



Salesiana

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**ERRORES CONCEPTUALES Y PROCEDIMENTALES,
COMETIDOS POR ESTUDIANTES DE CUARTO AÑO DE
ENDEÑANZA MEDIA, EN LAS MEDIDAS DE TENDENCIA
CENTRAL. UN ESTUDIO DE CASOS.**

**SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE
PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN
MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA**

INTEGRANTES:

CASTRO CURIHUAL, JENNY ARLETTE

GONZÁLEZ MEZA, MÓNICA GLADYS

PROFESOR GUÍA:

TORRES BALCHEN, SERGIO LEIF

SANTIAGO - CHILE

2010

AGRADECIMIENTOS

Gracias a mi familia por acompañarme en esta etapa de mi vida, especialmente agradezco a mis padres por brindarme su apoyo y comprensión en todo momento.

Mario te doy las gracias por permanecer a mi lado todo este tiempo y entender.

A ti Fernanda te agradezco por cada sonrisa que me entregas cada mañana y por hacerme la mujer más feliz de este mundo.

A mi maestro, don Sergio Torres Balchen, le doy las gracias por guiarme y brindarme sus enseñanzas en toda mi etapa como estudiante.

Hija esto es por ti, te amo.

INDICE

INTRODUCCIÓN	pag.4
---------------------------	--------------

CAPITULO 1

1.1.Problema de Investigacion	pag.6
1.2.Objetivo General	pag.8
1.2.2 Objetivos Especificos	pag.9

CAPITULO 2

2.1.Introducción Marco Teorico	Pag.10
2.2. El Enfoque Ontosemiótico	pag.11
2.3.Planes y programas	pag.13
2.4.Libros de Textos	pag.17

CAPITULO 3

3.Marco Metodológico	pag.18
3.1.Tipo de investigacion	pag.18-19
3.2.Etapas Metodologicas	pag.20
3.3.Descripcion de la Muestra	pag.21
3.4.Fundamentacion y descripcion del diseño	pag.23
3.5. Fundamentacion y descripción de técnicas e instrumentos	pag.26
3.6.Trabajo de campo o recogida de información	pag.29

CAPITULO 4

4.1.Presentacion de resultados	pag.31
4.2.Descripción del Cuestionario	pag.32
4.3.Principales dificultades observadas	pag.45

CAPITULO 5

5.1.Conclusiones	pag.46
5.2.Conclusiones respecto a los objetivos de la investigación	pag.47
5.3 Aportaciones de la investigación	pag.49
5.4.Problemas de investigación abiertos	pag.50

BIBLIOGRAFÍA	pag.51
ANEXO 1	pag.52
ANEXO 2	pag.63

INTRODUCCIÓN

En mayo del 2009, el Ministerio de Educación propone un Ajuste Curricular donde el Eje de Datos y Azar parte desde el primer año de Enseñanza Básica, hasta el último nivel de Enseñanza Media. Además propone un cambio de enfoque en la enseñanza dirigido a construirla en “situaciones que permitan una contextualización, de parte del estudiante, que le de sentido y significado al aprendizaje” y con el uso de tecnologías.

En la enseñanza de la Estadística, las medidas de tendencia central o promedios tienen una importancia primordial, ya que de ellas dependen otros conceptos estadísticos (medidas de variabilidad, comparación de muestras de una misma población, modelo binomial y normal).

El presente seminario está orientado a conocer y analizar las dificultades que presentan un grupo de estudiantes de cuarto año de enseñanza media, en los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre las medidas de tendencia central.

La Tesis se organiza en seis capítulos iniciándose en el Capítulo 1 con el planteamiento del problema de investigación, resaltando su importancia y describiendo los objetivos del estudio.

En el Capítulo 2, se desarrollan todas aquellas teorías y conceptos que en su totalidad son vitales para el buen entendimiento del estudio, así como para su justificación.

En el Capítulo 3, se describe el marco metodológico del estudio, para categorizarlo finalmente como un estudio exploratorio descriptivo, destacando cada uno de los aspectos subjetivos de la investigación.

En el Capítulo 4 se presenta el cuestionario que se construyó y se analizan los resultados obtenidos en la muestra de estudiantes, con la cual se trabaja en esta investigación y.

El Capítulo 5 muestra las conclusiones obtenidas respecto a los objetivos planteados, los aportes y limitaciones del estudio y sugerencias para futuras investigaciones.

En el Anexo 1 se presenta una propuesta epistemológica sobre las medidas de tendencia central, fundamentada en algunos libros de texto. Y el Anexo 2 presenta el cuestionario completo.

CAPITULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Problema de Investigación

Los planteamientos del Marco Curricular de la Enseñanza Media, Decreto N° 220, (MINEDUC, 1998) y los de la Propuesta Ajuste Curricular (MINEDUC, 2009) respecto a la estadística tienden a indicar que la educación chilena está al tanto de lo relevante de la enseñanza de la estadística, al incluirla desde el primer año básico hasta el cuarto año medio. En la Enseñanza Media la unidad de Datos y Azar propone el estudio de tablas de distribución de frecuencias, medidas de tendencia central y variabilidad, análisis de probabilidades, variables aleatorias discretas, distribución binomial y normal, inferencias con ciertos tipos de muestra, entre otros, y se introduce el uso de ciertas TIC para fomentar, actualizar y contextualizar dichos conocimientos. Con esto, el país se alinea de acuerdo a lo expresado por Fischbein que indica “una cultura científica eficiente reclama una educación en el pensamiento estadística”. Más recientemente, Begg (1997) señala que *“la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso de computadores, trabajo cooperativo y en grupo, a las que se da gran importancia en los nuevos currículos¹”*.

Cuando se modifican los currículos puede ocurrir lo que indica Carmen Batanero (2000)² *“existe una paradoja al pedir a los profesores que impartan un nuevo contenido, para el que no todos han tenido una formación didáctica específica”*.

¹ Begg, A *Some emerging influences underpinning assessment in statistics*, Pág. 152

² Carmen Batanero (2000), *“Significado y Comprensión de las medidas de posición Central”*.

En las carreras de pedagogía en matemáticas chilenas, desde hace mucho tiempo, se han impartido cátedras de estadística, recientemente se están iniciando las investigaciones y la enseñanza de la didáctica de la estadística (Universidad de Playa Ancha o Universidad del Bío Bío). En investigaciones realizadas en España y otros países se está empezando a conocer las principales dificultades que presentan los estudiantes en los conceptos estadísticos más importantes (ver página web <http://www.ugr.es/>).

En los programas oficiales de estudio Decreto N° 220, a partir de sexto año básico se introduce el cálculo de la media aritmética y la moda como resúmenes cuantitativos de tablas de distribución de frecuencias, en séptimo año básico se completan las medidas de tendencia central con la incorporación de la mediana, En octavo año básico, estas medidas estadísticas deben ser aplicadas solamente como medidas de resúmenes cuantitativos de la tendencia central de un conjunto de datos. En cuarto año de enseñanza media calculan, comparan y relacionan indicadores de tendencia central, en este programa adquiere relevancia la interpretación de tales indicadores.

Sin embargo, por la experiencia que les han tocado vivir en sus prácticas profesionales y reemplazos, a las integrantes de este grupo, la enseñanza de las medidas de tendencia central se focaliza principalmente en el primer semestre del de cuarto año de enseñanza media técnica profesional y científica humanista, dedicándose fundamentalmente al cálculo de estas medidas, dejando de lado los conocimientos conceptuales y las propiedades de ellas.

Lo anterior, no es exclusivo de algunos centros de práctica; a nivel internacional, se encuentra un panorama similar, es así que en España como parte del trabajo de diversos grupos de investigación en educación estadística, Carmen Batanero, afirma que “los nuevos currículos de educación primaria y secundaria incluyen en forma generalizada recomendaciones sobre la enseñanza de la estadística. Sin embargo, en la práctica son todavía pocos los profesores que incluyen este tema y en otros casos se trata muy brevemente o en forma excesivamente formalizada”³.

³ Batanero C., “Didáctica de la Estadística”, Pág.6.

Considerando lo anteriormente expuesto y la importancia que tienen las medidas de tendencia central en el desarrollo de otros contenidos estadísticos, un interesante problema a investigar es **“el estudio de las dificultades que presenta un grupo de estudiantes de cuarto año de enseñanza media, en los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre las medidas de tendencia central”**.

De este problema a investigar surgen algunas interrogantes, respecto al aprendizaje de los estudiantes, como: ¿son perdurables en el tiempo?, ¿pueden realizar generalizaciones básicas? y ¿son capaces de interpretarlas en contextos?

1.2. OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Detectar si las dificultades que presentan respecto de las medidas de tendencia central, un grupo de estudiantes de cuarto año medio, son de carácter conceptual o procedimental.

1.2.2 Objetivos específicos

Objetivo 1.

Analizar el contexto en que son presentadas las medidas de posición central en el programa de cuarto año medio.

Objetivo 2.

Diseñar un cuestionario para evaluar los conocimientos conceptuales y procedimentales que poseen un grupo de estudiantes de cuarto año medio, respecto de las medidas de tendencia central.

Objetivo 3.

Determinar y analizar los errores conceptuales y procedimentales, que presenta el grupo de estudiantes.

El análisis de las respuestas proporcionará, a los profesores de educación media, información sobre la comprensión de las medidas de posición central, alcanzada por sus alumnos. Información que les permitirá tomar decisiones respecto de la enseñanza de estos contenidos

CAPITULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. INTRODUCCIÓN

Desde las últimas décadas del siglo pasado, las medidas de tendencia central han originado una serie de investigaciones, como las de Pollatsek, Lima y Well (1981), Barr (1980), Cai (1995), Gattuso y Mary (1996), Watson y Moritz (1999, 2000) o Cobo (2003), las que analizan las dificultades que presentan los estudiantes en su aprendizaje.

Considerando los avances que han tenido los computadores respecto a las capacidades de cálculo y representaciones gráficas, Carmen Batanero⁴ propone que la enseñanza de la estadística descriptiva se base en el **análisis exploratorio de datos**. Explica que *“Para entender los principios por los que se guía el análisis exploratorio, se ha de tener en cuenta que los datos están constituidos por dos partes: la “regularidad” o tendencia y las “desviaciones” o variabilidad”*⁵. Para entender estas dos partes es imprescindible la enseñanza y el aprendizaje de las propiedades de las medidas de tendencia central y de variabilidad. También, el análisis exploratorio de datos recurre a una profusa interpretación de los gráficos estadísticos que emanan del conjunto de datos. Aunque los programas oficiales de estudio no lo declaran, la filosofía que existe detrás de ellos, a juicio de estas investigadoras, es el análisis exploratorio de datos.

Una forma de analizar los errores conceptuales y procedimentales que cometen los estudiantes al calcular e interpretar las medidas de tendencia central, son algunos elementos del enfoque ontosemiótico (EOS).

