la mañana y de la tarde, ambas con distintos profesores.

Una segunda limitación se presentó una vez que se estuvo en contacto con el establecimiento. Si bien el director no puso problemas para llevar a cabo las

observaciones y respectivos análisis, fue el docente A quien obstaculizó nuestro trabajo impidiendo y negándose a poder gravar las clases, en audio ni en video. Por lo tanto fue preciso explicar detalladamente al docente en estudio el fin de nuestra investigación y especificar que los resultados finales no serían divulgados. Fue así como el docente cedió a la posibilidad de ser gravado, sólo en audio, a diferencia de lo ocurrido con el educador B, quien no presentó problema alguno para el registro de sus clases.

Una vez ya iniciadas las observaciones periódicas, se sucintó una tercera limitación relacionada a los horarios. La cual se logró programar y ordenar de acuerdo a las horas de matemática y los horarios de las alumnas observantes. Lamentablemente dado a las últimas marchas organizadas por estudiantes de educación superior en el sector del centro de Santiago, justamente donde se encuentra ubicado el establecimiento, los estudiantes eran retirados del colegio por sus apoderados por temor a algún accidente, además de impedir la asistencia e ingreso de las integrantes del proyecto de investigación a establecimiento, lo que obligo a reestructurar el horario de observaciones.

Esta investigación partió del supuesto elemental de la existencia de dificultades que se materializan en los errores que emiten los estudiantes y de esta forma la responsabilidad del docente de subsanar estas dificultades para prevenir o corregir los posibles errores. Para ello se asumió que el docente tenía una forma o alguna estrategia de afrontar las diversas dificultades que existen dentro de las aulas. Surgiendo así la pregunta principal de esta investigación: *“¿Cómo los docentes enfrentan las dificultades y los errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra, en el subsector de matemáticas en estudiantes de sexto básico en el contexto de una Escuela Municipal ubicada en la comuna de Santiago?”*

A medida que se fue desarrollando y apareciendo los primeros análisis, fue cambiando el foco, debido a que los docentes no tienen claridad de los principales errores que comenten sus estudiantes y menos las dificultades que lo provocan. De esta forma no logran enfrentar las dificultades que tienen los estudiantes.

Una vez que la investigación comenzó a tomar forma, se encontró que los docentes poseen algunas ambigüedades respecto al contenido por lo que dificultan aún más el trabajo de la superación de las dificultades y los errores de los estudiantes, ya que se está enseñando lo que no se sabe. Es posible entonces darse cuenta de una realidad no muy favorable para los estudiantes, considerando que los mismos educadores son quienes causan las dificultades por no tener un buen manejo conceptual del contenido, provocando así errores o confusiones en los estudiantes que perduran y se replican en el tiempo.

Considerando la experiencia de los docentes, se pudo concluir que el docente A estaba desempeñando su primer año de experiencia pedagógica lo que marcó una gran diferencia con el docente B que contaba con trece años de

experiencia, lo que se pudo ver reflejado también en cuanto al dominio de contenidos, lo que se refiere al conocimiento de los documentos oficiales y a las propias formas de enseñar. Más allá de ser uno más capacitado que el otro, es la responsabilidad del docente A cubrir la falta de experiencia por lo menos, infamándose sobre las características propias de sus estudiantes, las herramientas que aportan los documentos oficiales, las diversas formas de hacer clase, las evaluaciones adecuadas al contexto social y académico, etc. Por otra parte el docente con mayor experiencia debió ser capaz de generar alguna estrategia que le dé cuenta de las dificultades que poseen sus estudiantes y así poder ayudarlos a superarlas.

Además de ello, ambos deben hacerse cargo de sus propias dificultades y errores en las concepciones que poseen del eje de estudio y todos sus conceptos asociados.

Una nueva forma de realizar la investigación pudo ser partiendo por investigar cuáles son las dificultades que los docentes poseen respecto al contenido de álgebra y sus sub contenidos en el nivel de estudio. Para continuar evaluando si la forma que los docentes enseñan es efectiva para que los estudiantes aprendan el contenido, además de conocer la base aritmética que poseen los estudiantes y lo que los conocimientos que los docentes poseen respecto al eje y al contar con todos estos antecedentes se podrá recién poder vislumbrar la manera que los docentes enfrentan las dificultades que tienen estudiantes en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio del álgebra en un nivel determinado. Por lo que se requiere de un tiempo más extenso y de una inclusión más participativa por parte de los estudiantes, pensando que son el reflejo de las capacidades que el docente posee respecto a los contenidos.

Así surgen nuevas inquietudes, que se alejan de lo que inicialmente se tenía pensado, siendo una base o un punto de partida para seguir avanzando con la investigación, tales como; ¿los docentes de un establecimiento municipalizado están capacitados para incorporar los conceptos de aritmética en inicio de la enseñanza del álgebra? ¿Será factible que los estudiantes logren superar sus dificultades y en consecuencia sus errores, si son los docentes quienes los provocan?

Los principales aspectos logrados de esta investigación, se relacionan más con la formación académica personal. A lo largo de la carrera de pedagogía básica se enseñan metodologías, didácticas y diversas estrategias para acercar el contenido a los estudiantes, además de los contenidos propiamente tales. Lo que parece suficiente para salir a los colegios y trabajar, sin embargo en esta investigación se descubrió una realidad totalmente distinta, sumamente adversa. Cada colegio es un mundo diferente, cada curso funciona de formas distintas y por lo demás cada docente y cada estudiante tiene una perspectiva personal de lo que busca en las instituciones educativas. Así pasa a segundo plano la parte académica, para dar paso a las diversas realidades que se dan en los futuros campos laborales.

Por lo que el principal logro que se obtuvo con esta investigación fue el de dar las primeras pistas de lo que serán los próximos años en las escuelas, más allá de la sola enseñanza implicando a las personas y todas sus complejidades.

Otro logro aspecto relevante que develo esta investigación, es el rol que tiene el docente dentro de las aulas. Hoy en día se ha tratado de que el docente asuma un papel más secundario para que los estudiantes sean los protagonistas y así se apropien del conocimiento, lo que suena muy prometedor para alcanzar los objetivos y las metas propuestas. Lamentablemente, se puede afirmar, que haría falta de muchísimos esfuerzos por parte del gobierno, de las autoridades del colegio, de los padres o apoderados, de los estudiantes y evidentemente de los docentes, para alcanzar los estándares de educación a los que se aspira.

Se necesita un cambio de fondo y de forma. De forma considerando que las políticas de gobierno deben responder a la demanda y más aun a las necesidades propias de esta vertiginosa modernización. Y de fondo pensando en la formación de profesores. Cualquier persona con algunas habilidades mínimas (y con los medios económicos) puede pasar por la universidad y aprender muchas fórmulas para ser profesor, pero no cualquiera puede llegar a ser un buen profesor, es ahí donde se marca la diferencia y donde se genera el quiebre en todo lo que implica la educación.

Los futuros docentes, docentes experimentados y aquellos que no lo son tanto, siempre deben sentir un ímpetu por la profesión y tremendos sentimientos positivos que sean la guía que los mueva a actuar día a día entregando lo mejor de sí a sus pupilos. Sentimientos que no se aprenden en la universidad entre libros, sentimientos que se viven en lo cotidiano de la vida universitaria y en las pequeñas intervenciones en aula.

Así concluye esta investigación siendo el punto de partida para iniciar toda una vida como profesoras comprometidas para con nuestros estudiantes tomando el fuerte compromiso de siempre seguir aprendiendo y enfrentando todos los desafíos que la profesión demanda.

ANEXOS

Para contextualizar el universo de estudio se presenta una breve reseña histórica de la Escuela brindada por esta misma institución educativa.

La Escuela que ostenta hoy el nombre de “**Cadete Arturo Prat Chacón**”, fue creada durante el gobierno del **Presidente Manuel Montt Torres**, el 14 de mayo de 1856. El Decreto de su creación lleva las firmas del presidente Montt y del Ministro de Educación Pública de la época don Francisco Javier Ovalle.

Con el nombre de la **Escuela Superior de Santiago**, tuvo como **primer director** a un distinguido educador, **Don José Bernardo Suárez**, egresado de la Escuela Normal de Preceptores.

Empezó a funcionar en la calle San Diego donde antes estaba el Conservatorio de Música.

La Escuela fue llamada por los vecinos del sector como escuela “**La Campana**”, ya que su tañido indicaba ciertas horas del día. En esos años pasaron por sus aulas, alumnos que más tarde marcaron un hito en la historia, transformándose en héroes de la Guerra del Pacífico, entre los que destacó “**Arturo Prat Chacón**” y **Vicente Mutilla**.

Una mañana de octubre de 1856, llegó acompañado de su madre a matricularse, el que años más tarde sería el héroe máximo de la Armada Nacional de Chile. Tenía entonces 8 años de edad. Permaneció dos años en la escuela, tiempo en que demostró amor al estudio, responsabilidad y perseverancia. De carácter firme y decidido. A los 10 años ingresó a la Escuela Naval.

