FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Investigación y Postgrado

MATEMÁTICAS EMERGENTES EN UN AULA INCLUSIVA CON EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN MULTIMODAL

Tesina para optar al grado de Magíster en Educación Matemática

Autora: María Alejandra Moreno Burgos
Profesora Guía: Dra. Leonora Díaz Moreno

Enero, 2020
SANTIAGO – CHILE

Índice

Resumen

La siguiente investigación, tuvo como propósito describir los recursos multimodales (herramientas) utilizados por un grupo de estudiantes pertenecientes al nivel de segundo año medio al interactuar con una secuencia de experimentación y modelación. La problemática se centró en el discurso Matemático Escolar, dado que se considera un elemento excluyente que no favorece la inclusión al interior del aula de matemáticas.

Las teorías utilizadas en esta investigación, son en primer lugar la Socioepistemología, dado su sentido amplio, puesto que busca intervenir en el sistema didáctico abarcando las dimensiones cognitiva, sociocultural, epistemológica y la institucionalización, teniendo como eje central las "prácticas sociales", además de amparar la perspectiva de modelación utilizada en esta investigación. En segundo lugar, la Lingüística Sistémico Funcional, debido a que el lenguaje tiene una especial relevancia en el aprendizaje de las matemáticas, siendo el más usado por los docentes durante las clases, transformándose en el sistema semiótico con mayor presencia en el aula.

La metodología utilizada, es la investigación basada en diseño (IBD), paradigma que en la actualidad está siendo muy utilizado en la investigación educativa, principalmente en el campo de la didáctica de las matemáticas.

Respecto de los objetivos, los estudiantes demuestran preferencia por las justificaciones basadas en artefactos numéricos, a pesar de ser las expresiones verbales las más utilizadas en el aula. Asimismo, dan cuenta de una riqueza conceptual al utilizar elementos del sistema gráfico que en el modo verbal no es posible observar.

Entre los aportes, se sugiere que los docentes otorguen a sus estudiantes la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente soluciones. Así tendrán mayores posibilidades de generalizar conceptos y utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas. De esta manera también estarán contribuyendo a la diversificación de los procesos de enseñanza aprendizaje en aula de matemáticas, haciendo uso de artefactos verbales que interactúan con matemáticos y gráficos, para fortalecer la habilidad matemática de argumentar y comunicar.

Abstract

The following research, aimed to describe the multimodal resources (tools) used by a group of students belonging to the second year middle level when interacting with a sequence of experimentation and modeling. The problem was centered on the School Mathematics discourse, since it is considered an excluding element that does not favor inclusion within the mathematics classroom.

The theories used in this research are, in the first place, Socioepistemology, given its wide sense, since it seeks to intervene in the didactic system by covering the cognitive, socio-cultural, epistemological and institutionalization dimensions, having as a central axis the "social practices", besides covering the modeling perspective used in this research. Secondly, Functional Systemic Linguistics, because language has a special relevance in the learning of mathematics, being the most used by teachers during classe The methodology used is research based on design (IBD), a paradigm that is currently being widely used in educational research, mainly in the field of mathematics teaching.

Regarding the objectives, students show a preference for justifications based on numerical artifacts, despite the fact that verbal expressions are the most used in the classroom. They also show a conceptual richness in using elements of the graphic system that cannot be observed in the verbal mode.

Among the contributions, it is suggested that teachers give their students the opportunity to describe, explain, and collectively discuss solutions. In this way, they will have greater possibilities to generalize concepts and to use a wide range of forms to communicate their ideas. In this way, they will also be contributing to the diversification of teaching and learning processes in the mathematics classroom, making use of verbal artifacts that interact with mathematicians and graphics in order to strengthen the mathematical ability to argue and communicate.

Introducción

Esta investigación tuvo como propósito describir cómo concurren el discurso Matemático Escolar con la conformación de herramientas matemáticas de estudiantes de un aula inclusiva de segundo año de enseñanza media al abordar una secuencia de experimentación y modelación multimodal.

Para dar inicio a la investigación, se han considerado algunas aproximaciones al concepto de inclusión propuesto en la reforma educacional, invitando a visibilizar los primeros acercamientos a la noción e importancia de diversificar los procesos de enseñanza de la asignatura de matemáticas para alcanzar mayores niveles de inclusión en el aula.

La problemática se ha centrado en el denominado discurso Matemático Escolar cuya critica recae en su excesiva centración en los objetos matemático, convirtiéndose en un elemento excluyente, dado que no considera a los actores sociales que participan de la construcción de conocimiento matemático originado en las prácticas sociales.

> Cuando se analiza el bajo rendimiento que obtienen los estudiantes en la asignatura de matemáticas, las explicaciones generalmente están asociadas a dificultades inherentes al sujeto, es decir, la responsabilidad recae en los procesos cognitivos y psicológicos del estudiante que aprende o en la forma o metodologías de quien enseña. Uno de los factores que parece no ser considerado es el propio saber escolar que se ha organizado y seleccionado para ser enseñado. (Soto, 2014, p.3)

Los principales fundamentos teóricos utilizados en la investigación son en primer lugar la Socioepistemología, cuyo interés es intervenir en el sistema didáctico en un sentido amplio, ya que busca tratar a los fenómenos de producción, adquisición y difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore el estudio epistemológico del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003). Bajo este fundamento se ha considerado la modelación propuesta por Arrieta y Díaz (2015) su interés es acercar herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones de los actores del entorno con aquellos que se pongan en escena en el aula.

Otra de las teorías que se han seleccionado para analizar las respuestas de los estudiantes a la secuencia de experimentación y modelación es la Lingüística Sistémico Funcional (LSF), su aporte consiste en analizar los sistemas multimodales utilizados por los estudiantes para comunicar saberes matemáticos escolares, además de observar la posible influencia del discurso Matemático Escolar en sus respuestas. En este sentido, queda de manifiesto la especial relevancia del lenguaje verbal natural en el aprendizaje de las matemáticas, ya que es el más usado por los docentes durante las clases para dar explicaciones acerca de los contenidos presentes en el texto de estudio de cualquier nivel, considerado el centro del quehacer pedagógico (Meneses, 2008). Transformándose en el sistema semiótico con mayor presencia en el aula.

La metodología utilizada, es la investigación basada en diseño (IBD), paradigma que en la actualidad está siendo muy utilizado en la investigación educativa, principalmente en el campo de la didáctica de las matemáticas y las ciencias (Kelly, 2003). Esta metodología de naturaleza principalmente cualitativa, ha sido desarrollada dentro de las ciencias de aprendizaje (Learning sciences) un campo disciplinar que estudia el aprendizaje y la enseñanza y abarca disciplinas como la antropología, la psicología la neurociencia, así como las didácticas específicas, entre otras.

Las respuestas de los seis grupos a los once reactivos que componen la secuencia, se encuentran organizadas en tablas. En ella es posible identificar el tipo de artefacto multisemiótico utilizado (verbal, gráfico, matemático y de apoyo al significado). El proceso implica describir e interpretar los recursos semióticos de modo de saber cómo a partir del texto dan a conocer saberes matemáticos, así como también caracterizar elementos de la modelación.

Respecto del primer objetivo específico, a saber, *Describir los desarrollos estudiantiles desde su recurso a la multimodalidad* se observa que los estudiantes al poner en escena artefactos gráficos, alcanzan mayores niveles de profundidad en la descripción, demostrado por un mayor empleo de conceptos involucrados en el experimento.

En relación al segundo objetivo específico *Distinguir herramientas matemáticas construidas por estudiantes de un aula inclusiva cuando abordan una secuencia de experimentación y modelación multimodal.* De acuerdo a lo observado, al ser el estudiante guiado a utilizar artefactos verbales, el uso de conceptos se ve afectado por un menor empleo, demostrando preferencia por el uso de sistemas numéricos, es decir, las respuestas encuentran cabida únicamente en la matemática, dejando clara la ausencia de otros marcos de referencia.

Dentro de los aportes, es importante que como docentes emplacemos a nuestros estudiantes a diseñar planteamientos, lo cual nos permitirá darles el sentido práctico a las operaciones y utilizarlas como lo que en realidad son: herramientas para solucionar problemas de la vida diaria. Para ello, el docente deberá otorgar la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente soluciones. Así tendrán mayores posibilidades de generalizar conceptos y utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas y de esta manera contribuir a la diversificación de los procesos de enseñanza aprendizaje en aula de matemáticas a través de uno de los medios mayormente utilizados, los artefactos verbales.

Mis motivaciones…

¿Existe una única forma de construir conocimientos matemáticos en el aula?

Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción y construcción.

Paulo Freire

Enseñar siempre: en el patio y en la calle como en la sala de clase. Enseñar con actitud el gesto y la palabra"

Gabriela Mistral

Hoy ejerzo como Encargada de Área del Programa de Integración Escolar (PIE) en segundo ciclo (5° a 8° básico). Me formé como profesora de educación especial mención matemáticas y literacidad. Dicha formación me preparó para destinar mis mejores esfuerzos profesionales a favorecer aprendizajes del estudiantado con Necesidades Educativas Especiales (NEE). Es un trabajo en el que sobre todas las cosas se requiere amar a cada estudiante desde lo que él/ella es.

Mi primera formación profesional como Psicopedagoga no me permitía, debido a la existencia de una serie de normativas, intervenir en el aula regular. Trabajaba en un lugar adaptado para realizar intervenciones con pequeños grupos que física y pedagógicamente se encontraba distante del aula común, que, por tanto, no me otorgó la satisfacción profesional que en la actualidad me brinda mi segundo título. Éste me ha permitido participar de la atención a una diversidad de estudiantes pudiendo transformar mi intervención en una pequeña respuesta educativa que va más allá de la intervención de estudiantes que participan formalmente del programa, que han sido diagnosticados con una Necesidad Educativa Especial (NEE). He podido ir en apoyo de los 40 estudiantes que componen el total de matrícula por curso, en una de las asignaturas que más me apasionan. Desde estas experiencias tomo la decisión de formar parte del Programa de Magister en Educación Matemática en la Universidad Católica Raúl Silva Henríquez el año 2018.

Lo que marcó mi interés por la asignatura de matemáticas fue, en primer lugar, la falta de profesionales especialistas en educación especial dispuestos a realizar una codocencia en la asignatura; un ejemplo propio es cuando fui convocada por mi actual trabajo a una entrevista psicolaboral, se me advirtió que solo quedaban vacantes para desempeñar funciones en matemáticas, que, si aceptaba, esa sería la condición. Infiero que la respuesta más común a la negativa es debido a la escasa entrega de contenidos matemáticos durante la formación profesional versus las posibilidades que brindan a otras áreas como Lenguaje y Comunicación, donde es posible notar la preferencia de educadoras y educadores diferenciales a realizar codocencias en aula regular.

Otro de los aspectos es la cantidad de diagnósticos que obedecen a dificultades en el área del cálculo, siendo mucho mayor que los asociados a dificultades en la lectoescritura. Lo anterior unido a mi gusto por la asignatura permitió que durante cinco años realizará codocencia desde séptimo a tercero año medio en el mismo establecimiento y con la misma generación. El progreso académico demostrado por los estudiantes y el trabajo colaborativo de los profesionales, llevó a esa generación a obtener un puntaje SIMCE nunca antes alcanzado en el establecimiento de 307 puntos el año 2017 respecto de los valores anteriores que oscilaban entre 269 (2015) y 272 (2016) favoreciendo además indicadores de desarrollo personal y social, este hito más allá de los cuestionamientos personales que pueda realizar a la evaluación, marcan un antes y un después. Me convencí de lo necesario que es un profesional más al interior del aula, me convencí de lo importante que es planificar en conjunto, pero por, sobre todo, me convencí de la importancia de tomar en cuenta los intereses y necesidades de los estudiantes, de conocer sus preferencias, de tener conocimiento acerca de su contexto y de poner en escena muchos de sus propios dichos, su estilo de comunicación, es decir, de poner atención a los elementos culturales y sociales para desarrollar una planificación mucho más cercana y próxima a sus características. En este sentido, cabe destacar la confianza profesional depositada por la profesora de matemáticas, la que destinó parte de su tiempo a enseñarme matemáticas con la clara certeza de que impactaría en los aprendizajes de sus estudiantes.

Hoy en día, a partir de mi rol como codocente diferencial, participo junto al departamento de matemáticas en horas de estudio y horas que otorga el Programa de Integración Escolar para la planificación de clases, además de desempeñarme como líder educativo teniendo a cargo la trayectoria profesional de educadoras y educadores diferenciales del ciclo, cuyo énfasis está en la observación y retroalimentación de clases, con foco en la diversificación de los procesos de enseñanza aprendizaje.

Como ya mencioné, esta investigación en particular, surge desde mi participación como educadora diferencial en la asignatura de matemáticas. A partir de mi rol como codocente, me fue posible prestar atención a las diversas formas que tienen los estudiantes de construir conocimientos matemáticos, llegando a observar que muchas de esas formas no siempre están enmarcadas en la visión usual de la disciplina.

En la última década, entre las principales funciones de las y los educadores diferenciales se encuentra la atención a los estudiantes que presentan Necesidades Educativas Especiales (NEE) incorporados al aula común (decreto exento N° 170 de 2009).

El término NEE data de los años 70, pero fue popularizado en los años 80 por el informe Warnock elaborado por la Secretaria de Educación del Reino Unido en 1978 y hace hincapié en los apoyos y ayudas que los estudiantes necesitan.

En mi experiencia como educadora diferencial en la asignatura de matemáticas, he proporcionado apoyos a los estudiantes presentes al interior del aula, considerando que todos aprendemos de formas distintas y con distintos ritmos de aprendizaje. Para algunas personas es mucho más fácil aprender de manera visual, para otras escuchando una explicación, una buena parte aprende involucrándose en actividades. El hecho es que los estilos y ritmos de aprendizaje son variados, por tanto, la enseñanza de las matemáticas requiere de una permanente diversificación de los espacios de aprendizaje que se planteen en aulas de matemáticas, para ir en apoyo de todas y todos los estudiantes que lo requieran.

No obstante, si bien los esfuerzos desplegados a la fecha pretenden alcanzar la anhelada inclusión con diseños de enseñanza que contemplan distintos estilos y ritmos de aprendizaje, estos aún exhiben ciertas insuficiencias en el aula para arribar a los aprendizajes universales a que aspiran lineamientos curriculares que rigen desde hace cuatro años.

La diversificación de la enseñanza propuesta en el Decreto N° 83 (2015) considera una variedad de propuestas y alternativas para abordar el currículo nacional. Establece diferentes situaciones y espacios de aprendizaje a partir del uso de diversos materiales educativos y procedimientos de evaluación, con el propósito de que todas y todos los estudiantes alcancen los objetivos básicos de aprendizaje establecidos en el currículo nacional. Se trata de materializar en cada currículum el principio de Diseño Universal aplicado al Aprendizaje, DUA.