⁴ Carmen Batanero (2001). *“Didáctica de la Estadística”*. Pág. 46

⁵ Carmen Batanero (2001). *“Didáctica de la Estadística”*. Pág. 48

2.2 EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO

Este trabajo está basado en el “enfoque ontosemiótico” (EOS) de la cognición matemática, que ha sido desarrollado por Juan Díaz Godino y colaboradores, en la universidad de Granada, España.

Los investigadores de este enfoque proponen tres dimensiones en el análisis de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que son: la epistemológica, la cognitiva e instruccional. Cada una de ellas se aborda con herramientas teóricas agrupadas en tres modelos teóricos:

- a) teoría de los significados institucionales y personales de los objetos matemáticos
- b) teoría de las funciones semióticas
- c) teoría de las configuraciones didácticas

Este estudio se centra solo en la dimensión cognitiva, para estudiar la comprensión y dificultades mostradas por los estudiantes en sus respuestas. El enfoque propone que el significado de los objetos matemáticos esta compuesto por diversos elementos de significado que se presentan a continuación:

- Situaciones-problemas (problemas, proyectos, ejercicios y tareas). Cuyas soluciones dependen de una actividad de matematización.
- Lenguajes (términos, expresiones, notaciones, gráficos) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual...); serían por ejemplo, las palabras: “media”, “mediana”, “moda”, así como los símbolos y gráficos asociados.
- Conceptos-definición (introducidos mediante definiciones o descripciones); por ejemplo, la definición de mediana como valor que divide un conjunto de datos ordenados en dos subconjuntos de igual tamaño.

- Proposiciones (enunciados sobre conceptos); por ejemplo, la moda es el valor de la variable de mayor frecuencia absoluta o relativa.
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo...); los diferentes algoritmos de cálculo de media, mediana y moda para datos no tabulados, agrupados en tablas o a partir de gráficos.
- **Argumentos** (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo).

Las situaciones-problemas son el origen de la actividad matemática; el lenguaje sirve para representar los problemas, procedimientos, conceptos y proposiciones; los argumentos justifican los procedimientos y las soluciones de los problemas, y las proposiciones que relacionan los conceptos entre sí.

El enfoque ontosemiótico distingue el significado institucional y el personal de un mismo objeto matemático. El significado institucional incluye las prácticas matemáticas que intentan transmitir al estudiante en una institución de enseñanza y que son *“el resultado del dialogo, el convenio y la regulación en el seno de un grupo de individuos”*⁶. Mientras que el significado personal estaría formado por las prácticas matemáticas que adquiere el estudiante, algunas de las cuales podrían no coincidir con las pretendidas en la institución de enseñanza. Este último para Godino es *“la construcción o apropiación del significado institucional de un objeto matemático”*⁷, y mas adelante agrega que *“la dependencia entre los significados personales e institucionales se observa porque el significado que el sujeto debe apropiarse depende de la información y actividades propuestas por el profesor”*⁸

⁶ Juan d. Godino, *“teoría de las funciones semióticas”*, Pág. 17

⁷ Juan d. Godino, *“teoría de las funciones semióticas”*, Pág. 124

⁸ Juan d. Godino, *“teoría de las funciones semióticas”*, Pág. 125

Godino (2002) señala que práctica “*es toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticas, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas*”⁹ . Además en las prácticas matemáticas intervienen *objetos ostensivos o materiales* (símbolos o gráficos) y *no ostensivos o abstractos* (evocados al hacer matemáticas), los cuales son representados en forma textual, oral, gráfica o simbólica.

2.3. PLANES Y PROGRAMAS

El curriculum nacional, programa de estudios aprobados y entregados por el Ministerio de Educación de Chile busca desarrollar en los estudiantes el tema de “Estadística y Probabilidad” en Cuarto año medio (NM4). Los contenidos de esta unidad son:

Unidad 1

Estadística y probabilidad

Contenidos

1. Graficación e interpretación de datos estadísticos provenientes de diversos contextos. Crítica del uso de ciertos descriptores utilizados en distintas informaciones
2. Selección de diversas formas de organizar, presentar y sintetizar un conjunto de datos. Ventajas y desventajas. Comentario histórico sobre los orígenes de la estadística.
3. Uso de planilla de cálculo para análisis estadístico y para construcción de tablas y gráficos.
4. Muestra al azar, considerando situaciones de la vida cotidiana; por ejemplo, ecología, salud pública, control de calidad, juegos de azar, etc. Inferencias a partir de distintos tipos de muestra.

⁹ Juan d. Godino, “teoría de las funciones semióticas”, Pág. 92

Respecto a los aprendizajes esperados el programa propone:

Aprendizajes esperados

Los alumnos y alumnas:

- a) conocen distintas maneras de organizar y presentar información incluyendo el cálculo de algunos indicadores estadísticos, la elaboración de tablas y gráficos utilizando planilla de cálculo o calculadora.
- b) reconocen la importancia de una muestra aleatoria simple para hacer inferencia sobre la población.
- c) conocen antecedentes históricos sobre la estadística y su relación con las probabilidades.
- d) comprenden y aprecian el papel de la estadística en la sociedad, conociendo algunos campos de aplicación.

En base a lo descrito por el Ministerio de Educación en las orientaciones didácticas de los planes y programas expone lo siguiente acerca de la Estadística y la Probabilidad:

“La estadística es una parte importante de la educación general deseable para los jóvenes y adultos; su conocimiento aporta a la interpretación de informaciones que con frecuencia aparecen en los medios de prensa. Es también una herramienta para la vida laboral, ya que en diversos tipos de trabajo se necesita conocimientos básicos del tema.

Además, su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva; la estadística es un buen vehículo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de la información, resolución de problemas, uso y exploración de programas computacionales específicos y trabajo cooperativo.

Las dimensiones políticas y éticas del uso y posible abuso de la información estadística contribuyen, asimismo, a la necesidad de su estudio.

Desde otro ángulo, la naturaleza interdisciplinaria del tema hace que los conceptos estadísticos aparezcan en otras materias, como ciencias sociales, biología, geografía, etc., de ahí la necesidad de establecer coordinaciones entre docentes de distintas áreas para desarrollar trabajos pedagógicos en conjunto.

En el desarrollo de esta unidad interesa pasar de lo descriptivo censal, tema que ocupa las dos primeras actividades, a nociones muy básicas sobre estadística inferencial. La idea central de la inferencia es obtener información sobre una población a partir del estudio de una muestra extraída de ella.

La comprensión de esta idea básica implica el equilibrio adecuado entre dos ideas aparentemente antagónicas: la representatividad muestral y la variabilidad muestral. La primera de estas ideas nos sugiere que la muestra tendrá a menudo características similares a las de la población, si ha sido elegida con las precauciones adecuadas. La segunda, el hecho de que no todas las muestras son iguales entre sí. El punto adecuado de equilibrio entre los extremos de información total e información nula respecto a la población depende principalmente de la variabilidad de la población, el tamaño de la muestra y el coeficiente de confianza.

En esta unidad se inicia el aprendizaje sobre estos temas, principalmente orientado a una noción de muestra, apoyado en las regularidades de la probabilidad.”

Respecto a las actividades para el aprendizaje y ejemplos propone particularmente la siguiente actividad y ejemplo:

Describen y comparan distribuciones de datos utilizando representaciones gráficas, calculando, comparando y relacionando indicadores de tendencia central y dispersión.

Ejemplo

Recoger información en el curso, sobre los aspectos siguientes: edad, estatura, sexo, color de pelo, tipo de música preferida, estatura del padre, estatura de la madre.

- I. Ordenar la información en tablas.
- II. Distinguir variables cuantitativas y cualitativas; señalar para estas últimas los valores que puede tomar cada variable y especificar el rango para los valores de las variables cuantitativas.
- III. Presentar la información utilizando el tipo de gráfico que se considere más adecuado, explicitando las ventajas de los tipos de gráficos seleccionados y las razones para desestimar otros.
- IV. Calcular la media aritmética para las variables cuantitativas, analizar su significado y constatar si es o no necesario el cálculo de otros indicadores para dar una imagen aproximada de la distribución de los datos.
- V. Utilizar porcentaje para cuantificar las variables cualitativas; graficar los resultados.

VI. Explorar las posibilidades de organización de los datos, cálculo de indicadores y elaboración de tablas y gráficos en una planilla de cálculo.

Para un profesor sin una adecuada formación en didáctica de la estadística lo propuesto por el programa podría ser confuso, por lo tanto su enseñanza se basaría o se puede basar en los libros de textos publicados por el ministerio de educación. Razón por la cual amerita una visualización de lo que estos textos indican con respecto a las medidas de tendencia central.

2.4. LIBROS DE TEXTOS

Los libros de texto de cuarto año medio, publicados por el Ministerio de Educación, considerados para este estudio son los siguientes: Matemáticas Activa 4° Medio (2005), Editorial Mare Nostrum, Matemáticas IV (2009), Editorial Santillana del Pacífico S.A. Ediciones y Matemáticas 4° Medio (2010), Editorial Santillana del Pacífico S.A. Ediciones

Dentro de los libros de texto la unidad de estadística y probabilidad se presenta dividida en dos partes: Estadística 1 y Estadística 2, encontrándose las medidas de tendencia central en la segunda parte.

Estos libros presentan estos indicadores estadísticos con las siguientes características:

1. Todos incluyen los conceptos de media aritmética, mediana y moda.
2. Todos contienen los algoritmos de cálculo, en diversas situaciones, de la media aritmética y la mediana y no así los de la moda.
3. Ninguno incluye las propiedades, ventajas y desventajas de estas medidas de tendencia central.

CAPÍTULO 3

MARCO METODOLÓGICO

3. DISEÑO METODOLÓGICO

Esta investigación pretende identificar los errores conceptuales y procedimentales, mediante un cuestionario, que presenta un grupo de estudiantes de cuarto año medio, respecto a las medidas de tendencia central.

En este capítulo, se presenta el tipo y diseño de la investigación, se explica la elección del instrumento de medición y se muestra la recopilación de la información.

3.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La investigación es de tipo exploratorio/descriptivo con un enfoque cualitativo. Como lo menciona Sampieri, Collado y Lucio¹⁰ (1998, p.60) “*Los estudios exploratorios sirven para familiarizarnos con fenómenos poco estudiados...*”.

Es exploratorio porque permite aproximarse a fenómenos desconocidos, con el propósito de aumentar el conocimiento sobre él y contribuye con ideas respecto a la forma correcta de abordar una investigación en particular. Las fases que sustentan un estudio exploratorio, son el estudio de la bibliografía y la revisión de la experiencia o contactos directos. En esta investigación se tomara en cuenta la primera fase.

El estudio de la bibliografía, según Claire y Wrightsman (1980) consiste en: “*Revisar todo el material disponible con sensibilidad hacia las hipótesis que pueden derivarse*”

¹⁰ Sampieri, Collado y Lucio: publicaron el libro “*Metodología de la Investigación*”. México. Mc Graw Hill, 1998

*del mismo*¹¹. Una vez establecido el planteamiento del problema, se hicieron lecturas con respecto al tema de investigación, se encontró la tesis doctoral de Cobo (2003)¹², la cual sirvió como plataforma, para llevar a cabo este estudio. La autora recién mencionada, realiza un estudio con estudiantes españoles, sobre el significado de las medidas de tendencia central, otorgando a esta investigación, información referente al tema de estudio y los diferentes instrumentos de evaluación.