Arturito aprendió sus primeras letras en la escuela “La Campana”, según consta en su certificado de estudios, obtuvo las siguientes calificaciones:

Aplicación: Excelente.

Capacidad: Buena.

Asistencia: Constante.

Carácter: Inmejorable.

Con el correr del tiempo, durante el inicio de la Guerra del Pacífico, el destino juntó en la vieja “Esmeralda” a dos ex alumnos de la casi olvidada escuela “La Campana”, ellos eran el Capitán don Arturo Prat Chacón y el ingeniero 2º, Vicente Mutilla. Juntos hicieron recuerdos de su lejana infancia en aquella Escuela de la calle San Diego.

Desde la creación como “Escuela Superior de Santiago” ha tenido nominaciones como Escuela Superior N°1 “Bernardo O’Higgins” y luego “Escuela República de Guatemala”.

Al cumplir 100 años del Combate Naval de Iquique y en memoria del héroe ex alumno, se otorgó el nombre de Escuela E-10 “Cadete Arturo Prat Chacón”, por

Decreto Supremo 1.200 del 07 de mayo de 1979, publicado en el Diario Oficial 30.386 del 12 de junio del mismo año.

El local ubicado en San Ignacio esquina Olivares, sufrió las consecuencias del sismo de marzo de 1985 y debido a las condiciones en que se encontraba debió ser demolido.

El 14 de mayo de 1987, se inaugura el actual edificio que dotado de modernidad de infraestructura y proyección educativa mantiene el significado y trascendencia del espíritu de Prat.

Trascripción: clase Nº 1 de la jornada de la mañana - Profesor A

(Los niños se forman afuera de la sala e ingresan a ella, mientras la alumna en práctica prepara el material para ocupar en la clase.

(Desde que ingresan los alumnos a la sala de clase pide silencio dos veces)

P: Kevin los estamos esperando a usted noma para que se siente. Buenos días alumnos

A: buenos días profesor

(Saluda dos veces)

P: se acerca a abrir la puerta para que ingrese un alumno, dice: la prueba de potencia de base 10 se las entrego la próxima clase.

A: ah usted dijo que nos iba a entregar las pruebas

P: hoy es una clase especial por favor *(pidiendo silencio con el tono de voz)*

A: pero nos puede decir las notas por favor

P: tengo más de la mitad del curso ya, tengo los puntajes me falta poner las notas. Primero vamos a pasar la materia porque nos vienen a observar hoy día la clase y no podemos ocupar el tiempo en revisar la prueba y entregarla, entonces la próxima clase o al final de la clase en 10 minutos les digo la nota, las personas que tengan rojos.

Hoy vamos a entrar a una nueva unidad ¿Cuál sería?

A: potencia (gritan)

P: ¿potencia? Potencias ya pasamos

A: ecuaciones

P: hoy vamos a dar comienzo a las ecuaciones de primer grado, sacan el cuaderno por favor solo el cuaderno

A: ¿el libro no?

P: solamente el cuaderno

(La alumna en práctica escribe un problema en la pizarra)

P: no escriban nada por favor. Lo que está haciendo la tía e la pizarra, voy a dar las instrucciones yo después. Vamos hacer el comienzo de la ecuación de primer grado a partir de las igualdades numéricas que hay en los nueros naturales ¿quién me puede decir que significa igualdad? ¿Igualdad numérica?

A: que sigue la igualdad, por ejemplo dos Y es lo mismo que decir dos por Y

P: ya pero hoy solo vamos a hablar de los números naturales ¿recuerdan las propiedades de la suma, adición y sustracción?

(Nadie responde)

P: ¿las propiedades? vamos a recordar entonces las propiedades de la adición y sustracción y de la multiplicación y división. ¿Ya?

Antes de dar paso a la ecuaciones de primer grado tenemos que tener claro que es una igualdad, miren la tía está escribiendo un problema esta va a ser nuestra base para dar un comienzo.

(Espera que la alumna en práctica termina de escribir el problema)

(El profesor lee el problema y vuelve a leer el ejercicio)

P: Problema: la familia Miranda está participando en un programa concurso en televisión. El animador les muestra los siguientes ejemplos ¿ejercicios? Ejercicios. El animador les muestra los siguientes ejercicios y les pregunta ¿Cuál de las siguientes tiene el mayor resultado?, ¿en cuál de estos números naturales y la suma obtiene mayor resultado? Escribamos el problema por favor y resolvamos el ejercicio y busquemos cual de los da el mayor resultado. Pongan la fecha de hoy.

Ejercicios:

- 1) $6839235 + 600840$
- 2) $6000840 + 6839235$
- 3) $(7191284 + 4566730) + 1082061$
- 4) $12840075 + 0$
- 5) $7191284 + (4566730 + 1082061)$

(El profesor espera delante de pie y espera que los alumnos copien no intervine, ni presta ayuda a los alumnos de forma individual, los alumnos trabajan en silencio y tranquilos)

P: a copiar el problema en su cuaderno vamos a ir completado y resolviendo estas adiciones y busquemos cuál de estos da el mayor resultado.

(El profesor les indica que es lo que tiene que sumar)

P: unidad ecuaciones de primer grado. Ahora vamos a comenzar con el problema por eso es que no le di ningún título, ahora van a ver por qué.

(Lee los ejercicios uno por uno)

P: aquí cuando hay paréntesis ¿Qué se resuelve primero? el paréntesis y después lo demás. El resultado se suma con lo demás.

A: tío esto no tiene título

P: no, esto es un problema suelto, ya se van a dar cuenta porque. Copien el problema realicen los ejercicios, la sumas que están acá y resuelvan y contéstenos la pregunta que tenemos acá ¿en cuál de los ejercicios se obtiene el mejor resultado?

P: vamos a sumar lo de acá, este con ese, este con este, vamos paso a paso.

(Pasa mucho tiempo, los alumnos trabajan en orden y en silencio mientras el profesor aclara dudas de los estudiantes)

P: ¿están haciendo los ejercicios? Va a pasar algo muy particular, fíjese muy bien lo que va a pasar.

(Silencio y más tiempo)

P: niños son solamente adiciones, vallan resolviendo hacia abajo ¿da el mismo resultado? A lo mejor hay uno mayor o uno menor, resuelvan todo, todo todo.

Confirmemos hagamos la operación Resolviendo vean lo que pasa, esperemos que los otros niños terminen y quién termina de hacer todas las operaciones espera en silencio a que terminen todos sus compañeros.

(Tiempo en espera)

P: son solamente adiciones, solamente sumas. Para la próxima clase les voy a pedir a los niños y a las niñas que no ocupen tantos colores, una letra con color, una línea con otro color, estamos en matemáticas, en artísticas pueden ocupar eso aquí no interés, algunos tienes arcoíris.

Ya veamos resolvamos

(Más tiempo)

P: ¿no es igual el tercero? ¿Qué pasa con el tercer ejercicio se repite?

A: pasa lo mismo con todo

P: ¿seguros? Se repite

(Se retira un alumno de la sala. El profesor pide los resultados del ejercicio y los alumnos dan respuesta de cada uno)

P: miren acá, silencio por favor, el primero el segundo y el cuarto dan lo mismo. ¿Cuál es el resultado del primero? (anota los resultados que le dictan los niños)

¿Pueden leer el número?

A: 12.240.075

(Profesor pide los resultados de los otros ejercicios)

A: ¡yo! ¡Yo!

P: las personas que dicen yo, yo no les voy a dar la palabra, esperan su turno levanten la mano y pidan la palabra. ¿Cuál es el resultado del tercer ejercicio? ¿Está bien?

(Los alumnos dan diferentes resultados los escribe en la pizarra, se retira otro alumno)

P: ¿a alguien le dio otro resultado distinto a este? Tenemos 5 resultados para un solo ejercicio y era solo una adición, veamos

(El profesor resuelve el ejercicio en la pizarra)

P: por lo tanto llevamos 3 ejercicios resueltos

(Se revisan los ejercicios restantes y dan igual resultado. Sale un alumno a la pizarra comprobar a resolver y el ejercicio)

P: en los dos primeros ejercicios pasa algo particular, ¿que pasa en estos 4 claro, que puede concluir? si nos dan todo esto iguales, ¿Qué paso?

A: son iguales

P: aquí hay paréntesis ¿Qué podemos decir?

A: se resuelve el paréntesis

P: ¿Cuál es el resultado?

Las propiedades son súper importante, ustedes hasta cuarto medio van a usar estas propiedades, estamos en las propiedades de la adición y sustracción, las propiedades de la multiplicación y adición son otras.

Esta sería la conmutativa.

En el ejercicio uno y dos tenemos la propiedad conmutativa ¿que más que otra propiedad tenemos?

Para entender lo que es la balanza, tenemos que conocer primero las propiedades en la adición, quién recuerda una que comienza con a...

A: ¿?

