

# Matemática

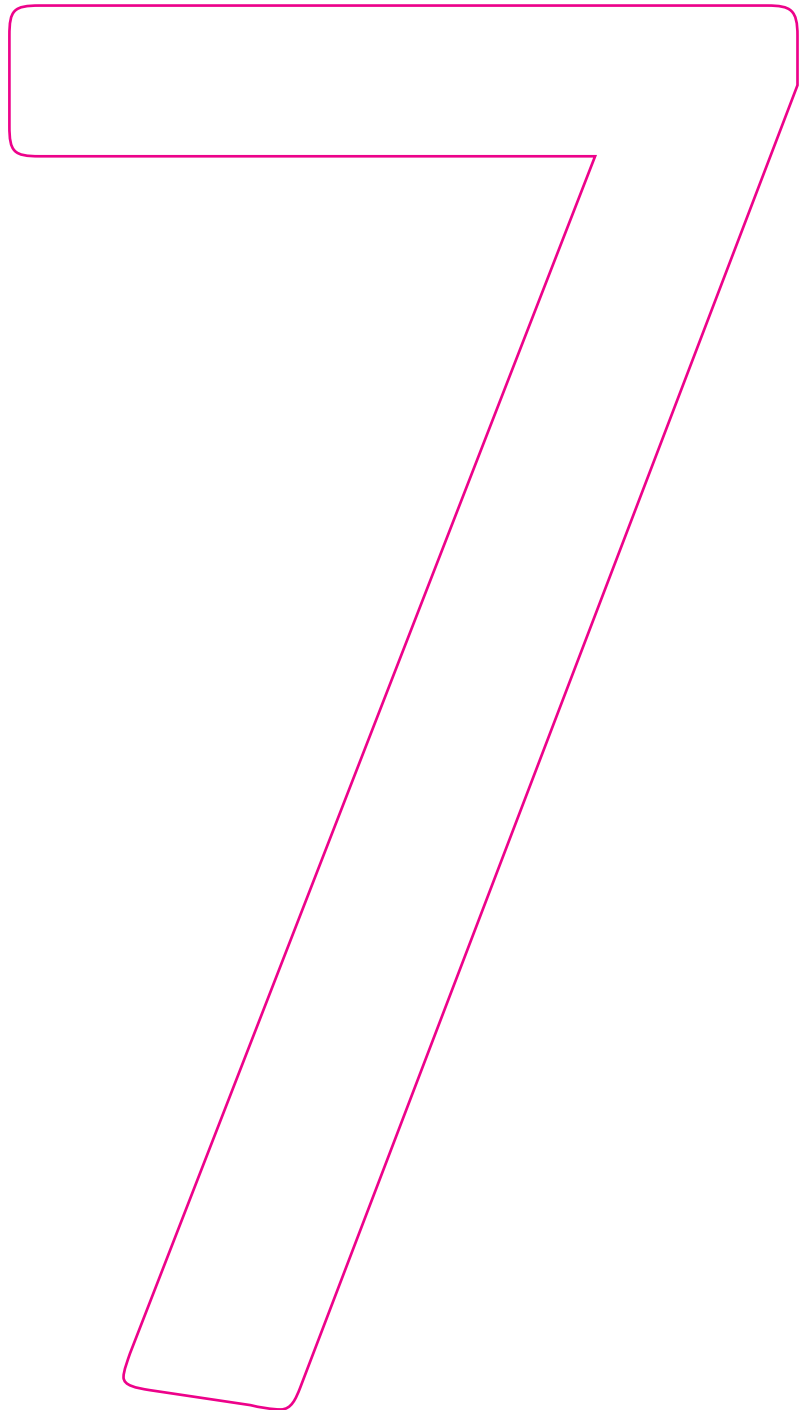
Programa de Estudio  
Séptimo básico  
Ministerio de Educación





# Matemática

Programa de Estudio  
Séptimo básico  
Ministerio de Educación



Ministerio de Educación de Chile

MATEMÁTICA

Programa de Estudio

Séptimo básico

Primera edición: julio de 2016

Decreto Exento Mineduc N° 628/2016

Unidad de Currículum y Evaluación

Ministerio de Educación de Chile

Avenida Bernardo O'Higgins 1371

Santiago de Chile

ISBN 978-956-292-578-5

Se sugiere verificar la legitimidad y buen funcionamiento de las páginas web recomendadas en este Programa de Estudio. Dado el tiempo desde su publicación, puede que alguna de ellas hayan caducado o conduzcan a otros sitios.

Estimadas y estimados miembros de la Comunidad Educativa:

En el marco de la agenda de calidad y las transformaciones que impulsa la Reforma Educacional en marcha, estamos entregando a ustedes los Programas de Estudio para 7° y 8° básico. Estos Programas han sido elaborados por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación, de acuerdo a las definiciones establecidas en las Bases Curriculares de 2013 y 2015 (Decreto Supremo N° 614 y N° 369, respectivamente), y han sido aprobados por el Consejo Nacional de Educación para entrar en vigencia a partir de 2016.

Estos programas corresponden a las asignaturas de Artes Visuales, Ciencias Naturales, Educación Física y Salud, Historia, Geografía y Ciencias Sociales, Inglés, Lengua y Literatura, Matemática, Música, Orientación y Tecnología.

Los Programas de Estudio –en tanto instrumentos curriculares– son una propuesta pedagógica y didáctica que apoya el proceso de gestión curricular de los establecimientos educacionales. Desde esta perspectiva, se fomenta el trabajo docente, para la articulación y generación de experiencias de aprendizajes pertinentes, relevantes y significativas para sus estudiantes, en el contexto de las definiciones realizadas por las Bases Curriculares que han entrado en vigencia para estos cursos en el año 2016. Estos Programas otorgan ese espacio a los y las docentes, y pueden trabajarse a partir de las necesidades y potencialidades de su contexto, porque la Educación tiene como principio el ofrecer espacios de aprendizaje integrales.

Es de suma importancia promover el diálogo entre estos instrumentos y las necesidades, intereses y características de la población escolar. De esta manera, complejizando, diversificando y profundizando en las áreas de aprendizaje, estaremos contribuyendo al desarrollo de las herramientas que los y las estudiantes requieren para desarrollarse como personas integrales y desenvolverse como ciudadanos y ciudadanas, de manera reflexiva, crítica y responsable.

Por esto, los Programas de Estudio son una invitación a las comunidades educativas de nuestras escuelas y liceos a enfrentar un desafío de preparación, estudio y compromiso con la vocación formadora y con las expectativas de aprendizajes que pueden lograr sus alumnos y alumnas. Invito a todos y todas a trabajar en esta tarea de manera entusiasta, colaborativa, analítica y respondiendo a las necesidades de su contexto educativo.

Cordialmente,



**ADRIANA DELPIANO PUELMA**  
**MINISTRA DE EDUCACIÓN**

## IMPORTANTE

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el alumno”, “el compañero” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo aludir conjuntamente a ambos sexos en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

# Índice

Presentación	6
Nociones básicas	8
Orientaciones para implementar el Programa	12
Orientaciones para planificar el aprendizaje	20
Orientaciones para evaluar los aprendizajes	23
Estructura del Programa	25
<b>Matemática</b>	33
	49    Objetivos de Aprendizaje de 7° básico
	54    Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año
<b>Primer semestre</b>	
	62    Unidad 1
	98    Unidad 2
<b>Segundo semestre</b>	
	128    Unidad 3
	162    Unidad 4
<b>Bibliografía</b>	185
<b>Anexos</b>	
	194    1. Glosario
	212    2. Progresión de Habilidades de 7° básico a 2° medio
	216    3. Progresión de Objetivos de Aprendizajes Temáticos de 7° básico a 2° medio

# Presentación

Por medio de los Objetivos de Aprendizaje (OA), las Bases Curriculares definen los desempeños mínimos que se espera que todos los estudiantes logren en cada asignatura y nivel de enseñanza. Dichos objetivos integran habilidades, conocimientos y actitudes fundamentales para que los jóvenes alcancen un desarrollo armónico e integral que les permita enfrentar su futuro con todas las herramientas necesarias y participar de manera activa y responsable en la sociedad.

Las Bases Curriculares constituyen, asimismo, el referente para los establecimientos que deseen elaborar programas propios. En este sentido, son lo suficientemente flexibles para adaptarse a los diferentes contextos educativos, sociales, económicos, territoriales y religiosos de nuestro país. Estas múltiples realidades dan origen a una diversidad de aproximaciones curriculares, didácticas, metodológicas y organizacionales, que se expresan en distintos proyectos educativos. Todos estos proyectos son bienvenidos en la medida en que permitan que los alumnos alcancen los Objetivos de Aprendizaje. Por ello, dada la escala nacional de las Bases Curriculares, no corresponde que estas especifiquen didácticas que limiten la diversidad de enfoques educacionales.

Al Ministerio de Educación, por su parte, le corresponde la tarea de suministrar Programas de Estudio que faciliten una óptima implementación de las Bases Curriculares en aquellos establecimientos que no opten por programas propios. Se ha procurado que estos Programas constituyan un complemento coherente y alineado con las Bases Curriculares y una herramienta de apoyo para los docentes.



Los Programas de Estudio proponen una organización de los Objetivos de Aprendizaje de acuerdo con el tiempo disponible en el año escolar. Asimismo, constituyen una orientación acerca de cómo combinar los objetivos y cuánto tiempo destinar a cada uno de ellos. Esta última es una estimación aproximada, de carácter indicativa, que los profesores tienen que adaptar de acuerdo con la realidad de sus alumnos y de su establecimiento.

Asimismo, para facilitar al docente su quehacer en el aula, se sugiere un conjunto de Indicadores de Evaluación para cada Objetivo, que dan cuenta de las diversas maneras en que un estudiante puede demostrar que ha aprendido. Además, se proporcionan orientaciones didácticas para cada disciplina y una amplia gama de actividades de aprendizaje y de evaluación de carácter flexible y general, ya que pueden utilizarse como base para nuevas actividades. Estas se complementan con sugerencias al docente, recomendaciones de recursos didácticos complementarios y bibliografía para profesores y estudiantes.

En síntesis, estos Programas de Estudio se entregan a los establecimientos como una ayuda para realizar su labor de enseñanza. No obstante, su uso es voluntario; la ley dispone que cada colegio pueda elaborar sus propios Programas de Estudio, en tanto cumplan con todos los Objetivos de Aprendizaje establecidos en las Bases Curriculares.

# Nociones básicas

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE COMO INTEGRACIÓN DE CONOCIMIENTOS, HABILIDADES Y ACTITUDES

Los Objetivos de Aprendizaje definen para cada asignatura los aprendizajes terminales esperables para cada año escolar. Se refieren a conocimientos, habilidades o actitudes que entregan a los estudiantes las herramientas cognitivas y no cognitivas necesarias para su desarrollo integral, para la comprensión de su entorno y para despertar en ellos el interés por continuar aprendiendo.

En la formulación de los Objetivos de Aprendizaje se relacionan habilidades, conocimientos y actitudes. Por medio de ellos, se pretende plasmar, de manera clara y precisa, cuáles son los aprendizajes que el estudiante debe lograr. Se conforma, así, un currículum centrado en el aprendizaje, que declara explícitamente cuál es el foco del quehacer educativo. Se busca que los alumnos pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la asignatura como al desenvolverse en su vida cotidiana.

### HABILIDADES

Las habilidades son capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Pueden desarrollarse en los ámbitos intelectual, psicomotriz o psicosocial.

En el plano educativo, las habilidades son cruciales, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan capacidades de pensamiento transferibles a distintas situaciones, desafíos, contextos y problemas. En este sentido, las habilidades son fundamentales para desarrollar un pensamiento flexible, adaptativo y crítico. Los Indicadores de Evaluación, las actividades de aprendizaje y los ejemplos de evaluación sugeridos en estos Programas de Estudio apuntan específicamente al desarrollo de habilidades.

## CONOCIMIENTOS

Los conocimientos corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones. Esta definición considera el conocimiento como información (sobre objetos, eventos, fenómenos, procesos, símbolos) y como comprensión; es decir, información integrada en marcos explicativos e interpretativos mayores que sirven de base para desarrollar la capacidad de discernimiento y de argumentación<sup>1</sup>.

Los conceptos propios de cada asignatura ayudan a enriquecer la comprensión de los estudiantes sobre el mundo que los rodea y los fenómenos que experimentan u observan. El dominio del vocabulario especializado les permite comprender mejor su entorno cercano y reinterpretar el saber que han obtenido por medio del sentido común y la experiencia cotidiana. En el marco de cualquier disciplina, el manejo de conceptos clave y de sus conexiones es fundamental para que los alumnos construyan nuevos aprendizajes a partir de ellos. El logro de los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares implica necesariamente que el alumno conozca, explique, relacione, aplique y analice determinados conocimientos y conceptos en cada disciplina, de forma que le sirvan de base para el desarrollo de las habilidades de pensamiento.

## ACTITUDES

Las Bases Curriculares detallan un conjunto de actitudes específicas que surgen de los Objetivos de Aprendizaje Transversales y que se espera fomentar en cada asignatura.

Las actitudes son disposiciones aprendidas para responder, de un modo favorable o no favorable, frente a personas, ideas y objetos, y que inclinan a las personas a determinados tipos de conductas o acciones. Por ejemplo, una persona puede tener una disposición favorable hacia la lectura, porque sabe que le sirve para su desempeño educativo, porque ha tenido experiencias placenteras con ella, porque ha visto que otros cercanos disfrutaban de ella, porque le ha permitido encontrar respuestas a sus interrogantes, etc.

---

1 Marzano, R y Pickering, D. (1997). *Dimensions of Learning: Teacher's Manual*. Colorado: ASCD.

En la formación de las personas, las actitudes son determinantes al momento de abordar, entre otros, la diversidad, la vida saludable, la participación ciudadana, la prevención del alcohol y las drogas, y la superación de las dificultades. La escuela es un factor definitorio en la formación de las actitudes de los estudiantes y puede contribuir a formar ciudadanos responsables y participativos que tengan disposiciones favorables frente a una variedad de temas trascendentes para nuestra sociedad.

Por otra parte, las actitudes influyen directamente en el aprendizaje, ya que determinan el grado de motivación con que las personas enfrentan las actividades escolares y la relación que tienen con los otros miembros de la comunidad escolar. Los estudiantes, por lo general, llegan a la escuela con una actitud abierta al aprendizaje y es responsabilidad de la escuela no solo mantener, sino nutrir esta disposición favorable, de manera que cuando terminen la enseñanza formal mantengan el interés por el aprendizaje y la investigación a lo largo de todas sus vidas. Al fomentarse las actitudes positivas hacia el aprendizaje, el descubrimiento y el desarrollo de habilidades, mejora significativamente el desempeño de los alumnos, lo que genera aprendizajes más profundos e impacta positivamente en su autoestima.

Asimismo, la adquisición de actitudes apropiadas propiciará que los alumnos se desarrollen de manera integral y puedan comprender el mundo que los rodea, interactuar con él y desenvolverse de manera informada, responsable y autónoma.

Las actitudes tienen tres dimensiones, muchas veces interrelacionadas: cognitiva, afectiva y experiencial. La dimensión cognitiva comprende las creencias y los conocimientos que una persona tiene sobre un objeto. La afectiva corresponde a los sentimientos que un objeto suscita en el individuo. La experiencial se refiere a las vivencias que el sujeto ha acumulado en el pasado con respecto al objeto o fenómeno. De lo anterior se desprende que, para formar actitudes, es necesario tomar en cuenta las tres dimensiones. Por ejemplo, para generar una actitud positiva hacia el aprendizaje, es necesario dar argumentos de por qué es beneficioso, explicitar las creencias que tienen los estudiantes al respecto, promover siempre un ambiente grato en el cual todos se interesen y valoren el desarrollo intelectual, y suscitar experiencias de aprendizaje interesantes y motivadoras.

El desarrollo de actitudes no debe limitarse solo al aula, sino que debe proyectarse hacia los ámbitos familiar y social. Es fundamental que los alumnos puedan desarrollar sus inquietudes, ser proactivos, adquirir confianza en sus capacidades e ideas, llevar a cabo iniciativas, efectuar acciones que los lleven a alcanzar sus objetivos, comunicarse en forma efectiva y participar activamente en la construcción de su aprendizaje. Asimismo, es necesario desarrollar en los estudiantes actitudes que los inciten a buscar la verdad, asumir un compromiso con mejorar su realidad, mostrar mayor interés en sus pares y trabajar en forma colaborativa, valorando las contribuciones de otros.

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TRANSVERSALES (OAT)

Los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional, por lo que los establecimientos deben asumir la tarea de promover su logro.

Los OAT no se alcanzan en una asignatura en particular; conseguirlos depende del conjunto del currículum y de las distintas experiencias escolares. Por esto, es fundamental que se promuevan en las diversas disciplinas y en las distintas dimensiones del quehacer educativo, mediante el proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina, las ceremonias escolares y el ejemplo de los adultos.

Estos objetivos incluyen actitudes y valores que se integran con los conocimientos y las habilidades. En el ciclo de la Educación Media, involucran las distintas dimensiones del desarrollo –físico, afectivo, cognitivo, socio-cultural, moral y espiritual–, además de las actitudes frente al trabajo y al dominio de las tecnologías de la información y la comunicación.

# Orientaciones para implementar el Programa

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan elementos relevantes para implementar el Programa y se vinculan estrechamente con el logro de los Objetivos de Aprendizaje especificados en las Bases Curriculares.

## CONSIDERACIONES SOBRE LA ETAPA DE DESARROLLO DE LOS ESTUDIANTES

La adolescencia está marcada por el acelerado desarrollo en el ámbito físico, cognitivo, social y emocional de los estudiantes. En ella, los jóvenes fortalecen su capacidad de empatía, desarrollan diferentes miradas sobre un mismo tema y forman su propia opinión, entre otros. Además, muestran que son capaces de monitorear y regular sus desempeños, lo que facilita la metacognición, la autonomía y el autocontrol. En consecuencia, es una etapa propicia para avanzar en autonomía y hacia una comprensión integral del mundo que los rodea.

A principios de este ciclo, los alumnos transitan hacia el pensamiento formal, que les permite hacer relaciones lógicas, desarrollar el pensamiento crítico, comprender conceptos abstractos y hacer relaciones entre conceptos aparentemente disímiles<sup>2</sup>. Adquieren una visión más crítica del mundo, comienzan a construir su identidad y la imagen de sí mismos. Se interesan en diversos ámbitos, expresan necesidad de comunicarse con sus pares en términos de intereses, valores y creencias, adquieren capacidad de análisis, de planificar pasos y establecer hipótesis que, a su vez, les permiten plantear otras formas de resolver problemas. Asimismo, su interés por adquirir mayor independencia los lleva a explorar diferentes posibilidades de aprendizaje. En esta etapa, necesitan ver una relación entre su aprendizaje y sus vidas e intereses para sentirse motivados a aprender.

Considerando lo expuesto, los presentes Programas de Estudio incluyen actividades que ayudan al aprendizaje de los estudiantes durante este periodo, ya que junto con plantear problemas relevantes para sus vidas y abordar referentes concretos, conducen a la comprensión de conceptos progresivamente más abstractos. En concordancia con lo anterior, los Programas de Estudio

---

<sup>2</sup> Alexander, A. (2006). *Psychology in Learning and Instruction*. New Jersey: Pearson.

proponen tareas más exigentes, complejas y de ámbitos cada vez más específicos que en los cursos anteriores. Por ello, es necesario que el profesor asegure un buen proceso de aprendizaje orientado a la autonomía, con el fin de mantener la motivación académica de los estudiantes.

La interacción se vuelve un tema central en esta etapa del desarrollo. Los estudiantes son capaces de escuchar y reaccionar frente a las ideas de otros y le dan mucha importancia a la opinión de los pares, por lo que se benefician de los intercambios sociales. En consecuencia, las actividades en grupo que se incorporan para el logro de cada uno de los objetivos son una instancia que, combinada con una actitud favorable hacia los desafíos escolares y una adecuada guía del docente, puede llevarlos a obtener aprendizajes profundos y significativos.

Los Programas de Estudio son herramientas que, además de apoyar la labor docente en la sala de clases, buscan motivar a los alumnos a interesarse en el aprendizaje fuera de ella y de diversas formas.

Un elemento central en los Programas es que las actividades sean significativas para los estudiantes, que presenten una conexión con la vida cotidiana y que representen un desafío atractivo al enfrentarse a ellas y resolverlas. Por lo tanto, se diseñaron como un reto que los motive a buscar evidencia y usar argumentos coherentes y bien documentados. En todas ellas tienen que usar los conocimientos de cada disciplina, aplicar habilidades de pensamiento superior (concluir, evaluar, explicar, proponer, crear, sintetizar, relacionar, contrastar, entre otras) y aspectos actitudinales como la seguridad en las propias capacidades, la curiosidad, la rigurosidad y el respeto a los demás, entre otros.

Para que los alumnos se interesen verdaderamente por comprender el mundo que los rodea, se aumenta su autonomía y motivación mediante el desarrollo de habilidades y una gran cantidad de actividades que los desafíen permanentemente.

La implementación efectiva del presente Programa requiere que el docente lleve a los estudiantes a conectar los aprendizajes del ámbito escolar con otros ámbitos de sus vidas y con su propia cultura. Para esto, es necesario que observe sus diversos talentos, intereses y preferencias con el objeto de convertir las actividades del Programa en instancias significativas en el ámbito personal.

## INTEGRACIÓN Y APRENDIZAJE PROFUNDO

Para lograr un aprendizaje profundo, se requiere tener claro qué conceptos e ideas esenciales se van a aprender, acrecentar las habilidades que permitirán trabajar los conceptos e ideas y relacionar esos conceptos e ideas con su propia vida y con otras áreas del conocimiento. Los estudiantes son participantes activos en este proceso. Ellos construyen conocimiento basados en sus propias experiencias y saberes previos e interactuando constantemente con nuevos conocimientos y experiencias, muchos de los cuales provienen del medio en que se desenvuelven. Estudios en neurociencia muestran que el cerebro está constantemente buscando significado y patrones, y que esa búsqueda es innata. Asimismo, es fundamental el papel de la emociones para lograr un aprendizaje profundo. Las experiencias de aprendizaje deben ser positivas y con un nivel adecuado de exigencia, de modo que representen un desafío cognitivo que no obstruya el aprendizaje. Investigar, realizar conexiones con otras asignaturas y organizar información son ejemplos de actividades efectivas para un aprendizaje profundo.

La integración entre distintas asignaturas constituye una herramienta de gran potencial para lograr un aprendizaje profundo. Existe una vasta bibliografía que respalda que el aprendizaje ocurre con más facilidad y profundidad cuando el nuevo material se presenta desde distintas perspectivas, pues permite relacionarlo con conocimientos previos, enriquecerlos, reformularlos y aplicarlos.

El establecimiento de conexiones interdisciplinarias destaca los lazos entre las disciplinas y facilita un aprendizaje más integral y profundo<sup>3</sup>. Con ellas, los estudiantes refuerzan y expanden sus conocimientos y acceden a información y a diversos puntos de vista. Asimismo, pueden explorar material auténtico de su interés, investigar de modo independiente y apreciar que la educación contemporánea es decididamente interdisciplinaria. Esto les ayudará a futuro, cuando deban usar conocimientos, habilidades y actitudes de varias áreas para desenvolverse en la vida cotidiana y en el mundo laboral.

Los presentes Programas detallan las oportunidades de integración más significativas en numerosas actividades, pero no agotan las oportunidades que ofrecen las Bases Curriculares. En consecuencia, se recomienda buscar la integración por medio de tópicos comunes y procurando que los alumnos desarrollen las habilidades simultáneamente desde diferentes asignaturas.

---

3 Jacobs, H.H. (1989). *Interdisciplinary Curriculums. Design and Implementation*. Obtenido en <http://www.ascd.org/publications/books/61189156.aspx> el 10 de Diciembre de 2012.



## IMPORTANCIA DEL LENGUAJE

En cualquier asignatura, aprender supone poder comprender y producir los textos propios de la disciplina. Leer y elaborar textos permite repensar y procesar la información y, por lo tanto, el aprendizaje se profundiza, ya que implica no simplemente reproducir el conocimiento, sino también construirlo.

Para desarrollar adecuadamente los aprendizajes de las asignaturas, no basta con asignar tareas de lectura y escritura. Leer y escribir para aprender son procesos que requieren trabajo en clases con textos disciplinares, cuya comprensión y producción suponen una serie de desafíos que el estudiante no puede enfrentar sin orientación previa y andamiaje.

Por otra parte, para entender textos que tratan ámbitos específicos del conocimiento, se requiere manejar el vocabulario clave del texto y poseer ciertos conocimientos previos del área. A partir de la lectura, los estudiantes podrán adquirir más vocabulario especializado y nuevos conocimientos que les permitirán, a su vez, leer y comprender textos de mayor complejidad. De esta manera, se crea un círculo virtuoso de aprendizaje.

Para promover el aprendizaje profundo mediante la lectura y la producción de textos orales y escritos, se deben considerar los siguientes aspectos de manera habitual y consistente:

### LECTURA

- › Los alumnos aprenden a leer textos propios de las disciplinas. Para esto, el profesor explica y ejemplifica cuáles son las características de los diversos géneros que se trabajan en clases y cuál es su finalidad. Dado que los temas nuevos y las estructuras desconocidas pueden aumentar excesivamente la dificultad de la lectura, se requiere que los estudiantes se familiaricen con ellos, mezclando lecturas sencillas con otras más desafiantes, para que vayan construyendo los conocimientos y habilidades necesarios para comprender textos más complejos.
- › A partir de la lectura, los alumnos adquieren un repertorio de conceptos necesarios para la comprensión de la asignatura.
- › Es fundamental que haya una discusión posterior a la lectura para que los estudiantes compartan lo que han aprendido, comparen sus impresiones, cuestionen la información y aclaren sus dudas mediante textos escritos o presentaciones orales.

- › Los alumnos usan la lectura como una de las principales fuentes de información y aprendizaje. Los docentes deben propiciar esto, asignando lecturas estimulantes, pidiéndoles buscar información relevante en textos determinados y fomentando la aplicación de las estrategias aprendidas para que puedan lidiar con la información del texto.
- › Los alumnos procuran extender sus conocimientos mediante el uso habitual de la biblioteca escolar e internet. Aprenden a localizar información relevante en fuentes escritas, identificar las ideas principales, sintetizar la información relevante, explicar los conceptos clave de la lectura, identificar los principales argumentos usados para defender una postura, descubrir contradicciones y evaluar la coherencia de la información. Para esto, se requiere que el docente modele y retroalimente el proceso.

## ESCRITURA

- › Los alumnos pueden expresar sus conocimientos e ideas escribiendo textos con la estructura propia de cada disciplina, como el ensayo, el informe de investigación y la reseña histórica, entre otros.
- › Los estudiantes prestan atención no solo al qué decir, sino también al cómo decirlo. Al plantearles tareas de escritura en las cuales deben reorganizar la información para transmitirla con claridad al lector, perciben que tienen que dar una organización coherente al texto, seleccionar información relevante, profundizar ciertas ideas, entregar ejemplos y argumentos, y descartar información poco pertinente. En consecuencia, procesan la información, aclaran sus propias ideas y, de este modo, transforman su conocimiento<sup>4</sup>.
- › Al escribir, utilizan los conceptos y el vocabulario propios de la asignatura, lo que contribuye a su aprendizaje.
- › Las evaluaciones contemplan habitualmente preguntas abiertas que les permiten desarrollar sus ideas por escrito.

## COMUNICACIÓN ORAL

- › El ambiente de la sala de clases es propicio para que los alumnos formulen preguntas, aclaren sus dudas, demuestren interés por aprender y construyan conocimiento en conjunto. Los estudiantes participan aportando información bien documentada, cuestionando y mostrando desacuerdo y llegando a acuerdos. Para esto, se requiere un ambiente en que se respete a las personas y sus ideas y se valoren el conocimiento y la curiosidad.

---

<sup>4</sup> Bereiter, C. y Scardamalia, M. (1987). *The psychology of written composition*. Hillsdale, N. J: L. Erlbaum Associates.

- › Los alumnos usan información de fuentes orales, la sistematizan y la incorporan en sus argumentaciones, explicaciones o relatos.
- › Los alumnos tienen oportunidades para comunicar sus ideas mediante presentaciones orales que les permitan, usando un lenguaje claro y preciso, compartir sus conocimientos sobre un tema o expresar un punto de vista fundamentado.
- › El docente es el principal modelo que los estudiantes tienen sobre cómo comunicar información en el marco de su asignatura. Por esto, debe dar indicaciones precisas, ejemplos y estrategias para que sepan cómo realizar exposiciones orales efectivas que logren interesar a la audiencia y comunicarle los conocimientos aprendidos.
- › Los alumnos tienen oportunidades para leer y recolectar información, seleccionar lo más relevante, organizar la presentación y preparar una exposición que permita comunicar un tema a una audiencia específica y en una situación concreta. Para esto, deben tener claridad sobre los objetivos de sus exposiciones y el tiempo para prepararlas.

## TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)

Los Objetivos de Aprendizaje Transversales de las Bases Curriculares contemplan explícitamente que los alumnos aprendan a usar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Esto demanda que se promueva el dominio y uso de estas tecnologías junto con el trabajo propio de cada asignatura.

En el nivel básico, los alumnos adquirieron las habilidades elementales para usar las TIC, por lo que se espera que, en el nivel medio, realicen estas operaciones con mayor fluidez y adquieran otras de mayor dificultad, como buscar información y evaluar su pertinencia y calidad, aportar en redes virtuales de comunicación o participación, utilizar distintas TIC para comunicar ideas y argumentos, y modelar información y situaciones, entre otras.

Los Programas de Estudio elaborados por el Ministerio de Educación integran el uso de las TIC en todas las asignaturas con los siguientes propósitos:

- › Trabajar con información:
  - Utilizar estrategias de búsqueda de información para recoger información precisa.
  - Seleccionar información examinando críticamente su calidad, relevancia y confiabilidad.
  - Ingresar, guardar y ordenar información de acuerdo a criterios propios o predefinidos.

- › Crear y compartir información:
  - Desarrollar y presentar información usando herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video, procesadores de texto, presentaciones (PowerPoint) y gráficos, entre otros, citando en cada caso las fuentes utilizadas.
  - Colaborar e intercambiar opiniones en forma respetuosa con pares, miembros de una comunidad y expertos, usando herramientas de comunicación en línea como correos electrónicos, blogs, redes sociales, chats, foros de discusión, conferencias web y diarios digitales, entre otros.
- › Usar las TIC como herramienta de aprendizaje:
  - Usar programas informáticos específicos para aprender y complementar los conceptos aprendidos en las diferentes asignaturas.
  - Usar procesadores de texto, aplicaciones informáticas de presentación y planillas de cálculo para organizar, crear y presentar información, gráficos o modelos.
- › Usar las TIC responsablemente:
  - Respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TIC, como el cuidado personal y el respeto por otros.
  - Señalar las fuentes de las cuales se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad.
  - Identificar ejemplos de plagio y discutir las posibles consecuencias de reproducir el trabajo de otros.

## ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

En el trabajo pedagógico, el profesor debe tomar en cuenta la diversidad presente en los estudiantes, considerando factores culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento. Esta diversidad demanda de los docentes:

- › Promover el respeto a cada uno de los alumnos, evitando cualquier forma de discriminación.
- › Procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación con el contexto y la realidad de los estudiantes.
- › Intentar que todos alcancen los Objetivos de Aprendizaje señalados en el currículum, sin que la diversidad presente impida conseguirlos.

Atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica tener expectativas más bajas para algunos estudiantes. Por el contrario, hay que reconocer los requerimientos didácticos personales de los alumnos para que todos alcancen altos estándares. En este sentido, conviene que, al diseñar el trabajo de cada unidad, el docente considere que se precisará más tiempo o se requerirán métodos diferentes para que algunos alumnos logren estos aprendizajes.

Mientras más experiencia y conocimientos tiene el profesor de su asignatura y de las estrategias que promueven el aprendizaje profundo, más herramientas tendrá para tomar decisiones pedagógicas de acuerdo con las necesidades de sus alumnos. Los Programas de Estudio incluyen numerosos Indicadores de Evaluación, actividades de aprendizaje, observaciones al docente y ejemplos de evaluaciones, entre otros, para apoyar al docente. En el caso de estudiantes con necesidades educativas especiales, los conocimientos expertos del profesor y el apoyo y las recomendaciones de los especialistas que evalúan a dichos alumnos contribuirán a que cada estudiante desarrolle al máximo sus habilidades.

Para atender a la diversidad, los docentes deben buscar en su planificación:

- › Generar ambientes de aprendizaje inclusivos, lo que implica que todos los estudiantes deben sentirse seguros para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Junto con destacar positivamente las diferencias de cada uno es necesario rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- › Utilizar materiales, estrategias didácticas y actividades que se acomoden a las particularidades culturales y étnicas de los alumnos y a sus intereses. Es importante que toda alusión a la diversidad tenga un carácter positivo, que motive a los estudiantes a valorarla.
- › Promover un trabajo sistemático con actividades variadas para los diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos tengan acceso a las oportunidades de aprendizaje que se proponen.
- › Proveer igualdad de oportunidades, asegurando que alumnos y alumnas puedan participar por igual en todas las actividades, evitando estereotipos asociados a género y a características físicas.

# Orientaciones para planificar el aprendizaje

La planificación de las clases es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que los alumnos logren dichos aprendizajes. Los Programas de Estudio del Ministerio de Educación ayudan a los profesores a elaborar la planificación y se han diseñado como un material flexible que puede adaptarse a la realidad de los distintos contextos educativos del país.

Los Programas incorporan los mismos Objetivos de Aprendizaje definidos en las Bases Curriculares. En cada nivel, se ordenan en unidades e incluyen el tiempo que se estima necesario para que los alumnos los alcancen. Asimismo, contienen Indicadores de Evaluación coherentes con los Objetivos de Aprendizaje y actividades para cumplir cada uno de ellos.

Al planificar clases para un curso determinado, se recomienda considerar, además de los ya expuestos, los siguientes aspectos:

- › La diversidad de niveles de aprendizaje de los estudiantes de un mismo curso.
- › El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible.
- › Las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios.
- › Los recursos disponibles para el aprendizaje de la asignatura.

Una planificación efectiva involucra una reflexión que debe incorporar aspectos como:

- › Explicitar y organizar temporalmente los Objetivos de Aprendizaje: ¿Qué queremos que aprendan los estudiantes durante el año?, ¿para qué queremos que lo aprendan?, ¿cuál es la mejor secuencia para que lo hagan?
- › Establecer qué desempeños de los alumnos demuestran que han logrado los aprendizajes, por medio de los Indicadores de Evaluación. Se debe poder responder preguntas como: ¿Qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado Objetivo de Aprendizaje?, ¿qué habría que observar para saber que han logrado un aprendizaje?

- › Sugerir métodos de enseñanza y actividades que facilitarán alcanzar los Objetivos de Aprendizaje.
- › Orientar las evaluaciones formativas y sumativas, y las instancias de retroalimentación.

Se sugiere que la forma de plantear la planificación incorpore, al menos, tres escalas temporales, entre las que se incluyen:

- › Planificación anual: ¿cuándo lo enseñamos?
- › Planificación de cada unidad: ¿qué y cuánto enseñamos?
- › Planificación de cada clase: ¿cómo haremos para enseñarlo?

	PLANIFICACIÓN ANUAL ¿CUÁNDO LO ENSEÑAMOS?	PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD ¿QUÉ Y CUÁNTO ENSEÑAMOS?	PLANIFICACIÓN DE CLASE* ¿CÓMO LO HAREMOS?
OBJETIVO	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Fijar la organización del año de forma realista y ajustada al tiempo disponible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Definir qué y cuánto de cada unidad se trabajará en un tiempo acotado (en cada mes o en cada semana).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Seleccionar las actividades sugeridas en el Programa de Estudio u otras que conduzcan al logro de los Objetivos de Aprendizaje.</li> <li>› Estimar las horas de clases que requiere cada actividad y estructurar la clase de acuerdo a un formato que acomode al docente.</li> </ul>
ESTRATEGIAS SUGERIDAS	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Hacer una lista de los días del año y las horas de clase por semana para estimar el tiempo disponible.</li> <li>› Identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes.</li> <li>› Elaborar una calendarización tentativa de los Objetivos de Aprendizaje para el año completo, considerando los feriados, talleres, exposiciones, presentaciones, actividades deportivas fuera del establecimiento y la realización de evaluaciones formativas y de retroalimentación.</li> <li>› Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planificadas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Calendarizar los Objetivos de Aprendizaje por semana y establecer las actividades que se realizarán para desarrollarlos.</li> <li>› Idear una herramienta de diagnóstico de conocimientos previos.</li> <li>› Generar un sistema de evaluaciones sumativas, formativas y de retroalimentación.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Definir qué se espera que aprendan los alumnos y cuál es el sentido de ese aprendizaje.</li> <li>› Definir las situaciones o actividades necesarias para lograr ese aprendizaje, incluyendo preguntas o problemas desafiantes para los estudiantes.</li> <li>› Considerar recursos y métodos variados.</li> <li>› Considerar diferentes modos de agrupar a los estudiantes para el trabajo en clases (individual, en parejas, grupal).</li> <li>› Considerar un tiempo para que los estudiantes efectúen una reflexión final sobre lo aprendido, sus aplicaciones y su proyección.</li> </ul>

\* Las planificaciones de clase competen al docente y se deben ajustar a la realidad de sus cursos y a su estilo de enseñanza.



# Orientaciones para evaluar los aprendizajes

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. Desempeña un papel central en la promoción, la retroalimentación y el logro del aprendizaje. Para que esta función se cumpla efectivamente, la evaluación debe:

- › Medir el progreso en el logro de los aprendizajes.
- › Ser una herramienta que permita la autorregulación del alumno.
- › Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los estudiantes y, sobre esa base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados en la asignatura.
- › Ser una herramienta útil para orientar la planificación y hacer las modificaciones correspondientes.

## ¿CÓMO PROMOVER EL APRENDIZAJE POR MEDIO DE LA EVALUACIÓN?

Se deben considerar los siguientes aspectos para que la evaluación sea un medio efectivo para promover el aprendizaje:

- › Los estudiantes tienen que conocer los criterios de evaluación antes de ser evaluados; por ejemplo, se les da a conocer las listas de cotejo, las pautas con criterios de observación o las rúbricas. Una alternativa es incorporar ejemplos de trabajos previos para explicar cada aspecto que será evaluado y para que los alumnos sepan qué se espera de ellos.
- › El docente debe recopilar información de todas las evaluaciones de los estudiantes para conocer el avance en los aprendizajes de cada alumno. El análisis de esta información permite tomar decisiones para mejorar los resultados alcanzados y retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades.
- › Las evaluaciones entregan información relevante cuando se analiza cada uno de los ítems o desafíos que incluyen, pues ayudan a determinar qué aspectos no se lograron, cuáles tuvieron mejores resultados, qué estudiantes necesitan refuerzo y en qué, y cuáles son las fortalezas de los alumnos. Por medio de este análisis, se puede saber también si hay que reformular algún aspecto de la evaluación.
- › La evaluación debe considerar la diversidad de estilos de aprendizaje de los alumnos. Para esto, se deben utilizar diversos instrumentos, como portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación grupales e individuales, informes y presentaciones orales y escritas, y pruebas orales, entre otros.

- › Se recomienda usar diferentes métodos de evaluación, dependiendo del objetivo a evaluar y el propósito de la evaluación.
- › La evaluación debe ser una instancia de aprendizaje en que los estudiantes reciban retroalimentación que les permita conocer sus debilidades y fortalezas y recibir sugerencias sobre cómo mejorar. Se recomienda que, luego de las evaluaciones, puedan participar en actividades para fortalecer los aspectos en que tuvieron más dificultades.

En la medida en que los docentes apoyen y orienten a los alumnos y les den espacios para la autoevaluación y la reflexión, podrán asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje y hacer un balance de las habilidades y los conocimientos ya adquiridos y los que les falta por aprender.

## ¿CÓMO DISEÑAR LA EVALUACIÓN?

La evaluación debe diseñarse a partir de los Objetivos de Aprendizaje a fin de observar en qué grado estos se alcanzan. Para ello, se recomienda prepararla junto con la planificación, considerando los siguientes pasos:

1. Identificar los Objetivos de Aprendizaje prescritos y los Indicadores de Evaluación en el presente Programa de Estudio.
2. Establecer criterios de evaluación, involucrando en ello a los estudiantes cuando sea apropiado. Para formular criterios es necesario comparar las respuestas de los alumnos con las mejores respuestas de otros estudiantes de edad similar o identificar respuestas de evaluaciones previas que expresen el nivel de desempeño esperado. Se debe construir una rúbrica o pauta de evaluación que los alumnos puedan comprender y alcanzar completamente.
3. Antes de la actividad de evaluación, hay que informar con precisión a los estudiantes sobre los criterios con que se evaluará su trabajo. Para esto, se pueden proporcionar ejemplos o modelos de los niveles deseados de rendimiento.
4. Elegir el mejor instrumento o método de evaluación de acuerdo con el propósito. Este debe ser coherente con las actividades realizadas en clases para desarrollar el aprendizaje que se evalúa.
5. Planificar un tiempo razonable para comunicar los resultados de la evaluación a los estudiantes. Se requiere crear un clima adecuado para estimularlos a identificar sus errores y considerarlos como una oportunidad de aprendizaje (si es una evaluación de rendimiento sumativa, se puede informar también a los apoderados).

El profesor debe modificar su planificación de acuerdo con la información obtenida a partir de las evaluaciones.

# Estructura del Programa

## PÁGINA RESUMEN

### UNIDAD 3

#### PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes descubren relaciones entre la suma de ángulos interiores y exteriores de polígonos y conjeturan sobre el área de superficies de triángulos, paralelogramos y trapecios. Trabajan con el círculo y descubren de manera experimental la relación entre el diámetro y el perímetro, encontrando una estimación de pi (aproximadamente 3) por medio de mediciones concretas. Usan este nuevo conocimiento en la fórmula del área del círculo, en la resolución de problemas relacionados con geometría y en contexto con la construcción, el diseño y otros temas de la vida real. El conocimiento de pi se trata como constante en las fórmulas del perímetro y el área de un círculo. Los estudiantes comprenden que el círculo es un lugar geométrico, cuya característica radica en los puntos que están a igual distancia del centro; emplean este concepto para construir rectas perpendiculares, paralelas, puntos medios y bisectrices con regla y compás, y triángulos y cuadriláteros congruentes. También se incorpora la noción de vectores representados en el plano cartesiano por medio de juegos de posición; como usarán este concepto frecuentemente, el primer acercamiento debe ser progresivo y lúdico.

#### CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Construcción de triángulos.
- › Área de superficie de cubos y paralelepípedos.
- › Traslaciones, reflexiones y rotaciones.
- › Ángulos agudos, obtusos, rectos extendidos y completos.
- › Suma de los ángulos interiores de un triángulo.
- › Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

#### Propósito:

Párrafo breve que resume el objetivo formativo de la unidad. Se detalla qué se espera que el estudiante aprenda de forma general en la unidad, vinculando los contenidos, las habilidades y las actitudes de forma integrada.

#### Conocimientos previos:

Lista ordenada de conceptos que el estudiante debe conocer antes de iniciar la unidad y/o de habilidades que debe haber adquirido.

### Palabras clave:

Vocabulario esencial que los estudiantes deben adquirir en la unidad.

### Conocimientos, habilidades y actitudes:

Listado de los conocimientos, habilidades y actitudes a desarrollar en la unidad.

## PALABRAS

### CLAVE

Suma de ángulos, polígonos, paralelogramos, trapecios,  $\pi$ , perímetro del círculo, áreas de superficies, construcción, vectores.

## CONOCIMIENTOS

- › Área de triángulos, paralelogramos y trapecios.
- › Perímetro del círculo.
- › Área del círculo.
- › Vectores.

## HABILIDADES

- › Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. **(OA f)**
- › Evaluar la argumentación de otros, dando razones. **(OA d)**
- › Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. **(OA d)**
- › Explicar y fundamentar:
  - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. **(OA e)**
- › Usar modelos, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**

## ACTITUDES

- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

## OBJETIVOS DE APRENDIZAJE E INDICADORES DE EVALUACIÓN

UNIDAD 3	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Los estudiantes serán capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<b>OA 10</b> Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Reconocen polígonos en las caras y en las secciones de poliedros y de prismas, en cruces de varillas, sombras, etc.</li> <li>› Verbalizan reglas para obtener polígonos regulares.</li> <li>› Estiman la suma de los ángulos interiores en polígonos y verifican los resultados, midiéndolos.</li> <li>› Muestran geoméricamente, mediante la descomposición en triángulos, el patrón de la suma de los ángulos interiores en polígonos.</li> <li>› Determinan la medida del ángulo del centro de un polígono regular para encontrar la medida del ángulo interior mediante la construcción de un triángulo.</li> <li>› Aplican el concepto de ángulo interior de polígonos a situaciones concretas o pictóricas.</li> <li>› Resuelven problemas geométricos, aplicando el patrón de la suma de ángulos interiores y exteriores.</li> </ul>

### Objetivos de Aprendizaje:

Son los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares que definen los aprendizajes terminales del año para cada asignatura. Se refieren a habilidades, actitudes y conocimientos que buscan favorecer el desarrollo integral de los estudiantes. En cada unidad se explicitan los Objetivos de Aprendizaje a trabajar. Además, se especifica el número del Objetivo en la Base Curricular de la asignatura.

### Indicadores de Evaluación:

Los Indicadores de Evaluación detallan un desempeño observable (y por lo tanto evaluable) del estudiante en relación con el Objetivo de Aprendizaje al cual está asociado. Son de carácter sugerido, por lo que el docente puede complementarlos. Cada Objetivo de Aprendizaje cuenta con varios indicadores, dado que existen múltiples desempeños que pueden demostrar que un aprendizaje ha sido adquirido.