Sampieri, Collado y Lucio (1998) dicen que: “En un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide cada una de ellas independientemente, para así describir lo que se investiga”. En la presente investigación se describen los errores conceptuales y procedimentales de una muestra determinada.

El enfoque cualitativo tiene como objetivo la descripción de las cualidades de un fenómeno, busca comprender el comportamiento humano a través del análisis de los conceptos y significados que poseen las personas sobre su propia realidad. Bisquerra propone “*el Enfoque Cualitativo, puede definirse como un conjunto de prácticas interpretativas que hacen al mundo visible, lo transforma y convierten en una serie de representaciones en forma de observaciones, anotaciones, grabaciones y documentos. Es interpretativo, pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en términos de los significados que las personas les otorgan*”¹³.

¹¹ Claire Sellitz, y Lawrence Wrightsman. (1980). “*Métodos de Investigación en las Relaciones Sociales*”. Madrid, España: Editorial Rialp. Pag 75

¹² Cobo (2003). Tesis Doctoral, “*Significado de las medidas de tendencia central*”. Universidad de Granada.

¹³ Rafael Bisquerra. “*Metodología de la investigación cualitativa*”. Pág.194

3.2 ETAPAS METODOLÓGICAS

Se han seguido distintas etapas en la elaboración de esta investigación, como: recolección de datos, análisis y conclusiones. Entre las etapas más importantes, se encuentran las siguientes:

- 1- Revisión y Recopilación Bibliográfica del tema.

- 2- Definir la investigación del tipo exploratoria- descriptiva.

- 3- Seleccionar el Diseño de investigación.
 - 3.1 Diseño Estudio de Casos.
 - 3.2 Componentes considerados en el Estudio Exploratorio.

- 4- Diseño del Instrumento.
 - 4.1 Seleccionar la muestra.

- 5- Recolección y codificación de los datos.

- 6- Análisis de los datos.

- 7- Presentar los resultados y Conclusiones.

3.3. DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

La muestra sobre la que se centra esta investigación es de estudiantes de Cuarto Año Medio de Enseñanza, ya que, es en este nivel es donde se entrega un peso importante a la comprensión y uso de conceptos estadísticos. La población objetivo, de la que se han tomado las muestras son los estudiantes de cuarto año medio del Liceo A y B de la provincia de Santiago, comuna de lo Espejo, que detallaremos más adelante.

La muestra está compuesta por un total de 58 estudiantes de cuarto año medio de enseñanza, de entre 16 y 20 años de edad. Cursan sus estudios en dos diferentes Centros Educativos. Los centros utilizados para este estudio son de características semejantes y llevan a cabo el mismo programa de estudios. Están ubicados en la ciudad de Santiago, en la comuna de Lo Espejo, los dos colegios son de dependencia municipal, de carácter mixto, de enseñanza Técnico Profesional Polivalente con especialidades de Mecánica Automotriz, Administración, telecomunicaciones y Electricidad, con cursos de 1º a 4º Medio. Consecuentemente, con estas características, los estudiantes que participan en esta investigación pertenecen a contextos socioculturales muy semejantes.

Los grupos de estudiantes que participan en esta investigación son alumnos de cuarto año medio de enseñanza pertenecientes a los centros educacionales Cardenal José María Caro ex A-110 y Liceo Polivalente B-133. Dividiéndose estos en tres cursos, dos cursos de cuarto año medio del primer centro educativo pertenecientes a las especialidades técnicas de Administración y Mecánica Automotriz, Y el tercer curso perteneciente al segundo centro educativo con especialidad técnica de Telecomunicaciones.

Se aplica el cuestionario, en sesiones de 90 minutos, para lo que se dio instrucciones claras sobre cómo resolverlo y se pide una explicación a cada pregunta lo más detallada posible. Se explica también a los estudiantes el objetivo de la recogida de datos, solicitando su colaboración, así como las de sus profesores, quienes revisaron previamente el cuestionario, considerándolo adecuado para pasarlo a estos estudiantes. Una vez recogidos los datos, se procesaron los resultados para

obtener información estadística. Existe una diferencia en la distribución de la muestra en cuanto al género, ya que la cantidad de hombre es mayor que el de las mujeres. Esto se explica porque los centros de estudios son de carácter tecnológico (estudios técnicos) y sus especialidades son más solicitadas por hombres.

La razón por la cual se está interesado en estos grupos de estudiantes es porque son los que cursan el último curso de la enseñanza media y se quiere evaluar sus conocimientos antes de acceder a la Universidad. La edad de los alumnos de la muestra es la habitual en Chile en este nivel de estudios y dentro de estos centros educativos técnicos profesionales.

Se llamará “LICEO A” al Centro Educacional Cardenal José María Caro ex A-110, ubicado en la calle Cardenal Caro N° 03745, de la Población José María Caro, comuna de lo Espejo, este liceo es de dependencia municipal, de carácter mixto, de enseñanza Técnico Profesional Polivalente con especialidades de Mecánica Automotriz, Administración y Electricidad, con cursos de 1° a 4° Medio, con una población total de 300 alumnos aproximadamente, de esta población seleccionamos una muestra de 2 cursos pertenecientes a la especialidad de Administración y Mecánica Automotriz.

Se denotará “LICEO B” al Liceo Polivalente B-133, ubicado en la calle Isabel Riquelme N° 6919, de la Población Santa Adriana, comuna de lo Espejo, este liceo es de dependencia municipal, de carácter mixto, de enseñanza Técnico Profesional Polivalente con cursos de 1° a 4° Medio, con una población total de 500 alumnos aproximadamente, de esta población seleccionamos una muestra de un curso perteneciente a la especialidad de Telecomunicaciones.

3.4. FUNDAMENTACIÓN Y DESCRIPCIÓN DEL DISEÑO

Esta investigación se enmarca en un diseño de Estudio de Casos, como explica Van Dalen (1971): “Su propósito consiste en indagar profundamente los fenómenos que constituyen el ciclo vital de dicha unidad social, en vista a establecer generalizaciones acerca de la población a la cuál ella pertenece, restringiéndose a un número limitado de casos representativos”. Por ende, se piensa que el estudio de casos contiene dos aspectos claves: el primero, al examinar el fenómeno abarca varios grupos o subgrupos de personas donde se presentan una o más variables, de los que se pueden realizar descripciones comparativas y analizar su posible efecto en las actitudes, y el segundo, permite que en el momento de la aplicación del instrumento, los alumnos que estén presentes sean el universo del estudio.

El Estudios de caso, también es considerado por algunos autores como una clase de diseños, a la par de los experimentales, no experimentales y cualitativos (por ejemplo: Mertens, 2005 y Williams, Grinell y Unrau, 2005), mientras que otros lo conciben como un método (Yin, 2003).

La realidad es que los estudios de caso son todo lo anterior. Poseen sus propios procedimientos y clases de diseños. Los podríamos definir como “estudios que al utilizar los procesos de investigación cuantitativa, cualitativa y mixta; analizan profundamente una unidad para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar alguna teoría”. Esta definición los sitúa más allá de un tipo de diseño o muestra, pero ciertamente es la más cercana a la evolución que ha tenido los estudios de caso en los últimos años. (Hernández, Fernández y Baptista, 2003).

Aspectos del método de casos: ¿Cuándo usar el método?

Los diversos métodos de investigación social tienen ventajas y desventajas según el tipo de problema abordado y sus circunstancias. En la decisión de qué método elegir deben considerarse tres condiciones:

- (a) el tipo de pregunta de investigación que se busca responder,
- (b) el control que tiene el investigador sobre los acontecimientos que estudia, y
- (c) la “edad del problema”, es decir, si el problema es un asunto contemporáneo o un asunto histórico.

Cada método se aplica en situaciones específicas, como se indica en la Figura 3.3.1. Los casos son particularmente válidos cuando se presentan preguntas del tipo "cómo" o "por qué", cuando el investigador tiene poco control sobre los acontecimientos y cuando el tema es contemporáneo.

Muchas de las preguntas de tipo "¿qué?" son exploratorias o descriptivas y se contestan realizando encuestas o consultando bases de datos; por ejemplo: ¿Cuántos estudiantes han dado por respuesta a la pregunta N°3 donde se emplea la media aritmética?

Las preguntas "cómo" y "por qué" son más explicativas y llevan fácilmente al estudio de casos, la historia y los experimentos, porque tratan con cadenas operativas que se desenvuelven en el tiempo, más que con frecuencias. Los casos y la historia también permiten tratar con el rastreo de procesos (George et al., 2005).

Las preguntas sobre el “cómo” y el “porqué” son especialmente relevantes, porque sus respuestas son las teorías. ¿Cómo formular buenas preguntas, entonces? La definición de la pregunta de investigación es casi con seguridad el paso más importante en un estudio de investigación. Hay muchas referencias a la formulación de una pregunta de investigación, que es de por sí un acto creativo. Popper escribió que “no existe tal cosa como un método lógico de tener nuevas ideas... El descubrimiento contiene un elemento irracional, o una intuición creativa.”

Método	Forma de la pregunta de Investigación	¿Requiere control sobre los acontecimientos?	Se concentra en acontecimientos contemporáneos
Experimento	¿Cómo? ¿Por qué?	Sí	Sí
Encuesta	¿Quién? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuánto? ¿Cuántos?	No	Sí
Análisis de archivos	¿Quién? ¿Qué? ¿Dónde? ¿Cuánto? ¿Cuántos?	No	Sí/No
Historia	¿Cómo? ¿Por qué?	No	No
Estudio de casos	¿Cómo? ¿Por qué?	No	Sí

Figura 3.3.1. Matriz para la elección de un método de investigación social según las características del problema de interés. Fuente: Yin (1994).

Por buscar los mecanismos causales, el método del caso permite acercarse a los fenómenos de interés, y evitar que ocurra lo que describe Daft (1983):

“Como revisor de artículos, se me hace dolorosamente claro que muchos autores nunca han visto o sido testigos de los fenómenos sobre los cuales escriben. Los autores no pueden dar un ejemplo para ilustrar un punto. Pasan por un momento enormemente difícil al pensar debajo de los coeficientes de correlación para discutir lo que los coeficientes representan en términos de actividades y procesos organizacionales. Los autores típicamente reportan descripciones muy tenues de un gran número de relaciones, y nunca consideran el porqué de las correlaciones, tratando solamente con el hecho de que la variable Y está relacionada con la variable Z, como si eso fuera todo.”

En cuanto al diseño de investigación, este no es más que la estrategia general que adopta el investigador para responder al problema planteado. En atención al diseño, la investigación se clasifica como Estudio de Caso.