A: adición

P: eso...

A: asociativa,

P: ¿Cuál de estos ejercicios sería asociativa?

A: porque....

El profesor recuerda las propiedades reemplazando los números por letras (conmutativa, asociativa y elemento neutro)

P: $a+b+c = c+b+a$ ¿recuerdan? ¿Cuál sería? La tercera y la última, si cambiamos los resultados y los sumamos nos da el mismo resultado, si invertimos los sumando nos da el mismo resultado, nos falta una propiedad, tenemos asociativa, conmutativa, nos falta una propiedad

Ocupamos 4 ejercicios ¿cual nos queda?

A: el cuarto

P: ¿cuál es?

A: neutro

P: ¿Qué significa elemento neutro? Que se mantiene el mismo resultado, ¿Cuál es el elemento neutro? El cero.

Aquí vimos, recordamos mejor dicho las propiedades de la adición, a través de un problema, se dan cuenta a lo que pudimos llegar. Ahora vamos a saber cuándo vamos a usar esto

P: entonces vimos las propiedades de la adición a través de un problema, ¿dónde podemos ocupar estas propiedades numéricas?

Ahora vamos a ocupar la balanza, ¿hay alguna duda hasta ahora?

A: ¿puede decir las notas?

P: entre más me pregunten menos se las voy a dar, yo tengo hasta diciembre para dar las pruebas

(Escribe el título igualdades numéricas)

P: vamos a ocupar el ejemplo que nos dio benjamín, dijo:

$2+2=4$ $3+1=4$ hace una fecha, igualdad en equilibrio ¿Qué hay ahí una? Igualdad, si hay una igualdad hay un equilibrio porque si yo colocara, ¿cómo se mantiene la balanza?

$3+3=6$ $3+1=4$ si escribo esto que pasa con la balanza

A: todos hablan

P: no tendríamos una igualdad, para que exista una igualdad es necesario que los resultados sean iguales. Copiemos por favor una definición de igualdad numérica, pequeña ¿hay alguna duda? ¿Qué es lo que cambia en el ejercicio, el resultado o los números?

A: no entiendo

P: sin vergüenza y sin miedo tiene que preguntarme (escribe un ejercicio en la pizarra)

A: se mantiene los mismos resultados

P: por eso ocupamos la propiedad conmutativa porque se invierten los resultados, los sumandos, ocupamos el elemento neutro porque se mantiene el mismo resultado, y ocupamos acá la asociativa... si cambiamos los paréntesis tenemos el mismo resultado.

Tenemos igualdades numérica...

Definición: una igualdad es la equivalencia entre cantidades agrupadas distintamente, pero que su resultado es el mismo.

Hagamos la balanza abajito de la definición que le di, pero no coloquen el 6, coloquemos $3+1=4$.

¿Entonces cuando los resultados son diferentes? No hay equivalencia, porque tiene que haber un equilibrio, en las pesas tienen que ser iguales tiene que haber un equilibrio al igual que en los números.

Miren en la vida real en las balanzas si yo tengo tres plátanos y dos manzanas y a otro lado... (5 y 5) todos valen lo mismo, una manzana y un plátano tiene el mismo peso

A: sí se mantiene el equilibrio y es el mismo peso, hay 5 y 5 acá

P: se mantiene el mismo peso. Ocurre al igual que en las operaciones. ¿Qué hicimos nosotros? Colocamos algunos paréntesis es como que hubieran plátanos y manzanas.

Miren vamos a hacer unos ejercicios ahora, vamos a comprobar algunas igualdades

Resuelvan los ejercicios que se presentan a continuación e identifica que propiedad se utiliza en cada ejercicio resuelto. Aprovechan de ejercitar la suma, porque hay niños aquí que antes le dio otro resultado.

Tarea ejercicios verificar si hay o no igualdad

(Les pide a los alumnos que le dicten tres números)

P: ya tenemos a, b y c. queremos saber si esto equivale sumar $a + b + c$, si es da el mismo resultado significa que está bueno

A: si nos equivocamos

P: significa que se pueden haber equivocado en la sumatoria, trabajen en esto primero.

Chicos resuelvan esto primero, refuerzan las propiedades de la adición, refuerzan para sumar

P: Estamos recién comenzando la unidad.

Trascripción: clase Nº 2 de la jornada de la mañana - Profesor A

P: Pongan atención, pongan atención. Saquen su cuaderno de matemáticas por favor.

(El docente espera que haya silencio para comenzar la clase. El ruido y conversación no cesa)

P: Mientras más se demoran, más tiempo perdemos de clases.

P: A ver para los que no vinieron, la última clase ¿qué fue lo que vimos?

P: Por ahí, ¿qué fue lo que vimos?

A: Igualdades numéricas

P: Vimos, silencio para lo que no vinieron, vimos igualdades numéricas.

P: Por favor, las personas que no vinieron ese día se consiguen la materia.

P: voy a anotar lo que viene nomas ahora.

P: Igualdades numéricas vimos la última clase.

P: Catalina que decíamos de las igualdades numéricas.

A: Una igualdad es la equivalencia

P: Ya.

A: Entre cantidades al agrupar distintamente los resultados del mismo.

P: Ejemplo.

A: Dos más dos es igual a cuatro y tres más uno es igual a cuatro.

P: Dos más dos es igual a cuatro y tres más uno es igual a cuatro.

P: Esta es una igualdad numérica, es decir, que tiene que haber un equilibrio en esta balanza.

P: Miren, su resultado es el mismo, pero su procedimiento es diferente ¿cierto?

A: Si.

Porque dos más dos es igual a tres más uno ¿ya?

P: Esto fue lo que vimos la última clase. ¿Ya?

P: Hoy día. ¿Entendieron todos lo que es una igualdad numérica?

A: Si.

P: ¿Entiende esta fila lo que es una igualdad numérica?

A: No.

A: Mas o menos.

P: ¿Entendió esta fila lo que es una igualdad numérica? Es igualar, pongan atención porque estoy explicando acá. Es igualar por ejemplo eso, eso que ven ahí, la balanza, porque hay que igualar los resultados porque por ejemplo: si yo tuviera acá, si yo pusiera solamente un uno ¿Qué número me faltaría ahí?

A: El tres.

P: ¿Por qué? Porque qué pasaría si yo colocara el cuatro acá.

A: Se desequilibra.

P: Se desequilibra ¿cierto?

P: Para que haya una igualdad numérica tiene que haber un equilibrio. Tiene que haber un mismo resultado, pero en su procedimiento los sumandos son los siguientes. ¿Ya?

P: Se consiguen las materias los que no vinieron. ¿Ya?

P: Hoy día vamos a ver términos semejantes. Colocamos la fecha.

P: las personas que les falto la materia el día jueves, dejen el espacio.

P: Escriban solamente el titulo. Ponemos como título términos semejantes.

(La alumna en práctica pega el material didáctico en la pizarra)

P: Pregunta, pregunta, ¿Cómo podríamos clasificar este grupo?

A: Manzanas y peras.

P: Manzanas y peras ¿Cierto? Si le colocáramos una letra a las manzanas y peras. A las manzanas con su primera letra es M, manzanas y peras.

P: Pongan atención, pongan atención, materia nueva.

P: De adonde viene la palabra semejante.

A: igual.

P: De igualdad. Silencio.

P: Por eso yo coloque un conjunto, aquí tengo un conjunto de manzanas y peras donde yo les coloque una letra, donde las manzanas son las m y las peras son las p. En el primero, ¿tenemos cuantas manzanas?

A: tres.

P: ¿En el segundo?

A: tres

P: Entonces tenemos tres m, tres p, tres m y dos p. Pero yo acá no puedo juntar peras con manzanas.

A: Si tío en la juguera.

P: Yo no podría juntar. ¿Qué hago? Agrupo, ¿agrupó qué?, las manzanas con las manzanas y las peras con las peras.

P: Sería.

P: Miren como agrupe, miren como agrupe, los términos semejantes yo los exprese con frutas, es decir, con peras y manzanas. ¿Ya? Manzanas y peras. Por favor miren, es para que les quede más claro el concepto de letras y números.

P: Semejantes me dijeron ustedes que viene de la palabra igual, igualdad.

A: Semejanza.

P: Semejanza ¿cierto? Distribuido de formas iguales.

P: Acá ¿Cuáles son iguales?

A: las manzanas con las manzanas.

P: y las peras con las peras. Yo coloque una letra, m de manzanas y p de peras. Fíjense agrupamos con círculos las manzanas y con cuadrados las peras, y ahí agrupe por términos semejantes. ¿Por qué? Escuchen, ¿Por qué? porque ese término, las peras es igual a este término que son peras, eso termino de m es igual a manzanas, a mi no me interesa el número me interesa que su letra sea igual, es decir que con manzanas, manzanas no importa que esto fuera cinco o esto fuera tres, si este fuera diez y este fuera cinco, lo que interesa es que sean manzanas con manzanas y peras con peras ¿ya? , indiferente de la cantidad que yo tenga, pero me interesa que se agrupen de acuerdo a su semejanza y semejante es que son manzanas del mismo color. ¿Cierto?