En mi experiencia, al momento de llevar a cabo la planificación de clases, es común observar que ambos profesionales (profesora diferencial y profesora especialista) acuerdan desarrollar la planificación atendiendo a las necesidades del grupo curso, es decir, declaran en la planificación las adaptaciones que realizarán para favorecer la diversificación de la enseñanza, pero, al momento de ser observados, muchos de los elementos considerados en la propuesta, no son vivenciados, se han invisibilizado y han dado origen al común de los argumentos **”no se pudo abordar en su totalidad la planificación, debido al poco tiempo que tenemos para abordar el módulo”**

La planificación diversificada del aula contempla, en primer lugar, conocer los diferentes ritmos, intereses, características y necesidades de aprendizaje de los estudiantes en la sala de clases. En segundo lugar, se propone diseñar las estrategias de enseñanza para esas diferencias considerando una variedad de estrategias pedagógicas. Y, en tercer lugar, procura plasmar las estrategias pedagógicas y de enseñanza seleccionadas, en una planificación diversificada para el curso, que en su diseño considere tanto los procesos de enseñanza para los aprendizajes como la evaluación. De esta manera, la planificación diversificada busca ampliar las posibilidades de alcanzar una verdadera inclusión, movilizando medios humanos, materiales, pedagógicos y didácticos y saberes específicos para responder adecuadamente a las necesidades de aprendizaje de tales saberes, acoger a todos los estudiantes, reconocer y valorar sus diferencias y, lo más importante desde mi visión de educadora diferencial, disminuir las barreras con énfasis en el contexto y a través de procesos de aprendizaje comunes y accesibles.

No obstante que el párrafo anterior da cuenta de los aportes que brinda una planificación ajustada al contexto de los estudiantes, lamentablemente los esfuerzos parecen diluirse frente a la problemática del tiempo, uno de los factores más homogeneizadores y quizás el más antagonista desde las argumentaciones de los docentes de matemática. Por su parte, a los profesores de la asignatura les cuesta abandonar el curriculum pre-escrito para dar lugar a la diversificación de la enseñanza que garantice poner en escena los intereses, necesidades y características del estudiantado.

Entre las condiciones que se han promovido para una práctica pedagógica inclusiva en el establecimiento educativo donde se llevó a cabo esta investigación, es que los docentes trabajen colaborativamente entre sí y con otros profesionales (psicólogos, terapeutas ocupacionales, fonoaudiólogo), los profesionales cuentan con retroalimentación de personas claves para mejorar los procesos, se intenta estimular la participación de los estudiantes con foco en el aprendizaje entre pares y una diversidad de interacciones y agrupamientos de los estudiantes, que permiten observar sus características, intereses y formas diversas de comunicar sus conocimientos matemáticos escolares.

Considerar estas condiciones permite hacer uso de una herramienta a la hora de llevar a cabo la planificación diversificada, cuyo énfasis reside en atender a los modos de aprender de nuestros estudiantes y de comunicar lo aprendido, concurriendo con mayores y mejores niveles de inclusión al interior del aula de matemáticas. No obstante, estas condiciones propicias, sigue habiendo saberes matemáticos resistentes a los aprendizajes de todas y todos. Y me pregunto si un gran ausente en nuestros esfuerzos profesionales ha sido la problematización de lo matemático, su desnaturalización para que nuestros rediseños se hagan cargo de la naturaleza epistemológica de aquellos saberes matemáticos en juego en esos rediseños. Ello me impulsó a llevar adelante este estudio, para desentrañar resistencias y vislumbrar nuevas rutas en la enseñanza para un “aprendizaje universal” de las matemáticas que debemos poner en escena en aulas inclusivas.

Marco de Antecedentes

Con la incorporación del principio de inclusión en la reforma educacional descrito en el documento “Orientaciones para la construcción de comunidades educativas” (MINEDUC, 2016) se ha puesto de relieve la existencia de un importante debate en torno al alcance y significado de esta noción en el ámbito educativo y en las prácticas de los establecimientos. En dicho documento se establece que este debate no es sencillo, pues pone en el foco de análisis a muchos de los referentes éticos, políticos y técnicos que orientan de manera explícita o implícita la práctica educativa, por lo que sus implicancias son múltiples y profundas.

Una primera aproximación apunta a reconocer que estos acercamientos a la noción de inclusión son diversos, a menudo contradictorios y, en consecuencia, han sustentado la implementación de políticas educativas, acciones de mejoramiento escolar y prácticas pedagógicas igualmente diversas.

Por este motivo, el documento establece que no es trivial la perspectiva desde la que se realicen las definiciones de política que orientarán las decisiones al interior de los establecimientos educacionales.

Lo anterior obliga a detenerse un momento en la revisión de aquello que ha sido dicho en materia de inclusión desde diversos ámbitos y que de algún modo ayuda a dibujar el estado actual de la conversación sobre inclusión en nuestro país.

Tanto en Chile como a nivel internacional el diálogo sobre inclusión en educación no es nueva y su devenir histórico da cuenta tanto de algunos puntos de apoyo como también de ciertas dificultades que hoy enfrenta la tarea de construir un relato sobre inclusión que permita responder a los desafíos de la reforma. Por este motivo se plantea como necesario revisar aquellos referentes históricos que hoy determinan muchas de las ideas que los actores educativos asocian al concepto de inclusión.

De forma muy breve se puede señalar que la inclusión en educación ha sido desarrollada desde al menos tres perspectivas; a continuación, conoceremos dos de ellas, dada su importancia en esta investigación:

- ✓ El Movimiento de Educación Inclusiva, desarrollado a partir de la declaración de Salamanca (UNESCO, 1994). Establece como postulado central que las instituciones escolares deben avanzar en eliminar barreras al aprendizaje y en generar apoyos específicos para que todos los niños y niñas tengan las mismas oportunidades de acceder, participar, aprender y tener logros educativos. Si bien el foco inicial estuvo en estudiantes que presentan necesidades educativas especiales, se ha evolucionado hacia asegurar el derecho a la educación de todas y todos los miembros de la sociedad, especialmente de los grupos y colectivos que por diversas razones han sido objeto de discriminación arbitraria y/o exclusión en los procesos educativos.

- ✓ El movimiento de Educación (EPT) para todos. Sus fundamentos y marcos de acción aparecen expresados en sus documentos fundacionales de Jomtien (UNESCO, 1990) y Dakar (UNESCO, 2000) y tienen su expresión más reciente en la declaración de Incheon (UNESCO, 2015). Su propósito central es combatir la desigualdad e inequidad en los sistemas escolares garantizando la igualdad en el acceso y aprendizaje de todos los miembros de la sociedad. Su enfoque se vincula a objetivos de integración y equidad social e igualmente se sustenta en el enfoque de derecho a la educación, tomando la noción de inclusión como el enfoque educativo que permita avanzar en el logro de los objetivos.

De esta manera, el enfoque inclusivo propone la transformación de culturas, políticas y prácticas de las instituciones escolares para abordar el qué hacer educativo en función de las características y particularidades de las y los estudiantes, procurando el aprendizaje de todas y todos. Desde esta perspectiva la diversidad es admitida como una condición transversal a los seres humanos, y por lo tanto los procesos educativos requieren flexibilizarse y contextualizarse, de modo de ser pertinentes a esta diversidad.

La complejidad de estas transformaciones radica en que se requiere de la identificación y abordaje de aquellos mecanismos que producen la exclusión y la discriminación y que se encuentran asentados en las subjetividades de los actores y en las culturas de las comunidades educativas. Estos mecanismos que se expresan en corrientes de pensamiento que sostienen el referente de un estudiantado homogéneo y normalizador, son los que requieren ser urgentemente cuestionados, y desde este punto de vista es que se considera necesario abordar la inclusión. Se suscribe que las formas de enseñar matemáticas requieren de una permanente diversificación, donde se tomen en cuenta los intereses de los estudiantes.

Giménez, Díez-Palomar y Civil (2007) refieren que un tema recurrente en educación matemática es la exclusión que muchas personas han experimentado con las matemáticas y cómo esa marginación no se debe al azar. Uno de los factores que según los autores tendría una gran influencia es el lenguaje, considerado crucial en la enseñanza de las matemáticas, dado que permite comunicar ideas (ya sean matemáticas o de otra naturaleza) el lenguaje, es por tanto un medio indispensable, pudiendo convertirse en una barrera, en consecuencia, cuando no se crean situaciones para compartir significados a través de un diálogo igualitario, por un lado, como docentes se pierde un universo enorme de matices y experiencias que nuestros estudiantes pueden aportar a la clase; y por otro lado se está creando una barrera a todos aquellos estudiantes para quienes el vocabulario matemático es radicalmente diferente a lo que están habituados. Enseñar matemáticas desde este punto de vista crea exclusiones, porque no se establecen las conexiones entres registros diferentes, y por tanto no se está dando las mismas oportunidades a todos los estudiantes para que aprendan el vocabulario específico de matemáticas. En este sentido, el modo en que se enfoque el uso del lenguaje en la enseñanza de las matemáticas también puede ser un elemento de exclusión.

Para comprender la influencia del lenguaje, esta investigación busca dar cuenta de las diversas formas que utilizan nuestros estudiantes para construir aprendizajes matemáticos así como proponer formas variadas de enseñar la asignatura de matemáticas a partir de lo multimodal[1]. En este sentido, en la actualidad se reconoce que la comunicación es inherentemente multimodal y que la alfabetización no se limita únicamente al lenguaje, tal como se ilustra en las elaboraciones de los estudiantes participantes de esta investigación, quienes al momento de interactuar con la secuencia de experimentación y modelación ponen en escena diferentes sistemas semióticos.

[1] La multimodalidad, línea de investigación que desarrolla sus estudios a partir de las últimas décadas del siglo XX, surge en un contexto de grandes cambios sociales y culturales que caracterizan este período. El desarrollo incipiente de las tecnologías y de los medios masivos de comunicación en el siglo pasado significó un avance en la manera en que las personas se comunican y una renovación en la difusión del conocimiento.

Capítulo 1

Problemática de la Investigación

La teoría socioepistemológica plantea que la problemática fundamental para los aprendizajes de las matemáticas se encuentra en la organización de la matemática escolar. Se argumenta que los objetos matemáticos han sido el eje que ha regulado la actividad en el aula (Soto y Cantoral, 2014) con lo cual se ha visto sesgada la actividad humana que hace posible que los conceptos surjan y cobren sentido de herramientas en esa actividad. De esta manera el enfoque socioepistemológico, a diferencia de otros enfoques, centra su atención en los elementos sociales, culturales, funcionales e institucionales que concurren en la construcción de conocimientos matemáticos escolares. Presenta cercanía con la propuesta de inclusión para todos. En efecto, para el enfoque inclusivo, culturas, políticas y prácticas de las instituciones escolares son ámbitos intervinientes cuya atención es crucial para abordar el qué hacer educativo en función de las características y particularidades de las y los estudiantes.

> Cuando se analiza el bajo rendimiento que obtienen los estudiantes en la asignatura de matemáticas, las explicaciones generalmente están asociadas a dificultades inherentes al sujeto, es decir, la responsabilidad recae en los procesos cognitivos y psicológicos del estudiante que aprende o en la forma o metodologías de quien enseña. Uno de los factores que parece no ser considerado es el propio saber escolar que se ha organizado y seleccionado para ser enseñado. (Soto, 2014, p.3)

A la forma de difundir los saberes matemáticos la Socioepistemología lo ha denominado como discurso Matemático Escolar (*dME*) (Cantoral et al., 2006). Las investigaciones que se han ocupado del *dME* (Cantoral 1990; Farfán, 1993; Cordero, 1994; Buendía, 2004; Montiel, 2005; Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015) han reportado una serie de características que a continuación se detallan y que anteriormente fueron analizadas en profundidad en (Soto, 2010)

- ✓ La atomización en los conceptos: no se consideran los contextos sociales y culturales que permiten la constitución de conocimientos.
- ✓ El carácter hegemónico: existe una supremacía de argumentaciones, significados y procedimientos, frente a otras.
- ✓ La concepción de que la matemática es un conocimiento acabado y continuo: los objetos matemáticos son presentados como si siempre hubiesen existido y en orden lineal.
- ✓ El carácter utilitario y no funcional del conocimiento: la organización de la matemática escolar ha antepuesto la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades. Desde la SE se busca que tenga un carácter funcional, esto es, que se integre a la vida para transformarla.
- ✓ La falta de marcos de referencia para la resignificación de la matemática escolar: se ha soslayado el hecho de que la matemática responde a otras disciplinas y, por ende, allí encuentra bases principales de significados.

Las características antes mencionadas conforman una serie de elementos que no estarían siendo favorables para alcanzar mayores niveles de inclusión, ya que se excluye, a los actores del sistema educativo de la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM) convirtiéndose en un elemento que contribuye a la exclusión. Cordero, F, Gómez, K, Silva-Crossi y Soto, D (2015) afirman que “en el intento por una matemática para todos hemos conformado un discurso Matemático Escolar que ha olvidado los contextos, las comunidades y situaciones específicas donde emerge el conocimiento matemático” (p. 62). Dichas características son detalladas por los autores de la siguiente manera:

La atomización de los conceptos hace referencia a que el conocimiento se encapsula en saberes institucionales que soslayan los aspectos contextuales, sociales y culturales que permitieron su constitución y su difusión institucional. Por lo demás, la atomización en los conceptos y procedimientos matemáticos es el resultado de la transposición del saber, donde se lo despersonaliza, destemporaliza y descontextualiza (Chevallard, 1997). La unidad del saber queda en el núcleo más básico: los objetos.

El carácter hegemónico del conocimiento, norma la dirección de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas hacia la imposición de un solo tipo de argumentaciones significaciones y procedimientos asociados al saber matemático.

La concepción de que la matemática es un conocimiento acabado y continuo se observa en la organización de los contenidos y la problemática que representa cuando la centración es un objeto matemático. El conocimiento pareciera ser perpetuo y además intocable, lo que no permite dar argumentaciones de otra índole, cambiar hipótesis e inferir. Al presentarse el conocimiento de forma tan lineal, otros argumentos y significados no tienen cabida. Los únicos posibles son aquellos que establece el discurso Matemático Escolar *(dME).*

El carácter utilitario del conocimiento nos ha hecho percibir que la matemática está al servicio de la actividad humana. Es decir, es importante conocer las derivadas para conceptualizar las integrales, sin enfatizar en los significados que permiten el entrelazamiento de dichos objetos. Por lo demás, la matemática al ser utilitaria manifiesta que el conocimiento es intacto, sin posibilidades de modificarse, el sujeto solo se remite a la tarea de aprenderlo o conocerlo, más no a construirlo, es decir que los actores del sistema didáctico se acomoden a éste.

