FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Matemática
e Informática Educativa

HACIA UNA CONSTRUCCIÓN SIGNIFICATIVA DE LO CUADRÁTICO CON BASE EN MODELACIÓN

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTES:
GONZALEZ CHAVEZ, DANIELA ISABEL
ORELLANA SANCHEZ, NOELIA PAZ
RODRIGUEZ ASTUDILLO, PATRICIO ROBERTO

PROFESORA GUÍA:
LEONORA DÍAZ MORENO

SANTIAGO, CHILE
2014

Agradecemos a la Dra. Leonora Díaz Moreno por su dedicación para la realización de nuestra investigación y por mostrarnos un camino profesional a seguir.

Y a nuestras familias con amor…

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN **11**

CAPÍTULO I: ***PROBLEMÁTICA*** **13**

Problemática 14

Antecedentes empíricos observados 14

Planteamiento del problema 17

Evidencias 18

Preguntas de investigación 19

Objetivo general 20

Objetivos específicos 20

Hipótesis 20

Justificación 21

Limitaciones 22

CAPÍTULO II: ***MARCO TEÓRICO*** **24**

Aprendizajes 25

Aprendizaje con-vivencia 25

El aprendizaje por etapas: el cognoscitivismo 26

El aprendizaje y su concepción genético-cognitiva 27

El aprendizaje como construcción social: Lev Vygotsky 27

El aprendizaje por descubrimiento: Jerome Bruner 28

Modelación 29

Visiones de modelación 29

La modelación como registros de representación semiótica 31

Una Modelación Matemático-Aplicada 32

Modelación-con-vivencia 33

Marco conceptual del estudio 35

CAPÍTULO III: ***MARCO METODOLÓGICO*** **37**

Enfoque y metodología 38
Universo y muestra 38
Fundamentación y descripción del diseño 39
Descripción del diseño 40
Los instrumentos empleados 40
Validez y confiabilidad cualitativa 48
CAPÍTULO IV: *RECOGIDA DE LA INFORMACIÓN* 50
Recogida de la información 51
Las etapas y lo que se efectuó en cada una de ellas 51
    Fase 1: Encuesta de entrada 51
    Fase 2: Aplicación de diseño 1 51
    Fase 3: Aplicación de diseño 2 51
    Fase 4: Aplicación de diseño 3 51
Facilitadores y obstaculizadores 52
Análisis de la información 53
    Procedimientos 53
    Las variables 53
CAPÍTULO V: *ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN* 55
Análisis de los desarrollos de los estudiantes 56
Análisis de la encuesta 57
Conjeturas previas del reactivo 63
Análisis de desarrollos 71
CONCLUSIONES 95
BIBLIOGRAFÍA 97
ANEXOS 101
Anexo 1: *Instrumento Encuesta* 102
    Aplicación 103
Anexo 2: *Instrumento diseño inicial* 108
    Conjeturas previas 110

Aplicación 114

Análisis de los resultados 117

Contraste de las conjeturas previas con respuesta de los estudiantes 120

Anexo 3: *Instrumento Diseño versión 2* 122

Conjeturas previas 124

Aplicación 129

Análisis de los resultados 158

Contraste de las conjeturas previas con respuesta de los estudiantes 165

Anexo 4: *Instrumento diseño versión 3* 171

Aplicación 178

Anexo 5: *Instrumento diseño versión 4* 256

Anexo 6: *Instrumento diseño versión 5* 262

RESUMEN

La siguiente investigación se inscribe en el paradigma cualitativo siguiendo el tipo de estudio guiado por la pregunta orientadora. Tiene como objetivo validar un diseño didáctica con base en modelación, que propicia la construcción de entendimientos precursores de lo cuadrático.

El estudio se orienta desde la socioepistemología. Esta perspectiva nos permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde visiones múltiples (Cantoral y Farfán, 2004).

Se entiende por modelación una práctica de articulación de dos entidades, para actuar sobre una de ellos, llamada lo modelado, a partir de la otra, llamada modelo (Arrieta y Díaz, 2014).

Es a través de la modelación que buscamos vincular el aula de matemática con lo cotidiano. Los estudiantes construyen facetas de lo cuadrático al fenómeno usual de la caída de una piedra.

Se pretende que la actividad matemática de los estudiantes que promueve el diseño, se desplace a través de los modelos: tabular, algebraico y gráfico, a los que configuran en red con el fenómeno de la caída de la piedra, dando oportunidad para que los educandos analicen, predigan y figuren la situación.

Se han obtenido resultados de distintos niveles de enseñanza media, en donde se evidencian elementos precursores de lo cuadrático a través de este diseño donde los estudiantes han utilizado herramientas de predicción, visualización y modelación en torno al fenómeno de estudio.

ABSTRACT

The following research falls within the qualitative paradigm following the type of study guided by the guiding question. Aims to validate a teaching sequence based on modeling, that facilitates the construction of understandings of the quadratic precursors.

The study is oriented from the socioepistemology. This perspective allows us to treat the phenomena of production and dissemination of knowledge from multiple perspectives (Cantoral and Farfan, 2004).

Modeling means for articulating a practical two entities, to act on one of them, called the modeling from the other, called model (Arrieta and Diaz, 2014).

It is through modeling we seek to link the mathematics classroom with the everyday. Students construct facets of the quadratic the usual phenomenon of a falling stone.

It is intended that the mathematics student activity that promotes the sequence moves through models: tabular, algebraic and graphic, which network configured with the phenomenon of the fall of the stone, giving opportunity for learners analyze, predict and contained the situation.

Results have been obtained for different levels of high school, where precursors of the quadratic elements are evident through this sequence where students have used prediction tools, visualization and modeling on the phenomenon of study.

INTRODUCCIÓN

Desde la práctica como educandos y educadores hemos podido tomar conciencia de la abismante separación que existe entre el aula de matemáticas y lo cotidiano. Como reporta Alsina (2007) en la enseñanza escolar generalmente se intenta realizar una vinculación de una situación con una realidad inventada, que se aleja del fenómeno tal y como sucede en el ambiente. El mismo autor, en su clasificación de las realidades presentes en las situaciones de los libros de texto de matemáticas, distingue entre inventadas, falseadas y manipuladas, inusuales, caducas, lejanas, ocultas y no adecuadas. Uno de estos casos es lo cuadrático.

Desde el conjunto de sus folios de Galileo (www.museogalileo.it) se observa el laborioso itinerario de años que culmina en su levantamiento de la "ley de caída de los libres". Galileo nace de padre músico, sigue estudios en astronomía, filosofía, matemáticas e ingeniería y dedica por más de un quinquenio al estudio del comportamiento de la caída libre, adelantándonos parte de los esfuerzos que debe destinar cada grupo de educandos para construir esta ley, y aún más, recurrir a ella como herramienta en su vida diaria. Como señala Piaget la sociogénesis tenderá a replicarse en la psicogénesis del estudiantado ¡Y nuestras aulas de matemáticas cuentan con a lo más dos semanas para abordar lo cuadrático!

Por otra parte nuestra experiencia en las aulas nos muestra que convivimos con diversas realidades, con distintos contextos donde los estudiantes viven utilizando matemáticas, realizan ventas para juntar fondos para el curso, determinan cuotas para el paseo a fin de año, compran insumos para una convivencia, trabajan para comprarse sus cosas, entre otras actividades. Pero al momento de realizar una prueba con los mismos números y cálculos con los que ellos conviven no los reconocen en lo escrito y no los resuelven: para ellos hay una matemática del aula y otra útil en su vida diaria de la que no siempre tienen conciencia y que no se relacionan (Arrieta y Díaz, 2014, p.5).

Inspirados en revertir las ideas y experiencias que circulan en torno a la dificultad de las matemáticas, así como reparar la poca profundidad que se da a lo cuadrático en el curriculum como en los planes y programas del Ministerio de Educación, nace esta investigación.

El estudio se inicia con los antecedentes recopilados de pruebas estandarizadas a nivel nacional, de los planes y programas del Ministerio de Educación como de instrumentos aplicados a inicios del 2014, en tres colegios de la Región Metropolitana, esto expresa de forma clara la problemática existente en torno a lo cuadrático.

En los capítulos siguientes se expone el marco teórico que muestra los compendios teóricos con los cuáles se fundamenta la investigación. Sigue a ello el marco metodológico que presenta la fundamentación del diseño, la recogida de información y, finalmente, el análisis de resultados obtenidos.

CAPÍTULO I

PROBLEMÁTICA

1. *Problemática*

1.1 Antecedentes empíricos observados

Las aulas escolares son una red compleja de interacciones entre personas donde cada día se viven distintas experiencias, donde estudiantes y docentes permanecen la mayor cantidad de horas en ellas. Es aquí que se presentan distintas instancias de aprendizajes como el currículum escolar -que es creado por entidades gubernamentales que han dispuesto lo que se debe enseñar- el currículum oculto -aquellos aprendizajes que los estudiantes adquieren sin que esté propuesto en lo oficial, lo que se hace- y, el contrato didáctico, que podemos observar en las escuelas donde docentes enseñan el contenido y los estudiantes hacen que comprenden, aprenden y aplican algoritmos, quedando ambas partes conforme con su labor. De esta forma como el contenido cada día se ha alejado de lo cotidiano, siendo así un saber abstracto, que solo está presente en libros.

Ya desde la década de los ochenta autores como Lave (1988) y Walkerdine (1988) han mencionado esta separación de la escuela con lo cotidiano, más, hoy en día esta separación se ha mantenido.

Es por ello que emerge la importancia de la socioepistemología, que da una perspectiva teórica viva, siempre en construcción que pretende aportar al conocimiento (Arrieta, 2003), es a través de ella que podemos unir lo social con el conocimiento. Docentes junto a estudiantes construyen sus significados, modelan situaciones cotidianas y avanzan en la comprensión del contenido, el objeto matemático.

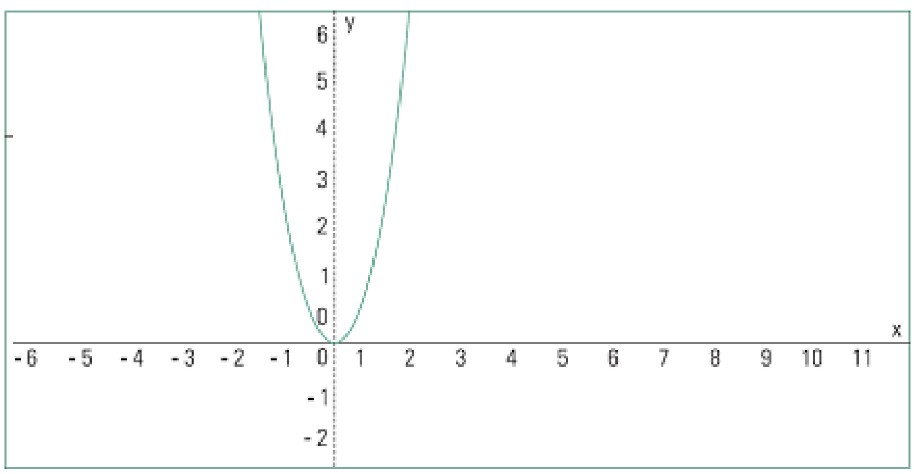
Actualmente en los planes y programas del Ministerio de Educación para matemática tercer año medio se expone como aprendizaje esperado el análisis de la función cuadrática en el marco de la modelación, pero a simple vista podemos observar que este concepto está asociado a la aplicación y no a modelar la situación.

Por ejemplo, en el programa de estudio de matemática para tercer año medio, se proponen las siguientes situaciones:

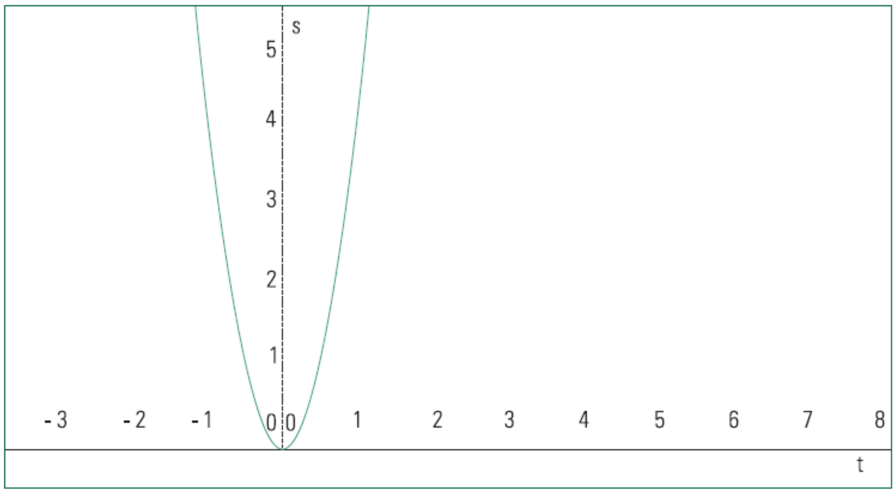
Actividad 1 (p.19):

- “Estudian la función cuadrática como modelo de algunos fenómenos o situaciones; organizan una tabla de valores y trazan el gráfico correspondiente utilizando, preferentemente, un programa computacional de manipulación algebraica y gráfica”

Ejemplo A: “Construyen una tabla de valores y grafica la relación entre la medida del radio de una circunferencia y el área del círculo correspondiente” posterior al ejemplo aparece el gráfico del fenómeno.



Ejemplo C: “Coordinar acciones con el profesor o profesora de Física para las explicaciones y satisfacción de dudas de los estudiantes en el estudiante del movimiento de un objeto que cae libremente, suponiendo que se toman fotografías a intervalos regulares de tiempo, y que se grafica la distancia recorrida, o la posición, en función del tiempo obteniendo la gráfica que corresponde a la fórmula ½ gt^2” posterior al ejemplo aparece el gráfico del fenómeno.



Analizando las actividades desde el marco de la modelación, donde el estudiante explora un fenómeno físico y logra hacer conceptualizaciones a partir de esta experiencia (Arrieta, 2003), podemos observar distintas aristas de la actividad planteada:

- Exploración del fenómeno; Solo se ha planteado una situación cotidiana y sin más detalles se ha entregado un algoritmo que traduce la situación, de exploratorio poco le queda al educando. Ni siquiera le ha quedado tiempo al estudiante de cuestionar por qué aparece en el ejemplo A radios negativos y en el B tiempo negativo.

- Conceptualización: Nada, solo se les entrega una fórmula.

Por lo tanto la modelación se ha transformado en una aplicación de algoritmo.

Otro ejemplo propuesto por Pezoa (2012) quien analiza los programas de estudio de acuerdo a las actividades propuestas en cuanto a la modelación, presenta el siguiente ejemplo extraído del texto del estudiante matemática 3° medio, ediciones Cal y Canto, p. 62.

“La temperatura registrada en cierta ciudad los primeros 15 días del mes en curso ha ido en aumento en forma constante. Julieta, a quien le gustaba mucho explicar los fenómenos naturales en forma más científica, observó los datos y llegó a la conclusión de que esta situación podría modelarse bajo una función de la forma: $T(d)=\sqrt{d+a}-b$, donde T representa la temperatura registrada diariamente en grados Celsius, y d, la cantidad de días transcurridos en el mes. Por su parte, a y b con constantes.”

Julieta anotó dos datos con los que tú podrás determinar la función, es decir, encontrar los valores de a y b. Ella dijo que el primer día se habían registrado -5°C y que el quinto día se registraron -3°C. Determina la función pedida.

Es decir, nuevamente, en este caso, la modelación se asocia a la aplicación.

1.2 Planteamiento del problema

Con los antecedentes observados, el currículum nacional actual, propicia un trabajo de lo cuadrático en base a la valoración de expresiones algebraicas, limitando el proceso cognitivo al reemplazo de variables y al cálculo de expresiones numéricas. La propuesta que se plantea con este trabajo, tiene como finalidad cimentar elementos precursores para una construcción significativa desde una mirada variacional, en base a la Modelación.

Un diseño didáctico con base en Modelación como práctica de construcción de conocimiento, haciendo uso de la variación, propicia en los estudiantes su entendimiento de lo cuadrático, utilizando la razón de cambio como predictora del fenómeno. Cantoral y Farfán (1998) en su artículo “Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis”, utilizan las series de Taylor como herramientita predictora y así provocar que fluya una situación variacional.

1.3 Evidencias

Un estudio PISA/OCDE (2003) señala a la variación como una de las cuatro ideas creadoras del saber matemático escolar, junto con cantidad, espacio y forma e incertidumbre.

Los resultados de pruebas internacionales como PISA[1] (2000), TIMSS[2] (2003) y SERCE[3] (2010) muestran insuficiente progreso en pensamiento variacional, tanto en los aprendizajes de los estudiantes como en la enseñanza que desarrollan los profesores en el aula.