A: ¿Cómo las manzanas del mismo color?

A: Ahí están las manzanas del mismo color.

P: Acá son del mismo color, pero en términos semejantes significa que tienen que ser iguales. ¿Ya? Esto es igual entonces a decir: ¿manzanas es igual a que entonces las manzanas?

A: A m.

P: 3 m, mas cuanto.

A: 3 m.

P: Yo ahí no puedo hacer nada más.

P: ¿Y las p a cuanto son?

P: Miren, vamos a llegar hasta ahí nomas, a buscar los términos semejantes, antes de pasar a reducción, eso lo vamos a pasar la próxima clase. Miren esto es entonces términos semejantes, ya copien por favor esto.

(Les da un momento para copiar lo que estaba explicitado en el pizarrón)

P: Después de haber visto, ya están escuchando por favor, ahora van a ver un ejemplo concreto de términos semejantes tienen que ser entonces, ¿en qué parecerse?, en su objeto en lo que es ¿cierto? Tienen que ser iguales, pongan atención por favor.

P: Voy a borrar.

A: No po, tío.

P: Ustedes saben que yo cumplo. Yo puedo dejarlos más tiempo, estoy todo el día acá.

P: Silencio, observen por favor. Uno, dos, tres, (El docente intenta hacer callar a los y las estudiantes para continuar su clase).

P: Pongan atención, yo coloque acá artos números y aquí coloque

A: Letras.

P: Unas letras, entonces podría ser tres manzanas, aquí yo las voy a cambiar, podrían ser tres peras y siete naranjas, entonces aquí tienen que mirar ¿qué puedo hacer yo aquí?

(Se Manifiestan todos los alumnos al mismo tiempo sin lograr diferenciar lo que responden.)

P: Acá no se puede hacer nada porque todos son distintos así que se deja igual.

P: Observen acá, por ejemplo usted. Que puede observar acá.

A: letras, números

P: Letras, que pasa con las letras, ¿son todas las letras diferentes?

A: no, hay algunas iguales

P: Iguales.

P: Miren yo acá les dije, miren yo les dije el número puede ser diferente, el final puede ser diferente pero acá si o si puede ser m con m, que quiere decir manzanas

con manzanas, es decir las letras deber ser iguales. Yo acá voy a juntar entonces 3 X más.

A: 2 X

P: Miren como lo ordene observen por favor, la agrupe entonces las x, x y x .Acá agrupe las m, m y m porque son manzanas, entonces acá agrupe letras con letras.

P: Voy a borrar lo que hay ahí chicos así que apúrense, esto es para que les quede más claro.

P: Ahora nos fijamos en las puras letras, miren acá las letras deben ser iguales ¿cierto? Juntamos entonces las X: $2x + 3x - 4x$, que les dije a ustedes, que no me importaba el número, sino que las letras que sean iguales, para que sean términos semejantes.

A: aquí queda 1 X.

P: Bien usted se dio cuenta de la reducción de términos semejantes, pero eso lo vamos a ver la próxima clase.

P: Miren ahora voy a separar eso, entonces. Miren acá recordar algo muy importante, el signo en la izquierda también va incluido, el signo que va a su izquierda también va incluido, el signo también tienen que tomarlo.

P: ya, ahí tenemos que tomarlo. Consultas hasta ahora.

Alumno: sí, no entiendo.

P: Comienzo de nuevo, comienzo de nuevo, yo acá le agregue una letra a cada conjunto yo a la manzana le agregue una letra m y a la pera la letra p entonces digo yo acá en el primer conjunto tengo 3 m y 3p, luego 3m y tres p, ya. Catalina pon atención. Después las junte, junte las manzanas m con m y p con p, luego los sume las m y las p.

P: ¿alguien más no entiende eso?

P: Miren ahora juntamos la x, las "y" y las z, digo la x es igual a que, la x es igual a que señorita.

A: a uno.

P: Le pregunte a ella, ¿es igual a que señorita?

A: $2x + 3x - 4x$

P: ahora vamos con las y (saca a una alumna adelante para que realice el ejercicio)

P: Por favor usted haga el otro (saca a una alumna adelante para que realice el ejercicio).

P: Ahí agrupamos con términos semejantes. Miren lo que hicimos agrupamos las x las "y" y las z, hacemos un orden. ¿Cierto?

A: Si.

P: Un término, anoten esto por favor. Vamos a definir un término algebraico, acá van a colocar termino algebraico, dos puntos.

P: Acá van a colocar un término algebraico.

P: ¿Quien me puede decir porque está constituido un término algebraico?

P: Este es un término algebraico, este es otro termino algebraico este es otro termino algebraico (el profesor encierra en un circulo un término algebraico realizado en el pizarrón). Entonces que tiene un término algebraico.

P: Porque está constituido

A: Un numero... eh

P: Un numero coeficiente

P: Una letra, una parte literal.

P: Entonces un término algebraico dos puntos, está formado por un número llamado coeficiente numérico y por una o más letras llamada parte literal.

(Suenan la campana, pero el docente deja a los estudiantes dos minutos en la sala de clase, porque estaban castigados ya que al inicio de la clase no se mantenían en silencio).

P: Colocan tarea.

A: ¡No!

P: Realizar en su cuaderno ejercicios individuales de la página 97 del libro.

Transcripción entrevista jornada de la mañana – Profesor B

Instrumento de recolección de información

Instrumento Nº 1: Entrevista semiestructurada

Entrevistado (a):	Hora de Inicio:
Entrevistador (a):	Hora de término:

Objetivo del Instrumento

Indagar, analizar y develar la(s) metodología(s), y/o didáctica(s), que utilizan los docentes para enfrentar las dificultades, obstáculos y errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una escuela municipal ubicada en la comuna de Santiago.

1. ¿En qué universidad estudio y cuantos años de servicio lleva en la docencia?

R: Estudie en el "Instituto Profesional de Chile" cuatro años, una carrera de 600 horas, estoy cursando un pos título en la UCSH, ya ocho meses realizando un pos título, dura un año y medio con un intensivo en el verano.

2. ¿Cuál es su título profesional?

R: Mi título profesional hoy en día es de profesor de educación general Básica con mención en trastorno del aprendizaje La cual me ha servido para diferenciar las distintas situaciones que se dan en el aula hoy día como hiperactividad impulsividad en los niños, diferentes trastornos que se dan en lenguaje o matemáticas que es mi subsector

3. ¿En cuántos establecimientos ha trabajado?

R: Mi experiencia es baja pero efectiva, hice mi práctica profesional en la escuela E70 acá en santiaguillo, y Santiago centro también donde quede trabajando hasta diciembre como apoyo en primero básico a los niños no lectores ¿ya?

4. ¿En este establecimiento, desde cuando ejerce?

R: Este año me acabo de incorporar a la escuela trabando en insectoría general y octubre pase a ser profesor de matemáticas del segundo ciclo

5. ¿Qué opina respecto de los recursos curriculares que entrega el Ministerio de Educación?

R: creo que están, son bien planteados pero con el poco que tiempo que se destina a las planificaciones no es el adecuado, ¿por qué? Porque siempre queda un contenido sin pasar, por ejemplo ya datos y azar no lo voy a alcanzar a pasar. Entonces siempre queda un eje fuera anterior era el eje de geometría el que quedaba fuera, con lo nuevos marcos curriculares ahora queda datos y azar, es por eso creo que en general quedan mal adecuados en el tiempo, ellos creen que la clase se realiza en los tiempos, pero ellos no saben los problemas que surgen en esa clase, de disciplina de comportamiento de los niños, el tiempo que ocupan eso.

6. ¿Le sirve como guía en su clase?

R: Obviamente porque uno se basa en eso para poder ir viendo los contenido que voy a ir viendo. Uno los revisa va viendo los mapas de progreso de acuerdo la cantidad que el niño tiene que tener los niños en ese nivel porque eso nos quiere decir los mapas de progreso, el progreso que tiene cada alumno a tal contenido tal aprendizaje esperado

7. ¿Conoce las principales características cognitivas de los estudiantes que componen el curso? Por ejemplo si uno tiene NEE

R: si obviamente por ejemplo mi curso de 6 hay un niño tiene un retraso mental leve, esta derivado y diagnosticado por integración ósea se hacen evaluaciones diferenciadas a él. Aun que ha tenido un progreso muy bueno porque en mi prueba no ha tenido muchas adecuaciones solamente en la resolución de problemas que es lo que más le cuesta por su retraso. Las características cognitivas de ellos son diversas hay distintos carácter

8. ¿Existen estudiantes con NEE (Necesidad Educativa Especial)? ¿Cómo atiendes esa diversidad cognitiva de los estudiantes?