3.5. FUNDAMENTACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Como las técnicas son variadas y amplias se suelen clasificar de acuerdo al dato que se busca, a la fuente de donde emanan y en función del logro de los objetivos de este estudio, se emplearon instrumentos y técnicas orientadas a obtener información o datos a través de las siguientes técnicas:

- Observación

- Revisión Documental de Libros de Clases de NM4, se verifica que el contenido de Estadística Descriptiva fue enseñada por los Profesores a cargo de Educación Matemática del Liceo donde realizamos el estudio.

- Cuestionario: En la presente investigación se aplicó como instrumento de recolección de datos, un cuestionario (anexo 2), éste a cada una de las muestras representativas (objeto de estudio), vale decir, a cada uno de los alumnos de cuarto año medio, con el propósito de obtener sus opiniones, percepciones, acerca de la temática planteada. El instrumento empleado, está orientado con preguntas abiertas orientado a la evaluación del significado personal que los estudiantes asignan a las medidas de posición central, trata de evaluar tipos de comprensión, que se corresponden con los diferentes tipos de elementos de significado contemplados en el marco teórico.

Ejemplo de comprensión solicitada y evaluada:

- Comprensión conceptual de las propiedades básicas y definición de media, mediana y moda.
- Comprensión de representaciones verbales, numéricas simbólicas y gráficas.
- Comprensión procedimental que abarca la identificación de los campos de problemas y la comprensión de los cálculos y resolución de problemas.
- Comprensión argumentativa, es decir, las argumentaciones dadas por los alumnos, su consistencia y validez.

El instrumento aplicado a los alumnos y alumnas de Cuarto Año Medio se denominó Cuestionario de Estadística "Medidas de Tendencia Central" tal instrumento fue sometido a criterios de validez y confiabilidad que precisaron la pertinencia, exactitud y suficiencia del mismo.

Validez y Confiabilidad del Instrumento.

Un aspecto muy importante del Instrumento de Recolección de información, en este caso el Cuestionario, es que debe medir realmente el rasgo o rasgos que se intentan estimar, debe dar medidas confiables de manera que puedan obtenerse los mismos resultados de su múltiple aplicación en condiciones similares.

En este estudio el procedimiento para determinar la validez de cada instrumento se realizó mediante el juicio o evaluación de los expertos en las áreas de Estadística Descriptiva.

3.6. TRABAJO DE CAMPO O RECOGIDA DE INFORMACIÓN

La forma de recoger la información para elaborar esta investigación, ha sido con la participación de 2 Liceos de la comuna de Lo Espejo, de forma voluntaria. Ésta colaboración ha sido de acuerdo a una serie de etapas las cuales consisten en los siguientes puntos:

Se conversa con las profesoras y los profesores de Educación Matemática, de ambos Liceos, los cuales han informado que las unidades I y II de Estadística Descriptiva fueron impartidas durante el primer semestre de 2010, incluyendo en esta unidad las medidas de tendencia central.

Se le da a conocer el cuestionario a aplicar en los cursos donde ellos imparten esta unidad específicamente en cuarto año Medio, él o la docente revisa el cuestionario y éstos son aplicados como una actividad más en la clase de Educación Matemática.

Se coordinaron las visitas a ambos Liceos a fin de que estos cuestionarios se apliquen de forma oportuna y correctamente conversando con los docentes y las docentes del área los cuales fueron los que llevaron a cabo la recogida de datos, dentro de una de sus clases de esta asignatura. Cuando se lleva a cabo la aplicación de este cuestionario a los alumnos se les indica la finalidad que tiene este instrumento y se les solicita su colaboración, los que sin ninguna dificultad lograron responder con entusiasmo y tratando de contestar a la mayoría de las preguntas expuestas en éste.

De esta muestra se han seleccionado al azar “x” alumnos para llevar a cabo el estudio de casos. El criterio que se ha seguido va de acuerdo a las respuestas que han realizado las y los estudiantes en los cuestionarios, seleccionando así los razonamientos que tenían y además que trataron de responder a cabalidad la mayoría de las preguntas, tratando de llegar a un resultado que los convenciera.

En las muestras seleccionadas se toma a los alumnos que poseen un buen porcentaje de respuestas correctas y además a los alumnos que habiendo proporcionado respuestas correctas a la mayoría de las preguntas, sólo lograron obtener un número reducido de respuestas correctas.

Dentro de las facilidades y los agentes obstaculizadores se puede nombrar a que algunos estudiantes no les interesaba participar y colaborar en la consecución de este cuestionario de acuerdo a las respuestas que debían de entregar, sin embargo accedieron, pero no contestando la totalidad de las preguntas expuestas en este instrumento. También los profesores participantes, en primera instancia no deseaban participar en la aplicación del instrumento ya que creían que era una evaluación a ellos en lo personal, por lo cual se les indicó que este estudio sólo busca responder las interrogantes en el estudio realizado, de acuerdo a lo que comprende a los educandos y así dar veracidad, confirmación a las interrogantes expuestas o simplemente rebatirlas de acuerdo a las concepciones que se susciten en el progreso del presente estudio.

CAPITULO 4

PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

4.1. INTRODUCCIÓN

Una vez descrito el problema de investigación, su marco teórico, metodología y los antecedentes de esta investigación, en este capítulo se presentan los resultados del cuestionario, en una muestra de 58 alumnos de cuarto año medio de enseñanza.

Comenzamos este capítulo con la descripción de las características de la muestra de alumnos participantes. A continuación se realiza un análisis de las preguntas del cuestionario, para determinar el significado institucional sobre las medidas de tendencia central evaluado mediante este conjunto de preguntas. Seguidamente, se presenta el estudio de los resultados del cuestionario. Se analizan los índices de dificultad, comparando los resultados con los resultados sobre puntuación global. Así mismo, se realiza un estudio de la relación de las respuestas a las diversas preguntas. Con todos estos resultados se describe las tendencias más generales en el significado personal respecto a las medidas de posición central del grupo de alumnos de cuarto año medio de enseñanza participantes en el cuestionario.

4.2. DESCRIPCIÓN DEL CUESTIONARIO

Este cuestionario está orientado a la evaluación de los contenidos conceptuales y procedimentales que un grupo de estudiantes de cuarto año medio de enseñanza asignan a las medidas de posición central.

El cuestionario tiene un total de 8 preguntas, algunas de ellas divididas en subpreguntas (en total 12 preguntas). Por lo tanto, se puede obtener una puntuación total en el cuestionario que varía de 0 a 12 puntos.

Al tratar de evaluar la comprensión de las medidas de tendencia central, hay que tener en cuenta que éste es un constructo inobservable, por lo que sus características deben ser inferidas a partir de las respuestas de los alumnos. La comprensión de los estudiantes sobre un cierto objeto matemático (en este caso las medidas de tendencia central) es inobservable. Pero las prácticas que realizan al resolver problemas, y en particular los problemas presentados como preguntas en un cuestionario, sí que son observables, siempre que la recogida de datos sea completa y fiable (Godino, 1996).

El cuestionario tiene, por tanto, como principal objetivo, recoger datos sobre las prácticas matemáticas que realizan los estudiantes al resolver problemas relacionados con las medidas de posición central para aproximarse a dicha comprensión. De las respuestas escritas se tratará de inferir el uso (correcto o incorrecto) que los estudiantes de la muestra hacen de los diversos objetos matemáticos descritos (definiciones, propiedades, argumentos, etc.) y que se incluyen en la enseñanza media (cuarto año medio).

El cuestionario es un instrumento de evaluación que tiene como finalidad proporcionar información sobre los significados personales de un grupo de estudiantes sobre un objeto o un grupo de objetos matemáticos dados. El cuestionario fue construido después de un análisis de contenido sobre las medidas de posición central de una muestra de libros de texto de enseñanza media, así como en el análisis

de las directrices curriculares respecto a este contenido en los planes y programas de enseñanza media.

Por otro lado, se desea establecer la comprensión de los siguientes tipos de elementos de significado, que se exponen en el cuestionario:

1. Uso por parte de los alumnos de las diferentes definiciones de media, mediana y moda en la solución de los problemas propuestos o en la justificación de la solución.
2. Comprensión de propiedades básicas, tanto numéricas, como algebraicas y estadísticas; uso adecuado de dichas propiedades al responder a las preguntas planteadas.
3. Reconocimiento del lenguaje matemático verbal, numérico y gráfico; uso apropiado de términos y lenguaje.
4. Cálculo y procedimientos de resolución de problemas. Comprensión de los algoritmos de cálculo.
5. Argumentaciones de los alumnos para apoyar sus respuestas y observar hasta qué punto son completas y consistentes.

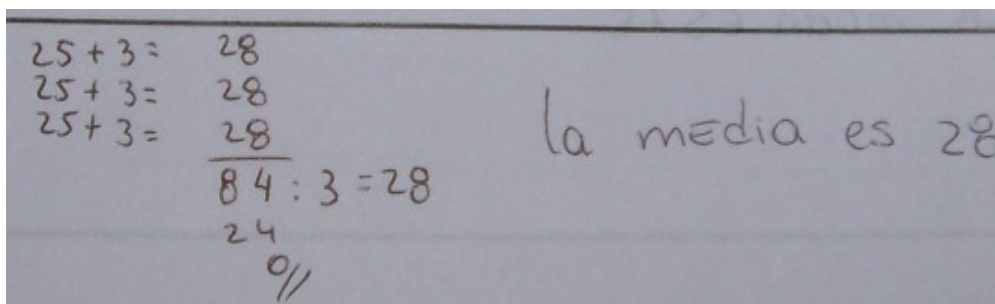
Todas las preguntas son de respuesta abierta para poder recoger con detalle los razonamientos de los estudiantes. Las preguntas propuestas y los resultados de estas se analizan a continuación:

Pregunta N°1

La media aritmética de las edades de tres hermanos es de 25 años. ¿Cuál será su media en tres años más?

En esta pregunta se quiere que el alumno utilice una de las propiedades de la media aritmética que dice: si a cada una de los datos se le suma (o resta) una cantidad “ a ”, la media aritmética será $\bar{X} \pm a$.

Las respuestas de los alumnos son correctas, 35 alumnos responden correctamente, (tablas 4.2.1. y 4.2.2.), muchos de ellos aplican la propiedad, pero el error común que cometen es que asumen que las edades de los tres hermanos es 25, a la cual le sumen los tres años más. Por ejemplo:



Pregunta N°2

La siguiente tabla muestra el precio (en pesos) de un cuaderno universitario en diferentes tiendas comerciales:

Tienda 1	Tienda 2	Tienda 2	Tienda 2	Tienda 2
940	1100	845	820	745

a) ¿Cuál es la media aritmética del precio del cuaderno?

b) ¿Cuál es la mediana del precio del cuaderno?