Esta situación también está presente en el instrumento de evaluación de ingreso a la Educación Superior de nuestro país, conocido como Prueba de Selección Universitaria (PSU) que evalúa los contenidos y habilidades cognitivas desarrolladas durante doce años de escolaridad. En el proceso de admisión para el año 2010 (www.demre.cl) ante la pregunta: En una tienda se decide subir todos los precios en un 15%. ¿Por cuál número se deben multiplicar los precios antiguos para obtener el nuevo precio? DEMRE informa que solo el 24,3% de los postulantes contestó la pregunta en forma correcta. Lo cual acusa que los estudiantes no reparan en la idea de cambio de los precios; se evidencia, por ende, una precaria apropiación de un pensamiento variacional de tipo lineal, particularmente del proporcional. También se observan estos precarios desempeños en contenidos del pensamiento variacional no lineal de la enseñanza media, representados por funciones tales como la cuadrática y la logarítmica.

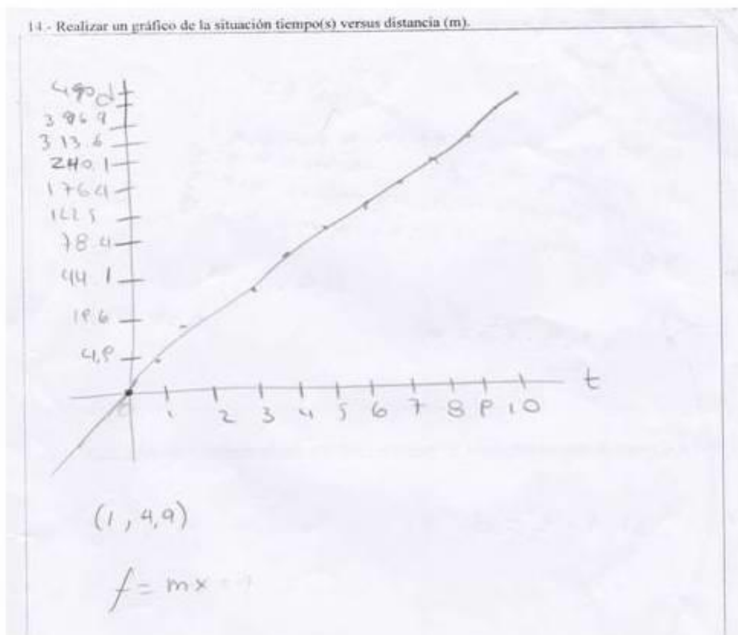
Para comprobar lo mencionado anteriormente se aplicó un reactivo a un grupo de estudiantes que ingresan a cuarto medio en marzo de 2014, donde se les propone una actividad de un fenómeno cuadrático, se detectó la falta de significado de cambios cuadráticos entre los estudiantes. Esta falta de significado se debe, entre otros

[1] Programmer for international student assessment (Programa para la Evaluación internacional de los Alumnos)
[2] Trends in International Mathematics and Science (Encuesta Internacional sobre Matemáticas y Ciencias)
[3] Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE).

factores, a que el pensamiento lineal está fuertemente arraigado a cualquier fenómeno que se estudia en el contexto estudiantil, no dando paso al análisis en donde se evidencian otro tipo de comportamientos.

Un ejemplo de lo anterior se aprecia en la siguiente figura, donde la estudiante "forzó" el modelo gráfico con el objeto que coincidiera a una línea recta. Se aprecia que la graduación de los ejes coordenados no es adecuada, ya que a igual longitud no se conserva igual magnitud.

t (s)	h (m)
10	490
9	396.9
8	313.6
7	240.1
6	176.4
5	122.5
4	78.4
3	44.1
2	19.6
1	4.9
0	0



1.4 Preguntas de investigación

En base a los antecedentes observados, las preguntas orientadoras de esta investigación son:

- ¿Cómo se predicen cambios en la caída de los libres desde los modelos tabular y gráfico?

- ¿Cómo constituyen los estudiantes a la razón de la razón de cambio como predictora de lo cuadrático?

- ¿Qué características debe presentar un diseño de enseñanza que favorezca el entendimiento de lo cuadrático con base en la modelación?

1.5 Objetivo general

Validar un diseño didáctico con base en modelación que propicia el surgimiento de elementos precursores de lo cuadrático.

1.5.1 Objetivos específicos

1. Describir modos de predecir desplazamientos de la caída de los libres desde los modelos tabular y gráfico.

2. Favorecer la apropiación, por parte de los estudiantes, de la *razón de la razón de cambio* como predictora en la caída de los libres.

3. Configurar un diseño de enseñanza que favorece el surgimiento de elementos precursores de lo cuadrático con base en la modelación.

1.6 Hipótesis

Un diseño didáctico como práctica de construcción de conocimiento, basado en modelación y haciendo uso de la variación, propicia en los estudiantes un entendimiento sobre lo cuadrático, haciendo uso de la *razón de la razón de cambio* como predictora del fenómeno.

1.7 Justificación

Comencemos destacando lo planteado por Arrieta y Díaz (2013):

"Un cardiólogo escudriña gráficas para dictaminar el estado de salud del corazón de sus pacientes, en lugar de observarlos directamente. Esta es una práctica recurrente en su profesión."

El ingeniero en electrónica analiza gráficas del osciloscopio para determinar el funcionamiento de un componente electrónico. No puede "ver" directamente las corrientes, el comportamiento de las resistencias u otras propiedades del dispositivo. Las gráficas del osciloscopio son una buena herramienta para el diseño y evaluación de los componentes.

El ingeniero pesquero examina tablas de datos de cultivos de fitoplancton y zooplancton para determinar los parámetros ambientales óptimos para la supervivencia y desarrollo de los organismos. Este ingeniero no comprendería la evolución de poblaciones marinas u otras, sin el auxilio de los datos organizados.

El ingeniero civil calcula la flexión de una viga a partir de una ecuación.

Y en el aula ¿Cuándo los/as estudiantes observan y experimentan las matemáticas para determinar constructos?

A todas estas acciones cotidianas que deben realizar distintos profesionales es lo que conocemos como modelar, ellos observan un gráfico, una tabla de valores y le dan un sentido a lo observado.

En contradicción a lo anterior los problemas actuales presentes en los libros de los estudiantes son situaciones ficticias en palabras de Arrieta y Díaz (2013) son realidades maquilladas como situaciones "posibles". A menudo incluyen datos o medidas erróneas, cómo observamos en la situación de caída de un objeto donde el tiempo presentado es negativo, la gran problemática de esta situación es conducir a falsos aprendizajes produciendo obstáculos didácticos, y es así como tenemos estudiantes de cuarto medio que afirman conocer solo una función, "la lineal".

La investigación resulta relevante ya que se pretende dar a conocer la importancia de la modelación en el aula para generar construcciones de lo matemático, en este caso, el entendimiento de lo cuadrático.

En cuanto a la importancia de lo cuadrático, se sabe que desde enseñanza básica se comienza con el estudio de razones y proporciones, trabajando teóricamente su significado. Se enseña lo que es una proporción directa e inversa resumiéndolo a: “si las dos variables crecen juntas, entonces se trata de una proporción directa, sino, es inversa”, perdiendo toda conceptualización subyacente a ello como por ejemplo la razón de cambio y cómo influye ésta en el fenómeno de proporción. Desde ahí se desplazan al concepto de función. Aquí es donde “lo mágico” entra en escena y transforma lo proporcional en una función lineal, utilizando el mismo discurso anterior: “una ecuación lineal es aquella donde las variables crecen o decrecen juntas. Posteriormente el currículum prosigue hacia la función cuadrática, en donde se evidencia que al proponer el fenómeno a los estudiantes éstos lo abordan con las mismas herramientas que ha utilizado por años. Así, lo cuadrático se manipula como lineal porque el pre-concepto se mantiene: ambas variables crecen o decrecen conjuntamente.

1.8 Limitaciones

El estudio ha intentado abarcar a la mayor cantidad de estudiantes, pero solo se ha realizado y está pensado para estudiantes de enseñanza Científico-Humanista de Enseñanza Media debido a la complejidad del contenido de lo cuadrático.

El diseño se construyó orientado a realizarse de forma manual. Esto se debe a que en algunos colegios en donde se aplicó existe mucha demanda por el laboratorio de computación, obstaculizando el correcto desarrollo del diseño.

Al ser un instrumento de un diseño didáctica, necesita al menos ocho horas pedagógicas para ser realizada con el objetivo que se pretende. Como el desplazamiento cognitivo se genera en base a conjeturas, predicciones y modelamiento, el tiempo adecuado es el mencionado. Con un tiempo menor, el trabajo se vuelve fatigoso y poco fino.

Se debe considerar que existen factores externos en los establecimientos que podrían afectar la continuidad de los diseños, como por ejemplo evaluaciones y observaciones por parte del establecimiento a los docentes, la falta de docentes y cambio espontáneos de clases, la realización de evacuaciones no planificadas que pueda establecer el establecimiento en el margen de simulacros de catástrofes.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se explicitarán los pilares fundamentales en los cuales se sostienen nuestro estudio, haciendo referencia a diversos autores que investigan la implicancia e importancia de la Modelación en Educación Matemática. Además, la perspectiva sobre el aprendizaje y lo relevante que se vincule desde y hacia el entorno. En un marco de referencia mayor, se analizan teorías aplicables al aprendizaje de las Matemáticas escolares.

2.1 Aprendizajes

El aprendizaje con-vivencia.

Una perspectiva teórica que considera el fenómeno de aprendizaje como un proceso global, que abarca tanto las circunstancias sociales como los mecanismos de institucionalización del conocimiento, es la socioepistemología.

Cantoral y Farfán (2003) caracteriza la socioepistemología como:

Una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza. Tradicionalmente, las aproximaciones epistemológicas asumen que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando, sobremanera, el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad humana. La socioepistemología plantea el examen del conocimiento en sus determinaciones sociales, históricas y culturales (Cantoral y Farfán, 2003, p. 139).

Como se aborda explícitamente cuestiones relacionadas con el proceso de aprendizaje, muchas veces consideramos a este como un proceso independiente del medio en donde nos situamos y desarrollamos nuestro diario vivir. Así, se considera que el aprendizaje se debe desarrollar de manera individual dentro de cuatro paredes, donde el conocimiento adquiere sentido por sí mismo. Desde este símil, las aulas se conforman aislando a un grupo de estudiantes del entorno, donde deben prestar atención a un profesor que posee el conocimiento y que deben centrarse en ejercicios o en una secuencia didáctica poseedora de verdad autónoma e indiscutible. Werger (2001**)**, menciona que los métodos de evaluación del aprendizaje son de carácter estrictamente individual, donde el conocimiento se debe demostrar fuera de contexto y donde se considera que colaborar es hacer trampa. Uno de los frutos negativos de esta forma de concebir la enseñanza, es que los estudiantes la consideran irrelevante y la mayoría de ellos considera que aprender es algo aburrido, arduo y que realmente no estamos hechos para ello.

El ser humano fue diseñado para aprender en contextos sociales, culturales, personales, cotidianos y académicos; por ende el proceso de adquirir nuevos conocimientos siempre va acompañado de escenarios en donde se desempeña la actividad humana. Arrieta (2003) denomina a este conjunto de escenarios como una "situación compleja", ya que es evidente que la red de acciones se traslapan y conjugan en el devenir de la vida de un ser humano.

El aprendizaje por etapas: el cognoscitivismo.

El cognoscitivismo establece que la apreciación de la realidad es adecuada cuando se pueden establecer relaciones entre las entidades. Esta teoría del aprendizaje es la forma tradicional de enseñanza de las matemáticas y la lógica.

Manterola (2003) en su trabajo Psicología Educativa: conexiones con la sala de clases distingue: "al congnoscitivismo como una corriente psicológica de carácter científico que estudia el comportamiento humano desde la perspectiva de las cogniciones, o conocimientos" (Manterola, 2003, p. 112).

Esta corriente está representada por diversos autores, entre ellos los más significativos y que se analizarán en forma referencial son: Jean Piaget, David Ausubel y Lev Vygotski, cada uno de ellos dando un enfoque particular del proceso enseñanza-aprendizaje.

El aprendizaje y su concepción genético-cognitiva.

El modelo Piagetiano establece que el aprendiz construye sus conocimientos en etapas, mediante una reestructuración de esquemas mentales, desplazándose por fases denominadas por el autor como: asimilación, adaptación y acomodación, llegando a un estado de equilibrio. Es un proceso de andamiaje, donde el conocimiento nuevo por aprender a un nivel mayor debe ser altamente significativo y el alumno debe mostrar una actitud positiva ante el nuevo conocimiento.

La labor básica del docente es crear situaciones de aprendizaje, es decir se debe basar en hechos reales para que resulte significativo. Por lo cual el cognoscitivismo es la teoría que se encarga de estudiar los procesos de aprendizaje por los que pasa un estudiante.

El aprendizaje como construcción social: Lev Vygotsky.

Bajo esta teoría se plantea que el aprendizaje de las personas únicamente puede desarrollarse y explicarse en términos de interacciones sociales. En términos de su autor, el desarrollo consiste en la interiorización de instrumentos culturales que de manera inicial no nos pertenece, sino que pertenecen al grupo humano en el cual nacemos de donde se transmiten los productos culturales a través de interacciones.

Aunado a lo anterior, Vygotsky observa que "en el punto de partida están las estructuras orgánicas elementales, determinantes por la maduración. A partir de ellas se forman nuevas, y cada vez más complejas, funciones mentales, dependiendo de la naturaleza de las experiencias sociales del niño" (Lucci, 2006). Se puede observar entonces, que el proceso de desarrollo sigue dos ejes a saber: uno de carácter biológico y otro de carácter social.

Vygotski distingue la existencia de un espacio, brecha o diferencia entre las habilidades que ya posee el niño(a) y lo que pudiese llegar a aprender mediante la guía o apoyo que le puede proporcionar un adulto o un par más aventajado. A esta brecha se le denomina Zona de Desarrollo Próximo (ZDP).

El aprendizaje por descubrimiento: Jerome Bruner

Dentro de los diversos autores que se abordan para la realización de esta tesis, se incluye a Bruner ya que abordamos las siguientes cuestiones de interés: ¿Cómo se aprende? y ¿Cómo se puede estimular o motivar el aprendizaje de un estudiante?

Desde este prisma, el autor plantea que el aprendizaje más significativo es el desarrollado por medio del descubrimiento, donde la exploración es motivada por la curiosidad de las personas. El autor distingue tres procesos en el aprendizaje: la adquisición de una nueva información, la transformación del conocimiento y la pertinencia del conocimiento adquirido.

Bruner denomina este proceso como Teoría de la Instrucción, donde el factor cultural es fundamental y juega un papel decisivo en la arquitectura de la vida de las personas. Es desde allí donde se genera y valida el tipo de información que se considera valiosa y, por tanto, se jerarquiza.

Manterola (2003) explica que Bruner consideró los tres procesos antes mencionados como tres sistemas para procesar la información; son tres instrumentos que los seres humanos utilizan para construir modelos de su mundo.

2.2 Modelación

Visiones de modelación

En este apartado se exponen diversas concepciones usuales de la modelación como una representación de lo real, ha demostrado ser una forma eficaz para describir la naturaleza de la modelación matemática en un nivel macro, su utilidad como un dispositivo descriptivo e interpretativo se hace cada vez más limitada en tanto la actividad que se estudia se vuelve más compleja, tal como ocurre al incorporar múltiples herramientas y recursos digitales.

Se constata que la producción a nivel de investigación en modelación en nuestra área de la Educación Matemática es amplia. En efecto Biembengut (2011) reporta que en Brasil, entre los años 1979 y 2008, pudo identificar 812 trabajos publicados en anales de congresos (tanto resúmenes como trabajos en extenso) cuyos propósitos y motivaciones se han venido desplazando, desde sus orígenes en el terreno de la aplicación de la matemática al terreno de la didáctica, planteando a la modelación como herramienta al servicio de objetivos pedagógicos, esto es, como un recurso para la enseñanza y los aprendizajes de las matemáticas.

Biembengut (op. cit., 2011) analiza 64 producciones de modelación matemática en la enseñanza media, referidas a prácticas de aula y ensayos teóricos, con base en cuatro principios, a saber, motivación, actividades, contenidos y, referencias y consideraciones. Desde este análisis distingue tres concepciones de modelación matemática: como método de enseñanza y de investigación, como alternativa pedagógica de la matemática y como ambiente de aprendizaje.