R: esa diversidad yo la tome y he buscado estrategias como al que me ha servido mas es trabajar con ellos a lo mejor con guías nunca dejarlos sin actividad, que sea rápido, porque ahí empieza el desorden es siempre mantenerlo ocupado y estar siempre con él y es por eso que yo por ejemplo en mi clase ahora trabajo mucho lo que es guía, el que termina su guía le paso otra guía y empieza también el tema de la competitividad.

9. ¿De qué forma Ud. presenta el concepto de álgebra a los estudiantes?

R: Creo que mi forma de trabajar siempre ha sido trabajar con material didáctico, siempre con imágenes, sobre todo lo que es álgebra porque es una materia complicada y necesita mucha comprensión visual y también comprensión lectora para poder entender los problemas y diferentes enunciados que uno le presenta. La manera de trabajar con láminas o solamente con mostrar una letra o las letras mediante cartulina o diferentes medios didácticos sirve y los alumnos ven una preocupación por parte del profesor hacia él y toman mayor atención.

Material didáctico yo tengo como un medio que sirve para tener una mejor aprendizaje entre alumno y profesor

10. ¿Cuál es el contenido con el que usted comienza la unidad de álgebra?
¿Por qué?

R: en sexto año se parte en reconocer el término algébrico, expresión algébrica y lo que es términos semejantes. Lo elegí porque ellos tiene tener la base de lo que es y de donde viene el algebra y que es lo que compone un término algebraico y de ahí también va a ser para trabajar el álgebra. Tiene que saber lo que es el coeficiente

numérico tiene que haber una letra que es el factor literal, si no tenemos esas dos cosas que ellos no aprecian eso no teníamos álgebra, solamente tendríamos números sueltos números naturales, números enteros.

Se trabaja a continuación de eso obviamente que los niños tengan conciencia lo que es un término algebraico y expresiones y términos semejantes. Se pasa a lo que es ... (se para la grabación) para continuar posteriormente con el lenguaje algebraico que es uno de los puntos que mayor dificultades tienen los niños hoy en día, con a lo mejor tener una mala base en comprensión lectora que es lo que necesitan para comprender el lenguaje algebraico y la poca imaginación. Porque también se necesita de poder relacionar letras con un lenguaje natural

11. ¿Cree que los conceptos de aritmética deben estar bien consolidados para inicial el contenido de álgebra? ¿Por qué?

R: Como decía anteriormente la aritmética obviamente sirve acá y pero más que aritmética lo que nos sirve acá en el álgebra es tener una buena comprensión lectora ¿de qué? De un lenguaje escrito a un lenguaje matemático.

La aritmética obviamente es importante porque para poder tener términos semejantes y reducción de términos semejantes, la aritmética la vamos a usar en todos los ejes igual siempre va estar incluida queramos o no queramos va estar incluida porque es uno de los ejes que ocupan los cuatro ejes y así como todo, todos se relacionan y así este ese siempre va estar influido pero acá sobre todo en álgebra necesita más comprensión que aplicación

12. ¿Se le ha hecho muy complejo enseñar el contenido de álgebra? ¿Por qué?

R: Sí, es complejo enseñarlo es súper, porque necesita mucha atención por parte de los estudiantes tiene que estar escuchando, puedan entender, puedan ver las diferentes definiciones que tenemos en el álgebra, el efecto de las letras que tenemos, lo que significa y sobre todo la resolución de problemas que eso es mi base que quiero llegar a implementar el otro año, que la resolución de problema sea nuestra meta y que se parta todo con eso y que sumar, restar, dividir, multiplicar, ellos sepan porque es la operación que están realizando y de ahí partir, no partir antes no partir con una suma, una resta, una división enseñando si no que sea la resolución de problema de la base a cualquier contenido nuevo.

13. ¿Cuáles son las principales dificultades en el aprendizaje del álgebra? ¿Por qué?

R: creo que mal calendarizado creo que debieran cosas más simples al principio e incluirla desde quinto básico desde una forma más importante porque hoy en día desde quinto básico se toma como una pincelada, se toma súper poco y se enseña lo clásico tampoco los docentes hoy en día lo toman mucho en cuenta, porque se toma como una materia que no es importante en la vida cotidiana del alumno, sobre todo.

Les cuesta entender que una letra se puede pasar a un lenguaje natural, como $2x$ significa dos veces un número desconocido, eso es lo que más le cuesta entender sobre todo en la resolución de problemas, porque el álgebra también incluye ecuaciones de diferentes tipos y que también seguiría con problemas y ahí ya los niños se vuelven locos. Ahí ya necesitan tiempo por eso es un eje que se debería trabajar mucho, con diferentes estrategias, primero con tiempo y dedicación

14. ¿Utiliza alguna estrategia metodológica o didáctica especial para el contenido de álgebra? ¿Por favor, puede ejemplificar?

R: Más que todo lo que hable, con lo que tiene que ver con la guía que me han servido mucho trabajar este tema, entregar un lenguaje natural con los chicos de diferentes secciones de 5 preguntas a lo mejor cada una y ellos respondían cinco y me entregaban y aun que ellos no se dieron cuenta hubo un aprendizaje de parte de ellos porque pudieron comprender un poco más al ir ejecutando, ir aplicando como obviamente todo es aplicación y lo que es material didáctico lo que es trabajar con los niños con laminas donde puedan observar letras con laminas, ver diferentes situaciones problemáticas que también sirve mucho porque aquí también se incluye la geometría en el álgebra que también es buena para trabajar, y dar el pie al álgebra en sí.

15. ¿De qué forma evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra?

R: Con pruebas, con pruebas escritas. Esta prueba la realice diferente ya que álgebra fue aplicación y también tuvieron que... En diferenciar diferentes ítem de ecuaciones, de lenguaje algebraico, de términos semejantes. Pero mayoritariamente lo hago con pruebas, pruebas coeficientes uno que van directo al libro.

16. ¿Qué decisiones toma frente a los resultados de dichas evaluaciones?

R: revisar el ítem, por lo menos se observo que el ítem de lenguaje algebraico estuvo bien bajo y fue el que más bajo tuvo y donde uno tiene que tomar diferentes medidas, por el poco tiempo que queda en este año ya, a uno como profesor se le solicita pasar el contenido y ver las notas, tener las evaluaciones pronto y entonces uno tiene que empezar a pensar más allá en el 2012, ¿que lo que hice mal? ¿Qué es lo que tengo que mejorar? ¿Cómo y qué estrategias puedo utilizar mejor? ¿Qué fue lo que los niños no entendieron? ¿Qué hice mal yo como profesor docente? Haciendo una reflexión docente a sí mismo.

¿Qué entiende por álgebra?

R: para mí álgebra es letras, a mí se me imagina letras. Digo letras ahí hay que contextualizar con el lenguaje algebraico y la ecuación y distintos tipos que hay. Yo le diría a un niño que es un conjunto de letras con números el cual nosotros lo ocupamos para expresar diferentes lenguajes.

Trascripción: clase Nº 1 de la jornada de la tarde - Profesor B

P: buenas tardes jóvenes

A: buenas tardes profesor Manríquez

P: tome asiento la gente respetuosa que se pasa a saludar

A: gracias, profesor le tengo un queja. ¿No va a entregar las pruebas hoy día?
A mí no me la entrego

P: no las tengo acá, de ahí te digo la nota, a ver vamos viendo, ya muchachos sh, ya llevamos mucho rato perdido.

Estamos empezando la unidad de ecuaciones de primer grado ¿ya? Ayer empezamos a ver términos semejantes ¿Qué eran los términos semejantes? ¿Alguien se puede acordar de que estábamos hablando ahí?

A: tenían la misma letra.

P: Tenían la misma letra, ¿cómo se llamaban las letras?

A: equis... parte literaria

P: parte literaria, y ¿la otra parte se llamaba?

A: coeficiente numérico

P: Coeficiente numérico ¿cierto? Entonces había que, buscar los términos que se parecían entre la parte literal, entonces teníamos que estas eran las partes de un términos semejante. Hoy día vamos a ver reducción de términos semejantes

A: profesor prueba de que hay el miércoles

P: es para los que me deben la prueba, la prueba coeficiente dos es el 23 entra toda la materia del segundo semestre y lo que alcancemos a ver de álgebra. Voy a dictar, el título es reducción de términos semejantes: se llama reducción de términos semejantes a la acción de sumar o restar los coeficientes numéricos de los términos que tienen un coeficiente literal similar o igual.

(Entra un niño a la sala que estaba jugando un partido de fútbol)

Si dos términos no tienen coeficiente literal igual no pueden sumarse ni restarse.

Ejemplo, vamos a partir con un ejemplo sencillo corto

Tenemos que acá tenemos términos semejantes, acuérdense que el número es el coeficiente numérico y la letra es el coeficiente literal.

¿Qué vamos a hacer? Sumarlo, cuando yo tengo una equis solo, esa equis es lo mismo que decir uno ¿ya? No es necesario que yo le ponga un uno, en álgebra el

equis, cualquier letra que este sola, es igual a uno, entonces yo todo esto lo voy a sumas, ¿dos equis mas equis?