La falta de marcos de referencia la percibimos en los contextos y las situaciones específicas con las cuales se presenta el conocimiento. El *dME* ha soslayado que la matemática responde a otras disciplinas además de a ella misma. No considera que los sujetos se encuentren bajo una cultura, sociedad, institución y disciplinas diferentes, los cuales aportan e imponen diferentes significaciones y usos del conocimiento.

De esta forma, vemos que el discurso Matemático Escolar es escasamente inclusivo, dado que nos impone una base de argumentaciones, significados y procedimientos asociados a cada objeto matemático, con lo cual se coarta la posibilidad de que los actores del sistema didáctico construyan conocimiento matemático. Por tanto, se entenderá *dME* como un sistema de razón que delinea las prácticas y representaciones sociales de los actores del sistema educativo con relación al conocimiento.

Es por ello, que interesa a esta investigación describir las herramientas matemáticas utilizadas por un grupo de estudiantes de segundo año de enseñanza media al momento de interactuar con una secuencia de experimentación y modelación, entendiendo que la utilidad del acto de modelar, consiste en acercar herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones de los actores del entorno con aquellos que se pongan en escena en el aula y de esta manera dar cuenta de los conocimientos matemáticos adquiridos durante la trayectoria escolar de los estudiantes y al mismo tiempo proponer formas de diversificar la enseñanza de las matemáticas a partir del análisis de los registros multimodales utilizados por los estudiantes participantes de esta investigación. A partir de lo expuesto, surge la siguiente pregunta que guiará esta investigación.

Pregunta de investigación

¿Qué herramientas matemáticas ponen en escena estudiantes de un aula inclusiva cuando abordan una secuencia de experimentación y modelación multimodal?

Objetivo General

Describir la conformación de herramientas matemáticas por estudiantes de un aula inclusiva al abordar una secuencia de experimentación y modelación multimodal.

Objetivos Específicos

Describir los desarrollos estudiantiles desde su recurso a la multimodalidad.

Distinguir herramientas matemáticas construidas por estudiantes de un aula inclusiva cuando abordan una secuencia de experimentación y modelación multimodal.

Capítulo 2

Marco Teórico

Se presentan los planteos de la Socioepistemología, que busca tratar a los fenómenos de producción, adquisición y difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva sistémica múltiple; y, de la Lingüística Sistémico Funcional (LSF), que analiza relaciones entre lengua y usuarios, entre el contexto de uso del lenguaje y la función que cumple dentro de una práctica social, así como de la noción de registros multimodales que se acuña en la LSF. Desde estas perspectivas se aborda la comprensión de las elaboraciones estudiantiles fruto de participar en actividad de modelación matemática.

1. La socioepistemologia

La socioepistemologia, surge como línea de investigación en México a finales del siglo pasado con los trabajos de investigaciones del área de nivel superior del Departamento de Matemática Educativa (DME) del Cinvestav del IPN. La investigación de partida de esta teoría puede encontrarse en la tesis *Un estudio de la formación social de la analiticidad*… (Cantoral, 1990).

En su origen, la socioepistemología aparece como un eje fundamental de investigación del “pensamiento y lenguaje variacional” en la que el énfasis de ese acercamiento teórico se pone en la importancia que se da a las “prácticas sociales”, las cuales tienen sentido dentro de “la matemática de la variación y el cambio” en los sistemas educativos (Cantoral y Farfán, 2003).

Para la Socioepistemología, uno de sus principales intereses es intervenir en el sistema didáctico en un sentido amplio, ya que trata a los fenómenos de producción, adquisición y difusión del conocimiento a partir de una perspectiva múltiple, incorporando el estudio epistemológico del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003)

Este enfoque ha puesto de relieve la importancia que tienen en la actividad humana los escenarios históricos, culturales e institucionales de acceso al conocimiento, por tanto, la socioepistemología se plantea el examen del conocimiento matemático, social, histórica y culturalmente situado, problematizándolo a la luz de las circunstancias de su construcción y difusión (Cantoral, Farfán, 2004).

Una de las principales aproximaciones de la socioepistemologia a la investigación en matemática educativa se ha preocupado del problema que plantea la Construcción Social de Conocimiento Matemático (CSCM) como rediseño del discurso Matemático Escolar (*dME*) y que se orienta a desplazarlo desde su foco en los objetos matemáticos a centrarse en las prácticas sociales que generan la construcción de conocimiento matemático.

Como ya se mencionó en el primer capítulo, esta teoría cuestiona la organización de la matemática escolar y su centración excesiva en los objetos matemáticos, demostrando que las prácticas sociales que generan el conocimiento quedan al margen. Considerando lo anterior, es posible observar que la organización de la matemática escolar es excluyente, dado que no toma en cuenta a los actores que participan en la construcción de conocimiento matemático. Al respecto, lo que pretende esta teoría es contribuir a la Matemática Educativa de una forma sistémica, al considerar los diferentes componentes involucrados en la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM). Estos componentes son: la epistemología, la didáctica, lo cognitivo y la dimensión social, en otras palabras, considera que la matemática deviene de una construcción social, por tanto, el estudio de su constitución se debe centrar en las prácticas sociales desde las que se construye el conocimiento matemático y no, en cómo los objetos y procesos matemáticos deban ser aprendidos por el individuo. El cambio de centración del objeto matemático a las prácticas sociales aporta una nueva perspectiva para concebir la matemática, además de cómo mejorar su difusión institucional.

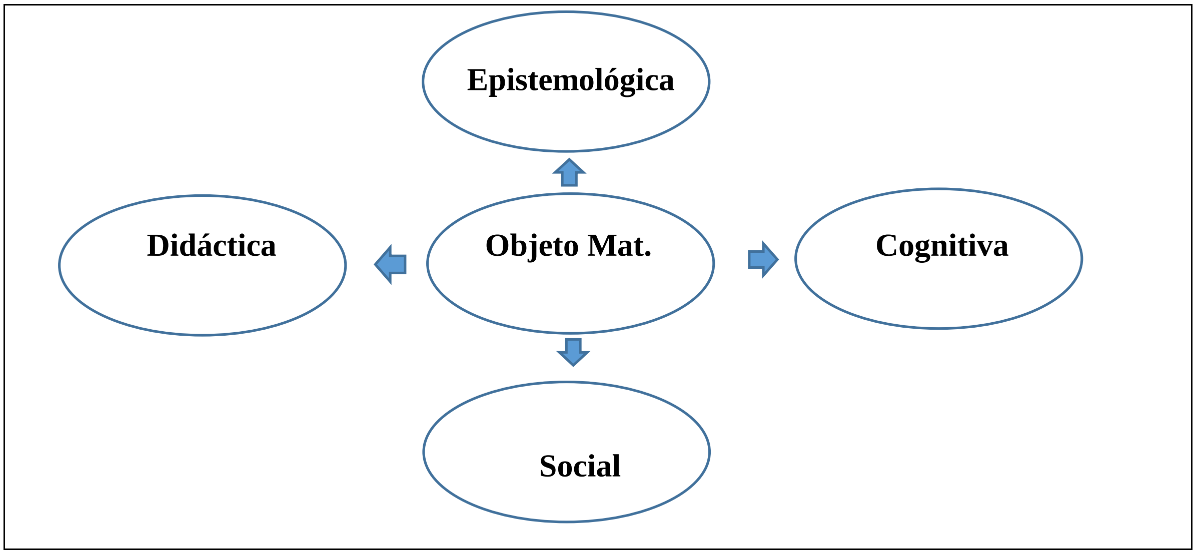


Figura 1: Visión tradicional en la investigación en Matemática Educativa (Soto, 2010).

La Socioepistemología en su propuesta establece como eje central “las prácticas sociales”, De esta manera el estudio de la dimensión epistemológica no se centra en los conceptos, sino que involucra la organización y prácticas de los grupos humanos que permiten construir conocimiento matemático, lo social tiene que ver con la forma en que los grupos se organizan, logran consenso y legitiman ciertos conocimientos y no otros, lo cognitivo se da a propósito de la interacción de los sujetos con el medio donde emergen los significados. Y por último lo didáctico contempla la forma en que el conocimiento se manifiesta a través de sus usos en la escuela u otros espacios, es decir, en lo institucional y cotidiano. Considerar estas cuatro dimensiones de una manera sistémica, constituye y fundamenta las investigaciones socioepistmológicas (Soto, 2010)

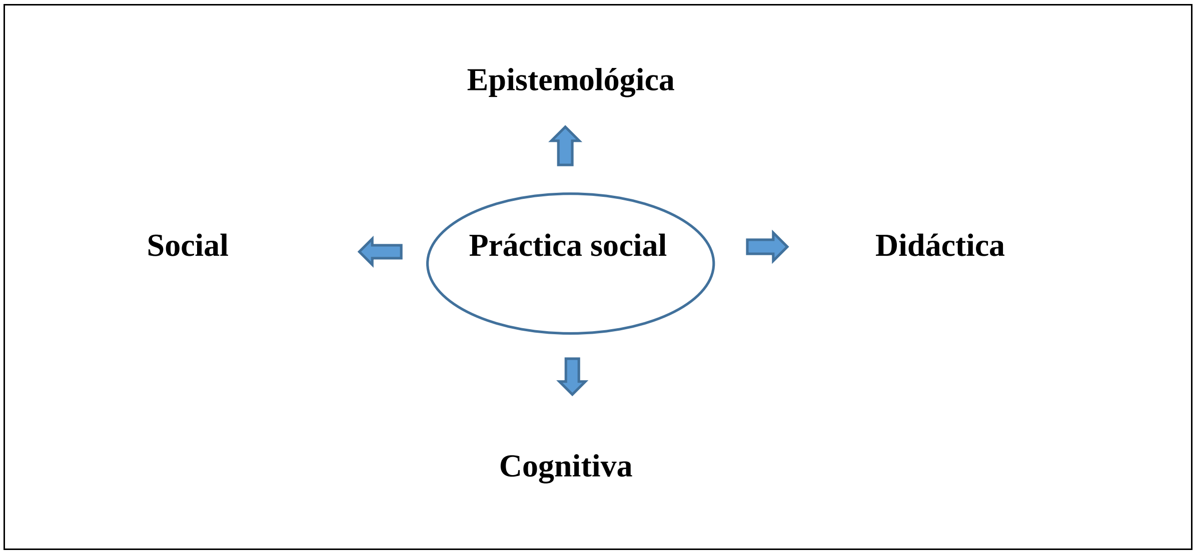


Figura 2: Aproximación Socioepistemológica (Soto, 2010)

El esquema ejemplifica la mirada sistémica de aproximación socioepistemológica que establece que las cuatro dimensiones y cuyo eje centrall son las prácticas sociales, deben formar parte de una totalidad para su análisis, comprensión y accionar, es decir, tanto lo cognitivo, epistemológico, didáctico y social contribuyen a proveer y retroalimentar el conocimiento que surja en las prácticas sociales.

En este enfoque, se sugieren una variedad de actividades que requieren la construcción, entre estudiantes, de un universo de formas gráficas que ellos ponen a disposición para desarrollar la noción de “predicción". Según la hipótesis de los autores, los fenómenos de movimiento y cambio favorecen el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacionales, cuya adquisición depende de prolongados procesos en los que los individuos tienen oportunidad de construir bases de significados de los conceptos involucrados.

1.1 La noción de práctica social

Se entenderá como práctica social a la actividad de la humanidad sobre el medio en el que se desenvuelve. A través de las prácticas sociales la humanidad fue otorgando sentido a los problemas fundamentales de la ciencia, sometiéndolos a las relaciones complejas entre ellos y su entorno. En el contexto de solución de problemas matemáticos y desde el punto de vista de la modelación, en Freudenthal (1991) se distinguen las prácticas sociales como manifestaciones realizadas por los seres humanos, a fin de resolver problemas matemáticos. En Chevallard y Joshua (1985) se deja ver que la idea de práctica social surge con el reconocimiento que otorga la sociedad de turno al “conocimiento escolar” como tal. En este sentido, las nociones y procedimiento que se enseñan tienen ciclos de vida y cambian a la par que evolucionan las comunidades humanas en el ámbito social y cultural (Cantoral y Farfán, 2000).

1.2. Modelación desde la perspectiva socioepistemológica

La perspectiva de modelación socioepistemológica propuesta por Arrieta y Díaz, (2015) plantea que la práctica de modelación permite tender puentes entre lo que se hace en la escuela y lo que se hace en las comunidades no escolares. Caracterizan la modelación como una práctica que articula dos entidades, con la intención de intervenir en una de ellas a partir de la otra; el acto de modelar se manifiesta a partir de un modelo en tanto se usa para intervenir en otra entidad llamada lo modelado. Destacan que, en esta práctica de modelación, el modelo no existe independiente de esta actividad humana de intervención; dicho en otras palabras, es en el acto de intervenir sobre lo modelado, que se constituye en modelo.

Los autores especifican citando las puntualizaciones de Lave (1988) y Walkerdine (1988), que “las comprensiones cotidianas no escolares y los procedimientos mentales que involucran ciertos funcionamientos y relaciones matemáticas elementales son diferentes a lo que se espera de los estudiantes en la escuela” aunque involucren “las mismas acciones y relaciones” y no deben ser vistas como algo menor a lo que propone desarrollar por el currículum tradicional. Seguidamente precisan que, para abordar el problema de transferencia del conocimiento, el conocimiento académico no se debe considerar como un modelo a seguir (Lave, 1988, Walkerdine, 1988, citados en Arrieta y Díaz, 2015, p. 21).

Se afirma que para superar la separación entre la escuela y su entorno se requiere de prácticas situadas que permitan hacer puente entre lo que se hace en la escuela y lo que se hace fuera de ella. Una de las formas de abordarla es considerando nuevas epistemologías en las ópticas curriculares. Sin embargo, esta problemática está lejos de ser resuelta y en las escuelas se siguen construyendo lugares artificiales que en la vida cotidiana no ocurren o no tienen razón de ser (Arrieta y Díaz, 2015).

1.2.1 Desplazamientos de la modelación en Matemática Educativa

En el escrito “Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemodogía” (op. cit., 2015) se da cuenta de los desplazamientos de la modelación en Matemática Educativa, con base en tres artículos que ilustran posturas referentes de la modelación en Latinoamérica, desarrollados en Brasil y México.

Un primer desplazamiento corresponde al terreno de los instrumentos con los que se modela, es decir, los modelos. Éstos han transitado desde asumir el modelo como una ecuación o un sistema de ecuaciones algebraicas a visiones mucho más amplias como por ejemplo expresiones numéricas o fórmulas, diagramas, gráficos, o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, entre otros.