Por su parte Blomhøj (2004) clasifica las 15 ponencias presentadas en el Grupo de Trabajo 21 de ICME 11, en las seis aproximaciones que distinguen Kaiser y Sriraman (2006) a saber:

Realista, que recurre al ciclo de modelación para analizar prácticas o problemas de la vida real;

Contextual, que pone el foco en estimular actividades de modelación;

Enseñanza aprendizaje matemático, centrada en el diseño y análisis de tareas de modelación con respecto a intencionalidades particulares para el aprendizaje estudiantil;

Epistemológica, que refiere al modelo realístico de la matemática y a la aproximación de la teoría antropológica de lo didáctico;

Cognitiva, que usa la estructura de los procesos de modelación para identificar las habilidades cognitivas necesarias para modelar una situación;

Socio-crítica, cuyo eje lo constituye la potencia formadora de la modelación para la reflexión, la crítica y el empoderamiento de los estudiantes.

Aravena y Caamaño (2009) en nuestro país mencionan que habría hasta esa fecha una desatención al trabajo de modelos y aplicaciones en la enseñanza obligatoria. Aravena, Caamaño y Giménez (2008) abordan esta problemática entendiendo a la modelación como una alternativa pedagógica (que denominan modelaje) que se constituye en una herramienta potente, para formar el pensamiento globalizado y expresar ideas, como lenguaje de comunicación, creadora de modelos. Consideran que mediante la modelación se desarrollan ciertas capacidades "cognitivas, metacognitivas, y de formación transversal, así como un desempeño eficiente en el uso de conceptos y procesos matemáticos". Desde esta postura, modelar es representar matemáticamente con una función a una situación o fenómeno.

La modelación como registros de representación semiótica

El ámbito de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el desarrollo y los análisis de actividades fundamentales como la conceptualización, el razonamiento matemático, la resolución de problemas, entre otras. Para comunicarlas y propiciarlas se recurre a varios medios de expresión (o registros) de distinta índole concurriendo también el lenguaje cotidiano y figuras.

Un registro se constituye por signos en su más amplio sentido: trazos, símbolos, íconos… que se asocian de forma interna y externa; de manera interna según lazos y pertenencias de una misma red semántica; y de manera externa según se transite desde un registro a otro.

Duval (1999) plantea que el estudiante muestra aprendizajes cuando transita entre los registros semióticos matemáticos tabular, algebraico y geométrico.

En el área de las ciencias se recurre también a tres tipos genéricos de registros, a saber: registro gráfico, asociado a una representación en el plano cartesiano; registro algebraico, vinculado con expresiones algebraicas de distinta índole; y el registro tabular, asociado con datos pareados.

El tránsito entre registros no se hace de manera automática, a menos que se entienda la vinculación existente entre los propios registros en cuestión. En esta perspectiva se viene intencionado la comprensión intra-matemática de sus vinculaciones.

Surge la modelación en su propio mérito cuando se incorporan los procesos naturales, la physis, inaugurando los procesos de estudio de fenómenos, disciplina de investigación y desarrollo que funda a la modernidad, desplazando la especulación medieval a la empírea galileana y dando nacimiento a la ciencia moderna.

Duval remite su referencia a la vinculación de los registros de representación entre sí. Sin embargo, en el ámbito escolar, es fundamental no sólo explicitar unas relaciones matemáticas entre registros sino que también dar al estudiantado la posibilidad de constituirlos en herramientas que incorporen en sus modos de actuar con el medio. Sin este importante proceso, los educandos "almacenan" un conocimiento de tipo "especulativo" que se olvida cuando el proceso de evaluación termina.

Una Modelación Matemático-Aplicada

Con base en la experiencia vivida por uno de los autores de este estudio en el "Taller de modelación para futuros profesores de matemáticas" (en dependencias de CIAE del 30 al 31 de mayo de 2014) se distingue otra visión de modelación.

La consigna inicial solicitó la decisión grupal acerca de si el Metro de Santiago debiese mantener o no las vías intermedias en horas de mayor afluencia de público.

Se advirtió una desventaja en el grupo: el hecho de que de sus cuatro integrantes, la mitad no estaba familiarizado con el medio de transporte capitalino por residir en regiones. A ellos se les explicó detalles que un usuario conoce por experiencia propia. Una segunda desventaja es la que reporta Villa-Ochoa (2012) referida a que el grupo no contó de inicio con una comprensión homogénea de la visión de modelación que los organizadores esperaban. Quien suscribe sugirió al grupo el siguiente camino: 1) encontrar qué variables, tanto internas como externas, influyen en el sistema implementado; 2) de alguna manera descartar variables que se consideren poco importantes o que no influyen de manera significativa al fenómeno; y, finalmente, 3) vincular dichas variables para conformar una respuesta, fundamentada principalmente en la estadística inferencial.

Este tipo de modelación inicia con una abstracción de la realidad de una situación (fenómeno) que se "limpia" de variables, pasando el estudio a centrarse en lo matemático. Ello requiere de un amplio repertorio de herramientas matemáticas de las que se dispone a la manera de un ingeniero. Resta pendiente una transposición didáctica desde este enfoque matemático-aplicado, hacia libros de textos y planes de estudio oficiales que sorteen deslizamientos que se vienen constatando. Entre estos la fusión entre modelación y función y el desplazamiento de la actividad de modelar al ejercicio de aplicar "la fórmula" de una función.

Modelación-con-vivencia

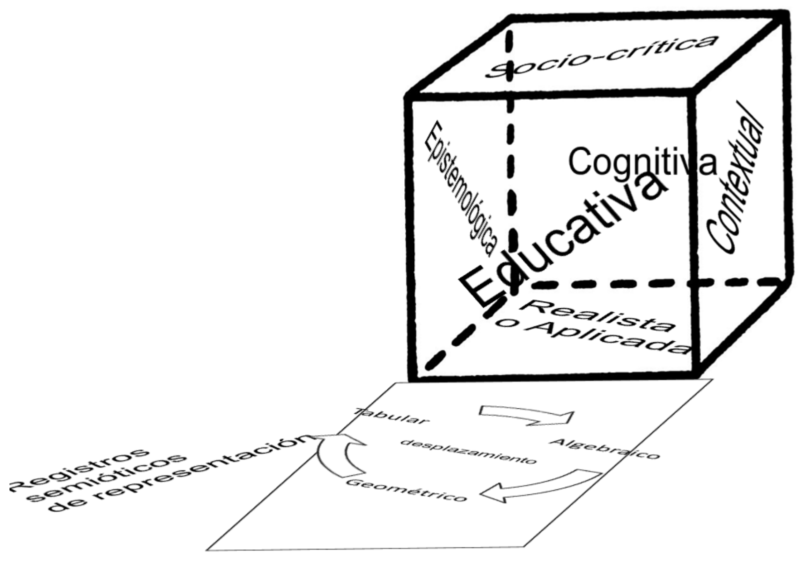
Se identifica a la modelación como una práctica recurrente en diversas comunidades, ya que en la práctica el modelo no existe de forma independiente a la actividad humana. Arrieta y Díaz (2014) reportan que autores como Lave (1988) y Walkerdine (1988) ya hace un par de décadas detectan una profunda separación de los contenidos tratados en la escuela y su vinculación con el medio. Es tan profunda esta separación que el profesorado habla de "abordar problemas de la vida real" cuando se proponen aplicaciones en la vida cotidiana, como si la matemática no tuviese ninguna relación con la realidad (cfr., op. cit., 2014).

Sin embargo, este esfuerzo por vincular la matemática con el entorno no ha sido facilitador del conocimiento, sino por el contrario, esta opción ha llevado a crear situaciones artificiales, proporcionando propiedades y comportamientos que los fenómenos no poseen.

En palabras de Alsina (2007) esta situación corresponde a una realidad inventada, esto es, a realidades ficticias, maquilladas como situaciones aparentemente posibles. A menudo incluyen datos o medidas equivocadas, conduciendo a creencias falsas e induciendo errores inadmisibles. Alsina (op. cit.) en su clasificación de las realidades presentes en las situaciones de los libros de texto de matemáticas, distingue entre inventadas, falseadas y manipuladas, inusuales, caducas, lejanas, ocultas y no adecuadas.

En Brasil existe una tradición que incorpora la modelación matemática al campo de la educación desde los años setenta. Así mismo, en México, la socioepistemología ha proporcionado a la modelación una perspectiva regional latinoamericana. Se trata entonces, de tender puentes entre la matemática y lo cotidiano.

Kaiser y Siraman (2006) Reportan seis visiones o perspectivas de la modelación donde la vinculación con el medio hace posible dar cuerpo a los registros semióticos reportados por Duval.



Esquema 1. Registros semióticos – Modelación

2.3 Marco Conceptual del Estudio

Para finalizar esta sección, se enuncian ciertos conceptos claves que se han usado en el desarrollo de este estudio:

1.- Modelación: la entenderemos como una práctica de articulación de dos entidades, para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo. Arrieta y Díaz (2014). Adicionalmente, Cordero (2006) afirma que la modelación es, en sí misma, una construcción del conocimiento matemático que trasciende al objeto de estudio.

2.- Pensamiento variacional: este concepto es aplicable a una de las vías posibles para la organización del conocimiento y, asimismo, se postula y define una de las formas de interacción con el mundo. (Varela, 2000).

3.- Socioepistemología: Una aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfan, 2003).

4.- Figurar: Prácticas de construcción e interpretación de una figura de entidades -ostensibles y no ostensibles- que se distinguen en un fenómeno de variación. (Carrasco, 2013)

5.- Espacio epistémico de figuración: construir e interpretar figuras de fenómenos de variación, ponen a cada estudiante en interrelación compleja con el ambiente, con una figura y con un fenómeno. Se conforma un espacio epistémico de figuración que es a la vez operacional, experiencial y perceptual (Correa, 2011).

6.- Lo lineal: Se considera como la red de modelos matemáticos con fenómenos. Se caracteriza por una razón de cambio en el modelo tabular, una pendiente en el modelo gráfico y un coeficiente de la variable en primera potencia en el modelo analítico algebraico (Contreras, 2013).

7.- Lo cuadrático: Se considera como la red de modelos matemáticos con fenómenos. Se caracteriza e identifica por una razón de la razón cambio en el modo tabular, un comportamiento parabólico en el modelo gráfico y un coeficiente de la variable dependendiente a la segunda potencia en el modelo analítico algebraico (Arrieta, 2003).

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

Este estudio valida científicamente un diseño didáctico que provee una alternativa de enseñanza para la comprensión de lo cuadrático en el marco de las bases curriculares (2013).

Su metodología sigue una espiral recursiva de sucesivas aplicaciones de versiones de un diseño didáctico guiada por la pregunta orientadora.

Las preguntas emergen del análisis a los desarrollos estudiantiles de cada versión, a la manera de una investigación acción (Lewin 1946; Kemmis 1988; Molina 2006).

3.1 Enfoque y metodología

El enfoque de la indagación suscribe un paradigma cualitativo. Se aborda un aspecto proactivo de la enseñanza con base en un diseño didáctico y sus tres rediseños consecutivos, siguiendo un itinerario de validación interna de los rediseños, para así llegar a constituir un diseño didáctica, que propicie la enacción[4] (Varela, 1990) de elementos precursores de lo cuadrático en los desarrollos estudiantiles.

A este tipo de estudios Molina (2006) denomina investigación de diseño y experimentación. En este marco de investigación de diseño y experimentación, el estudio que se presenta sigue una metodología de investigación guiada por una pregunta orientadora (Díaz y Soto, 2014).

3.2 Universo y muestra

El universo de esta investigación es el estudiantado de enseñanza media de la región metropolitana.

[4] Este concepto es aplicable a una de las vías posibles para la organización del conocimiento, y asimismo la enacción postula y define una de las formas de interacción con el mundo.

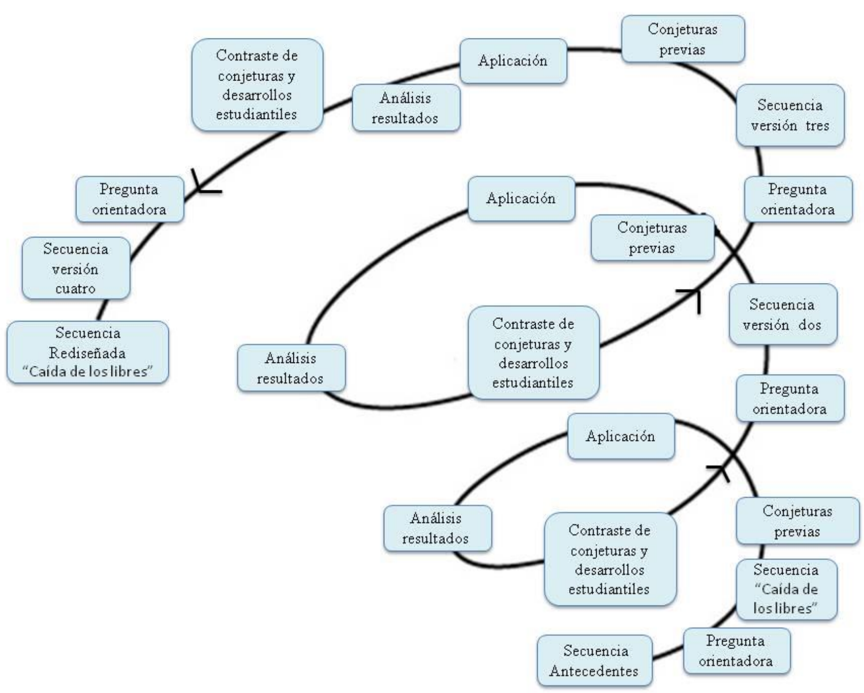
Se tuvo acceso a tres colegios particulares subvencionados de la región metropolitana, de dos comunas urbanas y una urbano-rural, con 705, 1500 y 1600 estudiantes respectivamente. Las tres unidades educativas ofrecen enseñanza pre-básica, enseñanza básica y enseñanza media científico-humanista.

Los autores de esta investigación implementaron los diseños en cada establecimiento.

La muestra se conforma por equipos de dos estudiantes, de cursos de enseñanza media, totalizando 120 estudiantes, provenientes de los tres establecimientos.

3.3 Fundamentación y descripción del diseño

El estudio sigue una espiral recursiva de sucesivas aplicaciones de versiones de un diseño que aborda aspectos de la enseñanza para los aprendizajes de lo cuadrático desde la pregunta orientadora ¿Qué entendimientos precursores de lo cuadrático se despliegan cuando se desarrolla un diseño didáctico con base en modelación de la caída de los graves?



Esquema 2. Espiral recursiva

3.4 Descripción del diseño

Cada bucle de la espiral recursiva de aplicaciones (esquema 2) considera:

secuencia antecedente → secuencia i-ésima versión → conjeturas previas → aplicación → análisis de resultados → contraste de conjeturas y desarrollos estudiantiles → rediseño secuencia.

Esquema 3. Composición de cada bucle.

El bucle siguiente inicia con el rediseño o versión i+1 del diseño.

La espiral recursiva del estudio comienza con una entrevista de entrada enfocada a la apreciación de las matemáticas fuera del colegio y dentro de éste. Con base en esos datos previos de los estudiantes y el diseño matriz del diseño de Arrieta y Díaz (2014) se levanta un diseño "Caída de los libres" para responder a la pregunta orientadora. Enseguida se elaboran conjeturas previas a esta primera versión del diseño. Se aplica y se transcriben de modo pormenorizado los desarrollos de los estudiantes disponiéndolos en tablas con las dimensiones *reactivo* versus *desarrollos estudiantiles*. Se analizan las respuestas de los estudiantes tanto desde la sensibilidad teórico-conceptual del estudio como desde la pregunta orientadora, estableciendo un primer conjunto de elementos precursores de lo cuadrático. Se rediseña esta primera versión del diseño, procediendo con las fases de un bucle (esquema 3). El estudio implementa tres de estos bucles.

3.5 Los instrumentos empleados

(Anexo 1, Anexo 2)

El conjunto de cinco instrumentos del estudio se aplicó en el período que va desde enero de 2014 hasta julio del mismo año.

Instrumento Encuesta (Anexo 3)

Tiene por objetivo obtener información de las percepciones y opiniones acerca de las matemáticas y su uso, tanto escolar como cotidiano y de la clase de matemáticas. En orden a visualizar configuraciones de prácticas socioescolares que vienen vivenciando los estudiantes. Según reporta Contreras (2013) prácticas socioescolares más o menos tradicionales no propician la emergencia de herramientas significativas para la vida del estudiante dentro y fuera de la escuela. Particularmente, del uso de la matemática en lo cotidiano.

Instrumento Diseño "Caída de los libres"

"En este experimento investigaremos la altura de un edificio en función del tiempo de caída de un objeto...