A: tres equis

P: tres equis, ¿mas tres equis más?

A: seis equis... uh que fácil

P: seis equis

A: ¿y cuáles son las que no se pueden sumar?

P: cuando no tienen la misma letra,

A: pero profesor, es como si esas tuviera la misma letra y esa no

P: se dejan aparte, vamos a ir de a poco, espérate.

A ver, el grupo de allá puede poner atención y dejar de hablar. Esto que estamos viendo ahora es como la base y después vamos a ir viendo, aumentando la dificultad. Dos “y” mas “y”

A: tres

P: tienen que decir todo el conjunto, tres “y”, dos “y” mas “y” me da tres “y” mas tres “y” ¿es?

A: nueve

P: ¿nueve qué?

A: nueve y

P: ahora, aumente un poco la dificultad ¿Qué pasa cuando yo mezclo?

A: si, eso quiero saber yo.

No se puede ni restar ni sumar

P: a ver, tengo ahora $2x + 5y + 3x + y - x$

Lo que hay que hacer aquí es ordenar, ordenar este conjunto numérico. Los números que van con la letra equis a un lado y los números que van con La letra “y” a otro lado y después sumarlo o restarlo según la operación que indique.

A: hágalo

P: guarde el celular o te lo voy a quitar.

¿Cómo lo vamos a hacer? Ordenamos primero los números con equis, $2x$ como es el primero y para no confundirme lo voy a tachar, para no repetirlo y no confundirme. Vamos ahora a otro número con equis. $3x$ ¿y qué símbolo lo acompaña?

A: mas

P: el mas, lo tarjo también para no confundirme, ¿hay mas equis?

A: equis, una

P: la equis sola y ¿qué símbolo lo acompaña?

A: menos

P: ya chao, chao con esta equis. Ahora vamos con los números con i griega, cual es el primero

A: cinco i griega

P: y ¿qué símbolo lo acompaña?

A: mas

P: mas. Chao con ese y ¿Cuál nos falta?

A: la i griega sola

P: la i griega sola que está acompañada, ¿por el símbolo?

A: mas

P: correcto, mas el de la suma. Ahora hacemos la operación, lo podemos encerrar en un entre paréntesis

$$(2x + 3x - x) + (5y + y)$$

Para no confundirlo, ahora miren, $(2x + 3x)$ ¿me da?

A: $5x$

P: $5x - x$, ¿me da? $4x$, ahora $(5y + y)$ ¿me da?

A: $6i$ griega

P: bien, ahora el resultado...

A: se suma con el otro

P: $4x + 6y$, nada mas hasta ahí nomas llegamos. ¿Por qué? Aquí no podemos sumar ni restar porque aquí el coeficiente literal es distinto hay equis y hay un "y". Hasta ahí no mas llegamos. Miren, hasta aquí no mas llegan. De todo este conjunto numérico $(2x + 5y + 3x + y - x)$ que era todo esto, se redujo a esto $(4x + 6y)$, por eso se llama reducción de términos semejantes. Voy sumando o restando todos los números que tengan su coeficiente literal o la letra parecida.

Veamos otro ejemplo, si ustedes ponen atención y me van siguiendo vamos aprendiendo con el profesor.

A: esto no sirve para nada

¿Para qué sirven las ecuaciones?

P: las ecuaciones sirven para resolver problemas señor.

(El profesor escribe en la pizarra)

$2xy + 3x + 5xy + 10y + 2x - 5xy - 3x + 5y$

Este es un poquito más grande.

A ver, no se asusten si hay dos letras juntas, solamente tenemos que buscar las que son parecidas, las que son iguales. Vamos a empezar por ejemplo con $2xy$ ¿cuál más se parece, cual es igual?

A: el cinco, el cinco

P: ¿cinco qué?

A: cinco equis i griega.

Y el otro es $5xy$, a pero tiene un menos

P: $2xy + 5xy - 5xy$, veamos otro, ahora con cual nos iríamos

A: con las x

P: dos equis, ¿cuál otro hay?

A: menos tres equis

P: ¿hay más?

A: no

P: ya, mas cinco, dos equis i griega, mas cinco equis i griega, menso cinco

Dos equis i griega

$3x$ mas $2x$ es igual $5x$

A: ocho equis, a no

Dos equis

P: mas, ahora todo esto. Hasta ahí nomas se llega. Porque tiene letras distintas, no puedo sumar ni restar, este es el resultado. Hasta aquí nomas llegamos. $2x + 3y + 5y$

Voy a borrar acá y voy a hacer unos ejercicios.

Ahora, siéntate. ¿Borro el lado de allá?

A: bórralo todo

Yo lo borro profe

No me dijo a mí

(El profesor se pasea por los puestos revisando los cuadernos, preguntando si entendieron. Los alumnos que tienen alguna pregunta él les explica personalmente, escribe los ejercicios en la pizarra y todos los alumnos conversan, se desordenan y no trabajan)

P: hay tres ejercicios ahí, faltan 7 minutos para que toquen.

Señor Quezada venga a hacer la primera.

Vamos a ir cerrando esto, a ver sh

(Revisa los ejercicios en la pizarra) correcto.

¿El grupo de allá termino de copiar? Sh

Cuando hay un alumnos adelantes los demás se esperan en silencio}

A: a si quédense piola

P: Claudio déjate de jugar, Paul la C

¿Ya termino?

A: ¿de quién es este celular?

P: de la señorita, déjelo ahí

Trascripción: clase Nº 2 de la jornada de la tarde - Profesor B

(El profesor llega a la sala 15 min tarde, no hay silencio y comienza a pasar la lista)

P: se acuerdan que ayer, no el lunes vimos ¿reducción de términos semejantes?

A: si

P: (escribe unos ejercicios en la pizarra)

b) $2x + 3y + x + 3x - y + 2y$

Se acuerdan que teníamos un coeficiente numérico, y un coeficiente literal, la letra

(Le pide a un alumno que salga a la pizarra a resolver el ejercicio)

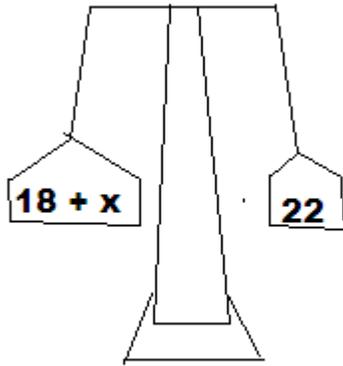
Ya, muy bien, acuérdense que hay que tachar los que ya ocupe, para que no se confundan.

Ya, hoy nos toca ver ecuaciones de primer grado

(Escribe en la pizarra)

Objetivo: ecuaciones de 1º grado.

(Dibuja en la pizarra)



P: esto que trate de hacer aquí es una balanza, lo que representa una ecuación de primer grado. ¿Cuál es el número que falta para que se cumpla una igualdad? ¿Qué número sumado a 18 nos da 22?

A: cuatro, cuatro

A: no tres, porque el profe dijo que x es una equis, entonces faltan tres, tres

P: cuatro, cuatro más dieciocho es veintidós.

Es el número que me falta para que me dé veintidós

Ya, una ecuación de primer grado es una igualdad entre dos o más valores algebraica en el cual hay que encontrar el valor de una incógnita.

Luego escribe en la pizarra:

Lenguaje algebraico:

$2x$ = doble de un número

$3x$ = el triple de un número

$4x$ = cuádruplo de un número

$\frac{1}{2}x$ = la mitad de un número

Ya, para resolver las ecuaciones se ocupamos un lenguaje especial, se llama lenguaje algebraico para representar las ecuaciones (luego lee todo lo que escribió en la pizarra)

Vamos a partir con ecuaciones aditivas, donde encontraremos sumas y restas.

(Escribe en la pizarra)

1 Ecuaciones Aditivas

b) $X + 3 = 5$

$$c) X + 4 - 3 = 7$$

Vamos a resolver estos ejercicios, que están fáciles

A: el primero es dos, es dos

P: ya, $X + 3 = 5$, es dos, ¿pero cómo llegamos a eso?

A: porque dos más tres es cinco

P: $X + 3 =$ 

$$X = 5 - 3$$

$$X = 2$$

Se mantiene la equis en el mismo lugar, y ordeno los números. Hay que cambiar el número y si símbolo, si es más ¿pasa a?

A: a menos

P: ya, y acá ¿cómo sería?

$$X + 4 - 3 = 7$$

¿Cómo pasaría el cuatro?

A: menos cuatro

P: y el tres, ¿Qué símbolo tiene?

A: está restando

P: entonces pasa sumando al otro lado

$$X = 7 - 4 + 3$$

$$X = 6$$

Ya, veamos si está bueno, reemplazo la equis

$$6 + 4 - 3 =$$

¿Seis más cuatro?

A: es siete, el resultado es siete

Diez

P: sí, diez, y ¿diez menos tres?