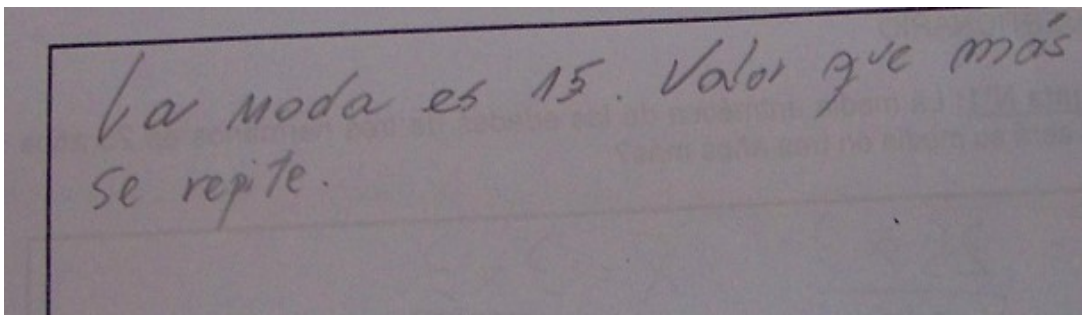
En la parte (a) se quiere que el alumno aplique la definición 2 de media aritmética, lo cual fue respondido correctamente por algunos alumnos, de los 58 solo responden correctamente 25 alumnos, (tablas 4.2.1. y 4.2.2.).

La parte (b) también se quiere que los alumnos apliquen las definiciones, pero en este caso la definición 1 de mediana, los alumnos que respondieron correctamente esta pregunta, hicieron bien todo el proceso. Ejemplo: ordenaron de menor a mayor los datos entregados y luego aplicaron la definición para datos impares. También hubo respuestas en las cuales el resultado estaba correcto, pero que solo coincidió, ya que algunos alumnos por ejemplo, solo miraron el recuadro y buscaron el dato central, lo cual coincide con la respuesta correcta.

Pregunta N°3

Las edades de los jóvenes que pertenecen a un grupo folclórico son: 13-14-15-16-15-13-15. Calcula e interpreta la moda de las edades de los jóvenes del grupo folclórico.

Con esta pregunta solo se quiere que los alumnos apliquen la definición 1 de moda, lo cual se realizó correctamente, más de 25 alumnos respondieron correctamente (tablas 4.2.1. y 4.2.2.). Ejemplo:



Pregunta N°4

Los siguientes datos corresponden a la altura, en metros, de estudiantes de un curso de un cierto colegio:

Altura	Marca de clase	Número de estudiantes	Frecuencia absoluta acumulada
1,4-1,5	1.45	6	6
1,5-1,6	1.55	10	16
1,6-1,7	1.65	15	31
1,7-1,8	1.75	9	40
1,8-1,9	1.85	5	45

¿Calcular las medidas de tendencia central e interpretar sus resultados?

Con esta pregunta se quiere saber si los grupos de alumnos saben desarrollar ejercicios propuestos con datos en intervalos y si conocen las definiciones de las medidas de tendencia central para datos agrupados.

En las respuestas de los alumnos nos encontramos con bastantes respuestas incorrectas (tablas 4.2.1. y 4.2.2.). Ejemplo: Los alumnos contestan correctamente la parte en la cual hay que sacar la media aritmética, para datos agrupados, lo que realizan multiplicando la marca de clase por la frecuencia absoluta, existe algunos alumnos siguen usando la definición 1 de media aritmética, lo cual les da un resultado erróneo. Pero la parte donde hay que calcular la moda y mediana los alumnos no saben qué hacer e incluso algunos de ellos dicen que la moda esta en el intervalo 1,6-1,7, ya que es en este donde existe mayor frecuencia sin decir cual altura es la moda. Se puede decir que los alumnos responden cual es el intervalo modal y el intervalo de la mediana, pero no saben dar la respuesta. Esto hace ver que los alumnos no saben el algoritmo para encontrar la moda y media para datos agrupados.

Pregunta N°5

La siguiente tabla muestra las edades de 220 alumnos de un preuniversitario.

EDAD	15	16	17	18	19
ALUMNOS	50	40	60	50	20

¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdaderas? ¿Por qué?

- I) La moda es de 17 años
- II) La mediana es mayor que la media(promedio)
- III) La mitad de los alumnos del colegio tiene 17 o 19 años

Esta pregunta es para saber si el grupo de estudiantes conocen las definiciones y propiedades de las medidas de posición central.

En las respuestas de los alumnos, primero que todo, nunca responden si las afirmaciones son verdaderas o no. Tampoco justifican los resultados, lo que quiere decir que no leyeron bien lo que se les estaba preguntando.

Es por esto que encontramos bastantes respuestas erróneas y algunas sin contestar. Lo que si respondieron correctamente fue lo de la moda. En las otras dos afirmaciones los alumnos dan los siguientes resultados como ejemplos: la mitad de los alumnos no tienen 17 años, porque en total suman 110 alumnos y no da la mitad.

Pregunta N°6

Los datos representan el sueldo en miles de pesos de una muestra de 10 trabajadores de una empresa de helados: 130 - 120 - 230 - 200 - 105 - 105 - 117 - 240 - 102 – 650 considerando la media, la moda y la mediana, ¿a tu juicio cuál de estas tres medidas de tendencia central es la más representativa de la muestra?

Esta pregunta se realizo con el fin de que los alumnos vieran las diferencias entre las tres medidas de tendencia central y logaran exponer las diferencias de estas tanto en definiciones como en propiedades. La respuesta central que se desea en esta pregunta es que los alumnos sepan que muchas veces no todas las medidas de posición central son representativas en una muestra. Siempre existe una que representa muy bien los datos dados.

Hubo bastantes respuestas omitidas, a pesar de esto hubo respuestas buenas (tablas 4.2.1. y 4.2.2.). Dentro de estas últimas los alumnos sacan las tres medidas de posición central y luego hacen una comparación de ellas y escogen la más representativa. Ejemplo:

Pregunta N°6: Los datos representan el sueldo en miles de pesos de una muestra de 10 trabajadores de una empresa de helados: 130 - 120 - 230 - 200 - 105 - 105 - 117 - 240 - 102 - 650. Considerando la media aritmética, la moda y la mediana, ¿a tu juicio cuál de estas tres medidas de tendencia central es la más representativa de la muestra? Fundamenta tu respuesta.

102 - 105 - 105 - 117 - 120 - 130 - 200 - 230 - 240 - 650

$M_e = \frac{120 + 130}{2} = \frac{250}{2} = 125$

$\bar{X} = 200$ $M_o = 105$ La mediana es la más representativa.

Pregunta N°7

Un profesor califica a sus alumnos del siguiente modo: I=Insuficiente, A=Aprobado, N=Notable, S=Sobresaliente. En la siguiente tabla tenemos las notas que ha puesto a dos grupos de alumnos:

Grupo 1: I A A N N S S I I I A A A N S S I A A S S S S S

Grupo 2: S S I I A N A N I I S N A S I N N

a) ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

b) ¿Cuál sería la medida de tendencia central más apropiada para representar estos datos? Explica tu respuesta.

Esta pregunta, tomada de Godino (1999), se centra en la mediana y su relación con las otras medidas de tendencia central. En él se pide comparar dos grupos de datos ordinales. Puesto que los datos corresponden a una variable ordinal, que no admite el cálculo de la media, los únicos parámetros de centralización con que se pueden hallar como resumen de los datos son la mediana y la moda. La mediana es preferible a la moda porque tiene en cuenta el orden de los datos, mientras la moda sólo tiene en cuenta su frecuencia. Para calcularla en cada grupo, el alumno tendría que ordenar previamente los valores, como se muestra a continuación:

Grupo 1: I I I I I A A A A A A A N N N S S S S S S S S S S S

Grupo 2: I I I I I A A A N N N N N S S S S S

Finalmente se deben comparar las dos medianas calculadas, hallando el mayor de ellos. El grupo correspondiente será el que tiene “mejores” notas.

En consecuencia, la pregunta contempla los algoritmos de cálculo de media, mediana y moda con datos aislados. En cuanto a las propiedades, esta pregunta contiene las siguientes: numérica, “Para el cálculo de la mediana no se tienen en cuenta todos los valores de los datos, sólo su posición una vez ordenados”; algebraica: “La mediana y la moda existen para variables ordinales, mientras que la media no existe en este caso”; y estadísticas: “Los promedios son representantes de un colectivo” y “Existe moda y mediana en variables cualitativas ordinales”.

Podemos decir que los alumnos en esta pregunta omitieron sus respuestas y los que las contestaron están los que no la completaron totalmente solo respondieron la parte (a), (tablas 4.2.1. y 4.2.2.). Y los alumnos que respondieron la parte (b) dieron por respuesta la media, sin saber que la media no se puede calcular para variables ordinales.

Ejemplos:

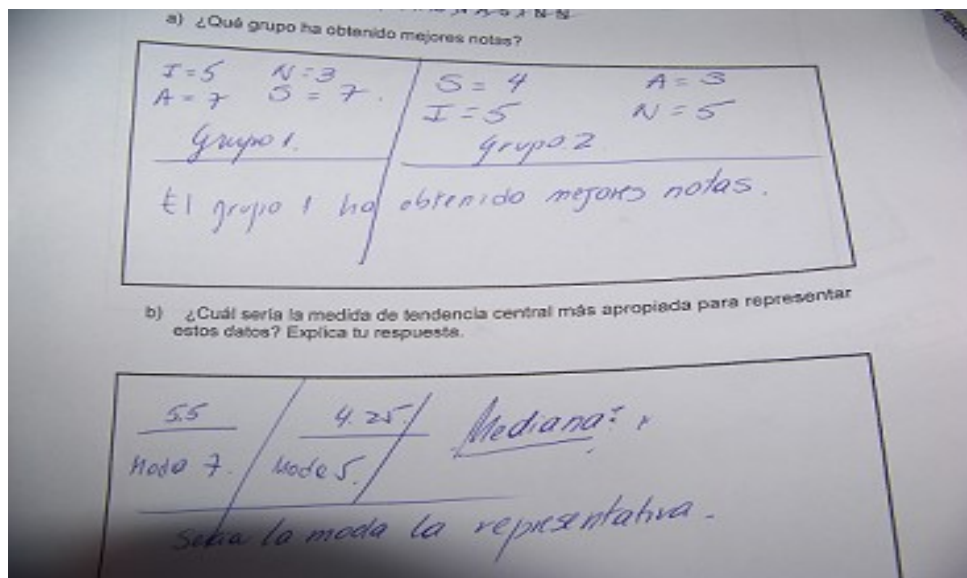


tabla tenemos las notas que ha puesto a dos grupos de alumnos:
 Grupo 1: ①A A N N S S ①①A A A N S S ①A A S S S
 Grupo 2: S S I I A N A N I I S N A S I N N

a) ¿Qué grupo ha obtenido mejores notas?

Grupos:	
Insuficiente	5 alumnos
Suficiente	7 alumnos
Notable	3 alumnos
Sobresaliente	7 alumnos

5 alumnos
4 alumnos
5 alumnos
4 alumnos

Creo que el segundo grupo pero el que tiene sobre saliente es el grupo 1.

b) ¿Cuál sería la medida de tendencia central más apropiada para representar estos datos? Explica tu respuesta.