En un viaje a Italia, usted visitó la torre de Pisa junto a su familia. Pero en un instante, mientras subía los peldaños, se preguntó a qué altura se encontraría del suelo. Para ello, soltó varias piedras pequeñas a medida que ascendía y anotó los siguientes datos"

El proyecto de inicio corresponde a un diseño didáctico basado en modelación tomado del modelo de Arrieta y Díaz (2014). Se presenta un fenómeno con relación a lo cuadrático como es la caída de una piedra desde la torre de Pisa. El diseño presenta una tabla con los datos tiempos y desplazamientos obtenidos durante la caída de la piedra. La actividad implicada en este diseño lleva a los estudiantes, entre otras, a:

- Dibujar
- Conjeturar
- Predecir

- Numerizar

- Figurar

Los estudiantes se desplazan desde el modelo tabular al modelo algebraico en torno al fenómeno de caída libre.

Este diseño posee algunos elementos que pudiesen influir en el desarrollo del mismo, como por ejemplo, el mito de la torre de pisa, ya que Galileo Galilei no subió a dicha torre para estudiar la caída libre, sino que le llevo un proceso de largos años, establecer la covariación de tiempos y desplazamientos como cuadrados de esos tiempos.

Por otro lado, el grado de inclinación de la torre de pisa con respecto a la horizontal, puede desviar la atención a conceptos trigonométricos conocidos por los estudiantes.

Las preguntas se diseñaron en torno a un polo modélico (tabla de datos) sin considerar un desplazamiento inverso, es decir, sólo se dieron tiempos y se preguntó por alturas.

Pregunta orientadora versión 2: ¿Qué entendimientos precursores de lo cuadrático se despliegan cuando se desarrolla un diseño didáctico con base en modelación de la caída de los libres?

Instrumento Diseño Versión 2

Desde la azotea de un edificio en construcción, una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos).

Con un software especial, la persona obtuvo la siguiente tabla: tiempo de caída (en segundos) y desplazamiento de la piedra (en metros).

En este diseño se incorporó que los estudiantes figuraran el fenómeno, ya que ellos tenían que interpretar la situación. Con ello también pondrían en escena elementos de su entorno socio-cultural. Además, se actualizaron las preguntas intercalando consultas de tiempos junto con consultas de distancias.

Esta segunda aplicación se desarrolló por equipos de trabajo, buscando favorecer la colaboración, el conflicto sociocognitivo y el desarrollo de ideas, entre otros aspectos (cfr. Contreras, 2014).

En cuanto al modelo algebraico, se pidió generalizar el tiempo para cualquier desplazamiento.

Se incorporó el modelo gráfico para figurar la caída libre en las dimensiones de *tiempo* versus *distancia*, incluyendo a la predicción como herramienta en este modelo.

Se incorporó esquemas en dónde los estudiantes coordinan la altura del edificio, sus diferentes modelos, los parámetros y sus formas de predicción.

Pregunta orientadora versión 3: ¿Qué elementos precursores de lo cuadrático se evidencian desde los modelos tabular, algebraico y gráfico para predecir?

Instrumento Diseño Versión 3

Desde un piso de un edificio en construcción,

una persona suelta una piedra

(Con los debidos resguardos) cayendo está a la superficie.

Con un software especial quiere determinar la altura que lleva el edificio y se obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).

Se explicitó el modelo en el cual se trabaja, incorporando títulos al inicio de cada sección, para facilitar su elaboración del esquema final.

Se incorporó planos cartesianos graduados para graficar, de forma que no afectase la proporción elegida en el gráfico *distancia* versus *tiempo*.

Se incorporó la razón de cambios en tablas de razones de incrementos de tiempo respecto de incrementos de distancia, pidiendo sus valores. Es importante observar que se constantificaron los incrementos de tiempo a un segundo (Díaz, 2008).

Posterior a ello, se incorporaron tablas de razón de razón de cambio para ambas variables; esto para favorecer la cercanía al modelo algebraico.

Se pidieron tres gráficos: *distancia-tiempo*, *razón distancia-tiempo* y *razón de rapidez- tiempo*, para que los estudiantes develen el comportamiento de tres relaciones y así propiciarles itinerarios al modelo algebraico.

Pregunta orientadora versión 4: ¿Qué elementos precursores de lo cuadrático se constituyen a través de la razón de cambio y la razón de la razón de cambio que favorecen a la predicción desde los modelos algebraico, gráfico y tabular?

Instrumento Diseño versión 4

Desde un piso de un edificio,

una persona suelta una piedra

(Con los debidos resguardos) cayendo ésta a la superficie.

Con un software especial se determina la altura que lleva el edificio y se obtiene la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).

En este re-diseño se suprimió la palabra “en construcción” ya que en algunos diseños de la figuración del fenómeno el foco se centra en el edificio en construcción y no en la caída de la piedra.

Instrumento Rediseñado “Caída de los libres”

Neil Amstrong, previo a su descenso en la luna, realizo el siguiente experimento: Dejó caer

una piedra desde el Apolo 11 cuando este se encontraba a 81m de la superficie lunar.

Con un software especial Amstrong obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).

Con el rediseño final de “Caída de los libres” se plantea el desplazamiento entre los modelos tabular, algebraico y gráfico en un nuevo contexto de caída, la superficie lunar propiciando un desplazamiento entre las redes de modelos de ambos diseños. De este modo se descentra la red del fenómeno de ambos contextos para constituir “lo cuadrático” por parte de los estudiantes.

Pregunta orientadora versión 5: ¿Qué herramientas precursoras de lo cuadrático constituyen un diseño de enseñanza con base en modelación de la caída de los libres en dos contextos?

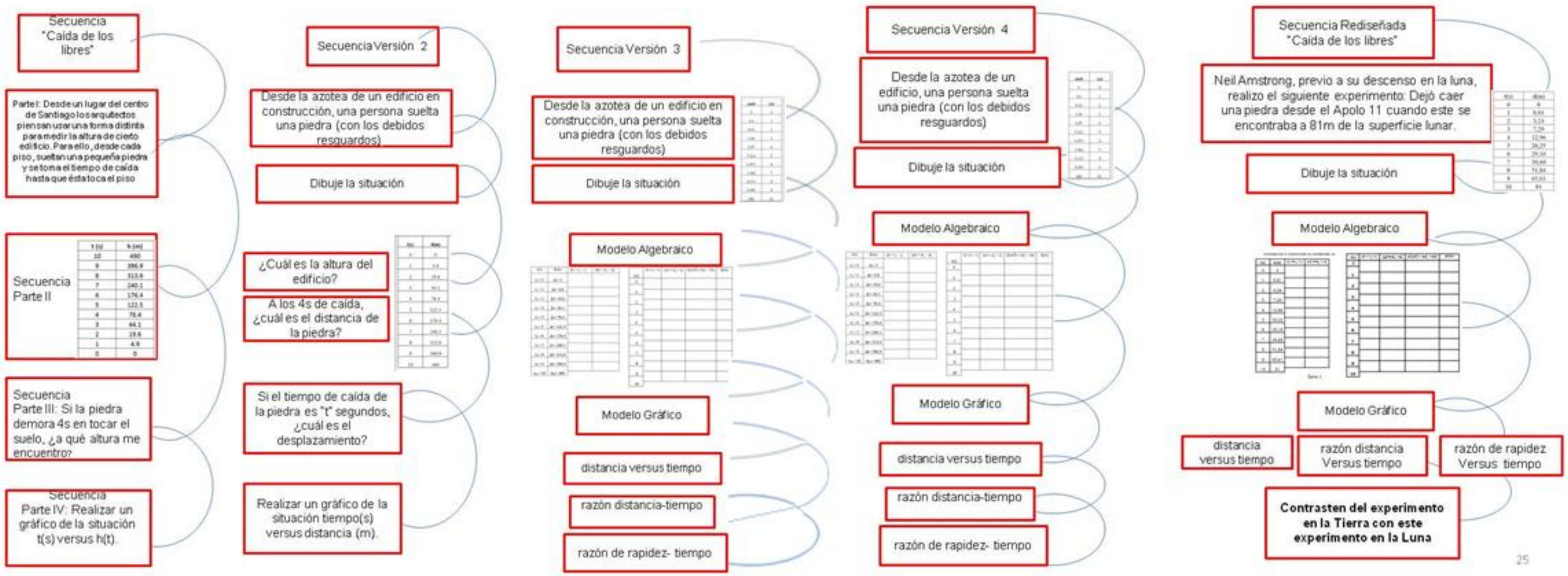


Figura 4. Diseño y rediseños

3.6 Validez y confiabilidad cualitativa

La validez que presenta este estudio es interna. Este modo de validar es usado por más de treinta años por la ingeniería didáctica. Se orienta a validar el cuerpo de conocimientos acerca del objeto de investigación que pone en escena el equipo del estudio. Así el contraste pone en tensión los saberes que dan base a cada diseño con los despliegues estudiantiles, informando una distancia con los propósitos del diseño y por ende, con los saberes de los investigadores. Cada rediseño aporta una mejor aproximación al objeto de estudio.

Tomando en consideración el enfoque cualitativo de la investigación, se recurre a tres estrategias para certificar la validez del estudio:

- Triangulación de espacio: tres establecimientos educacionales de tres sectores distintos de la región metropolitana.

- Niveles combinados de análisis: análisis a nivel individual y a nivel grupal.

- Distintos investigadores: tres investigadores y la profesora guía.

En cuanto a la confiabilidad interna del estudio cualitativo pretende verificar el grado de semejanza entre el contexto de los investigadores y el contexto de los sujetos del estudio, contraste entre conjeturas previas y análisis de los diseños desarrollados por los estudiantes. Para ello utilizamos cuatro instrumentos:

- Descriptores de bajo nivel inferencial: los discursos presentes en las encuestas y diseños didácticos.

- Varios analistas: tres investigadores abocados al estudio de los discursos de los diseños.

- Revisión por otros analistas: análisis provenientes del proceso de evaluaciones formativas del Seminario de Grado y de la profesora guía.

- Datos registrados automáticamente: audios e imágenes del diseño tomado como antecedente.

CAPÍTULO IV

RECOGIDA DE LA INFORMACIÓN

4.1 Recogida de la información (Anexo 1)

A partir de los instrumentos aplicados desde enero a la fecha a diversos estudiantes de 3 colegios particulares de la región metropolitana, se procede a recoger la información recopilada, para posteriormente ser analizada.

4.1.1 Las etapas y lo que se efectuó en cada una de ellas

Fase 1: Encuesta de entrada

La encuesta de entrada se aplicó a un curso de tercero medio, cuya finalidad es saber que perspectiva tienen los estudiantes de la matemática, su utilidad, su valoración, la valoración del profesor y la mirada que ellos tienen de la clase de matemáticas.

Fase 2: *Aplicación de diseño 1*

Este primer instrumento fue aplicado a cuatro estudiantes en enero 2014, sin entregar información sobre lo que versa la actividad y la finalidad de este.

Fase 3: *Aplicación de diseño 2*

Esta nueva aplicación se realizó a estudiantes de enseñanza media, cuya finalidad era que los estudiantes figuraran el fenómeno de la caída de una piedra.
Se incorporó al diseño el modelo tabular, modelo algebraico y modelo gráfico del fenómeno.

Fase 4: *Aplicación de diseño 3*

En este rediseño se suprimió la frase "en construcción", ya que los estudiantes se preocupaban de figurar la situación de un edificio en construcción y no centraban la atención en el fenómeno la caída de una piedra.

En este nuevo diseño se incorporaron títulos para cada modelo del fenómeno, además de ello se entregó a los estudiantes planos cartesianos graduados en los cuales se les solicitó a los estudiantes realizar tres gráficos: *distancia-tiempo, razón distancia-tiempo* y *razón de rapidez- tiempo*

Luego de ello se les solicita a los estudiantes elaborar esquemas que coordinen los tres modelos.

4.2 Facilitadores y obstaculizadores

El principal facilitador de la recogida de la información es el hecho de que el profesor docente a cargo de la asignatura no tuvo inconveniente en ceder las clases al investigador para realizar las actividades sin intervención de éste y ningún otro integrante de la comunidad educativa.

Durante la toma del diseño 3 el principal facilitador de la recogida de la información es que el investigador corresponde al profesor de la asignatura, por ende los alumnos trabajaron como si fuese una clase más, sin cuestionar la finalidad de realizar dicha actividad.

Los alumnos estaban dispuestos a participar de las actividades de forma consiente sin pedir nada a cambio, estos trabajaron a conciencia.

Durante el desarrollo del estudio se presentaron diversos obstáculos que se mencionan a continuación:

1. El primer diseño fue aplicado a un grupo muy reducido de estudiantes, ya que se hizo en el mes de enero durante vacaciones escolares.

2. Una de las clases en las cuales fue tomado un diseño fue interrumpida por operación deyse donde luego de realizada los estudiantes quedaron en recreo y muchos no habían alcanzado a terminar.

3. Las clases orientadas a la intervención no fueron continuas, es decir, la aplicación de los diseños fueron a largo plazo.

4.3 Análisis de la información

Procedimientos

El procedimiento utilizado para el análisis de los datos es de tipo cualitativo y corresponde a una codificación abierta, esto quiere decir, consiste en atribuir categorías o conceptos a porciones del material bien circunscriptas y que presentan una alta unidad conceptual.

"proceso analítico por medio del cual se identifican los conceptos y se descubren en Ios datos sus propiedades y dimensiones" (Corbin y Strauss, 2002, p.110)

Las variables

La pertinencia de establecer las variables se deben a la existencia de características en torno a la matemática en el aula, y del diseño didáctica que se desarrollará en el aula.

Estas son variables exógenas que intervienen como se mencionó anteriormente:

1. Conjeturas previas

2. Contraste de respuestas con conjeturas previas

3. Figurar

4. Comprobar / verificar

5. Predicción

6. Modelación

7. Valoración de la matemática

8. Utilidad de la matemática

9. Importancia de la matemática.

10. Percepción de la clase de matemática

11. Conformidad con el aprendizaje en matemática

12. Valoración de la metodología utilizada por el profesor de matemática

13. Modificación de la clase de matemática

14. Valoración del descubrimiento

CAPÍTULO V

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

5.1 Análisis de los desarrollos de los estudiantes

El análisis de los desarrollos estudiantiles se informa de acuerdo al último diseño tomado en aula. A partir de los análisis a los desarrollos del primer diseño "Caída de los Libres", se levantan sucesivamente tres re-diseños que persiguen orientar trayectorias de los estudiantes hacia lo cuadrático y se presenta un diseño final con la extensión del fenómeno en la superficie lunar.

Aunado a una encuesta aplicada, surgen textualidades y respuestas recurrentes, las cuales indican ciertas tendencias en sus respuestas, permitiendo que puedan ser categorizadas.

Enseguida se aborda un análisis de contenido de una selección de los discursos vertidos en los instrumentos aplicados. La selección se hace con base en los objetivos y la sensibilidad teórico-conceptual del estudio.

Las categorías y análisis permiten configurar elementos precursores de "lo cuadrático" presentes en los desarrollos estudiantiles.

Es importante mencionar que no todos los equipos de estudiantes contestan a todas las preguntas, así como también hay equipos de estudiantes, que si bien entregan una respuesta, esta resulta ser ilegible. También existen aquellas respuestas que solicitan ingentes esfuerzos a los investigadores para su interpretación, por enunciar ámbitos fuera del contexto en un primer análisis de las mismas.

El objetivo de incluir una encuesta de entrada a los estudiantes fue vincular dos variables que, a opinión de los investigadores, influyen en el aprendizaje y apropiación de los contenidos que se tratan en clases. Estas variables son motivación inicial que tienen los estudiantes hacia el aprendizaje de matemática, correlacionado a las respuestas que entregan en los reactivos que se aplicaron.

Cabe destacar que el instrumento fue respondido por cursos donde los investigadores del estudio realizan clases y a quienes posteriormente fueron participes del diseño.

5.2 Análisis de la encuesta

Valoración de la matemática

En relación a la pregunta uno: "¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?" los estudiantes indican a través de sus respuestas una aceptación o valoración positiva, intermedia o negativa.

Valoración Positiva

Diecinueve estudiantes tienen una valoración positiva hacia la matemática. Esta aproximación surge a partir de que sus respuestas son categóricas al momento de referirse a ellas.

Algunas de las respuestas más relevantes son: "si, me gustan porque son fáciles"; esta respuesta afirma que el gusto por las matemáticas está ligado a que los estudiantes les resultan factibles y es posible que tengan mejor calificaciones en el subsector.
Una de las respuestas que se destaca por su significancia y relación con el objetivo es: "me gustan porque son entretenidas", aquí los estudiantes dejan entrever que el gusto hacia ellas es que ven las matemáticas de forma optimista. Además, se infiere que los estudiantes catalogan de "entretenido" cierto contenido cuando se produce un cierto nivel de comprensión. Luego, confrontarse con un nuevo ejercicio o problema es más motivante cuando las experiencias previas han sido exitosas.