A: siete

P: siete, no dio igual, está bueno

$$6 + 4 - 3 = 7$$

A: no entiendo profesor, ¿me puede explicar?

P: Venga a la pizarra.

(El alumno se para porque no entiende y el profesor le explica en la pizarra)

P: ya, ahora vamos a hacer ejercicios de ecuaciones aditivas

Ejercicios:

- 1) $X+2= 4$
- 2) $X+1=4$
- 3) $X +5=7$
- 4) $X +12=14$
- 5) $X + 3 + 6 =16$
- 6) $X+12 =26$
- 7) $X+6-4=17$

(Se pasea por los puestos preguntando si entendieron y viendo que estén copiando)

Cuando, terminen seguimos con mas ejercicios

(Los alumnos comienzan a trabajar, después de unos 4 minutos comienza a revisar en la pizarra con los niños resolviendo los ejercicios, el ejercicio numero 3 queda resuelto así:

$$x =5 -7 =2 \quad x=2)$$

Ah se me olvidaba decirles que cuando tenemos dos números juntos es mejor resolver y después cambiar el resultado con el símbolo contrario, ¿se entiende?

A: a no mejor así

P: no, es mejor que resuelvan primero así solo cambian un numero y no dos, resuelvan primero.

Ya terminamos de revisar aquí, voy a hacer más ejercicios

(Copia en la pizarra)

- 8) $X+10-2= 20$
- 9) $6+3+x=30$
- 10) $X+6-3=18$
- 11) $X+19-9=26$
- 12) $20+x-1=40$
- 13) $40+x-2=27$
- 14) $X+12-2=29$

Donoso, salga a hacer el primero

(El profesor se pase por los puestos preguntando si entienden, los alumnos que preguntan se les explica en el puesto)

Entonces, $10 - 2 =8$, el ocho lo muevo y ¿me queda con signo?

A: negativo

P: Ocho negativo y ahora resto ¿20-8?

A: 12

P: equis es igual a 12, reemplazo $12 + 10 - 2 =$

¿12+10?

A: 22

P: y ¿22-2?

A: 20

P: $12 + 10 - 2 = 20$, nos dio veinte igual que arriba, entonces esta bueno. Paul el numero 10

A: (el alumno resuelve)

$$X + 6 - 3 = 18$$

$$X = 6 + 3 - 18$$

$$X = 9$$

P: Rodrigo el 11

A: (el alumno sale a la pizarra y el profesor le pide que corrija el ejercicio que hizo el compañero, el lo resuelve bien. Al finalizar pasa por el puesto del compañero y le dice)

Lo hiciste mal, yo o tuve que hacer de nuevo

A: ¿y?

(Una vez que se corrige todo en la pizarra, el profesor se sienta y no hace nada mas, aun le quedan 20 minutos para salir a recreo, deja salir a los alumnos 3 minutos antes de que toquen el timbre)

Transcripción entrevista jornada de la tarde – Profesor B

Instrumento de recolección de información

Instrumento Nº 1: Entrevista semiestructurada

Entrevistado (a):	Hora de Inicio:
Entrevistador (a):	Hora de término:

Objetivo del Instrumento

Indagar, analizar y develar la(s) metodología(s), y/o didáctica(s), que utilizan los docentes para enfrentar las dificultades, obstáculos y errores en la incorporación de los conceptos de aritmética en el inicio de la enseñanza del álgebra en estudiantes de sexto básico en el contexto de una escuela municipal ubicada en la comuna de Santiago.

1. ¿En qué universidad estudio y cuantos años de servicio lleva en la docencia?

R: Estudie en la Universidad Austral de Chile y llevo trece años de docencia

2. ¿Cuál es su título profesional?

R: Profesor de Educación General Básica y saque después un pos título en matemática.

3. ¿En cuántos establecimientos ha trabajado?

R: He trabajado en cinco establecimientos, contando este.

4. ¿En este establecimiento, desde cuando ejerce?

R: Tres años y medio.

5. ¿Qué opina respecto de los recursos curriculares que entrega el Ministerio de Educación?

R: Hablemos de los textos de estudio, ¿cómo se llama? Los planes y programa. A ver, los textos escolares yo creo que están bien desarrollados, vienen bien explícitos con harta ilustración para mostrar al estudiante. Los planes y programa no se entienden mucho en cuanto a los contenidos, hubo un ajuste curricular hace como dos años, un año y medio, y resulta que no se hizo una capacitación con respecto a eso como enfocarlo nuevamente, las ideas centrales, las actividades que hay no son

muy claras tampoco, entonces hay que ir adaptándolo un poco a la realidad del curso o a la realidad de la escuela. Pero no está demás como ayuda, lo encuentro bueno pero podría a ver sido más detallado, mas específico.

6. ¿Le sirve como guía en su clase?

R: Me baso mas en mis apuntes, en mis libros y con los textos del estudiante, aun que igual planifico de acuerdo al nuevo marco curricular, pero más que nada ideas centrales.

7. ¿Conoce las principales características cognitivas de los estudiantes que componen el curso?

R: a ver, tengo cinco cursos, cuatro perdón, cuatro cursos y son todos alumnos con diversas capacidades, no todos son iguales, no todos aprenden igual. Hay alumnos con necesidades especiales, por ejemplo que necesitan ayuda del grupo diferencial, del grupo de integración, ¿ya? Y ahí hay que ir adaptándose pero siempre con ayuda de los grupos estos.

8. ¿Existen estudiantes con NEE (Necesidad Educativa Especial)?

R: Yo creo que a los profesores se les carga mucho la mano en que tienen que enseñarles a todos y que todos tienen que aprender igual, y resulta que es complicado porque pueden a ver cuarenta alumnos de los cuales cinco necesitan ayuda especial y si tú te dedicas mucho a ellos descuidas a los demás y ayudas a los otros. A veces uno no calza mucho, no da mucho, y necesita ayuda. También pienso que no nos han capacitado mucho en hacer evaluaciones diferenciadas de trabajar con alumnos con NEE es *como “dejemos al profesor no mas po`, el profesor de las arregla solo”* Entonces a veces piden y piden muchas cosas pero no ayudan y no aportan mucho a las ideas. Y el tiempo que quiere que le diga, muchas veces nos llevamos trabajo para la casa.

9. ¿De qué forma Ud. presenta el concepto de álgebra a los estudiantes?

R: A ver, bueno, se hace una explicación histórica un poco, de a dónde viene el algebra, de donde nació, para que sirve, para que sirvió, ¿ya? Muchos niños ahora se preguntan por qué ahora los números los mezclamos con letras y se enredan, entonces a modo de explicación uno les hace ver que el algebra sirve para solucionar problemas ya sea matemático o de la vida diaria, ¿ya? Y más que nada veo que investiguen un poco quienes son los creadores del algebra, que investiguen ese tipo de cosas, que busquen información sobre cómo solucionar problemas con el algebra, ¿ya?

10. ¿Cuál es el contenido con el que usted comienza la unidad de álgebra?
¿Por qué?

R: ya, a ver, mira este año empecé a trabajar algebra por primera vez en sexto básico, ¿ya? Por primera vez lo estoy viendo, porque antes lo veíamos en octavo. Yo hasta el año pasado trabaje con el antiguo programa y este año empecé con la adecuación curricular, entonces me di cuenta de repente que algebra, en este caso

ecuaciones lo bajaron a sexto, ¿ya? Y según el programa se empieza a trabajar con términos semejantes, entonces empezamos a trabajar con los términos semejantes y la reducción de términos semejantes, ahora vamos en ecuaciones de primer grado algo facilito y a medida que avanzan las clases aumentamos el grado de dificultad, para empezar ecuaciones aditivas y ahora vamos a empezar a ver ecuaciones multiplicativas, después la resolución de problemas. Pero igual es un desafío a ver bajado de octavo a sexto, porque se les enreda ¿Qué hago con la X? ¿Por qué pasa este número para allá? ¿Sumando o restando? Estoy dándome cuenta recién Si en octavo ya para ellos es complicado imagínate para el sexto. Entonces ahí hay harta pega, arto trabajo.

11. ¿Cree que los conceptos de aritmética deben estar bien consolidados para inicial el contenido de álgebra? ¿Por qué?

R: Por supuesto, lo ideal es que los niños sepan las cuatro operaciones básicas, eso es lo ideal, pero muchas veces s encontramos con niños que no saben multiplicar, que no saben dividir ¿ya? Entonces ahí chocamos un poco. Lo ideal es que sepan bien las propiedades de la suma la resta la multiplicación y la división.

12. ¿Se le ha hecho muy complejo enseñar el contenido de álgebra? ¿Por qué?

R: Hasta el momento si, hoy día me di cuenta que pasaba cuando no sabían pasar un número al otro lado de la igualdad, que pasaba con el símbolo suma, con el símbolo resta. Me estoy dando cuenta que se está haciendo complicado un poco y por el programa y el tiempo nos exige que vamos arriba y resulta que varias veces un contenido puede tomar dos, tres, cuatro clases , entonces yo creo que tengo que dedicarle el tiempo, porque después sigue séptimo y después octavo.