Los indicadores referentes a un solo aprendizaje no tienen el mismo nivel de dificultad. Se espera que exista una secuencia cognitiva, que comience desde habilidades básicas y termine en habilidades superiores. Adicionalmente, dan espacio para diversas formas de aprendizaje y distintas metodologías.

## UNIDAD 3

### OA 11

Mostrar que comprenden el círculo:

- › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.
- › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.
- › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos, de otras asignaturas y de la vida diaria.
- › Identificándolo como lugar geométrico.

- › Identifican la línea del ecuador, paralelos y meridianos en modelos esféricos.
- › Miden el diámetro y el perímetro de objetos redondos, como vasos con forma cilíndrica, latas, corchos, etc.
- › Calculan la relación entre el perímetro y el radio y descubren que siempre resulta casi el mismo valor (levemente mayor de 3), denominado “ $\pi$ ”.
- › Aplican la fórmula  $p = d \cdot \pi$  en ejercicios rutinarios y no rutinarios, para resolver problemas que involucran perímetros de círculos, como ecuador, paralelos y meridianos.
- › Estiman el área de la circunferencia entre  $2r^2$  y  $4r^2$ , descubriendo que también resulta el mismo valor aproximado de  $a \approx r^2 \cdot 3$ .
- › Aplican la fórmula  $a = r^2 \cdot \pi$  (con  $\pi \approx 3,14$ ) en ejercicios rutinarios y en la solución de problemas que involucran áreas de círculos.
- › Resuelven problema de la vida diaria que implican el cálculo de área de un círculo; por ejemplo: los cultivos en círculos para el ahorro de agua.

### OA 12

Construir objetos geométricos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.
- › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.

- › Aplican la propiedad del círculo como lugar geométrico para resolver problemas concretos; por ejemplo: la cobertura de una radioemisora, etc.
- › Construyen la recta perpendicular a un punto en una recta y reconocen que la recta perpendicular a un punto fuera de ella, tiene la distancia mínima entre el punto y la recta.
- › Experimentan, concretamente o en forma pictórica, que doblando dos veces en dirección perpendicular, se continúa paralelamente a la dirección original, y aplican esto para construir paralelas de una recta.

## EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

### Objetivos de Aprendizaje

#### OA 12

Construir objetos geométricos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.
- › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.
- › Triángulos y cuadriláteros congruentes.

#### 2. Resuelven el siguiente problema:

El dibujo muestra un mapa del océano Pacífico. El punto rojo indica el epicentro de un maremoto, de una magnitud mayor de 8° Richter, ubicado entre Nueva Zelanda y la Antártida. El área verde representa la ubicación de la Isla de Pascua. El tsunami se propaga regularmente en todas las direcciones. Por la profundidad media del Pacífico, se estima que el frente del tsunami avanza 700 km por hora.

La distancia entre el epicentro y la costa suroeste de la Isla de Pascua es de 8 000 km aproximadamente.

- › Dibujan el frente del tsunami por cada hora después de que ocurre el maremoto (escala: 1 000 km corresponden a 1 cm).
- › Estiman la llegada aproximada del tsunami a la costa suroeste de la Isla de Pascua mediante el gráfico.



### Observaciones al docente

Si no se dispone de un dibujo del océano Pacífico, los alumnos pueden dibujar un círculo de 13 cm de diámetro. Se marca el epicentro y la ubicación de la Isla de Pascua aproximadamente, como se ve en el mapa.

Se espera que participen en la búsqueda de una posible solución a este problema. (OA B)

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales 7 d de 7° básico; Ciencias Naturales OA a y OA 9 de 7° básico.**

### Objetivos de Aprendizaje:

Son los OA especificados en las Bases Curriculares. Se debe notar que a veces un conjunto de actividades corresponde a más de un OA.

### Ejemplos de actividades:

Son diversas actividades, escritas en un lenguaje claro, centradas en el logro del Objetivo de Aprendizaje indicado. Pueden ser complementadas con el texto de estudio o ser una guía para que el docente diseñe sus propias actividades.

### Observaciones al docente:

Son sugerencias de cómo desarrollar mejor la actividad. Generalmente indican fuentes de material fácil de adquirir (vínculos web), material de consulta para el docente (fuentes y libros) y estrategias para tratar conceptos, habilidades y actitudes.

### ® Relación con otras asignaturas:

Indican la relación de la actividad con Objetivos de Aprendizaje de otras asignaturas en sus respectivos niveles.

## EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

### Ejemplos de evaluación:

Esta sección incluye ejemplos de actividades de evaluación para un aprendizaje de la unidad, con foco en algunos de los indicadores. Los ejemplos van acompañados de criterios de evaluación que definen los logros de aprendizaje.

Al momento de planificar la evaluación, el docente debe considerar el Objetivo de Aprendizaje y los Indicadores de Evaluación.

### Objetivos de Aprendizaje:

Son los Objetivos de Aprendizajes (OA) especificados en las Bases Curriculares. Se debe notar que a veces un ejemplo de evaluación puede considerar más de un OA.

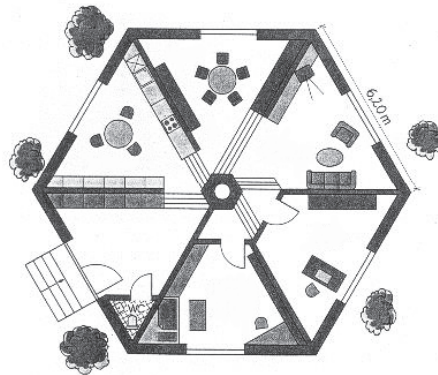
### Indicadores de Evaluación:

Son los indicadores propios de cada OA de la unidad.

### EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<b>OA 13</b> Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.	› Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.

- Dibujan triángulos de la siguientes áreas:  $2 \text{ cm}^2$ ,  $3.5 \text{ cm}^2$ ,  $8 \text{ cm}^2$ ,  $12.5 \text{ cm}^2$ .
- Dibujan paralelogramos y trapecios de  $14 \text{ cm}^2$ ,  $27 \text{ cm}^2$ ,  $32 \text{ cm}^2$ , utilizando los triángulos del ejercicio anterior.
- Dibujan paralelogramos y trapecios que tienen:
  - › Altura de  $3 \text{ cm}$  y área de  $10 \text{ cm}^2$ .
  - › Altura de  $4 \text{ cm}$  y área de  $10 \text{ cm}^2$ .
  - › Altura de  $5 \text{ cm}$  y área de  $10 \text{ cm}^2$ .
  - › Lado basal de  $24 \text{ cm}$  y área de  $24 \text{ cm}^2$ .
  - › Lado basal de  $12 \text{ cm}$  y área  $24 \text{ cm}^2$ .
  - › Lado basal de  $6 \text{ cm}$  y área  $24 \text{ cm}^2$ .
- Resuelven problemas para determinar el área necesaria para construir casas de variadas formas; por ejemplo: de forma hexagonal, como muestra la figura.



- Construyen casas de variadas formas, compuestas por triángulos, trapecios o paralelogramos. Determinan el área necesaria para construirlas, considerando medidas dadas o determinándolas ellos mismos.



## EJEMPLO 2

### Criterios de evaluación

- › Reconocen la conveniencia de dibujar cuadrados o rectángulos y su diagonal para obtener el dibujo pedido.
  - › Identifican los triángulos dibujados anteriormente en los paralelogramos para dibujar de manera rápida y efectiva.
  - › Reproducen trapecios a partir de paralelogramos de las mismas áreas y viceversa.
  - › Relacionan el aumento de la altura con la disminución del lado basal (y viceversa) para mantener el área de paralelogramos; infieren sobre los efectos de esta relación en el trapecio.
  - › Calculan el área de figuras compuestas por triángulos, trapecios y paralelogramos.
  - › Proyectan casas y calculan el área necesaria para construirlas.
-



# Matemática

# Matemática

## INTRODUCCIÓN

Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de los conceptos, desarrollo de razonamiento y aplicación de herramientas matemáticas. La formación y alfabetización matemática de todos los ciudadanos se considera un elemento esencial de tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. Se conoce como alfabetización matemática la capacidad de identificar y entender el papel que esta disciplina tiene en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto las herramientas como los conocimientos matemáticos para resolver problemas cotidianos.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en la formación de las personas. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades, en parte porque el entorno social lo valora y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior, pero sobre todo porque faculta para confiar en el propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida. Así, el

proceso de aprender matemática ayuda a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, se trata de un conocimiento cuya calidad, pertinencia y amplitud afecta la calidad de vida de las personas y sus posibilidades de actuar en el mundo.

La matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía. Tradicionalmente, el aprendizaje de esta disciplina se ha asociado solo con asimilar fórmulas, procedimientos y símbolos; sin embargo, la matemática es dinámica, creativa, utiliza un lenguaje universal y se ha desarrollado como medio para aprender a pensar y para resolver problemas. Por otra parte, se suele hacer referencia a ella como un espacio de certeza y de estabilidad (como ocurre en el álgebra o la geometría), pero también propone explicaciones a fenómenos inciertos de la vida cotidiana, por lo que el pensamiento estadístico y probabilístico son componentes destacados de la matemática. Así es capaz de explicar los patrones y las irregularidades, la continuidad y el cambio.

La formación matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y con las relaciones entre ellos, preparando a los estudiantes para comprender el medio en que se desenvuelven; un medio en que la cultura, la

tecnología y las ciencias se están redefiniendo y haciendo más complejas permanentemente. Esto queda de manifiesto en la cantidad de información que contiene datos e ideas abstractas acerca de temas económicos, técnicos y científicos, entre otros. Estos Programas proponen formar a un estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos para describir y analizar el mundo con el fin de desenvolverse efectivamente en él. Se procura que la asignatura lo faculte para integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos, de modo de poder sacar conclusiones y enfrentar situaciones cotidianas de diferente complejidad. La matemática entrega herramientas únicas y poderosas para entender el mundo.

En esa perspectiva, es indispensable que los estudiantes adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales, como los números enteros, las potencias y raíces, porcentaje, las funciones, ecuaciones e inecuaciones, la homotecia, el muestreo y el azar, y muestren su comprensión por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de éstos. Con esto, se espera que los estudiantes adquieran la capacidad de emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esto implica que deben aprender a aplicar el razonamiento matemático y a utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para entender, describir, explicar y predecir fenómenos. De esta forma, podrán reconocer el papel que juega esta disciplina en

el mundo, formular juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias y constructivas.

Para lograrlo, es necesario que desarrollen el **pensamiento matemático**, uno de los principales focos a los cuales se orienta el currículum de esta asignatura. Esto implica formar a un estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo y para manejarse efectivamente en él, que reconozca las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y que la use para comprender situaciones y resolver problemas. El pensamiento matemático se define como una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas. En este sentido, el papel de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos. Se pretende que los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico, que implica seleccionar, ordenar y clasificar consistentemente de acuerdo a criterios bien definidos, así como seguir reglas e inferir resultados. En este ciclo, se pretende además que avancen progresivamente hacia el trabajo deductivo y el pensamiento abstracto, dándole sentido a sus experiencias a partir de premisas o símbolos matemáticos.

La asignatura se focaliza en la **resolución de problemas**. Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los estudiantes descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones en cualquier área del conocimiento.

Otro de los énfasis del currículum de Matemática consiste en que los estudiantes sean capaces de transitar entre los distintos niveles de **representación** (concreto, pictórico y simbólico), traduciendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. Así se logra que las expresiones matemáticas tengan un sentido próximo para los estudiantes.

Las Bases Curriculares dan relevancia al **modelamiento matemático**. El objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos.

Asimismo, **las habilidades comunicativas y argumentativas** son centrales en este escenario. Las primeras se relacionan con la capacidad de expresar ideas con claridad y son muy importantes para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido. Las segundas permiten a los estudiantes desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos. Por otro

lado, las bases de la asignatura promueven el **uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC)** fundamentalmente como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados. La asignatura se orienta a que los estudiantes comprendan las distintas operaciones matemáticas; por lo tanto, el uso de TIC como herramienta de cálculo debe reservarse para las comprobaciones rápidas de cálculos, y para efectuar una gran cantidad de operaciones u operaciones con números muy grandes. Es necesario que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos y las operaciones involucradas antes de usar estos medios.

Considerando que el proceso de aprendizaje que proponen estos programas para Matemática relaciona constantemente las experiencias de los estudiantes con el conocimiento matemático, se espera que ellos desarrollen una inclinación favorable hacia la disciplina. Especialmente, en relación con los injustificados resultados inferiores de las mujeres en la asignatura<sup>5</sup>, se pretende que las estudiantes adquieran mayor confianza y empatía respecto del aprendizaje de la matemática, y estimular su participación en la clase de Matemática en condiciones de igualdad.

---

5 Agencia de Calidad de la Educación, Chile. (2011) *Resultados TIMSS 2011 Chile: Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias*. Santiago de Chile, Ministerio de Educación SIMCE – Unidad de Currículum y Evaluación (2009). *Resumen de resultados PISA 2009 Chile*. Recuperado de [http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files\\_mf/resumenderesultadospisa2009chile..pdf](http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files_mf/resumenderesultadospisa2009chile..pdf)

## ORGANIZACIÓN CURRICULAR

### HABILIDADES

En este ciclo se desarrollan cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

#### Resolver problemas

Aprender a resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los estudiantes experimentan, escogen, inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, realizar simulación, efectuar una transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia. De este modo, se fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo. Cabe destacar que la importancia de la habilidad de resolver problemas debe ser desarrollada y aplicada frecuentemente en problemas rutinarios y no rutinarios.

También es importante que los estudiantes desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas. Esto lleva a comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad del estudiante, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de

proyectos. Específicamente, se espera que logren plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconocen para llegar a la resolución.

#### Representar

Para trabajar con matemática de manera precisa, se requiere conocer un lenguaje simbólico (abstracto). En estos programas, al igual que en los de Educación Básica, se propone que los estudiantes transiten fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico. Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso y permiten que los estudiantes construyan sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje; entre ellas, permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico); potencia la comprensión, memorización y explicación de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos y brinda un significado cercano a las expresiones matemáticas.

Así, la matemática se vuelve accesible para todos, se hace cercana a la vida y a la experiencia de cada uno, se amplía el número de estudiantes que se interesen por aprenderla y lo hacen con una adecuada profundidad.

El estudiante de este ciclo adquiere conocimientos por medio del “aprender haciendo” en situaciones concretas, traduciéndolas a un nivel gráfico y utilizando símbolos matemáticos; de esa manera, logra un aprendizaje significativo y desarrolla su capacidad de pensar matemáticamente. Específicamente, se espera que extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.)

según las necesidades de la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas y/ o simbólicas para resolver problemas, y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

## Modelar

En los presentes programas, se considera que modelar es una habilidad que permite resolver problemas reales mediante la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes.

El modelo construido debe capturar parte de las características de una realidad dinámica para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla. Asimismo, permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, los estudiantes aprenden a usar variadas formas para representar datos y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. Las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellos. Es decir, se pretende que, por medio del modelamiento matemático, los estudiantes apliquen métodos matemáticos y herramientas apropiadas para resolver problemas del mundo real.

Al construir modelos, los estudiantes descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar esas características fluidamente, ya sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal; además, desarrollan la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, y encuentran soluciones que pueden transferir a otros contextos. Se espera que, en este ciclo, el estudiante:

- › Use modelos, comprenda y aplique correctamente las reglas que los definen.

- › Seleccione modelos, comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad.
- › Ajuste modelos, cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado.

La capacidad de modelar se puede aplicar en diversos ámbitos y contextos que involucren operaciones matemáticas con números reales y/o con expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidad de ocurrencia de eventos y sistemas geométricos.

Por otro lado, usar metáforas de experiencias cercanas ayuda a los estudiantes a comprender conocimientos matemáticos; por ejemplo: explicar las funciones como una máquina que transforma los números, u ordenar los números en una recta y explicar la adición como pasos hacia la derecha de la recta. En el uso de metáforas se reconocen tres ventajas para el aprendizaje: relacionar experiencias personales con el conocimiento formal, potenciar la comprensión, memorización y explicación de conceptos matemáticos, y brindar a las expresiones matemáticas un significado cercano.

## Argumentar y comunicar

La habilidad de comunicar se desarrolla principalmente cuando el estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que incluyen desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y resultados de más de una manera, hasta explicar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas; entre ellas, las relaciones lógicas.



Reflexionar sobre los procedimientos, propios o de otros, comparar o sostener intercambios sobre situaciones problemáticas y optimiza el proceso de aprendizaje. Los verbos conjeturar, describir, fundamentar y verificar caracterizan las actividades matemáticas básicas y se deben utilizar a diario en clases. Lo anterior prepara el camino para las argumentaciones complejas que se deben realizar en este ciclo. Se apunta principalmente a que los estudiantes sepan diferenciar entre una explicación intuitiva y una argumentación; sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas y puedan convencer a los otros de que la propuesta es válida matemáticamente y aceptada por todos. De esta manera, serán capaces de efectuar demostraciones de proposiciones, en un lenguaje disciplinar, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.

Para lograrlo, es importante que el docente les otorgue la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente sus soluciones, argumentos e inferencias sobre diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos y a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, incluyendo analogías, metáforas y representaciones pictóricas o simbólicas.

## EJES TEMÁTICOS

En este ciclo (7° a 2° medio), los conocimientos se organizan en cuatro ejes temáticos: Números, Álgebra y Funciones, Geometría y Probabilidad y Estadística. Cada una de las habilidades descritas anteriormente se puede desarrollar en cada uno de estos ejes.

A diferencia de la Enseñanza Básica, aquí no se incluye un eje de Medición, ya que los conceptos básicos de la medición han sido tratados en el ciclo anterior y, desde 7° básico a 2° medio, los conocimientos de medición son aplicados para

resolver problemas en los cuatro ejes temáticos.

### Números

En este eje, los estudiantes trabajan la comprensión de nuevos números y las operaciones entre ellos. Progresan desde los números enteros hasta los números reales. En este camino, comprenden cómo los distintos tipos de números y sus reglas respecto de las operaciones básicas, permiten modelar situaciones cotidianas más amplias. El trabajo con potencias comienza con la base diez y su uso en la notación científica, para que puedan tratar el concepto de manera concreta, pictórica y simbólica. Se espera, además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas.

También trabajarán las formas de representar estos “nuevos números”, de relacionarlos y de utilizarlos para resolver problemas y para manejarse en la vida diaria. Un énfasis de este eje es representar dichos números en la recta numérica. Se espera que los estudiantes aprendan a aproximar, estimar y calcular con precisión, y que tengan una noción clara sobre la cantidad, la magnitud y la medida de objetos, utilizando estos números.

En cuanto al cálculo, deben ser precisos en los algoritmos, pero siempre en un contexto real y adecuado a la realidad de los jóvenes; es decir, el cálculo debe orientarse a resolver problemas en forma contextualizada y real, más que a emplear los algoritmos sin sentido. Hay que fomentar y permitir que los estudiantes usen la calculadora cuando ya han aprendido las operaciones elementales en un ámbito numérico limitado.

Se espera que, al final de este ciclo, los estudiantes puedan transitar por las diferentes formas de representación de un número (concreta, pictórica y simbólica).

## Álgebra y funciones

En este eje, se espera que los estudiantes comprendan la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece. Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas, y que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los estudiantes aprendan a reconocer modelos y ampliarlos, y desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.

Los aprendizajes en Álgebra y Funciones se relacionan fuertemente con el eje de Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá que los estudiantes comprendan y desarrollen conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores, y fortalezcan los adquiridos en el ciclo anterior. Se espera que, al final de este periodo, comprendan y manipulen expresiones algebraicas sencillas, y establezcan relaciones entre estas expresiones mediante ecuaciones o inecuaciones. Especialmente, se pretende que puedan usar metáforas para interiorizarse del concepto de función y cómo utilizarla para manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado. Se espera que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que sean capaces de justificar su proceder; que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas; que comprendan las funciones lineales, las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas con ellas.

## Geometría

En este eje, se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y la comprensión del espacio y sus formas. Para ello, comparan, miden y estiman magnitudes, y analizan propiedades y características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. En este eje, la habilidad de representar juega un rol especial. Los estudiantes deben describir posiciones y movimientos, usando coordenadas y vectores, y tienen que obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, de polígonos y cuerpos conocidos, por medio de representaciones. Deben transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos.

Los estudiantes aprenderán a calcular perímetros, áreas y volúmenes al resolver problemas técnicos y cotidianos. Al final de este ciclo, deberán ser capaces de apreciar y utilizar las propiedades y relaciones geométricas de manera adecuada y precisa, tendrán que ser competentes en mediciones geométricas y deberán poder relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta. Este eje presenta por primera vez las razones trigonométricas para que los estudiantes tengan más herramientas para resolver problemas. Más aun, propone que comprendan las representaciones de coordenadas en el plano cartesiano y usen destrezas de visualización espacial. En este proceso, tienen que usar diferentes instrumentos de medida para visualizar ciertas figuras 2D o 3D; se recomienda tanto las construcciones manuales como las tecnológicas.

## Probabilidad y estadística

Este eje responde a la necesidad de que todos los estudiantes aprendan a efectuar análisis e inferencias y obtener información a partir de

datos estadísticos. Se espera formar a estudiantes críticos que puedan usar la información para validar sus opiniones y decisiones y que sepan determinar situaciones conflictivas a raíz de interpretaciones erróneas de un gráfico y de las posibles manipulaciones intencionadas que se puede hacer con los datos.

En el área de la probabilidad, se busca que estimen de manera intuitiva y que calculen de manera precisa la probabilidad de ocurrencia de eventos; que determinen la probabilidad de ocurrencia de eventos en forma experimental y teórica, y que construyan modelos probabilísticos basados en situaciones aleatorias. A su vez, en el área de la estadística, se espera que los estudiantes diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones, que registren datos desagregados cada vez que tenga sentido y utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión para resolver problemas.

El enfoque de este eje radica en interpretar y visualizar datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones y en hacer, simular y estudiar experimentos aleatorios sencillos para construir, a partir de ellos, la teoría y modelos probabilísticos. En particular, al final de este ciclo el estudiante debe comprender el rol de la probabilidad en la sociedad, utilizando herramientas de la estadística y de la probabilidad misma.

## ACTITUDES

Las Bases Curriculares de Matemática promueven un conjunto de actitudes que derivan de los objetivos de la Ley General de Educación y de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT). Estas actitudes se relacionan con la asignatura y se orientan al desarrollo social y moral de los estudiantes.

Las actitudes son Objetivos de Aprendizaje y se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura. Se tiene que promover el logro de estas actitudes de manera sistemática y sostenida mediante las actividades de aprendizaje, las interacciones en la clase, las actividades extraprogramáticas, las rutinas escolares, y también mediante el ejemplo y la acción cotidiana del docente y de la comunidad escolar.

Las actitudes a desarrollar en la asignatura de Matemática son las siguientes:

- A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D. Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

## ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La formación matemática en este nivel requiere que los estudiantes den sentido a los contenidos matemáticos. Deben construir y aprender su propio significado para desarrollar una base sólida y lograr una comprensión profunda de los conceptos y procedimientos que utilizarán más adelante. En este contexto, se espera que el profesor utilice un modelo pedagógico que promueva la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas. Para esto, debe planificar cuidadosamente situaciones de aprendizaje en las que los estudiantes logren establecer vínculos entre los conceptos y las habilidades matemáticas y puedan demostrar la comprensión por sobre la mecanización.

Para aprender matemática, se necesita comprender conceptos y encontrar relaciones, lo que supone la abstracción de acciones del medio y la habilidad para “hablar”, “escribir” y “leer” en lenguaje cotidiano y en lenguaje matemático. En esta propuesta, igual que en la de enseñanza básica, se plantea el aprendizaje de matemática como un tránsito desde lo concreto a lo pictórico para luego llegar a lo simbólico. Esto significa que el estudiante adquiere conocimientos mediante el “aprender haciendo” en situaciones concretas, que luego traduce a un nivel gráfico y después expresa en símbolos matemáticos. Se debe considerar al estudiante como protagonista de su aprendizaje, capaz de aprender y generar representaciones que surgen de una acción.

En esta propuesta se enfatiza el uso de representaciones, analogías y metáforas para una mayor comprensión. En este sentido, los estudiantes pueden resolver problemas en distintos niveles de abstracción, transitando en ambos sentidos desde representaciones reales, concretas, hasta las representaciones simbólicas y viceversa. Esta es la esencia del modelo concreto, pictórico y simbólico.

La búsqueda de nuevos conocimientos, así como del desarrollo de habilidades y de una comprensión más profunda de la matemática, ha llevado a los docentes a proponer variados lineamientos didácticos y numerosas metodologías de enseñanza. La literatura reciente indica que el éxito es posible en la medida en que el profesor sea capaz de establecer situaciones de aprendizaje que promuevan el diálogo, la discusión matemática y el desarrollo de habilidades matemáticas respecto de los contenidos. A su vez, estas situaciones de aprendizaje deben despertar en los estudiantes la curiosidad y la capacidad de elaborar conceptos que permitan conectar la matemática con la vida diaria y las diferentes áreas del conocimiento.

Al enseñar, el docente debe de tomar en cuenta los siguientes factores para lograr aprendizajes profundos en sus estudiantes:

- › **Aprender haciendo:** este recurso metodológico permite al estudiante comenzar con una experimentación de fenómenos reales para acercarse a conceptos matemáticos, como las ecuaciones, las funciones y las razones trigonométricas, entre otros. De esta manera, puede descubrir una parábola en el lanzamiento de un balón o al regar con una manguera. A partir de estas experiencias, debe poder formalizar el fenómeno en lenguaje puramente matemático. Para que el aprendizaje sea efectivo mediante el aprender haciendo, es importante que el profesor promueva una discusión con preguntas, observaciones, explicaciones y ejemplos después de las actividades, para que después formalicen entre todos el concepto nuevo. De este modo, podrán conectar sus conocimientos matemáticos con experiencias vividas.

- › **Centrar el aprendizaje en el estudiante:** el estudiante es el que hace la clase, el profesor guía en los momentos difíciles y prepara el proceso de aprendizaje, considerando los resultados de aprendizaje a lograr. Esta visión de enseñar y aprender se refleja en un modelo que comienza con una acción que debe realizar el estudiante, con el docente como gestor. Para comprender los contenidos matemáticos, los estudiantes necesitan tener experiencias de resolución de problemas basados en acciones que les permitan descubrir conceptos, estrategias y soluciones variadas. Además, deben tener una cultura de aprender de los errores, ya que estos son parte del proceso. Los errores se acogen positivamente como oportunidades de conversación y búsqueda de soluciones más adecuadas. Posteriormente, es importante que reflexionen sobre el proceso por medio del cual adquirieron los nuevos conocimientos, para poder transferirlo a nuevas situaciones.
- › **Experiencias previas:** al enseñar nuevos contenidos, es relevante que el docente recurra a los conocimientos, destrezas, habilidades y experiencias previas de sus estudiantes. Estas experiencias son los fundamentos para desarrollar conceptos nuevos. Por ejemplo: la multiplicación de números naturales sirve para multiplicar números enteros; las proporciones directas son la base para aprender la función lineal; las experiencias con transformaciones isométricas sirven como base para el lenguaje con coordenadas. El nuevo conocimiento se construye sobre el conocimiento previo.
- › **Conexiones:** es esencial que se establezcan conexiones entre la matemática y otras asignaturas para evitar que el aprendizaje sea fragmentado y, en cambio, lograr una interacción cruzada entre las diferentes áreas del conocimiento que permita lograr una comprensión profunda. Con las conexiones,

los conocimientos toman sentido, relevancia y utilidad. Esto permite que los estudiantes tomen conciencia del contexto en el que se inserta el conocimiento, de su posible aplicabilidad y, de este modo, relacionen conceptos de otras áreas del conocimiento con conceptos matemáticos. Usar experiencias prácticas en situaciones concretas de la vida diaria y de modelos matemáticos, científicos y sociales, también facilita el aprendizaje.

- › **Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas:** facilita la comprensión del significado de los conceptos. Se considera que usar representaciones, analogías y metáforas en clases de Matemática favorece la comprensión de los estudiantes y, por ende, complementa el proceso de aprendizaje. Se estima que son un aporte cognitivo y pedagógico, ya que, al representar situaciones de la vida cotidiana, se aclaran conceptos y se introducen nuevas ideas, haciéndolas cercanas y significativas para los estudiantes, generándoles motivación y una mayor seguridad en relación con sus capacidades. Para incorporar metáforas en las clases de Matemática, los alumnos pueden:
  - Utilizar ideas concretas, intuitivas e imaginativas y lenguaje cotidiano al representar un concepto matemático abstracto; por ejemplo: la función se puede representar con las metáforas crecimiento o decrecimiento, o como variación, como correspondencia o como máquina.
  - Recurrir a objetos familiares o a recursos como esquemas y analogías para que les sea más fácil entender un concepto o un procedimiento matemático.

De esta forma, las metáforas proporcionan características familiares al objeto y otorgan relaciones y acciones que el individuo proyecta sobre la situación para construir nuevos conceptos, nuevas relaciones y acciones.

- › **Progresión de complejidad:** la construcción de una base sólida de aprendizaje considera que cualquier nuevo aprendizaje se asimilará a los aprendizajes previos. Por esto, el docente debe saber qué habilidades y conceptos han adquirido los alumnos con anterioridad para activarlos estratégicamente en función del aprendizaje futuro. Cuando se tienen los conocimientos básicos activados, se inicia el trabajo con el nuevo aprendizaje, que tiene que ir creciendo en complejidad de manera progresiva, según el principio de ir desde lo más simple a lo más complejo.
- › **Comunicación y aprendizaje cooperativo:** al elaborar las múltiples tareas de la asignatura, es importante que el docente favorezca la comunicación y la colaboración entre estudiantes. Analizar, evaluar y representar resultados en común son actividades esenciales, porque profundizan y estimulan el pensamiento crítico y ponen a prueba el aprendizaje. En este punto, son recomendables las presentaciones o conferencias matemáticas y/o la redacción individual de los procesos en forma de un diario matemático.
- › **El uso de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC):** la tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemática. Utilizando las herramientas tecnológicas, pueden ejecutar los procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberando tiempo para razonar, elaborar modelos, buscar patrones, comprobar conjeturas y resolver problemas complejos que antes no eran accesibles para ellos. A su vez, los *software* educativos amplían

las posibilidades de ejercitación motivante y de acceso a información. La tecnología también ayuda a la evaluación, ya que permite a los docentes examinar los procesos que han seguido los estudiantes en sus investigaciones matemáticas y en los resultados obtenidos.

- › **Repasar conceptos y ejercitar:** es importante reforzar y repasar los conceptos y los principios básicos de las matemáticas. Para esto, el docente debe considerar la ejercitación con el fin de asegurar la comprensión, pero, a su vez, desde la repetición, debe incentivar a los estudiantes a abordar problemas con mayor desafío y guiarlos a realizar una verdadera actividad matemática.
- › **La retroalimentación:** es relevante que los estudiantes desarrollen una visión positiva de las matemáticas y sientan que son capaces de desempeñarse con una autoestima positiva y con seguridad. Para esto, conviene que el docente reconozca el esfuerzo de los estudiantes, sus observaciones y su iniciativa para explorar nuevos conocimientos por sí mismos, en un ambiente que acoge todos los puntos de vista. Se debe aprovechar las oportunidades para generar discusiones sobre las vías de solución y respecto de la efectividad de las estrategias escogidas. En esta diversidad, el estudiante descubre cómo mejorar y superarse en su proceso de aprendizaje. En entrevistas personales, el profesor debe apoyar al estudiante a revisar su proceso e identificar las áreas que necesita modificar y aquellas que ya están logradas.



## ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN

La evaluación formativa ayuda tanto al profesor como al estudiante a conocer los avances y las áreas que es necesario fortalecer para continuar el proceso de aprendizaje. Con esta información, el docente puede tomar decisiones para modificar su planificación y adecuarla mejor a las necesidades de sus estudiantes. Por su parte, los estudiantes podrán focalizar sus esfuerzos con la confianza de que podrán mejorar sus resultados. Las evaluaciones formativas tienen un carácter de orientación y de apoyo al aprendizaje, no son medidas para determinar capacidades de los estudiantes. Permiten obtener información sobre los progresos, la comprensión y el aprendizaje de los contenidos y las habilidades en cualquier etapa o momento.

Es importante que la evaluación se realice como un continuo dentro de las actividades en la sala de clases, pues está inserta en el proceso de aprendizaje.

A continuación se presentan sugerencias de instrumentos de evaluación que se pueden usar durante el proceso de aprendizaje o a final de éste para verificar el logro de los resultados de aprendizaje. Dichos instrumentos permiten que los estudiantes demuestren sus habilidades, conocimientos y actitudes durante la hora de clases o después de un proceso de aprendizaje:

- › **Proyectos (de grupos o individuales):** están orientados a resolver un problema más complejo, una investigación guiada o el modelamiento de un problema real; pueden durar desde un día completo hasta varias semanas. Los estudiantes los llevan a cabo con un alto grado de autonomía, con objetivos claros, acordados previamente y enfatizando el proceso de aprendizaje, y con resultados abiertos. Es la forma ideal para conectar diferentes áreas del conocimiento.
- › **Diario de vida matemático:** es un cuaderno o carpeta en que el estudiante desarrolla estrategias personales, exploraciones, definiciones propias o descubrimientos. El profesor puede observar estos registros para orientar el desarrollo de las habilidades de sus estudiantes y verificar que comprenden los conceptos de acuerdo al lenguaje que emplean para explicar su pensamiento.
- › **Trabajo colaborativo:** los estudiantes trabajan una tarea específica en pares o grupos, en la sala de clases y durante la hora de clase. Trabajar en grupo no puede significar que los integrantes diluyen la responsabilidad de su propio aprendizaje en el grupo. El grupo es una plataforma que les va a facilitar la construcción de su aprendizaje, del que son los únicos responsables; hay que aprender juntos para poder actuar después individualmente. El grupo debe tener claro sus objetivos y los productos que debe lograr, tiene que poder evaluar el progreso realizado en cuanto al logro de esos objetivos y los esfuerzos individuales de cada miembro. Ejemplos de tareas: experimentar, definir un concepto, clasificar, calcular, resolver un problema y argumentar su resolución.
- › **Portafolio:** selección de evidencias (que forman un dossier o una carpeta) que el estudiante tiene que recoger y aportar a lo largo de un período de tiempo determinado y que responde a uno o más Objetivos de Aprendizaje. Estas evidencias (problemas resueltos, trabajos, fragmentos de películas, entrevistas, actividades académicas, apuntes, trabajos de asignaturas, entre otras) permiten al estudiante demostrar que está aprendiendo, a la vez que posibilitan al profesor un seguimiento del progreso de este aprendizaje. Las evidencias tienen que acompañarse de una justificación y una reflexión del estudiante. Profesor y alumnos seleccionan algunas de las evidencias con una

periodicidad determinada, lo que permite que el estudiante asuma un papel activo en su evaluación.

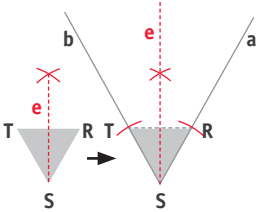
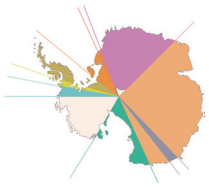
- › **Presentación o conferencia matemática:** se refiere a presentar la resolución de un problema, indicando el proceso y los procedimientos usados para fundamentar el resultado obtenido. Para evaluar una presentación, se requiere una pauta con indicadores como dominio del tema, uso de materiales de apoyo, uso del lenguaje y otros que se consideren necesarios para el tema. Es importante que los estudiantes conozcan los indicadores y la forma de evaluación antes de hacer la presentación.
- › **Entrevista individual:** mientras el curso trabaja en una tarea, el profesor dialoga con uno o más estudiantes de un mismo nivel de desempeño acerca de un concepto, un desafío o una pregunta relacionada con el tema abordado en esa clase. El docente registra esta información como descripción del logro de sus estudiantes.
- › **Actividad autoevaluable:** al finalizar un tema o unidad, el profesor brinda a sus estudiantes la oportunidad de trabajar con un material que les permita autocorregirse (puede ser una hoja de actividades con las respuestas atrás). A partir de los resultados, pueden verificar su avance o aquello que deben reforzar, corregir su tarea con ayuda de otros compañeros, completar su trabajo con recursos que estén a su alcance (cuaderno, libro, afiches...), anotar sus dudas y, en última instancia, pedir ayuda al profesor.



## SUGERENCIAS PARA EL DESARROLLO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA

La siguiente tabla muestra un ejemplo de una clase de Matemática:

SUGERENCIA DE CLASE		BLOQUE DE 90 MINUTOS
II UNIDAD	EJE GEOMETRÍA	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p><b>Objetivo de Aprendizaje</b></p> <p><b>OA 12</b> Construir objetos geométricos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.</li> <li>› Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.</li> <li>› Triángulos y cuadriláteros congruentes.</li> </ul> <p><b>Habilidad</b></p> <p><b>OA e</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Explicar y fundamentar:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>- Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teorema.</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Actitud</b></p> <p><b>OA D</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>› Construyen la altura en un triángulo isósceles, observando que lo divide en dos triángulos simétricos, y aplican este procedimiento en la construcción de bisectrices.</li> <li>› Usan la construcción para resolver problemas de la vida diaria mediante líneas perpendiculares, paralelas, bisectriz, triángulos y cuadriláteros.</li> </ul>
TIEMPO Y MATERIAL		ACTIVIDAD SUGERIDA
INICIO	<p><b>Materiales:</b> Regla, compás, lápiz grafito, transportador geométrico, hoja de trabajo con triángulos isósceles y ángulos diseñados.</p> <p><b>Tiempo:</b> 10 minutos</p>	<p><b>Inicio de la clase:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Breve repetición de las propiedades de un círculo como lugar geométrico.</li> <li>› Repetición de la construcción del punto medio de un segmento.</li> <li>› Organización de la clase en grupos de dos o más alumnos.</li> </ul>

	TIEMPO Y MATERIAL	ACTIVIDAD SUGERIDA	IMÁGENES ORIENTADORAS Y REPRESENTACIONES
DESARROLLO	<p><b>Tiempo:</b> 60 minutos</p>	<p><b>Primera parte:</b> Los grupos reciben la hoja de trabajo con las siguientes figuras 2D prediseñadas: un triángulo isósceles y un ángulo que tiene la misma medida que el ángulo en la punta del triángulo isósceles.</p> <p><b>Actividad:</b> Los alumnos efectúan las siguientes construcciones con regla y compás:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Dividen por construcción el triángulo isósceles RST en dos triángulos simétricos.</li> <li>› Describen y explican la construcción del eje de simetría, basándose en la construcción conocida de la perpendicular media del segmento RT que, en el caso de un triángulo isósceles, es idéntica a la altura.</li> <li>› Identifican el eje de simetría <math>e</math> del triángulo isósceles RST como bisectriz del ángulo en el vértice S.</li> <li>› Transfieren el procedimiento de construir el eje de simetría del triángulo isósceles RST a construir la bisectriz del ángulo <math>aSb</math> formado por los rayos <math>a</math> y <math>b</math> y el vértice S.</li> <li>› Describen y explican la construcción de la bisectriz del ángulo <math>aSb</math>.</li> <li>› Dibujan otros ángulos que sean agudos u obtusos y construyen su bisectriz.</li> <li>› Representan y comunican los resultados en el plenario.</li> </ul>	
CIERRE	<p><b>Tiempo:</b> 20 minutos</p>	<p><b>Segunda parte: aplicación.</b> Los grupos reciben un problema de la vida real; por ejemplo: la decisión política de reorganizar sectores de la Antártida:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Dividen el sector morado de la Antártida en dos sectores iguales.</li> <li>› Dividen el sector beige en cuatro sectores iguales. Describen y comunican la construcción en el plenario.</li> <li>› Desarrollan un método para construir con regla y compás (sin medir) el doble de un ángulo dado.</li> </ul> <p>Los grupos presentan sus resultados y comparan con los de otros grupos en el plenario.</p>	
		<p>El docente considera las construcciones adecuadas para el doble de un ángulo y escribe en la pizarra el método para lograrlo; todos los alumnos anotan este resultado final en su cuaderno. Se sugiere dejar tareas relacionadas; puede ser repetir el proceso de construcción y automatizarlo o dar nuevos desafíos; por ejemplo: triplicar un ángulo dado o repetirlo <math>n</math> veces, incluyendo partes fraccionarias de un ángulo.</p>	

# Objetivos de Aprendizaje de 7° básico

Este es el listado de Objetivos de Aprendizaje de Matemática para 7° básico prescrito en las Bases Curriculares correspondientes. El presente Programa de Estudio organiza y desarrolla estos mismos Objetivos por medio de una propuesta de Indicadores de Evaluación, actividades y evaluaciones.

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

## Habilidades

### Resolver problemas

- a. Resolver problemas utilizando estrategias tales como:
  - › Destacar la información dada.
  - › Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
  - › Aplicar procesos reversibles.
  - › Descartar información irrelevante.
  - › Usar problemas similares.
- b. Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
- c. Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

### Argumentar y comunicar

- d. Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
- e. Explicar y fundamentar:
  - › Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - › Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- f. Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.
- g. Evaluar la argumentación de otros dando razones.

### Modelar

- h.** Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.
- i.** Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma  $ax + b >$ ,  $<$ ,  $= c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{N}$  comparando dependencias lineales.
- j.** Evaluar la pertinencia de modelos:
  - › En relación al problema presentado.
  - › Considerando sus limitaciones.

### Representar

- k.** Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).
- l.** Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
- m.** Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

### Ejes temáticos

#### Números

- 1.** Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:
  - › Representando los números enteros en la recta numérica.
  - › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
  - › Dándole significado a los símbolos  $+$  y  $-$  según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición).
  - › Resolviendo problemas en contextos cotidianos.
- 2.** Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:
  - › Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
  - › Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.

3. Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con *software* educativo).
4. Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:
  - › Representándolo de manera pictórica.
  - › Calculando de varias maneras.
  - › Aplicándolo a situaciones sencillas.
5. Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:
  - › Usando los términos potencia, base, exponente, elevado.
  - › Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.
  - › Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).
  - › Resolviendo problemas, usando la notación científica.

### Álgebra y funciones

6. Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.
7. Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma  $ax + by + cz$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ )
8. Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:
  - › Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
  - › Graficando los valores de la tabla.
  - › Explicando las características de la gráfica.
  - › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.
9. Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:
  - ›  $ax = b$ ;  $x/a = b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{N}$ ;  $a \neq 0$ )
  - ›  $ax < b$ ;  $ax > b$   $x/a < b$ ;  $x/a > b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{N}$ ;  $a \neq 0$ )

## Geometría

10. Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.
11. Mostrar que comprenden el círculo:
  - › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.
  - › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.
  - › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas.
  - › Geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.
  - › Identificándolo como lugar geométrico.
12. Construir objetos geométricos de manera manual y/o con *software* educativo:
  - › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.
  - › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito de un triángulo.
  - › Triángulos y cuadriláteros congruentes.
13. Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.
14. Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

## Probabilidad y estadística

15. Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.
16. Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con *software* educativo.
17. Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:
  - › Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.
  - › Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.
  - › Utilizándolos para comparar dos poblaciones.
  - › Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

- 18.** Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con *software* educativo:
- › Estimándolas de manera intuitiva.
  - › Utilizando frecuencias relativas.
  - › Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.
- 19.** Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con *software* educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.

### Actitudes (para 7° básico a 2° medio)

- A.** Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B.** Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C.** Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D.** Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E.** Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F.** Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

# Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año

El presente Programa de Estudio se organiza en cuatro unidades que cubren en total 38 semanas del año. Cada unidad está compuesta por una selección de Objetivos de Aprendizaje, y algunos pueden repetirse en más de una. Mediante esta planificación, se logra la totalidad de Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares del año para la asignatura.

## UNIDAD 1

### OA 1

Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:

- › Representando los números enteros en la recta numérica.
- › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición).
- › Resolviendo problemas en contextos cotidianos.

### OA 2

Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:

- › Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
- › Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.

### OA 3

Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con *software* educativo).

### OA 4

Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:

- › Representándolo de manera pictórica.
- › Calculando de varias maneras.
- › Aplicándolo a situaciones sencillas.

### OA 5

Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:

- › Usando los términos potencia, base, exponente, elevado.
- › Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.
- › Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).
- › Resolviendo problemas, usando la notación científica.

Tiempo estimado: 60 horas pedagógicas



## UNIDAD 2

### OA 6

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

### OA 7

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma  $ax + by + cz$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ )

### OA 8

Demostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- › Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- › Graficando los valores de la tabla.
- › Explicando las características de la gráfica.
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

### OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

- ›  $ax = b$ ;  $\frac{x}{a} = b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{Z}$ ;  $a \neq 0$ )
- ›  $ax < b$ ;  $ax > b$   $\frac{x}{a} < b$ ;  $\frac{x}{a} > b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{N}$ ;  $a \neq 0$ )

Tiempo estimado: 54 horas pedagógicas

## UNIDAD 3

### OA 10

Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.

### OA 11

Mostrar que comprenden el círculo:

- › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.
- › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.
- › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.
- › Identificándolo como lugar geométrico.

### OA 12

Construir objetos geométricos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.
- › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.
- › Triángulos y cuadriláteros congruentes.

### OA 13

- › Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

### OA 14

- › Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

Tiempo estimado: 57 horas pedagógicas

## UNIDAD 4

### OA 15

Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.

### OA 16

Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con *software* educativo.

### OA 17

Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:

- › Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.
- › Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.
- › Utilizándolos para comparar dos poblaciones.
- › Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

### OA 18

Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Estimándolas de manera intuitiva.
- › Utilizando frecuencias relativas.
- › Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.

### OA 19

Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con *software* educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.