Otra respuesta significativa es: "me gustan porque sirven para todo", aquí los estudiantes reportan que el gusto por las matemáticas se debe a que en la vida diaria las matemáticas son "un conocimiento en forma de acción". Este se aprende y se construye "en", "a través de" y "como parte de" las actividades cotidianas, de un modo consciente o inconsciente. (Arrieta, 2014)

Valoración Intermedia

Siete estudiantes tienen una valoración intermedia hacia la matemática, esto se ve reflejado en sus respuestas.

Algunas de las respuestas más relevantes son: “más o menos, porque algunas materias son muy difíciles”, “solo la matemática básica, era más bonita, ahora hay muchas cosas que no sé y no sirven para nada”, “me gustan pero solo las que son fáciles”.

La primera respuesta alude a que solo gustan las matemáticas cuando resultan significativas, es decir, si se genera una apropiación de los contenidos y no existen vacíos conceptuales ni teóricos que permiten a los educandos comprender los contenidos de forma homogénea.

La segunda respuesta alude a la belleza de las matemáticas cuando los estudiantes evidencian una aplicabilidad en la vida cotidiana, sino es útil *no es bonito*.

La tercera respuesta tiene relación con la complejidad de las matemáticas, el estudiante menciona que le agrada cuando para él son de fácil comprensión.

Valoración Negativa

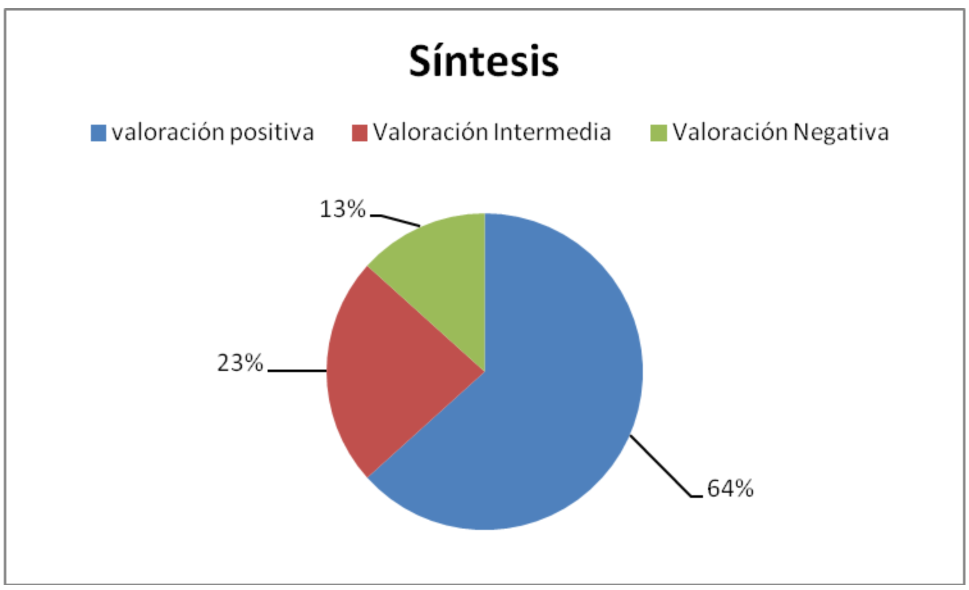
Cuatro estudiantes tienen una valoración negativa hacia la matemática, esto se ve reflejado en sus respuestas ya que son tajantes al decir que no le gustan las matemáticas.

Algunas de las respuestas más relevantes son: “no me gustan porque me aburren”, “no me gustan porque son difíciles”, “no me gustan porque no me va bien, y me deprime”.

La primera respuesta menciona lo poco atractivas que le son las matemáticas, cuando las metodologías pasan a ser monótonas y no generan interés por el descubrimiento autónomo.

La segunda respuesta alude a una dificultad de las matemáticas, que tiene como trasfondo la *concadenación*, que se refiere a que al igual que en una cadena, si un eslabón está dañado los sucesivos presentan dificultad al unirse. En las matemáticas lo podemos observar cuando no se tiene apropiación de un contenido básico, el contenido superior que le sigue generará una complejidad particular.

La tercera respuesta posee características que se evidencian en el estudio de Herrera y Maldonado (2001) donde se expone que mayores niveles de fracaso determinan un mayor nivel de depresión, al mismo tiempo evidencian que la depresión se conduce a un estilo cognitivo específico, caracterizado por una visión negativa de sí mismo, del mundo y del futuro, y en esta respuesta se observa una visión negativa del conocimiento.



Utilidad de la matemática

En relación a la pregunta dos: "¿En tu vida cotidiana fuera del colegio utilizas matemáticas?" Es de interés de esta pregunta es dar cuenta si los estudiantes relacionan las matemáticas con lo cotidiano.

Afirmación positiva

Veintiséis estudiantes presentan una afirmación positiva en cuando a la utilidad de las matemáticas, y aseguran que es indispensable para todo. Esto se ve reflejado en algunas de las respuestas: “si, porque se usan para todo”, “si, porque las necesitare para la carrera que quiero estudiar”, “si para comprar”.

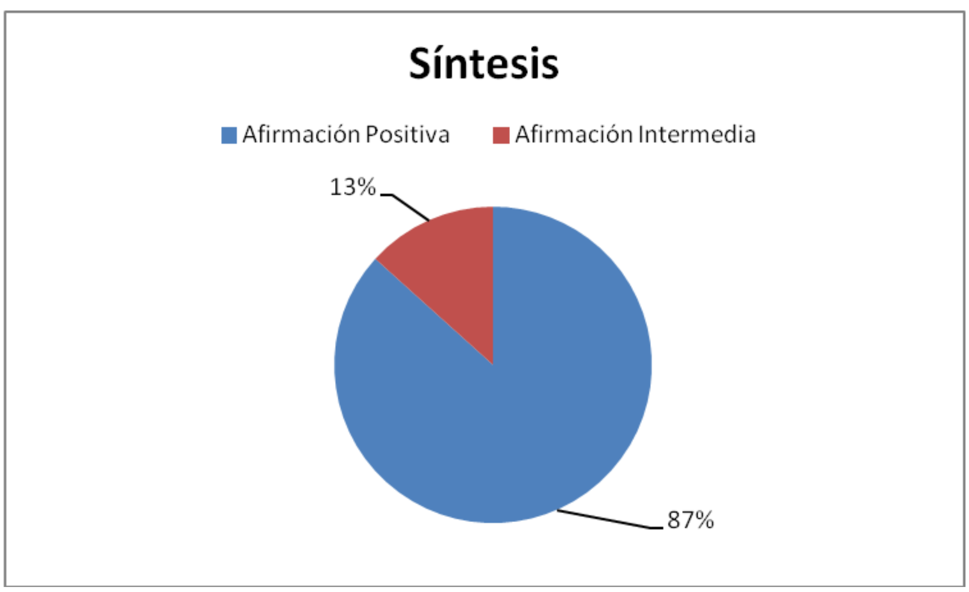
La primera respuesta muestra que los estudiantes reconocen la utilidad de la matemática para la vida.

La segunda respuesta muestra que los estudiantes valoran la matemática por su beneficio académico futuro.

Afirmación intermedia

Cuatro estudiantes tiene una afirmación intermedia acerca de la utilidad de la matemática fuera del colegio, y se debe a su respuesta: “un poco, solo la matemática básica, suma, resta, multiplicación y división”.

Un grupo de estudiantes evidencia la utilización de la matemática elemental en la vida cotidiana, deduciendo que existe “otra matemática” que no se utiliza en la cotidianidad.



Valoración del descubrimiento

La octava pregunta: ¿Te gusta descubrir cosas o prefieres que el profesor vaya guiando tu procedimiento?

Fue elaborada con la intención de dar a conocer la preferencia de los estudiantes en cuanto al descubrimiento por exploración de las matemáticas.

Valoración positiva

Cinco estudiantes tienen una valoración positiva acerca de aprendizaje por descubrimiento. Esto se ve reflejado es sus respuestas.

Algunas de éstas son: “me gusta descubrir cosas, es más entretenido”, “prefiero descubrirlas pero me es difícil hacerlo”

La primera respuesta alude al interés y motivación que genera en el estudiante el aprendizaje por descubrimiento, no así en las clases de matemática donde se produce recurrentemente un fenómeno didáctico denominado “Efecto Topaze” en donde el profesor facilita la respuesta implícitamente.

La segunda respuesta evidencia que el aprendizaje por descubrimiento se vuelve complejo al ser poco utilizado, ya que las acciones que son recurrentes se vuelven más simples al ponerlas en práctica con el tiempo.

Valoración intermedia

Ocho estudiantes tienen una valoración intermedia acerca del aprendizaje por descubrimiento, ya que consideran ambos tipos de aprendizajes.

Algunas de las respuestas más recurrentes son: “depende, solo pido ayuda a la miss cuando tengo dudas”, “depende, aunque generalmente es lo mejor aprender uno solo, el profesor también está para ayudar”.

La primera respuesta evidencia que el aprendizaje requiere tanto de autonomía como de soporte por parte del docente, el cual cumple un rol de apoyo frente a los cuestionamientos que genera el contenido.

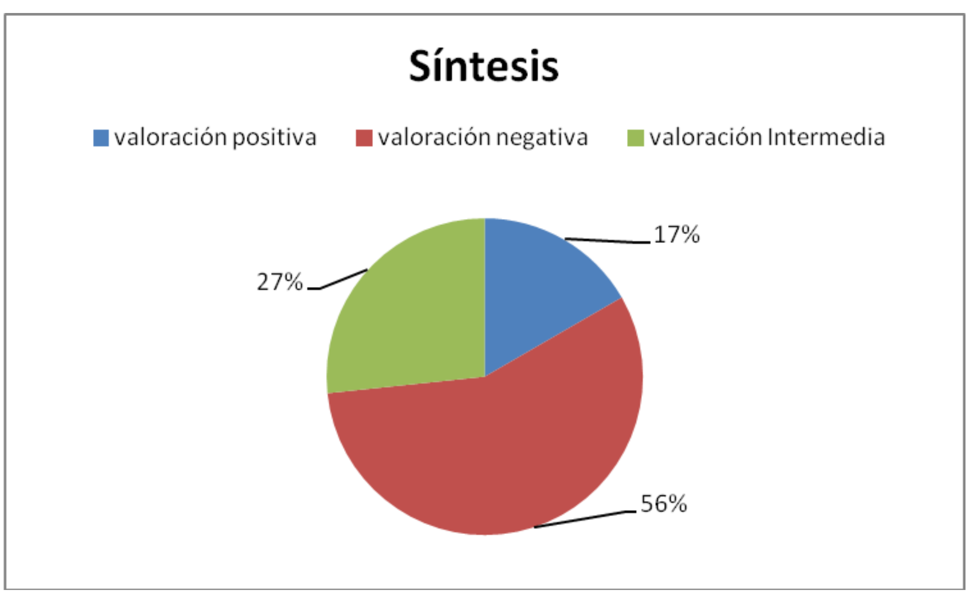
La segunda respuesta evidencia una valora ambos tipos de aprendizaje. Se reporta una conciencia de que el rol del profesor es facilitador del conocimiento.

Valoración negativa

Diecisiete estudiantes tienen una valoración negativa acerca del aprendizaje por descubrimiento, ya que se genera una dependencia a las respuestas guiadas.
Algunas de las respuestas más relevantes son: "que me vaya guiando porque así me aseguro de estar haciendo bien los ejercicios", "que me vaya guiando el procedimiento porque es más fácil".

La primera respuesta tiene relación con la seguridad que el profesor le transmite al estudiante al guiar el aprendizaje, lo que denomina como algoritmatización, en donde el profesor busca una forma de facilitar su contenido, en términos de enseñanza, dando una secuencia fija para resolver el problema, sin tener conciencia del conocimiento adquirido, mecanizando el aprendizaje.

La tercera respuesta reporta la comodidad a la que se acostumbró el estudiante, ya que descubrir presenta pasos no establecidos.



5.3 Conjeturas Previas del Reactivo

1.- Dibuje la situación.

El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes figuren el fenómeno de la caída de una piedra desde un edificio. Se conjetura que harán sus figuras desde sus experiencias, repertorio operacional y campo perceptual dimensiones que los configuran como sujetos epistémicos al decir de Carrasco, Díaz y Buendía (2014).

2.- Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.

Se espera que los equipos de estudiantes escojan la figura más representativa del fenómeno. Se piensa que el criterio de elección considerará a la figura que posea más detalles y una composición que les haga más sentido.

3.- Describa con sus palabras el experimento.

Se espera que los estudiantes describan el fenómeno en sus propias palabras, distinguiendo las magnitudes de tiempo y distancia recorrida que involucra el fenómeno narrado.

4.- A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es la distancia de la piedra?

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla. Se espera que los estudiantes reconozcan la tabla como una herramienta que expresa datos que varían juntos y busquen en ella la distancia correspondiente a los cuatro segundos transcurridos, recurriendo entonces a la tabla como herramienta que informa de colecciones de datos en covariación.

5.- Si la distancia de la piedra es de 396.9 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla. Se espera que los estudiantes reconozcan a la tabla como una herramienta que expresa datos que varían juntos y busquen en ella la distancia correspondiente a los cuatro segundos transcurridos, recurriendo entonces a la tabla como herramienta que informa de colecciones de datos en covariación.

6.- Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla de incrementos. Se espera que los estudiantes reconozcan las diferencias como valores de covaración y busquen en ella el tiempo trascurrido cuando la piedra recorre 19.6 metros (4.9 más 14.7). Otra posibilidad es que se recurra a proporciones directas, que se refieran o no a la regla de tres u otra heurística.

7.- De acuerdo a la pregunta anterior ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla de incrementos. Se espera que los estudiantes reconozcan los valores de la tabla como elementos de covariación. Otra posibilidad es que los estudiantes utilicen proporción directa, referidas o no como regla de tres.

8.- Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?

Este dato se obtiene directamente de la tabla de incrementos. Se espera que los estudiantes sumen las distancias requeridas y busquen el resultado en la tabla de incrementos. Por otro lado, existe la posibilidad de que los estudiantes sumen los incrementos de tiempo sin prever una relación de covariación. Se espera además, que utilicen en la predicción proporciones directas, referidas o no como regla de tres.

9.- Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos ¿Cuál es la distancia?

Este dato no aparece explícitamente en la tabla. Se conjetura que los estudiantes lo predigan utilizando los incrementos entre tiempo dos y tiempo tres. Por otro lado, se conjetura que los estudiantes utilicen proporciones directas para obtener el valor deseado, referidas o no como una regla de tres.

10.- Si Δd es 24.5 metros ¿Cuál es la distancia que ha recorrido la piedra?

Se conjetura que los estudiantes, para encontrar el valor pedido, sumen los valores de las diferencias de tiempo. Junto con ello, se estima que los estudiantes utilicen proporciones directas para obtener el valor pedido, referidas o no como una regla de tres.

11.- Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el Δd ?

Este dato se obtiene de forma directa de la tabla. Se espera que los estudiantes asocien la dualidad de los valores y se considere una covariación conjunta y correspondiente de los datos. Se conjetura además, que los estudiantes sumen los valores de diferencias de tiempo. Por otro lado se estima que estudiantes relacionen el valor que se encuentra en T_8

12.- Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el Δd ?

Este dato no se obtiene de forma directa, por lo que se requiere que los estudiantes utilicen la tabla como predictora de los valeres, considerando que los valores covarían. Se conjetura que los estudiantes utilicen proporción directa referida o no a la regla de tres simple. Adicionalmente, se conjetura que se puede tomar el valor de Δd en T_9, dividirlo en dos, y sumarlo al valor de T_8.

13.- Con los datos anteriores completen la tabla a la derecha de diferencia de las diferencia, considerando a $\Delta[\Delta d]$ como la diferencia de las diferencias de distancias.

Se conjetura que los estudiantes, al completar la tabla 3, comprendan la simbología de diferencias reforzada con un enunciado y llenen los recuadros en blando. Se conjetura que recuperarán la distancia de la primera tabla.

14.- Si el tiempo de caída es 3,4 s ¿Cuál es la distancia de la piedra?

Este no es un dato que se pueda obtener directamente de la tabla. Se requiere que el estudiante prediga utilizando los valores que se han utilizado con anterioridad. La finalidad de esta pregunta es determinar cómo los estudiantes se acercan al modelo algebraico de lo cuadrático, considerando la dificultad que presenta este objetivo, se piensa que ellos recurrirán a lo lineal, en algunos casos utilizando la razón de la razón como pendiente, es decir, $4{,}9 \cdot t$ ó $9{,}8 \cdot t$.