Pregunta N° 8

Nueve estudiantes han pesado un objeto en la clase de ciencias, usando la misma escala. Los pesos registrados por cada estudiante (en gramos) se muestran a continuación:

6.2, 6.3, 6.0, 6.4, 6.2, 6.1, 6.5, 6.2, 6.1, 6.2.

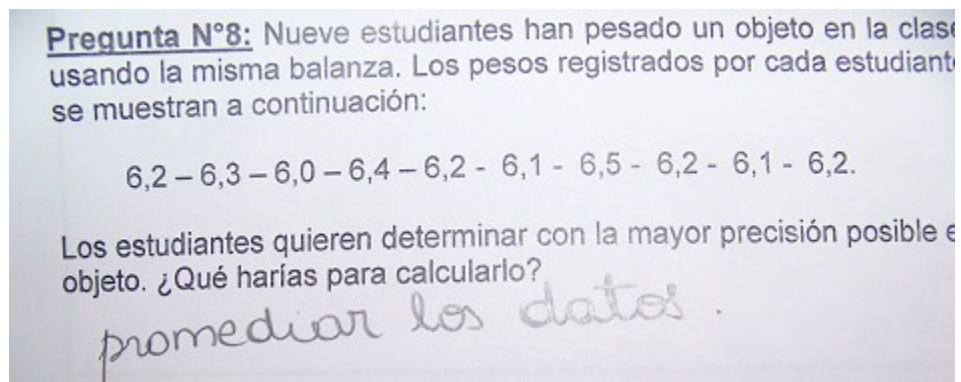
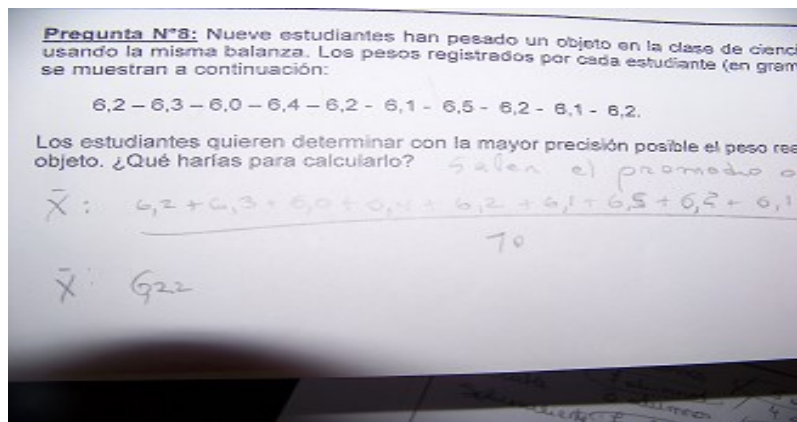
Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real del objeto. ¿Qué harías para calcularlo?

La pregunta requiere el cálculo de la media en una variable discreta con datos aislados y hacer uso de la media como estimación de una cantidad desconocida a partir de diversas mediciones en presencia de errores. En esta pregunta, la media la respuesta correcta, aunque se espera que los alumnos puedan optar por la mediana o la moda. De esta manera, la pregunta incluye definiciones, algoritmos de cálculo y procedimientos relativos a las tres medidas para el caso de una variable discreta con datos aislados. Contiene también algunas propiedades: “La media y la mediana puede no coincidir con ningún valor de los datos, mientras que la moda siempre es uno de ellos”, “la media cambia al cambiar algún dato”, “el cálculo de la moda, desde el punto de vista algebraico, es una operación interna, mientras que el de la media y la mediana no lo es”, “los tres promedios, media, mediana y moda, son representantes

de un colectivo” y “la suma de las desviaciones de un conjunto respecto a su media es cero”.

Muchas de las respuestas que están correctas (tablas 4.2.1. y 4.2.2.), los alumnos plantean la media para calcular el peso, pero muy pocos hacen los cálculos de esta.

Ejemplos:



TABLAS (4.2.1. Y 4.2.2)

Se presenta las siguientes tablas (4.2.1. y 4.2.2) con sus respectivos gráficos que muestra un resumen de las respuestas al cuestionario de los grupos de estudiantes.

Tabla 4.2.1. LICEO A TOTAL 30

<i>Preguntas</i>	<i>Correctas</i>	<i>Porcentaje %</i>	<i>Incorrectas</i>	<i>Porcentaje %</i>	<i>Omitidas</i>	<i>Porcentaje %</i>
N° 1	23	76,7	5	16,7	2	6,7
N° 2 a	12	40,0	13	43,3	5	16,7
N° 2 b	10	33,3	8	26,7	12	40,0
N° 3	13	43,3	15	50,0	2	6,7
N° 4a	12	40,0	11	36,7	7	23,3
N° 4b	4	13,3	5	16,7	21	70,0
N° 4c	13	43,3	13	43,3	4	13,3
N° 5a	8	26,7	12	40,0	10	33,3
N° 5b	6	20,0	7	23,3	17	56,7
N° 5c	8	26,7	9	30,0	13	43,3
N° 6	7	23,3	11	36,7	12	40,0
N° 7a	10	33,3	12	40,0	8	26,7
N° 7b	9	30,0	6	20,0	15	50,0
N° 8	12	40,0	3	10,0	15	50,0

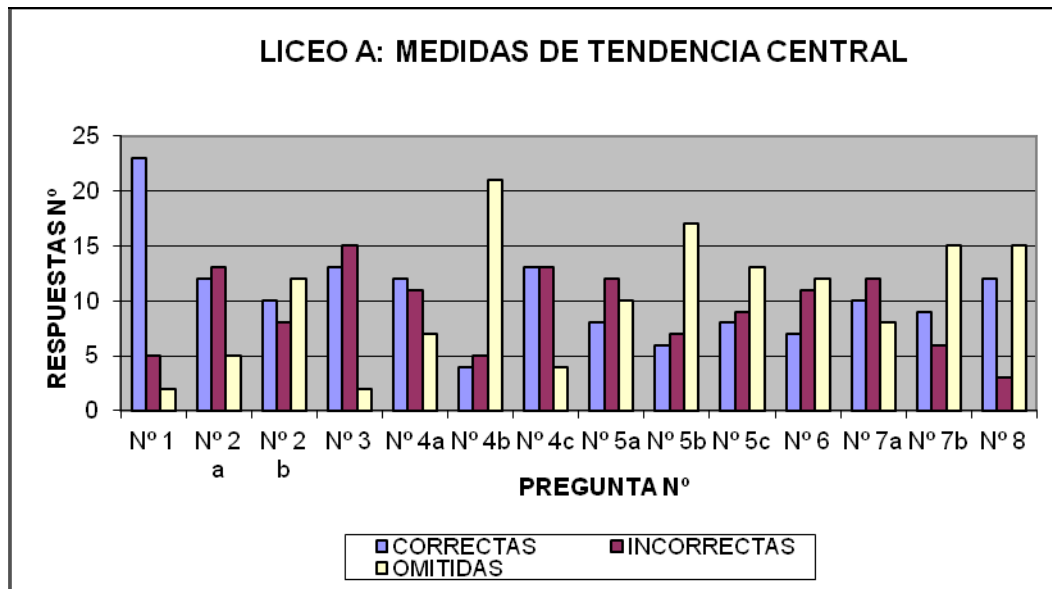
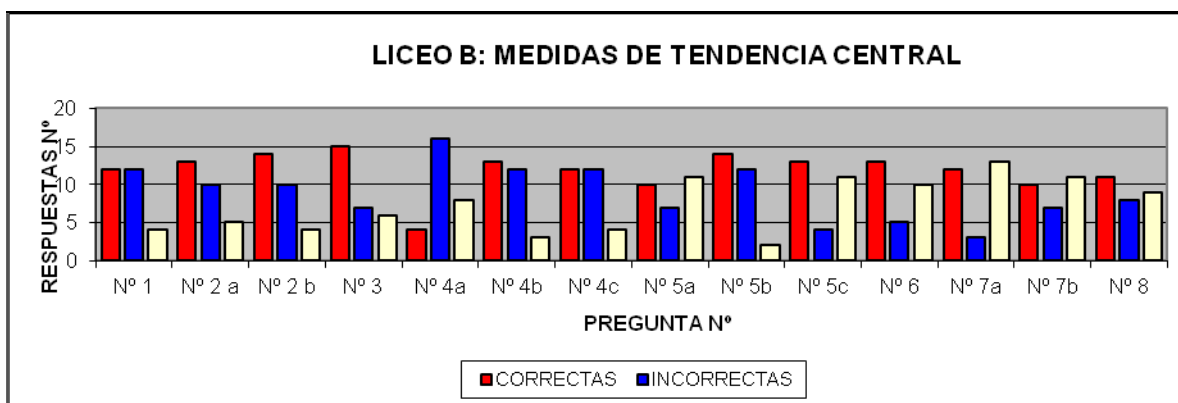


Tabla4.2.2.

LICEO B TOTAL 28

preguntas	correctas	porcentaje %	incorrectas	porcentaje %	omitidas	porcentaje %
Nº 1	12	40,0	12	40,0	4	13,3
Nº 2 a	13	43,3	10	33,3	5	16,7
Nº 2 b	14	46,7	10	33,3	4	13,3
Nº 3	15	50,0	7	23,3	6	20,0
Nº 4a	4	13,3	16	53,3	8	26,7
Nº 4b	13	43,3	12	40,0	3	10,0
Nº 4c	12	40,0	12	40,0	4	13,3
Nº 5a	10	33,3	7	23,3	11	36,7
Nº 5b	14	46,7	12	40,0	2	6,7
Nº 5c	13	43,3	4	13,3	11	36,7
Nº 6	13	43,3	5	16,7	10	33,3
Nº 7a	12	40,0	3	10,0	13	43,3
Nº 7b	10	33,3	7	23,3	11	36,7
Nº 8	11	36,7	8	26,7	9	30,0



4.3. PRINCIPALES DIFICULTADES OBSERVADAS

Se presentan a continuación las principales dificultades encontradas respecto a la comprensión de los objetos matemáticos considerados en el marco teórico.

- Problemas. Fue difícil para los estudiantes, reconocer la mediana como mejor promedio de datos ordinales, deducido de las respuestas a la pregunta n° 7, y aquellos estudiantes que lo resuelven correctamente utilizan preferentemente la media y no la mediana.
- Algoritmos. Los estudiantes calculan con facilidad medias simples en casi todos los problemas y entienden el algoritmo de cálculo de promedios, el cual invierten correctamente para encontrar una distribución con media dada (pregunta n°1).
- Definiciones. La definición que causa más dificultad es la de la mediana (pregunta n°7).
- Propiedades. Los estudiantes tienen dificultad en reconocer que la media es poco resistente cuando hay valores atípicos, ya que intervienen todos los valores en su cálculo. Los alumnos no conocen bien las propiedades en general de todas las medidas de tendencia central.