Tiempo estimado: 57 horas pedagógicas

# Visión global de las actitudes del año

Las Bases Curriculares de Matemática establecen un conjunto de Objetivos de Aprendizaje de actitudes a desarrollar a lo largo de todo el ciclo. Aunque el docente debe aprovechar todas las oportunidades de aprendizaje de la asignatura para desarrollar estas actitudes, este programa las organiza para que pueda dar especial énfasis a algunas de ellas, según se muestra en la siguiente tabla.

UNIDAD 1	UNIDAD 2
<p><b>OA C</b> Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<p><b>OA C</b> Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>
<p><b>OA D</b> Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p><b>OA E</b> Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>
<p><b>OA A</b> Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.</p>	<p><b>OA F</b> Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.</p>

### UNIDAD 3

#### OA C

Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.

#### OA D

Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.

#### OA B

Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

### UNIDAD 4

#### OA D

Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.

#### OA F

Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

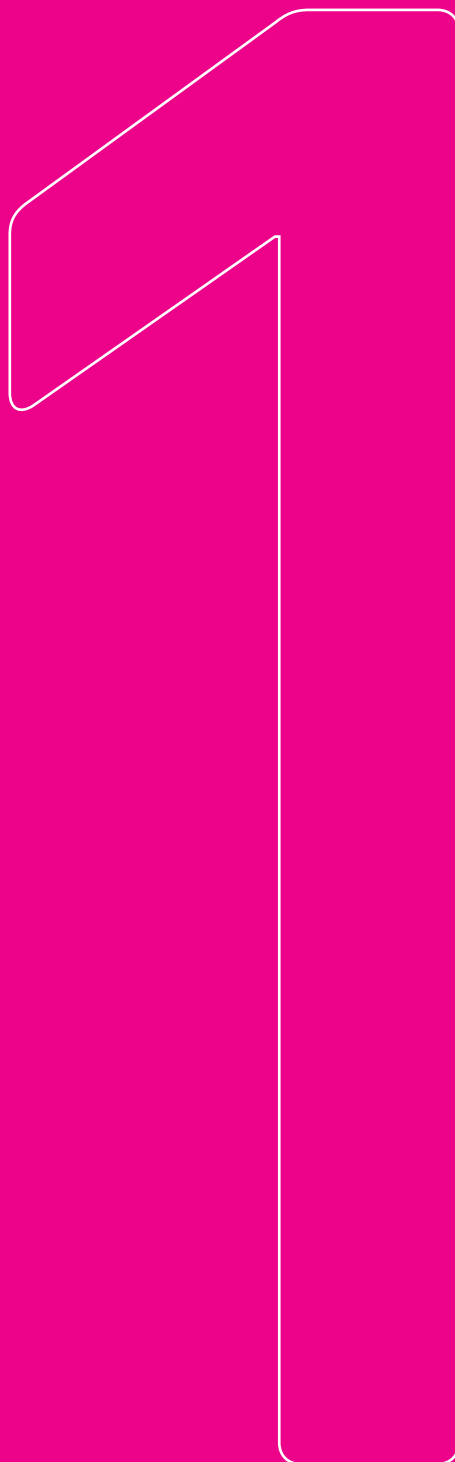
#### OA E

Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.

## INDICADORES DE EVALUACIÓN DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA A</b></p> <p>Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Aplican estrategias conocidas para obtener una solución.</li> <li>› Buscan y prueban estrategias propias y alternativas.</li> <li>› Escuchan los planteamientos de otros.</li> <li>› Crean tácticas propias.</li> </ul>
<p><b>OA B</b></p> <p>Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Reconocen sus fortalezas y debilidades.</li> <li>› Comparten de forma desinteresada sus puntos de vista.</li> <li>› Formulan preguntas o exponen hipótesis propias acerca de una situación o un problema.</li> <li>› Participan en la búsqueda de una posible solución a un problema.</li> </ul>
<p><b>OA C</b></p> <p>Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente.</li> <li>› Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente.</li> <li>› Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.</li> <li>› Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.</li> </ul>
<p><b>OA D</b></p> <p>Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Respetan y valoran las opiniones y logros de otros.</li> <li>› Comparten, obedecen y asumen responsabilidades.</li> <li>› Manejan formas de convivencia, como trabajo entre pares, en grupos chicos, en plenario o en forma individual.</li> <li>› Aceptan reglas y plazos.</li> <li>› Trabajan sin supervisión.</li> </ul>
<p><b>OA E</b></p> <p>Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Cuestionan datos que les han sido entregados o que hayan encontrados en los medios.</li> <li>› Usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de una información y/o para complementarla.</li> <li>› Intercambian opiniones sobre los motivos de la información manipulada.</li> <li>› Toman decisiones basados en conocimientos matemáticos.</li> </ul>
<p><b>OA F</b></p> <p>Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Indican y citan las fuentes usadas de manera adecuada.</li> <li>› Usan la información de manera efectiva.</li> <li>› Controlan el uso de la tecnología en forma responsable.</li> <li>› Procesan la información extraída, evitando las copias textuales extremas.</li> </ul>

# Semestre



# UNIDAD 1

---

## PROPÓSITO

---

En esta unidad, los estudiantes toman el primer contacto con los números negativos. Reconocen que son necesarios para expresar cantidades de la vida diaria, como temperaturas bajo cero grados, deudas, niveles bajo del mar, etc. Trabajan diferentes representaciones y realizan las dos operaciones básicas: adición y sustracción números enteros. Incluyen la adición y sustracción de fracciones, la multiplicación y la división de fracciones y números decimales. Para que entiendan estas operaciones, se continúa con el trabajo concreto que ha caracterizado a la educación básica, considerando las nociones de “operador” y “repartición” para la multiplicación y la división de fracciones. Usan diferentes estrategias para resolver problemas que involucren números enteros. Se amplía el concepto de porcentaje como referente universal para expresar y comparar partes de un todo y como operador para determinar partes del todo. Los estudiantes se aproximan a la noción de potencia, comenzando con potencias de base diez y exponente natural; también se introduce el exponente negativo, pero como notación y de manera inicial. La noción de potencia con todas sus propiedades se trabaja de manera progresiva de 7° básico a 2° medio. Se espera que utilicen este concepto para expresar números grandes (eventualmente pequeños), con lo cual se dan los indicios de la notación científica.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Adición y sustracción de números naturales.
- › Adición y sustracción de fracciones.
- › Adición y sustracción de decimales.
- › Razón.

## PALABRAS CLAVE

---

Números enteros negativos, adición y sustracción de números enteros negativos, multiplicación y división de fracciones, multiplicación y división de decimales, porcentaje, base, exponente, notación científica.



## CONOCIMIENTOS

---

- › Adición y sustracción de números enteros.
- › Multiplicación y división de fracciones.
- › Multiplicación y división de decimales.
- › Porcentaje.
- › Potencias de base 10 y exponente natural.

## HABILIDADES

---

- › Resolver problemas utilizando estrategias tales como:
  - Destacar la información dada.
  - Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
  - Aplicar procesos reversibles.
  - Descartar información irrelevante.
  - Usar problemas similares. **(OA a)**
- › Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**
- › Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros). **(OA k)**
- › Representar y ejemplificar, utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA m)**

## ACTITUDES

---

- › Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. **(OA A)**
- › Demostrar interés, esfuerzo y perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

## UNIDAD 1

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Representando los números enteros en la recta numérica.</li> <li>› Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición).</li> <li>› Resolviendo problemas en contextos cotidianos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Relacionan cantidades de la vida diaria con números enteros; por ejemplo: en el ámbito de temperaturas, cuentas corrientes, niveles de profundidad en el mar o en minas subterráneas, cargas eléctricas, líneas de tiempo, superávit y déficit, balances financieros, etc.</li> <li>› Posicionan y representan números enteros positivos y enteros negativos en escalas, como la recta numérica y en diagramas, como en termómetros.</li> <li>› Explican la adición y la sustracción de números enteros con procesos reales de la vida diaria; por ejemplo: aumento y baja de temperaturas, depósito y retiro de dinero en cuentas, etc.</li> <li>› Representan la adición de números enteros de manera concreta (rebajar una deuda, reducir un déficit, disminuir la profundidad, etc.), pictórica (recta numérica) y simbólica.</li> <li>› Distinguen entre el signo de números enteros y el símbolo de la adición o la sustracción.</li> <li>› Resuelven problemas en contextos cotidianos, de manera mental y de manera algebraica.</li> </ul>
<p><b>OA 2</b></p> <p>Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.</li> <li>› Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Explican la regla de la multiplicación de fracciones, utilizando representaciones pictóricas.</li> <li>› Aplican la regla de la multiplicación de fracciones en ejercicios rutinarios.</li> <li>› Representan la división de una fracción por otra fracción con material concreto o en la recta numérica.</li> <li>› Aplican las reglas de la división de fracciones en ejercicios rutinarios.</li> <li>› Establecen la relación entre la multiplicación de un número decimal (fracción) por un número natural.</li> <li>› Descubren la “regla” de división entre números decimales (amplificar el divisor para tener un número natural).</li> <li>› Representan concretamente la división por un número decimal; por ejemplo: determinar cuántos vasos de 0,25 l se necesita para repartir el contenido de una botella de 0,75 l.</li> </ul>

UNIDAD 1

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
--------------------------	---------------------------

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:

<p><b>OA 3</b> Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con <i>software</i> educativo).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Descubren el efecto que tienen los factores 10, 100 y 1 000 en la multiplicación y la división de números decimales.</li> <li>› Utilizan diferentes metáforas (como repartición, cubrimiento) para describir la división entre fracciones.</li> <li>› Resuelven problemas que involucran la división de números decimales o la multiplicación de fracciones, de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Crean problemas de la vida cotidiana que se modelan y se resuelven con operaciones matemáticas en el ámbito de números enteros y fracciones.</li> <li>› Identifican procedimientos de la vida diaria con operaciones matemáticas; por ejemplo: agregar y reducir con sumar y restar, repartir con dividir, etc.</li> <li>› Crean problemas a partir de datos.</li> </ul>
<p><b>OA 3</b> Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Representándolo de manera pictórica.</li> <li>› Calculando de varias maneras.</li> <li>› Aplicándolo a situaciones sencillas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Representan el porcentaje de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Relacionan porcentajes conocidos con sus respectivas divisiones; por ejemplo: calcular el 25% de un valor es lo mismo que dividirlo por 4; el 20% de un valor es lo mismo que dividirlo por 5, etc.</li> <li>› Calculan mentalmente el porcentaje de un valor, aplicando la estrategia de la división o de la multiplicación.</li> <li>› Resuelven problemas que involucran porcentajes en situaciones de la vida real (IVA, ofertas, préstamos, etc.).</li> </ul>
<p><b>OA 5</b> Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Usando los términos potencia, base, exponente, elevado.</li> <li>› Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.</li> <li>› Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).</li> <li>› Resolviendo problemas, usando la notación científica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Representan potencias de base 10 de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Reconocen potencias como productos de factores iguales, identificando la base y el exponente.</li> <li>› Transforman potencias de base 10 en números naturales y viceversa.</li> <li>› Descomponen números en potencias de base 10.</li> <li>› Identifican los valores posicionales del sistema decimal como potencias y completan tablas posicionales.</li> <li>› Describen la relación entre los números escritos en sistema métrico decimal y su notación científica.</li> <li>› Resuelven problemas que involucra notación científica.</li> </ul>

## EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 1

Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:

- › Representando los números enteros en la recta numérica.
- › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Dándole significado a los símbolos + y - según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición).
- › Resolviendo problemas en contextos cotidianos.

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

### Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

#### 1. Los estudiantes:

- › Describen situaciones en las cuales se utilizan números enteros negativos; por ejemplo: temperaturas, pisos de los estacionamientos subterráneos, tableros de ascensor que indican los pisos, cuentas corrientes, niveles sobre y debajo el nivel del mar, superávit-déficit, etc.
- › Leen e identifican situaciones que representan números enteros; por ejemplo: “El clima polar se manifiesta en el territorio antártico chileno. Las precipitaciones acuosas son escasas, no así las sólidas (nieve). En la Base O’Higgins, durante el mes de enero, se registran  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  y en julio,  $-12\text{ }^{\circ}\text{C}$ ”.
  - Marcan las temperaturas del texto anterior e identifican el signo.
  - Interpretan estos valores en términos de la sensación térmica.
- › Identifican el término “negativo” como opuesto a “positivo”.  
Completan la siguiente tabla:

Representación positiva		Aumento		Crecimiento
Representación negativa	Egresos		Temperaturas bajo $0\text{ }^{\circ}\text{C}$	

- › Crean juegos con puntos a favor o en contra. Por ejemplo: participan en un juego de lanzar un dado repetidas veces: cada vez que salga un número mayor que 4, ganan un punto y anotan +1; cada vez que salga un número menor o igual a 4, pierden un punto y anotan -1. Gana el primero que complete 5 puntos (+5).

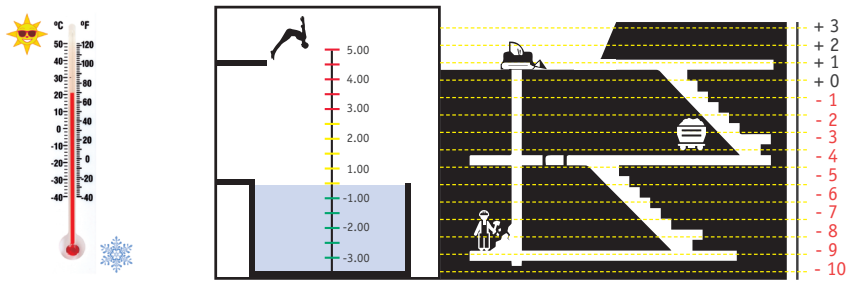


NÚMERO	PUNTOS
Mayor que 4	+1 +1 +1 +1 +1 +1 +1 +1
Menor o igual a 4	-1 -1 -1

**Representar**  
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

**Argumentar y comunicar**  
Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

- › Presentan imágenes que tengan mediciones con números negativos; por ejemplo: termómetros, clavados en piscinas olímpicas, niveles de minas subterráneas o de la tierra, entre otras. Explican con sus palabras por qué sería un número entero y qué significa en dicho contexto.



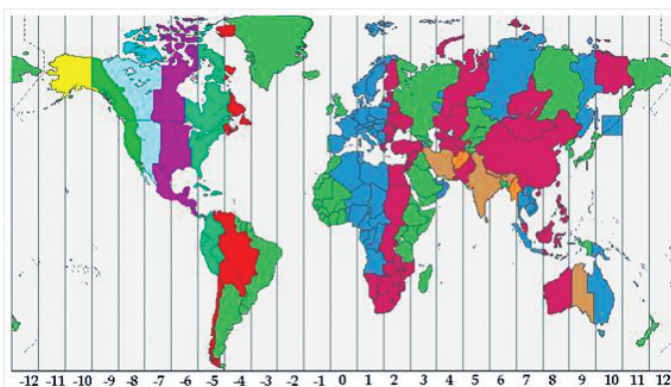
- › Relacionan una situación de la vida cotidiana con medidas que se escriben con números negativos. Una forma de desarrollar la actividad es la siguiente: unir cada oración con su representación numérica.
- |   |      |
|---|------|
| - Superávit de 100 mL de lluvia.          | 450  |
| - 450m bajo el nivel del mar.             | 18   |
| - Temperatura de 18 °C bajo cero.         | -450 |
| - Déficit de 100 mL de lluvia.            | 100  |
| - Temperatura de 18 °C.                   | -100 |
| - Altura de 450 m sobre el nivel del mar. | -18  |

® Ciencias Naturales OA 12 de 7° básico.

## Modelar

Evaluar la pertenencia y las limitaciones de modelos.  
(OA j)

2. Analizan situaciones que involucran números enteros positivos y negativos; por ejemplo: la zona horaria en nuestro planeta.  
El mapa muestra los husos y las zonas horarias. El profesor puede explicar qué son la zona horaria y la hora cero (Greenwich Mean Time, GMT), diciendo que durante años ha sido ese meridiano el que aportó las bases para el cálculo horario.



Fuente: <http://www.instanttimezone.com>

Los alumnos responden las siguientes preguntas:

- › Con un atlas, identifique los países que tienen la misma hora y explique por qué.
- › Observando el mapa, ¿cuántas horas de diferencia existen entre Chile e Inglaterra?
- › Si en Inglaterra son las 13:00, ¿qué hora será en Río de Janeiro?
- › Interpretan el signo negativo en el mapa.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA C y OA D de 7° básico.**

## Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

3. Los estudiantes comparan situaciones en que puedan establecer un orden de números enteros; por ejemplo: en juegos, problemas de deuda o temperaturas.
  - › Crean un tablero en que cada número escrito en la celda es la altura con respecto al nivel del mar. Después participan en actividades que se pueden resolver con la comparación; por ejemplo:
    - a. Jorge se mueve siempre a una celda vecina y que tenga un número mayor al número de la celda donde está. Si no hay una celda vecina de esas características, permanece en su puesto. Si Jorge comienza en la

celda con el número menor, describa su trayectoria.

- b. Roberto se mueve siempre a una celda vecina que tenga un número menor al número de la celda donde está. Si no hay una celda así, se queda en su puesto. Si Roberto comienza en la celda con el número mayor, describa su trayectoria.

A)						
-10	-8	-4	-2	0	2	5
-20	-5	-12	-3	-6	-7	6
-13	-15	-18	-14	-8	-5	0
-8	-6	-5	-4	-3	-2	-4
-9	-10	-11	-12	-10	-9	-8
-10	-7	-5	-4	-3	-1	-3

B)						
-2	-3	-5	-6	-8	-12	-4
0	-5	-4	-11	-10	-3	-7
-1	-9	-11	-5	-4	-3	-6
9-	6-	-5	-8	-9	-7	-4
8-	-9	-15	-12	-11	-12	-10
-5	5	3	0	-5	-3	-1

- › Seleccionan el tablero que cumpla con una propiedad; por ejemplo: el que muestra solo un número mayor que el resto.

A)						
-20	-5	-12	-3	-6	-7	6
-13	-15	-18	-14	-8	-5	0
-8	-6	-5	-4	-3	-2	-4
-9	-10	-11	-12	-10	-9	-8
-10	-7	-5	-4	-3	-1	-3
-10	-8	-4	-2	0	2	5

B)						
-13	-15	-18	-14	-8	-5	0
-8	-6	-5	-4	-3	-2	-4
6	-7	-6	-3	-12	-5	-19
-8	-6	-5	-4	-3	-2	-1
-10	-7	-5	-4	-3	-1	-3
-1	-9	-11	-5	-4	-3	-6

4. Los estudiantes:

- a. Ordenan datos como deudas o temperaturas. Los datos pueden ser números bajo cero o sobre cero.

A continuación, se presenta un ejemplo con datos bajo cero:

-\$ 23 480	-14 °C	-21 °C	-\$ 12 530	-8 °C	-\$ 55 000	-\$ 9 350
-3 °C	-\$ 98 420	-263 °C	-17 °C	-1 °C	-\$ 5 500	-\$ 72 380

- b. Representan la escala de un termómetro “acostado” e identifican las siguientes temperaturas:

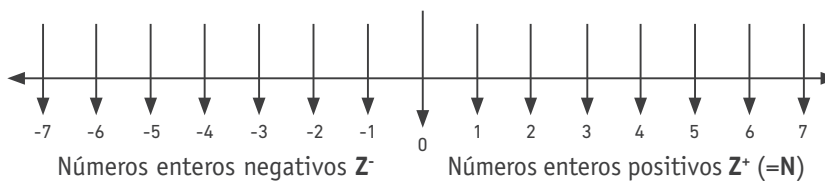
- › El termómetro muestra una temperatura de 15 °C.
- › El termómetro muestra una temperatura de -10 °C.

**Modelar**

Evaluar la pertinencia y las limitaciones de modelos. (OA j)

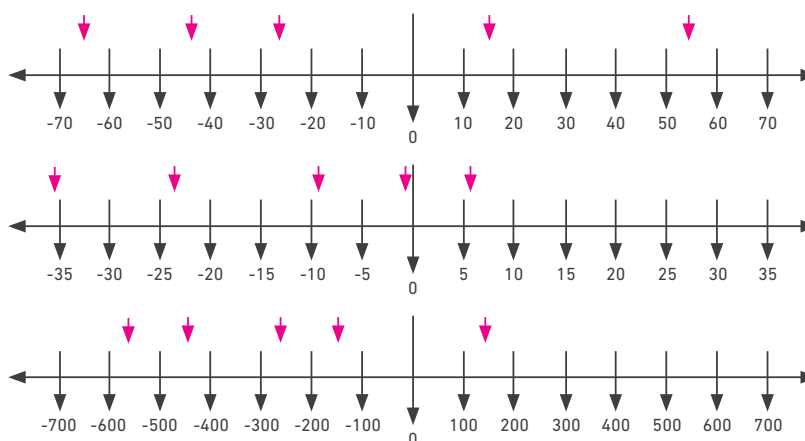
### Observaciones al docente

Después de trabajar la idea del termómetro acostado, se podría introducir la representación de los números enteros en la recta numérica.

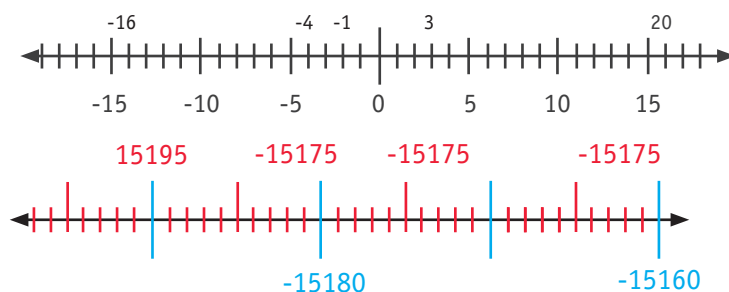


Se sugiere que los estudiantes apliquen estrategias conocidas al usar la recta numérica; por ejemplo: el salto en una y otra dirección, estrategia que fue utilizada con los números naturales. **(OA A)**

- c. Identifican los números marcados con flecha rosada en la recta numérica. Luego marcan en la misma recta un número menor y un número mayor al de la flecha.



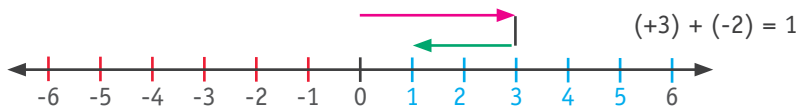
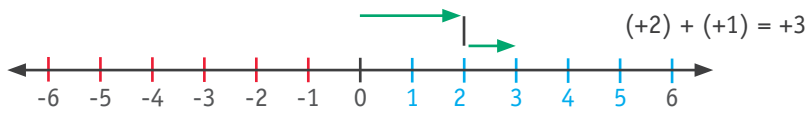
- d. Identifican y marcan los números que no están bien ubicados en la recta numérica:



® Ciencias Naturales OA 12 y OA f de 7° básico.



5. Analizan las siguientes representaciones, comprendiendo la adición de números enteros.



#### Observaciones al docente

Se puede utilizar la palabra "avanzar" para familiarizar a los estudiantes con la recta numérica y las distancias que recorre, según el sentido de las flechas.

#### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

6. Analizan los resultados de la adición en la recta numérica para generalizar el signo de su resultado.

› Analizar los siguientes casos, usando diferentes colores para cada una e indicándolas con una flecha en la recta numérica:

$$- (+7) + (+4) = +11$$

$$- (-7) + (-4) = -11$$

$$- (-7) + (+4) = -3$$

$$- (+7) + (-4) = 3$$

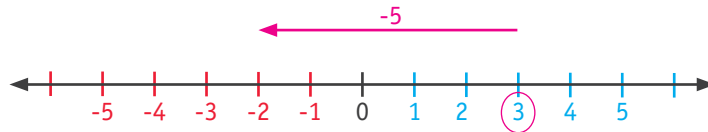
### Observaciones al docente

Se realizan preguntas abiertas para completar la generalización: ¿qué sucede cuando los sumandos de la adición son números positivos?, ¿y cuando son números negativos?; ¿qué sucede cuando uno de los sumandos es positivo y el otro negativo?, ¿el resultado es siempre negativo?, ¿de qué depende?

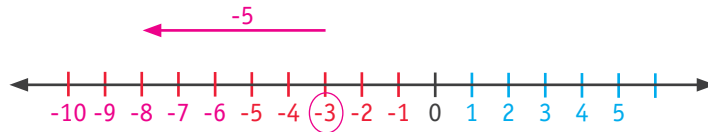
Se sugiere que los estudiantes busquen y prueben estrategias propias y alternativas, además de planificar su trabajo y sus procedimientos de manera detallada. (OA A y OA C)

› Generalizan el uso de signos en la adición, apoyándose con una recta numérica.

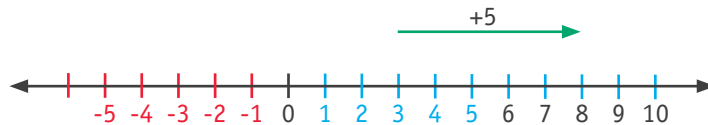
$$a + (-b) = a - b \quad 3 + (-5) = 3 - 5 = -2$$



$$-a + (-b) = -a - b \quad -3 + (-5) = -3 - 5 = -8$$



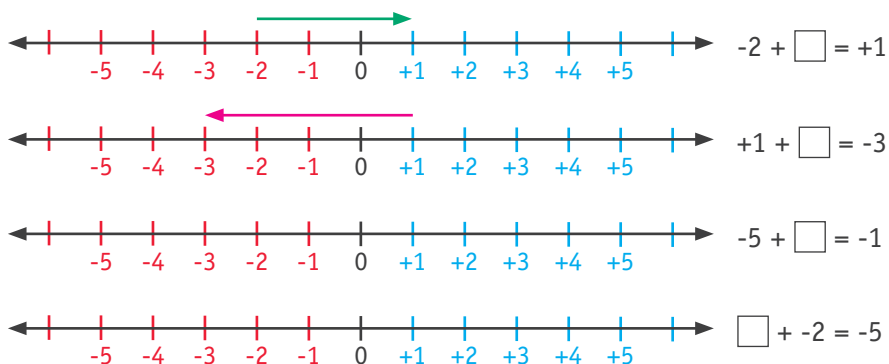
$$a - (-b) = a + b \quad 3 - (-5) = 3 + 5 = 8$$



- Reconocen el inverso aditivo en una recta numérica.



- Completan con el número entero necesario para que se cumpla la igualdad. Escriben para cada recta un problema asociado a la vida diaria; por ejemplo: La temperatura en la montaña a las 8:00 horas fue de  $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$  y a las 12:00 horas había aumentado en  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuál es la temperatura ahora?



**Observaciones al docente**

Se sugiere que trabajen el cálculo mental durante todo el año y en todas las clases, idealmente durante 10 a 15 minutos. Una forma es escribir previamente 10 adiciones sencillas sobre papel kraft, o entregar una hoja de trabajo o preparar una presentación; tienen que responder sin hacer cálculos escritos; por ejemplo:

$100 + 205 =$        $105 + 315 =$        $200 + 425 =$        $205 + 535 =$       etc.

La idea es que comiencen con algo que se puede lograr; así, el avance en el cálculo mental será progresivo. Se debe incluir el cálculo mental con números enteros y con fracciones. Por ejemplo: en el caso de números naturales, se puede comenzar con casos del tipo:

$10 - 11 =$	$12 - 13 =$	$7 - 8 =$
$10 - 12 =$	$12 - 14 =$	$6 - 7 =$
$10 - 13 =$	$12 - 15 =$	$5 - 6 =$
$20 - 31 =$	$12 - 16 =$	$3 - 4 =$
$20 - 32 =$	$12 - 17 =$	$9 - 10 =$
$20 - 33 =$	$12 - 18 =$	$2 - 3 =$

Semana a semana se aumenta el nivel y la complejidad.

Se recomienda llevar preparados los ejercicios y tener la solución antes de que los alumnos los resuelvan; esto es muy importante para el desarrollo del cálculo mental y de la organización de la clase.

## Representar

Relacionar información entre distintos niveles de representación.  
(OA i)

7. A un cliente le llega este estado de cuenta. Completan las casillas sombreadas en la tabla, ayudados por las informaciones del saldo actual, de las transacciones y de los saldos finales en una cuenta bancaria.

SALDO INICIAL	ABONO	CARGO	SALDO FINAL
\$ 32 000	\$ 70 000		
-\$ 215 000		- \$ 95 000	
		- \$ 450 000	-\$ 200 000
	\$ 600 000		\$ 500 000
\$ 90 000			-\$ 90 000
-\$ 20 000			\$ 45 000
\$ 15 000			-\$ 75 000
		-\$ 80 000	-\$ 35 000
-\$ 30 000			-\$ 150 000
	\$ 50 000		-\$ 110 000
		-\$ 105 000	-\$ 75 000

### Observaciones al docente

En la tabla siguiente, se usan números enteros para indicar saldo activo o saldo pasivo. En caso de que el saldo inicial o final sea pasivo, se expresa con un número negativo. En el cargo se indica lo que se resta de la cuenta, usando para esto los números negativos. Se sugiere, hacerle a los alumnos preguntas como, ¿Qué significa un saldo final de -\$ 200 000 y un saldo final de \$ 500 000 ¿Qué significa un cargo de -\$80 000?

Ejemplos:

SALDO INICIAL	ABONO	CARGO	SALDO FINAL
\$ 32 000	\$ 70 000		\$ 102 000
-\$ 215 000		- \$ 95 000	-\$ 310 000
\$ 250 000		- \$ 450 000	-\$ 200 000

También pueden efectuar esta actividad usando un programa de cálculo de tablas como Excel. Es importante que los alumnos mismos desarrollen las ecuaciones con las cuales se pueden determinar los abonos, los cargos, los saldos iniciales y los saldos finales.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

8. Resuelven problemas asociados a lo cotidiano, como:

- › Una persona tiene un saldo inicial de \$50 000 en su cuenta bancaria, hace un giro de \$25 000 y luego otro giro de \$35 000. ¿Cuál es el saldo actual en su cuenta?
- › En un frigorífico la temperatura es de  $-27^{\circ}\text{C}$ . Después de un corte de luz a las 12:00 horas, la temperatura empieza a subir  $2^{\circ}\text{C}$  cada media hora. ¿Cuál es la temperatura a las 15:00?, ¿cuánto ha variado la temperatura desde el corte de luz?
- › ¿Cuál es la diferencia en metros entre la cima de la montaña Ojos del Salado, de 6 891 m de altura aproximadamente, y la fosa del Pacífico, que tiene una profundidad de 7 302 metros?

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

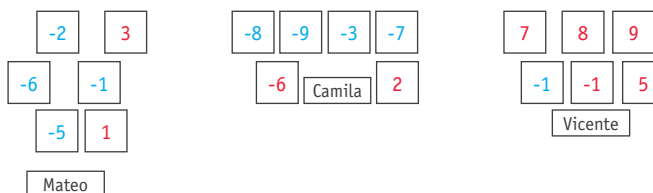
9. En grupos de 3 alumnos, participan en el siguiente juego de cartas para operar con la adición de enteros y su inverso aditivo.

Instrucciones:

- › Las cartas se reparten de forma aleatoria, seis para cada uno.
- › Cada uno pone sus cartas “abiertas” sobre la mesa. El primer jugador pone una carta sobre la mesa y los otros dos deben poner obligatoriamente una carta cada uno, de modo que la suma de los números de las cartas anule la que puso el primer jugador.
- › Si logran anular, entonces los dos compañeros se llevan las tres cartas. De lo contrario, se las lleva el primer jugador. Gana quien consiga la mayor cantidad de cartas.
- › Los roles de “primer jugador” y “dos compañeros” van rotando para que todos puedan ser primer jugador alguna vez.

Por ejemplo:

Mateo es el primer jugador y pone la carta  $-6$  en el medio de la mesa; Camila pone la carta  $2$  y Vicente pone la carta  $4$ . En este caso, los ganadores de las tres cartas son Camila y Vicente, ya que lograron anular la carta de Mateo. Mateo pone otra carta; si sus compañeros no logran anularla, se las lleva él, y así sucesivamente.



### Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (0A a)

### Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (0A h)

### Observaciones al docente

Se necesitan 18 cartas con números enteros desde el 1 hasta el 9 y desde el -1 hasta el -9. Los números positivos se pueden escribir en rojo, sin incluir el signo, y los negativos en azul, incluyendo el signo. Pueden anotar los resultados que anularon al número para ir reforzando sus ideas, y compartir por qué están ganando. Si juegan más de una vez, pueden anotar quién va ganando y se puede ir cambiando el grupo formado por tres estudiantes.

Se espera que acepten las reglas y los plazos dados, que trabajen sin supervisión y que acepten sus errores. **(OA C y OA D)**

### Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros (OA g)

10. Confeccionan un “crucigrama matemático” para operar con la adición de enteros.

Por ejemplo:

El siguiente crucigrama matemático tiene el mismo resultado si se suman los números que están escritos de manera horizontal (fila) que si se suman los que están escritos de manera vertical (columna):

		-10		
		-2		
-8	-4	-5	-9	-1
		-7		
		-3		

- Elaboran un “crucigrama matemático” con los números -4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3.
- Responden preguntas como ¿existen diferentes soluciones? y comparan con sus compañeros; ¿qué relaciones o reglas se pueden encontrar en estas cruces mágicas?
- Crean un “crucigrama matemático” con 8 números, dejando un espacio en blanco en la columna y un espacio en blanco en la fila. Escriben la suma total de cada columna y de cada fila e intercambian el crucigrama con sus compañeros para que lo resuelvan.

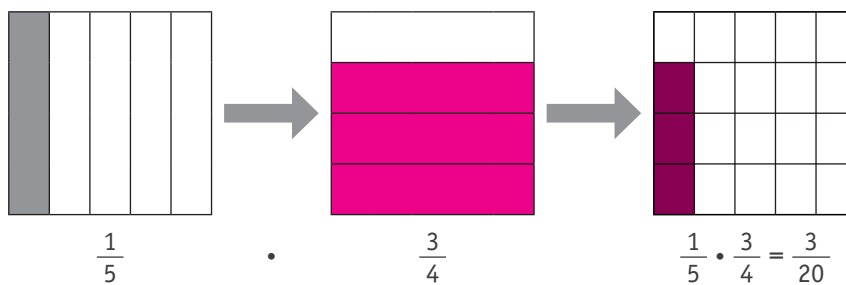
**Objetivo de Aprendizaje****OA 2**

Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:

- › Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
- › Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.

1. Los estudiantes utilizan la representación pictórica mediante una cuadrícula para mostrar la multiplicación.

Por ejemplo:  $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$

**Observaciones al docente**

Pueden ampliar esta actividad, recortando dos cuadrados de igual medida, uno de ellos confeccionado con una hoja transparente. Ambos cuadrados se dividen bajo la misma graduación y según cada fracción a multiplicar; luego se superpone un cuadrado sobre otro y se determina el resultado de la multiplicación.

2. Determinan el valor que falta al resolver el producto de la multiplicación de fracciones:

a.  $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{15}{28}$

b.  $\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{4} = \frac{1}{2}$

c.  $\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{12} = \frac{45}{12}$

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

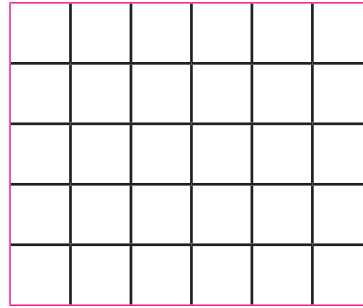
**Argumentar y comunicar**

Explicar y fundamentar: soluciones propias y los procedimientos utilizados. (OA e)

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

3. Dividen un papel cuadriculado para multiplicar una fracción por un número natural; por ejemplo: lo dividen en  $6 \times 5$  unidades cuadradas.



Luego, pintan  $\frac{1}{3}$  de 30, para calcular  $\frac{1}{3} \cdot 30$ . Hacen el ejercicio análogo para calcular:

- $\frac{1}{2} \cdot 30 =$
- $\frac{1}{5} \cdot 30 =$
- $\frac{1}{6} \cdot 30 =$
- $\frac{2}{5} \cdot 30 =$

### Observaciones al docente

Esta actividad se puede ampliar para multiplicar fracciones impropias por un número natural.

Se espera que los estudiantes compartan, obedezcan y asuman sus responsabilidades, y creen tácticas propias para obtener la multiplicación de una fracción impropia por números naturales. **(OA D y OA A)**

## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal. (OA d)

4. Completan y contestan las siguientes oraciones:
- Si la fracción por la cual se divide se hace más y más pequeña, el cociente se hace...
  - Si se intenta dividir por el número 0, se...
  - ¿Cuál de los procedimientos que se proponen a continuación es la correcta y por qué?



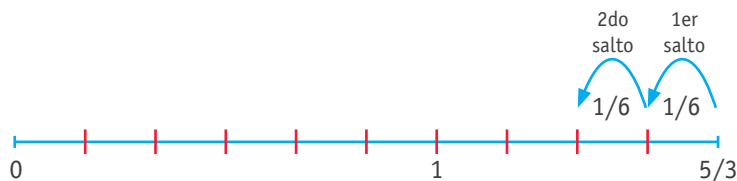


Para dividir dos fracciones, yo amplifico cada una para que ambas tengan el mismo denominador y el resultado es el número de veces que cabe el numerador de la fracción de abajo (la fracción divisora) en el numerador de la fracción de arriba (la fracción dividendo)



Yo amplifico ambas fracciones para que tengan el mismo denominador y el resultado es el número de veces que el denominador de la fracción de arriba cabe en el denominador de la fracción de abajo.

5. ¿Cuántos saltos de largo  $\frac{1}{6}$  se deben realizar para llegar desde la posición  $\frac{5}{3}$  a la posición 0? Utilizan la recta numérica para explicar esta cantidad de saltos.



**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (0A k)

6. Resuelven los siguientes problemas:

a. Siguiendo una secuencia como la que se muestra a continuación:

$$1,3 \cdot 2 \rightarrow \frac{13}{10} \cdot 2 \rightarrow \frac{13}{10} + \frac{13}{10} = \frac{26}{10} \rightarrow 2 \frac{6}{10} \rightarrow 2 + \frac{6}{10} = 2 + 0,6 = 2,6$$

Resuelven:

- >  $3,5 \cdot 4 =$
- >  $0,5 \cdot 3 =$
- >  $5 \cdot 0,7 =$
- >  $2 \cdot 0,4 =$

b. Utilizando estrategias de cálculo mental, resuelven:

$0,2 \cdot 7 =$	$0,3 \cdot 4 =$	$0,3 \cdot 0,2 =$
$0,2 \cdot 0,7 =$	$0,3 \cdot 0,4 =$	$0,2 \cdot 3 =$
$0,2 \cdot 0,07 =$	$0,3 \cdot 0,04 =$	$0,3 \cdot 0,5 =$
$0,02 \cdot 7 =$	$0,03 \cdot 4 =$	$0,7 \cdot 0,2 =$
$0,02 \cdot 0,7 =$	$0,03 \cdot 0,4 =$	$0,03 \cdot 0,03 =$
$0,02 \cdot 0,07 =$	$0,03 \cdot 0,04 =$	$0,07 \cdot 0,02 =$

**Resolver problemas**

utilizando estrategias como: usar problemas similares (0A a)

### Observaciones al docente

A partir de la actividad a), se puede generalizar la multiplicación de un número decimal por un número entero.

A partir de la actividad b), se puede generalizar la regla de la coma en la multiplicación de dos decimales.

Se sugiere que los estudiantes comprueban en forma autónoma para validar su resultado. (OA C)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

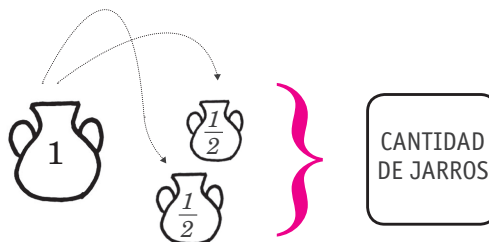
### Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

### 7. Resuelven los siguientes problemas:

a. Para repartir 1 litro de agua, ¿cuántos jarros se necesita en las siguientes situaciones?

› ¿Cuántos jarros chicos de medio litro se necesita?



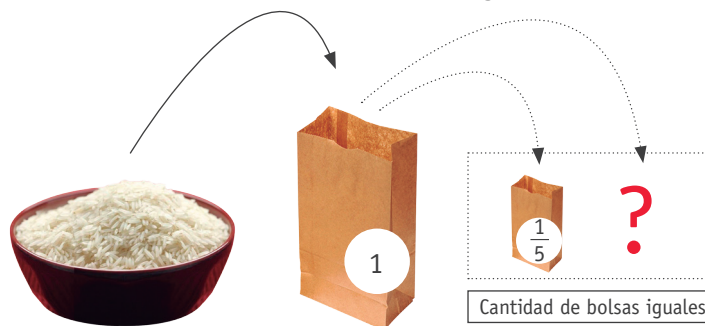
› ¿Cuántos jarros de  $\frac{1}{3}$  de litro se necesita?

› ¿Cuántos jarros de  $\frac{1}{4}$  de litro se necesita?

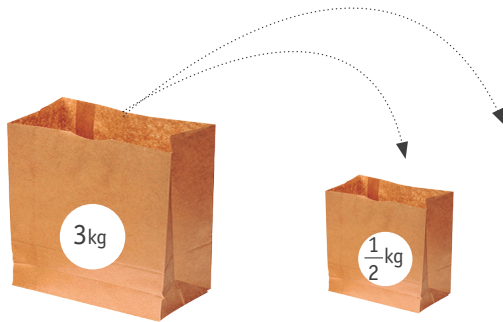
› ¿Cuántos jarros de  $\frac{1}{5}$  de litro se necesita?

b. Reparten 1 kilogramo de arroz, ¿cuántas bolsas necesitan?

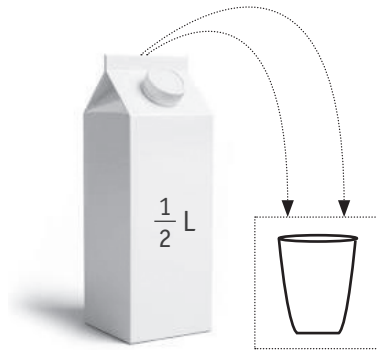
› ¿Si se reparte 1 kilogramo en bolsas de  $\frac{1}{5}$ ?



- c. Calculan la cantidad de bolsas necesarias si se reparten 3 kg de harina en bolsas de medio kg.



- ¿Cuántas bolsas necesitan si se reparte 5 kg de harina en bolsas de medio kg?
- ¿Cuántas botellas necesitan si se reparten 2 litros de aceite en botellas de  $\frac{1}{4}$  litro?
- ¿Cuántos vasos necesitan si se reparten toda la leche de una caja de  $\frac{1}{2}$  litro en vasos de  $\frac{1}{8}$  de litro?



- d. Basados en la experiencia anterior, calculan el número de recipientes necesarios:

- ¿Cuántos vasos necesitan si se reparten  $\frac{8}{10}$  de litro de agua destilada en vasos de  $\frac{1}{5}$  litro?
- ¿Cuántos frasquitos de  $\frac{5}{100}$  de litro necesitan para repartir medio litro de perfume?

### Resolver problemas

Utilizando estrategias como: usar un proceso de ensayo y error sistemático (OA a)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos. (OA f)

### Resolver problemas

Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios.

8. Calculan el número de frascos y conjeturan sobre la división por fracciones más y más pequeñas.

- › Se echa 1 litro en \_\_\_\_\_ vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro.
- › Se echa 1 litro en \_\_\_\_\_ vasos de  $\frac{1}{10}$  de litro.
- › Se echa 1 litro en \_\_\_\_\_ vasos de  $\frac{1}{100}$  de litro.
- › Se echa 1 litro en \_\_\_\_\_ vasos de  $\frac{1}{1\,000}$  de litro.
- › Se echa 1 litro en \_\_\_\_\_ vasos de  $\frac{1}{1\,000\,000}$  de litro.

9. Calculan los productos y los cocientes de fracciones. Simplifican las fracciones antes de calcular.

- a.  $\frac{9}{20} \cdot \frac{12}{27}$
- b.  $\frac{21}{39} \cdot \frac{13}{7}$
- c.  $\frac{12}{7} : \frac{9}{14}$
- d.  $\frac{13}{2} \cdot \frac{19}{65}$
- e.  $\frac{5}{4} : \frac{25}{28}$
- f.  $\frac{35}{42} \cdot \frac{6}{5}$
- g.  $\frac{25}{91} : \frac{5}{13}$
- h.  $\frac{65}{42} \cdot \frac{7}{13}$
- i.  $\frac{30}{30} : \frac{13}{5}$
- j.  $\frac{51}{25} \cdot \frac{5}{17}$

**Objetivo de Aprendizaje****OA 3**

Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con *software* educativo).

**1. Resuelven el siguiente problema:**

- › ¿Qué ocurre cuando se multiplica un decimal por el número natural 10, 100, 1 000?
- › Completan la siguiente tabla y responden las preguntas a continuación.

	10	100	1000
23,64			

- a. ¿Qué se observa con respecto a la posición de la coma?
- b. ¿Podría decir que esto ocurre cada vez que se multiplica por 10, 100, 1 000?, ¿con qué otros números?
- c. Compruébelo multiplicando otros números decimales por 10, 100 y 1000; por ejemplo: 2,34; 1,432; 0,0005, multiplicándolos por 10, 100 y 1 000.
- d. ¿Por qué cree que ocurre lo que ya conjeturó sobre la posición de la coma? (se puede utilizar la tabla posicional para explicar a los compañeros del curso).

**Modelar**

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

## Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

2. Crean una lluvia de ideas relacionadas con las operaciones, los números y los verbos relacionados con acciones matemáticas y objetos sobre ella.