15.- Si el tiempo de caída es 5,18 s ¿Cuál es la distancia de la piedra? Expliquen cómo lo obtuvieron

Este no es un dato que se pueda obtener directamente de la tabla. Se requiere que el estudiante prediga utilizando los valores que se han utilizado con anterioridad. La finalidad de esta pregunta es determinar cómo los estudiantes se acercan al modelo algebraico de lo cuadrático, considerando la dificultad que presenta este objetivo, se piensa que ellos recurrirán a lo lineal, en algunos casos utilizando la razón de la razón como pendiente, es decir, $4{,}9 \cdot t$ ó $9{,}8 \cdot t$.

16.- Si el tiempo de caída de la piedra es "t" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada de la distancia para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

La finalidad de esta pregunta es determinar cómo los estudiantes se acercan al modelo algebraico de lo cuadrático, considerando los valores obtenidos en las preguntas precedentes. Se piensa que ellos recurrirán a lo lineal, en algunos casos utilizando la razón de la razón como pendiente, es decir, $4{,}9 \cdot t$ ó $9{,}8 \cdot t$. Otra posibilidad es que consideren los datos obtenidos en las preguntas anteriores, los vinculen con los datos expresados en la tabla dada y expresen, por inspección, algún esbozo de la fórmula requerida que satisfaga dichos valores.

17.- Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular la distancia a los 3 y 5 segundos.

Se conjetura que se utilizará la fórmula definida en la pregunta anterior, remplazando los valores pedidos, y se responda. Por otro lado, es posible que se utilice proporción directa, remitiéndose a un comportamiento lineal. Otra posibilidad es que se obtenga a través de puntos medios con los datos tomados de la tabla.

18.- Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.

Se conjetura que los estudiantes utilicen esta pregunta para verificar si los valores obtenidos con anterioridad son correctos o no y así poder hacer cambios en el registro algebraico determinado.

19.- A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión general?

Se espera que a través de comparación de datos, se reformule la ecuación encontrada o se dé luces de su formulación adecuada. Por otro lado, se conjetura que algunos equipos no harán cambios a su ecuación por diversos factores.

20.- Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.

Se conjetura que los estudiantes ubiquen los datos de la tabla de valores en el plano cartesiano dado. Se conjetura que no tendrás mayores dificultades en la ubicación de puntos; puede que se ubiquen de manera inversa, es decir, coordenadas cambiadas.

21.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Se conjetura que se mencione "parábola" o, si se realizó un trabajo en base a un pensamiento proporcional o lineal se espera que se mencione "línea recta" o similar. Por otro lado, como se aplicó a un segundo año de enseñanza media y no se ha considerado de manera formal lo cuadrático, los estudiantes quizás mencionen “línea curva” o similares.

22.- Pongan un nombre a su figura.

Se conjetura que los estudiantes identifiquen la curva graficada con una parábola. Así, por ejemplo, se podría mencionar “línea curva”, “línea ascendente”, o nombres bajo este mismo enfoque. Se espera, también, que se asocie a otro comportamiento como el lineal.

23.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Se conjetura que los estudiantes identifiquen la curva graficada con una parábola. Así, por ejemplo, se podría mencionar “línea curva”, “línea ascendente”, o nombres bajo este mismo enfoque. Se espera, también, que se asocie a otro comportamiento como el lineal.

24.- Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado. Expliquen cómo lo hicieron.

Se conjetura que los estudiantes usen el modelo gráfico como forma de predicción. En este sentido, se conjetura que verifiquen la diada (x,y) con los valores pedidos, identificando cada coordenada con su valor correspondiente. Además, se espera que se utilice la tabla de valores como forma secundaria de verificación por parte de los participantes.

25.- Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro.

Se espera que los estudiantes recurran a la tabla dos para realizar la gráfica. Se conjetura que ubiquen los pares ordenados obtenidos de la tabla.

26.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Se espera que los estudiantes determinen que han obtenido una curva, ya sea que se denomine "curva ascendente" o directamente "parábola".

27.- Pongan un nombre a su figura.

Se conjetura que los estudiantes identifiquen la curva graficada con una parábola. Así, por ejemplo, se podría mencionar "línea curva", "línea ascendente", o nombres bajo este mismo comportamiento creciente. Se espera, también, que se asocie a otro comportamiento como el lineal.

28.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Se espera que los estudiantes determinen que la curva es una parábola o curva. Otra posibilidad es que mencionen que se trata de una curva ascendente u otro nombre asociado a este comportamiento creciente.

29.- ¿Cómo calcularías Δd *a los 9,5s utilizando la gráfica?*

Se espera que los estudiantes ubiquen el tiempo 9,5 s, entre los 9 y 10 segundos, correspondiendo a él un punto en la variable de distancias. Se conjetura que utilicen proporciones directas o puntos medios como herramienta para obtener el valor requerido.

30.- Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ *(m) (tabla 3).*

Se espera que los estudiantes realicen la gráfica al unir los puntos obtenidos en la tabla 3, organizando proporcionalmente el grafico. Esto último es de vital importancia ya que se conjetura que dispongan de los datos de manera tal que coincida con una línea recta. Por ello es que se eligió un plano cartesiano cuadriculado previamente.

31.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Se espera que los estudiantes obtengan una recta paralela al eje tiempo. Otra posibilidad es que se fuerce la gráfica a una parábola, inducido por las gráficas anteriores.

32.- Pongan un nombre a su figura

Se espera que los estudiantes identifiquen a la figura como una recta constante. Otra posibilidad es que mencionen que se trata de una curva ascendente, parábola u otro nombre asociado a este comportamiento creciente.

33.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Se espera que los estudiantes reconozcan la figura como una recta que permanece constante en el tiempo. Otra posibilidad es que mencionen que se trata de una curva ascendente, parábola u otro nombre asociado a este comportamiento creciente.

34.- ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ *a los 2,5s utilizando la gráfica?*

Se espera que los estudiantes unan puntos de la gráfica, ubicando el 2,5 (entre los segundos 2 y 3) y le correspondan el punto en la variable de distancia.

35.- Si se ha seguido construyendo el edificio, modificando la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?

Se pretende que los estudiantes revisen la gráfica obtenida en la pregunta 20 y observen que sucede al aumentar la altura, dándose cuenta que la gráfica no varía solo se extiende. Respondiendo a esta pregunta "nada".

36.- Si se modifica la cantidad de tiempo de caída ¿Cambia la expresión algebraica?

Si los estudiantes han logrado predecir la expresión se pretende que observen que el tiempo no modifica esta expresión, ya que es la variable independiente.

37.- Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?

Se conjetura que los estudiantes revisen la gráfica obtenida en la pregunta número veinte y observen que sucede al aumentar el tiempo, reportando que la gráfica, no varía solo se extiende por más tiempo.

38.- Elabore un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.

A lo largo del diseño se ha trabajado con tres modelos que se les ha indicado a los estudiantes, de acuerdo a Arrieta y Díaz (2014) a través de esquemas dialogan los dominios real, pseudo-concreto y matemático para los educandos. Se pretende que los estudiantes logren vincular los esquemas con el fenómeno a través del desplazamiento realizado entre ellos: que logren identificar la predicción realizada en modelo tabular, algebraico y gráfico.

39.- Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

Siguiendo con la conjetura anterior, se pretende que elaboren un esquema donde unan los tres modelos con lo cuadrático a través de sus predicciones.

5.4 Análisis de Desarrollos

(Ver anexo 4)

(1) Dibuje la situación, y

(2) Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.

En un primer análisis se observa que un equipo figura la piedra con velocidad. Once equipos de quince incorporan trayectoria de la piedra durante su caída. Siete equipos dibujan desde la azotea de un edificio. Tres equipos figuran la piedra con cierto ángulo de su velocidad inicial. En un equipo la figura está centrada en el entorno y no en la caída de la piedra (ver Fig.5)

Desde la perspectiva de sus experiencias, repertorio operacional y campo perceptual se observa que se figura la situación aunada a un contexto, donde en algunas ocasiones el fenómeno a estudiar se pierde en medio del detalle que agregan los estudiantes. A pesar de ello, se observa que la mayoría de los participantes comprenden el propósito del experimento en cuanto a las variables que asocian a la figura.

Desde la perspectiva de herramientas, argumentos y metáforas de base se observa que en el espacio de figuración se asocian elementos como el tiempo y la distancia recorrida por la piedra, a veces en forma de datos vinculados como diada y otras veces como una secuencia de imágenes propias de un cómic, plasmadas en una sola figuración.

En la primera parte del diseño se observa la acción del lenguaje en un enunciado que los estudiantes figuran para dar cuenta del experimento narrado.

Comprenderemos como *figura* al conjunto de líneas que dibujan, en dos dimensiones, aspectos ostensibles y no ostensibles[5] de un fenómeno y que se constituye en figuración de dicho fenómeno cuando sus elementos son significados como aspectos del mismo (Carrasco, Díaz y Buendía, 2014).

En una primera etapa se presenta a aquellos que han figurado el fenómeno utilizando como sinónimo de “lanzar la piedra” a “dejar caer la piedra”. Dotan de una trayectoria curva a la piedra. Se destaca en F1 la figuración de la trayectoria de la

[5]Que puede manifestarse o mostrarse: claro, manifiesto, patente.

piedra y lo oscuro de ella junto a la persona, dejando como forma al fenómeno y de fondo al edificio (cfr., op. cit., 2014).

En Fig.2 la trayectoria de la piedra se figura al realizar dos tomas de esta caída, y en Fig.3 la trayectoria no es segmentada como en los casos anteriores sino unidos, notándose de fondo los aspectos no ostensibles de la situación.

Fig.1

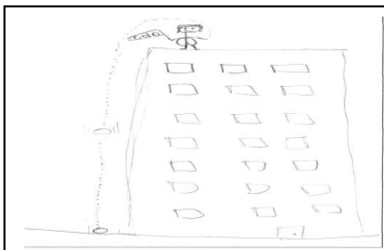


Fig.2

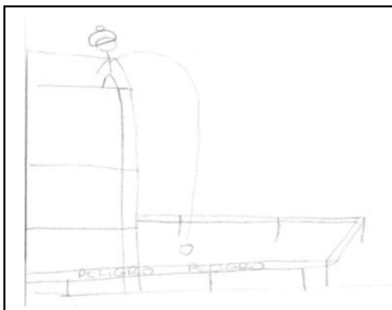


Fig.3

En una segunda etapa se presentan figuras en las cuáles el enunciado “edificio en construcción” generó un desvió del fenómeno, tomando como eje principal la construcción y no la caída de la piedra (ver Fig.4). Concurren a las figuraciones elementos socioculturales entre los detalles de un edificio en construcción.

En Fig.4 se observa de forma real la situación de construcción, con personas trabajando en cada etapa de la construcción del edificio, perdiendo claridad la caída de la pelota.

En Fig.5 si bien se figura la construcción está es de forma de comics perdiendo realidad pero aun así la caída de la piedra se observa con claridad al dar énfasis aumentando el tamaño de la persona que la deja caer, notando la trayectoria con una flecha hacia abajo.

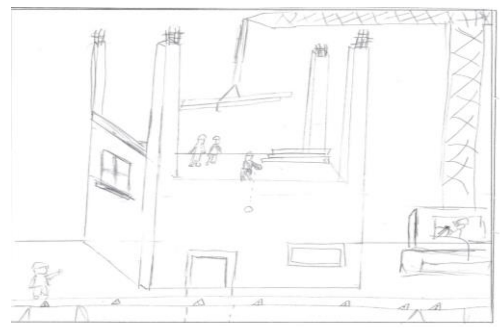


Fig. 4

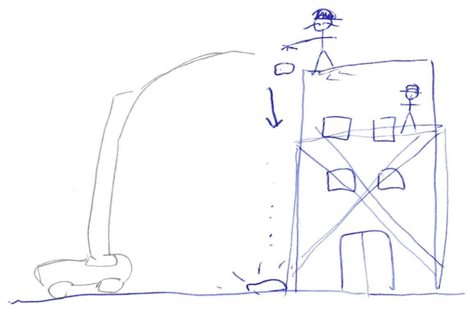


Fig. 5

En un tercer grupo se tiene a aquellos estudiantes que figuraron el fenómeno sin elementos del entorno o contexto, donde el enunciado se figura en los dibujos, dejar caer una piedra.

En Fig.6 se figura a la piedra con lineas rectas simulando que va con movimiento y como un dibujo, asomándose la persona que la deja caer desde una ventana.

En Fig.7 se figura el movimiento con flechas hacia abajo y como comic a la persona que la deja caer desde una ventana.

En Fig.8 se observa dos caídas de piedras, una desde la parte superior del edificio, tenue la figura, y otro desde un piso donde la piedra va perdiendo claridad al caer.

En Fig.9 se figura a la piedra con movimiento y en etapas con flechas.

En Fig.10 la piedra no se figura cayendo pero se destaca y se escribe ara ubicar a la piedra, similar a Fig.11 donde no se observa la figuración la trayectoria de caída pero de forma oscura se dibuja la pidra y se logra ver que es dejada caer.

En Fig.12 y Fig.13 se deja caer la piedra y se figura con trayectoria en lineas segmentadas.

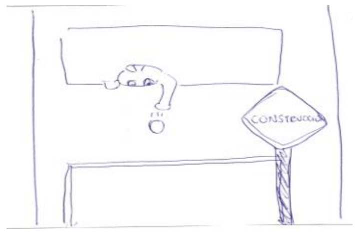


Fig.6

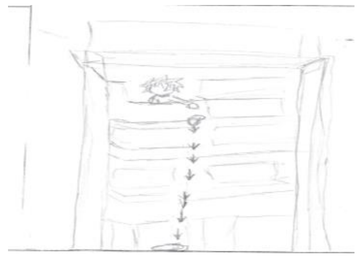


Fig.7

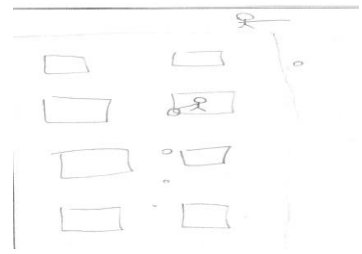


Fig.8

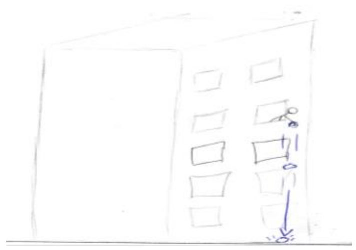


Fig.9

Fig.10

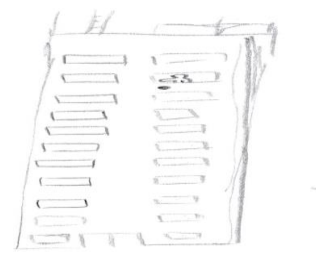


Fig.11

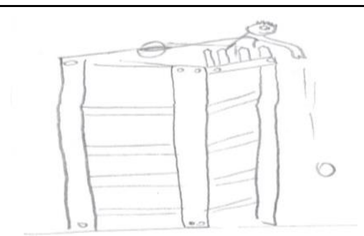


Fig.12

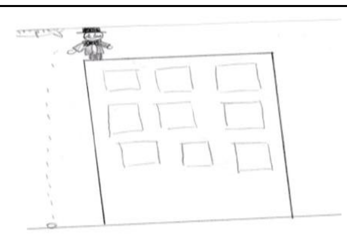


Fig.13

Se asienta en las figuras Fig.2, Fig.5, Fig.8, Fig.9 que figuran la trayectoria de la piedra como elemento variacional. Las sintaxis de las figuras ostentan elementos del cómic ya que en el mismo escenario ilustran varias escenas en una. En particular se llama la atención a observar la figura nueve, ya que expone elementos ostensibles de un comportamiento cuadrático. La traza que figura el equipo distingue un desplazamiento mayor en el mismo intervalo de tiempo indicado por una flecha más alargada.

3.- Describa con sus palabras el experimento

Dos equipos dejan en blanco esta pregunta. Un equipo que describe el experimento de “dejar caer la piedra” le imprime un impulso inicial, esto es, *no la deja caer*. Los restantes doce equipos describen el experimento centrándose en la actividad de determinar la altura que tiene el edificio, consultando la distancia recorrida por la piedra en el tiempo total de caída, informados en la tabla inicial.

4.- A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es la distancia de la piedra?

Trece equipos responden 78,4 metros. Dos equipos cambian la pregunta y responden en relación a la altura del edificio, el experimento está centrado en las distancias recorridas por la piedra en los tiempos indicados en la tabla inicial. Gran parte de los equipos han ubicado los datos en la tabla. Lo que evidencia que la utilizan como herramienta para responder.

5.- Si la distancia de la piedra es de 396.9 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?