Un segundo desplazamiento ocurre en el ámbito de las intenciones en Matemática Educativa, donde se advierte que los propósitos y motivaciones han cambiado ampliando su diversidad. Biembengut (2012), al referirse a los orígenes del movimiento de la modelación en los años setenta en Brasil, menciona que las primeras propuestas surgen a partir del cuestionamiento de los estudiantes de ingeniería, respecto a la utilidad de la matemática que se les enseña y a la crítica de los empresarios, sobre la formación matemática de los estudiantes. Se establece que las intencionalidades de ese entonces se desenvolvían en el terrero de la aplicación de la matemática. No obstante, una nueva corriente se desplaza al terrero de la didáctica, planteando a la modelación como una herramienta al servicio de objetivos pedagógicos y es partir del análisis de 64 producciones que la autora distingue tres concepciones de modelación matemática: como método de enseñanza y de investigación, como alternativa pedagógica y como ambiente de aprendizaje.

En México, Cordero (2006) hace una distinción entre la obra matemática, la matemática escolar y la funcional. Uno de los elementos clave en su análisis es la resignificación, a la que plantea como un diálogo entre la obra matemática y la matemática funcional. Para Cordero la modelación es una práctica que resignifica la matemática relacionándola con la matemática funcional.

Para comprender la modelación Arrieta y Díaz (2015) recurren a ejemplos de actividades recurrentes de diversas comunidades, en especial, comunidades de profesionales, Por ejemplo, un cardiólogo escudriña gráficas para diagnosticar el estado de salud de sus pacientes, en lugar de observar su corazón directamente, es decir, se interviene en el corazón del paciente a partir de la gráfica (acto de modelar), siguiendo el mismo ejemplo para entender un dipolo modélico (DM). Por ejemplo, un electro para un niño de ocho años es un pedazo de papel con líneas. Para el padre en el resultado de un examen solicitado por el médico. Para el cardiólogo es un dipolo modélico (DM) puesto que ha establecido una relación entre el corazón y el electro, es decir, este último (cardiólogo) ha logrado articular la actividad del corazón con una gráfica. Esta forma de construir diseños de aprendizaje de estas prácticas no consiste en adoptar lo que hacen los profesionales como el cardiólogo, entendiendo que las entidades con las que interactúan los profesionales son distintas a las entidades con las que se interactúa en la escuela, lo que sí pretenden los autores es demostrar que lo que se puede transportar al aula es el acto de modelar, el cómo se han logrado construir los dipolos modélicos. El interés es acercar herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones de los actores del entorno con aquellos que se pongan en escena en el aula.

Para profundizar en los procedimientos, argumentos e intenciones de los actores se han considerado los principales alcances de la Lingüística Sistémico Funcional, teoría seleccionada para describir los significados matemáticos presentes en las producciones de los estudiantes participantes de esta investigación a partir de la puesta en escena de su lenguaje natural o cotidiano con especial atención a los sistemas multimodales que utilizan para responder a una secuencia de experimentación y modelación, cuyo propósito es analizar la trayectoria de predicción que da origen al modelo algebraico.

Los sistemas de representación semiótica juegan un rol fundamental en diversos marcos teóricos como el enfoque cognitivo de Duval (1993, 2006). En este sentido el sistema de lenguaje se encuentra presente en toda formación y aprehensión del conocimiento matemático. Por lo demás, son varios los autores que ponen de manifiesto la especial relevancia del lenguaje verbal natural en el aprendizaje de las matemáticas, ya que es el más usado por los docentes durante las clases para dar explicaciones acerca de los contenidos presentes en el texto de estudio de cualquier nivel; el estudiante lo usa para comunicar sus ideas y la verbalización del pensamiento propio aporta al estudiante Feedback sobre el estado de aprendizaje (Pimm, 1987).

El lenguaje cotidiano descrito en los planes y programas, enfatiza en la importancia que adquiere el docente cuando le otorga la oportunidad a los estudiantes de describir, explicar y discutir colectivamente soluciones, argumentos e inferencias sobre diversos problemas, brindándoles la posibilidad de escucharse y corregirse. Así se sostiene que aprenderán a generalizar conceptos y a utilizar un amplio abanico de formar para comunicar sus ideas, incluyendo analogías, metáforas y representaciones pictóricas y simbólicas.

Para analizar la importancia del lenguaje en la formación de conocimiento matemático, en esta investigación se ha seleccionado la Lingüística Sistémico Funcional, puesto que nos permite realizar una interpretación social del lenguaje y del significado, destacando por su funcionalidad, la que supone que la estructura del lenguaje está condicionada por las funciones que el lenguaje cumple. Por lo demás, la "teoría sistémica" plantea que el significado se realiza a partir de un sistema de significados codificados formalmente, que van siendo actualizados para producir textos, que son unidades comunicativas en contexto de situación, es decir, la lengua crea significados y, al mismo tiempo que los crea los intercambia. Estos significados son de naturaleza social y cultural, de ahí que el contexto sea determinante, por tanto, el significado estará restringido a la comunicación en la que se interactúa.

Profundizando en lo anterior, el significado se constituye en la interacción porque ese significado posee una dependencia sociocultural, el lenguaje no puede pensarse sin contexto, pues el contexto es determinante para el sujeto considerado un actor social. Para Halliday (1978) el lenguaje es una "semiótica social", es decir, un sistema de opciones que responde a las necesidades de los hablantes, que producen e interpretan textos.

Las formas de comunicar los contenidos por parte de los estudiantes participantes de esta investigación darán cuenta de la forma en que se han ido apropiando del discurso del docente de la asignatura, y al mismo tiempo comunicarán los significados que han construido y actualizado a través de su historia escolar en el contexto del aula de matemáticas de un establecimiento perteneciente a una fundación, ubicado en un sector vulnerable de la ciudad de Santiago.

2. Lingüística sistémico funcional

La lingüística sistémico funcional sostiene que el lenguaje está claramente determinado por la sociedad, profundiza en las razones por las que cada hablante elige unas determinadas formas lingüísticas en lugar de otras, este hecho siempre ha de estar determinado por la función que cumplen las formas lingüísticas en su contexto (Halliday, 1994)

Para el autor, la esencia del lenguaje es una capacidad para producir significados, es decir, el lenguaje es entendido como capacidad o potencial de expresión, ya que usar el lenguaje lleva consigo significados. Uno de los principales aportes de esta corriente es analizar las relaciones entre la lengua y la gente que la utiliza, entre el contexto en que dicha lengua es utilizada y el fin con que se utiliza.

La esencia del funcionalismo es por lo tanto el estudio de los fines comunicativos para los que se usa la lengua, tal como afirma Halliday (1994) “la lengua ha evolucionado para satisfacer las necesidades humanas; y la manera en que está organizada es funcional con respecto a esas necesidades no es arbitraria”.

Este enfoque, pone de manifiesto que el lenguaje es el instrumento que los seres humanos usan para comunicarse, para establecer relaciones sociales, de modo de que cuando un sujeto usa el lenguaje podemos afirmar que se convierte en un ser social. De esta afirmación se desprende la importancia del marco social en que se desenvuelve la comunicación (Halliday, 1978).

En el funcionalismo, las características de una determinada estructura lingüística se explican haciendo mención a su uso en la situación del discurso en la que se tiene en cuenta el contexto lingüístico, la situación extralingüística así como las creencias e intenciones del hablante (Grzegorek, 1984)

Siguiendo a Butler (2003) las principales características de la lingüística sistémico funcional son:

- ✓ Su interés principal en la lengua como comunicación.
- ✓ Todo en la gramática de la lengua tiene una motivación funcional.
- ✓ Lo central es el significado.
- ✓ Estudia las relaciones entre el texto y el contexto.
- ✓ La indeterminación de la lengua no se ve como algo inusual sino esperado.
- ✓ La percepción se interpreta en términos de lengua y no al contrario.

El concepto de "significado" tiene también un papel relevante en la asignatura de matemáticas Araujo (1988, p.133) establece que, para que se logre un buen aprendizaje, es necesario que el conocimiento que se genere presente un significado para el estudiante, que él le encuentre un sentido práctico, que le sea útil; por tanto, el significado es la palabra clave de la problemática de la investigación de la didáctica de las matemáticas (Balachef, 1990, citado por Godino, 2010, p.2)

2.1. El texto como forma de comportamiento social y como portador de la ideología y del contexto cultural

La lingüística sistémica funcional centra su interés en el análisis de legítimos productos de interacción social (textos), y cada texto es entendido como una muestra de lengua en uso. En este sentido, cabe mencionar, que una auténtica teoría funcional de la lengua no limita su estudio a los componentes (partes) de una oración, sino que pretende ser un modelo de análisis de discurso, por tanto, para muchos de los autores la importancia radica en lo textual, es decir, en el texto literario.

Para la lingüística sistémico funcional no existe duda de que los textos son objetos lingüísticos, dado que los textos expresan sus significados a través de la lengua, y el texto literario no es una excepción de esta afirmación (Hasan, 1989).

Una de las formas de investigar el comportamiento social es a través de la comprensión de la lengua vista desde la lingüística sistémico funcional como una actividad social. Si se considera la lengua como una forma de comportamiento social, se le puede dotar de un comportamiento potencial, es decir, de comportamientos que cada hablante puede llevar a cabo. Halliday (1973) explica que:

> "Cuando hablamos de las funciones sociales de la lengua nos referimos a aquellos contextos que son relevantes en el sentido de que somos capaces de especificar algunos de los significados potenciales que son característicos y explicables relacionados con ellos. Y estaremos especialmente interesados si al hacerlo podemos clarificar algunas características en la organización interna de la lengua".

El texto tiene lugar en un contexto social y es el resultado de diferentes elecciones dentro del sistema. Dichas relaciones no son arbitrarias sino adaptadas al contexto y a la función que el texto cumple, es decir, el texto presenta determinantes históricos, sociales, entre otros.

Por tanto, el texto es producto de su tiempo y cumple una función en su momento histórico. Entonces el texto siempre ha de ser entendido dentro de la situación en que se enmarca y la unidad más lógica dentro de un texto es la oración que se compone de significados que cumplen una función, ya que los textos se usan con un propósito determinado y en ellos siempre está presente la visión de mundo.

Para la lingüística sistémico funcional lo importante es examinar la relación entre el texto y el contexto, es decir, examinar los factores sociales que determinan su significado. En otras palabras, para comprender con mayor profundidad los textos ha de ser necesario tener en cuenta el marco ideológico y cultural del individuo que rodea el texto.

Para esta teoría es evidente la relación entre texto y contexto, ya que el texto es producto del proceso social en que se encuentra inmerso, por lo que es posible afirmar que se deriva y pertenece al contexto cultural que lo envuelve. Por tanto, las convenciones asociadas con las instituciones sociales que rodean al texto se encuentran en cierto modo reflejadas en él, es aquí donde cobra importancia el discurso Matemático Escolar, ya que, a través de las producciones de los estudiantes, será posible observar su influencia.

La selección de las estructuras lingüísticas de un texto depende en gran medida de las características del contexto de cultura, de la relación de este contexto con el contexto de situación y el contexto del texto. De esta afirmación se desprende que el contexto de cultura (género) y el contexto de situación (registro) se relacionan directamente con las convenciones sociales que influyen en la construcción de un texto.

Considerar que la lengua se usa con un propósito social y que lleva a cabo una acción social lleva consigo analizar de qué manera lo hace por medio de un determinado texto. A continuación, revisaremos las variedades de registro de acuerdo con la situación.

2.2. Los registros: variedades de acuerdo con la situación

El hablante es un actor social, ya que cumple roles comunicativos de acuerdo con las diferentes situaciones en la que interactúa. Estos roles se expresan en formas de texto. Por su parte, los textos son procesos situacionales y el registro es la condición de posibilidad de su aparición. Sin gramática no hay texto y sin registro tampoco. Ambas son condiciones necesarias. Por tanto, el registro se caracteriza como una variedad de uso que está determinada por la situación (Halliday, 1979).

2.3. El texto como construcción multimodal

Al texto puramente verbal se le reconoce una supremacía a la hora de acceder al conocimiento y la cultura, no obstante, no es posible desconocer la relación que el sistema semiótico verbal ha mantenido con otros sistemas a lo largo de la historia de la humanidad. En la época actual dicha relación parece haberse estrechado aún más, debido a la masificación de los medios de comunicación, es por tal razón que diversas disciplinas como la lingüística, la psicología entre otras ponen su atención e interés en esta relación dando origen a la multimodalidad área que se ha preocupado de investigar las implicancias que dicha relación produce en los sujetos al momento de enfrentar un texto (Hernández, 2001).

A mediados de los 2000 las investigaciones sobre la multimodalidad se fueron expandiendo. Este fenómeno llevó a lingüistas sistémicos y otros investigadores del lenguaje a interesarse por explorar la integración del lenguaje con otros recursos. Se reconoció que la comunicación es inherentemente multimodal y que la alfabetización no se limita al lenguaje, Por tanto, todo evento comunicativo es de naturaleza multimodal o multisemiótica, y como ya se mencionó, diversos estudios lingüísticos han despertado la idea de que los textos son connaturalmente multimodales (Jewitt, Bezemer y O'Halloran, 2016; Kaltenbacher, 2007; Kress, 2010; Machin, 2016; O'Halloran y Lim, 2014). Aun cuando se cree que los textos no son más que palabras conectadas para darle coherencia a un texto, la realidad evidencia que otros recursos también participan en la creación de significados en el texto, un ejemplo de aquello son artefactos comunicativos tan comunes como la noticia que suele ser acompañada de una captura fotográfica que representa el evento acontecido, un afiche publicitario acompañado de colores e imágenes representativas de lo que se promociona y la portada de un mismo libro puede contar con distintas ediciones, dependiendo del tiempo en el que se publicó y la audiencia que se espera alcanzar. Otro ejemplo son los textos orales que también son esencialmente multimodales, una simple conversación se ve acompañada de gestos y en otras situaciones más formales, como una ponencia, se ven fortalecidas con la utilización de imágenes o videos de apoyo. Es clara la importancia del lenguaje oral en todos estos modos, no obstante, los diversos apoyos permiten en sus respectivos contextos comunicativos ser un aporte para la audiencia para la que fue pensada.

Una de las principales causas que más ha despertado el interés por la multimodalidad es principalmente la globalización (Kress, 2010). Gracias a la masificación de los medios de comunicación, expresada en un aumento en el acceso a computadoras, lectores de libros electrónicos y celulares de modo principal, se ha tenido una serie de efectos semióticos en el estudio del lenguaje. En este sentido destacan una variedad de intereses investigativos como la alfabetización multimodal, la comprensión lectora, entre otros, a partir de la atención depositada en los artefactos multimodales y surge la necesidad de contar con nuevas propuestas metodológicas para su análisis. La repuesta a esta inquietud intelectual ha sido denominada análisis de discurso multimodal (ADM) o simplemente teoría de la multimodalidad (Kress y Van Leeuwen, 2006; Kress, 2010).