VERBOS
Bajar
Aumentar
Subir
Repartir
Repetir
Reducir
Duplicar, triplicar, ...
Separar en partes iguales
Disminuir
Agrandar

OPERACIONES
Adición
Sustracción
Multiplicación
División

NÚMERO
Fracción impropia
Fracción propia
Decimal

OBJETOS
Dinero
Deudas
Precios
Cuotas
Recipientes, envases
Temperaturas

### Observaciones al docente

Se pide a los alumnos que, a partir de esas ideas, inventen un problema de la vida diaria que se resuelva mediante operaciones matemáticas con fracciones. Por ejemplo: quieren crear un problema con la "división" de fracciones: el verbo puede ser "repartir"; el objeto, un "envase" y el número, " $\frac{3}{4}$ ". El contexto puede ser una situación en la cual se reparte una botella de bebida de  $\frac{3}{4}$  de litro entre 6 amigos.

Se sugiere que tengan ideas propias y las defiendan, como también que escuchen los planteamientos de otros. **(OA A y OA C)**

3. Los estudiantes resuelven el siguiente problema: Pamela, Martín, Amaya y Ainara hacen un listado de su masa terrestre: 46 kg, 40 kg, 35 kg y 33 kg respectivamente. Luego imaginan que viajan a tres planetas diferentes: Urano, Saturno y Marte.

**Resolver problemas**

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)



- › Averiguan cómo obtener el peso en los diferentes planetas.
- › ¿Cuánto pesaría cada uno de ellos en cada uno de esos planetas?
- › ¿Cuánto pesaría usted en cada uno de esos planetas?
- › ¿Cuánto pesaría algún conocido suyo en cada uno de esos planetas?

® **Ciencias Naturales OA 7 de 7° básico.**

4. A continuación se presenta una serie de situaciones y sus posibles resultados. Para cada una de ellas, los alumnos formulan una pregunta, resuelven el problema y comparan con las posibles respuestas aquí entregadas. De ser necesario, cambian los datos entregados para que coincidan las posibles respuestas, fijándose en mantener la coherencia del problema.

**Resolver problemas**

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

SITUACIÓN	POSIBLES RESPUESTAS
Un sexto de los 1 800 estudiantes del colegio “Por el buen camino” tiene un teléfono celular.	$\frac{3}{8}$
Martín y Sebastián trabajaron duro en la clase de deporte y quieren darse un premio de dulces. Martín tiene 5 paquetitos de dulces y Sebastián, solo 3. Al empezar a abrirlos, aparece Pamela y pregunta si le dan unos dulces. Cuando terminan de comérselos, Pamela entrega \$1 000 a sus buenos compañeros, les dice que compartan el dinero de forma equitativa y les da las gracias por los dulces.	faltan datos
® <b>Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).</b> La empresa estatal chilena Codelco, la mayor productora mundial de cobre, bajó en cinco dólares la tonelada que cobrará en 2013 por entregar el metal a clientes en Europa, según informaron dos fuentes a Reuters (información de: Santiago/Londres, 18 de octubre de 2012).	300

### Observaciones al docente

Los alumnos formulan preguntas como: ¿Cuántos alumnos del colegio tienen un celular? Luego eligen la opción 300 y calculan, si corresponde.

### Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (0A a)

5. Los estudiantes resuelven los siguientes problemas. Se reparte una medicina de 1,50 l por partes iguales en vasos graduados.
- › Se echa la solución en 6 vasos. ¿Qué contenido muestra cada uno?

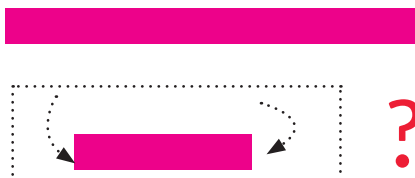


- › Se reparte una bebida de 1,25 litros para 5 persona en vasos iguales. Calcule la cantidad que recibe cada persona.

### Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (0A a)

6. Para un trabajo en construcción, se necesitan paneles de 0,75 m de largo. En la bodega hay paneles grandes de 3 m de largo. ¿Cuántos paneles de 0,75 m rinde un panel grande?



- a. Remplace el cálculo de  $3,00 \text{ m} : 0,75 \text{ m}$  para transformar las medidas de metros a centímetros:  $3,00\text{m} : 0,75\text{m} \rightarrow 300\text{cm} : 75\text{cm} \rightarrow 3,00 : 0,75 \rightarrow 300 : 75$
- › ¿Qué pasa con la coma?
  - › Calcule por escrito  $300 : 75 =$
- b. Resuelva de la misma manera el siguiente problema: Se corta una plancha de 4 m de largo en planchas pequeñas de 0,80 cm.



7. Se echa el contenido de una botella de bebida de 1,6 l en vasos de plástico de 0,2 l.
- › ¿Cuántos vasos se necesitan? Escriba el término para la división con decimales y después corra la coma hasta que el divisor no tenga ninguna coma. Realice el cálculo por escrito.



- › Resuelve de la misma manera: Se echa 0,45 l de tinta para impresoras en envases de 0,015 l.
8. Representan el desplazamiento de la coma en divisiones por números decimales mediante las fracciones correspondientes. Calculan también el cociente.

Por ejemplo:  $4,8 : 1,6 \rightarrow \frac{4,8}{1,6} = \frac{4,8 \cdot 10}{1,6 \cdot 10} = \frac{48}{16} \rightarrow 48 : 16$

- ›  $7,5 : 1,5$   $2,25 : 0,75$
- ›  $2,4 : 0,08$
- ›  $52 : 1,3$
- ›  $0,125 : 0,5$

#### Observaciones al docente

La actividad anterior también se puede hacer como una competencia entre cálculo mental y el uso de la calculadora. En una primera fase, se practica el cálculo mental con todos los alumnos, con divisiones de números naturales como  $36:9$ ;  $45:15$ ; etc. Después se divide la clase en dos grupos: uno de cálculo mental y otro que utiliza la calculadora. Se presenta a ambos grupos simultáneamente una ficha con el mismo ejercicio con números decimales que tienen las mismas cifras del cálculo mental; por ejemplo:  $45:1,5$ , etc. Recordando ese resultado ( $45:15 = 3$ ), el primer grupo puede concluir que el resultado  $45:1,5$  es 30. El grupo de la calculadora debe ingresar el ejercicio y leer el resultado. Se registra el grupo que da primero el resultado.

#### Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

#### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

**Resolver problemas**

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

9. Resuelven el siguiente problema:

Se requiere adoquinar un patio rectangular de 40 m de largo y de 30 m de ancho. Un adoquín tiene un área de  $0,015 \text{ m}^2$ .



- › Calcule la cantidad de adoquines que se necesita.
- › Se sabe que, en realidad, se debe incluir un 5% más para realizar cortes de adoquines. Calcule la cantidad adicional de adoquines.

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

10. Completan:

<p>a. <math>0,04</math> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span></p> <p style="text-align: center; color: red; font-size: small;"> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> </p>	$0,04 \cdot 2 =$ $0,08 \cdot 2 =$ $\cdot 2 =$ $\cdot 2 =$ $\cdot =$
<p>b. <math>0,03</math> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span> <span style="margin-left: 20px;">□</span></p> <p style="text-align: center; color: red; font-size: small;"> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> <math>\cdot 2</math> </p>	$0,03 \cdot 2 =$ $\cdot 2 =$ $\cdot 2 =$ $\cdot 2 =$
<p>c. Con <math>0,05</math> de la misma manera.</p>	
<p>d. Multiplicar el decimal <math>0,02</math> sucesivamente 4 veces por 3 (ver a. y b.).</p>	

### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 4

Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:

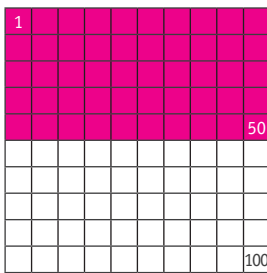
- › Representándolo de manera pictórica.
- › Calculando de varias maneras.
- › Aplicándolo a situaciones sencillas.

### Actividades

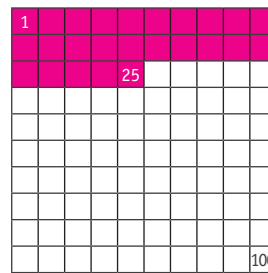
1. Representan de manera pictórica el concepto de porcentaje; por ejemplo: se les pide que dividan un cuadrado en 100 partes, representen distintos porcentajes y escriban qué significa.

#### Porcentaje (%)

Cuando usted dice "porcentaje", usted está realmente diciendo "por ciento".



Entonces, 50% significa 50 de 100 partes.



Entonces, 25% significa...

### Representar

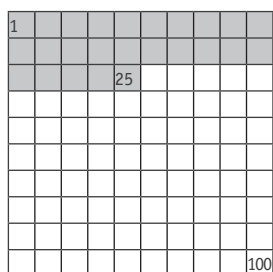
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

2. Crean un mural con los porcentajes más utilizados (10%, 20%, 25%, 50%, 75%), usando una representación pictórica y poniendo recortes de revistas o diarios en que se utilicen e indicando qué significa.

### Representar

Utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para situaciones en contextos diversos. (OA k)

3. Escriben la secuencia que representa la relación entre porcentaje de forma pictórica y su representación simbólica, sea en fracción o decimal. Por ejemplo:



$$\rightarrow \frac{25}{100} \rightarrow 0,25$$

### Representar

Utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para situaciones en contextos diversos. (OA k)

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

## Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

## Representar

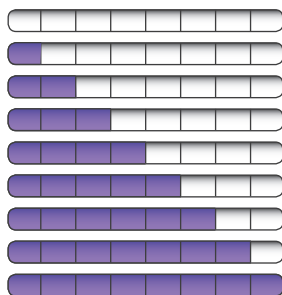
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

4. Realizan un cálculo mental de porcentajes; por ejemplo: calcular el 50% del precio de un abrigo que cuesta \$ 17 000 es lo mismo que dividir por 2: es decir, \$ 8 500; calcular el 20% de descuento de un artículo que cuesta \$ 3 500 es lo mismo que dividir por 5: es decir, \$ 700.

5. Resuelven, utilizando cálculo mental:

El 50 % de 5 600 es:	El 25 % de 1 000 es:
El 50 % de 6 300 es:	El 25 % de 4 800 es:
El 50 % de 8 500 es:	El 25 % de 6 000 es:
El 50 % de 9 200 es:	El 25 % de 7 200 es:
El 50 % de 742 es:	El 25 % de 320 es:
El 50 % de 652 es:	El 25 % de 240 es:
El 10 % de 3 470 es:	El 20 % de 3 000 es:
El 10 % de 872 es:	El 20 % de 700 es:
El 10 % de 7 654 es:	El 20 % de 1 200 es:
El 10 % de 4 560 es:	El 20 % de 230 es:
El 10 % de 1 000 es:	El 20 % de 1 700 es:
El 10 % de 10 000 es:	El 20 % de 800 es:

6. La imagen muestra el estado de avance de la descarga de un programa.
- a. Determinan el porcentaje del avance de la descarga del programa para cada barra.



- b. Confeccionan cintas de papel de 12 cm de largo y de 2cm de ancho. Doblan varias veces el papel en los siguientes porcentajes aproximados.
- > 25 %
  - > 12,5 %
  - > 50%
  - >  $33\frac{1}{3}$  %
  - > 75 %

7. Resuelven el siguiente problema: El porcentaje del IVA (Impuesto al Valor Agregado) está en 19 %. En un catálogo de autos usados, los precios están puestos sin IVA.

- Calcule el IVA de un auto que aparece en la lista por \$ 6 450 000.
- Calcule el precio total del auto.
- ¿Cómo se puede calcular directamente el precio total? Explique la respuesta.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

### Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar resultados mediante definiciones y propiedades. (OA e)

#### Objetivo de Aprendizaje

##### OA 5

Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:

- › Usando los términos potencia, base, exponente, elevado.
- › Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.
- › Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).
- › Resolviendo problemas, usando la notación científica.

1. Resuelven la siguiente tarea: Con programas geográficos de internet, se puede ver imágenes de la Tierra tomados por satélites. Además, tienen un *zoom* para aumentar el tamaño por factores de 10. El factor de aumentos después de varios pasos se puede expresar por potencias de 10.

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)



Imágenes obtenidas desde <https://www.google.cl/intl/es/earth/>

- a. Escriben como potencia el factor total después de 3, 5, 6 y 9 pasos de aumento y lo convierten en números naturales.
- b. Se aumentó el tamaño de imágenes por los factores 10, 100, 10 000 y 100 000 000. Expresan los factores de aumento con potencias de 10.
- c. Ya se aumentó el tamaño de una imagen por el factor. ¿Cuántos pasos de aumento por el factor 10 faltan para llegar a un aumento total de 100 000?
- d. Ya se aumentó el tamaño de una imagen por el factor 1 000. ¿Cuántos pasos de aumento por el factor 10 faltan para llegar a un aumento total de 100 000 000?

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA c y OA d de 7° básico.**

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

2. Completan la tabla de valores posicionales del sistema decimal. Utilizan además expresiones verbales con sus abreviaciones, potencias y prefijos:

EXPRESIÓN VERBAL		VALOR POSICIONAL	POTENCIA DE 10	PREFIJO
Centenas	C			
			$10^4$	--
		10 000		
				kilo
Unidad de cien mil	CM			--
			$10^7$	--
		1 000 000		
Unidad	U			---
			$10^9$	---
Decenas de millón	DMi			---
		100 000 000		---

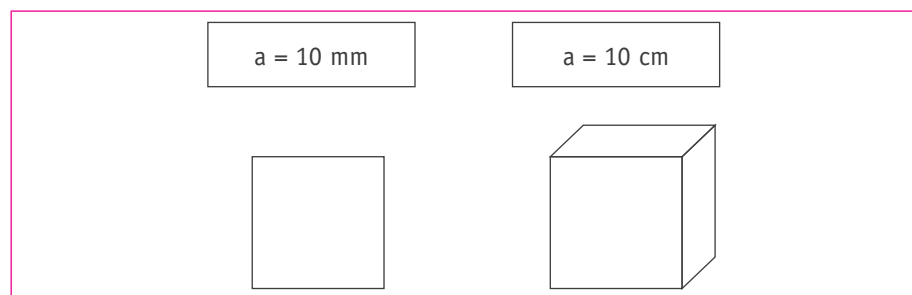
### Observaciones al docente

- › Expresiones verbales: unidad U, decenas D, centenas C, unidad de mil UM, decenas de mil DM, centenas de mil CM, unidades de millón UMi, decenas de millón DMi, centenas de millón CMi, unidad de mil millones UMMi
- › Potencias:  $10^0$ ,  $10^1$ ,  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^6$ ,  $10^7$ ,  $10^8$ ,  $10^9$ ,
- › Prefijos: kilo, mega, giga

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

3. Calculan y expresan el área de cuadrados y el volumen de cubos con potencias.



## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

4. Escriben números naturales con potencias de base 10; por ejemplo:

$$\begin{aligned} - 1\ 500 &= 1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 \\ - 2\ 548 &= 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

5. Usan la notación científica para:
- › Escribir el número 10 000 000 como potencia.
  - › Escribir el número 0,000001 como potencia.
  - › Determinar en qué lugar después de la coma se debe poner un 1, si se tiene la potencia  $10^{-31}$ .
  - › Expresar cuántos ceros tiene un número expresado por la potencia  $10^{23}$ .

**Observaciones al docente**

Es necesario describir brevemente las potencias de 10 con exponente negativo. No para que hagan cálculos con estos números, sino para que entiendan la notación y su significado. Para esto, se puede considerar que completen la siguiente tabla:

$10^{-4}$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	1 0000

Lo pueden hacer por simple conjetura (haciendo la tabla y colocando solo la segunda fila) o trabajando directamente con esta tabla.

Si fuera necesario, se podría introducir los prefijos de la notación científica.

	$10^{24}$	$10^{21}$	$10^{18}$	$10^{15}$	$10^{12}$	$10^9$	$10^6$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
	yotta	zetta	exa	peta	tera	giga	mega	kilo	hecto	deca	

$10^n$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$	$10^{-18}$	$10^{-21}$	$10^{-24}$
Prefijo	deci	centi	micro	mili	nano	pico	femto	atto	zepto	yocto

® Ciencias Naturales OA j 7° básico.

6. Investigan la historia del Universo en años. Averiguan hace cuántos años ocurrió el Big Bang, el nacimiento del Sol, de la primera planta y del primer hombre. Después comentan sobre los beneficios de escribir en potencias de base diez y encuentran otros datos en que se necesite usar este tipo de escritura.

® Ciencias Naturales OA j 7° básico.

7. Los alumnos resuelven los siguientes problemas:
- › Ordenan los siguientes números de manera intuitiva, sin hacer la multiplicación:  $10^3$ ,  $2^5$ ,  $3^2$ ,  $10^4$ ,  $3^5$ ,  $3^0$ ,  $2^5$ .
  - › Desarrollan  $10^3$ ,  $2^5$ ,  $3^2$ ,  $10^4$ ,  $3^5$ ,  $3^0$ ,  $2^5$ , comparan con el orden que hicieron antes y descubren cuáles no ordenaron de manera adecuada.

**Resolver problemas**

Utilizando estrategias como usar problemas similares. (OA a)

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

**Argumentar y comunicar**

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

## EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

### EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la adición y la sustracción de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>› Representando los números enteros en la recta numérica.</li><li>› Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li><li>› Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la posición opuesta no representa ningún cambio de posición).</li><li>› Resolviendo problemas en contextos cotidianos.)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>› Relacionan situaciones de la vida diaria con números enteros; por ejemplo: en el ámbito de temperaturas, cuentas corrientes, niveles de profundidad en el mar o en minas subterráneas, cargas eléctricas, líneas de tiempo, superávit y déficit, balances financieros, etc.</li><li>› Relacionan procedimientos concretos de la vida diaria con la sustracción de números negativos; por ejemplo: rebajar una deuda, reducir un déficit, disminuir la profundidad, etc.</li><li>› Calculan y resuelven problemas en contextos cotidianos de manera mental (la suma y la diferencias de números enteros utilizando la metáfora del termómetro) y de manera algebraica.</li></ul>

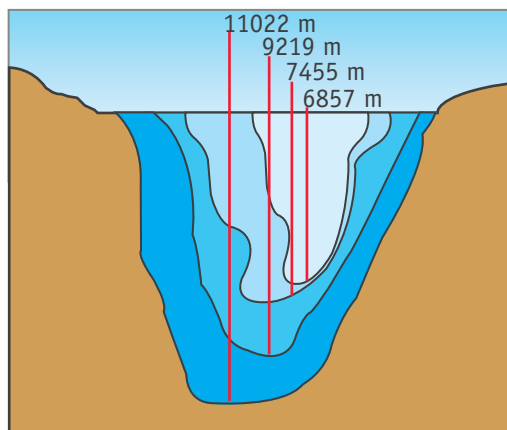
#### Actividad

Esta actividad se presta para que los estudiantes se autoevalúen y para que el docente asesore a uno o más alumnos por medio de una entrevista individual.

Los estudiantes consideran la siguiente información sobre profundidades en el mar:

Las mayores profundidades del mar son:

- › Océano Pacífico 11 022 m
- › Océano Atlántico 9 219 m
- › Océano Índico 7 455 m
- › Mar del Norte 6 857 m





## EJEMPLO 1

Responden las siguientes preguntas:

1. ¿En cuántos metros se diferencian los puntos más profundos de los océanos y del Mar del Norte?
2. ¿Cuál es la diferencia entre la montaña más alta del mundo (Everest, 8 848 m) y el punto más profundo del océano?
3. Comente con sus compañeros el resultado y la forma de expresarlo.

### Criterios de evaluación

- › Usan adecuadamente el dibujo presentado.
  - › Traspasan la información a números enteros negativos o positivos según corresponda.
  - › Calculan la diferencia entre dos números enteros negativos.
  - › Consideran los cuatro puntos más profundos para realizar las diferencias propuestas en la primera pregunta.
  - › Al responder la segunda pregunta, reconocen que la diferencia entre un número positivo y un número negativo es lo mismo que la suma de los números.
  - › Expresan sus respuestas de formas variadas, utilizando enteros positivos e indicando con palabras qué es bajo el nivel del mar o empleando el signo menos para indicar metros bajo el nivel del mar.
-

## EJEMPLO 2

### Objetivo de Aprendizaje

### Indicadores de Evaluación

#### OA 4

Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:

- › Representándolo de manera pictórica.
- › Calculando de varias maneras.
- › Aplicándolo a situaciones sencillas.

- › Relacionan porcentajes conocidos con sus respectivas divisiones; por ejemplo: calcular el 25% de un valor es lo mismo que dividirlo por 4; el 20% de un valor es lo mismo que dividirlo por 5, y así sucesivamente para los porcentajes 10%, 50% y 75%.
- › Calculan mentalmente el porcentaje de un valor, aplicando la estrategia de la división.
- › Aplican porcentajes a situaciones de la vida real, como el IVA o el cambio porcentual.

### Actividad

Trabajo en pares / en grupo. Además, se puede iniciar un proyecto con esta actividad en relación con tablas e información que viene en los productos alimenticios.

Los alumnos resuelven los siguientes problemas:

- › Cada botella contiene una mezcla de fruta y de agua. Determinan la cantidad de fruta en  $\text{cm}^3$  que contiene cada una de las botellas presentadas en la figura.

Jugo de frutas (Botellas de 1 litro)



Frutoso Néctar Diluído Muy diluído

- › Calculan la cantidad de fruta en  $\text{cm}^3$  que hay en las botellas de jugo de  $\frac{1}{2}$  litro y de  $1\frac{1}{2}$  litros.
- › Comparan con botellas de jugos de frutas del supermercado y comenta con sus compañeros.

### Criterios de evaluación

- › Expresan la cantidad de frutas en  $\text{cm}^3$ .
- › Realizan cálculos mentales o algebraicos, según sea el caso.
- › Ordenan la información de manera adecuada para considerar todos los casos que se plantean en el ejercicio.
- › Calculan el porcentaje, combinando información de botellas de un litro para transferirla a las botellas de medio litro.
- › Averiguan información sobre el porcentaje de fruta de botellas de jugo de fruta del supermercado, determinando cuál es el porcentaje más común entre ellas y la relación entre el precio y el porcentaje.

## EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 3</b> Explicar la multiplicación y la división de fracciones positivas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.</li> <li>› Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Resuelven problemas de la vida cotidiana que requieren de la multiplicación de fracciones.</li> <li>› Utilizan la metáfora de repartición para el cálculo del inverso multiplicativo de una fracción unitaria, repartiendo la cantidad de un litro de agua en vasos de <math>\frac{1}{2}</math> litro, <math>\frac{1}{4}</math> de litro, <math>\frac{1}{8}</math> de litro, <math>\frac{1}{10}</math> de litro, para dividir un número entero por una fracción unitaria, una fracción unitaria por una fracción o una fracción propia por una fracción propia; por ejemplo:  <math>3 : \frac{1}{4} = 12 = \frac{12}{1}</math>; <math>\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2 = \frac{2}{1}</math>; <math>\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = 6 = \frac{6}{1}</math></li> <li>› Aplican las reglas de la división de fracciones para resolver ejercicios rutinarios y problemas de la vida cotidiana.</li> </ul>

**Actividad**

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Los alumnos responden las siguientes preguntas:

- › ¿Cuántos vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro se puede llenar con  $2\frac{1}{2}$  litros de jugo de frutas?
- › ¿Cuántas mesas de  $\frac{1}{2}$  m de largo caben en una pieza (pegadas a una de las paredes) que mide  $3\frac{1}{2}$  m?
- › Hay que vaciar  $2\frac{1}{2}$  litros de jugo de frutas en botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro. ¿Cuántas botellas se necesita?; ¿vasitos de qué medidas consideraría en este caso?

**Criterios de evaluación**

- › Identifican la operación involucrada en el problema.
- › Consideran las tres formas de resolver el problema: concreta, pictórica y simbólica.
- › Multiplican o dividen de manera adecuada.
- › Explican el uso de la operación elegida y la forma de resolver el problema.

## UNIDAD 2

---

### PROPÓSITO

---

En esta unidad, los estudiantes toman el primer contacto con la noción de variable y lo hacen por medio de generalizaciones de cantidades; por ejemplo: el doble de una cantidad desconocida. Reconocen que las expresiones algebraicas son una nueva forma de expresarse y que tienen su equivalente en el lenguaje natural hablado. Se comienza con un lenguaje simbólico que usarán en argumentaciones y demostraciones en cursos superiores. La reducción de términos semejantes se hace para que puedan resolver problemas mediante sistemas de ecuaciones en cursos superiores, para lo cual trabajan con expresiones algebraicas sencillas.

Además, se espera que comprendan la proporcionalidad directa e inversa, utilizando diferentes formas de representación, identificando diferencias en contextos cotidianos, considerando situaciones en que hay una relación y cuando la situación cumple con las condiciones de proporcionalidad. También profundizan en el trabajo con ecuaciones; en 5° básico, las ecuaciones e inecuaciones solo se ejercitaron de manera concreta en el ámbito de los números naturales, pero no se incluyó un tratamiento simbólico. En esta unidad, se aumenta el ámbito numérico y su tratamiento algebraico simbólico; por ende, se amplía el lenguaje matemático. Asimismo, usan diferentes representaciones para resolver problemas que pueden modelarse por medio de ecuaciones e inecuaciones.

### CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Suma y sustracción de números enteros
- › Operaciones de fracciones y de decimales positivos.
- › Ecuaciones e inecuaciones sencillas en  $\mathbb{N}$ .
- › Concepto de porcentaje.
- › Potencias de base 10 y exponente natural.

## PALABRAS CLAVE

Variable, argumentación, expresión algebraica, reducción de expresiones algebraicas, proporcionalidad directa, proporcionalidad inversa, ecuaciones e inecuaciones.

## CONOCIMIENTOS

- › Expresiones algebraicas
- › Reducción de expresiones algebraicas
- › Proporciones directas e inversas
- › Ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma  
 $ax = b$ ;  $x/a = b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{N}$ ;  $a \neq 0$ );  $ax < b$ ;  $ax > b$ ;  $x/a < b$ ;  $x/a > b$  ( $a, b$  y  $c \in \mathbb{N}$ ;  $a \neq 0$ )

## HABILIDADES

- › Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático **(OA b)**
- › Explicar y fundamentar:
  - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. **(OA e)**
- › Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma  $ax + b >$ ,  $<$ ,  $= c$ , con  $a, b, c \in \mathbb{N}$ , comparando dependencias lineales. **(OA i)**
- › Evaluar la pertinencia de modelos:
  - En relación con el problema presentado.
  - Considerando sus limitaciones. **(OA j)**
- › Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA l)**

## ACTITUDES

- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. **(OA E)**
- › Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. **(OA F)**

## UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 6</b></p> <p>Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Representan patrones de manera pictórica y simbólica.</li> <li>› Relacionan expresiones algebraicas con patrones dados.</li> <li>› Expresan patrones geométricos con términos algebraicos; por ejemplo: “tres unidades al norte (n) y dos unidades al este (e)” con <math>3n + 2e</math>, relacionando con puntos y gráficas en el plano cartesiano.</li> <li>› Relacionan expresiones del lenguaje natural con términos algebraicos; por ejemplo: “el doble de...” o “la mitad de...” con <math>2x</math> o <math>\frac{x}{2}</math>, etc.</li> <li>› Representan expresiones algebraicas sencillas de manera concreta (metáfora de máquinas), pictórica (medidas de figuras) y simbólica.</li> <li>› Resuelven problemas de la vida cotidiana que pueden ser resueltos con ecuaciones.</li> </ul>
<p><b>OA 7</b></p> <p>Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma <math>ax + by + cz</math>; (<math>a, b, c \in \mathbb{Z}</math>).</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Representan la adición y la sustracción de variables por la unión y la separación de símbolos pictóricos.</li> <li>› Representan la conmutatividad y la asociatividad de la adición en forma concreta o pictórica.</li> <li>› Reducen expresiones algebraicas en perímetros de figuras geométricas.</li> <li>› Aplican la conmutatividad y la asociatividad de la adición para reducir expresiones algebraicas.</li> </ul>
<p><b>OA 8</b></p> <p>Demostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales graficando los valores de la tabla.</li> <li>› Explicando las características de la gráfica.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Reconocen cambios en la vida cotidiana que se desarrollan en forma directamente proporcional.</li> <li>› Completan y elaboran tablas de valores que pertenecen a proporcionalidades directas.</li> <li>› Confeccionan gráficos que pertenecen a proporcionalidades directas.</li> <li>› Reconocen cambios en la vida cotidiana que se desarrollan en forma inversamente proporcional.</li> <li>› Explican la diferencia entre proporcionalidad directa e inversa.</li> <li>› Reconocen la proporcionalidad directa e inversa en tablas de valores, gráficos y situaciones reales.</li> <li>› Resuelven problemas mediante la proporcionalidad correspondiente.</li> </ul>

## UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 9</b></p> <p>Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› <math>ax = b</math>; <math>x/a = b</math> (<math>a, b</math> y <math>c \in \mathbb{Z}</math>; <math>a \neq 0</math>)</li> <li>› <math>ax &lt; b</math>; <math>ax &gt; b</math> <math>x/a &lt; b</math>; <math>x/a &gt; b</math> (<math>a, b</math> y <math>c \in \mathbb{N}</math>; <math>a \neq 0</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Representan transformaciones equivalentes mediante modelos concretos de balanzas: agregar o sacar objetos.</li> <li>› Resuelven ecuaciones e inecuaciones en ejercicios rutinarios, aplicando transformaciones equivalentes.</li> <li>› Modelan situaciones de la vida diaria con ecuaciones de la forma <math>ax = b</math> o <math>x/a = b</math>, <math>a \neq 0</math>.</li> <li>› Modelan situaciones de la vida diaria con inecuaciones de la forma <math>ax &lt; b</math>; <math>ax &gt; b</math>; <math>x/a &lt; b</math>; <math>x/a &gt; b</math>, <math>a \neq b</math>, <math>a \neq 0</math>.</li> <li>› Representan la solución de las ecuaciones o inecuaciones en la recta numérica.</li> </ul>

## EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

### Objetivo de Aprendizaje

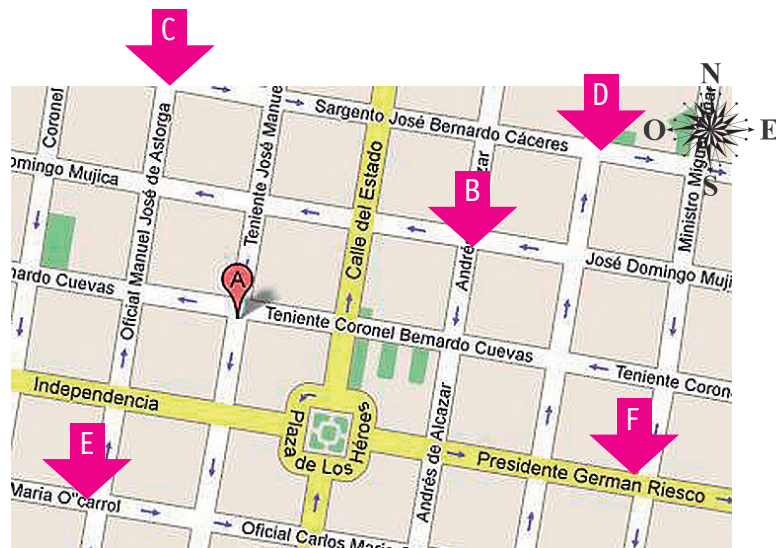
#### OA 6

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

1. En el mapa, las calles que van de abajo hacia arriba tienen la dirección sur-norte y las calles que van de izquierda a derecha tienen dirección oeste-este. El desplazamiento de un lugar al otro se representa mediante un término algebraico. El desplazamiento de oeste a este se expresa con la variable  $x$  en el sentido positivo y el de sur a norte se expresa con la variable  $y$  en el sentido positivo. Elabore los términos algebraicos en las dos variables para los siguientes desplazamientos:
  - › De la posición A a la marca B.
  - › De la posición A a la marca C.
  - › De la posición A a la marca D.
  - › De la posición A a la marca E.
  - › De la posición A a la marca F.
  - › Elaboren el término algebraico que representa un paseo de la posición A a la marca F, pasando por todas las marcas B, C, D, E en el orden alfabético.



© Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA C de 7° básico.



2. Para un partido del fútbol en Chile, se dispone de tres tipos de entradas: “tribuna sol”, a \$ 7 500; “tribuna sombra”, a \$ 10 000 y “curva”, a \$ 5 000. Para la categoría “curva”, los alumnos pagan la mitad del precio.

- › Elabore una expresión algebraica que determina los ingresos totales por la venta de entradas. Utilice las variables  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- › Asistieron 4 342 personas a “tribuna sol”, 3 751 a “tribuna sombra” y a “curva”, 1 583 adultos y 2 402 alumnos. Calculan los ingresos totales por venta de entradas.



**Resolver problemas**

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

3. En diversos restaurantes, el menú tiene cuatro “platos” (entrada, plato principal, postre y café o té) y cada uno ofrece una variedad de ofertas.



En un barrio hay tres restaurantes con las siguientes ofertas en su menú:

- › Primero: 4 entradas, 7 platos principales, 5 postres y 3 variaciones de café o té.
- › Segundo: 3 entradas, 5 platos principales, 4 postres y 2 variaciones de café o té.
- › Tercero: 5 entradas, 8 platos principales, 6 postres y 4 variaciones de café o té.
- › Elabore una expresión algebraica que determina el total de las ofertas. Utilice las variables  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ .

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

4. El doble y la mitad

- a. En la siguiente tabla se representa el concepto de “el doble”, de manera concreta, en lenguaje natural y en lenguaje simbólico.

	Hay dos raquetas de tenis	2
	Se tienen tres pelotas y ahora se tiene el doble de pelotas de tenis.	$2 \cdot 3 = 6$
	De una cierta cantidad de pelotas de tenis, se tiene ahora el doble.	$x$ : cantidad de pelotas $2 \cdot x$

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

**Resolver problemas**

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

- b. En la siguiente tabla se representa el concepto de “la mitad”, de manera concreta, en lenguaje natural y en lenguaje simbólico.

	Hay una pizza	1
	Ahora solo está la mitad de la pizza	$\frac{1}{2}$

- › Dibujan un objeto cualquiera y también dibujan un tercio de este.
  - › Representan “el triple de una cantidad cualquiera” de manera pictórica y simbólica.
- c. Expresan de manera simbólica las siguientes expresiones:
- › Cualquier número disminuido en 12.
  - › Se busca el antecesor de un número natural.
  - › Triplique un número cualquiera.
  - › Divida cualquier número en seis.
  - › Triplique un número cualquiera y luego súmele 3 o 12.
  - › Establezca la diferencia entre 15 y un número cualquiera.

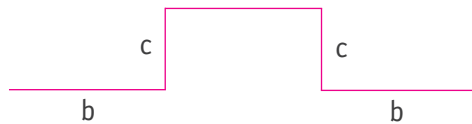
5. Un servicio de encomiendas prepara un encargo para diversos eventos. En una caja de cartón caben 8 regalos iguales y en un palé caben 12 cajas de cartón. Para elaborar una expresión algebraica del encargo, se asignan las siguientes variables:  $r$  para regalo,  $c$  para una caja de cartón llena de regalos y  $p$  para un palé lleno de cajas de cartón.



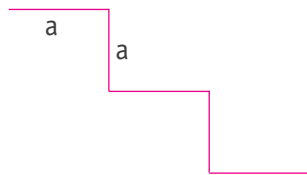
- › Traducen el dibujo a una expresión algebraica.
- › Elaboran una expresión matemática para un encargo de 485 regalos iguales. Se debe contar con un mínimo de palés y cajas de cartón.

6. Los alumnos:

- › Representan la longitud total de la siguiente línea rosada de manera simbólica:



- › Representan la longitud total de la siguiente línea rosada de manera simbólica:



- › Dibujan una línea, cuya longitud total esté representada por el término  $4d + 5e$ .

**Resolver problemas**

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

**Modelar**

Evaluar la pertinencia y las limitaciones de modelos. (OA j)

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

### Observaciones al docente

Pueden calcular mentalmente el valor que toma un término matemático con variables, si se reemplazan las variables por números enteros. Se debe incluir el cálculo mental con expresiones algebraicas sencillas. Por ejemplo: en el caso de reducción de expresiones algebraicas, se puede comenzar con expresiones del tipo:

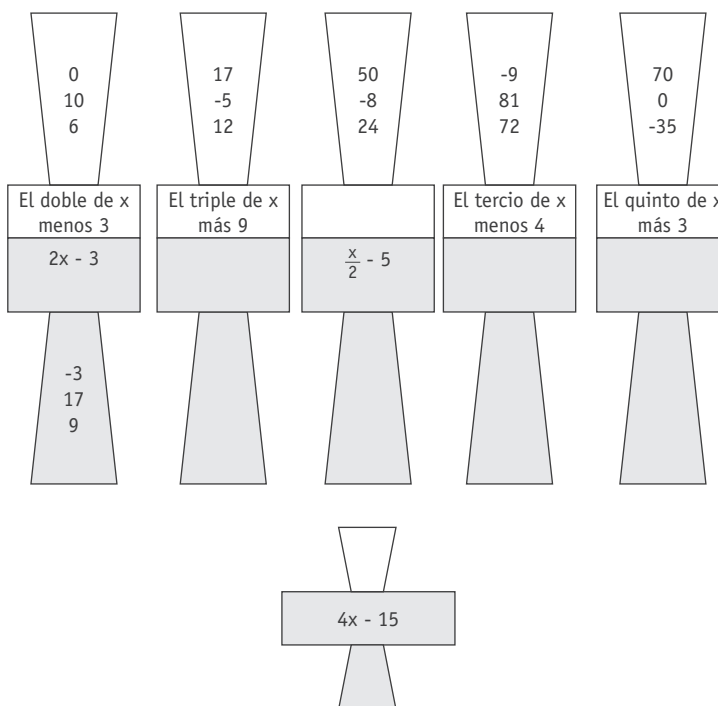
$x + x =$	$x + x + x =$	$5x + 3x + x =$
$2x + x =$	$x + 2x + x =$	$5x + 3x + 2x =$
$3x + x =$	$x + 2x + 2x =$	$5x + 3x + 3x =$
$4x + x =$	$x + 3x + 2x =$	$5x + 3x + 4x =$
$5x + 2x =$	$x + 4x + 2x =$	$5x + 3x + 5x =$
$5x + 3x =$	$x + 2x + 3x =$	$5x + 3x + 6x =$

Semana tras semana se aumenta el nivel y la complejidad.

### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.  
(OA I)

7. Completan los dibujos de máquinas de ingreso y egreso con términos verbales, los términos matemáticos respectivos y los egresos que resultan.

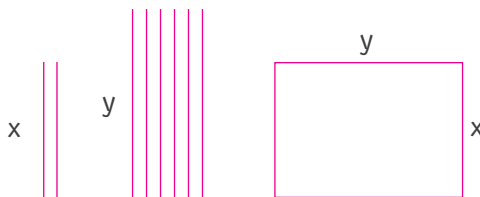


**Observaciones al docente**

Pueden hacer esta actividad en forma individual, en grupos pequeños o en alianzas. Por ejemplo: se forman alianzas y se sientan frente a la pizarra, que tiene un dibujo grande de la máquina anterior, sin la expresión verbal. El profesor ya ha preparado una variedad de términos anotados en cartones. Además, tiene los ingresos y los egresos (resultados) anotados en diferentes cartones. De una pila de cartones de términos matemáticos, que se encuentran cara abajo, saca uno y lo pega a la máquina. De la otra pila saca los números de ingreso y lo pega en la entrada de la máquina. En este momento, los alumnos empiezan a calcular mentalmente el egreso de la máquina. El que obtiene primero el número correcto de egreso, lo exclama y obtiene un punto para su alianza. (El profesor compara el número exclamado con el número correcto, que aparece en la pila de los resultados preparados). Los alumnos de cada alianza se tienen que turnar para que todos puedan comunicar el resultado.

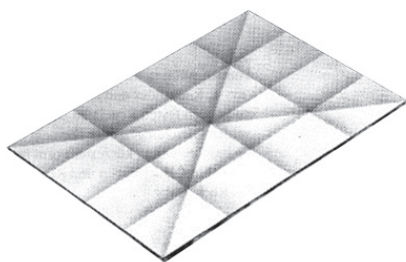
Se espera que comprueben en forma autónoma para validar los resultados obtenidos en el juego. **(OA C)**

8. Relacionan una representación pictórica con la siguiente expresión algebraica:  $2x + 5y + xy$ . En el ejemplo, se han considerado medidas de longitud desconocidas para los bastones.



Responden: ¿Cómo se podría representar la expresión  $5x^2 + 2y$ ? ¿Qué interpretación se le puede dar a la suma?

9. Doblan el papel (tamaño DIN A4) 4 veces, considerando siempre la mitad del lado más largo. Abrir y doblar por las 2 diagonales.



**Material:**

Hoja DIN A4

**Solución rápida:**

3 líneas de longitud  $l = 29,7$  cm

3 líneas de ancho  $b = 21$  cm

Dos diagonales  $d = 36,4$  cm

Expresión de la longitud total:

$$l + l + l + b + b + b + d + d = 3l + 3b + 2d$$

Largo total: 224,9 cm.

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA I)**

**Resolver problemas**

Utilización de estrategias básicas. **(OA a)**

Responden las siguientes preguntas:

- › ¿Cuántas líneas de largo  $l$  se ven sobre el papel doblado? ¿Cuántas líneas de ancho  $a$  se pueden ver sobre el papel doblado?
- › Encuentran una expresión algebraica que determine la longitud total de las líneas que están sobre el papel.
- › Miden la longitud del ancho, del largo y de la diagonal.
- › Calculan la longitud total de todas las líneas que están sobre el papel.
- › Describen detalladamente la estrategia que utilizó para determinar esta medida, coméntela con sus compañeros.
- › ¿Cuál de las tres familias de líneas ( $l$ ,  $b$ ,  $d$ ), tiene la longitud total más grande?

### Representar

Utilizar representaciones pictóricas (tablas) y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (OA k)

10. Elaboran términos en dos variables vinculados con situaciones de la vida cotidiana. Confeccionan tablas de doble entrada para cada situación y calculan varios resultados.

- › Determinar el promedio de los ingresos mensuales que obtienen los padres y las madres en una familia al fin del mes.
- › Determinar la diferencia entre la temperatura máxima y mínima que muestra un termómetro “min-max”.
- › Determinar la cuenta total de un almuerzo en un restorán cuando se sabe el consumo y se agrega un 10 % de propina para el servicio.
- › Determinar el precio final de una venta especial de ropa si se conoce el precio original y se descuenta un 30 % al pasar por la caja.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

**Objetivo de Aprendizaje**

**OA 7**

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma  $ax + by + cz$  ( $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ).

**1.** Resuelven los problemas a continuación:

La imagen muestra objetos redondos, triángulos y cuadrángulos. Elaboran tres expresiones algebraicas que representan la cantidad de los objetos iguales. Para los diferentes objetos redondos, utilice variables  $a, b$  y  $c$ ; para los triángulos diferentes las variables  $p$  y  $q$ , y para los cuadrángulos diferentes, las variables  $r, s$  y  $t$ .

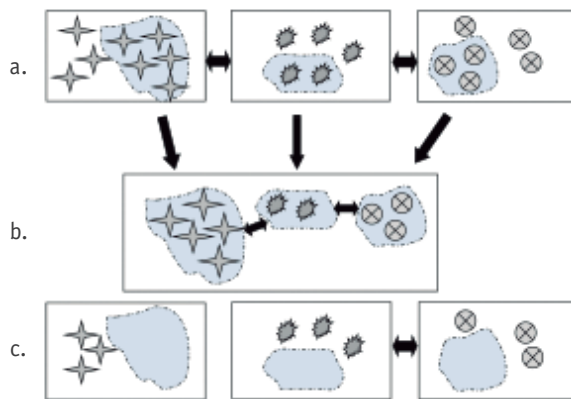
- › Expresión algebraica para la cantidad de objetos redondos.
- › Expresión algebraica para la cantidad de triángulos.
- › Expresión algebraica para la cantidad de cuadrángulos.



**Resolver problemas**

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras, gráficos y símbolos. (OA c)

**2.** Elaboran las expresiones algebraicas correspondientes para los dibujos a), b) y c). Interpretan las flechas con operaciones matemáticas. Utilizan las variables  $x, y, z$ .



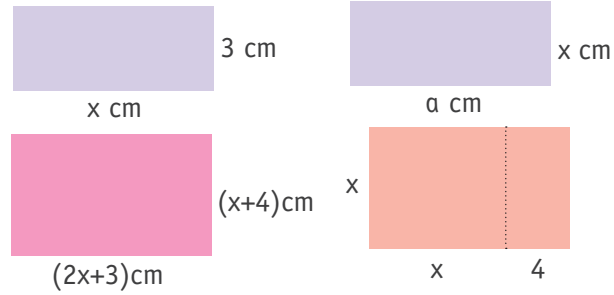
**Resolver problemas**

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras, gráficos y símbolos. (OA c)

### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

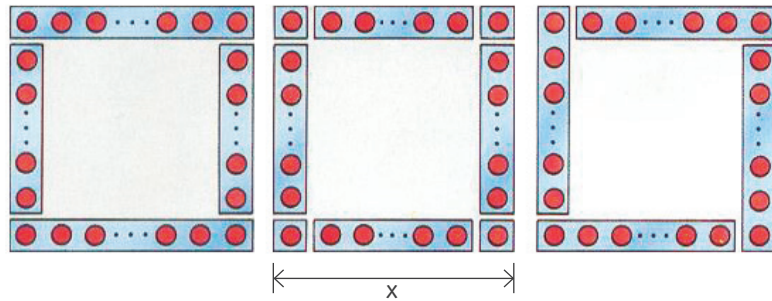
3. Reducen términos semejantes al calcular el perímetro de figuras geométricas.



### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

4. Resuelven la siguiente tarea, usando paréntesis en expresiones algebraicas.



Se quiere contar todos los puntos que aparecen en el marco de estos cuadrados. Hay diferentes posibilidades; tres de ellas están dadas por la traducción al lenguaje simbólico:

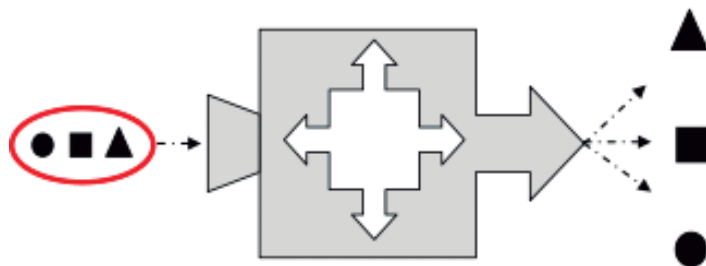
- ›  $4(x - 1)$
- ›  $2x + 2(x - 2)$
- ›  $4(x - 2) + 4$

- a. Identifican cada expresión algebraica con su respectivo dibujo.  
b. ¿Cuántos puntos hay en total en un cuadrado, si en uno de sus lados hay 100 puntos?

### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

5. El dibujo muestra una máquina que tiene el ingreso en la parte izquierda y el egreso en la parte derecha.  
› Observan el dibujo y conjeturan sobre los dos procesos que efectúa la máquina. Contestan y comunican su opinión mediante una frase.

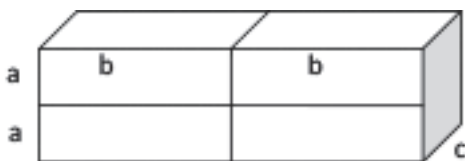




- › Traducen el proceso de la máquina a operaciones matemáticas con números.  
 $(5 + 3 + 7) \cdot 2 =$
- › Traducen el proceso de la máquina a operaciones matemáticas con números y variables.  
 $(a + b + c) \cdot 3 =$
- › Traducen el proceso de la máquina a operaciones matemáticas con variables.  
 $(a + b + c) \cdot x =$

6. Expresan el volumen del paralelepípedo completo:

- › Haciendo una multiplicación con la medida de los lados.
- › Calculando primero un área y multiplicando por el lado faltante.
- › Comparando los resultados algebraicos.
- › Comparando los resultados y evaluando en las expresiones algebraicas obtenidas para los valores  $a = 2, b = 5, c = 3$



**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

7. Para las siguientes representaciones pictóricas, asocian una expresión algebraica y luego la reducen.

DIBUJO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA REDUCIDA
	$2a + 3b + a + 2b - 3a$	$5b$
Dibujar poleras de 3 colores diferentes de acuerdo a la expresión algebraica.	$n + n + r + a$	
Dibujar lentes de 3 diferentes formas o colores de acuerdo a la expresión algebraica.	$3(a + b + c)$	

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

## Objetivo de Aprendizaje

### OA 8

Demostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- › Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- › Graficando los valores de la tabla.
- › Explicando las características de la gráfica.
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

### Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

### Modelar

Seleccionar y ajustar modelos lineales para resolver problemas. (OA i)

1. Un latón es una aleación metálica de zinc con cobre. Para confeccionar una tubería de latón, una fábrica combina 4 partes de zinc en 21 partes de cobre.
  - › Se combina 120 kg de zinc en cobre para producir latón. ¿Cuántos kilogramos de cobre se necesita para esa producción?
  - › Determinan si una aleación de 20 kg de zinc en 100 kg pertenece a la producción del tipo de latón anterior. Explican su respuesta.
  - › Calculan la cantidad de cobre y de zinc que hay en 200 kg de latón.

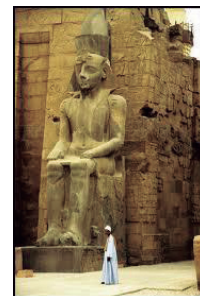
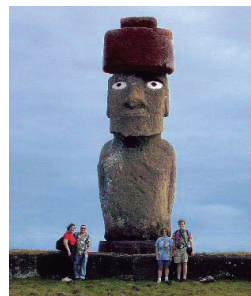
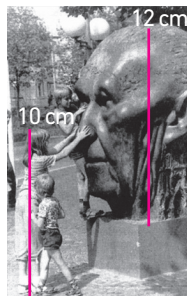
2. Se publica en el sitio *web Global rates* la tasa de inflación IPC (Índice de Precios al Consumidor) para los meses del año 2012.

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
IPC	4,2	4,4	3,8	3,5	3,1	2,6	2,5	2,6	2,8	2,9	2,1	2,5

- › Calculan el IPC anual y redondean el resultado al primer decimal.
- › Una empresa tiene que pagar mensualmente el monto \$32 840 000 para todo el personal. Para el año 2013, considera aumentar los sueldos según el IPC del año anterior. Calculan los gastos mensuales para ese año.

### ® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

3. Sobre la primera foto hay una medidas. ¿Puede determinar la altura “real” de la estatua? ¿Cuánto miden aproximadamente las siguientes esculturas?



**Observaciones al docente**

Se sugiere recortar figuras y hacer tablas con la información obtenida de los dibujos. Se espera que los estudiantes cuestionen los datos recibidos o encontrados y que tomen decisiones basados en conocimientos matemáticos. **(OA E)**

4. Determinan si las siguientes frases son verdaderas o falsas:
  - a. Mientras más alta es la persona, más masa tiene.
  - b. Mientras más longeva es la persona, más masa tiene.
  - c. Mientras más músicos tiene una orquesta, más largo el concierto.
  - d. Mientras más tiempo uno se dedica a los estudios, más posibilidades tiene de sacarse buena nota.
  - e. Mientras más grande es la pared para pintar, más pintura se necesita.
  - f. Mientras más animales tenga el zoológico, más dinero se necesita para comprar comida.

5. Dados la siguiente tabla y el siguiente dibujo, redactan la relación que existe entre ambos en una frase. Grafican los valores de la tabla y escriben dos frases que contengan valores que no están en la tabla y que estén relacionadas con el dibujo.

Tiempo en horas	1	2	3	4	5	6
Agua en ml	250	500	750	1 000	1 250	1 500



**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA l)**

**Resolver problemas**

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. **(OA b)**

### Modelar

Seleccionar y ajustar modelos lineales para resolver problemas. (OA i)

6. Dada la siguiente tabla:

A	2	4	10	30
B	8	16	40	120

Diagrama de flechas que muestra relaciones entre los números de la tabla:

- Una flecha curva de 2 a 4 con el etiquetado  $\cdot 2$ .
- Una flecha curva de 4 a 10 con el etiquetado  $\cdot 2,5$ .
- Una flecha curva de 10 a 30 con el etiquetado  $\cdot 3$ .
- Una flecha curva de 8 a 4 con el etiquetado  $\cdot 2$ .
- Una flecha curva de 16 a 4 con el etiquetado  $\cdot 2,5$ .
- Una flecha curva de 40 a 10 con el etiquetado  $\cdot 3$ .

- › Ponemos una columna entre el número 4 y el número 10 y respondemos por qué número multiplicaríamos arriba y abajo.
- › ¿Por cuál número se debe multiplicar el número de arriba (de la fila A) para obtener el de abajo (fila B)? ¿Es siempre el mismo número?
- › ¿Qué número no aparece nunca en la fila A y en la fila B?
- › Si multiplico el primer número (el 2) por 7, ¿qué número aparecerá inmediatamente debajo? Encuentre dos formas de determinar ese número.
- › Graficamos los valores de la tabla. ¿Qué observamos?

### Argumentar y comunicar

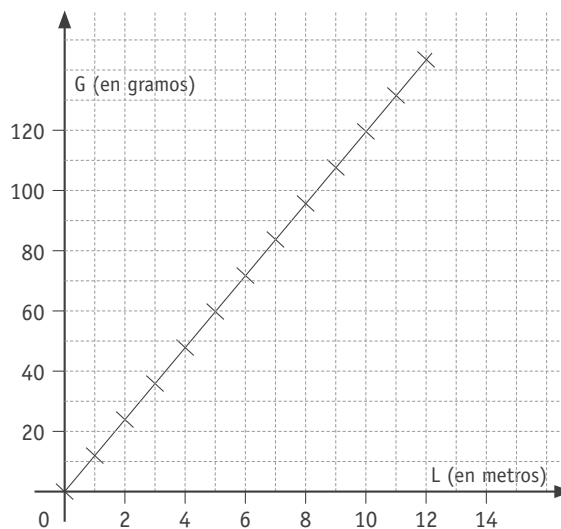
Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

7. Resuelven problemas de la siguiente forma:

a. El siguiente gráfico muestra la relación entre la masa de un alambre y su largo.



- › Escriben algunos valores del gráfico en una tabla.
- › Determinan qué tipo de relación es.
- › Encuentran, si es posible, la constante de proporcionalidad.
- › ¿Qué expresión matemática modela esta relación?
- › Utilizando la expresión matemática anterior, determinan la masa de un alambre de 6,5 metros y de uno de 17 metros.

b. Leen atentamente la tabla y comparan precios y porciones.

Elaboración a pedido	4 a 6 porciones	8 a 12 porciones
Tiramisú	\$24.000	\$48.000
Torta mousse de fresa	\$24.000	\$48.000
Cheesecake	\$21.000	\$42.000
Mousse de durazno	\$18.000	\$36.000
Postre de limón	\$16.000	\$32.000
Postre de maracuyá	\$16.000	\$32.000
Esponjado de mora	\$12.000	\$24.000

¿Qué relaciones existen entre porción y precio? ¿Son justas esas relaciones? Contestan y explican su respuesta con una frase.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

8. Elaboran, completan y corrigen tablas de valores directamente proporcionales.

- › 125 g de pasas cuestan \$ 350. Elabore una tabla de valores cada 125 g hasta 1 kg.

Cantidad								
Precio								

- › Completan la tabla cobro y tiempo hablado por celular.

Minutos	5		30		50		75	90
Cobro		\$ 1 600	\$ 2 400	\$ 2 800		\$ 4 800		

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

- › Relacionan cada cambio con el efecto resultante si la relación es inversa. Unen con flechas las casillas correspondientes.

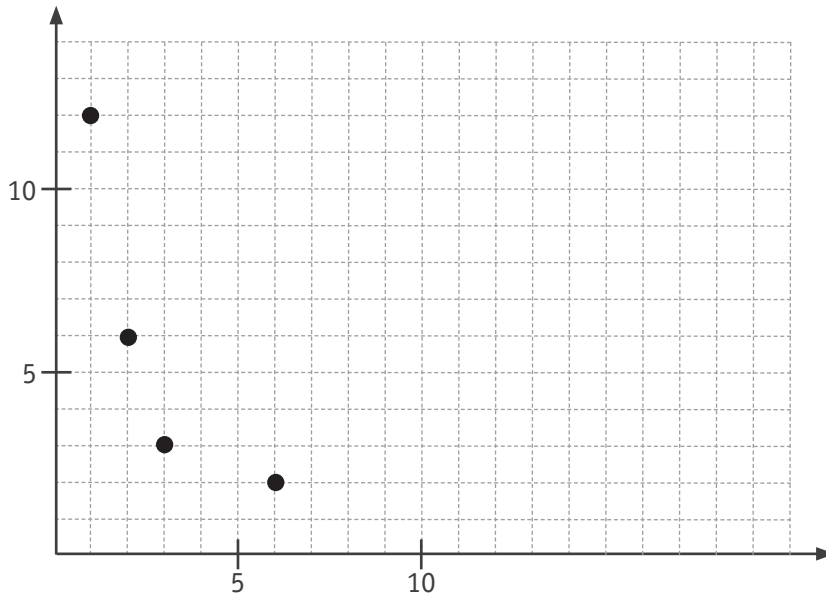
CAMBIO
Al triple de los trabajadores.
Al doble del tiempo para realizar el trabajo.
Al cuarto del largo del rectángulo.
A la mitad del contenido de los vasos.
Al cuádruple de bombas de.
Al tercio de la presión en el gas.
Quíntuple de personas.

EFEECTO/RESULTADO
La mitad de los trabajadores necesarios.
El doble de los vasos necesarios.
El triple del tiempo necesario para el trabajo.
Tercera parte del tiempo necesario para el trabajo.
El doble de los trabajadores necesarios.
Cuarto del ancho del rectángulo para el mismo contenido del área.
Triple del volumen que ocupa el gas.
Triple del tiempo necesario para el trabajo.
La quinta parte del precio para cada persona.
Al cuádruple del ancho del rectángulo para el mismo contenido del área.
El quíntuple del precio para cada persona.
El cuarto del tiempo para vaciar la piscina.
La mitad de los vasos necesarios.
El tercio del volumen que ocupa el gas.

CAMBIO
Al triple de los trabajadores.
Al doble del tiempo para realizar el trabajo.
Al cuarto del largo del rectángulo.
A la mitad del contenido de los vasos.
Al cuádruple de bombas de.
Al tercio de la presión en el gas.
Quíntuple de personas.

© **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

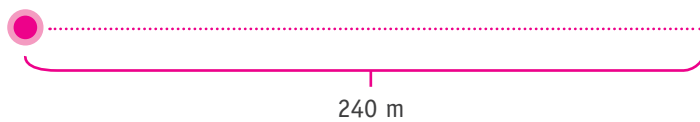
9. La imagen de abajo muestra el gráfico que representa la relación entre el largo y el ancho de rectángulos posibles que tienen un área de  $12 \text{ cm}^2$ . El gráfico es incompleto y, además, hay un error en uno de los puntos.
- › Identifican y corrigen el error en el gráfico. Explican y comunican la decisión.
  - › Completan el gráfico para que represente la relación.



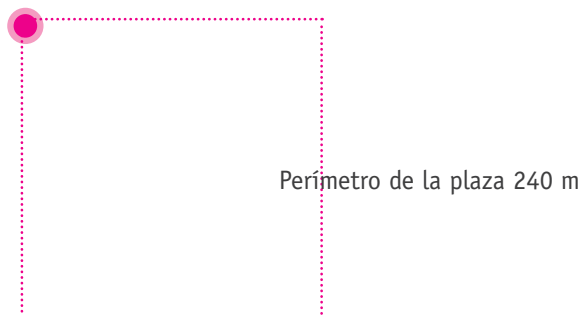
**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

10. Deciden si la relación entre la cantidad de postes del alumbrado público y la distancia entre ellos es inversamente proporcional. Comunican y explican la respuesta.
- › Los postes se colocan en una calle recta de 240 m de largo. Al inicio y al final de la calle debe haber un poste.



- › Los postes se colocan alrededor de una plaza cuadrada, cuyo perímetro tiene un largo de 240 m. En cada esquina debe haber un poste.



**Argumentar y comunicar**

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

$$\succ ax = b; \frac{x}{a} = b \quad (a, b \text{ y } c \in \mathbb{Z}; a \neq 0)$$

$$\succ ax < b; ax > b \quad \frac{x}{a} < b; \frac{x}{a} > b \quad (a, b \text{ y } c \in \mathbb{N}; a \neq 0)$$

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Modelar

Seleccionar y ajustar modelos lineales para resolver problemas. (OA i)

1. Usan balanzas para resolver ecuaciones que se pueden representar por medio de una balanza en equilibrio. En ambos lados debe haber la misma cantidad de masa: solo así la balanza está en equilibrio.

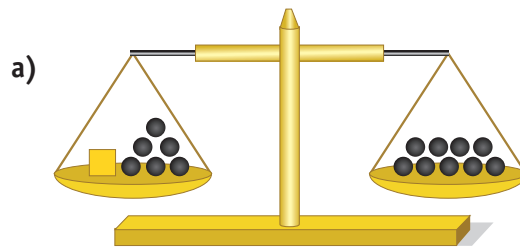
Para las siguientes balanzas, exprese la masa en términos algebraicos y determine la masa de las cajitas y la cantidad de bolitas que deben estar dentro de ellas.

### Observaciones al docente

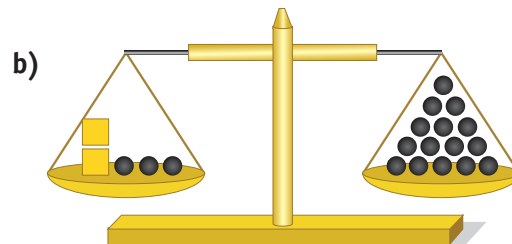
La representación simbólica de una balanza en equilibrio es una ecuación: cada lado es una expresión algebraica. En este caso,  $x$  es la cantidad de bolitas que debería haber dentro de las cajas.

$$x + 6 = 9$$

$x = 3$  significa que debe haber 3 bolitas dentro de la caja para que la balanza esté equilibrada.

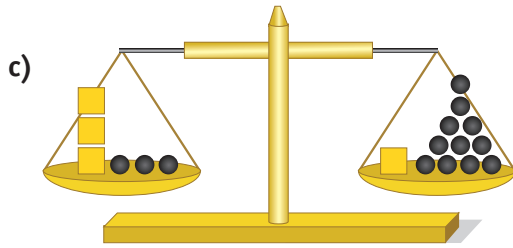


Dentro de la caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.

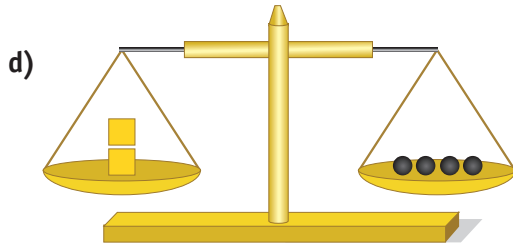


Dentro de cada caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.

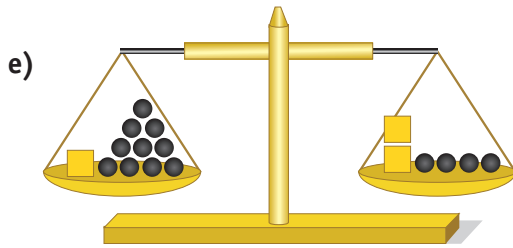




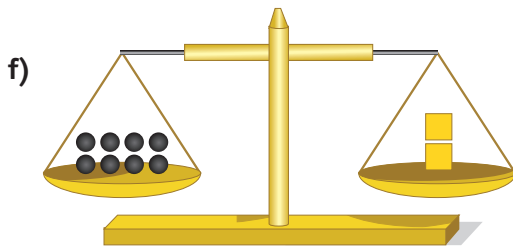
Dentro de cada caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.



Dentro de cada caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.



Dentro de cada caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.



Dentro de cada caja hay \_\_\_\_\_ bolitas.

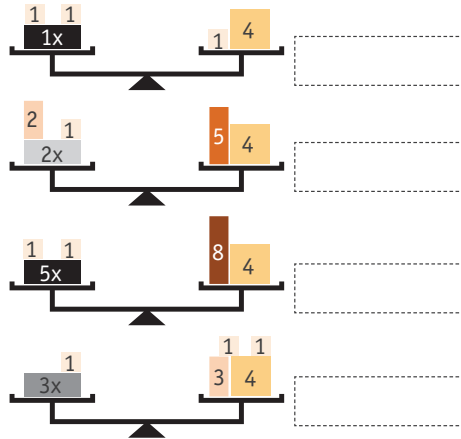
### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (0A l)

### Modelar

Usar modelos para resolver problemas (0A h)

2. Basados en los esquemas de las balanzas, elaboran las ecuaciones representadas y las escriben en los recuadros respectivos.



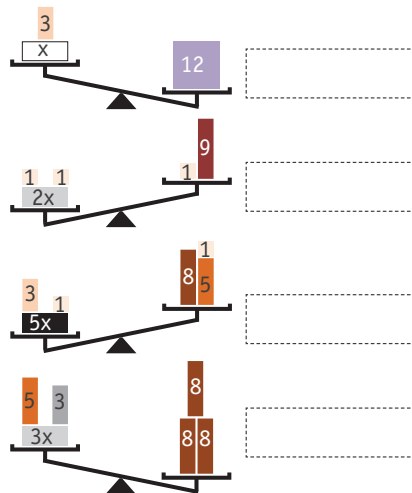
### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (0A k)

### Modelar

Usar modelos para resolver problemas (0A h)

3. Basados en los dibujos de las balanzas, elaboran las inecuaciones presentadas y las escriben en los recuadros respectivos.



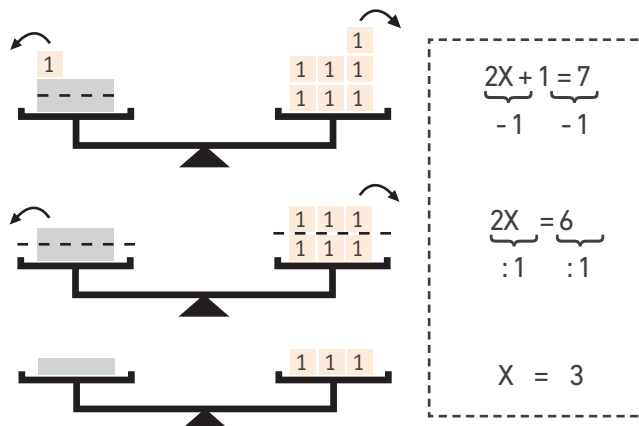
### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (0A k)

### Modelar

Usar modelos para resolver problemas (0A h)

4. Relacionan las variaciones de la balanza con operaciones aritméticas en las ecuaciones.



5. Relacionan diferentes acciones con las operaciones aritméticas y las unen con líneas.

variación	sacar	agregar	aumentar a	reducir a	echar en	partir en	llevar
operación	multiplicar	sustraer	sumar	dividir por	sumar	sustraer	dividir por

6. Resuelven ecuaciones.

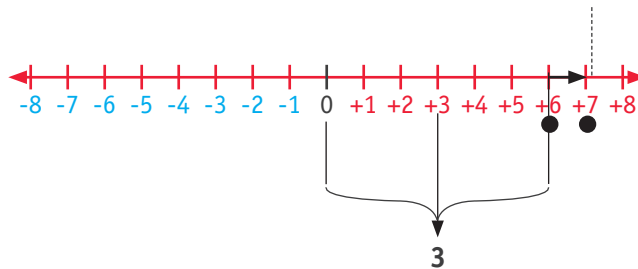
### Observaciones al docente

Con la siguiente actividad, se pretende representar en forma concreta cómo se resuelve una ecuación mediante operaciones inversas a la adición y a la multiplicación. Después de hacer concretamente algunas resoluciones, pueden pasar a la abstracción y resolver ecuaciones en forma simbólica. En el

ejemplo se muestra la resolución de la ecuación  $2x + 1 = 7$ .

Los alumnos ponen una ficha encima de un número de la recta numérica. Se llegó a este número con saltos iguales, partiendo en el 0, más un desplazamiento conocido. Determinan concretamente la cantidad de saltos realizados.

Ejemplo:



- › Resuelven concretamente la ecuación  $3x + 2 = 17$  en la recta numérica
- › Resuelven la ecuación  $4x + 5 = 25$  utilizando la recta numérica.
- › Resuelven simbólicamente las ecuaciones anteriores con transformaciones equivalentes.

### Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

### Representar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

## Resolver problemas

Resuelven, usando conocimientos de problemas similares. (OA a)

7. Resuelven ecuaciones con procedimientos formales.

- a.  $5x + 3 = 27$
- b.  $3x + 5 = 41$
- c.  $4x + 7 = 35$
- d.  $6x + 6 = 24$
- e.  $10x + 8 = 78$
- f.  $2x + 11 = 49$
- g.  $x/3 = 5$
- h.  $x/4 = 2$
- i.  $x/2 = 7$

### Observaciones al docente

Se sugiere pedirles redactar cada paso del proceso de resolución de la ecuación. Si se efectúa la misma operación matemática en ambos lados de una ecuación, se lo denomina como “transformación equivalente”, porque no se altera la igualdad entre ambos lados (como ya se presentó con balanzas). Las transformaciones equivalentes se anotan paso por paso al lado derecho de cada línea, como se muestra en el siguiente ejemplo. El último paso es la prueba.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 3x + 4 = 13 & | - 4 \text{ (operación inversa a la adición)} \\ 3x = 9 & | \cdot 1/3 \text{ (operación inversa a la multiplicación)} \\ x = 3 & \end{array}$$

Prueba:  $3 \cdot 3 + 4 = 13$   
 $13 = 13$

Se espera que los estudiantes planifiquen su trabajo y sus procedimientos detalladamente, y que busquen y acepten sus errores, repitiendo los procesos de manera adecuada. (OA C)

## Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

8. Resuelven el siguiente problema: El curso 7B planifica un paseo de curso. La cotización más económica es la siguiente: Costo fijo por el día; \$ 52 000 más \$ 600 por kilómetro recorrido. Se estima un recorrido de entre 220 y 240 km.
- › Elaboran una ecuación con la cual se puede calcular el costo total del viaje en el bus.
  - › Calculan el costo mínimo y el costo máximo, según el recorrido estimado.
  - › Escriben y comunican el resultado con una oración.

9. Resuelven el siguiente problema: Un avión vuela de Santiago a Arica.

Después de haber alcanzado la altura deseada para el viaje, el piloto a cargo prende el piloto automático y el avión sigue volando a velocidad constante de 720 km/h.

- › ¿Cuántos kilómetros recorrerá el avión en los próximos 45 minutos?

Elaboran una ecuación, la resuelven y comunican la resolución.

- › Faltan 480 kilómetros hasta empezar la fase de descenso de la altura programada. ¿Cuánto tiempo demora para llegar a esta fase? Elaboran una ecuación, la resuelven y comunican la resolución.



### Resolver problemas

Utilización de estrategias básicas. (0A a)

#### Observaciones al docente

En esta actividad, se puede pedir a los alumnos que busquen información sobre la altura de vuelos comerciales y el tiempo y la velocidad de diferentes aviones y rutas. Con los datos, se pueden hacer gráficos para comparar rutas y potencia de aviones.

Se espera que usen de manera efectiva la información y que indiquen y citen de manera adecuadas las fuentes utilizadas. **(0A F)**

## EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

### EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 6</b> Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Descubren expresiones algebraicas que pertenecen a patrones geométricos; por ejemplo: la movida de figuras en juegos de tableros como ajedrez, etc.</li> <li>› Representan patrones de manera pictórica y simbólica.</li> <li>› Elaboran dibujos que pertenecen a expresiones algebraicas.</li> </ul>

#### Actividad

Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Sebastián está haciendo un trabajo con cajas de cartón y decide ponerlas de tal forma que se vea como una escalera de peldaños separados.



Empieza haciendo los peldaños y piensa:

“Si tengo solo una caja de cartón, tendré que pegar al piso solo una de sus caras y se ven cinco de sus caras. Para el segundo peldaño son dos cajas de cartón, tengo que pegar 3 caras; o sea, 3 caras no se verán y 9 caras se siguen viendo. Si sigo haciendo peldaños, ¿cuántos caras tendré que pegar y cuántas se verán?”

Los estudiantes:

› Completan la siguiente tabla:

CANTIDAD DE CAJAS DE CARTÓN	CANTIDAD DE CARAS QUE NO SE VEN	CANTIDAD DE CARAS QUE SE VEN
1	1	5
2	3	9
3	...	...
...	...	...

- › Representan en un diagrama de barras la cantidad de caras de las cajas de cartón que no se ven (respectivamente las caras que se ven) en los diferentes peldaños que está haciendo Sebastián.
- › Determinan la regla en que aumentan las caras no visibles (respectivamente las visibles).
- › Encuentran una expresión algebraica que permita determinar las caras no visibles (respectivamente las visibles) cuando se tiene  $x$  cajas de cartón.

#### Criterios de evaluación

- › Utilizan representaciones pictóricas (propias) para la secuencia de peldaños.
- › Completan la tabla de manera adecuada y aplican diferentes estrategias para lograrlo.
- › Transitan desde la representación pictórica (propias o de los gráficos) a una simbólica.
- › Determinan la regla de manera intuitiva o algebraica.
- › Reconocen que una caja de cartón tiene 6 caras, que dos están ocultas y 4 siempre se ven.
- › Utilizan la observación anterior para determinar la expresión algebraica.
- › Utilizan el gráfico para encontrar relaciones y visualizarlas en el gráfico.

## EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 8</b> Demostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.</li> <li>› Graficando los valores de la tabla.</li> <li>› Explicando las características de la gráfica.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Reconocen la proporcionalidad directa e inversa en tablas de valores, en gráficos y situaciones de la vida cotidiana.</li> <li>› Identifican y resuelven problemas de la vida diaria, cuya resolución requiere una ecuación de la forma <math>\frac{a}{b} = \frac{x}{c}</math> (b y c distinto de cero) o de la forma <math>ax = bc</math> (con a distinto de 0).</li> </ul>

### Actividad

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Los estudiantes clasifican las siguientes situaciones y representaciones en proporcionales directas, proporcionales inversas y relaciones:

**A**  
2 kg de manzanas cuestan \$1900 y tres kilogramos cuestan \$2850

**B**  
Tiempo de trabajo → Remuneraciones

**C**  
4 ayudantes necesitan 3 horas para completar el trabajo 2 ayudantes necesitan 6 horas.

**D**

**E**

**F**  
Si Ainará corre 10 m salta 3,25 m, ¿cuánto saltará ella si corre 20 metros?

**G**

**H**  
Edad → Estatura

- › Responden en las situaciones que se plantean como preguntas.
- › Argumentan sobre su clasificación.

### Criterios de evaluación

- › Realizan cálculos apropiados para la clasificación.
- › Determinan las situaciones o representaciones que corresponden a relaciones.
- › Argumentan con las definiciones correspondientes y, en algunos casos, utilizan el sentido común o experiencias propias.
- › Reconocen de manera inmediata el gráfico correspondiente a la proporcionalidad directa.

### EJEMPLO 3

#### Objetivo de Aprendizaje

#### Indicadores de Evaluación

#### OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

$$\triangleright ax = b; \frac{x}{a} = b(a, b \text{ y } c \in \mathbb{Z}; a \neq 0)$$

$$\triangleright ax < b; ax > b; \frac{x}{a} < b; \frac{x}{a} > b(a, b \text{ y } c \in \mathbb{N}; a \neq 0)$$

Modelan situaciones en contexto con ecuaciones de la forma  $ax = b$ .

#### Actividad

Esta actividad podría generar un proyecto al aire libre, en un bosque o en una plantación. Los estudiantes utilizan sus habilidades de modelar.

En el norte del país hay muchas plantaciones de uvas. Las plantas se disponen en filas y normalmente en una misma fila hay la misma cantidad de plantas.

- Explique cómo podría determinar la cantidad de plantas en una plantación donde hay 18 filas plantadas. Encuentre condiciones sobre los datos presentados para que pueda encontrar un número determinado de plantas.
- Cambie información con su compañero y concluyan sobre la cantidad de plantas de esta viña.

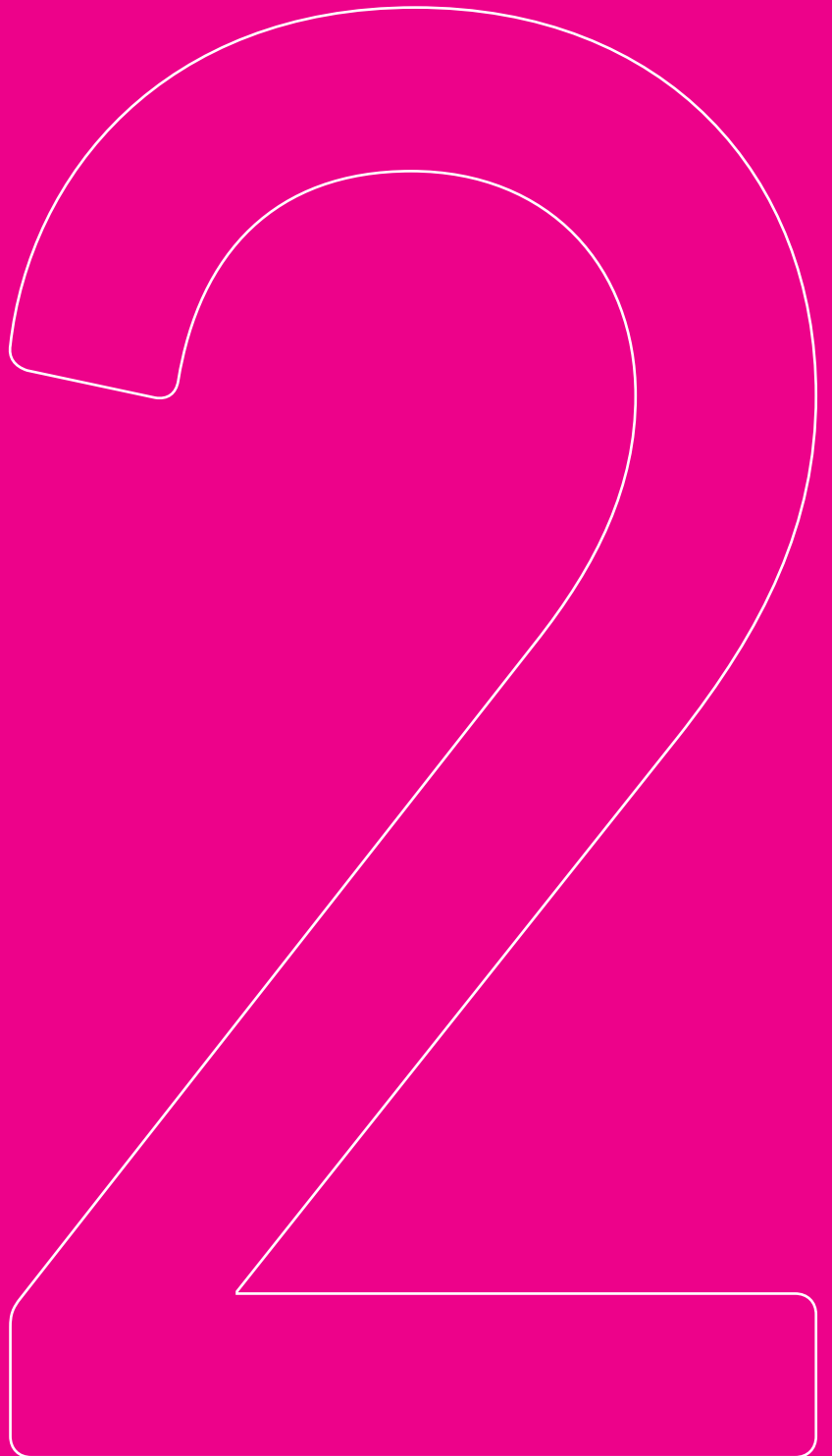


#### Criterios de evaluación

- Determinan condiciones sobre los datos e infieren que el problema puede tener varios resultados.
- Encuentran la ecuación asociada al problema, agregando que depende de la cantidad de plantas que haya (alcancen) en una fila.
- Deciden sobre el largo de una fila,  $\frac{1}{2}$  kilómetro, 200 metros, 1 kilómetro.
- Utilizan diferentes medios para encontrar la medida del intervalo entre planta y planta.
- Utilizan la información obtenida para determinar un número de plantas para esa viña.
- Intercambian información e ideas para resolver el problema.
- Obtienen un intervalo posible y cercano a la realidad, sobre la cantidad de plantas que podrían existir en una viña con 18 filas.



**Semestre**



## UNIDAD 3

---

### PROPÓSITO

---

En esta unidad, los estudiantes descubren relaciones entre la suma de ángulos interiores y exteriores de polígonos y conjeturan sobre el área de superficies de triángulos, paralelogramos y trapecios. Trabajan con el círculo y descubren de manera experimental la relación entre el diámetro y el perímetro, encontrando una estimación de pi (aproximadamente 3) por medio de mediciones concretas. Usan este nuevo conocimiento en la fórmula del área del círculo, en la resolución de problemas relacionados con geometría y en contexto con la construcción, el diseño y otros temas de la vida real. El conocimiento de pi se trata como constante en las fórmulas del perímetro y el área de un círculo. Los estudiantes comprenden que la circunferencia es un lugar geométrico, cuya característica radica en los puntos que están a igual distancia del centro; emplean este concepto para construir rectas perpendiculares, paralelas, puntos medios y bisectrices con regla y compás, y triángulos y cuadriláteros congruentes. También se incorpora la noción de vectores representados en el plano cartesiano por medio de juegos de posición; como usarán este concepto frecuentemente, el primer acercamiento debe ser progresivo y lúdico.

### CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Construcción de triángulos.
- › Área de superficie de cubos y paralelepípedos.
- › Traslaciones, reflexiones y rotaciones.
- › Ángulos agudos, obtusos, rectos extendidos y completos.
- › Suma de los ángulos interiores de un triángulo.
- › Suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.

### PALABRAS CLAVE

---

Suma de ángulos, polígonos, paralelogramos, trapecios, pi, perímetro del círculo, áreas de superficies, construcción, vectores.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Área de triángulos, paralelogramos y trapecios.
- › Perímetro del círculo.
- › Área del círculo.
- › Vectores.

## HABILIDADES

---

- › Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. **(OA f)**
- › Evaluar la argumentación de otros, dando razones. **(OA g)**
- › Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. **(OA d)**
- › Explicar y fundamentar:
  - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
  - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. **(OA e)**
- › Usar modelos, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**

## ACTITUDES

---

- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**
- › Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. **(OA B)**

## UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 10</b>                      Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Reconocen polígonos en las caras y en las secciones de poliedros y de prismas, en cruces de varillas, sombras, etc.</li> <li>› Verbalizan reglas para obtener polígonos regulares.</li> <li>› Estiman la suma de los ángulos interiores en polígonos y verifican los resultados, midiéndolos.</li> <li>› Muestran geoméricamente, mediante la descomposición en triángulos, el patrón de la suma de los ángulos interiores en polígonos.</li> <li>› Determinan la medida del ángulo del centro de un polígono regular para encontrar la medida del ángulo interior mediante la construcción de un triángulo.</li> <li>› Aplican el concepto de ángulo interior de polígonos a situaciones concretas o pictóricas.</li> <li>› Resuelven problemas geométricos, aplicando el patrón de la suma de ángulos interiores y exteriores.</li> </ul>
<p><b>OA 11</b>                      Mostrar que comprenden el círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.</li> <li>› Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.</li> <li>› Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos, de otras asignaturas y de la vida diaria.</li> <li>› Identificándolo como lugar geométrico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Identifican la línea del ecuador, paralelos y meridianos en modelos esféricos.</li> <li>› Miden el diámetro y el perímetro de objetos redondos, como vasos con forma cilíndrica, latas, corchos, etc.</li> <li>› Calculan el cociente entre el perímetro y el diámetro de una "π" circunferencia y comparan el resultado con.</li> <li>› Aplican la fórmula <math>P = d \cdot \pi</math> en ejercicios rutinarios y no rutinarios, para resolver problemas que involucran perímetros de círculos, como ecuador, paralelos y meridianos.</li> <li>› Estiman el área del círculo entre <math>2r^2</math> y <math>4r^2</math>, descubriendo que también resulta el mismo valor aproximado de <math>a \approx r^2 \cdot 3</math>.</li> <li>› Aplican la fórmula <math>A = r^2 \cdot \pi</math> (con <math>\pi \approx 3,14</math>) en ejercicios rutinarios y en la solución de problemas que involucran áreas de círculos.</li> <li>› Resuelven problema de la vida diaria que implican el cálculo de área de un círculo; por ejemplo: los cultivos en círculos para el ahorro de agua.</li> </ul>

## UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 12</b>                      Construir objetos geométricos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.</li> <li>› Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.</li> <li>› Triángulos y cuadriláteros congruentes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Aplican la propiedad del círculo como lugar geométrico para resolver problemas concretos; por ejemplo: la cobertura de una radioemisora, etc.</li> <li>› Construyen la recta perpendicular a un punto en una recta y reconocen que la recta perpendicular a un punto fuera de ella, tiene la distancia mínima entre el punto y la recta.</li> <li>› Experimentan, concretamente o en forma pictórica, que doblando dos veces en dirección perpendicular, se continúa paralelamente a la dirección original, y aplican esto para construir paralelas de una recta.</li> <li>› Construyen la altura en un triángulo isósceles, observando que lo divide en dos triángulos simétricos, y aplican este procedimiento para construir bisectrices.</li> <li>› Aplican la construcción para resolver problemas de la vida diaria, mediante líneas perpendiculares, paralelas, bisectriz, triángulos y cuadriláteros.</li> </ul>
<p><b>OA 13</b>                      Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Dibujan cuadriláteros a partir de un triángulo dado.</li> <li>› Reconocen que el área de un triángulo se obtiene por dividir un cuadrilátero por una de sus diagonales.</li> <li>› Transforman paralelogramos en rectángulos de la misma altura por medio de recortes o dibujos, reconociendo que se mantiene la medida del área.</li> <li>› Formulan verbal y simbólicamente la regla para calcular el área de paralelogramos.</li> <li>› Descomponen concreta o pictóricamente un paralelogramo en dos triángulos con el mismo contenido, verificando que el área de un triángulo se calcula como medio paralelogramo con la misma base y altura.</li> <li>› Recortan o dibujan dos trapecios iguales y confeccionan o dibujan un paralelogramo con la misma altura y el doble del área, obteniendo la fórmula del área de un trapecio.</li> <li>› Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.</li> </ul>

## UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 14</b> Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Construyen segmentos y figuras en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano, usando coordenadas enteras.</li> <li>› Dibujan figuras 2D a partir de los pares de coordenadas dadas, y leen y comunican las coordenadas de figuras 2D dadas en el sistema de coordenadas.</li> <li>› Conjeturan la forma y la ubicación de figuras 2D (rectángulo, cuadrado, paralelogramo y trapecio) a partir de los cuatro pares de coordenadas dadas, y las verifican pictóricamente.</li> <li>› Dibujan figuras 2D y descubren que las formas se mantienen si se traslada el sistema, aunque las coordenadas se cambian.</li> </ul>

## EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

### Objetivo de Aprendizaje

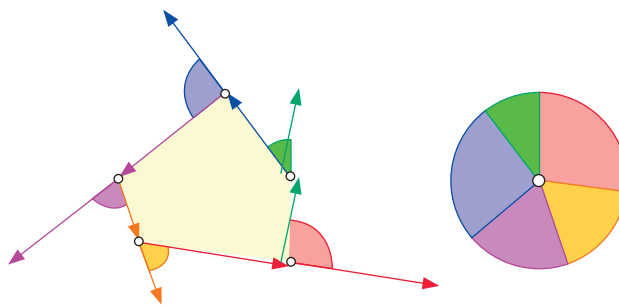
#### OA 10

Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.

1. Reconocen polígonos de 4, 5 y 8 lados en el siguiente cruce de varillas. Pintan de diferente color los polígonos encontrados.



2. Resuelven la siguiente tarea: ¿cuánto suman los ángulos exteriores de un polígono?
  - a. Dibujan un polígono cualquiera en el patio del colegio.



### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Observaciones al docente

Se sugiere que los alumnos trabajen en grupos de entre 3 y 7 integrantes.

Materiales:

› Tizas de colores, hilo o pitilla, transportador.

› Lugar de trabajo:

› El patio y la sala de clase para las alternativas e y f.

Pueden usar un procesador geométrico para hacer estas figuras.

Se espera que respeten y valoren las opiniones y logros de otros; que compartan, obedezcan y asuman algunas responsabilidades; que manejen las formas de convivir con sus pares, y que acepten las reglas del trabajo en grupo y el plazo propuesto por el profesor. **(OA D)**

- Miden los ángulos exteriores del polígono.
- Sin sumar, conjeturan sobre el valor de la suma de todos los ángulos exteriores del polígono.
- Copian la medida de cada uno de los ángulos medidos, comenzando siempre del mismo origen. ¿Qué observan? Comparan la suma de los ángulos exteriores de un polígono cualquiera con su conjetura anterior.
- Comparan con los resultados que obtuvieron los compañeros.
- Argumentan y demuestran matemáticamente la proposición que obtuvieron entre los compañeros del grupo.

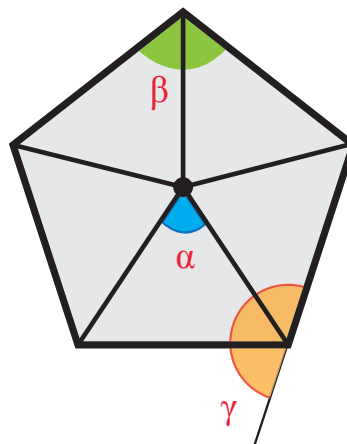
### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

- ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un polígono?



- Dividen uno de los polígonos regulares (sin saber cuál es la suma de sus ángulos interiores) en triángulos, como se muestra en la figura.



- b. Utilizan información de la suma de los ángulos interiores de los triángulos para conjeturar sobre la suma de los ángulos interiores del pentágono regular.
- c. Utilizando el mismo dibujo del pentágono regular que se muestra en a), conjeturan una fórmula para encontrar la suma de los ángulos interiores de un polígono regular cualquiera, sabiendo que la suma de los ángulos exteriores de un polígono siempre suman  $360^\circ$ .
- d. Conjeturan sobre la suma de ángulos interiores de cualquier polígono.

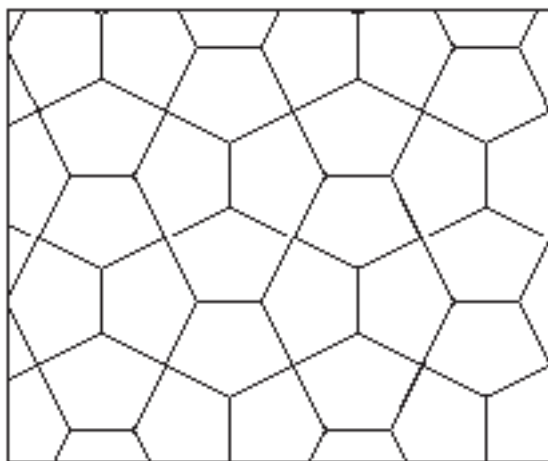
#### 4. Embaldosados



#### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

- a. Copian este embaldosado en su cuaderno o en una hoja cuadriculada



- b. Marcan la figura que se compone de seis lados y uno de sus vértices. Responden las siguientes preguntas:
  - ¿Cuánto es la suma de los ángulos que se juntan en ese vértice?
  - ¿Cómo se relacionan estas sumas entre los diferentes vértices?
  - Intente hacer su propio embaldosado.