Todos los equipos responden 9 segundos. Los estudiantes utilizan los datos de la tabla para consultar el valor pedido.

Llenado de tabla 2:

Trece equipos completan de manera adecuada la tabla 2. Un equipo deja expresadas las diferencias sin calcularlas. Un equipo resta erróneamente. Dos equipos responden la tabla con la unidad de medida correspondiente. Se observa que los estudiantes resuelven correctamente el llenado de la tabla sin uso de calculadora. Los estudiantes comprenden el concepto de variación de distancias; se evidencian atisbos de pensamiento variacional en torno a la utilización de herramientas que entrega el diseño.

6.- Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?

Todos los equipos responden 2 segundos. De forma análoga a la pregunta anterior, se utiliza la tabla como medio para consultar el valor pedido. Se reportan las mismas características evidenciadas en la pregunta anterior.

7.- De acuerdo a la pregunta anterior ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?

Trece equipos responden 1 segundo. Dos equipos responden 2 segundos. Se observa que los estudiantes consultan los valores de la tabla con el dato pedido. La diferencia está en que los trece equipos iniciales hacen alusión a lo que se demora la piedra en recorrer 14,7 metros desde el segundo anterior; los otros dos equipos hacen mención desde cuando se soltó la piedra en el edificio, es decir, el tiempo total de caída de la piedra.

8.- Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?

Doce equipos responden tres segundos. Dos equipos responden dos segundos. Un equipo responde cinco segundos. Se verifica que el estudiantado hace uso de la tabla para obtener el valor. Se observa que doce equipos responden considerando el tiempo inicial desde que se soltó la piedra, mientras que los equipos que responde dos segundos suman las diferencias acumuladas y los que responden cinco segundos a esta acumulación se le añade los tres segundos que indica la tabla en la columna t(s). Se reporta que los estudiantes no se apropian de la tabla, ya que no se hace una relación entre las diferentes columnas. Todas las columnas varían en función del tiempo de caída de la piedra y de la distancia recorrida por la misma. Sin embargo, los grupos consideran estos incrementos por separado.

9.- Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos ¿Cuál es la distancia?

Ocho equipos responden 31,85 metros. Dos equipos responden 71,85 (sin unidades). Dos equipos responden 24,5 metros. Un equipo responde 22,05 metros. Dos equipos responden 19,6 metros.

En esta pregunta se observa más heterogeneidad en las respuestas. Ello pudiera deberse a que presenta un grado de dificultad mayor. Desde apropiarse de una covariación expresada en dos columnas de valores a trabajar covariación de cuatro columnas de valores. Enseguida, utilizar la tabla como herramienta de predicción.

Debido a que es un dato que se encuentra entre valores de la tabla, algunos equipos utilizan proporciones directas o regla de tres para obtener el valor.

Por otro lado se observa que dos equipos no consideran las unidades de medidas del valor obtenido, situación que genera problemáticas con otros sub-sectores de aprendizaje como por ejemplo, ciencias químicas o ciencias físicas (cfr. Díaz, 1998).

10.- Si Δd es 24.5 metros ¿Cuál es la distancia que ha recorrido la piedra?

Siete equipos responden 44,1 metros. Tres equipos responden 24,5 metros. Un equipo responde 19,6 metros. Dos equipos responden 68,6. Un equipo responde 63,7 metros. Un equipo responde 29,2 metros. Este dato se obtiene directamente de la tabla.

Los estudiantes deben adicionar las distancias anteriores al valor dado y verificar el valor correspondiente que coincide en la tabla.

Siete equipos responden de forma correcta. Los restantes equipos no adicionan los valores anteriores, sino que expresaron el valor directo de la tabla. Otras trayectorias indican la distancia anterior a la pedida. Esto indica que los estudiantes no se han apropiado de la tabla y ello hace que su lectura sea confusa, no pudiendo utilizarla incluso cuando se solicita valores directos de ella.

11.- Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el Δd *?*

Trece equipos responden 73,5 metros. Dos equipos responden 313,6 metros.

En esta pregunta es necesario consultar la tabla 3. Trece equipos lo hacen y responden consideran el dato de tabla para responder. Los otros dos equipos obtienen su respuesta al sumar todas las diferencias de distancias hasta el tiempo ocho. Como se conjeturó, esto se realiza ya que se piensa que la operación en análoga a la anterior pregunta.

12.- Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el Δd *?*

Tres equipos responden 46,6 metros.

Dos equipos responden 46,45 metros.

Tres equipos responden 83,2 metros.

Un equipo responde 9,8 metros.

Un equipo responde 85,75 metros.

Un equipo responde 98 metros.

Un equipo responde 88,2 metros.

Un equipo responde 93,1 metros.

Un equipo responde 443,45 metros.

Un equipo responde 399,05 metros.

En esta pregunta se aprecia mayor diversidad de respuestas estudiantiles, ya que el valor pedido no se puede obtener de forma directa de la tabla. Es necesario, entonces, predecirlo apoyado en la tabla articulada al experimento discursivo.

Se aprecia que algunos estudiantes recurren a proporciones directas; otros se apoyan en valores que se han obtenido en preguntas anteriores y adicionan el *delta d* que hacía falta. Otros equipos adicionan los valores anteriores, no considerando el noveno segundo. Un equipo recurre a puntos medios para obtener el valor. Cuando se pregunta por valores intermedios, los estudiantes recurren a una gama de herramientas, ya que aún no se formaliza la ecuación que permite obtener la distancia recorrida en base a tiempos. El objetivo del itinerario, es orientar hacia dicha ecuación y, en un marco de referencia mayor, al fenómeno de lo cuadrático.

Tercera Tabla

Todos los equipos responden de manera adecuada el $\Delta[\Delta d]$

Doce equipos recuperaron de manera adecuada la tabla de distancias

De estos doce equipos, seis se saltaron un dato con el objeto de cuadrar los datos de la tabla.

Un equipo no puso los últimos dos datos.

Dos equipos completaron la tabla sumando los $\Delta[\Delta d]$

Se observa aún no se comprende del todo las relaciones entre las columnas de la tabla y su sentido de covariación, por lo que se esperaba que algunos equipos tratasen de llenar toda la tabla. La toma de datos y recuperación de ellos se hace de forma que coincida igualmente en las dos tablas.

14.- Si el tiempo de caída es 3,4 s ¿Cuál es la distancia de la piedra?

Dos equipos no completan la tabla.

Tres equipos responden 60 metros.

Cinco equipos responden 49,98 metros.

Dos equipos responden 44,426 metros.

Un equipo responde 56,644 metros.

Un equipo responde 27,76 metros.

Un equipo responde 22,213 metros.

Se observa heterogeneidad en las respuestas. Se debe utilizar la tabla de valores como predictora del valor requerido.

Explicar cómo lo obtuvieron:

Seis equipos utilizaron regla de tres.

Dos equipos utilizaron proporciones directas.

Un equipo utilizó ecuación.

Un equipo utilizó proporción.

Un equipo utilizó aproximaciones.

Un equipo calculó la suma entre la tercera y cuarta distancia.

Un equipo utilizó multiplicaciones para responder.

Se observa que los equipos hacen uso de diversos recursos, ya que apropiase de tabla y hacer uso de ella de forma predictora de valores intermedios es una habilidad que se desarrolla desde la práctica. Algunas herramientas usadas hacen ver el fenómeno desde lo lineal. Un par de equipos recurre a una combinación interesante entre proporciones y aproximaciones, dando como resultado valores que se ubican entre dos datos que se pueden encontrar en la tabla. Un equipo utiliza una ecuación que obtienen al dividir el intervalo que se está trabajando en cuatro, de forma tal que se trabaje con 0,4 y 0,6 partes de unidad.

15.- Si el tiempo de caída es 5,18 s ¿Cuál es la distancia de la piedra?

Cuatro equipos responden 129,91 metros.

Dos equipos responden 122,59 metros.

Dos equipos responden 60,91 metros.

Dos equipos no responden esta pregunta.

Un equipo responde 45,864 metros.

Un equipo responde 131,47876 metros.

Un equipo responde 76,146 metros.

Un equipo responde 8,2224 metros.

Un equipo responde 51,516 metros.

Explicar cómo lo obtuvieron:

Seis equipos utilizaron regla de tres.

Dos equipos utilizaron proporciones directas.

Un equipo utilizó ecuación.

Un equipo utilizó proporción.

Un equipo utilizó aproximaciones.

Un equipo calculó la suma entre la tercera y cuarta distancia.

Un equipo utilizó multiplicaciones para responder.

Se observa que los estudiantes se acercan al modelo cuadrático utilizando diversas formas. Una de las principales está referida a la utilización de proporciones, refiriéndose como regla de tres. También se observa la utilización de aproximaciones y recursos usados anteriormente como la división de la unidad convenientemente.

16.- Si el tiempo de caída de la piedra es "t" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada de la distancia para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

Cuatro equipos no responden esta pregunta.

Dos equipos responden $f(t) = 4{,}9t^2$

Dos equipos responden $+9{,}8$

Un equipo responde $\Delta d_i + d_f$

Dos equipos responden $t_2 - t_1$

Un equipo responde t

Un equipo responde $t > 2$

Un equipo responde utilizando una razón.

Un equipo responde $d(t) = (\Delta d - 9{,}8) + d_{(t-1)}$

La expresión geralizada trata de abstraer un tipo de proceder con operaciones y números que vincule las dos columnas fundamentales (*tiempo* y *distancia*) recurriendo a la primera columna fundamental (*tiempo*) y a las tres columnas derivadas para levantar una expresión generalizada que dé cuenta de la caída de la piedra.

Se observa que dos equipos obtienen una relación, guiados por las preguntas anteriores. Los restantes grupos hacen referencia al tiempo en otro tipo de expresiones. Se ha de notar que un equipo formula una relación algebraica entre distancia y tiempo. Dos equipos obtienen una relación cuadrática obtenida a través de comparaciones entre expresiones dadas y valores de la tabla. A modo de verificar, los grupos reemplazan en la ecuación y verifican los datos con los de la tabla, resultado coincidente. Para responder preguntas posteriores hacen uso de dicha relación encontrada. Sin embargo no queda tan clara la relación tiempo/distancia recorrida por la piedra, ya que se formula en base sólo al tiempo.

17.- Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular la distancia a los 3 y 5 segundos.

Cuatro equipos no responden esta pregunta.

Cinco equipos responden 44,1 y 122,5.

Tres equipos responden 19,6

Un equipo responde 54,3 y 53,9

Un equipo responde 78,4

Un equipo responde 29,6 y 49

En esta pregunta los estudiantes hacen uso de la relación algebraica que se obtuvo en la pregunta anterior, debido a ello, se obtienen una diversidad de respuestas. También es un dato que aparece en la tabla de forma directa, por lo que se espera que comprueben el valor obtenido. En concordancia con las conjeturas previas, se observa que algunas relaciones evocan un comportamiento lineal. Cuatro equipos utilizan proporciones directas o regla de tres. Dos grupos hacen referencia a la relación $4{,}9t^2$ utilizando la relación de tiempos cuadrados.

18.- Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.

Cinco equipos no responden esta pregunta.

Un equipo responde: “Los valores son diferentes ya que nos da el valor del segundo anterior”.

Un equipo responde: “Ya que aumenta más del doble”

Un equipo responde: “Si me da, lo juro”.

Un equipo responde: “Todos representan el tiempo, pero uno es más grande que todos es el T_2 después va T_1 y después T que es el menor de los dos”

Un equipo responde: “No hay diferencias, si semejanzas.”

Un equipo responde: “El valor de la expresión es igual al valor de la distancia”.

Un equipo responde: “Si se van sumando se forma el siguiente valor”.

Un equipo responde: “Son iguales”.

Un equipo responde: “Si se obtienen todos los valores”

Un equipo responde: “Hay semejanzas, los resultados de la expresión general son los mismos que los valores de la tabla”.

Como se observa, la pregunta dispone a los estudiantes a que contrasten los valores obtenidos con la tabla. Se obtienen resultados que condicen con los modos de operación anterior. Unos equipos verifican que los valores obtenidos usando la ecuación y los de la tabla son aproximados, o se encuentran en el intervalo adecuado, pero no coinciden exactamente. Otros verifican que les hace falta un tramo en el desplazamiento. Los equipos que trabajaron a través de expresiones cuadráticas verifican que el valor coincide con el de la tabla. El proceso de contraste es fundamental generar en los estudiantes un quiebre y un desplazamiento entre modelos, en los que trabajan la situación pensando que se trata de un comportamiento lineal. Cuando verifican que los valores no coinciden, se reformulan las ecuaciones. En torno a ello se plantea la siguiente pregunta.

19.- A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión general?

Ocho equipos responden que no cambia nada.

Cinco equipos no responden esta pregunta.

Un equipo responde: “Cambia Δd”

Un equipo responde: “Al resultado sumarle 9,8”

Las textualidades muestran que la pregunta generó cierto ruido en los participantes. A los que el valor no les resultó equivalente con los de la tabla, se vislumbra que la diferencia está relacionada con la distancia o los incrementos de distancia y lo explicitan. Como el ajuste no es tan evidente, se hace necesario utilizar tanto la ecuación como la tabla como verificación. Una tercera ayuda en forma de pregunta se entrega a continuación.

20.- Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.

Catorce equipos realizaron gráficos que representan curvas.

Un equipo realiza un gráfico lineal.

En diseños anteriores, la cantidad de gráficos lineales era mayor, sin embargo, en este re-diseño se incluyó un eje coordenado cuadriculado como herramienta para evitar la problemática de proporciones gráficas que no inciden en este estudio. Los participantes, inducidos por la idea de que el comportamiento es lineal, fuerzan las proporciones de la gráfica de tal manera que coincida con una línea recta. La ventaja de este nuevo diseño es que las proporciones están dadas y así la relación *tiempo/distancia* recorrida se grafica de manera adecuada, sirviendo como elementos precursor para que los estudiantes coordinen los tres modelos y así se llegue a lo cuadrático.

21.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Cinco equipos obtienen una curva, o mencionan que es una curva.

Siete equipos mencionan que es una parábola.

Un equipo menciona que "es una diagonal"

Un equipo menciona que "es un arco".

Un equipo menciona que "es una línea ascendente"

Como se observa, la gráfica ahora pasa a ser parte un elemento precursor, tanto para predecir valores que no aparecen en la tabla como para comprobar los mismos. En un primer momento, se pensó que muy pocos equipos mencionarían "parábola", ya que no es un contenido que en ese instante no se había analizado en clases, por encontrarse en la unidad previa de tercer año de enseñanza media. Sin embargo, están familiarizados con la denominación de la curva.

22.- Pongan un nombre a su figura.

Dos equipos mencionan que la curva se denomina parábola.

Un equipo menciona que se denomina hipérbola.

Un equipo menciona parabólica.

Un equipo menciona "vía ascendente"

Un equipo menciona "curva ascendente"

El resto de los equipos da otro nombre no relacionado con matemática vinculando el diseño a experiencias sociales asignando nombre propios o figuras semejantes a una curva como árboles, ramas entre otros.

23.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Cuatro equipos mencionan que se asemeja a una parábola.

Dos equipos mencionan que se asemeja a una curva.

Un equipo menciona una línea recta.

Un equipo menciona hipérbola.

Un equipo menciona que no lo recuerda.

Cinco equipos responden en otro contexto no matemático vinculando el diseño a experiencias sociales del entorno asemejando la figura a montañas, nubes, ramas entre otros.

24.- Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado. Expliquen cómo lo hicieron.

Un equipo responde 340	sin explicación
Un equipo responde 14,45 metros	no explica
Un equipo 313,6	sin explicación.

Un equipo responde 255,1	usando regla de tres
Un equipo responde 333,2	usando regla de tres.
Dos equipos responden 354,025	usando regla de tres.
Dos estudiantes responde 355,24	sacaron el promedio entre el valor 8 y 9
Un equipo responde 41,65 metros	restando las distancias y dividieron por dos
Un equipo responde 83,3 metros	sacando la media entre el segundo ocho y el segundo nueve.
Un equipo responde 375 metros	mirando los valores del gráfico.
Un equipo responde	sobresale del gráfico
Dos equipos responden 78,4	vieron donde se intersecta

Se aprecia que hay dos grupos de respuestas. Por un lado, se utiliza proporciones, regla de tres y puntos medios para obtener la respuesta. Esto nos informa que a pesar de haber graficado una parábola, los estudiantes intentan predecir usando herramientas propias de un comportamiento lineal. Por otro lado, al usar la gráfica como herramienta de predicción, se pone en acción el tránsito entre registros semióticos y el fenómeno mismo, a lo que Arrieta y Díaz denomina modelar el fenómeno.

25.- Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro. (Anexo 4)

Catorce equipos realizan gráfico lineal.

Un equipo no contesta.