2.4. Análisis del discurso multimodal (ADM)

El denominado ADM brinda una amplia mirada del objeto de estudio, ya que además de considerar al lenguaje como unidad de análisis, también analiza imágenes, gestos, música, acciones sonidos y simbolismos de carácter científico, dando lugar a expansiones semánticas

(O'Halloran, 2012). Son variadas los estudios del discurso multimodal, por ejemplo, algunos autores han buscado identificar cuáles son los artefactos multimodales utilizados en comunidades discursivas, otros han estudiado el efecto de elecciones de recursos multimodales, tanto desde la teoría sistémico funcional (Kress y Van Leeuwen, 2006 O'Halloran y Lim, 2014; Royce, 2007) como con un énfasis cognitivista (Forceville, 2009). Dentro de la primera línea, es decir, desde la teoría sistémico funcional destacan el enfoque composicional (Martinec y Salway, 2005) y la teoría sociosemiótica de la multimodalidad (Kress, 2010) que, unidas a la descripción de artefactos multimodales, darán origen al análisis multimodal que se utiliza en esta investigación.

2.4.1 . Artefactos multisemióticos y el estudio de corpus

Con el propósito de conocer los géneros multimodales del discurso Parodi (2010) propone realizar un análisis del corpus y opta por los términos multisemiótico y sistema semiótico; el autor propone cuatro sistemas semióticos principales, a través de los cuales el potencial de significación del lenguaje puede ser instanciado.

- ✓ Sistema verbal: expresado por la lexicogramática, compuesto por palabras, frases y oraciones. Se caracteriza por ser de naturaleza lingüística.
- ✓ Sistema gráfico: Expresado generalmente por fotografías, gráficos, diagramas, tablas, bocetos e, incluso espacios en blanco. Estos pueden expresar, a través de lo visual, no solo hechos concretos, sino también ideas y valores.
- ✓ Sistema matemático: Se expresa en números, letras, signos y otras representaciones que históricamente han sido acompañadas por sistemas verbales y tipográficos, con el fin de materializar operaciones lógicas y matemáticas.
- ✓ Sistema tipográfico: Se da a través de la forma y color de las letras (cursivas, negritas, etc.). Esta modalidad no es un simple recurso estilístico, ya que contribuye a la transmisión y construcción del significado. Por ejemplo, el uso de negrita en una palabra podría tener como efecto semiótico el destacar la importancia de un término.

A partir del análisis de estos cuatro sistemas (Parodi, 2010; Boudon y Parodi, 2014) buscan proponer otros novedosos, tales como la red composicional que permite la combinación de sistemas. El procedimiento metodológico para la identificación de estos géneros es la operacionalización de definiciones con base en tres criterios:

1) modalidad (¿qué sistemas participan en el artefacto?)
2) función (¿para qué se emplea el artefacto?)
3) composición (¿de qué se constituye el artefacto?).

En resumen, esta propuesta ofrece dos grandes beneficios desde el punto de vista metodológico. En primer lugar, entrega una conceptualización clara de los sistemas semióticos que podrían atenderse al caracterizar un corpus multimodal. Una segunda contribución son las preguntas guías que permiten identificar y describir los distintos géneros multisemióticos de un corpus de forma clara y sin perder de vista la multimodalidad. Haciendo uso de ambas se pueden caracterizar artefactos multisemióticos, tal como se da en esta investigación.

2.4.2. La semiótica social en las propuestas de ADM

La semiótica social de Halliday (1978) teoría que sustenta la Lingüística Sistémico Funcional (LSF), es una propuesta cuyo supuesto clave es que la lengua es un constructo social, el cual sirve para que los humanos se comuniquen y desarrollen en sociedad. Como se mostró anteriormente, el actual interés por investigar los procesos multimodales, no responde a una nueva disciplina sino como el resurgimiento o redescubrimiento de un importante campo de investigación proporcionado por la lingüística, en particular, de la escuela de lingüística sistémico funcional desarrollada por Halliday (1971-1975). Esta rama de la lingüística ve el lenguaje como un sistema semiótico explotado para funcionar en un amplio contexto social y cultural en el que las oraciones se analizan provistas de contexto cuya visión sistémica considera que el contexto situacional constituye a los factores determinantes de las estructuras semióticas que se eligen en la interacción social con los demás (Halliday, 1978}

2.4.3. La semiótica social y cohesión composicional

Martinec y Salway (2005) proponen un análisis multimodal que tiene como objetivo determinar la cohesión composicional entre los diversos recursos semióticos empleados. Centrándose en primer lugar en la noción de gramática de la lingüística sistémico funcional y en los sistemas de transitividad, metafunción ideacional y el de combinación clausular, los que a su vez se asocian a las relaciones entre texto e imagen propuestas por Barthes (1977) quien se preocupó por una lingüística del discurso y por la semiótica, describiendo las relaciones entre texto e imagen como de tres tipos:

- ✓ Anclaje: El texto permite dilucidar la imagen (el texto apoya la imagen)
- ✓ Ilustración: La imagen permite aclarar el texto (la imagen apoya el texto)
- ✓ Relevo: Tanto el texto como la imagen están al mismo nivel (relación de retransmisión)

Capítulo 3

Marco Metodológico

3. Investigación de diseño

La investigación basada en diseño es un paradigma que en la actualidad está siendo muy utilizado en la investigación educativa, principalmente en el campo de la didáctica de las matemáticas y las ciencias (Kelly, 2003). Esta metodología de naturaleza principalmente cualitativa, ha sido desarrollada dentro de las ciencias de aprendizaje (Learning sciences) un campo disciplinar que estudia el aprendizaje y la enseñanza y abarca disciplinas como la antropología, la psicología la neurociencia, así como las didácticas específicas, entre otras.

Confrey (2006) define estos estudios como un tipo de investigaciones cuyo objetivo es producir teoría que ayude a guiar la práctica educativa en el aula y a identificar prácticas de enseñanza-aprendizaje. Los estudios de diseño constituyen extensas investigaciones de prácticas educativas, provocadas por un conjunto de tareas curriculares noveles, cuidadosamente secuenciadas, que estudian cómo algún campo conceptual o conjunto de habilidades e ideas son aprendidas mediante la interacción de los alumnos.

La investigación basada en el diseño, especifica por tanto la forma en que se conducen estudios de diseño, es decir, investigaciones de cierta duración sobre interacciones educativas. Lo que se diseña de acuerdo a esta teoría es un "entorno de aprendizaje" con tareas, materiales, herramientas, y otros elementos. La IBD, aspira a producir descripciones explicativas y su intención teórica es identificar y describir patrones en el pensamiento del estudiante y relacionarlos con los medios utilizados para apoyar y organizar su desarrollo. Es por todo lo anterior que se consideró útil para el desarrollo de esta investigación.

La IBD considera tres fases en la realización de un experimento de diseño (Cobb y Gravemeijer, 2008).

1) Preparación del experimento, que para el caso de esta investigación se contextualizó en el marco de un aula inclusiva para ir en apoyo de quienes presentan dificultades de acceso a los contenidos matemáticos.
2) Experimentación para apoyar el aprendizaje, donde se interpretó el desarrollo de las actividades de los participantes para determinar apoyos instruccionales en función de la diversificación de los aprendizajes en aula de matemáticas.
3) Análisis retrospectivos de los datos generados durante la realización del experimento, que le permite a esta investigación relacionar aprendizajes sobre un contenido con los medios usados para lograrlo, además de informar acerca del dominio y lo que necesitan para ser apoyados a partir de los sistemas multimodales.

Dentro de las principales fortalezas del estudio de diseño esta la eliminación del abismo existente entre la práctica educativa y los análisis teóricos, ya que provee de informes situados sobre el aprendizaje de los estudiantes, relacionando directamente el proceso de aprendizaje con el modo en que ha sido promovido. Por lo demás, abordan los problemas cotidianos del aula, de los colegios y de las comunidades que influyen en los procesos de enseñanza aprendizaje, adaptando la enseñanza a estas condiciones.

El carácter de estos estudios los señala como promotores de la identificación y crecimiento de nuevas ideas y constructos. Los estudios de diseño contribuyen a la formación de modelos, más que a la estimación o validación de éstos, y de este modo son de utilidad para la generación de buenas cuestiones a abordar mediante otro tipo de metodologías (Kelly, 2004)

Otro aspecto que es importante mencionar, es que los estudios de diseño presentan similitud con los estudios de casos y etnográficos, en tanto que buscan aportar detalles más que establecer patrones representativos y generales.

En este estudio se realiza una práctica educativa que se basa en un diseño de modelación validado internamente (Arrieta, 2003). En el ámbito de la educación matemática la modelación se trabaja desde distintas perspectivas. En la visión socioepistemológica de

Arrieta y Díaz (2015) no hay modelación sin interacción con el fenómeno que se intenta modelar, por lo que la primera fase de la modelación es la experimentación en sentido amplio, correspondiendo en este caso a la experimentación discursiva. Como se afirma en Díaz y Núñez (2019)

> … en el marco de actividades de modelación solicitadas por los currículos de nuestro país y de la región, los experimentos discursivos se constituyen en una herramienta didáctica pertinente para poner en escena prácticas socioescolares… de experimentación discursiva en aulas de matemáticas.

3.1. Sujetos de la muestra

Los sujetos participantes de esta de investigación son 20 estudiantes (4 mujeres y 16 hombres) de segundo año medio pertenecientes a un colegio particular subvencionado de la comuna de Quilicura. La muestra presentó características heterogéneas, dada la participación de estudiantes con distintos niveles de logro, es decir, estudiantes con un rendimiento académico en la asignatura de matemáticas que transita entre los rangos avanzado, intermedio e inicial. En el caso de estos últimos, cinco estudiantes pertenecientes al Programa de Integración Escolar PIE, con diagnóstico de Necesidad Educativa Especial (NEE) de carácter transitoria y permanente 2 estudiantes con DEA (dificultad específica de aprendizaje en el área del cálculo), 1 estudiante con TDA (trastorno por déficit atencional), 1 estudiante con RIL (rango intelectual limítrofe) y 1 estudiante con DIL (discapacidad intelectual leve).

3.2. Instrumento para la recogida de datos

El corpus de datos lo conforma el conjunto de elaboraciones registradas por los estudiantes en el instrumento Secuencia de Experimentación y Modelación que expresa un diseño de modelación desde una perspectiva socioepistemológica (ver en Anexo 1) Se compone de once preguntas relacionadas con el fenómeno de llenado de un recipiente cilíndrico.

Capítulo 4

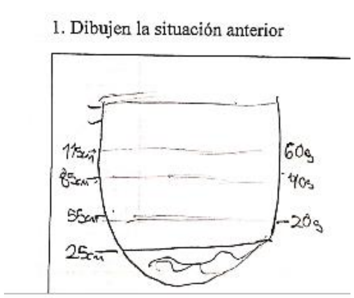
Análisis de datos

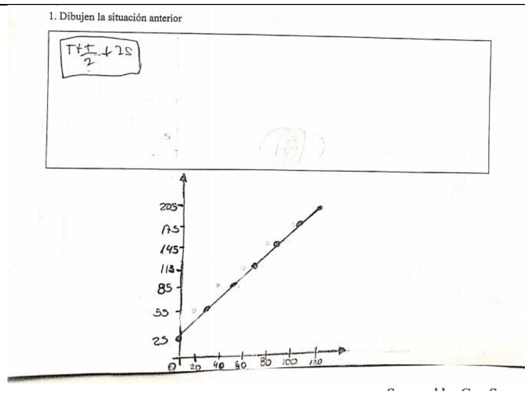
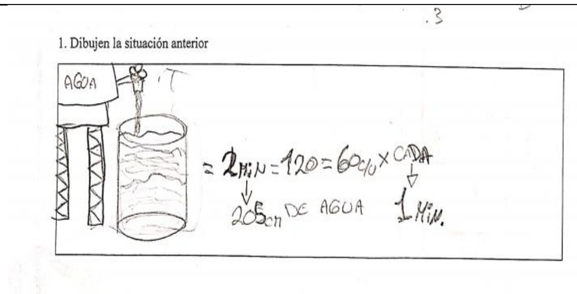
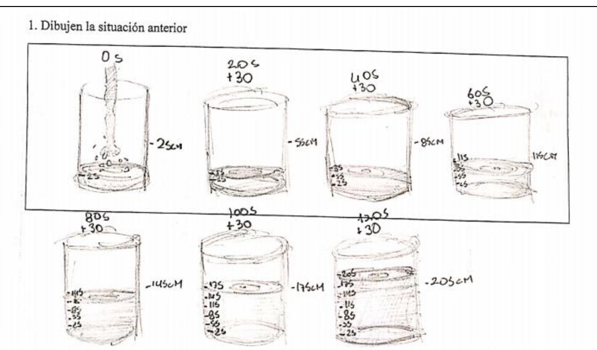
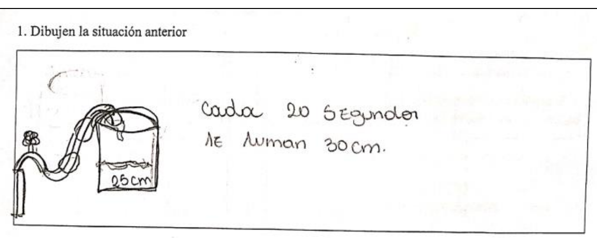
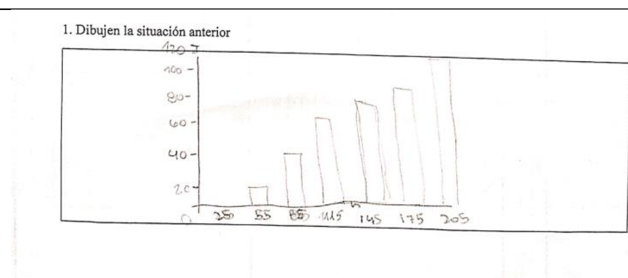
Para el análisis de los datos se han tomado en cuenta los aportes teóricos proporcionados por la Lingüística Sistémico Funcional con énfasis en el tipo de artefacto semiótico y sus relaciones con especial atención en la presencia del discurso Matemático Escolar.

A continuación, se detallan las observaciones realizadas a las respuestas de los seis grupos de trabajo, su intención es dar cuenta de los diferentes mecanismos que utilizan para su producción y comprensión. El proceso implica describir e interpretar los recursos semióticos de modo de saber cómo a partir del texto dan a conocer saberes matemáticos, así como también caracterizar elementos de la modelación.

Las respuestas correspondientes al primer reactivo se encuentran organizadas en una tabla (ver anexos 2). En ella es posible identificar el tipo de artefacto multisemiótico utilizado (verbal, gráfico, matemático y de apoyo al significado), la composición del artefacto, su función (anclaje, ilustración y relevo) que serán integrados para transmitir el mensaje dando origen al acto comunicativo.