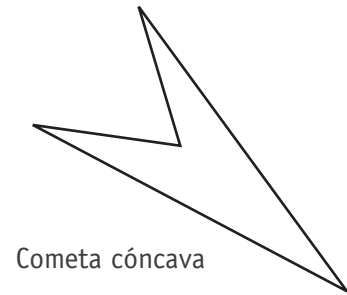
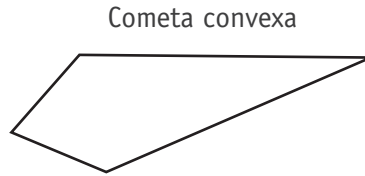
### Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.  
(OA e)

### Representar

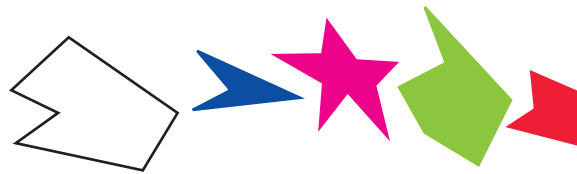
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

### 5. Figuras cóncavas y convexas:



Responden:

- › ¿Qué ángulo se obtiene al hacer la suma de todos los ángulos exteriores de la figura cóncava?
- › ¿Qué relaciones encuentra con respecto a la suma de los ángulos exteriores en la figura convexa?
- › Prueban su conjetura con las siguientes figuras cóncavas:



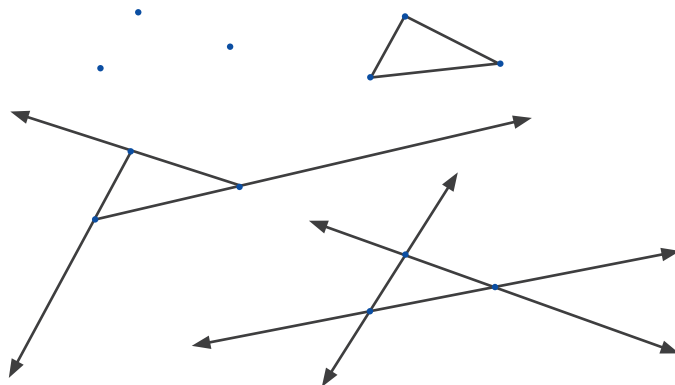
### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

### 6. Triángulos desde diferentes construcciones:

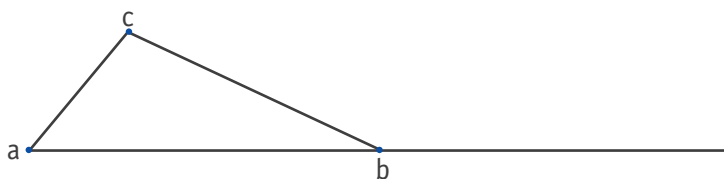
a. Construyen un triángulo que pasa por tres puntos:

- Mediante trazos que los unen.
- Mediante rayos que parten de un punto y pasan por el otro.
- Mediante rectas que pasan por cada par de puntos.



b. Le dan nombres a los vértices, a los trazos y –cuando puedan– a los ángulos que reconocen.

c. Marcan y nombran los ángulos en el vértice b.



d. ¿Cuánto mide la suma de ambos ángulos?

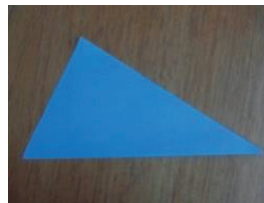
7. Resuelven las siguientes situaciones:

a. Comprueban que los ángulos interiores de un triángulo suman  $180^\circ$ , doblando un papel.

#### Observaciones al docente

Se sugiere la siguiente progresión:

Recortan un triángulo en papel o cartulina; se sugiere que distintos alumnos recorten diferentes triángulos. Así representamos la conocida condición de la suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera. Necesitamos dobles paralelos a un lado. Para eso, doblan el triángulo de modo que el vértice superior llegue a la base y que los dobleces sean paralelos, como muestra la imagen.



Esta imagen muestra un estado intermedio. Ya se ha verificado que los vértices coinciden en un punto de la base.



Y tienen los tres ángulos que completan uno extendido.

Se recomienda que observen qué se puede hacer con diferentes triángulos y comenten el significado de la actividad.



#### Resolver Problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

#### Argumentar y comunicar

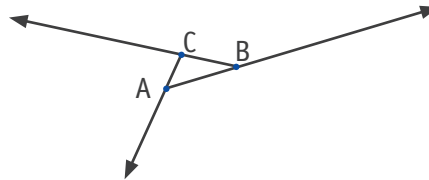
Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

b. Comprueban la suma de los ángulos exteriores.

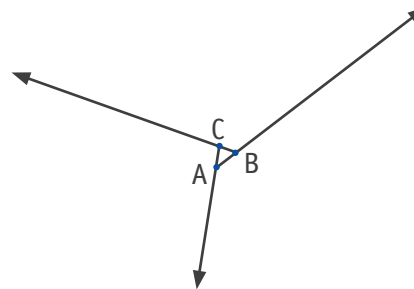
### Observaciones al docente

Se sugiere dar las siguientes instrucciones:

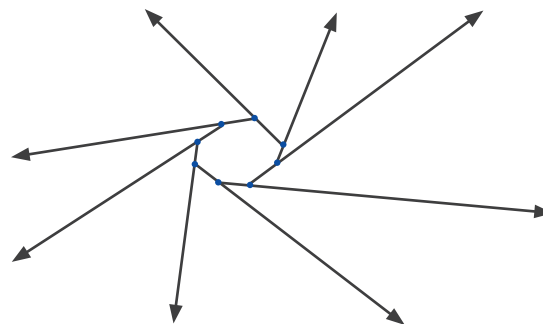
- › Dibujen un triángulo en un procesador geométrico, marcando tres puntos y trazando rayos, como en la figura.



- › Muevan los puntos para tener varias "vistas" de la construcción. Reduzcan el tamaño del triángulo.

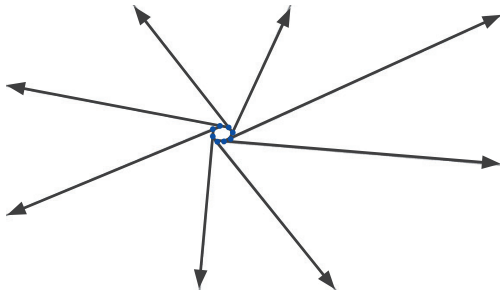


- › Si dan una vuelta en torno a A, usando cada ángulo exterior, ¿darían una vuelta completa? ¿Qué le sugiere para la suma de esos ángulos?
- › Ahora trabajan con un polígono de varios lados:
- › Usan el procesador y obtienen una figura como la siguiente:



**Observaciones al docente**

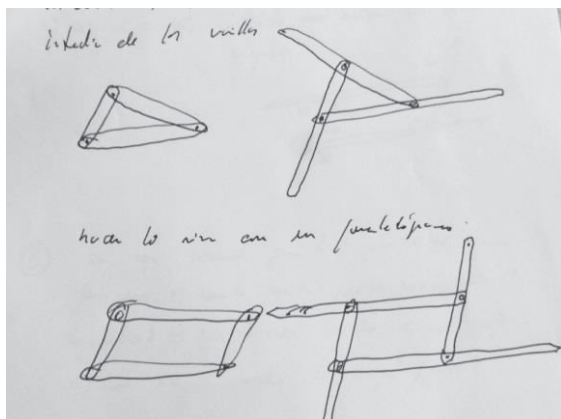
› Manteniéndolo “convexo”, acerque los puntos para obtener algo similar a la figura:



Se espera que los alumnos compartan sus puntos de vista y formulen preguntas o expongan hipótesis propias acerca de la situación planteada y de la búsqueda de una solución a este desafío. Para esto, tienen que planificar su trabajo y los procedimientos detalladamente. Este ejercicio les permite que reconozcan sus fortalezas y debilidades. (OAB, OAC).

c. ¿Qué le sugiere la experiencia acerca de la suma de los ángulos exteriores de un polígono? ¿Es como dar la “vuelta completa”? En ángulos, una vuelta completa es de \_\_\_\_\_ grados.

8. Con varillas o piezas de mecano, reproducen las figuras que muestra la imagen:



**Argumentar y comunicar**

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

**Resolver problemas**

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

### Observaciones al docente

Materiales:

Perforadora.

Tiras de papel.

Varios clips.

Se sugiere la siguiente progresión:

- › Experimentan modificando los ángulos. ¿Se puede cambiar los ángulos en el triángulo? ¿y en el paralelogramo?
- › Si en la representación del paralelogramo al final de la figura, conoce un ángulo (por ejemplo: uno interior es de  $70^\circ$ ), ¿cuánto miden los demás? Si uno exterior es de  $60^\circ$ , ¿cuánto miden los demás?
- › Si es un rectángulo, ¿cuánto mide cada ángulo?, ¿cuánto mide la suma de los cuatro interiores? y ¿la suma de los cuatro exteriores?
- › Si es un paralelogramo, ¿qué puede decir de la suma de los ángulos exteriores? ¿y de los interiores?

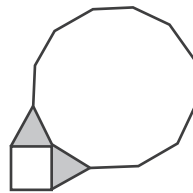


### Resolver problemas

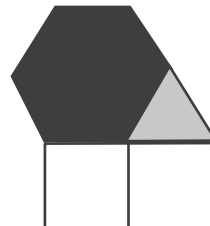
Utilizar estrategias básicas.  
(0A a)

9. Los alumnos responden las siguientes preguntas:

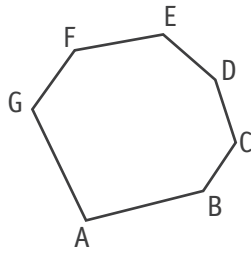
- a. En el cuadro hay un vértice en el que concurren un cuadrado, dos triángulos equiláteros y un polígono regular de doce lados, ¿cuántos ángulos se encuentran en el punto?, ¿cuánto mide su suma?, ¿puede deducir el valor del ángulo interior de un polígono regular de doce lados?



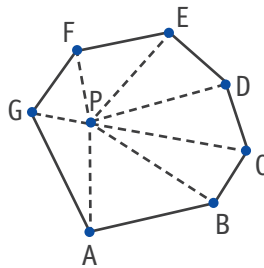
- b. La siguiente figura muestra polígonos regulares, ¿puede dar los valores de los ángulos internos?



10. Generan un polígono cualquiera en un procesador geométrico o con papel y lápiz. La figura muestra uno.



Trazan un punto (P en la figura) al interior del polígono y lo unen con cada vértice del polígono.



Contestan:

Si lo hizo en un procesador geométrico, mueva el punto P sin salirse del polígono. Si lo hizo con papel y lápiz, elabore otras construcciones con el punto P en diferentes posiciones, siempre dentro del polígono.

- › ¿Cuántos lados tiene el polígono que hizo?, ¿cuántos lados tiene el de la figura?
- › ¿Cuántos triángulos se forman? Si cada triángulo tiene tres ángulos que suman  $180^\circ$ , ¿cuántos grados suman los ángulos de todos los triángulos formados?
- › Complete la siguiente tabla:

POLÍGONO	# DE LADOS	SUMA DE ÁNGULOS EXTERIORES	SUMA DE ÁNGULOS INTERIORES
› Triángulo			
› Cuadrilátero			
› Pentágono			
› Hexágono			
› Polígono de 12 lados			
› ...			
› Polígono de n lados			

### Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

### Modelar

Evaluar la pertenencia y las limitaciones de modelos. (OA j)

## Objetivo de Aprendizaje

### OA 11

Mostrar que comprenden el círculo:

- › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.
- › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.
- › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.
- › Identificándolo como lugar geométrico.

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

## Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### 1. Descubren en globos de plumavit propiedades de la circunferencia y del círculo.

- › Colocan y fijan con alambre plastificado un perímetro alrededor de un globo de plumavit, lo sacan y lo usan para dibujar una circunferencia en el cuaderno.
- › Descubren que el globo pasa por todos “lados” por el alambre.
- › Proyectan el globo de plumavit con un retroproyector, con linternas o con la luz del sol e identifican el círculo en la sombra proyectada.
- › Cortan el globo de plumavit en dos hemisferios y reconocen el círculo en el área del corte. (En vez de cortar un globo entero también se puede utilizar medio globo).
- › Determinan experimentando con una cinta delgada de cartón la parte máxima que puede caber en el círculo y lo identifican con el diámetro del círculo.
- › Descubren que la cinta de cartón, que representa el diámetro, puede caber en el círculo en todas las direcciones.
- › Determinan con el cruce de dos cintas del largo del diámetro el centro círculo.
- › Con un chinche fijan una cinta en el centro del círculo. Cortan la cinta en la periferia del círculo e identifican la cinta cortada con el radio. Realizan una gira completa y reconocen que la superficie marcada por la cinta es un círculo.





**Observaciones al docente**

Los resultados de los experimentos oscilarán cerca del valor 3. Para realizar estimaciones del perímetro, del área del círculo y de figuras compuestas como canchas del atletismo, arenas, etc., es suficiente calcular con el valor aproximado de  $\pi \approx 3$ . Para cálculos más exactos, se usa la aproximación de  $\pi \approx 3,14$ . No se menciona la propiedad de  $\pi$  como número decimal infinito y no periódico.

2. Efectúan un experimento para determinar la relación entre perímetro y diámetro de un círculo de la siguiente manera:
  - › Tienden un pedazo de lana alrededor de objetos de la vida diaria, como tapas, platos, vasos, corchos, etc. Miden el diámetro y anotan las medidas en una tabla.
  - › Calculan el cociente entre perímetro y diámetro y lo redondean a la unidad.
  - › Determinan el promedio de los resultados del cociente entre  $p : d$ .
  
3. Basados en los experimentos, elaboran la fórmula de aproximación para determinar el perímetro en dependencia del diámetro.

$p \approx =$

OBJETO	DIÁMETRO $d$	PERÍMETRO $p$	$p : d$ REDONDEADO A LA UNIDAD
X		Promedio de $p : d$	

**Representar**

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

**Argumentar y comunicar**

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

**Argumentar y comunicar**

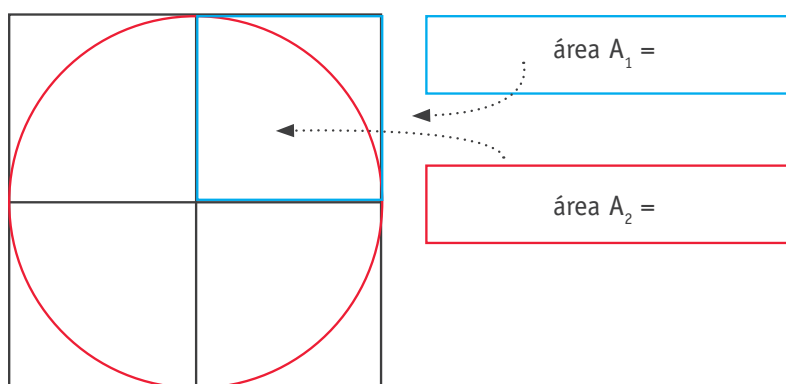
Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

4. Estiman el área de un círculo del radio  $r$  con el área  $r^2$ .
- › Dibujan en papel milimetrado un cuadrado con el lado  $r = 2$  cm.
  - › Dibujan un cuarto de un círculo inscrito. Cuentan las cuadrículas en el interior del cuarto de círculo inscrito en el cuadrado. Calculan el cociente entre el área aproximada del cuarto de círculo y el área del cuadrado.
  - › Conjeturan sobre la relación entre el área del círculo entero y el área del cuadrado dibujado  $r^2$ .
  - › Basados en la conjetura anterior, elaboran la fórmula de la aproximación del área del círculo en comparación con el área del cuadrado  $r^2$ . Reconocen que el factor también es aproximadamente 3.

$A \approx \dots\dots$



#### Observaciones al docente

Los alumnos observarán que los factores para calcular el perímetro y el área del círculo se parecen. El profesor informa que los factores que resultan de la experimentación, son iguales. En adelante, el factor se llama  $\pi$  (pi), cuya aproximación es de  $\pi \approx 3$  o  $\pi \approx 3,14$ , según la exactitud que se requiere para resolver un problema de la vida diaria.

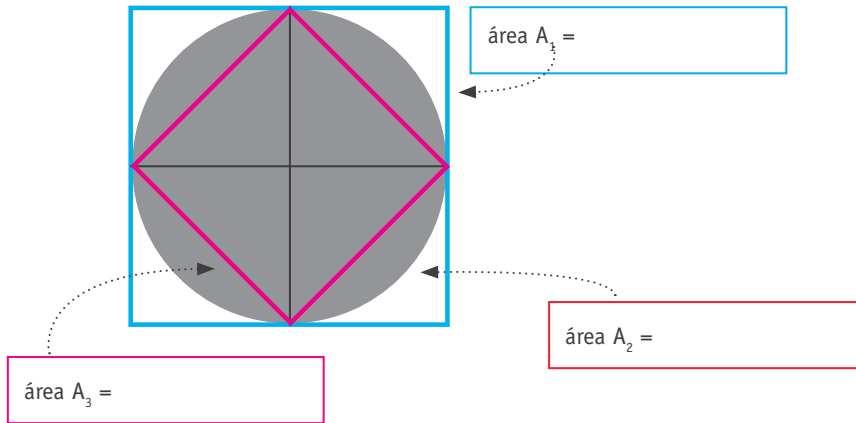
### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

5. Estiman el área de un círculo en comparación con el cuadrado inscrito y circunscrito.
- › Dibujan el cuadrado circunscrito con el lado  $a = 6$  cm y lo subdividen en cuatro cuadrados con el lado  $r = 3$  cm. Unen los puntos medios de los lados del cuadrado circunscrito, resultando el cuadrado inscrito.
  - › Reconocen que el cuadrado circunscrito tiene el área de  $4r^2$  y que el área del cuadrado inscrito mide  $2r^2$ .
  - › Dibujan el círculo entre ambos cuadrados y estiman su área en comparación con el área del cuadrado inscrito y del cuadrado circunscrito.



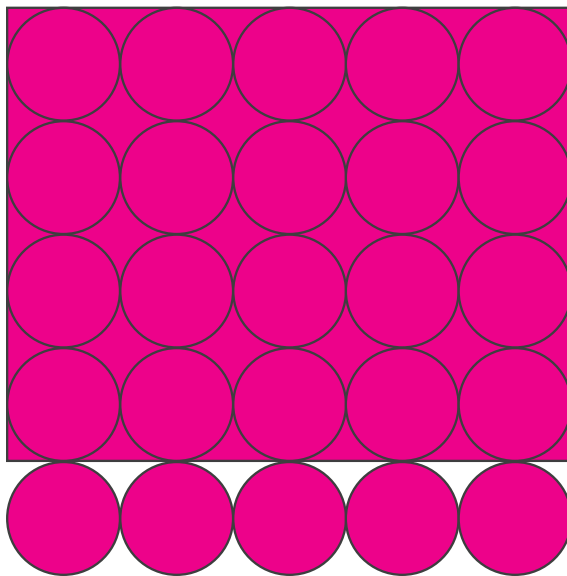
- › Elaboran, a base de estimación, la fórmula del área del círculo en comparación con el área del cuadrado  $r^2$ :  $A \approx \dots\dots$
6. Resuelven el siguiente problema: En una fábrica se produce etiquetas adhesivas circulares en colores. La máquina perfora las etiquetas en una hoja cuadrada que mide 20 cm x 20 cm. En un paso de producción, la máquina perfora a la vez 25 etiquetas circulares.
- › Calculan el área total de las 25 etiquetas y el área de las sobras ( $\pi \approx 3,14$ ).
  - › ¿Cuál es el porcentaje de las sobras en relación con el cuadrado?
  - › Conjeturan si las sobras disminuyen o aumentan cuando las etiquetas tienen la mitad del radio anterior.
  - › Comprueban la conjetura con el cálculo exacto.

### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)



### Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

7. Cuanto más gira la rueda de un auto, más se gasta el rodamiento en su eje. Hay varios tipos de ruedas; por ejemplo: de diámetros de 54 cm y 63 cm. Se compara el mismo recorrido con las diferentes ruedas.
- › Conjeturan primero sobre el número de giros que realizan dos ruedas de distinto diámetro en un mismo recorrido. ¿Con cuál se gasta más el rodamiento?
  - › El recorrido con ambos tipos de ruedas es de 6 km. Calcula el número de giros que efectúan una rueda de 54 cm de diámetro y otra 63 cm de diámetro. Aplican la aproximación de  $\pi \approx 3$  y redondean los giros a la unidad. Elaboran un desarrollo de la resolución del problema. Contestan y comunican la resolución con una frase.

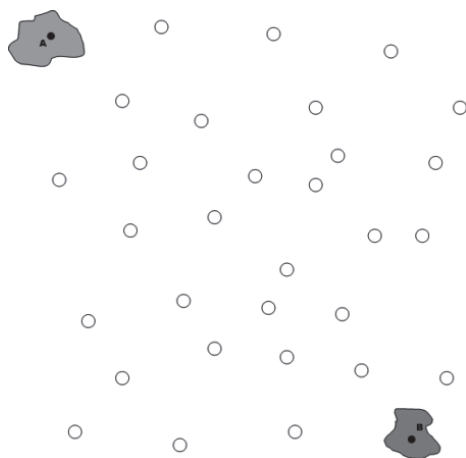
### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 12

Construir objetos geométricos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.
- › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.
- › Triángulos y cuadriláteros congruentes.

1. El dibujo muestra la ubicación de dos ciudades A y B. Cada una tiene una radioemisora local. La señal de la radioemisora de A tiene un alcance de 15 km y la de B, de 10 km. La distancia entre ambas radioemisoras es de 20 km. Los círculos pequeños en blanco representan comunas alrededor de las ciudades. En el dibujo, la distancia de 1 cm corresponde a 1 km en realidad.



- › Conjeturan si es posible que entre ambas emisoras pueden existir lugares en que se puede recibir ambas radios. Explican su respuesta.
- › Pintan en rojo las comunas en que se puede escuchar la radio A, en verde aquellas en que se puede escuchar la radio B y en negro las comunas en que se puede escuchar ambas.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales 7d de 7° básico; Ciencias Naturales OA a y OA 9 de 7° básico.**

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

## Representar

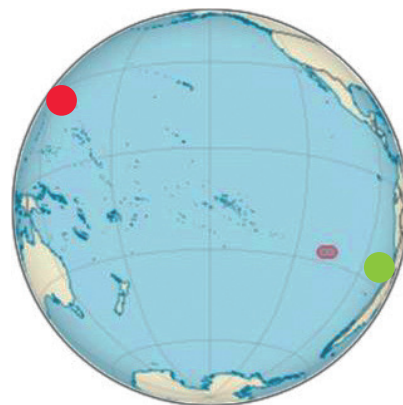
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

## Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

### 2. Resuelven el siguiente problema:

El dibujo muestra un mapa del océano Pacífico. El punto rojo indica el epicentro de un maremoto, de una magnitud mayor de  $8^{\circ}$  Richter, ubicado entre Nueva Zelanda y la Antártida. El área verde representa la ubicación de la Isla de Pascua. El tsunami se propaga regularmente en todas las direcciones. Por la profundidad media del Pacífico, se estima que el frente del tsunami avanza 700 km por hora.



La distancia entre el epicentro y la costa suroeste de la Isla de Pascua es de 8 000 km aproximadamente.

- › Dibujan el frente del tsunami por cada hora después de que ocurre el maremoto (escala: 1 000 km corresponden a 1 cm).
- › Estiman la llegada aproximada del tsunami a la costa suroeste de la Isla de Pascua mediante el gráfico.

### Observaciones al docente

Si no se dispone de un dibujo del océano Pacífico, los alumnos pueden dibujar un círculo de 13 cm de diámetro. Se marca el epicentro y la ubicación de la Isla de Pascua aproximadamente, como se ve en el mapa.

Se espera que participen en la búsqueda de una posible solución a este problema. (OA B)

### ® Historia, Geografía y Ciencias Sociales 7 d de 7° básico; Ciencias Naturales OA a y OA 9 de 7° básico.

### 3. En un parque se colocan regadores de pasto que giran automáticamente, a 20 m entre sí. Cada regador tiene un alcance 12 m.

- › Marcan dos puntos que representan los regadores en el cuaderno de Matemática y aplican la siguiente escala: 2 m en la realidad corresponden a 1 cm en el dibujo. Marcan el área que cubren dos regadores.
- › Con cuatro regadores de un alcance de 12 m, se quiere regar el área de un cuadrado. Se quiere que no se quede un espacio sin regar. Determinan el largo del cuadrado y las posiciones de los regadores para cumplir con el objetivo.

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

## Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

4. En el mapa, la estrella amarilla marca el epicentro de un sismo frente a la costa chilena y el círculo verde representa un pueblo en la zona costera a 100 km del epicentro. Se estima que el sismo tuvo una intensidad grado IV en la escala de Mercalli en el pueblo. La intensidad disminuye aproximadamente un grado Mercalli por cada 100 km de distancia del epicentro.

- › Determinan las áreas que pertenecen a las intensidades IV, III, II y I del sismo en la escala de Mercalli. (escala: 100 km corresponden a 2 cm).
- › Entre las intensidades grado I y grado II, solamente personas sensibles perciben el movimiento del sismo; marcan esta área en azul.



### Modelar

Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (0A h)

#### Observaciones al docente

La intensidad de un terremoto en un lugar fuera de su epicentro se registra en grados Mercalli; la escala describe la percepción y los daños en grados en una escala de grado 1 (muy leve) hasta grado 12 (destrucción total). La intensidad de un terremoto disminuye con la distancia del epicentro y depende de la geología local. <http://www.shoa.cl/servicios/tsunami/escalas.htm>

Para facilitar el cálculo, se asume en este caso particular que la intensidad disminuye aproximadamente un grado Mercalli por cada 100 km de distancia del epicentro. Se sugiere al docente usar para el gráfico la siguiente escala: 100 km corresponden a 2 cm.

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales 7 d de 7° básico; Ciencias Naturales 0A a y 0A 9 de 7° básico.**

5. Piense un problema de la vida real que requiera la propiedad de circunferencias para resolverse. Represente la situación en un plano y en una escala adecuada.

#### Observaciones al docente

En la actividad siguiente, se entrega una hoja de trabajo a los alumnos con los dibujos 1) y 2) preparados. Los estudiantes descubren que existe una recta que pasa por el segmento AB, cuyos puntos C tienen la misma distancia con los puntos A y B. La dirección de la recta g con respecto al segmento AB se denomina “perpendicular” y la recta se llama mediatriz del segmento.

### Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (0A a)

## Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar soluciones propias y los procedimientos utilizados.  
(OA e)

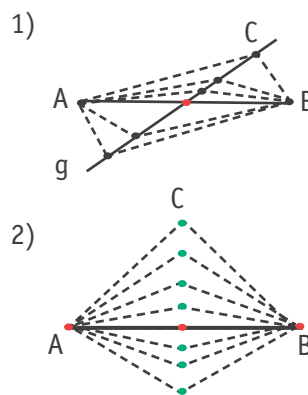
6. Resuelven el problema a continuación: el dibujo 1 muestra una recta  $g$  que pasa por el punto medio de un segmento. Un punto  $C$  de la recta  $g$  marcado en negro se acerca al punto medio del segmento, pasa por el punto medio y después se aleja del punto medio.

- › En el dibujo 1, miden las distancias  $AC$  y  $BC$  en cada posición del punto  $C$  y compárenlas.

¿Cómo cambian? Explican y comunican su respuesta.

- › En el dibujo 2, el punto  $C$  también se acerca al punto medio, pasa por él y después se aleja. Miden y comparan las distancias  $AC$  y  $BC$  en cada posición del punto  $C$ . ¿Qué le llama la atención?

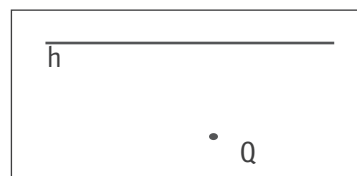
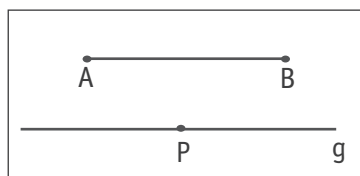
- › Una todos los puntos  $C$  por una recta  $g$ . ¿Qué dirección relativa al segmento  $AB$  tiene la recta  $g$ ?



## Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.  
(OA a)

7. Observan el dibujo 2 de la actividad anterior, piensan cómo se pueden construir las siguientes rectas con regla y compás, realizan las construcciones y las describen con una frase.



- Construyen la mediatriz del segmento  $AB$ .
- Construyen en el punto  $P$  la perpendicular a la recta  $g$ .
- Construyen en el punto  $Q$  la perpendicular a la recta  $h$ .

### Observaciones al docente

Para mayor efectividad de las clases y ahorro de tiempo en las actividades 7, 8 y 9, se sugiere entregar a los alumnos una hoja de trabajo preparada para que hagan las construcciones. Hay que informarles que tienen que efectuar las construcciones con compás y regla sin medir distancias o ángulos. Se recomienda que usen un *software* educativo gratuito, como Geogebra, Geometry Software o similares (disponibles en internet).



8. Observan la construcción c) de la actividad 7. Piensan y realizan las construcciones con regla y compás.
- Construyen la altura del vértice C en el triángulo isósceles ABC. ¿Qué propiedad tiene esta altura en el triángulo isósceles?
  - Observan la construcción de la altura en el triángulo isósceles y construyen la bisectriz del ángulo con el vértice S.
  - Resuelven problemas de construcción:
    - Una persona se encuentra ubicada en el punto Q y debe llegar al camino h, ¿cuál es la distancia mínima que debe recorrer para llegar al camino? Dibujar un esquema que describa lo planteado en el enunciado.
    - Tres personas están ubicadas de maneras que forman un triángulo, ¿Cuál es la distancia mínima que deben recorrer, para que las tres caminen lo mismo y se encuentren en un mismo punto?
9. Efectúan las siguientes construcciones:
- Una paralela a la recta g que pasa por el punto P, con regla y compás; describen y comunican la construcción.
  - La paralela media entre las rectas r y s, con regla y compás; describen y comunican la construcción.

#### Observaciones al docente

También pueden hacer este tipo de construcción con un procesador geométrico; en este caso, es importante que anoten las características de la construcción y las inferencias que puedan hacer de ella.

Los alumnos descubren que existe una recta que pasa por el segmento AB, cuyos puntos C tienen la misma distancia con los puntos A y B. La dirección relativa de la recta g relativa al segmento AB se denomina “perpendicular” y la recta se llama “mediatriz” del segmento.

- Dividen el ángulo en cuatro sectores iguales con regla y compás. Describen y comunican la construcción.
- Duplican el ángulo mediante una construcción con regla y compás. Describen y comunican la construcción.
- Duplican el ancho de la cinta p, q con regla y compás. Describen y comunican la construcción.

#### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

#### Resolver problemas

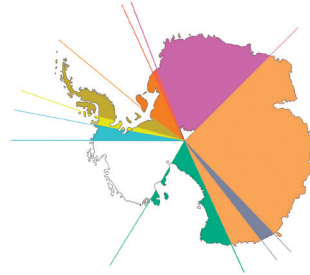
Utilizar estrategias básicas. (OA a)

## Representar

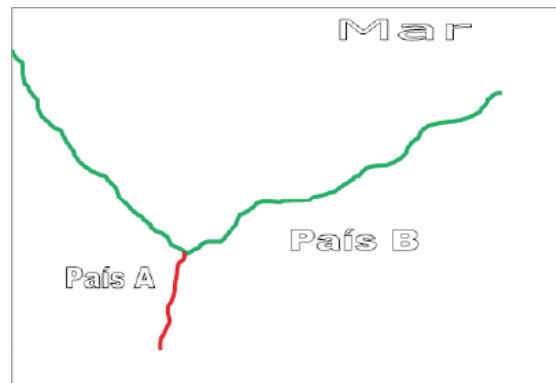
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

10. Resuelven los problemas a continuación:

- a. Por la decisión de la Corte de Derechos Internacionales de La Haya, se debe dividir en partes iguales el sector amarillo grande de la Antártida que reclaman dos naciones. Efectúan la construcción en el mapa.



- b. Se debe delimitar la frontera marítima entre dos países vecinos. El derecho internacional exige la línea de equidistancia entre las costas de los países. Aproximan el borde costero de ambos países con una recta en el mapa y hacen la construcción en el mapa.



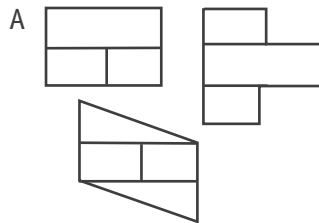
© Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA C de 7° básico.

## Objetivo de Aprendizaje

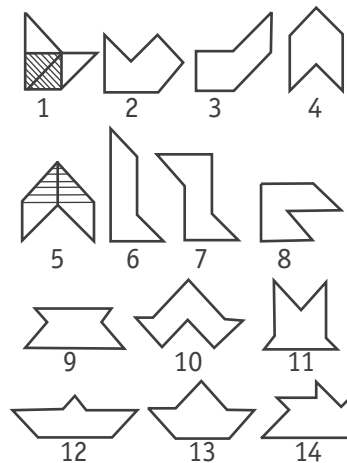
### OA 13

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

1. Responden qué figura tiene la misma área que la figura A.



2. Argumentan sobre la validez de la siguiente propuesta: “las siguientes 14 figuras tienen siempre igual área”.



3. Responden cómo se puede obtener el área de un triángulo rectángulo a partir de un rectángulo.
4. Determinan el área de un trapecio cualquiera, formando rectángulos y triángulos rectángulos.

## Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

## Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

## Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

### Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

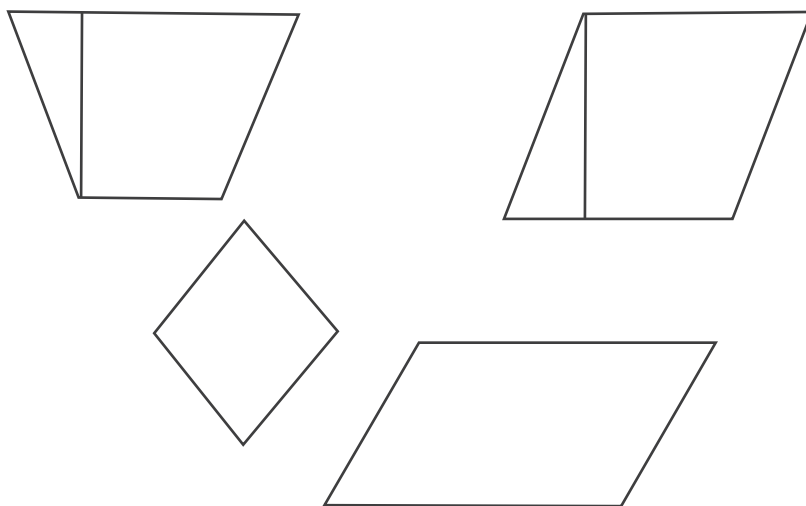
### Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

### Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficas y símbolos. (OA c)

- Determinan el área de un paralelogramo cualquiera, formando rectángulos y triángulos cualesquiera. Generalizan el área en lenguaje algebraico y lo aplican a situaciones cotidianas; por ejemplo: cuál es la cantidad mínima de material que necesito para construir la caja de la pasta de dientes.
- Determinan el área de las siguientes figuras, midiendo cada uno de sus lados con la regla y formando los triángulos rectángulos más convenientes.



- En una sala de reuniones se arman 12 mesas con forma de trapecio. Se quiere formar con ellas un cuadrado cuyo borde tiene las mesas conectadas. Las medidas son: lado largo paralelo: 160 cm; lado corto paralelo: 80 cm, altura del trapecio: 40 cm.
  - Elaboran un dibujo de la formación de las mesas.
  - Calculan el área de una mesa.
  - Calculan el área total de las mesas juntas.
  - Calculan el perímetro interior y exterior del cuadrado que forman las 12 mesas

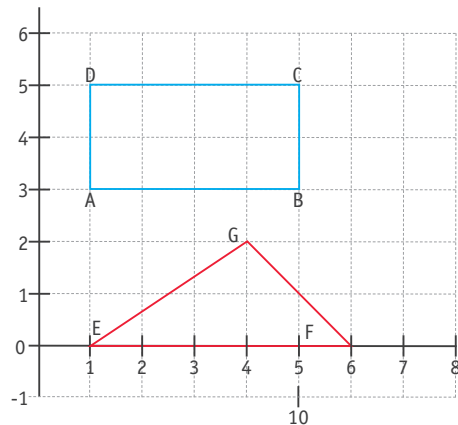


## Objetivo de Aprendizaje

### OA 14

Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

1. Leen y escriben las coordenadas de diversas figuras regulares 2D dibujadas en un sistema cartesiano de coordenadas. ¿Qué regularidades de las coordenadas se pueden registrar?



- › Leen y comunican las coordenadas del rectángulo ABCD.
- › Leen y comunican las coordenadas del triángulo EFG. ¿Qué tipo de rectángulo es?

### Observaciones al docente

Esta actividad fomenta la capacidad de imaginación “espacial” y, por lo tanto, hay que motivar a los alumnos que no se sirven de la presentación pictórica de las figuras 2D. Para obtener más dinámica, se puede realizar esta actividad en grupos.

- › ¿Qué regularidad se nota en las coordenadas del rectángulo? Anotan y comunican.
- › ¿Qué regularidad se nota en las coordenadas del triángulo? Anotan y comunican.

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

## Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

## Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

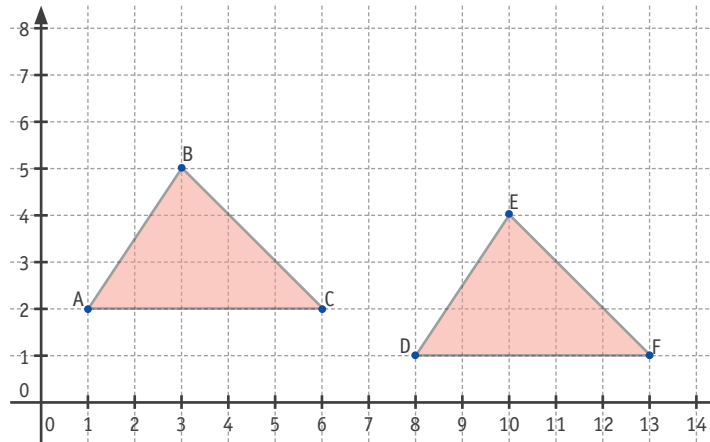
## Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

2. Leen las coordenadas presentadas por los pares ordenados de números en el sistema cartesiano y conjeturan sobre las figuras 2D que representan las coordenadas:

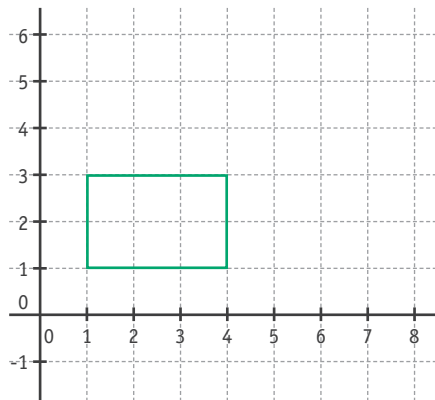
- ›  $(-4, 3); (2, 3); (-4, -2); (2, -2)$
- ›  $(0, -3); (6, 0); (0, 3); (-6, 0)$
- ›  $(2, 2); (6, 2); (6, -2); (2, -2)$
- ›  $(3, 0); (9, 0); (5, 2); (11, 2)$
- ›  $(-1, 2); (-7, 2); (-7, -1); (-1, -1)$

3. Anotan las coordenadas de dos figuras 2D que tienen formas idénticas. Conjeturan sobre el desplazamiento de una figura al lugar de la otra. Describen el desplazamiento mediante un "vector", que se representa con un par ordenado de números  $(x, y)$ , en el cual el número  $x$  significa el desplazamiento horizontal y el número  $y$  se refiere al desplazamiento vertical. Dibujan la flecha que representa pictóricamente el vector y que lleva del punto original al punto de la imagen.



- › Marcan los puntos del triángulo original con las letras A, B, y C y los de la imagen con A', B' y C'.
- › Leen las coordenadas del triángulo A, B, C y del triángulo A', B', C'.
- › Dibujan las flechas que representan el vector del desplazamiento y lo representan por un par ordenado de números  $(x, y)$ .
- › Responden cómo se pueden calcular las coordenadas del vector mediante las coordenadas del punto y del punto imagen. Anotan y comunican la respuesta.

4. Aplican un vector para mostrar en forma pictórica y simbólica el desplazamiento de la figura 2D marcada en verde.



- › Dibujan la imagen del rectángulo marcado en verde, si se aplica el vector  $(2, -9)$ . Marcan la imagen del rectángulo en rojo.
- › Leen y anotan las coordenadas del rectángulo original y del rectángulo desplazado.
- › ¿Cómo se pueden calcular las coordenadas del rectángulo desplazado, si se conocen las coordenadas del rectángulo original? Contestan en forma escrita y comunican la respuesta.
- › En el sistema cartesiano hay un punto  $P(5, 2)$ . Aplican el vector  $(3, 4)$  para desplazar el punto  $P$ . Calculan las coordenadas.

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

## EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

### EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 11</b> Mostrar que comprenden el círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>› Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.</li><li>› Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.</li><li>› Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.</li><li>› Identificándolo como lugar geométrico.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>› Aplican la fórmula <math>A = r^2 \cdot \pi</math> (con <math>\pi \approx 3,14</math>) en ejercicios rutinarios y en la solución de problemas que involucran áreas de círculos.</li></ul>

#### Actividad

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Los alumnos:



- › Miden el diámetro del círculo interior y del círculo completo de un CD (proporcionado, en lo posible, por el profesor).
- › Calculan el área de la superficie del CD.
- › Aumentan el diámetro del CD en 200 unidades y calculan el área del CD gigante.
- › Estiman la cantidad de personas que podrían sentarse alrededor de este CD gigante.
- › Estiman la cantidad de gente que podría estar dentro del círculo del CD gigante.
- › Comparan los resultados y las estimaciones obtenidas con sus compañeros.



## EJEMPLO 1

### Criterios de evaluación

- › Utilizan las herramientas adecuadas para obtener la medida del CD o buscan la información en los medios correspondientes.
- › Calculan el área del CD, restando el área del círculo pequeño.
- › Aumentan el diámetro, considerando la razón en que se encuentra el círculo pequeño con respecto al grande.
- › Mantienen la unidad lineal al aumentar el diámetro en 200 unidades.
- › Calculan el área del CD gigante.
- › Calculan el perímetro del CD gigante.
- › Estiman qué cantidad de gente se podría sentar alrededor del CD gigante, basados en información obtenida en el medio (miden una silla, el ancho de una persona, etc.).
- › Consideran la razón entre el círculo pequeño del CD para determinar el perímetro del círculo pequeño del CD gigante.
- › Estiman la cantidad de gente que podría estar dentro del círculo pequeño del CD gigante.
- › Utilizan la información que obtuvieron antes para sus estimaciones y comprobaciones.
- › Comparan con sus compañeros para encontrar la mejor solución o un intervalo en que la mayoría coincida.

## EJEMPLO 2

### Objetivo de Aprendizaje

### Indicadores de Evaluación

#### OA 13

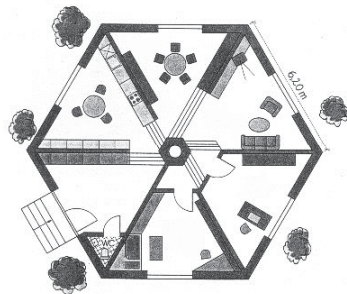
Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

› Resuelven problemas geométricos y de la vida cotidiana, cuya resolución requiere calcular áreas de triángulos, paralelogramos y trapecios.

### Actividad

Esta evaluación incluye una presentación individual o en pares de la resolución de uno de los problemas planteados. También se podría agregar la resolución de uno de los problemas al portafolio.

1. Dibujan triángulos de las siguientes áreas:  $2 \text{ cm}^2$ ,  $3.5 \text{ cm}^2$ ,  $8 \text{ cm}^2$ ,  $12.5 \text{ cm}^2$ .
2. Dibujan paralelogramos y trapecios de  $14 \text{ cm}^2$ ,  $27 \text{ cm}^2$ ,  $32 \text{ cm}^2$ , utilizando los triángulos del ejercicio
3. Dibujan paralelogramos y trapecios que tienen: anterior.
  - › Altura de 3 cm y área de  $10 \text{ cm}^2$
  - › Altura de 4 cm y área de  $10 \text{ cm}^2$
  - › Altura de 5 cm y área de  $10 \text{ cm}^2$
  - › Lado basal de 24 cm y área de  $24 \text{ cm}^2$
  - › Lado basal de 12 cm y área  $24 \text{ cm}^2$
  - › Lado basal de 6 cm y área  $24 \text{ cm}^2$
4. Resuelven problemas para determinar el área necesaria para construir casas de variadas formas; por ejemplo: de forma hexagonal, como muestra la figura.
5. Construyen casas de variadas formas, compuestas por triángulos, trapecios o paralelogramos. Determinan el área necesaria para construirlas, considerando medidas dadas o determinándolas ellos mismos.



### Criterios de evaluación

- › Reconocen la conveniencia de dibujar cuadrados o rectángulos y su diagonal para obtener el dibujo pedido.
- › Identifican los triángulos dibujados anteriormente en los paralelogramos para dibujar de manera rápida y efectiva.
- › Reproducen trapecios a partir de paralelogramos de las mismas áreas y viceversa.
- › Relacionan el aumento de la altura con la disminución del lado basal (y viceversa) para mantener el área de paralelogramos; infieren sobre los efectos de esta relación en el trapecio.
- › Calculan el área de figuras compuestas por triángulos, trapecios y paralelogramos.
- › Proyectan casas y calculan el área necesaria para construirlas.

### EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 14</b> Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Dibujan figuras 2D a partir de los pares de coordenadas dadas.</li> <li>› Grafican puntos en el plano cartesiano, según reglas en lenguaje natural; por ejemplo: “grafique al menos 6 pares ordenados que estén a la misma distancia del origen” o “escriba 10 pares ordenados en que la coordenada y es el doble de la x”.</li> </ul>

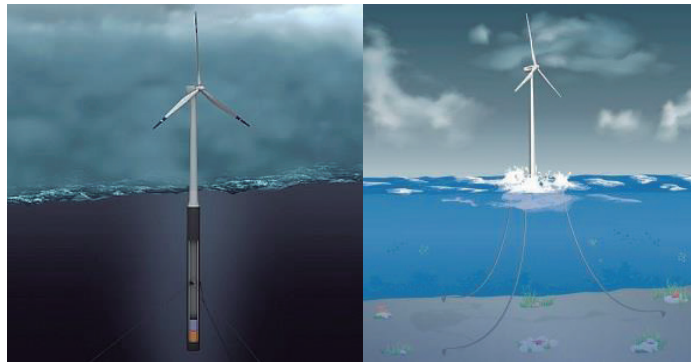
2  
U3

#### Actividad

Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Los alumnos:

- › Marcan los ejes del plano cartesiano sobre la imagen presentada, ubican el origen y determinan las unidades de medida del plano.
- › Identifican los puntos de coordenadas del término de las hélices, del centro de la hélice y de otros puntos del molino de viento.
- › Dibujan un pez (como punto o de manera muy sencilla) a la izquierda del molino y debajo del agua.
- › Dibujan una gaviota volando en el cielo a la derecha del molino.
- › Dibujan un pez en el punto  $(-3, -4)$ .
- › Dibujan una gaviota en el punto  $(-3, 8)$ .
- › Dibujan animales que pueden estar ubicados en los puntos  $(0, -3)$ ,  $(-4, 0)$ ,  $(-100, 0)$ ,  $(-5, -6)$  y  $(-5, 7)$ .



#### Criterios de evaluación

- › Ubican el eje  $x$  a nivel del mar y el eje  $y$  de manera adecuada a la situación: podría ser sobre el molino.
- › Ubican el origen en la intersección entre los ejes  $x$  e  $y$ .
- › Determinan las unidades de los ejes en metros o km; en esta elección, estiman la medida de los molinos de viento.
- › Identifican los puntos del molino de viento de acuerdo a su posición.
- › Dibujan de manera adecuada los diferentes animales y justifican la elección de algunos de ellos, según la profundidad del mar.

# UNIDAD 4

---

## PROPÓSITO

---

En esta unidad, los estudiantes realizan sus propias encuestas y las aplican de manera censal (a toda la clase) o utilizan formas aleatorias de elegir a ciertos compañeros de la clase o del colegio, determinando el porcentaje de ciertas características por medio del muestreo. Representan los datos obtenidos mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, incluyen los histogramas y continúan utilizando los gráficos aprendidos en el curso anterior. Trabajan con diferentes datos y representan la información con diferentes gráficos; eligen el adecuado, dependiendo de la pregunta estadística. Además, resuelven problemas que involucren medidas de tendencia central y comparan muestras de dos poblaciones. Para ello, usan las representaciones adecuadas e incluyen coincidencias y diferencias en la comparación. También efectúan experimentos aleatorios concretos para concluir, de manera inicial, sobre la probabilidad de un evento. Asimismo, utilizan la probabilidad obtenida de manera teórica y la probabilidad obtenida de manera experimental de eventos equiprobables y no equiprobables, y los comparan.

## CONOCIMIENTOS PREVIOS

---

- › Diagramas de punto, tallo y hoja.
- › Comparación de dos grupos.
- › Conocimiento intuitivo de tendencia de eventos.
- › Gráficos de barra doble y circulares.

## PALABRAS CLAVE

---

Encuestas, censo, aleatorio, muestreo, frecuencias absolutas, frecuencias relativas, histogramas, datos categóricos, medidas de tendencia central, media, moda, mediana, rango, experimentos aleatorios, equiprobables, no equiprobables.

## CONOCIMIENTOS

---

- › Muestreo.
- › Frecuencia absoluta.
- › Frecuencia relativa.
- › Medidas de tendencia central (media, mediana, moda).
- › Rango.
- › Probabilidad teórica de un evento.

## HABILIDADES

---

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. **(OA d)**
- › Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. **(OA f)**
- › Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**
- › Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA l)**
- › Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, entre otros). **(OA k)**

## ACTITUDES

---

- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**
- › Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. **(OA F)**
- › Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. **(OA E)**

## UNIDAD 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 15</b> Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Infieren sobre la composición de una población pequeña (botellita opaca con 5 bolitas de dos colores, por ejemplo) mediante un muestreo aleatorio reiterado (de una bolita por vez, a través de una ventanita, por ejemplo).</li> <li>› Plantean temas que interesen a los alumnos para realizar encuestas entre los estudiantes del 7° nivel del colegio; infieren porcentajes representativos de la muestra y luego comparan con la realidad.</li> <li>› Identifican las muestras aleatorias y no aleatorias a base de ejemplos dados.</li> <li>› Elaboran modelos para el muestreo aleatorio en la población del 7° nivel del colegio.</li> <li>› Analizan las muestras obtenidas para ver coincidencias o diferencias.</li> <li>› Conjeturan acerca de los resultados posibles de experimentos aleatorios y comparan la conjetura con la realidad.</li> </ul>
<p><b>OA 16</b> Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Confeccionan tablas de frecuencias absolutas y relativas de los datos obtenidos en las muestras.</li> <li>› Elaboran el gráfico más conveniente para representar los datos; por ejemplo: el gráfico de tallo y hojas si se representan muestras opuestas, como alumnos y alumnas, fumadores y no fumadores, etc.</li> <li>› Sacan datos de los gráficos y los registran en tablas, diferenciando entre la frecuencia relativa y la absoluta.</li> <li>› Cambian de un gráfico a otro; por ejemplo: de un gráfico de barras a un gráfico de líneas, etc.</li> <li>› Verbalizan y comunican información presentada en gráficos.</li> <li>› Plantean, realizan y documentan encuestas, elaborando escalas categóricas de varios temas de interés.</li> </ul>

## UNIDAD 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
<p><b>OA 17</b> Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.</li> <li>› Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.</li> <li>› Utilizándolos para comparar dos poblaciones.</li> <li>› Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Descubren que distribuciones muy dispersas y distribuciones homogéneas pueden tener la misma mediana.</li> <li>› Reconocen la importancia del valor mínimo, del valor máximo y del recorrido para describir oportunamente una distribución de datos cuantitativos.</li> <li>› Muestran que la mediana no se altera si hay variaciones grandes en los valores extremos.</li> <li>› Analizan situaciones y determinan cuál es la medida de tendencia central para efectuar las comparaciones e inferencias sobre la o las poblaciones.</li> <li>› Describen la inferencia que se puede obtener de un grupo de datos que es muy diferente a otro en una muestra.</li> <li>› Visualizan la medida de tendencia central y el rango en los gráficos correspondientes.</li> </ul>
<p><b>OA 18</b> Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Estimándolas de manera intuitiva.</li> <li>› Utilizando frecuencias relativas.</li> <li>› Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Mediante experimentos, estiman la probabilidad de un evento, registrando las frecuencias relativas.</li> <li>› Establecen la probabilidad de un evento mediante razones, fracciones o porcentajes, sea haciendo un experimento o por medio de un problema.</li> <li>› Antes del experimento, estiman la probabilidad de ocurrencia y verifican su estimación, usando de frecuencias relativas.</li> <li>› Elaboran, con material concreto (como dados y monedas), experimentos aleatorios con resultados equiprobables y no equiprobables.</li> <li>› Realizan los experimentos aleatorios con numerosas repeticiones, determinan las frecuencias absolutas relativas y representan los resultados mediante gráficos.</li> <li>› Analizan y comunican si se cumple aproximadamente la equiprobabilidad.</li> </ul>
<p>Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con <i>software</i> educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.</p> <p><b>(OA 19)</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Determinan la probabilidad de manera teórica y luego comparan con la probabilidad de realizar el experimento.</li> <li>› Determinan la probabilidad de un experimento, usando gráficos, diagramas de árbol o tablas.</li> <li>› Comparan la probabilidad de un evento según un muestreo, su frecuencia relativa y un gráfico adecuado.</li> <li>› Determinan la probabilidad de un problema mediante diagramas de árbol.</li> <li>› Calculan la probabilidad de un evento de manera teórica.</li> </ul>

## EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

### Objetivo de Aprendizaje

#### OA 15

Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.

### Resolver problemas

Utilización de estrategias básicas. (OA a)

1. Resuelven el siguiente problema: una empresa de buses realiza diariamente viajes entre dos ciudades. Para mejorar el servicio, se anotó el número de pasajeros que viajaron en la mañana de la ciudad A hacia la ciudad B en un período de dos semanas. Se investigó tres viajes que partían a las siguientes horas: 7:00 am, 8:00 am y 9:00 am. Los números se registraron en la tabla.

hora	lun	mar	mie	jue	vie	sab	dom	lun	mar	mie	jue	vie	sab	dom
7:00 am	45	40	39	41	38	12	8	43	36	41	34	36	17	13
8:00 am	37	33	37	31	26	15	11	35	39	34	29	22	19	17
9:00 am	28	21	24	18	21	39	25	31	23	26	15	19	34	26

- › Según los datos, ¿qué días viajan más personas?
- › ¿Cuál es el horario en que viaja menos gente?

### Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal. (OA d)

2. Planifican y realizan encuestas en el entorno del colegio.
  - › Buscan temas de interés para los alumnos y los apoderados.
  - › Eligen una forma adecuada para el muestreo.
  - › Elaboran un cuestionario.

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

3. Participan en el siguiente juego de dados:

Lanzan un dado, si sale el 6, ganan un punto. ¿Qué parte del curso cree usted que ganará un punto? (Expresan en porcentajes, si es necesario).

  - a. Compare el resultado obtenido de manera experimental con lo que usted creía que saldría como resultado.
  - b. Si cada estudiante del curso vuelve a lanzar, ¿se obtendrá el mismo resultado?
  - c. Conjeture lo que ocurre si se pudiera lanzar muchas veces, compare con lo que estiman sus compañeros.
  - d. ¿Cuántas veces cree que sale el 6, si tira seis veces el dado? (Repetir esto por lo menos 5 veces).



4. Eligen alumnos del curso por medio de una tómbola de números.
  - › Determinan de manera intuitiva la probabilidad de ser seleccionado.
  - › De manera experimental, hacen una rifa y eligen ganadores.
  - › Esconden al ganador (o ganadores) en un grupo alumnos y determinan formas de agrupar a los alumnos para determinar dónde está el ganador (ganadores).
  
5. Determinan de manera experimental la probabilidad de sumar 6 u 8 cuando se lanzan dos dados. Hacen una tabla con los datos de todo el curso, luego de que cada alumno ha tirado por lo menos seis veces el dado. Agrupan los datos de acuerdo a las sumas resultantes. (Se podría hacer de manera estadística, para determinar la probabilidad de sumar 11 o 12 con tres dados [problema de Chevallier de Meré]).

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

**Representar**

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

**Observaciones al docente**

Variaciones del experimento: Probar con el uno (en vez del seis). Hacer grupos de 6 lanzamientos y calcular la frecuencia acumulada del seis, sobre una, dos, tres, cuatro, cinco series. Aquí se observa experimentalmente que la frecuencia relativa acumulada tiende a  $1/6$ . Se puede hacer algo similar con una moneda en series de 10 lanzamientos.

6. Lanzan un dado 60 veces y completan la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6	
Cantidad de veces que salió experimentalmente							60
Parte del total							
Porcentaje							

**Representar**

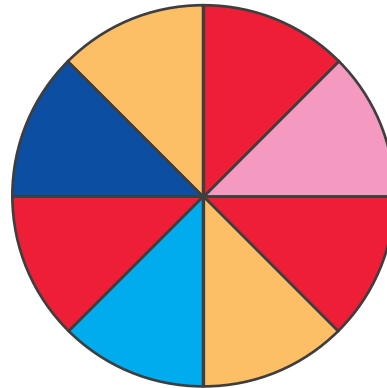
Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA I)

- › Hacen un gráfico circular con los datos de la tabla.
- › Hacen un gráfico de barra con los datos de la tabla.
- › Comparan la cantidad de veces que sale el 1 con la del 6 y la del 3 con el 4.
- › Comparan las partes del total de cantidad de veces que salen los números anteriores y suman todas las partes.
- › Suman los porcentajes.

### Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones.  
(OA g)

7. Juegan a la ruleta y determinan la probabilidad de caer en uno de los sectores rojos, por medio de gráficos de los resultados experimentales. Hacen ruletas convenientes para ellos.



### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.  
(OA l)

8. Lanzan dados previamente preparados. Se organizan en grupos y cada grupo pega algunos números del conjunto  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  más de una vez o ninguna sobre un dado normal. Cuando los dados estén listos, un grupo se acerca a otro y lanzan el dado, sin que el otro grupo vea el dado "arreglado". Comparten el resultado y lo anotan en la siguiente tabla:

PUNTOS DEL DADO	1	2	3	4	5	6
Parte del total de lanzamientos						

### Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones.  
(OA g)

Responden las siguientes preguntas:

- › ¿Cómo podría ser el dado "arreglado" del otro grupo?
- › ¿Cuántas veces deberían jugar para estar seguros de la conjetura sobre la forma del dado de los compañeros? Explican y argumentan matemáticamente.

## Objetivo de Aprendizaje

### OA 16

Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con *software* educativo.

1. Abordan preguntas estadísticas y probabilísticas mediante el siguiente juego con dados, que efectúan en grupos de cuatro alumnos.
  - › Conjeturan sobre la cantidad de etapas necesarias para llegar a la meta 60.
  - › Hacen varios turnos del juego y cuentan los pasos para llegar a la meta.
  - › Representan el resultado mediante un gráfico y tablas.
  - › Comparan el resultado con la conjetura.

### Observaciones al docente

La idea y las reglas del juego son las siguientes: Un alumno lanza un dado, memoriza el número, sigue lanzando y sumando los números hasta que reaparezca el número del primer lanzamiento. Se anota la suma alcanzada. Ahora le toca al segundo alumno, que hace lo mismo. Gana el que llega primero al número 60. Siguen jugando hasta que el cuarto alumno llega a la meta de 60.

Además de confeccionar a mano los gráficos requeridos, se los puede elaborar mediante los programas Excalibur o Excel, que sirven también para observar rápidamente los cambios en los gráficos si cambian los datos recolectados.

2. Realizan la siguiente actividad:

Se miden todos los alumnos de la clase y completan la siguiente tabla:

Alumno	Estatura	Frecuencia absoluta: Cantidad de veces que aparece en el curso	Porcentaje	Frecuencia relativa: Cantidad de veces que aparece en el curso/cantidad de estudiantes del curso

- › Elaboran un gráfico de barras.
- › Hacen una tómbola y se preguntan cuál es la probabilidad de que el niño elegido tenga una determinada estatura. (Eligen primero las más frecuentes).
- › Igual que la pregunta anterior, eligen la menos frecuente.
- › Se hacen grupos de niños con estaturas similares y se esconde a los ganadores de la tómbola. Determinan subdivisiones de los grupos para encontrar a los ganadores.

## Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

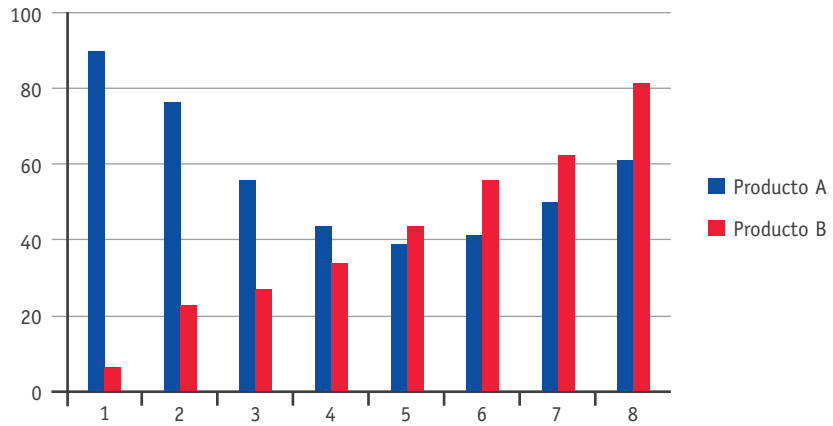
## Resolver problemas

Utilización de estrategias básicas. (OA a)

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.  
(OA I)

3. Resuelven el siguiente problema: El gráfico de doble barra muestra la venta mensual de los productos A y B de la misma empresa.



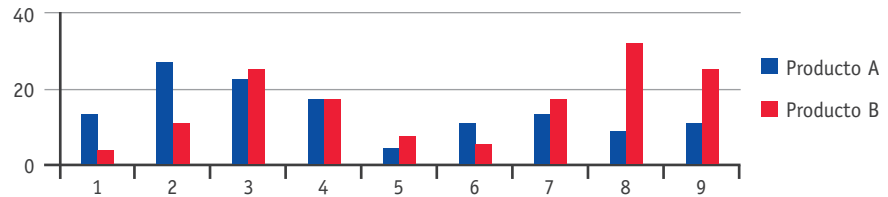
- › Describen el desarrollo de ambos productos en el período de 8 meses.
- › Convierten el gráfico de doble barra en un gráfico de línea para determinar aproximadamente el mes en el cual la venta del producto B sobrepasa la venta del producto A.

### ® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.  
(OA I)

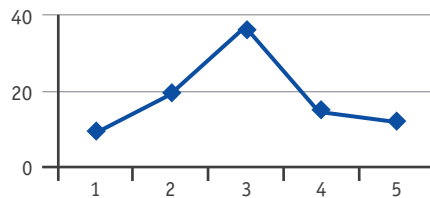
4. El gráfico de doble barra muestra el número de alumnas y alumnos que participan en actividades extraprogramáticas de un colegio. Las actividades son las siguientes, de 1 a 9: teatro, coro, natación, atletismo, judo, gimnasia artística, vóleybol, fútbol y básquetbol. Las columnas azules representan a las niñas y las rojas, a los niños.



- › Leen los datos y confeccionan una tabla de frecuencias absolutas.
- › Basados en los datos extraídos, elaboran un gráfico de tallo y hojas.

5. Los alumnos del 7a y del 7b hicieron una encuesta sobre el modo en que se transportan de la casa al colegio. Las categorías de 1 al 5 significan: a pie, en bus escolar, en auto de los papás, en micro y en bicicleta respectivamente.

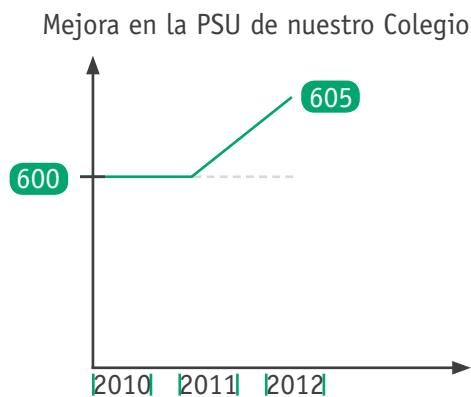
- › Leen los datos y calculan las frecuencias relativas.
- › Basados en las frecuencias relativas, elaboran un gráfico circular.



® Educación Física y Salud OA 5 de 7° básico.

6. El colegio informó en una comunicación la “significativa” mejora en el puntaje de la PSU y presentó la información en el gráfico adjunto.

- › Leen la información.
- › Comparan la información con el texto.
- › Comentan críticamente la información.



#### Observaciones al docente

Esta actividad se puede aprovechar para extraer información sobre la PSU y sus resultados. Para esto, se puede visitar <http://www.demre.cl/> u otras páginas y preparar una presentación corta en la que se pueda usar el concepto de frecuencia relativa y los gráficos asociados.

Se espera que los alumnos indiquen y citen de manera adecuada las fuentes consultadas y que usen de manera efectiva la información para preparar su presentación, siempre controlando en forma responsable el uso de la tecnología y procesando la información extraída. **(OA F)**

#### Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

#### Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

## Objetivo de Aprendizaje

### OA 17

Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:

- › Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.
- › Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.
- › Utilizándolos para comparar dos poblaciones.
- › Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

## Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

1. Las tablas muestran el número mensual de los SMS mandado por dos alumnos del curso 7b.

	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
Paula	39	28	115	95	63	183	154	67	91	48	73	82
Marco	53	34	89	121	46	167	113	90	69	84	34	71

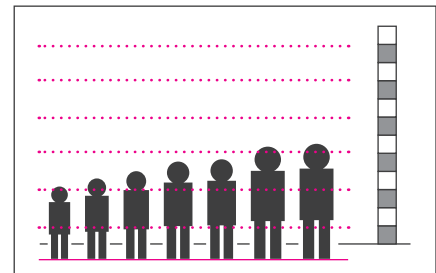
- › Ordenan ambas listas de menor a mayor.
- › Determinan los valores máximos, mínimos, el rango, la mediana y la media de ambas listas.
- › Representan los datos mediante un gráfico de doble barra.
- › Marcan las medianas y las medias con líneas horizontales en el gráfico.
- › Conjeturan sobre coherencias y diferencias.

## Argumentar y comunicar

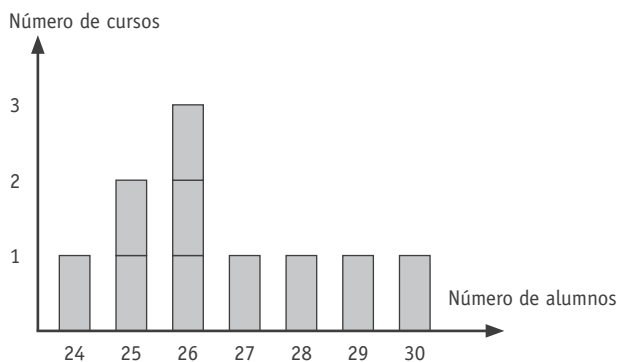
Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

2. El pictograma representa el número de espectadores que asistieron a 7 partidos de fútbol de un club chileno de la primera división. En la escala del lado, cada cuadrícula representa 500 personas.

- › Determinan el valor mínimo, el valor máximo, el recorrido y la mediana de los espectadores.
- › Calculan la media (promedio) y la comparan con la mediana.



3. El diagrama de barras representa el número de alumnos de los 10 cursos de la enseñanza media de un colegio.
- › Determinan la mediana del número de alumnos en un curso.
  - › Conjeturan si la mediana está cerca de la media y comprueban la conjetura por el cálculo.



**Argumentar y comunicar**

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

4. Cristián pertenece a la selección del atletismo de su colegio y entrena en lanzamiento de bala para el próximo campeonato entre los colegios de la región.

Consiguió los siguientes resultados en sus lanzamientos:



**Argumentar y comunicar**

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

N° DE LANZAMIENTO	1	2	3	4	5	6	7	8
DISTANCIA (M)	8,11	8,26	7,91	2,05	8,07	7,88	8,03	7,94

- › Determinan el valor máximo, el valor mínimo y el rango de los resultados.
- › Calculan la media de los resultados.
- › En el campeonato de los colegios, Cristián hará 3 lanzamientos. ¿Se puede esperar que los resultados serán similares al promedio de los lanzamientos del entrenamiento? Explican y comunican la respuesta.
- › Determinan la mediana de los resultados y conjeturan sobre los resultados que podría lograr Cristián en el campeonato.

® Educación Física y Salud OA 1 de 7° básico.

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

5. Elaboran una tabla de frecuencias de 15 números, ordenados de menor a mayor. La distribución debe tener las siguientes condiciones: La mediana es 60; el valor mínimo, 10; el recorrido, 150 y la media debe ser mucho más grande que la mediana. Explican las características de la tabla elaborada.

6. Catalina va todos los días en bicicleta al colegio. Para estimar qué tiempo necesita para el viaje, en las 2 primeras semanas del año escolar toma la hora de salida de su casa y la hora de llegada al colegio y registra los siguientes datos:



SALIDA	7,35	7,32	7,36	7,35	7,40	7,34	7,30	7,35	7,33	7,35
LLEGADA	7,51	7,50	7,50	7,50	7,57	7,50	8,05	7,51	7,49	7,49
TIEMPO (MIN)	16	18	14	15	17	16	35	16	16	14

- › Representan la distribución de las horas del viaje al colegio mediante un gráfico de barras.
- › Conjeturan sobre la medida adecuada para representar la distribución de estos datos.
- › Calculan las medias centrales y comparan la mediana con la media.

© Educación Física y Salud OA 3 de 7° básico.



## Objetivo de Aprendizaje

### OA 18

Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con *software* educativo:

- › Estimándolas de manera intuitiva.
- › Utilizando frecuencias relativas.
- › Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.

1. Realizan experimentos aleatorios como los que se muestran a continuación y determinan su probabilidad de forma intuitiva.

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

DIBUJO DEL EXPERIMENTO	DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO	¿PROBABILIDAD DEL EVENTO?
	Se gira el trompo que tiene la forma de un hexágono regular. En el dibujo se registra el evento "rojo".	
	Se lanzan chinchas y se registra el evento "punta" si el chinche queda punta abajo y se anota el evento "base" si el chinche queda punta arriba.	
	Se saca al azar una de las bolitas y se registra el color.	
	Se lanza un tetraedro y se registra el color de la base en la cual cae.	

## Observaciones al docente

Además de efectuar experimentos concretos, se puede hacer simulaciones de experimentos que están disponibles en internet; por ejemplo: en <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursoseducativos/2011/10/14/laboratorio-basico-de-azar-probabilidad-y-combinatoria/>

## Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

2. Confeccionan una rueda de la fortuna con un disco CD. Dibujan sectores circulares con el mismo diámetro del disco. Eligen los tamaños de los sectores para que el experimento sea equiprobable o no. Pegan los sectores en el CD y lo colocan en la parte A (ranura) de un plumón o lápiz. Elaboran listas de cotejo, giran la rueda y registran el color del sector que queda directamente debajo del lápiz.



- › Conjeturan sobre la ocurrencia de los diferentes colores si se gira el disco muchas veces y lo clasifican como “muy poco” y “mucho”.
- › Giran el disco 50 veces, determinan la frecuencia absoluta de los colores y la comparan con la conjetura previa.
- › Calculan las frecuencias relativas de la ocurrencia de los colores.

### Observaciones al docente

Conviene realizar esta actividad en pequeños grupos (parejas o 3 alumnos).

Se sugiere fomentar el respeto hacia las opiniones y los logros de los compañeros. En las actividades, los alumnos comparten y deben obedecer y asumir responsabilidades para que la confección del instrumento resulte como se desea. Es necesario también manejar la forma de convivencia para que el experimento resulte. (OA D)

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

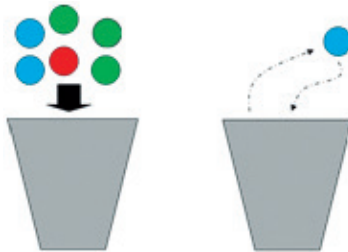
3. Responden cuáles de los siguientes experimentos aleatorios coinciden con las probabilidades de sus eventos y explican y comunican sus respuestas.

El dado tiene los mismos colores en las caras opuestas. Se lanza el dado y se registra el color.	Se ponen los naipes cara abajo y se saca uno al azar. Se registra el valor del naipе.	Se gira la rueda de la fortuna y se registra el color de la posición en que para.	Se gira la rueda de la fortuna y se registra el color de la posición en que para.	Se lanza el tetraedro y se registra el color de la base en la cual cae.

4. Lanzan 10 chinchas a la vez, registran el evento “base” o “punta” y calculan las frecuencias relativas.
  - › Repiten los lanzamientos y calculan las frecuencias relativas acumuladas.
  - › Elaboran un gráfico de líneas en el cual anotan las frecuencias relativas acumuladas para cada 10, 20, 30,... lanzamientos.
  - › ¿Pueden ser los eventos “base” o “punta” equiprobables? Explican y comunican la respuesta.



5. En el balde hay una bolita roja, dos azules y tres verdes. Sacan al azar una bolita, anotan el color y la devuelven al balde.



- › Conjeturan acerca de las frecuencias relativas de los colores.
  - › Realizan repetitivamente el experimento y elaboran un gráfico adecuado.
  - › Comparan las frecuencias relativas con la conjetura.
6. Eligen varios artículos de libros, revistas o diarios para determinar las frecuencias relativas de vocales y consonantes.
    - › Conjeturan acerca de las frecuencias relativas de ambos tipos de letras.
    - › ¿Cuál de los vocales y cuál de los consonantes podría tener la mayor frecuencia relativa?
    - › Determinan las frecuencias relativas y las comparan con la conjetura.
    - › Conjeturan acerca de frecuencias relativas de cifras en artículos de revistas técnicas o económicas.

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

## Objetivo de Aprendizaje

### OA 19

Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con *software* educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

1. Elaboran una tabla de posibles eventos para el lanzamiento de dos dados.
  - › Se lanzan los dados de a uno y se registran pares ordenados de los números 1 a 6.
  - › Se lanzan los dos dados a la vez y no se registra el orden de los eventos.

## Observaciones al docente

Adicionalmente a la realización concreta de experimentos se pueden realizar simulaciones de experimentos que están libremente disponibles en el internet, por ejemplo: en el sitio <http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursoseducativos/2011/10/14/laboratorio-basico-de-azar-probabilidad-y-combinatoria/>

## Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

2. Lanzan 10 chinchas a la vez, registran el evento “base” o “punta” y calculan las frecuencias relativas.
  - › Repiten los lanzamientos y calculan las frecuencias relativas acumuladas.
  - › Elaboran un gráfico de líneas, en el cual anotan las frecuencias relativas acumuladas para cada 10, 20, 30, ... lanzamientos.

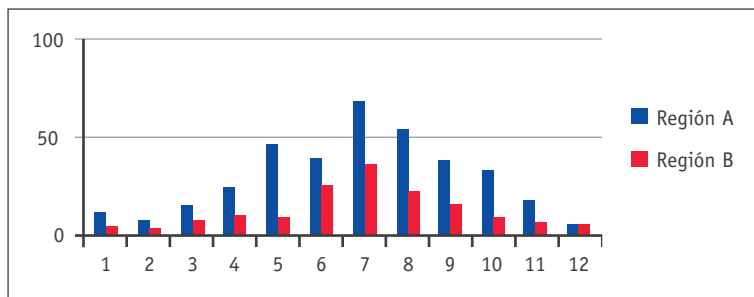
3. En la bolsa hay un clip rojo, dos clips azules y tres clips verdes. Sacan uno al azar, anotan el color y lo devuelven a la bolsa.

- › Conjeturan sobre las frecuencias relativas de los distintos colores que pueden resultar después de numerosas repeticiones del experimento.
- › Realizan 50 repeticiones, calculan las frecuencias relativas y las comparan con la conjetura.

4. Efectúan una encuesta entre dos poblaciones.

- › Determinan las frecuencias absolutas y relativas de los datos.
- › Representan los resultados de ambas poblaciones mediante un gráfico adecuado.
- › Comentan y comunican el desarrollo de los datos.
- › Si es necesario, cuestionan el muestreo y la representatividad de la encuesta.
- › Sacan conclusiones de la encuesta.

5. Comparan dos muestras representadas por un gráfico de doble barra que se refiere al agua caída en dos regiones. Los números en el eje horizontal indican los meses de enero a diciembre y los números en el eje vertical señalan la cantidad de agua en mm por m<sup>2</sup>.



- › Determinan el valor máximo y el valor mínimo de lluvia caída en ambas regiones. Estiman los valores que muestran las barras.
- › Calculan el promedio anual y el promedio de las estaciones para ambas regiones.
- › Comunican coherencias y diferencias.

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

### Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

### Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

### Observaciones al docente

Se espera que los alumnos cuestionen los datos que reciben y que los comparen con otros que puedan encontrar en los medios; que usen el cálculo de promedio y el concepto de valores máximo y mínimo para confirmar la veracidad de una información. Es deseable que intercambien opiniones sobre una posible forma de manipular esta información. **(OA E)**

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 7° básico; Ciencias Naturales OA 12 de 7° básico.**

### Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.  
(OA k)

### Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.  
(OA e)

6. Se lanza primero un dado y después una moneda. Se registra el resultado como un par ordenado de un número y una letra. Por ejemplo: el par (3, c) significa “el resultado del lanzamiento del dado es 3 y el resultado del lanzamiento de la moneda es cara”.
- › Elaboran un árbol de eventos si se realiza el lanzamiento de un dado y una moneda.
  - › Determinan el número total de las ocurrencias del lanzamiento de un dado.
  - › ¿Se cambia el número total de las ocurrencias posibles, si se lanza primero la moneda y después el dado?

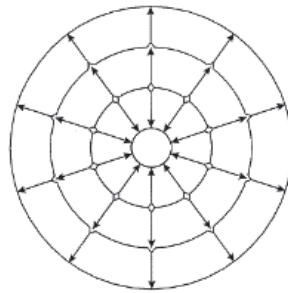
## EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

### EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 18</b> Explicar las probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>› Estimándolas de manera intuitiva.</li><li>› Utilizando frecuencias relativas.</li><li>› Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>› Establecen la probabilidad de un evento mediante razones, fracciones o porcentajes, sea haciendo un experimento o por medio de un problema.</li><li>› Elaboran experimentos aleatorios con material concreto (como dados y monedas), con resultados equiprobables y no equiprobables.</li><li>› Analizan y comunican si se cumple aproximadamente la equiprobabilidad.</li></ul>

#### Actividad

Con esta actividad se puede iniciar un proyecto experimental, a nivel del curso, para verificar lo propuesto de manera concreta.



En algunos colegios se hacen fiestas o “kermesse” para que cada clase o nivel junte dinero para los paseos de fin de año. Los 7° básico se decidieron este año por la rueda de la fortuna y pusieron algunas condiciones para pintarla:

- › Pintarla para que la probabilidad de ganar sea de  $\frac{1}{5}$ .
- › Para que exista un premio de consuelo en los casilleros de color verde: Pintan verde para que el jugador tenga un 10% de probabilidad de tener un premio de consuelo.
- › Con todas estas condiciones, se preguntan: ¿Cuál es la probabilidad de que no existan ganadores?

#### Criterios de evaluación

- › Deciden sobre el color que es ganador, el color con premio de consuelo y los colores sin premio.
- › Pintan la rueda de la fortuna de manera adecuada para que la probabilidad de ganar sea  $\frac{1}{5}$ .
- › Reconocen que el 10% de probabilidades de premio de consuelo está relacionado con  $\frac{1}{10}$  de probabilidad de ocurrencia.
- › Relacionan lo anterior con pintar  $\frac{1}{10}$  del círculo con el color del premio de consuelo.
- › Calculan la probabilidad de no ganar nada y pintan de manera adecuada.

## EJEMPLO 2

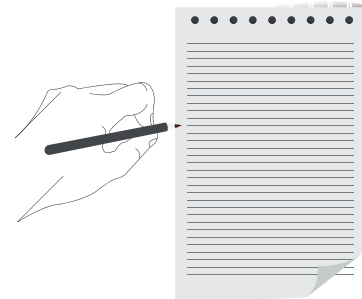
Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<b>OA 15</b> Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.	<ul style="list-style-type: none"><li>› Infieren sobre la composición de una población incógnita pequeña (botellita opaca con 5 bolitas de dos colores, por ejemplo) mediante un muestreo aleatorio reiterado (de una bolita por vez, a través de una ventanita, por ejemplo).</li><li>› Infieren porcentajes representativos de la muestra y luego comparan con la realidad.</li><li>› Analizan las muestras obtenidas para ver coincidencias o diferencias.</li></ul>

### Actividad

Con esta actividad se puede iniciar un proyecto experimental, a nivel del colegio y realizar la encuesta propuesta.

¿Cuántos alumnos zurdos hay en mi colegio?

- Estiman el porcentaje de los zurdos.
- Planifican una encuesta.
- Recogen los datos.
- Calculan el porcentaje de los alumnos zurdos.
- Representan el resultado con un gráfico adecuado.
- Comparan el resultado con el porcentaje de los zurdos en Chile.



### Criterios de evaluación

- › Realizan una estimación razonable a base de la experiencia que tienen los alumnos.
- › Reconocen que es inadecuado encuestar todos los alumnos del colegio.
- › Buscan una forma adecuada de muestreo.
- › Reparten las diferentes tareas dentro su grupo.
- › Calculan el porcentaje de zurdos y lo redondean.
- › Eligen un gráfico circular para la representación.
- › Utilizan una fuente de información para obtener el porcentaje de zurdos en el país.
- › Comentan posibles diferencias con el porcentaje nacional.



### EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p><b>OA 17</b></p> <p>Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.</li> <li>› Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.</li> <li>› Utilizándolas para comparar dos poblaciones.</li> <li>› Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>› Determinan medidas de tendencia central para datos no agrupados y agrupados.</li> <li>› Analizan medidas de tendencia central para datos agrupados.</li> <li>› Visualizan la medida de tendencia central y el rango en los gráficos correspondientes.</li> </ul>

#### Actividad

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

En un hotel se registró los días de estadía de los huéspedes por el período de un mes. El resultado se representa en la siguiente tabla.

ESTADÍA EN DÍAS	1	2	3	4		
CANTIDAD DE INSCRIPCIONES	142	163	203	170		
CANTIDAD ACUMULADA	142	305				
ESTADÍA EN DÍAS	5	6	7	8	9	10
CANTIDAD DE INSCRIPCIONES	76	54	82	17	13	4
CANTIDAD ACUMULADA						

- a. Completan la tabla con las frecuencias acumuladas.
- b. Determinan la media y la moda.
- c. Determinan la mediana.
- d. Confeccionan un gráfico de barras y marcan la media y la mediana.
- e. ¿Se cambiaría la mediana al no considerar las estadías que sobrepasan los 7 días? Contestan sin cálculo.

#### Criterios de evaluación

- › Calculan correctamente las frecuencias acumuladas.
- › Buscan y aplican un patrón para determinar la media.
- › Determinan la posición de la mediana y su valor.
- › Eligen adecuadamente las dimensiones del gráfico de barras.
- › Ponen exactamente las marcas de la media y de la mediana.
- › Reconocen que la mediana no cambia, porque la cantidad de estadías sobre 7 días está al margen de la distribución.



# Bibliografía

## BIBLIOGRAFÍA PARA EL DOCENTE

**Alagia, R., Bressan, M. & Sadovsky, P. (2005).** *Reflexiones teóricas para la educación matemática.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Alvarado, M. & Brizuela, M. (2005).** *Haciendo números: Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia.* Barcelona: Paidós Educador.

**Alsina, C., Pérez, R. & Ruiz, C. (1990).** *Simetría dinámica.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1988).** *Materiales para construir la geometría.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1989).** *Invitación a la didáctica de la geometría.* Madrid: Síntesis.

**Alsina, C. (1996).** *Enseñar matemáticas.* Barcelona: Graó.

**Araya, R. & Matus, C. (2008).** *Estadística y probabilidades: Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

**Arguelles, J. (1989).** *Historia de la matemática.* Madrid: Akal.

**Arias, M. y otros (1992).** *Hoja de cálculo en la enseñanza de las matemáticas en secundaria.* Madrid: Universidad Autónoma.

**Artigue, M. (1994).** Una introducción a la didáctica de la matemática, en *Enseñanza de la Matemática.* Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE.

**Artigue, M., Douday, R. & Moreno, L. (1995).** *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Iberoamericana.

**Berlanga, R., Bosch, C. & Rivaud, J. (2001).** *Las Matemáticas, perejil de todas las salsas.* México: Fondo de Cultura Económica.

**Boule, F. (2005).** *Reflexiones sobre la geometría y su enseñanza.* México: la Vasija.

**Brousseau, G. (2007).** *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Bruner, S. (1969).** *Hacia una teoría de la instrucción.* México: Uteha.

- Callejo, L. (1994).** *Un club de Matemática para la diversidad*. Madrid: Narcea.
- Cantoral, R. (2003).** *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Trillas.
- Cañón, C. (1993).** *La matemática: Creación y descubrimiento*. Madrid: Universidad Pontificia de Comillas.
- Centeno, J. (1997).** *Números decimales: ¿por qué? ¿para qué?* Madrid: Síntesis.
- Chamorro, M. & Belmonte, J. (2005).** *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Educación.
- Cofré, A. & Tapia, L. (1995).** *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático*. Santiago de Chile: Universitaria.
- Corbalán, F. (1995).** *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Graó.
- Coxeter, S. & Greitzer, L. (1994).** *Retorno a la geometría*. Madrid: DLS-EULER.
- D'Amore, B. y otros. (2006).** *Didáctica de la matemática*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- De Burgos, J. (1994).** *Curso de álgebra y geometría*. Madrid: Alhambra Longman.
- Díaz, J., Batanero, M. & Cañizares, M. (1987).** *Azar y probabilidad*. Madrid: Síntesis.
- Dolores, C. (2007).** *Matemática educativa: Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula*. Madrid: Díaz de Santos.
- Duhalde, E. & González, M. (2003).** *Encuentros cercanos con la matemática*. Buenos Aires: Aique.
- Elphick, W. (2001).** *101 actividades para implementar los objetos fundamentales transversales*. Santiago de Chile: Tiberíades.
- Escalante, M. (2008).** *La matemática de los modelos proporcionales: Material del estudiante 1 Año medio*. Santiago de Chile: Universidad de Santiago.
- García, G. (1998).** *Heurística geométrica*. México: Limusa.
- González, L. (editor) (1990).** *Números enteros. Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Govinden, P. (1999).** *Introducción a la estadística*. Bogotá: McGraw-Hill Interamericana.
- Honsberger, R. (1994).** *El ingenio en las matemáticas*. Madrid: DLS-Euler.

**Johsua, S. & Dupin, J. (2005).** *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática*. Buenos Aires: Colihue.

**Lehmann, H. (2001).** *Álgebra*. México: Limusa.

**Moya, M., Troncoso, M. & Yáñez, M. (2007).** *Álgebra: El poder de la generalización. Material del estudiante 1er Año medio*. Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

**Planas, N. & Alsina, A. (2005).** *Educación matemática y buenas practicas: Infantil, primaria, secundaria y educación superior*. Barcelona: Graó.

**Resnick, B. & Ford, W. (2010).** *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós

**Reyes, C. & Valenzuela, M. (2006).** *Matemática 1º medio*. Santiago, Chile: McGraw-Hill Interamericana.

**Saavedra, G. (2005).** *Contenidos básicos de estadística y probabilidad*. Santiago: Universidad de Santiago.

**Sadovsky, P. (2005).** *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

**Smith, S. (2006).** *Álgebra, trigonometría y geometría*. Needham, Mass: Pearson Prentice Hall.

**Tahan, M. (2002).** *El hombre que calculaba*. México: Limusa.

**Valenzuela, H. (2006).** *Fundamentos de matemática universitaria. Álgebra y Cálculo*. Madrid: Pearson/Prentice-Hall.

**Villanueva, F., Arenas, F. & Masjuán, G. (1993).** *Geometría elemental*. Santiago: Universidad Católica de Chile.

**Villella, A. (2001).** *Uno, dos, tres. Geometría otra vez: De la intuición al conocimiento formal en la EGB*. Buenos Aires: Aique.

## SITIOS WEB RECOMENDADOS

Ministerio de Educación de Chile:  
[www.mineduc.cl](http://www.mineduc.cl)

Instrumentos curriculares (Programas de Estudio, etc.):  
[www.curriculum-mineduc.cl](http://www.curriculum-mineduc.cl)

Instituto Nacional de Estadísticas:  
[www.ine.cl](http://www.ine.cl)

Red Maestros de Maestros (Mineduc):  
[www.rmm.cl](http://www.rmm.cl)

Geometría:  
[http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/g\\_m.html](http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/g_m.html)

Potencias:  
[http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/cl\\_f\\_potencias\\_m.html](http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/cl_f_potencias_m.html)

Pasatiempos y juegos en clases de matemática:  
<http://anagarciaazcarate.wordpress.com/category/juego-de-tableros/>

### RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Portal Educar Chile: Recursos generales e interactivos para el docente:  
[www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119](http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119)

Enlaces: Recursos Educativos Digitales:  
[www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)

Proyecto Descartes, España: Matemáticas Interactivas:  
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:  
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

EduTEKA, Portal Educativo, Colombia: Matemática Interactiva:  
[www.eduteka.org/MI/master/interactivate](http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate)

## BIBLIOGRAFÍA PARA EL ESTUDIANTE

**Araya, R. & Matus, C. (2008).** Estadística y probabilidades: *Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

**Dussling, J. & Thornburgh, M. (2005).** *El problema de 100 libras.* New York: Kane Press.

**Enzensberger, M., Berner, S. & Fortea, C. (2007).** *El diablo de los números: Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas.* Madrid: Siruela.