13. ¿Cuáles son las principales dificultades en el aprendizaje del álgebra? ¿Por qué?

R: Podría ser, lo que me he dado cuenta el jugar con el traslado de pasar de suma a resta, ni siquiera de positivo a negativo, porque en el programa de sexto no sale, no habla de positivo a negativo, estamos hablando de pasar de suma a resta y de resta a suma, y que comprendan eso me ha costado. Cosa que después va haber un grado de dificultad cuando le pongamos los positivos y los negativos ¿ya? Cuando en las ecuaciones haya multiplicaciones y divisiones, ecuaciones con fracciones, Pero yo encuentro bien que se haya bajado a sexto porque así me prepara el camino para cuando lleguemos a séptimo y octavo y me digan “profe eso ya lo vimos”, si, pero eso era lo básico ahora estamos capeando un poco más los contenidos.

14. ¿Utiliza alguna estrategia metodológica o didáctica especial para el contenido de álgebra? ¿Por favor, puede ejemplificar?

R: o sea, la utilización de la balanza para buscar el termino de equivalencia o igualdad, yo utilizaba mucho la sala de computación con un programa que había, pero en estos momentos estamos mal de la sala de computación estamos solo con tres computadores con internet, entonces es difícil. Años anteriores utilizaba unas

reglitas que yo invente, o sea yo no invente, las fabrique mediante unos programas que había visto donde se aprendía a sumar y a restar con reglas y ahí el alumno iba a prendiendo un poco.

15. ¿De qué forma evalúa los contenidos enseñados en la unidad de álgebra?

R: A ver, podemos evaluar de forma individual a través de controles, pruebas, interrogaciones, en el pizarrón, oral, esas son las formas más típicas de evaluar en matemáticas, porque lo que nos exigen ahora son resultados y que todos los niños aprendan y eso se mide a través de evaluaciones numéricas, obvio, entonces si yo me pongo a hacer una clase muy constructivista no me da mucho resultado, o sea yo tengo alumnos que están en el instituto nacional o en otros colegios buenos, y el profesor en la pizarra materia, materia, materia y hay conductismo y poco constructivismo ya? Ahora, las matemáticas se pueden enseñar a través de problemas y cosas divertidas pero en lo real en lo concreto sabemos que no es así, sabemos que si un niño va a dar una prueba a un colegio le van a salir puros problemas y puros números, no va haber nada de constructivismo. Es muy bonito el constructivismo pero yo creo que para cursos más pequeños, pero cuando nos enfrentamos con álgebra o geometría, razón y proporción directa inversa es otra cosa.

16. ¿Qué decisiones toma frente a los resultados de dichas evaluaciones?

R: A ver, cuando veo que hay muchos niños con problemas yo tengo que obligadamente retomar el contenido nuevamente, volver a reforzar aquellas debilidades que tengan ellos. Obviamente si yo me doy cuenta que en una prueba de cuarenta alumnos, veinticinco treinta son rojos en algo estoy fallando yo, entonces yo tengo que siempre cuestionarme y ver donde estoy fallando, uno siempre tiene que estar ahí, el profesor no es Dios, no es el amo de la clase, pero siempre tiene que estar ahí, si fallaron muchos niños alguna metodología fallo, a lo mejor aplique mal este contenido, se enredaron. A lo mejor honestamente no le puse mucho empeño, entonces siempre tenemos que estar ahí reforzando y si están malas las evaluaciones, refuerzo de nuevo el contenido y hago de nuevo la prueba quizás puede que baje los grados de dificultad o puede que los mantenga.

BIBLIOGRAFÍA

Textos:

- Alonso, F.; Azcárate, A.; Barbero, C.; Dozagarat, J.; et al Grupo Azarquiel. (1993). "Ideas y actividades para enseñar Álgebra" Tomo 33. Editorial: Síntesis. Madrid, España
- Ausubel, D. (1978). *Psicología educativa*. (Trad: R. Helier). México: Trillas.
- Azarquiel, G. (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Basabe, G; Fernández, S.; González, P.; Ibañez, R. et al (2008). *El rostro humano de las matemáticas*. Tres Cantos, España.
- Bauersfeld, h. y Skowronek, h. (1976). *La investigación relacionada con el proceso de aprendizaje de las matemáticas*, (pp. 231-245). Athen.
- Baldor, A. (2005). *Algebra*. Editorial: publicaciones cultural. San Juan Tlhuaca. México.
- Carpenter, T. y Moser, J; et al Socas y otros (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Castillo T., Espeleta V. / Universidad (1995). *La matemática: su enseñanza y aprendizaje*. (primera edición)(vol.1). San José, Costa Rica: Universidad Estatal.
- Crilly, T. (2009). *50 cosas que hay que saber sobre Matemáticas*. (Trad: Enrique Herrando). Editorial: Ariel Barcelona, España.
- Collins, K.; et al Socas y otros (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- C.S.M.S Concepts in Secondary Mathematics and Science; et al Socas y otros (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Davis, R. (1990). "How Computers help us understand people: International Journal of educational rearch" tomo 14 pp. 93 a 99 en Gómez B. Área de conocimiento didáctica de la Matemática: Las Matemáticas y el proceso educativo (pp. 67) Tomo 1. Editorial: Síntesis. Madrid, España
- Díaz, J.; Gómez, B.; Gutiérrez, Á. y Rico, L. (1990) "Área de conocimiento: didáctica de la Matemática". Tomo 1... Madrid, España. Síntesis.
- Diccionario de la Lengua Española. (1992). RAE; *Real Academia Española*. (21a.ed.) Madrid, España: Editorial Espasa Calpe.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. (Cuarta edición). Santa Fe, México: Mc Graw-Hill.

- Lewis, D. (1975). *La discriminación de los esquemas del operador en la resolución de problemas: Aprender de los ejemplos. La psicología cognitiva*, New York, Estados Unidos: Freeman.
- Ministerio de Educación. (2011). *Ajuste Curricular: Matemática Educación Básica*. Santiago, Chile.
- Sandín, M. (2003). *Investigación cualitativa en educación, fundamento y tradiciones*. Madrid, España: Mc Graw-Hill.
- Serrano, G. (2008). *Investigación cualitativa: retos e interrogantes*. Madrid, España: La muralla.
- Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio del álgebra*. Editorial libros del Zorzal. Buenos Aires.
- Socas, M., Camacho M., Palarea M., y Hernández J. (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Peacock, G. (1791) “*Apuntes de historia de las Matemáticas: El álgebra de la lógica*”. Volumen 1. Número 2. Citado por: García, F. (2002).
- Piaget, J. et al Socas y otros (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid, España: Síntesis.
- Villagrán, E. (1996). *Construcción y validación relativa de un test pronóstico en álgebra para el primer año de enseñanza media*. Tesis no publicada para optar al grado de Magíster en Educación con mención en psicología. Copiapó. Universidad de Atacama.

Documentos Electrónicos:

Revistas:

- Borjas, D. (2009). Aprendizaje de los números enteros una experiencia significativa en estudiantes de Séptimo grado de la Escuela Nacional de Música”. Característica: Tesis de Maestría. Tegucigalpa, M. D. C. <http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/Tesis/DANIA%20YULISA%20BORJAS%20FRANCO.pdf>
- Camacho, M.; Flores, P. y Bolea, P. (2007). *Investigación en Educación Matemática XI*. San Cristóbal de La Laguna, España. K.A. Recuperado el 06 mayo 2011, de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas11SEIEM/ XISimposio.pdf>
- Cordua, J. (1977). “Kumón” <http://www.kumonla.com/web/index.php> Paraná, Brasil.
- Godino, J. y Font, V. (2003) *Matemáticas y su didáctica para Maestros: Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros: Manual para el Estudiante*. Edición Febrero. Granada. Proyecto Edumat Maestros. Recuperado el 06 mayo 2011, de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). *Enseñanza de las ciencias. Investigación y experiencias didácticas: El aprendizaje del Álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. (Trad: Luis Puig). Recuperado el 6 mayo 2011, de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/51268/93013>.
- Maltrasi, J. (1998). “Escuela Cadete Arturo Prat”. <http://e10cadeteprat.k12.cl/> Modificado: 21/ 12/2011. Santiago, Chile.
- Mercedes, M. y Medina, P. (1999). Didáctica De las Matemáticas. *La adquisición del Lenguaje Algebraico: reflexiones de una investigación*. Volumen 40. De La Laguna, España. Recuperado el 6 mayo 2011, de <http://www.sinewton.org/numeros/ numeros/40/Articulo01.pdf>
- Tarin, R y Pujol, R. (1998). “Capítulo 2: El triángulo didáctico”. <http://www.aede.eu/fileadmin/docs/project/gedecite/spanish/chapter2.pdf> Barcelona, España.