Primer reactivo (Interacción con el fenómeno, experimentación)

1. Dibujen la situación anterior.	
G1	

<table>
<tr><td>G2</td><td>
</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>
</td></tr>
<tr><td>G4</td><td>
</td></tr>
<tr><td>G5</td><td>
</td></tr>
<tr><td>G6</td><td>
</td></tr>
</table>

Frente a la solicitud de inmersión en el experimento (dibujen la situación anterior) **Planteamiento del experimento** (vamos a investigar cómo se comporta el llenado del estanque) se puede observar que, al solicitar dibujar, el artefacto utilizado es del tipo gráfico, no obstante, dos de los grupos dan cuenta de un relevo, es decir, la imagen se encuentra al mismo nivel de una frase u oración que apoya o fortalece el sistema dominante. Asimismo, en la composición, es posible observar un diálogo constante entre los sistemas gráfico y numérico, donde el estudiante utiliza sistemas de apoyo (subrayar información) que fortalecen el significado de sus artefactos, también se observa en cuatro de los grupos el registro gráfico de datos o conceptos importantes del planteamiento tales como: **estanque cilíndrico, transparente**, **chorro de agua, constante**, **inicio, 25 cm y nivel del agua cada 20 segundos**, a partir de estos datos es posible determinar que el objeto principal (estímulo) es el estanque cilíndrico, por tanto, es posible señalar que los estudiantes logran una adecuada interacción con el fenómeno (estanque cilíndrico)

Por lo demás, dos de los grupos no dan cuenta de un estanque cilíndrico, uno de ellos gráfica el comportamiento lineal, observándose la presencia del discurso Matemático Escolar referido al carácter hegemónico originado por un solo tipo de argumentación y significación asociado al saber matemático. Otro dibuja un gráfico de barras para representar los datos, ilustrando el conjunto de datos presentes en la tabla, no obstante, la representación es incorrecta, puesto que la variable independiente debe quedar representada en el eje X, dicho de otro modo, reconoce el gráfico de barra, no obstante, no lo comprende.

Segundo reactivo.

2. Describan la situación con sus palabras.	
G1	Un **estanque** que cada segundo el agua **aumenta 30 cm más**.
G2	**Cada 20 segundos** caen **30 centimetros** de agua
G3	A medida que **pasan 20 segundos** el agua **aumenta 30 cm** en el **estanque**.
G4	A medida **que pasa el tiempo** se el **cilindro** se **llena mas** de agua
G5	Que **cada 20 segundos** de llenado el agua **crece** en **30 centimetros.**
G6	El **estanque** al inicio empieza con 25 cm a medida de 20 segundos **se suman** 30 cm y haci va **constantemente**

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 2: **Describan la situación con sus palabras** da cuenta de que la respuesta dominante es del tipo de artefacto verbal. Sin embargo, la descripción no contempla el mismo nivel profundidad semántica observado en el reactivo anterior, dado que utilizan una menor cantidad de conceptos: **estanque y aumenta** acompañado de registros numéricos: **cada 20 segundos y 30 cm** , es decir, se puede inferir que el énfasis de la mayor parte de los estudiantes está en los datos presentes en la tabla, por tanto, es posible interpretar que, al solicitar describir el experimento haciendo uso del sistema verbal, los estudiantes no alcanzan a abordar el total de conceptos observado en la respuesta anterior: **estanque cilíndrico, transparente**, **chorro de agua, constante**, **inicio, 25 cm y nivel del agua cada 20 segundos** que permite alcanzar una mayor comprensión de la situación (comportamiento del llenado de un estanque), considerando que el empleo de una mayor cantidad de conceptos sustenta el significado que se tiene de un objeto, ampliando las posibilidades de su comprensión.

A partir de lo observado en esta primera fase de inmersión los hablantes (estudiantes) dan a conocer lo que deciden significar, dicha acción se encuentra regulada por la capacidad comunicativa que les permite en el primer reactivo ampliar las posibilidades, dado que no se encuentran limitados a una acción verbal. En este sentido, el modo ha variado, es decir, del modo gráfico al modo verbal existen diferencias significativas en el empleo de conceptos que facilitan la comprensión de los objetos.

En cuanto al comportamiento de llenado del estanque, es posible señalar que los estudiantes logran una adecuada interacción con el fenómeno (estanque cilíndrico).

Tercer reactivo

3. Si han transcurrido 60 segundos ¿Cuántos centímetros se ha llenado el estanque? Registren esa cantidad y expliquen como lo hicieron para determinarla.	
G1	Se habrá llenado **115** cm porque cada vez que **aumenta** lo hace en **30 cm.**
G2	Sea llenado el **estanque** con **115** cm, determinando esa cantidad al ver la **tabla.**
G3	Han transcurrido **115** centimetros de agua
G4	Se ha llenado **115** cm de agua y lo sé por el **gráfico**
G5	**115** cm de llenado, volví a la **tabla** a ver si estaba la variable de **60 segundo**
G6	**El estanque** se ha llenado con **40 cm** de la inicial para determinarlo nos guiamos por la **tabla** que nos dan.

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 3 **Si han transcurrido 60 segundos ¿Cuántos centímetros se ha llenado el estanque? Registren esa cantidad y expliquen como lo hicieron para determinarla.** Uno de los grupos utiliza el concepto de estanque, por tanto, es posible dar cuenta que aun cuando la pregunta precisa dar respuesta al llenado del estanque, la mayoría de los grupos no menciona el concepto, en este sentido, el objeto principal ha dejado de ser el estanque y ha sido reemplazado por la tabla, utilizada por tres de los grupos para justificar sus respuestas, observándose que la modelación cobra importancia, puesto que los estudiantes posicionan a la tabla por sobre el estanque a nivel semántico, dando cuenta de una adecuada interacción con la tabla. No obstante, no existe profundidad en la explicación, es decir, los estudiantes dan énfasis a los datos numéricos presentes en la tabla, pero no se refieren con detalle al comportamiento de llenado del estanque, además de advertir el escaso uso de vocabulario matemático y conceptos asociados.

Cuarto reactivo.

<table>
<tr><th colspan="2">4.Si el nivel del agua llega a 85 centímetros, ¿Cuánto tiempo ha transcurrido? Registren esa cantidad y expliquen como lo hicieron para determinarla.</th></tr>
<tr><td>G1</td><td>40 segundos cada 20 segundos sube 30 cm y si son 40 s es el doble.</td></tr>
<tr><td>G2</td><td>Para tener 85 cm de agua tuvo que transcurrir un tiempo de 40 s, lo supimos al verificar la tabla.</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>40s lo vi en la tabla.</td></tr>
<tr><td>G4</td><td>40 por que =
<table>
<tr><td>T</td><td>S</td></tr>
<tr><td>0</td><td>25</td></tr>
<tr><td>20</td><td>55</td></tr>
<tr><td>40</td><td>85</td></tr>
<tr><td>60</td><td>115</td></tr>
<tr><td>80</td><td>145</td></tr>
<tr><td>100</td><td>175</td></tr>
<tr><td>120</td><td>205</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>G5</td><td>Han transcurrido 40 segundos de llenado.</td></tr>
<tr><td>G6</td><td>Han transcurrido 40 segundos y buscamos en la tabla</td></tr>
</table>

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 4: **Si el nivel del agua llega a 85 centímetros, ¿Cuánto tiempo ha transcurrido? Registren esa cantidad y expliquen como lo hicieron para determinarla.** Los estudiantes coinciden en responder 40 segundos y todos destacan haber obtenido la respuesta explícitamente de la tabla (modelo del fenómeno). Uno de los grupos hace uso del tipo de artefacto gráfico para justificar su respuesta, dibujando nuevamente la tabla y haciendo uso de un sistema de apoyo al significado, destacando los datos numéricos que justifican su respuesta en la misma tabla. Por lo demás, se observa la ausencia del concepto de estanque, por tanto, nuevamente la tabla o gráfico (acción de modelar), alcanza un mayor protagonismo, dada su mayor presencia en las respuestas de los estudiantes, por tanto, se observa que los estudiantes interactúan convenientemente con la tabla.

Quinto reactivo (El acto de modelar, la predicción)

5. Si han transcurrido 50 segundos, ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua en el estanque? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron.	
G1	Si son 50 s el nivel de agua es de 100 cm 20 segundos = 30 cm /:2 = 10 s = 15 cm 40s+10s=85cm+15cm → 50s=100cm
G2	En 50 segundos hay 100 cm de agua en el **estanque**, lo verificamos sacando los calculos.
G3	100 cm de agua lo calculamos sacando la mitad de 30 y 20 que son los segundos transcurridos entre 40 y 60.
G4	75 solo le resta 10
G5	-
G6	El nivel del agua del **estanque** marca 100 cm en 50 segundos. Restamos el nivel del agua 115 cm que corresponde a los 60 segundos y como determinamos que cada 30 segundos se suman 30 cm restamos la mitad.

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 5: **Si han transcurrido 50 segundos, ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua en el estanque? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron.** Un total de cuatro grupos indica la forma de obtener el resultado correctamente, uno de ellos no registra la respuesta y otro da una respuesta incorrecta. De lo observado, uno de los grupos registra una respuesta completa, ya que, alude al concepto de estanque, transformándolo en el objeto principal y describe la forma de obtener los resultados numéricamente, de los otros grupos uno se refiere al concepto de estanque y al igual que dos grupos más dan cuenta de los cálculos realizados haciendo uso de los datos numéricos presentes en la tabla (modelo del fenómeno) estableciendo una adecuada articulación que permite intervenir en lo modelado, por tanto, la tabla sigue siendo fundamental para las respuestas. Destaca en el grupo N° 1 la descomposición aditiva del número, lo que resulta ser interesante, ya que les permite establecer inferencias a partir de los datos conocidos que pueden ser demostrados matemáticamente (predicción).

Sexto reactivo

<table>
<tr><th colspan="2">6. Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron para determinarla.</th></tr>
<tr><td>G1</td><td>85s = 152,5

80s = 145 cm   20s = 30 cm /:4 → 5s =
145.0
$15 \div 2 = 7{,}5$ $\underline{+\ \ 7{,}5}$
— 10   152,5</td></tr>
<tr><td>G2</td><td>En 85 s hay 152,5 cm de agua en el estanque, nosotros lo que hicimos fue sacar el calculo partiendo la unidad de la unidad correspondida = 30:2 = 15:2 = 7,5</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>152,5 cm de agua, ya que pasa ¼ del tiempo, y al ser directamente proporcional, la cantidad de agua también aumentará ¼.</td></tr>
<tr><td>G4</td><td>155 por que el tiempo va de 20 en 20 y en el 80 solo suma 10</td></tr>
<tr><td>G5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>G6</td><td>Marca 150 cm en 85s.</td></tr>
</table>

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 6: **Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron para determinarla.** Las respuestas de tres grupos son correctas, el primer grupo detalla los cálculos numéricos realizados de manera ordenada. Un segundo grupo detalla el procedimiento a partir de un texto que profundiza en el procedimiento, no obstante, el procedimiento está mal justificado. Un tercer grupo alude al concepto de proporcionalidad directa, señalando que si uno aumenta el otro lo hará en la misma proporción. Un cuarto grupo señala un procedimiento para la respuesta, no obstante, la respuesta es incorrecta. Un quinto grupo no contesta y el sexto grupo entrega una respuesta directa y al igual que grupo N° 4 su respuesta es incorrecta. Por lo demás, se observa ausencia del objeto principal en la mayoría de las respuestas, puesto que solo un grupo alude al concepto de estanque. Y quienes responden de forma correcta han podido establecer una adecuada interacción con la tabla.

Séptimo reactivo

7. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 38,3 segundos? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron para determinarla.	
G1	38,3s = 0,15 · 2 = 0,45 cm 1,5 ·8 = 12cm 35 + 12 + 0,45 = 47,45 cm 0,1s = 0,15cm 1s = 1,5 cm 10s = 15cm 20s = 30cm
G2	37,5 70 38,3 = 78,3 0,8 + 7,538,3 38,3 77,5 0,8 78,3
G3	82,0045
G4	38,3 · 20 766:10 = 76,6 000 66 76,6 cm de agua 766 60 766
G5	-
G6	Al transcurrir 38,35 habrán 83,3 cm

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 7: **¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 38,3 segundos? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras como lo hicieron para determinarla.** Cinco grupos utilizan únicamente artefactos numéricos para justificar sus respuestas, a pesar de que la pregunta solicita explicar con sus palabras de qué forma obtuvieron su respuesta. Por lo demás, los cinco grupos responden de forma incorrecta y uno no contesta. Por tanto, se observa ausencia de artefactos verbales para justificar el procedimiento utilizado, además de la ausencia del objeto principal, siendo posible afirmar que ningún grupo alude al concepto de estanque. Asimismo, se observa error en la multiplicación de números decimales, no siguen el procedimiento adecuado, y dada la coincidencia en las respuestas, es posible inferir la existencia de una barrera en el aprendizaje de las operaciones con números decimales. Por lo demás, no predicen, por tanto, no logran la articulación del modelo con lo modelado.

Octavo reactivo.

<table>
<tr><th colspan="2">8. ¿Cuántos centímetros marcará, si han transcurrido 62,6 segundos? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras su procedimiento.</th></tr>
<tr><td>G1</td><td>60=115 60+2·0,6 115+3+0,9=118,9 62,6=118,9

20=30 /:100 → 0,2 = 0,3</td></tr>
<tr><td>G2</td><td>60
+ 2,6
62,6

115
+ 2,6
117,6</td></tr>
<tr><td>G3</td><td>118,0090</td></tr>
<tr><td>G4</td><td>62,6 · 20
000
1252 -

12,52 : 10 = 125,2
25
52
20

125,2 cm de agua</td></tr>
<tr><td>G5</td><td>-</td></tr>
<tr><td>G6</td><td>Al transcurrir 62,6 s habrán 117,6 cm.</td></tr>
</table>

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 8: **¿Cuántos centímetros marcará, si han transcurrido 62,6 segundos? Registren esa cantidad y expliquen con sus palabras su procedimiento.** Al igual que el reactivo anterior, los cinco grupos utilizan artefactos numéricos para justificar sus respuestas, a pesar de que la pregunta solicita explicar de qué forma llegaron a la respuesta, observándose una resistencia al uso del tipo de artefacto verbal. Uno de los grupos responde de forma correcta, cuatro responden de forma incorrecta y un grupo no registra la respuesta. Por tanto, un total de cinco grupos, no logran la articulación del modelo con lo modelado.

Noveno reactivo

9. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido t segundos? ¿Por qué? Registran la cantidad y expliquen con sus palabras.	
G1	$\mathrm{T} + \frac{T}{2} + 23 = N$
G2	30 centimetros mas porque va aumentado a 30 centímetros por 20 segundos.
G3	27 T $\times$ T = 25 + n (30)
G4	T por que no se save cuantos segundos hay
G5	-
G6	ts = 0. Porque no hay valor específico.