En conclusión, son evidentes los problemas que se encuentran en los resultados de las preguntas 7 y 8, dado que estas, particularmente fueron difíciles de resolver. Esto nos lleva a proponer alternativas que incidan en la mejora en el aprendizaje de las medidas de posición central y que ayude a los estudiantes a identificar cada una de ellas y saberlas aplicar o utilizar en momentos adecuados.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

5.1. INTRODUCCIÓN

El marco teórico ha permitido, en primer lugar, ver los planes y programas de los alumnos de enseñanza media, en particular de los alumnos de cuarto año medio, y los libros de texto empleados por estos estudiantes, para fijar un significado de referencia. Posteriormente se estudio las respuestas de los estudiantes para deducir su comprensión, entendida esta como relación existente entre el significado institucional evaluado en el cuestionario y el significado personal de los estudiantes deducido de sus respuestas.

Finalizando, se presentan y analizan las principales conclusiones obtenidas, respecto a los objetivos de investigación fijados en el Capítulo 1. También cabe destacar las aportaciones de la investigación y los puntos en que se realizo alguna contribución útil a la enseñanza media, docencia e investigación, así como reconocer las limitaciones del estudio restringido en el tiempo y espacio.

5.2. CONCLUSIONES RESPECTO A LOS OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Al plantear los objetivos de esta investigación se comenzó describiéndolos, de una forma general, mediante el siguiente planteamiento:

“el estudio de las dificultades que presenta un grupo de estudiantes de cuarto año de enseñanza media, en los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre las medidas de tendencia central”.

Se ha tratado de aportar una respuesta, al menos parcial, a este mediante un análisis de tipo teórico y experimental cuyos objetivos y resultados se describen a continuación, tratando de justificar el grado de cumplimiento de los mismos. Sin

entrar a discutir este objetivo, pasamos a detallar los objetivos específicos que están contenidos en el anterior.

Objetivo 1: Analizar el contexto en que son presentadas las medidas de posición central en el programa de cuarto año medio.

Para llevar a cabo este objetivo, se presentan en el Capítulo 3 los planes y programas de enseñanza media, particularmente de cuarto año medio. Asimismo, se efectúa un análisis del contenido que, respecto a las medidas de tendencia central, se presenta en los libros de texto utilizados por los estudiantes que formaron parte de la muestra. De este análisis resultó una descripción detallada de los campos de problemas, lenguaje, definiciones y propiedades, argumentos y procedimientos que respecto a la media, mediana y moda se incluyen en dichos textos.

Los resultados dan indicaciones de la enseñanza que en el nivel educativo estudiado se imparte sobre las medidas de tendencia central. Como consecuencia de este estudio, se fija un significado de referencia sobre las medidas de tendencia central en esta investigación. La importancia de este objetivo es doble: En primer lugar, permitirá realizar un estudio de la validez de contenido del cuestionario, mediante la comparación de dicho contenido con el significado institucional de referencia. Además, nos ayudará a contrastar las respuestas de los estudiantes y a deducir algunas razones que puedan explicar las dificultades que se originan en el aprendizaje de este tema.

Objetivo 2: Diseñar un cuestionario para evaluar los conocimientos conceptuales y procedimentales que poseen un grupo de estudiantes de cuarto año medio, respecto de las medidas de tendencia central.

En el capítulo 4 se ha descrito el proceso de construcción de un cuestionario, que tiene en cuenta el significado institucional identificado en la etapa anterior y que parte de y contempla otras investigaciones previas. Para construirlo se realizó, en primer lugar, un análisis del contenido en algunas preguntas utilizadas en investigaciones anteriores. Posteriormente se escogieron algunas de ellas, se

modificaron otras y se añadieron algunas nuevas, para conseguir un instrumento cuya validez de contenido se justifica en este mismo capítulo.

Tanto el análisis de las preguntas, como el análisis de las respuestas, se confirmó que el instrumento era útil y adecuado para proporcionar información no sólo de la dificultad de las diversas tareas, sino que permite evaluar la comprensión de los diversos tipos de elementos de significado: campos de problemas, representaciones, algoritmos y procedimientos, definiciones y propiedades y argumentos.

Objetivo 3: Determinar y analizar los errores conceptuales y procedimentales, que presenta el grupo de estudiantes. A partir del análisis de las respuestas de una muestra de estudiantes al cuestionario de evaluación.

En el capítulo 4 se describen y analizan los resultados obtenidos al pasar el cuestionario a una muestra de estudiantes de enseñanza media, particularmente a estudiantes de cuarto año medio de enseñanza, pertenecientes a dos liceos técnicos, ubicados en la comuna de Lo Espejo.

El análisis que se realizó con detalle en el capítulo anterior deja claro la comprensión que los estudiantes tienen sobre este tema y a través de las respuestas de estos se analiza con detalle la comprensión y dificultades particulares de cada una de las tareas planteadas y los elementos de significado requeridos para su resolución.

5.3. APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

Tras revisar toda la investigación realizada y presentada en esta Tesis, se puede decir que se extraen algunas aportaciones, que se comentan a continuación.

En primer lugar, se ha elaborado un conjunto de preguntas, presentado en el anexo 2, que puede ser de gran utilidad, por un lado, para otros investigadores, puesto que les puede ayudar a construir otros instrumentos de evaluación, y por otro para el conjunto de profesores que tenga que enseñar este tema, a la hora de realizar pruebas de evaluación sobre estos conceptos que midan el grado de ajuste entre el significado previsto y el adquirido por los estudiantes tras el proceso de enseñanza aprendizaje.

Luego, se ha construido y validado un cuestionario que se refiere a los significados de las medidas de tendencia central. Esto ha permitido obtener información original respecto al razonamiento sobre estas y diferenciar los diferentes tipos de comprensión que muestran los estudiantes respecto de este tema.

Por último, se cree que se ha realizado un estudio sistemático de evaluación de la comprensión de las medidas de tendencia central que tiene en cuenta los distintos elementos de sus significados y como los alumnos los usan y ponen en relación en tareas abiertas.

5.4. PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTOS

Los resultados presentados sientan las bases para continuar con otras líneas de trabajo que conduzcan al investigador a plantear nuevas propuestas para el análisis del significado y comprensión de las medidas de tendencia central. A continuación se señalan algunos temas en que este trabajo puede ser extendido, con el propósito de orientar futuras investigaciones sobre el tópico en cuestión.

En esta investigación se describe el significado de las medidas de tendencia central para estudiantes de enseñanza media. El estudio podría ampliarse con los estudiantes de enseñanza básica. No obstante este estudio requeriría la elaboración de un nuevo cuestionario, más asequible a los niños de esta edad.

Un tema de gran importancia sería el diseño, experimentación y evaluación de propuestas de enseñanza que tengan en cuenta algunos de los conflictos detectados y traten de mejorarlos. Son muy pocos los estudios enfocados a la enseñanza, pues como hemos visto en los antecedentes, prácticamente todos se basan en la evaluación. El estudio de la enseñanza (y el consiguiente proceso de aprendizaje) podría hacer en cualquiera de los niveles educativos (desde la enseñanza básica a la universidad).

Por otro lado, aunque el alumno es el principal centro de nuestra atención, no se debe olvidar la necesaria formación del profesor. Algunas investigaciones (Jacobbe, 2008) indican carencias tanto en el conocimiento estadístico como el profesional requerido para la enseñanza de las medidas de tendencia central en profesores.

BIBLIOGRAFÍA

Cobo, B. (2003) *Tesis Doctoral. Universidad de Granada.*

Mayen,S.(2009) *Tesis Doctoral.*Granada.

Batanero, C. (2000) *significado y comprensión de las medidas de tendencia central.*

Matemática IV (2009), editorial Santillana del Pacifico, S.A ediciones.

Matemática 4ºMedio (2010), editorial Santillana del Pacifico, S.A ediciones.

Matemática Activa 4ºMedio (2005), editorial Mare Nostrum

Batanero,C. Godino,J.(2001), *Análisis de datos y su didáctica.* Granada: Departamento de didáctica de la matemática.

Godino, J.(1999) *Análisis Epistémico, semiótico y didáctico de procesos deinstrucciónmatemática(www.ugr.es/~jgodino/semioesp/aepistemico.htm)*

Godino,j. Batanero,C. (1994), *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos.*

Cockcroft,W.(1985), *las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft.* Madrid: Ministerio de educación y ciencia.

Calot,G.(1974),*Curso de estadística descriptiva,* Madrid.

CARLOS SABINO (1992). El proceso de investigación.

HERNANDEZ R., FERNANDEZ C., BAPTISTA P. (2008). Metodología de la investigación. Pág. (223)

BISQUERRA RAFAEL () .Metodología de la investigación cualitativa.

AZORIN, F. y SANCHEZ CRESPO, J.L. (1986). *Métodos y aplicaciones de muestreo.* Madrid: Alianza.

YIN, ROBERT K. (1994). *Case Study Research. Design and Methods.* London: SAGE, 1994.

THORNDIKE, ROBERT L. *Psicometría Aplicada.* Editorial Limusa, 1989, México. 457 Págs.

ANÁLISIS EPISTÉMICO

El significado de los objetos matemáticos puede variar en distintas instituciones. Un punto importante de este estudio será describir el significado institucional de referencia que sirve de pauta de comparación para la construcción de los instrumentos de evaluación y la interpretación de las respuestas de los alumnos al mismo. Para la determinación de dicho significado se partirá de los libros de texto de enseñanza media entregados por el ministerio de educación(MINEDUC), en especial los textos de cuarto año media de enseñanza y algunos textos de estadísticas usados en la universidad, como Saavedra Gallardo(2005), Calot(1998) y Batanero y Godino(2001).

El análisis se aplica al conjunto de los contenidos en dichos libros, y es por tanto un significado construido para esta investigación, que no coincide con ninguno de los mostrados en dichos libros, pero engloba a todos ellos. De este modo se toma como significado de referencia uno algo más amplio que el que podría estudiarse en la educación media, aunque no excesivamente formalizado. Se es consciente que este estudio no agota el significado de las medidas de posición central, puesto que se está restringiendo su uso en estadística descriptiva y análisis exploratorio de datos, sin entrar en las cuestiones de inferencia, ya sea clásica o paramétrica, ni en el análisis multivariante.

Desde el punto de vista del análisis exploratorio de datos, la moda, la media y la mediana son promedios o medidas de centralización, es decir, valores típicos o representativos que señalan las tendencias o características del mismo.

ALGORITMOS Y PROCEDIMIENTOS

La situación-problema relacionada con los promedios se puede resolver utilizando técnicas generales de cálculo, como, por ejemplo, sumar datos y dividir por el número total de ellos.

Estas técnicas se adaptan al tipo de medida de tendencia central, la forma de presentación de los datos y a los distintos tipos de variable que se maneje, discreta o continua y son objeto explícito de enseñanza. A continuación se detallan para cada uno de estas.