**Kassirer, S. & Smath, J. (2005).** *La feria musical de matemáticas.* New York: Kane Press.

**Honsberger, R. (1994).** *El ingenio en las matemáticas.* Madrid: DLS-EULER.

**Oster, G. (2008).** *El gran libro de las matemáticas del Ogro feroz.* Barcelona: Oniro.

**Ramírez, A. B., Penner, L. R. & Smath, J. (2007).** *¡Apaguen las luces!* New York: Kane Press.

**Tahan, M. (2002).** *El hombre que calculaba.* México: Limusa.



## RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Proyecto Descartes, España: Matemáticas Interactivas:

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Aplicaciones de Matemática:

<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:

<http://nlvm.usu.edu/es/nav;>

### Enlaces directos:

› Números y operaciones:

[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html)

› Álgebra:

[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_2.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html)

› Geometría:

[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_3.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html) [http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_4.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html)

› Análisis de datos y probabilidad:

[http://nlvm.usu.edu/es/nav/category\\_g\\_3\\_t\\_5.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html)

› Portal Educar Chile. Recursos educativos interactivos:

[www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119](http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119)

› Enlaces. Recursos Educativos Digitales:

[www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel\\_educativo=50&subsector\\_basica=65](http://www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65)

› Eduteka – Matemáticas Interactivas:

<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>

› Eduteka – Recursos:

[http://www.eduteka.org/tag/recursos\\_inicio/recientes/1](http://www.eduteka.org/tag/recursos_inicio/recientes/1)

› Geometría:

[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/geometria/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/geometria/1)

› Álgebra:

[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/algebra/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/algebra/1)

› Aritmética:

[http://www.eduteka.org/recursos/recursos\\_inicio/matematicas/artimetica/1](http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/artimetica/1)

## TODAS LAS UNIDADES

**Blum, R., (2008).** *Festival de ingenio*. Santiago de Chile: RIL.

**Burgués, C., Codina, R., Montanuy, M. & Inaraja, C. (2007).** *Apuntes de matemáticas*. Barcelona: Parramón.

**Collantes, J. & Pérez, A. (2006).** *Matecuentos cuentamates: Cuentos con problemas. [3]*. Madrid: Nivola.

**Gardner, M. (2008).** *El idioma de los espías*. Santiago de Chile: RIL.

**Moscovich, I. & Castañeda, I. (2007).** *Imaginación geométrica*. Naucalpan, México: La Vasija.

**Sierra, J. & Núñez, P. (2000).** *El Asesinato del Profesor de Matemáticas*. Madrid: Anaya.

**Snape, C., Heather, S. & Escoffié, H. (2005).** *¡Sal si puedes! Laberintos y rompecabezas matemáticos*. México: Limusa.

**Varios autores. (2005).** *Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real*. Madrid: Alfaguara.

## MATERIALES

Geometría:

Varios Autores. *Sólidos geométricos*. Learning Resources.

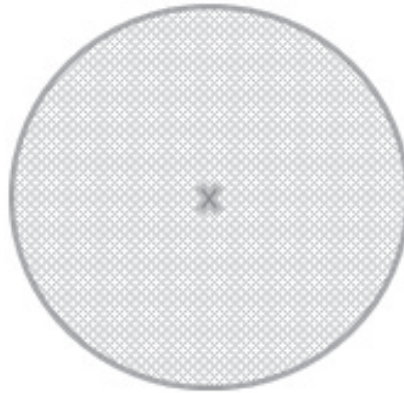
# Anexos

# ANEXO 1

## GLOSARIO

### Círculo como lugar geométrico

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano que cumplen cierta propiedad. El círculo como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que están a menor o igual distancia de un punto denominado centro.



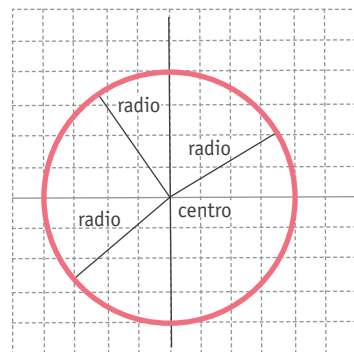
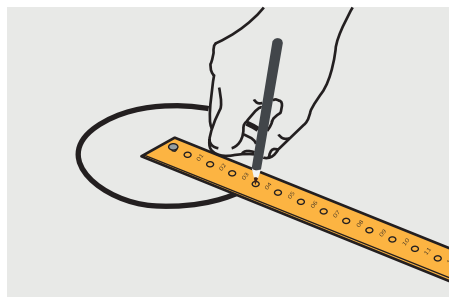
### Circunferencia como lugar geométrico

La circunferencia como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que equidistan de un punto denominado centro.

Se puede relacionar con el perímetro de un círculo.

Con uso de material concreto: considerando la misma distancia desde un centro.

En el plano cartesiano



## Combinatoria

Una combinación es la forma de seleccionar posibles objetos de un determinado grupo de elementos, sin importar el orden de estos.

Ejemplo:

¿De cuántas maneras se pueden formar parejas de trabajo en una sala con 5 estudiantes?

Si son 5 estudiantes A, B, C, D, E las parejas de trabajo pueden ser las siguientes:

AB AC AD AE BC BD BE CD CE CB

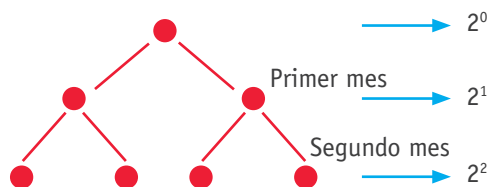
$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \quad C_2^5 = \binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = 10$$

Las combinaciones son 10, esto es hay 10 formas diferentes de armar las parejas de trabajo.

## Crecimiento y decrecimiento de cantidades en forma porcentual constante

Ejemplo 1:

Una enfermedad se ha propagado mediante un crecimiento exponencial; cada vez se propaga el doble del mes anterior.



Ejemplo 2:

El pago de arriendo se reajusta un 5% cada 6 meses; si el arriendo es de \$200.000, ¿cuánto se pagará al año y medio?

Inicio: \$ 200 000

Al sexto mes: \$ 200 000 • 1,05

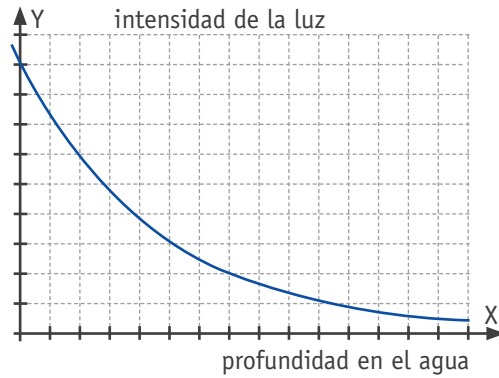
Al año: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)<sup>2</sup>

Al año y medio: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)<sup>3</sup>

Al año y medio se pagará: \$ 231 525

Ejemplo 3:

La intensidad de la luz decrece por cada metro de profundidad por mismo porcentaje del valor anterior, por ejemplo por cada metro disminuye en 10%.

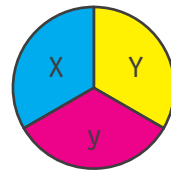


**Diagrama de árbol**

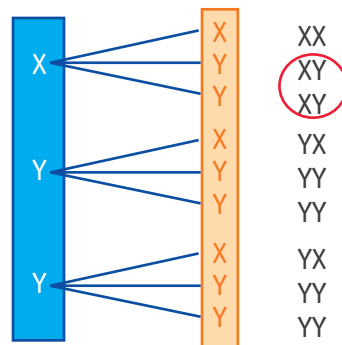
En probabilidad, permite tener una visión general del problema. Se comienza poniendo una rama por cada posibilidad; al final de cada rama se hace un "punto" para iniciar otra rama, según las posibilidades del siguiente evento. Se debe tener presente que la suma de las probabilidades de cada rama debe dar 1.

Ejemplo 1:

Una ruleta se divide en tres regiones iguales con distinto color. Si la ruleta gira dos veces:



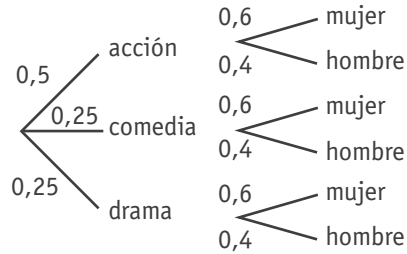
a) Dibujan un diagrama de árbol para representar el espacio muestral para dos vueltas de la flecha en la ruleta.



b) ¿Cuál es la probabilidad que al dar dos vueltas caiga en X primero y luego en Y? Observando las combinaciones, existen dos casos favorables y 9 opciones de combinar. Entonces la probabilidad es  $\frac{2}{9}$

Ejemplo 2:

En un curso se pregunta cuál es su género de película favorita: las categorías son acción, comedia o drama. Un 50% prefiere acción, un 25% la comedia y el otro 25% el drama. Si las mujeres representan un 60% del curso, ¿cuál es la probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción?



La probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción es  $0,5 \cdot 0,6 = 0,3$ , es decir, un 30% de las alumnas.

La suma de las ramas es

$$0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 = 1$$

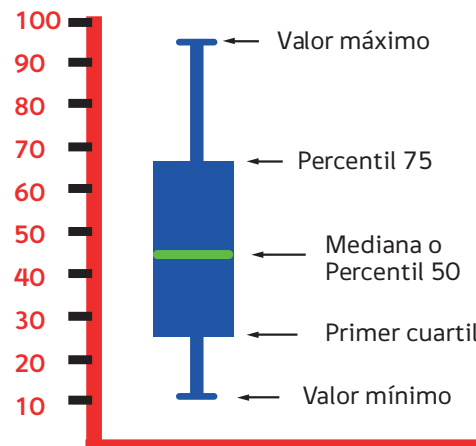
### Diagrama de cajón

Permite hacer una representación gráfica de los cuartiles.

Ejemplo:

Se ha registrado en segundos el tiempo que los trabajadores de una central telefónica demoran en contestar una llamada:

10    20    25    26    27    32    33    34    52    53  
56    60    70    75    80    96

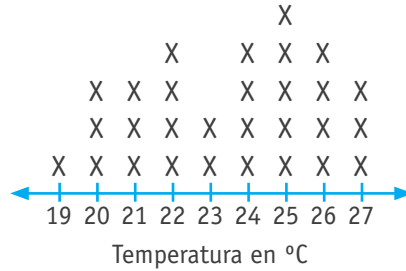


**Diagrama de punto**

Diagrama que permite exhibir rápidamente datos sobre una recta.

Ejemplo:

Temperaturas máximas en el mes de octubre



**Diagrama de tallo y hoja**

Representación gráfica que permite mostrar datos en orden de valor de posición.

Ejemplo:

Los números de dos cifras se pueden organizar usando un diagrama de tallo y hojas, el dígito de las decenas es un tallo y el de las unidades es una hoja.

En el caso de los números 24 26 28 30 35 38 39 41 45 47



**Efecto de un dato categórico en una muestra**

Consiste en analizar la incidencia de un dato categórico cuando éste pertenece o no a la muestra.

Ejemplo:

Las notas de curso fueron 7,0; 6,7; 6,3; 5,8; 5,8; 3,5; 5,5; 6,1.

El promedio (media) del curso es de 5,8; sin embargo, si se calcula el promedio sin el dato categórico (diferente) en la muestra (3,5), el promedio del curso sería 6,2 (aproximado a la décima).

**Espacio muestral**

Son todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Ejemplo:

Se hace el experimento de sacar una bolita de una bolsa que contiene bolitas enumeradas del 1 al 5.

Espacio muestral: {1, 2, 3, 4, 5}



<p><b>Estimar porcentaje de una característica de población</b></p>	<p>Mediante muestreo se estima el porcentaje de la población con cierta característica; se utiliza la frecuencia relativa y las nociones básicas del muestreo.</p> <p>Ejemplo1: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Se sabe que en hay 10 bolitas en una caja, entre blancas y negras.</li> <li>› ¿Cómo es posible determinar el total de bolitas blancas y negras sin sacarlas todas de la caja?</li> <li>› Realizan un muestreo y estiman el porcentaje de blancas y de negras, mirando de vez en vez y anotando el color observado.</li> </ul> <p>Ejemplo 2: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Una botella contiene 50 caramelos de color rojo, azul y verde. No se sabe cuántos de cada color hay, porque la botella no es transparente; solo se puede ver el color de cada caramelo al voltearla y abrir la tapa. Y si se sacude la botella y se vuelve abrir la tapa, puede ser que cambie el color del caramelo que está justo en la tapa.</li> <li>› Durante varios días se sacudió 1000 veces la botella y se anotó el color de cada caramelo, como se muestra a continuación:</li> </ul> <table border="1" data-bbox="516 829 1435 928"> <tr> <td style="background-color: #e91e63; color: white;">CARAMELO</td> <td>Rojo</td> <td>Azul</td> <td>Verde</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e91e63; color: white;">FRECUENCIA</td> <td>452</td> <td>356</td> <td>192</td> </tr> </table> <p>Los alumnos responden: ¿qué porcentaje de caramelos de color rojo estiman hay en la botella?</p>	CARAMELO	Rojo	Azul	Verde	FRECUENCIA	452	356	192
CARAMELO	Rojo	Azul	Verde						
FRECUENCIA	452	356	192						
<p><b>Evento simple</b></p>	<p>Ejemplo:</p> <p>Lanzar dos monedas y que salgan dos sellos.</p> <p>Espacio muestral: {(cara, cara), ( cara, sello), (sello, cara), (sello, sello)}.</p> <p>Evento simple: (sello sello).</p>								
<p><b>Evento compuesto</b></p>	<p>Es la combinación de varios eventos simples, pero no corresponde al espacio muestral.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Lanzar dos dados y que la suma sea 5.</p> <p>Evento compuesto: {(3,2); (2,3); (4,1); (1,4)}, se compone de 4 eventos simples.</p>								

### Función por medio de cambio lineal

Se describe la función lineal como un cambio constante entre sus variables “y” y “x”.

Ejemplo 1:

Una persona vende a \$ 200 cada alfajor. ¿Cuál será el ingreso después de vender 35 alfajores?

Como la variación entre vender 1 y 2 alfajores fue \$ 200, entre 3 y 4 fue \$ 200, es decir, se mantiene constante.

El ingreso por la venta de alfajores es de \$ 7 000.

Ejemplo 2:

Una persona responde 30 mails cada 20 minutos; si su proporción de trabajo se mantiene constante ¿en cuánto tiempo responderá 90 mails?

Como el cambio entre las variables “minutos” y “cantidad de mails” se mantiene constante, entonces responderá 90 mails en 60 minutos.

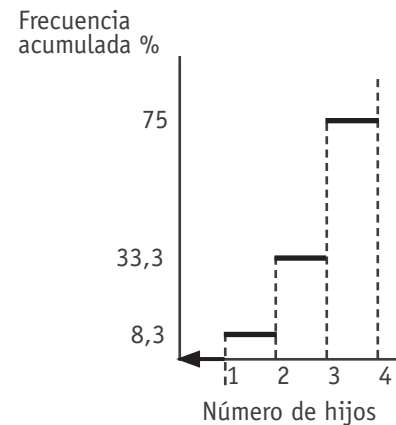
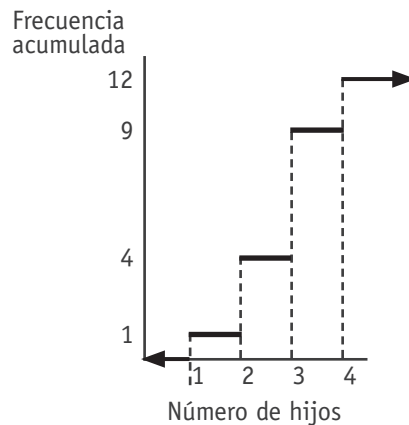
### Gráfico de percentiles

Se realiza con las frecuencias acumuladas de la muestra. También puede ser según la frecuencia acumulada porcentual.

Ejemplo:

El gráfico siguiente muestra a 12 familias según su cantidad de hijos.

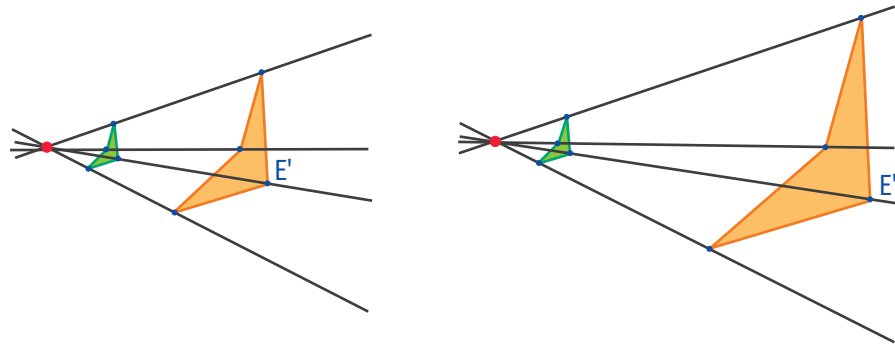
NÚMERO DE HIJOS	FRECUENCIA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA
1	1	1	8,3%
2	3	4	33,3%
3	5	9	75%
4	3	12	100%



**Homotecia relacionada con la perspectiva**

La homotecia es una transformación de una figura en el plano, que permite ampliar la forma de una figura (conservando la medida de sus ángulos) por medio de una razón.

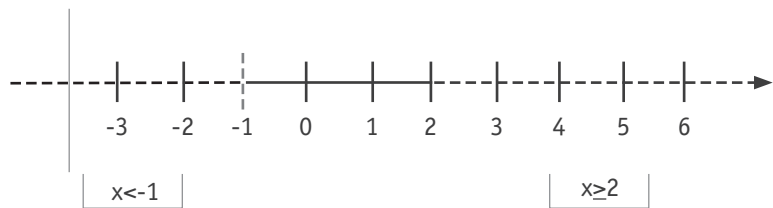
Mediante el proceso de homotecia, es posible construir figuras en perspectiva.



Homotecia en razón 3

Homotecia en razón 5

**Inecuaciones por medio de representaciones gráficas**



Las inecuaciones en una variable se representan en la recta numérica.

En la recta numérica, la parte achurrada a la izquierda representa el conjunto solución de la inecuación  $x < -1$ ; la parte achurrada a la derecha representa el conjunto solución de la inecuación  $x \geq 2$ .

### Interés simple

Es aquel interés que se aplica sobre el capital inicial en cada periodo. Por lo tanto, el rendimiento (interés) siempre se mantiene.

Ejemplo 1:

Si se tiene un capital inicial de \$ 1 000 000 a un interés simple del 2% anual:

El capital al primer año es: \$ 1 020 000.

Al segundo año es: \$ 1 040 000.

¿Cuál será su capital final al cabo de tres años?: \$ 1 060 000.

Ejemplo 2:

Para un capital inicial "a" y un interés simple del i% prestado en n períodos (meses, años).

Entonces:

› 1° período:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 1$

› 2° período:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 2$

› 3° período:  $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 3$

› N° período  $a (1 + \frac{i \cdot n}{100})$  capital final.

› Con un i % de interés.

› Interés en el período n es:  $a \cdot \frac{i}{100} \cdot n$

### Interés compuesto

Es aquel interés que se obtiene sobre el capital acumulado, es decir, el interés forma parte del capital o base del cálculo nuevo en cada período.

Ejemplo 1:

Si se tiene una cantidad inicial de \$ 1 000 000 a un interés compuesto del 2% anual:

El capital al primer año es: \$1 020 000.

Al segundo año es: \$1 040 400.

¿Cuál será su capital final al cabo de tres años?: \$1 061 208.

Ejemplo 2:

Si se tiene un capital inicial "a" a un interés compuesto del i % prestado en n período (meses, años).

Entonces:

› 1° mes:  $a (1 + \frac{i}{100})$

› 2° mes:  $a (1 + \frac{i}{100}) (1 + \frac{i}{100})$

› 3° mes:  $a (1 + \frac{i}{100}) (1 + \frac{i}{100}) (1 + \frac{i}{100})$

› N° mes:  $a (1 + \frac{i}{100})^n \rightarrow$  total de dinero

› Con un i % de interés en un período "n".

## Medidas de posición, percentiles, cuartiles

Se utilizan en estadística para describir la posición específica que tiene un dato en relación con el resto de los datos, siempre que estén en orden por categorías.

El **percentil** consiste en ordenar los datos de mayor a menor y dividirlos en 100 partes iguales, en donde el  $k$ -ésimo percentil es el número tal que, a lo más, el  $k\%$  de los datos es menor a ese valor.

Los **cuartiles** son los valores de la variable que dividen los datos ordenados en cuartos. El primer cuartil,  $Q_1$ , es el valor tal que, a lo más, el 25% de los datos es menor que ese valor.

El segundo cuartil (mediana),  $Q_2$ , es el número tal que, a lo más, el 50% de los datos es menor que ese valor.

El tercer cuartil,  $Q_3$ , es el número tal que, a lo más, el 75% de los datos es menor a ese valor.

El cuarto cuartil es toda la información, por lo tanto no se acostumbra a mencionarlo.

Ejemplo 1:

Percentiles para **datos no agrupados**.

10 estudiantes tienen las siguientes notas, ordenadas de menor a mayor:

4,7; **4,8**; 5,4; 5,7; 5,7; 5,8; 6,4; 6,5; 7; 7;

El percentil 20, es decir, la nota 4,8, significa que el 20% del curso no supera la nota 4,8 y el 80% tuvo nota sobre 4,8.

Ejemplo 2:

En una competencia de triatlón, María llegó en el lugar 25 de entre 150 participantes; entonces 125 competidoras llegaron después de María.

La posición de María en el triatlón es el percentil 83, ya que  $\frac{125}{150} = 0,8\bar{3}$ , es decir, estuvo dentro del 17% que llegó primero.

Ejemplo 3:

**Percentiles para datos agrupados.**

En un estudio se preguntó a 144 personas cuánto habían gastado en el supermercado. Los resultados se muestran en la tabla:

<b>X: CANTIDAD DE DINERO</b>	$0 < x \leq 4\ 000$	$4\ 000 < x \leq 8\ 000$	$8\ 000 < x \leq 12\ 000$	$12\ 000 < x \leq 16\ 000$
<b>NÚMERO DE COMPRADORES</b>	10	32	48	54

Se calcula el 75% de las personas que participan en el estudio, lo que da un total de 108 personas. Se ubica el 108 en el intervalo correspondiente, es decir, en el gasto de 12 000 hasta 16 000.

A continuación, se divide la diferencia del intervalo entre el número de compradores del intervalo, en este caso, es:  $\frac{4\,000}{54} = 74,074$ .

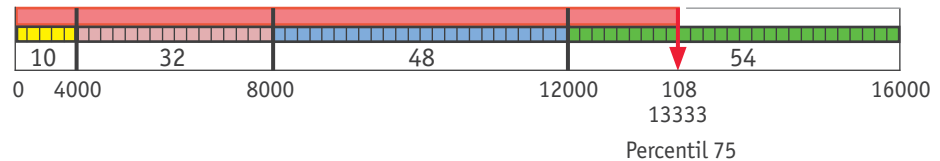
Desde que se inicia el intervalo hasta el 108 hay 18 personas, por lo tanto, se debe multiplicar 74,074 por 18, donde se obtiene la diferencia promedio entre comprador y comprador que es de: 1 333, 333 correspondiente a ese intervalo. Como el intervalo comienza en el 12 000, se debe agregar esta diferencia a 12 000.

Es decir, el 75% de las personas encuestadas gastan a lo más \$ 13 333.-

En general, se tiene:

$$P75 = 12\,000 + \frac{4\,000}{54} \cdot \left( \frac{144 \cdot 75}{100} - 90 \right)$$

$$P75 = 13\,333$$



Observando la representación de percentil 75, una aproximación de éste es considerar el promedio del intervalo en donde está agrupado el 75% de los datos:

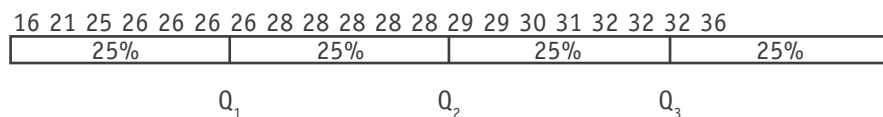
$\frac{75}{100} \cdot 144 = 108$ , el dato 108 está en el intervalo entre 12 000 y 16 000, luego el promedio entre 12 000 y 16 000 es 14 000.

Entonces, para el 75% de las personas encuestadas, su gasto aproximadamente no supera los \$ 14 000.

Ejemplo 4:

### Cuartiles

Se ha registrado, por períodos de 15 minutos, el número de vehículos que pasa por la intersección de dos avenidas en cierta ciudad:



El 25% de los vehículos que transitan en la intersección de dichas avenidas, no supera los 26 autos.

**Metáforas de máquinas para las funciones**

Consiste en identificar el concepto de función con una máquina. Una función es una máquina que “cambia” o “transforma” un elemento que ingresa.

Los elementos que ingresan actúan de la misma forma que la variable independiente y los elementos que egresan actúan igual que la variable dependiente.



Esta metáfora conduce a el concepto de función inversa, en el sentido de que la maquina trabaja al revés. Además, se tiene una forma visual para el trabajo con la compuesta de funciones.

**Modelos a escala**

Los modelos a escala son una representación de la realidad que permiten determinar las distancias reales.

Ejemplo:

El siguiente dibujo está a escala 1:1000



Midiendo con regla, es posible estimar la distancia real entre A y E según su escala.

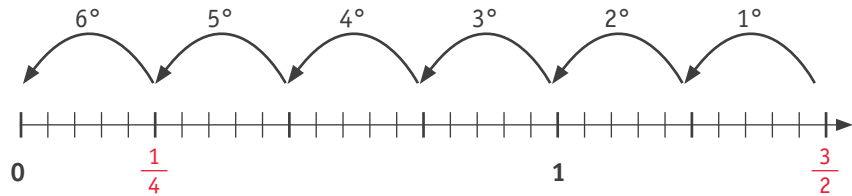
**Multiplicación y división de fracciones en representaciones pictóricas**

**División:**

Ejemplo:

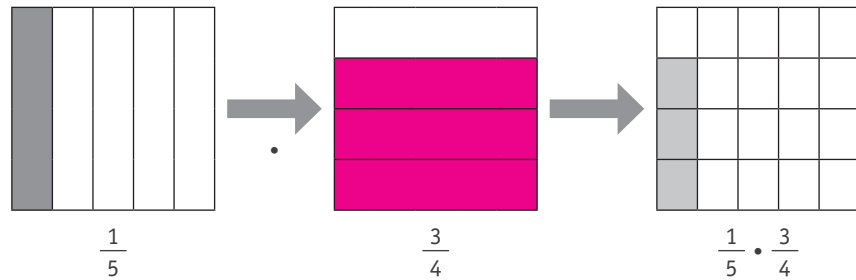
¿Cuántos saltos del largo  $\frac{1}{4}$  se deben realizar para llegar desde la posición  $\frac{3}{2}$  a la posición 0?

Representando y numerando los saltos se obtiene el resultado correcto: 6.



En representación simbólica:  $\frac{3}{2} : \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = 6$

**Multiplicación:**

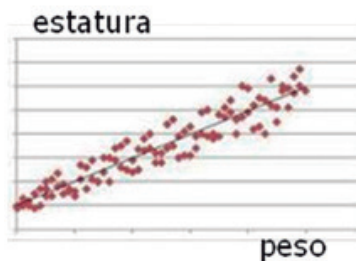


**Nube de puntos**

La distribución de datos con dos características se representa en forma de una nube de puntos en un sistema de coordenadas para visualizar una posible correlación entre ellos.

Ejemplo: La distribución de datos con dos características (peso/ estatura).

Para representar el dato que corresponde al par  $(x_i ; y_i)$ , se ubica un punto según su coordenada:





### Números naturales en notación científica

Ejemplo:

Se estima que la edad del universo es de 13 700 millones de años aproximadamente. Para escribir en notación científica, se descompone el número en potencia de 10, es decir:

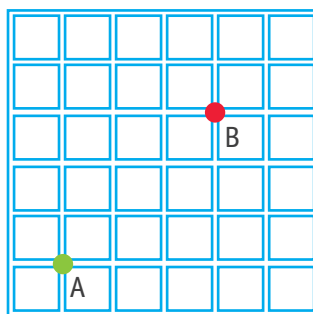
$$\begin{aligned} 13\,700\,000\,000 &= 10\,000\,000\,000 + 3\,000\,000\,000 + 700\,000\,000 \\ &= 1 \cdot 10^{10} + 3 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^8 \\ &= (1 + 0,3 + 0,07) \cdot 10^{10} \\ &= (1,37) \cdot 10^{10} \\ &= 1,37 \cdot 10^{10} \end{aligned}$$

### Paseos aleatorios

Consiste en graficar la trayectoria que resulta al hacer sucesivos pasos aleatorios.

Por ejemplo:

Una persona está ubicada en el punto A y debe llegar al punto B, siguiendo las direcciones arriba o a la derecha. ¿Cuántos caminos puede elegir para llegar?

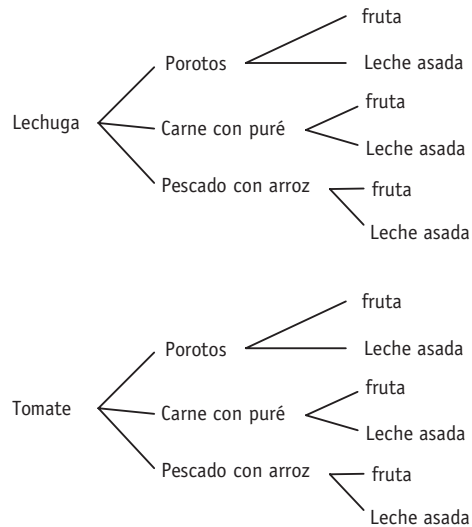


### Principio multiplicativo

Es un principio básico de conteo. Si hay "a" formas de hacer algo y "b" maneras de hacer otra cosa, entonces hay  $a \cdot b$  maneras de realizar ambas acciones.

Ejemplo:

En un menú del día se dispone de 2 opciones de entrada: lechuga o tomate; 3 opciones de plato de fondo: porotos, carne con puré y pescado con arroz; y 2 opciones de postre: fruta o leche asada. ¿Cuántos menú se puede escoger?

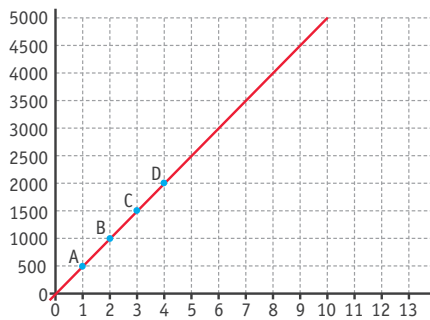


$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Se puede escoger entre 12 menú

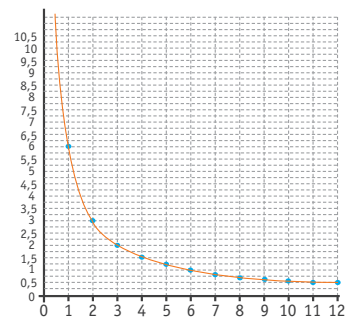
### Proporciones directas e inversas y características de la gráfica

#### Proporción directa



La proporcionalidad directa tiene un factor  $k$ , determinado por la relación  $y : x = k$ . Así, la ecuación que está representada en el gráfico está dada por  $y = k \cdot x$ .

#### Proporcionalidad inversa



La proporcionalidad inversa tiene un factor  $k$ , determinado por la relación  $x \cdot y = k$ . Así la ecuación que está representada en el gráfico está dada por:  $y = \frac{k}{x}$ ;  $k \neq 0$ .

**Regla aditiva**

Si los eventos A y B son mutuamente excluyentes, es decir,  $A \cap B \neq \emptyset$ , entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Si los eventos no son mutuamente excluyentes, es decir, su intersección no es distinta de vacío, entonces:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo 1:

Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga un número impar o mayor que tres?

Evento A: que salga un número impar.

Evento B: que salga un número mayor que tres.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 2:

En una urna existen 8 bolas numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es la probabilidad de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número primo o con un número impar?

Evento A: que salga un número primo.

Evento B: que salga un número impar.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$

**Regla multiplicativa**

Si los eventos A y B son independientes, entonces:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo:

Al lanzar dos veces un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga dos veces el número 5?

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

**Tabla de doble entrada**

Permite organizar los datos y visualizar características de una muestra.

Por ejemplo:

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
NATACIÓN	15	22	37
FÚTBOL	25	10	35
TOTAL	40	32	¿?

### Tabla de Galton

Es un experimento que permite visualizar un paseo al azar, en que hay una mayor probabilidad de llegar a los casilleros del centro.

Su construcción requiere de casilleros (columnas), filas de división, y en su parte superior, una distribución de tabiques (clavos) fijos en forma triangular, como muestra la imagen. Por el orificio de la punta de la tabla de Galton se dejan caer bolas de un tamaño adecuado.

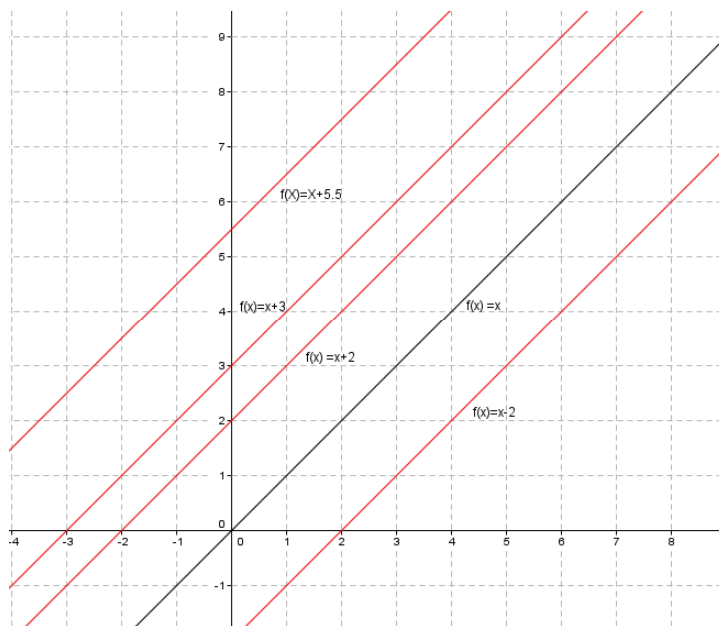
Se puede construir de forma manual o usando *software* matemático.



### Traslación del gráfico de una función lineal

A partir del gráfico de la función lineal  $f(x) = x$ , trasladan el gráfico de la función mediante la constante  $k$ , generando así el gráfico de la función afín.

Por ejemplo: la función lineal se trasladó según el factor  $k$  descrito en la imagen



### Triángulos y cuadriláteros congruentes

Dos figuras son congruentes cuando tienen igual medida de sus lados y de sus ángulos, respectivamente.

Hay diferentes formas de construir triángulos congruentes. Una de ellas es teniendo la medida de los tres lados; en el caso de la construcción de cuadriláteros, se deben identificar los triángulos que hay en el cuadrilátero (mínimo dos) y utilizar la construcción de triángulos para estos.



## ANEXO 2

### PROGRESIÓN DE HABILIDADES DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
RESOLVER PROBLEMAS	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Destacar la información dada.</li> <li>› Usar un proceso de ensayo y error sistemático.</li> <li>› Aplicar procesos reversibles.</li> <li>› Descartar información irrelevante.</li> <li>› Usar problemas similares.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Destacar la información dada.</li> <li>› Usar un proceso de ensayo y error sistemático.</li> <li>› Aplicar procesos reversibles.</li> <li>› Descartar información irrelevante.</li> <li>› Usar problemas similares.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Simplificar el problema y estimar el resultado.</li> <li>› Descomponer el problema en subproblemas más sencillos .</li> <li>› Buscar patrones .</li> <li>› Usar herramientas computacionales.</li> </ul>	<p><b>OA a</b></p> <p>Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Simplificar el problema y estimar el resultado.</li> <li>› Descomponer el problema en subproblemas más sencillos .</li> <li>› Buscar patrones .</li> <li>› Usar herramientas computacionales.</li> </ul>
	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar el proceso y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p><b>OA b</b></p> <p>Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>
	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>	<p><b>OA c</b></p> <p>Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<b>OA d</b>	Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.	Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.
<b>OA e</b>	<p>Explicar y fundamentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>› Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> </ul>	<p>Explicar y fundamentar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>› Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> </ul>	<p>Explicar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>› Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> <li>› Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.</li> </ul>	<p>Explicar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Soluciones propias y los procedimientos utilizados.</li> <li>› Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.</li> <li>› Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.</li> </ul>
<b>OA f</b>	Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.	Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.
<b>OA g</b>	Evaluar la argumentación de otros dando razones.	Evaluar la argumentación de otros dando razones.	Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si en una secuencia de pasos hay un salto o errores.	Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
MODELAR	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la vida diaria.</p>	<p><b>OA h</b></p> <p>Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la vida diaria.</p>
	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma <math>ax + b &gt;, &lt;, = c</math>, con <math>a, b, c \in N</math>, comparando dependencias lineales.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar y ajustar modelos, para modelar problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma <math>ax + b &gt;, &lt;, = c</math>, con <math>(a, b, c \in N)</math> comparando dependencias lineales.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen linealmente ó afinmente en un intervalo de valores.</p>	<p><b>OA i</b></p> <p>Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen cuadráticamente ó inversamente en un intervalo de valores.</p>
			<p><b>OA j</b></p> <p>Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.</p>	<p><b>OA j</b></p> <p>Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.</p>
	<p><b>OA j</b></p> <p>Evaluar la pertinencia de modelos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› En relación al problema presentado.</li> <li>› Considerando sus limitaciones.</li> </ul>	<p><b>OA j</b></p> <p>Evaluar la pertinencia de modelos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› En relación al problema presentado.</li> <li>› Considerando sus limitaciones.</li> </ul>	<p><b>OA k</b></p> <p>Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.</p>	<p><b>OA k</b></p> <p>Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.</p>



	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
REPRESENTAR	<p><b>OA k</b></p> <p>Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).</p>	<p><b>OA k</b></p> <p>Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).</p>	<p><b>OA l</b></p> <p>Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.</p>	<p><b>OA l</b></p> <p>Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.</p>
	<p><b>OA l</b></p> <p>Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p>	<p><b>OA l</b></p> <p>Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p>	<p><b>OA n</b></p> <p>Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.</p>	<p><b>OA n</b></p> <p>Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.</p>
	<p><b>OA m</b></p> <p>Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA m</b></p> <p>Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA o</b></p> <p>Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>	<p><b>OA o</b></p> <p>Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.</p>
			<p><b>OA m</b></p> <p>Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.</p>	<p><b>OA m</b></p> <p>Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.</p>

## ANEXO 3

### PROGRESIÓN DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TEMÁTICOS DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

NÚMEROS			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
NÚMEROS Y OPERATORIA			
<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la adición y sustracción de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Representando los números enteros en la recta numérica.</li> <li>› Representándolas de manera concreta, (como subir y bajar en ascensor), pictórica (en la recta numérica) y simbólica.</li> <li>› Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la oposición no opuesta representa ningún cambio de posición).</li> <li>› Resolviendo problemas en contextos cotidianos.</li> </ul>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y división de números naturales.</li> <li>› Aplicando la regla de los signos de la operación.</li> <li>› Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.</li> </ul>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.</p>	<p><b>OA 1</b></p> <p>Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.</li> <li>› Combinado raíces con números racionales.</li> <li>› Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.</li> </ul>

## NÚMEROS

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 2</b> Explicar la multiplicación y la división de fracciones.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>› Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.</li><li>› Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales.</li></ul>	<p><b>OA 2</b> Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>› Representándolos en la recta numérica.</li><li>› Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).</li></ul>		
<p><b>OA 3</b> Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con <i>software</i> educativo).</p>			

## PROPORCIONES

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 4</b></p> <p>Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Representándolo de manera pictórica.</li> <li>› Calculando de varias maneras.</li> <li>› Aplicándolo a situaciones sencillas.</li> </ul>	<p><b>OA 4</b></p> <p>Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.</p>		

## POTENCIAS Y RAÍCES

<p><b>OA 5</b></p> <p>Utilizar potencias de base 10 con exponente natural:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Usando los términos “potencia, base, exponente, elevado”.</li> <li>› Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal.</li> <li>› Expresando números naturales en notación científica (sistema decimal).</li> <li>› Resolviendo problemas, usando la notación científica.</li> </ul>	<p><b>OA 3</b></p> <p>Explicar la multiplicación y división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p>	<p><b>OA 2</b></p> <p>Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes.</li> <li>› Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 2</b></p> <p>Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica.</li> <li>› Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa.</li> <li>› Describiendo la relación entre potencias y logaritmos.</li> <li>› Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.</li> </ul>
	<p><b>OA 4</b></p> <p>Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Estimándolas de manera intuitiva.</li> <li>› Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.</li> <li>› Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.</li> </ul>		

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### EXPRESIONES ALGEBRAICAS

**OA 6**

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

**OA 7**

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma  
 $ax + by + cz$   
 $(a, b, c \in \mathbb{Z})$

**OA 6**

Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:

- › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- › Determinando formas factorizadas.

**OA 3**

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- › Transformando productos en sumas y viceversa.
- › Aplicándolos a situaciones concretas.
- › Completando cuadrado del binomio.
- › Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### FUNCIONES

#### OA 8

Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- › Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- › Graficando los valores de la tabla.
- › Explicando las características de la gráfica.
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

#### OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- › Utilizando tablas.
- › Usando metáforas de máquinas.
- › Estableciendo reglas entre  $x$  e  $y$ .
- › Representado de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn) de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Relacionándola con el interés simple.
- › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

#### OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma  $f(x, y) = ax + by$ ; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- › Creando tablas de valores con  $a$ ,  $b$  fijo y  $x$ ,  $y$  variable.
- › Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando  $c$  en la ecuación  $ax + by = c$ ; ( $a, b, c \in Q$ ) (decimales hasta la décima).

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### FUNCIONES

#### OA 3

Mostrar que comprenden la función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c: (a \neq 0)$$

- › Reconociendo la función cuadrática  $f(x) = ax^2$  en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- › Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Determinando puntos especiales de su gráfica.
- › Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### FUNCIONES

#### OA 5

Mostrar que comprenden la inversa de una función:

- › Utilizando la metáfora de máquina.
- › Representándola por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico del plano cartesiano.
- › Calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas.

#### OA 6

Explicar el cambio porcentual constante en intervalos de tiempo:

- › Por medio de situaciones de la vida real y de otras asignaturas.
- › Identificándolo con el interés compuesto.
- › Representándolo de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Expresándolo en forma recursiva  
 $f(t + 1) - f(t) = a \cdot f(t)$ .
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.



## ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### ECUACIONES E INECUACIONES

#### OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

- ›  $ax = b; \frac{x}{a} = b$
- ›  $(a, b \text{ y } c \in \mathbb{Z}; a \neq 0)$
- ›  $ax < b; ax > b; \frac{x}{a} < b; \frac{x}{a} > b$   
 $(a, b \text{ y } c \in \mathbb{N}; a \neq 0)$

#### OA 8

Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

- ›  $ax = b; \frac{x}{a} = b, a \neq 0;$
- ›  $ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$
- ›  $ax = b + cx; a(x + b) = c;$
- ›  $ax + b = cx + d$   
 $(a, b, c, d, e \in \mathbb{Q})$

#### OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 4

Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 4

Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica, o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:

- ›  $ax^2 = b$
- ›  $(ax + b)^2 = c$
- ›  $ax^2 + bx = 0$
- ›  $ax^2 + bx = c$   
 $(a, b, c \text{ son números racionales, } a \neq 0)$

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### CONSTRUCCIONES Y MEDIDAS

**OA 10**

Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.

**OA 13**

Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.

**OA 11**

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:

- › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen.
- › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie.
- › Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros.
- › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

**OA 6**

Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  y  $180^\circ$ , por medio de representaciones concretas.

**OA 7**

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficie y el volumen del cono:

- › Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie.
- › Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono.
- › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 11</b> Mostrar que comprenden el círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo.</li> <li>› Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo.</li> <li>› Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria.</li> <li>› Identificándolo como lugar geométrico.</li> </ul>			<p><b>OA 7</b> Desarrollar la fórmula del área de la superficie y el volumen de la esfera:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Conjeturando la fórmula.</li> <li>› Representando de manera concreta y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida diaria y de geometría.</li> </ul>
<p><b>OA 12</b> Construir objetos geométricos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros.</li> <li>› Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito.</li> <li>› Triángulos y cuadriláteros congruentes.</li> </ul>			

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### PLANO CARTESIANO, TRANSFORMACIONES Y RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

#### OA 14

Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

#### OA 14

Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

#### OA 8

Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- › Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos.
- › Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados.
- › Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	<p><b>OA 13</b></p> <p>Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, utilizando:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Los vectores para la traslación.</li> <li>› Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.</li> <li>› Los puntos del plano para las rotaciones.</li> </ul>	<p><b>OA 8</b></p> <p>Mostrar que comprenden el concepto de homotecia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano.</li> <li>› Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia.</li> <li>› Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 9</b></p> <p>Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores.</p>
		<p><b>OA 9</b></p> <p>Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.</p>	

## GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### OA 12

Explicar de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con *software* educativo.

### OA 10

Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.

### OA 11

Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con *software* educativo.

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

### DATOS Y MUESTRAS

#### OA 15

Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.

#### OA 16

Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con *software* educativo.

#### OA 17

Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango:

- › Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población.
- › Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado.
- › Utilizándolos para comparar dos poblaciones.
- › Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.

#### OA 15

Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:

- › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.
- › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Utilizándolas para comparar poblaciones.

#### OA 12

Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.

#### OA 13

Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos "xy" para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica:

- › Utilizando nubes de puntos en dos colores.
- › Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.

#### OA 10

Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas: definiendo la variable determinando los posibles valores de la incógnita calculando su probabilidad graficando sus distribuciones.

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	<p><b>OA 16</b></p> <p>Evaluar la forma en que los datos están presentados:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.</li> <li>› Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos.</li> <li>› Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.</li> </ul>		

## PROBABILIDAD Y COMBINATORIA

<p><b>OA 18</b></p> <p>Explicar probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Estimándolas de manera intuitiva.</li> <li>› Utilizando frecuencias relativas.</li> <li>› Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje.</li> </ul>	<p><b>OA 17</b></p> <p>Explicar el principio combinatorio multiplicativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› A partir de situaciones concretas.</li> <li>› Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>› Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.</li> </ul>	<p><b>OA 14</b></p> <p>Desarrollar las reglas de probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, en el contexto de la resolución de problemas.</p>	<p><b>OA 11</b></p> <p>Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.</p>
---	---	--	--



## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p><b>OA 19</b> Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con <i>software</i> educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.</p>		<p><b>OA 15</b> Mostrar que comprenden el concepto de azar:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Experimentando con la tabla de galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</li> <li>› Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas.</li> <li>› Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso.</li> <li>› Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.</li> </ul>	<p><b>OA 12</b> Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>› Revisando informaciones de los medios de comunicación.</li> <li>› Identificando suposiciones basadas en probabilidades.</li> <li>› Explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas.</li> <li>› Explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades.</li> </ul>