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 9: **¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido t segundos? ¿Por qué? Registran la cantidad y expliquen con sus palabras.** Cinco grupos responden de forma incorrecta y uno de ellos no registra la respuesta, es decir, no trabajan con la secuencia numérica asociada a la tabla, por tanto, no alcanzan el nivel de abstracción y generalización del contenido, descrito en el discurso matemático escolar como el carácter utilitario por sobre lo funcional. Del mismo modo, no predicen, por tanto, no logran la articulación del modelo con lo modelado.

Décimo reactivo

10. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué? Registren la cantidad y expliquen con sus palabras.	
G1	18,45 + 9,225 27,675 + 23 = 40,675 cm
G2	10 + 8,45 = 18,45 55 + 8,45 = 63,45
G3	27,0675
G4	18,45· 20 0000 369,0 - 369 : 10 = 3,69 69 90 3,69cm de agua
G5	-
G6	Al transcurrir 18,45s habran 53,45 cm.

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 10: **¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué? Registren la cantidad y expliquen con sus palabras.** Los estudiantes hacen uso del tipo de artefacto numérico, y nuevamente dan cuenta de la ausencia de artefactos verbales para dar la explicación. Por lo demás, cinco grupos responden de forma incorrecta y uno no registra la respuesta. Asimismo, no predicen, por tanto, no logran la articulación del modelo con lo modelado.

Décimo primer reactivo

11. ¿Cuál es la expresión algebraica que el equipo puede asociar al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno con sus palabras.	
G1	$T + \frac{T}{2} + 23 = N$
G2	10s =15 2os = 30
G3	x 10s = x + 15 20s = x + 30
G4	-
G5	-
G6	$2\pi r + \pi r^2$ La formula. Además, el estanque se llena con 120s y 205cm. Ab + AL

Las respuestas de los estudiantes al reactivo N° 11: **¿Cuál es la expresión algebraica que el equipo puede asociar al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno con sus palabras.** Los estudiantes no logran expresar de forma algebraica la respuesta, no dan cuenta de valores o parámetro fijos. Uno de los grupos registra datos correspondientes a un contenido trabajado en clases de geometría, tres grupos hacen uso de artefactos numéricos y dos no registran la respuesta, por tanto, los datos numéricos utilizados provocan una incomprensión y el nulo entendimiento de los planteamientos matemáticos utilizados.

Capítulo 5

Conclusiones

Interesó a esta investigación describir la conformación de herramientas matemáticas de estudiantes de un aula inclusiva de segundo año de enseñanza media, al abordar una secuencia de experimentación y modelación multimodal, para poder sugerir estrategias que permitan diversificar los procesos de enseñanza de las matemáticas para alcanzar mayores niveles de inclusión en el aula y por otro desplazarse desde la centración en objetos matemáticos hacia la constitución de saberes matemáticos en calidad de herramientas para las actividades humanas con base en la actividad de los estudiantes.

Se recurrió a los planteos teóricos de la Socioepistemología, que busca tratar a los fenómenos de producción, adquisición y difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva sistémica múltiple; y, a la lingüística sistémico funcional, que analiza relaciones entre lengua y usuarios, entre el contexto de uso y la función que cumple, poniendo especial atención a la variedad de artefactos multimodales utilizados por los estudiantes en su actividad de construcción y de comunicación de saberes matemáticos escolares.

Respecto del primer objetivo específico, a saber, *Describir los desarrollos estudiantiles desde su recurso a la multimodalidad* se observa que los estudiantes al poner en escena artefactos gráficos alcanzan mayores niveles de profundidad en la descripción, demostrado por un mayor empleo de conceptos involucrados en el experimento, que permiten una mayor comprensión de la situación planteada, dado que enriquecen el significado.

En cuanto a las expresiones de tipo verbal, reducen la utilización de conceptos, debido a la ausencia de significaciones que en el plano anterior (sistema gráfico) sí estuvieron presentes. Asimismo, durante la trayectoria de la secuencia la solicitud de describir con sus palabras, demuestra una escases de vocabulario, es decir, a pesar de ser guiados a responder a través de un texto, los estudiantes muestran preferencia por la utilización de respuestas realizadas a través de cálculos numéricos (mecanización del procedimiento) evidenciando dificultades en la habilidad matemática de argumentar y comunicar el procedimiento realizado, quedando de manifiesto el carácter utilitario y no funcional de la matemática descrito por el discurso Matemático Escolar.

Del mismo modo, es posible advertir en la respuesta de uno de los grupos al primer reactivo la presencia de una función lineal, demostrando la imposición de un solo tipo de significación y procedimiento asociado al experimento, dando lugar a otra de las características del discurso Matemático Escolar relacionada con el carácter hegemónico del conocimiento.

Cabe destacar que, si bien el sistema semiótico verbal es el más utilizado por los profesores en el aula, los estudiantes demuestran una escasa preferencia. En este sentido, el énfasis de los docentes por el curriculum pre-escrito posiblemente no ha permitido la interacción de los estudiantes con otras formas de comunicación, distintas a las utilizadas (cálculos numéricos), por tanto, el factor homogeneizador asociado al tiempo, cobra vida en este análisis, confirmando que el lenguaje es una barrera para el aprendizaje, cuando no se crean situaciones para compartir significados a través de un diálogo igualitario, tal como se informa en el marco de antecedentes.

En cuanto a la utilidad de la tabla (acto de modelar) se observa un dominio de su beneficio hasta el sexto reactivo, el resto de los reactivos presenta respuestas incorrectas, debido a la dificultad observada en la trayectoria de predicción, donde no logran hacer uso del método de puntos medios y descomposición que permiten esbozar el modelo algebraico, por tanto, es posible señalar que se hace visible la ausencia de habilidades del pensamiento de orden superior. En este sentido, las dificultades señaladas no hacen viable sinterizar la información de patrones numéricos a partir de la descomposición de valores que hacen posible identificar regularidades numéricas, por ende, no alcanzan el nivel de abstracción y generalización del contenido, quedando en evidencia el carácter utilitario del pensamiento por sobre lo funcional.

En relación al segundo objetivo específico *Distinguir herramientas matemáticas construidas por estudiantes de un aula inclusiva cuando abordan una secuencia de experimentación y modelación multimodal.* De acuerdo a lo observado, al solicitar a los estudiantes hacer uso del sistema gráfico, el proceso de inmersión a los contenidos matemáticos permitió un mayor empleo de la lengua en uso, caracterizado por la utilización variada de conceptos, quedando en evidencia que, al utilizar el sistema gráfico, la habilidad de argumentar y comunicar se fortalece, puesto que permite la expresión de ideas de manera más clara y concreta haciendo uso de la imaginación y lenguaje cotidiano. Sin embargo, al ser el estudiante guiado a utilizar artefactos verbales, el uso de conceptos se ve afectado por un menor empleo, demostrando preferencia por el uso de sistemas numéricos, es decir, las respuestas encuentran cabida únicamente en la matemática, dejando clara la ausencia de otros marcos de referencia.

Por lo demás, destaca la utilidad del sistema de apoyo al significado observado en los reactivos, cuando los estudiantes subrayan, destacan y dibujan nuevamente la tabla para facilitar su comprensión.

Asimismo, llama la atención la ausencia del estímulo principal "el estanque" a partir del cuarto reactivo, donde se infiere que la tabla cobra mayor protagonismo.

Finalmente, es posible inferir que la escasa utilización de artefactos verbales, dificulta la expresión algebraica, puesto que los estudiantes registran datos incomprensibles, dado que no logran la construcción del modelo algebraico, dificultad originada en la trayectoria de predicción, obstaculizando el transito del modelo numérico al modelo algebraico, dando origen a una expresión de nulo entendimiento

Principales aportes a la diversificación.

A partir del uso de los distintos sistemas semióticos (verbal, matemático, gráfico, tipográfico o de apoyo al significado) será posible alcanzar mayores niveles de comprensión de los contenidos matemáticos, por lo demás, fortaleciendo los sistemas mencionados, es posible favorecer el desarrollo de habilidades del pensamiento de orden superior, entendiendo que el lenguaje es coexistente al pensamiento.

Su desarrollo está relacionado principalmente con la oportunidad que tengan los estudiantes de expresarse oralmente y por escrito sobre aspectos matemáticos que incluyen desde aplicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas.

Dar inicio a los módulos de trabajo a partir del uso de sistemas gráficos que permitirán a los estudiantes poner en escena su lenguaje cotidiano y fortalecer habilidades comunicativas y argumentativas relacionadas con la capacidad de expresar ideas con claridad y destacar por ser necesarias para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido, solo a través del uso de los diferentes sistemas será posible advertir obstáculos en los aprendizajes de los estudiantes.

Se apunta principalmente a que los estudiantes logren efectuar demostraciones de proposiciones, en un lenguaje disciplinar, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.

Es importante que emplacemos a nuestros estudiantes a interactuar con diseños, lo cual les permitirá darles el sentido práctico a las operaciones y utilizarlas como lo que en realidad son: herramientas para solucionar problemas de la vida diaria.

Para ello el docente deberá otorgar la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente soluciones, argumentos e inferencias sobre diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos y a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, la propuesta implica distanciarse del curriculum pre.escrito para dar vida a un curriculum con foco en las prácticas sociales de los grupos.

De esta manera, estaremos contribuyendo a crear comunidades más inclusivas, donde el qué hacer del docente se enfoque en las particularidades de las y los estudiantes, procurando que todos aprendan flexibilizando y contextualizando sus prácticas de modo de hacerlas más pertinentes a la diversidad de estudiantes que participan en sus clases.

Referencias Bibliográficas

Arrieta, J., Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.* 18(1), 19-48

Cantoral, R., Reyes Gaperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistmología, matemática y realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(3), 91-116

Cárcamo, B. (2018). El análisis del discurso multimodal: Una comparación de propuestas metodológicas. Forma y Función, 31(2), 145-174. doi: 10.15446/fyf.v31n2.74660

Cordero, F., Goméz, C., Silva-Crocci, H,. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona, España: Editorial Gedisa, S.A.

Delgado Coronado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. Panorama, 9(16), 32-42.

Díaz, L. (2019). Análisis multimodal de prácticas de modelación matemática en estudiantes de enseñanza secundaria. Ponencia en el 46 Sistemic Functional Lenguage Congress. Pontificia Universidad Católica de Chile. Santiago de Chile.

Díaz, L. y Núñez, M. (2019). Experimentación discursiva y figuración. Ponencia en el XV CIAEM-IACME, Medellín, Colombia.

Freire, P. (2004). *Pedagogía de la autonomía*. Sao Paulo, Brasil: Editorial Paz e Terra S.A

Giménez, J., Diez-Palomar, J. y Civil, M. (2007). *Exclusión y Matemáticas. Elementos que explican la investigación actual en el área*, Barcelona: Editorial Graó.

Halliday, M. (1978). *El lenguaje como semiótica social*. Buenos Aires: Fondo de cultura económica.

Hernández, S., Fernández, C., y Baptista, P. (1991). *Metodología de la investigación*: Naucalpan de Juárez, México: Editorial McGRAW-HILL

Kaltenbacher, M. (2007). Perspectivas en el análisis de la multimodalidad: desde los inicios al estado del arte. ALED 7(1), 31-57

Manghi, D. (2010). Recursos semióticos del profesor de matemática: funciones complementarias del habla y los gestos para la alfabetización científica escolar. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 36(2), 99-115

Menéndez, S, (2010), registro y contexto. El concepto de significado en la lingüística sistémico funcional. Semántica e interpretación (23), 221-229

Ministerio de Educación. (2004). *Nueva perspectiva y visión de la educación especial.* Recuperado de http://especial.mineduc.cl/wpcontent/uploads/sites/31/2016/08/2013041511572.Doc Nueva perspectiva vision Ed Especial.pdf

Ministerio de Educación. (2016). *Orientaciones para la construcción de comunidades educativas inclusivas*. Recuperado de file:///C:/Users/Ale/Desktop/ARTICULOS%20TESIS/Documento-Orientaciones-28.12.16.pdf

Ministerio de Educación. (2010). Decreto exento N° 170. Recuperado de https://especial.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/31/2018/06/DTO-170_21-ABR-2010.pdf

Ministerio de Educación. (2017). Decreto N° 83. Recuperado de https://especial.mineduc.cl/implementacion-decreto-83/orientaciones-tecnicas/

Ministerio de Educación. (2018). Bases curriculares de primero a sexto básico. Recuperado de https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf

Molina, M. (2006) Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria. Tesis de Doctorado en Educación. Granada. España.

O'Halloran, K. (2012). Análisis del discurso multimodal. *ALED* 12 (1), 75-97

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión socioepistemológica* (tesis de maestría). Cinvestav-IPN, México.

Soto, D. (2014). La dialéctica exclusión.inclusión entre el discurso matemático escolar y la construcción social del conocimiento. (tesis doctoral). Cinvestav-IPN, México.

Soto, D., Cantoral, R. (2014). Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática*. 28(50), 1525-1544

ANEXOS

SECUENCIA DE EXPERIMENTACIÓN Y MODELACIÓN

NOMBRES: ____ Curso:_______ Fecha: ___________

1. PLANTEAMIENTO DEL EXPERIMENTO

Vamos a investigar cómo se comporta el llenado de un estanque.

Tenemos un estanque cilíndrico transparente que se va llenando con un chorro de agua constante.

Al inicio, el estanque tiene un nivel de agua de 25 cm.

A medida que se llena el estanque se va registrando el nivel del agua cada 20 segundos, según la regla graduada que se encuentra en él, con estos datos hacemos una tabla.

Tiempo de llenado (segundos) t	Nivel del agua (centímetros) n
0	25
20	55
40	85
60	115
80	145
100	175
120	205

1. Dibujen el experimento.

2. Describan el experimento con sus palabras.

3. Si han transcurrido 60 segundos ¿Cuántos centímetros se ha llenado el estanque? Expliquen y registren su respuesta.

4.Si el nivel del agua llega a 85 centímetros, ¿Cuánto tiempo ha transcurrido? Justifiquen y registren su respuesta.

5. Si han transcurrido 50 segundos, ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua en el estanque? Expliquen y justifiquen su respuesta de cómo lo hicieron para obtener el resultado.

6. Si han transcurrido 85 segundos ¿Cuántos centímetros marca el nivel de agua? Expliquen y justifiquen su respuesta de cómo lograron el resultado.

7. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 38,3 segundos? Explique y justifique su respuesta de cómo obtuvo su resultado.

8. ¿Cuántos centímetros marcará, si han transcurrido 62,6 segundos? Comunique y registre su procedimiento.

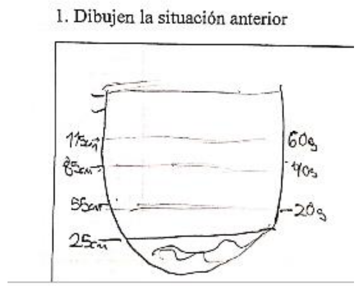
9. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido t segundos? ¿Por qué?