Media

- Variable discreta con datos aislados: la media se calcula sumando todos los datos y dividiendo por el número total de ellos. Es la técnica más sencilla, pues se deduce directamente de la definición, como se ve en el siguiente ejemplo:

$$\bar{X} = \frac{6 + 3 + 8 + 6 + 2}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

- Variable discreta con los datos presentados en una tabla de frecuencias. En este caso para calcular la media se multiplica cada valor de la variable por su frecuencia relativa y se suman todos los productos obtenidos: $\bar{X} = \sum_n^{i=1} x_i \cdot f_i$
Es más compleja, puesto que requiere que el alumno sepa interpretar directamente la tabla de frecuencias y comprender la idea de ponderación.

- Cálculo de media mediante calculadora o computador: siguiendo las indicaciones del modelo de calculadora o programa de computación de que se trate. No obstante, como forma general, se introducen todos los valores de los datos, junto con su frecuencia correspondiente, en la memoria de la calculadora. A partir de ahí, se puede calcular, entre otros parámetros, la media de este conjunto de datos. El alumno ahora no necesita conocer el algoritmo, ni entenderlo, sino solo introducir los datos correctamente en la calculadora.

Mediana

Para la mediana el algoritmo de cálculo no es único, sino que también depende del tipo de datos, de la forma de presentación de los mismos, e incluso del número de ellos.

El valor obtenido no siempre es único, lo que puede causar dificultades a los alumnos. Para el cálculo, distinguiremos entre datos agrupados y datos no agrupados.

- Datos no agrupados en clases, número de datos impar: la mediana es el valor de la variable u observación que ocupa el centro de la lista de valores, supuestos estos éstos ordenados por valores crecientes o decrecientes de la variable.
- Datos no agrupados en clases, número de valores par: la mediana es la media aritmética de los dos valores que se encuentran en el centro. Estos dos casos se presentan en todos los libros y se cree que no se requiere de un ejemplo explicativo.
- Datos agrupados en clases: la agrupación de los datos implica el trabajo con valores aproximados, en lugar de con los datos originales. Por ello, los valores obtenidos para los diferentes estadísticos, como la mediana, son solo valores aproximados. Si los datos están agrupados en clases, se calculan las

frecuencias acumuladas de las clases, comenzando el proceso obteniendo a la clase mediana. Una vez calculadas estas frecuencias, se representa el polígono acumulativo de frecuencias y, mediante este, se determina, grafica o analíticamente, el valor de la variable cuya frecuencia acumulada es $n/2$. Dicho valor es la mediana.

Moda

En cuanto a la moda el algoritmo de cálculo depende de los datos, que se trate de una variable discreta con valores aislados, o de una variable continua o discreta con valores agrupados en intervalos. Además, esta no es única siempre, cada moda corresponde a un máximo local de la distribución de frecuencias.

- Variable discreta con datos aislados: se determina que valor o valores son los que se repiten con mayor frecuencia. Este método no precisa de explicativos puesto que aparece en todos los libros.

- Variable discreta con datos aislados, presentados en n a tabla de frecuencias: la moda será aquél valor o valores que presentan una frecuencia máxima.

- Variable discreta con datos agrupados en clases o variable continúa: el procedimiento es el mismo que en el caso anterior, salvo que la tabla de frecuencias estará formada por clases. Si todas las clases tienen el mismo tamaño, se buscara cual o cuales de ellas presentan una frecuencia mayor para determinar la clase modal. A continuación de determina la moda mediante el método que se reproduce de Calot(1998):

Siendo,

L_{i-1} = límite inferior de la clase modal

$$Mo = L_{i-1} + a_i \cdot \frac{F_i - F_{i-1}}{2F_i - (F_{i+1} + F_{i-1})}$$

a = amplitud de la clase modal

F_i = frecuencia absoluta de la clase modal

F_{i-1} = frecuencia absoluta de la clase anterior a la clase modal

F_{i+1} = frecuencia absoluta de la clase siguiente a la clase modal

DEFINICIONES

Se han encontrado diversos tipos de definiciones para el mismo concepto, algunas de las cuales enfatizan diferentes aspectos del significado de los conceptos o remiten a diferentes formas de cálculo.

Media

Definición 1: La media es la suma ponderada de cada uno de los valores de la variable multiplicado por su frecuencia. Esta definición enfatiza el significado de la media como reparto equitativo y como mejor estimador de una cantidad desconocida, así como el algoritmo de cálculo, y se presenta la media como una operación con los datos. Un ejemplo es el siguiente:

La media de una variable estadística es la suma ponderada de los valores posibles por las frecuencias

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i \cdot f_i$$

Calot, 1998, pag64

Definición 2: la media es el promedio aritmético de un conjunto de datos. En esta definición se relaciona la media con otros promedios y se hace referencia a la media como valor central.

“La media aritmética, promedio o media, de un conjunto de datos es el valor que se obtiene al sumar todos los datos y dividir entre el total de ellos. Se puede expresar con el símbolo \bar{X} ”

Mediana

Existen diferentes definiciones equivalentes de la mediana, que se reproducen a continuación:

Definición 1: Mediana como centro de la distribución de datos. Aparece en los libros de educación media y destaca la idea de orden en los datos y posición central en dicha ordenación, es decir “valor central en un conjunto de datos ordenados”:

“La mediana de un conjunto de datos es el valor que se ubica en el centro de ese conjunto. Si un conjunto está constituido por un número impar de datos, la mediana es el valor que se ubica en el centro cuando los datos se ordenan de menor a mayor”

Definición 2: Mediana como valor de la variable estadística que divide en dos partes iguales. Esta idea de mediana que indica la división del conjunto de datos en dos partes la encontramos en la siguiente definición de algunos libros:

“La mediana es el valor que divide a un conjunto ordenado de datos, de tal manera que resulten igual número de datos arriba y debajo de él. Se representa con: Me”

Estas definiciones enfatizan que la mediana es un valor central y, como medida de tendencia central, presenta ciertas ventajas frente a la media en algunas distribuciones ya que no se ve afectada por valores extremos de las observaciones. Por ello es adecuada para distribuciones asimétricas o cuando existen valores atípicos.

Moda

Definición 1: La moda es el valor más frecuente de la variable estadística. Es una definición sencilla de comprender y puede usarse para determinar visualmente la moda a partir de las representaciones gráficas. Todos los libros de educación media la contienen y como se ve a continuación, coinciden con la misma definición:

“La moda de un conjunto de datos es el dato que más se repite, el que aparece con mayor frecuencia. Se indica con: Mo”; Santillana 4° medio matemática.

“La moda de una colección de datos numéricos es el valor con mayor frecuencia. La frecuencia se define como el número de veces que se repite un valor”

Definición 2: La moda es el valor que corresponde al máximo del diagrama de barras o histograma. Se relaciona con su representación gráfica.

De las dos definiciones se deduce que la moda puede no existir, o si existe, puede no ser única, como se observa en los siguientes ejemplos:

- El conjunto de datos: 3, 3, 6, 7, 9, 9, 9, 9, 10, 11, 13, 15, tiene como moda 9
- El conjunto de datos: 1, 3, 8, 11, 12, no tiene moda
- El conjunto de datos: 3, 3, 4, 4, 4, 6, 6, 8, 8, 8, 9, tiene dos modas, 4 y 7.

Lo que representa una dificultad para los estudiantes que, ante estas definiciones esperan, en primer lugar que exista y además que sea única.

Todas las definiciones que se presentan acá son las que se aprecian en los libros de textos escolares, tomándose las definiciones principales, puesto que en la mayoría de los textos las definiciones de las medidas de tendencia central apuntaban a la misma definición de dichas medidas.

PROPIEDADES

Las medidas de posición central pueden ser contempladas desde diversos puntos de vista: como el resultado de un cálculo (el valor obtenido en el cálculo de la mediana), como operador que a una distribución asigna un número y como un resumen estadístico o parámetro que caracteriza una distribución. Para cada uno de estos puntos de vista se pueden analizar sus propiedades. Algunas de ellas coinciden para media, mediana y moda y otras no, lo cual pueden causar problemas de comprensión o confusiones a los alumnos. Estas propiedades a veces se presentan explícitamente en los libros y otras se proponen ejercicios o problemas de los que los alumnos deben deducirlas. Las propiedades que se describen a continuación se han clasificado en numéricas y estadísticas.

- **Propiedades numéricas**

Propiedad 1: La media, mediana y moda de un conjunto de datos son siempre valores pertenecientes al rango de la variable. En una distribución de datos, donde hay que hallar las medidas de centralización, no se puede obtener un valor mayor que el máximo de estos ni menor que el mínimo. Esta propiedad no se enuncia explícitamente en ninguno de los libros, pero se deduce de los ejemplos que se utilizan para la enseñanza de éstos parámetros estadísticos.

Propiedad 2: La media, mediana y moda de un conjunto de datos son siempre valores pertenecientes al rango de la variable. En una distribución de datos, donde hay que hallar las medidas de centralización, no se puede obtener un valor mayor que el máximo de estos ni menor que el mínimo. Esta propiedad no se enuncia explícitamente en ninguno de los libros, pero se deduce de los ejemplos que se utilizan para la enseñanza de éstos parámetros estadísticos.

Propiedad 3: En el cálculo de la media se tienen en cuenta todos los valores de los datos, pero no en la mediana y la moda. Sólo con la media aritmética se puede obtener el resultado esperado del problema de dos conjuntos de datos homogéneos, previamente planteado, ya que en su cálculo intervienen todos los datos de las distribuciones dadas.

Propiedad 4: El valor numérico de la media cambia cuando se cambia cualquier dato. Algunos cambios en los datos no cambian siempre el valor de la moda o mediana.

- **Propiedades estadísticas**

Son aquellas que se deducen cuando se considera el promedio como un resumen de los datos, es decir, respecto a la información que se proporciona del conjunto de datos.

Propiedad 1: La media, mediana y moda son representantes de un colectivo. El uso de las medidas de tendencia central como valores representativos de un conjunto de datos: “Las medidas de tendencia central, o de centralización, son aquéllas que tienden a situarse al centro de un conjunto de datos ordenados”.

Propiedad 2: La media coincide con el centro del conjunto de datos, semejante al centro de la gravedad. La media es el centro de los datos, en el sentido de equilibrar los valores por exceso y por defecto. En este sentido es el centro geométrico o centro de gravedad del conjunto de datos de la variable.

Propiedad 3: En distribuciones simétricas, la media coincide con la mediana y la moda (en distribuciones unimodales). En estos conjuntos de datos, éstos se presentan uniformemente y las medidas de centralización tienden a situarse en el centro.

Propiedad 4: La media es un estadístico poco resistente, muy sensible a la variación de los datos, especialmente en los valores atípicos.

Propiedad 5: La suma de las desviaciones de un conjunto de datos de su media es cero. La suma de los valores absolutos de las desviaciones es mínima respecto a la mediana.

Propiedad 6: Respecto a la media, la suma de los cuadrados de las desviaciones es mínima.

ANEXO 2