10. ¿Cuántos centímetros marcará el nivel del agua, si han transcurrido 18,45 segundos? ¿Por qué?

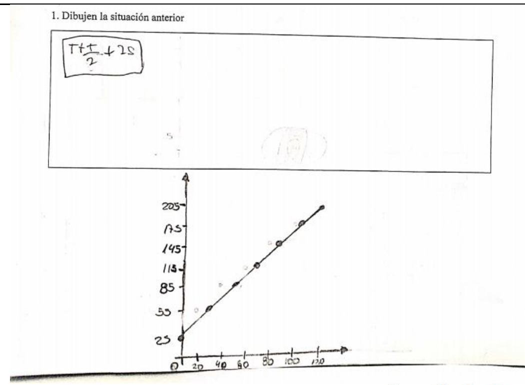
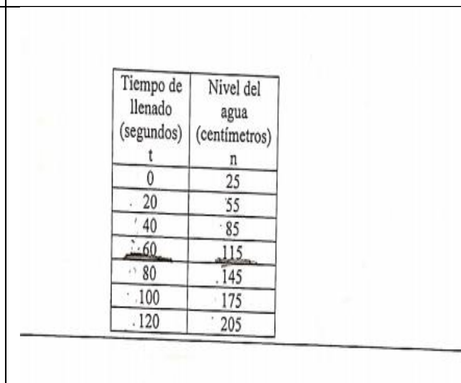
11. ¿Cuál es la expresión algebraica que el equipo puede asociar al llenado del estanque? Identifiquen en ella sus valores fijos o parámetros y describan lo que representa cada uno.

Respuesta al reactivo N° 1

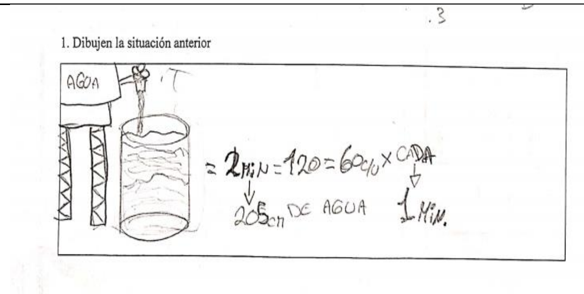
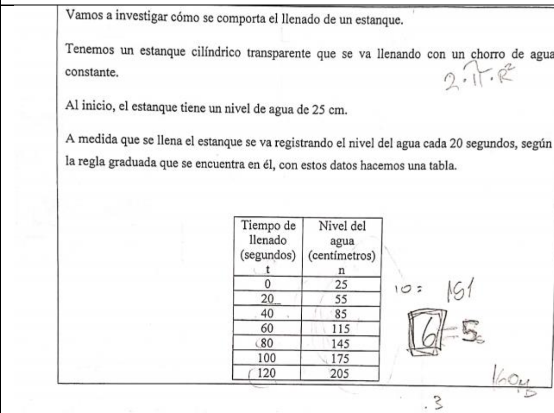
GRUPO N° 1

Criterios	Tipo de Artefacto Multisemiótico			
	Sistema Verbal	**Sistema Gráfico**	**Sistema Matemático**	**Sistema de apoyo al significado**
Modalidad			Presencia de datos numéricos que apoyan la imagen y dan cuenta de los niveles de agua cada 20 segundos y el nivel de agua en centímetros.	Al inicio, el estanque tiene un nivel de agua de 25 cm. A medida que se llena el estanque se va registrando el nivel del agua cada 20 segundos, según la regla graduada que se encuentra en él, con estos datos hacemos una tabla.
Composición	El artefacto está compuesto por un dibujo (sistema gráfico) referente a un estanque cilíndrico transparente. Al lado derecho del dibujo se encuentra representado numéricamente el tiempo de llenado (20 sg) y al lado izquierdo el nivel de agua (25 cm) (sistema matemático). Por lo demás, se observa que los estudiantes destacan palabras para reforzar la respuesta utilizando lápiz destacador (Sistema de apoyo) correspondientes a la cantidad de agua en cm al inicio y el nivel de agua cada 20 segundos.			
Función	El artefacto (dibujo) se utilizó para representar el inicio del experimento			
Anclaje				
Ilustración	La imagen aclara la respuesta.			
Relevo				

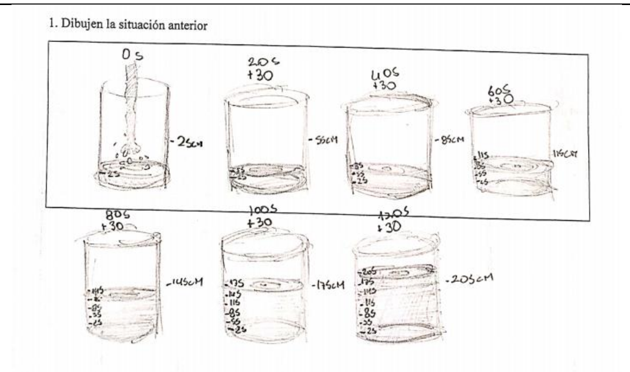
GRUPO N° 2

<table>
<tr><th>Criterios</th><th colspan="4">Tipo de Artefacto Multisemiótico</th></tr>
<tr><td></td><td>Sistema Verbal</td><td>Sistema Gráfico</td><td>Sistema Matemático</td><td>Sistema de apoyo al significado</td></tr>
<tr><td>Modalidad</td><td></td><td>
</td><td>Presencia de datos numéricos, función lineal (plano cartesiano y línea recta).</td><td>
<table>
<tr><th>Tiempo de llenado (segundos) t</th><th>Nivel del agua (centímetros) n</th></tr>
<tr><td>0</td><td>25</td></tr>
<tr><td>20</td><td>55</td></tr>
<tr><td>40</td><td>85</td></tr>
<tr><td>60</td><td>115</td></tr>
<tr><td>80</td><td>145</td></tr>
<tr><td>100</td><td>175</td></tr>
<tr><td>120</td><td>205</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Composición</td><td colspan="4">El artefacto está compuesto por una imagen (sistema gráfico) relativa a una función lineal con presencia de una línea recta, plano cartesiano y registro de datos numéricos. Por lo demás, se observa que el grupo destaca información en la tabla (sistema de apoyo). En la parte superior los estudiantes registran datos numéricos, no obstante, no se advierte su utilidad.
Estado más avanzado, reconoce el comportamiento asociado a la función lineal de, pasando de la matemática básica a la geometría analítica, intento de representación algebraica (mecanización de la matemática)</td></tr>
<tr><td>Función</td><td colspan="4">El artefacto (sistema gráfico) se utilizó para representar de forma gráfica el inicio del experimento</td></tr>
<tr><td>Anclaje</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Ilustración</td><td colspan="4">La imagen aclara la respuesta</td></tr>
<tr><td>Relevo</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

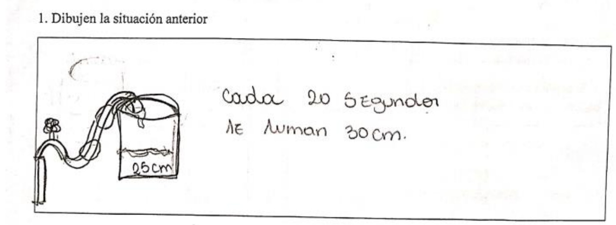
GRUPO N° 3

<table>
<tr><th>Criterios</th><th colspan="4">Tipo de Artefacto Multisemiótico</th></tr>
<tr><td></td><td>Sistema Verbal</td><td>Sistema Gráfico</td><td>Sistema Matemático</td><td>Sistema de apoyo al significado</td></tr>
<tr><td>Modalidad</td><td>Presencia de las palabras: cada y agua en dos ocasiones</td><td>
</td><td>Presencia de datos numéricos a la derecha del dibujo donde se establece la relación de dos minutos = 120 = 60 por cada un minuto.</td><td>
Vamos a investigar cómo se comporta el llenado de un estanque.
Tenemos un estanque cilíndrico transparente que se va llenando con un chorro de agua constante.
$2 \cdot \pi \cdot R^2$
Al inicio, el estanque tiene un nivel de agua de 25 cm.
A medida que se llena el estanque se va registrando el nivel del agua cada 20 segundos, según la regla graduada que se encuentra en él, con estos datos hacemos una tabla.
<table>
<tr><th>Tiempo de llenado (segundos) t</th><th>Nivel del agua (centímetros) n</th></tr>
<tr><td>0</td><td>25</td></tr>
<tr><td>20</td><td>55</td></tr>
<tr><td>40</td><td>85</td></tr>
<tr><td>60</td><td>115</td></tr>
<tr><td>80</td><td>145</td></tr>
<tr><td>100</td><td>175</td></tr>
<tr><td>120</td><td>205</td></tr>
</table>
10 = 151
6 = 5s
160 cm
.3</td></tr>
<tr><td>Composición</td><td colspan="4">El artefacto está compuesto por un dibujo (sistema gráfico) referente un estanque cilíndrico, además se advierte la presencia de un estanque de agua que permite el llenado del recipiente de forma constante. Por lo demás se observan datos numéricos (sistema matemático) En cuanto a la utilización de sistema apoyo en la tabla se observan algunos datos numéricos destacados, pero no se advierte su utilidad.</td></tr>
<tr><td>Función</td><td colspan="4">El artefacto (sistema gráfico) se utilizó para representar de forma gráfica la situación de experimento.</td></tr>
<tr><td>Anclaje</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Ilustración</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Relevo</td><td colspan="4">Tanto el texto como la imagen se encuentran al mismo nivel</td></tr>
</table>

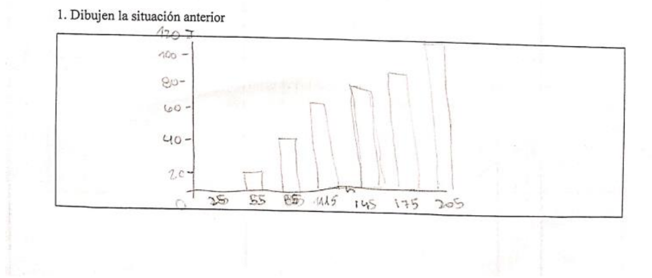
GRUPO N° 4

<table>
<tr><th>Criterios</th><th colspan="4">Tipo de Artefacto Multisemiótico</th></tr>
<tr><td></td><td>Sistema Verbal</td><td>Sistema Gráfico</td><td>Sistema Matemático</td><td>Sistema de apoyo al significado</td></tr>
<tr><td>Modalidad</td><td></td><td>
</td><td>Presencia de datos numéricos a la derecha del dibujo donde se establece la relación de dos minutos = 120 = 60 por cada un minuto.</td><td><table>
<tr><th>Tiempo de llenado (segundos) t</th><th>Nivel del agua (centímetros) n</th><th></th></tr>
<tr><td>0</td><td>25</td><td></td></tr>
<tr><td>20</td><td>55</td><td>+30</td></tr>
<tr><td>40</td><td>85</td><td>+30</td></tr>
<tr><td>60</td><td>115</td><td>+30</td></tr>
<tr><td>80</td><td>145</td><td>+30</td></tr>
<tr><td>100</td><td>175</td><td>+30</td></tr>
<tr><td>120</td><td>205</td><td>+30</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Composición</td><td colspan="4">El artefacto está compuesto por un dibujo (sistema gráfico) referente una serie de estanques cilíndricos que da cuenta de los datos presentes en la tabla, es decir, se esbozó cada uno de los niveles de la tabla, Por lo demás se observan datos numéricos (sistema matemático) En cuanto a la utilización de sistema de apoyo en la tabla se observan algunos datos numéricos (+30) lo que a su vez se ve fortalecido registrado en el dibujo, dando a conocer la regla de incremento.</td></tr>
<tr><td>Función</td><td colspan="4">El artefacto (sistema gráfico) se utilizó para representar el llenado del estanque cilíndrico de forma constante..</td></tr>
<tr><td>Anclaje</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Ilustración</td><td colspan="4">La imagen permite aclarar la respuesta.</td></tr>
<tr><td>Relevo</td><td colspan="4"></td></tr>
</table>

GRUPO N° 5

<table>
<tr><th>Criterios</th><th colspan="4">Tipo de Artefacto Multisemiótico</th></tr>
<tr><td></td><td>Sistema Verbal</td><td>Sistema Gráfico</td><td>Sistema Matemático (Características dME)</td><td>Sistema de apoyo al significado</td></tr>
<tr><td>Modalidad</td><td>Presencia de las palabras: cada, segundos y se suman.</td><td>
</td><td>Presencia de datos numéricos 20 segundos y 25 cm</td><td><table><tr><th>Tiempo de llenado (segundos) t</th><th>Nivel del agua (centímetros) n</th></tr><tr><td>0</td><td>25</td></tr><tr><td>20</td><td>55</td></tr><tr><td>40</td><td>85</td></tr><tr><td>60</td><td>115</td></tr><tr><td>80</td><td>145</td></tr><tr><td>100</td><td>175</td></tr><tr><td>120</td><td>205</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Composición</td><td colspan="4">El artefacto está compuesto por una imagen (sistema gráfico) referente a un estanque cilíndrico que contiene una especie de manguera que da cuenta del llenado del recipiente. Por lo demás, la imagen está acompañada por una oración que indica que cada 20 segundos se suman 30 cm (sistema verbal y matemático). En cuanto a sistema tipográfico se observa que en la tabla se destaca el dato 25 cm utilizado en el dibujo del recipiente.</td></tr>
<tr><td>Función</td><td colspan="4">El artefacto (sistema gráfico) se utilizó para representar de forma gráfica el experimento.</td></tr>
<tr><td>Anclaje</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Ilustración</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Relevo</td><td colspan="4">Tanto el texto como la imagen se encuentran al mismo nivel</td></tr>
</table>

GRUPO N° 6

Criterios	**Tipo de Artefacto Multisemiótico**			
	Sistema Verbal	**Sistema Gráfico**	**Sistema Matemático (Características dME)**	**Sistema de apoyo al significado**
Modalidad	.		Presencia de datos numéricos (tiempo en segundos y nivel del agua en cm), gráfico de barras	
Composición	El artefacto está compuesto por una imagen (sistema gráfico) referente a un gráfico de barras donde se encuentra registro el tiempo en segundos (eje Y) y el nivel de agua (eje X) en cm. Por lo demás se observa la presencia de datos numéricos (sistema matemático). No obstante, la representación es incorrecta, la variable independiente debe quedar representada en el eje x, reconoce el grafico de barra más no lo comprende.			
Función	El artefacto (sistema gráfico) se utilizó para representar de forma gráfica el experimento.			
Anclaje				
Ilustración	La imagen aclara a respuesta			
Relevo				