Los estudiantes se presentan frente a un proceso de análisis del fenómeno, ya que se pretende que la utilización de gráficos acciones en ellos un proceso de contrastes de respuestas, además de intervenir de un modelo sobre otro.

26.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Dos equipos responden que es una recta perpendicular

Ocho equipos responden que es una recta.

Dos equipos responden dos triángulos.

Un equipo menciona que es una parábola.

Un equipo menciona que es una diagonal.

Un equipo no responde esta pregunta.

La mayoría de los equipos concuerdan en que trata de un comportamiento lineal. Se estimula que los participantes den cuenta de un cambio cuando se trata de graficar *tiempo* versus *diferencias de distancias*. Se pretende relacionar los diferentes comportamientos y así dar cuenta de una variación en los tres modelos estudiados y el fenómeno.

27.- Pongan un nombre a su figura.

Un equipo no responde esta pregunta.

Un equipo menciona recta perpendicular.

Un equipo menciona línea ascendente.

Un equipo menciona recta lineal.

Un equipo menciona recta.

Diez equipos mencionan otro nombre ajeno al lenguaje matemático.

28.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Dos equipos no responden.

Dos equipos mencionan que no se parece a ninguna.

Un equipo menciona que es una diagonal.

Un equipo menciona que es una parábola.

Cuatro equipos mencionan que es una línea.

Un equipo menciona que es una línea perpendicular.

Cuatro equipos responden de forma ajena al lenguaje matemático.

Se observa que la mayor parte de los equipos están relacionados con relaciones lineales, esto queda claro en los nombres que dan a la gráfica.

29.- ¿Cómo calcularías Δd a los 9,5s utilizando la gráfica?

Un equipo no contesta.

Cuatro equipos dan valores numéricos.

Cuatro equipos sacan el promedio entre 9 y 10 segundos.

Un equipo menciona que utilizaron regla de tres.

Cinco equipos ubican en el gráfico.

El gráfico se utiliza como herramienta predictora. Como se trata de un comportamiento lineal, es posible utilizar proporciones, regla de tres o puntos medios.

30.- Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ (m) (tabla 3).

Doce equipos realizan un gráfico de una función constante.

Un equipo dibuja un gráfico parabólico.

Un equipo dibuja un gráfico lineal.

Un equipo no responde la pregunta.

Los equipos ubican los puntos correspondientes como diadas de valores. Al igual que las relaciones anteriores, se quiere que los participantes las utilicen las como medio de comparación e inducción al fenómeno de lo cuadrático. Así mismo, vincular los tres registros con el fenómeno cotidiano.

31.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Un equipo menciona que es una curva ascendente.

Un equipo menciona que es una recta paralela al eje x.

Cuatro equipos mencionan que es una recta horizontal.

Cuatro equipos mencionan que es una recta.

Un equipo menciona que es una línea recta.

Un equipo menciona que es una recta ascendente.

Un equipo no responde esta pregunta.

Un equipo dice que es un rectángulo.

Un equipo no responde.

32.- Pongan un nombre a su figura

Un equipo no contesta.

Diez equipos no se remiten a lenguaje matemático.

Dos equipos mencionan que es una resta.

Un equipo menciona que es una paralela.

Un equipo menciona que es una curva.

Los equipos muestran un manejo en torno a lo lineal: ubicación de puntos en el plano cartesiano, unión de puntos y designación técnica de la gráfica.

33.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

Un equipo no responde

Un equipo menciona que no se parece a nada conocido.

Tres equipos mencionan que se parece a una recta

Un equipo menciona que se parece a una curva

Un equipo menciona que se parece a una línea horizontal.

Ocho equipos responden otras cosas ajenas al lenguaje matemático.

34.- ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ *a los 2,5s utilizando la gráfica?*

Un equipo no responde.

Seis equipos dan valores numéricos.

Tres equipos se apoyan en el gráfico.

Cinco equipos mencionan que se mantiene constante.

Los participantes utilizan la gráfica como herramienta de predicción, dando cuenta de una estrecha relación entre lo gráfico y lo tabular.

35.- Si se ha seguido construyendo el edificio, modificando la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?

Un equipo no responde esta pregunta.

Cuatro equipos mencionan que no cambia.

Cuatro equipos mencionan que cambia la distancia.

Dos equipos mencionan que cambia el tiempo.

Dos equipos mencionan que si cambia.

Un equipo menciona que cambia el tiempo y la distancia.

Un equipo menciona que cambia Δd .

36.- Si se modifica la cantidad de tiempo de caída ¿Cambia la expresión algebraica?

Un equipo no responde esta pregunta.

Siete equipos responde que si cambia.

Cuatro equipos mencionan que no cambia.

Un equipo menciona que la expresión sigue igual.

Dos equipos mencionan que cambia la figura.

37.- Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?

Seis equipos mencionan que no cambia.

Tres equipos mencionan que cambia la figura.

Tres equipos mencionan que cambia la distancia.

Un equipo menciona que es recta en vez de curva.

Un equipo menciona que se modifica la recta al unir los puntos.

Un equipo no responde.

38.- Elabore un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.

Cuatro equipos no responden a esta pregunta.

Seis equipos responden que se confeccionan gráficos parabólicos, constantes y lineales.

Tres equipos hacen mapas conceptuales de los modelos tabular, gráfico y algebraico, pero sin vincularlos entre sí.

Un equipo hace un dibujo nuevo desde un edificio.

Un equipo construye una tabla de valores.

39.- Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

Ocho equipos no contestan esta pregunta.

Seis equipos confeccionan un mapa conceptual.

Un equipo confecciona los gráficos por separado.

Estas últimas dos preguntas pretenden dar forma a la articulación de la vivencia de modelar, trayendo consigo el dipolo modélico (Arrieta y Díaz, 2014) potenciando la configuración de redes de estos mismos con el fenómeno.

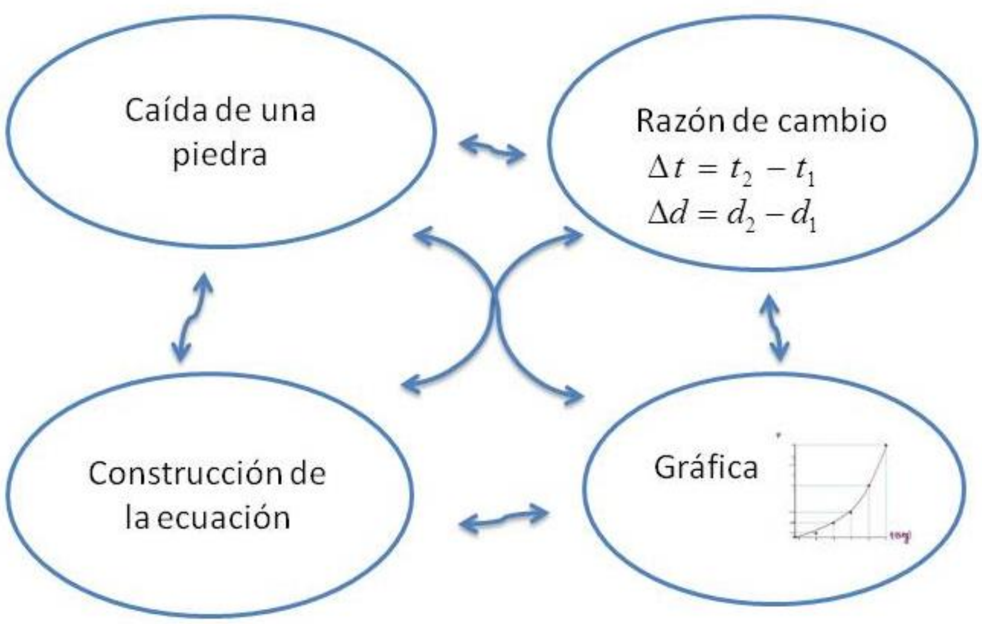


Figura 4. Red de modelos

CONCLUSIONES

En lo global, los estudiantes dan cuenta de regularidades, relaciones y covariaciones con base en su actividad con los diseños del estudio.

Entre las herramientas que utilizan los equipos de trabajo se encuentran las proporciones directas, la regla de tres, los puntos medios, los puntos medios de puntos medios en su actividad matemática con los diseños, pero se observa que a medida que avanzan en el desarrollo, se genera un desplazamiento a lo cuadrático inducido por los reactivos de éste. Lo anterior se produce al presentar la *razón de cambio* y la *razón de la razón de cambio* como herramienta predictora del fenómeno estudiando.

La experiencia de los estudiantes declara logros al relacionar tanto el modelo tabular como gráfico con el fenómeno, obteniendo en ambos la *razón de cambio* y la *razón de la razón de cambio*, logrando predecir desde ellos. De acuerdo al reporte de Arrieta y Díaz (2014) se evidencia la articulación del polo modélico tabular al fenómeno estudiado a través de los reactivos iniciales 3 al 5 del diseño, del polo modélico algebraico con los reactivos 6 al 19, del polo modélico gráfico con los reactivos 20 al 37. Los estudiantes modelan cuando predicen desde lo gráfico, lo tabular y lo algebraico, poniendo en escena con cada modelo elementos precursores de lo cuadrático, sin perder de vista la relación entre cada modelo y el fenómeno. Asimismo, vinculan la variación del parámetro central del modelo algebraico con las variaciones de los parámetros correspondientes de los otros modelos y con el fenómeno.

Lo anterior prueba que el diseño final favorece el entendimiento de lo cuadrático con base en modelación en tanto genera desplazamientos que vinculan el fenómeno y los modelos (cfr. Arrieta y Díaz, 2014). Cabe observar que el diseño presenta tablas con columnas de diferencias y diferencias de diferencias que evocan un proceso de diferenciación, si bien ello no se explicita para la actividad de los estudiantes, ellos trabajan con elementos diferenciales de forma implícita en los modelos tabular y gráfico. Con la salvedad de que se han constantificado los tiempos, estrategia usual en la actividad matemática (cfr., Díaz, 2008).

Esta parte del contenido del diseño muestra que este se propone estrategias complejas precursoras del pensamiento matemático superior. Propicia actividad matemática propia de procesos de entendimiento de cálculo universitario naturalizados en educación superior y que el diseño pone en escena en contextos de enseñanza media.

El estudio culmina aportando una extensión al diseño con el fenómeno en la superficie lunar cuyo objetivo pretende establecer una segunda red de modelos para lo cuadrático y de este modo, vía analogía, descentrar a los estudiantes de ambos fenómenos para culminar con su configuración de lo cuadrático (Arrieta y Díaz, 2014).

BIBLIOGRAFÍA

Acevedo, J. Contreras, C. (2013). *Modelando la elasticidad de un resorte*. Presentación hecha en Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME. Argentina.

Alsina, C. (2007). *Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV?* Revista Iberoamericana de Educación, n. 43, p. 85-101, 2007. Recuperado el 26 de julio de 2014 de http://www.rieoei.org/rie43a04.htm

Aravena, M; Caamaño, C. (2009). *Mathematical Models in the secondary Chilean education*. Monterrey, México.

Arrieta y Díaz (2014). *Una Perspectiva de la Modelación desde la Socioepistemología*. Artículo enviado a revista de corriente principal. Chile-México.

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis doctoral. México.

Biembengut, M. (2011). *Concepções e Tendências de Modelagem Matemática na Educação Brasileira*. Ponencia presentada en XIII CIAEM. Recife. Brasil.

Blomhøj, M. (2004). *Different perspectives on mathematical modelling in educational research*. Roskilde University. Denmark.

Cantoral, R., Farfán, R. (2003). *Matemática Educativa: Una visión de su evolución*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Internacional Thomson, México. Vol. 6, Núm. 1, 27 – 40.

Carrasco, Díaz y Buendía (2014) *Figuración de lo que varía*. Instituto Politécnico Nacional de México IPN. México.

Contreras, C. (2014). *Desplazamiento de prácticas socioescolares desde una experiencia de modelación*. Seminario para optar al grado de Licenciado en Educación y al título de Profesor de Educación Media en Matemática e Informática Educativa. UCSH. Santiago de Chile. Chile.

Cordero, F. (2006). *El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica*. México.

Correa, M. (2011). *Imágenes que podemos Tocar*. Santiago: Ediciones Tecnológica Metropolitana.

Díaz, L. (2009). *Enseñanza y Evaluación*. Conferencia especial. XXIV Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. México.

Díaz, L. y Soto, M. (2014). *Investigación guiada por una pregunta orientadora*. XXVIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Colombia.

Duval, R. (1999). Semiosis y pensamiento. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali, Universidad del Valle, Colombia.

Galaz, J. (2010). *Validación de un sistema de evaluación en competencias de pensamiento variacional para una secuencia didáctica de la variación en la función cuadrática*. Tesis para optar al grado de Magíster en Educación. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. Chile.

Hecklein, M; Engler, A; Vrancken, S; Müller, D. (2005). *Variables, funciones y cambios. Exploración de las nociones que manejan alumnos de una escuela secundaria*. Universidad Nacional del Litoral. Argentina.

Herrera. A y Maldonado. A. (2001). Depresión, cognición y fracaso académico. Revista Internacional de Psicología Clínica y de la Salud. España

Kaiser, G. & Siraman, B. (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*.

Kemmis, S; McTaggart, R (1988). *Como planificar la investigación-acción*. Barcelona, España.

Lave, J. (1988). *Cognition in Practice: Mind, mathematics, and culture in everyday life*. Cambridge, UK: Cambridge UniversityPress.

Lewin, K. (1946). *La investigación-acción y los problemas de las minorías*. España.

Lucci, M. (2006). *La propuesta de Vygotsky: La Psicología Socio-histórica*. Pontifica Universidade Católica de Sao Pablo. Brasil.

Manterola, M. (2003). *Psicología Educativa: conexiones con la sala de clases*. Texto de estudio. Universidad Católica Blas Cañas.

Marquina, N. (2012). *Emergencia de las prácticas de modelación. En vías de su constitución*. Resumen del proyecto de Investigación. México.

Marquina, N. (2013). *Emergencia de las prácticas de modelación en vías de su constitución*. Tesis Doctoral. México

Ministerio de Educación de Chile (2012) *Bases Curriculares 2012*. Aprobadas por Decreto 439. Chile.

Ministerio de Educación de Chile (2013). *Programa de Estudio Segundo Año Medio Matemática*. Chile.

Ministerio de Educación de Chile (2013). *Programa de Estudio Tercer Año Medio Formación Diferenciada: Álgebra y modelos analíticos*. Chile.

Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral. España.

Ochoa, J. (2007). Los programas escolares. *Una red de negociaciones*. Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. UMCE. Editorial Lom. Chile.

Pezoa, M. (2012). *La práctica de modelación al curriculum escolar chileno. Una propuesta desde la socioepistemología*. Trabajo final para optar al grado de Magíster en Didáctica de las Matemáticas. Chile.

Rodríguez, R. (2012). *Competencias de modelación y uso de tecnología en Ecuaciones Diferenciales*. Universidad Técnica de Monterrey. México.

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Editorial Universidad de Antioquia Facultad de Enfermería de la Universidad de Antioquia.

Varela, F. (1990). *El fenómeno de la vida*. Santiago: Noreste Ltda.

Vasco, C., (2006). *Didáctica de las matemáticas*. Artículos selectos, Editorial Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.

Villa-Ochoa, J. (2012). *Razonamiento covariacional en el estudio de funciones cuadráticas*. Revista TED-Tecné, Episteme y Didaxis, 0(31), 9-25.

Walkerdine, V. (1988). *The Mastery of Reason*. Routledge, London.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós Ecuador, España.

ANEXOS

Anexo 1: Instrumento Encuesta

Encuesta

Curso: _____________ Fecha: ____________ Edad: ____________

Estimado estudiante:

Las preguntas que tienes en tus manos son parte de un trabajo Universitario, al cual se le aplicarán estadísticos.

Te rogamos contestes con total sinceridad.

1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿por qué?

2. ¿En tu vida cotidiana fuera del colegio utilizas matemáticas?

3. ¿te gusta descubrir cosas o prefieres que el profesor vaya guiando tu procedimiento?

1.1 Aplicación

Pregunta 1: ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?

Transcripciones
Sí, me encanta es sencilla y entretenida
Siempre ha dependido del profesor. Me gustan las matemáticas pero a veces la forma de enseñar de algunas profesores hace que no me guste y me vaya mal
No, me aburre
Solo algunas ramas de la matemática porque se me hace más fácil realizarlas
Más o menos en realidad no son mi fuerte, pero igual al momento de entenderlas puede que me gusten mas
Sí, tengo facilidad para desarrollar ejercicios lo cual me da menos posibilidad a frustrarme
No porque las encuentro aburridas y son difíciles para mi
Sí, porque me entretengo al momento de realizar los ejercicios y distraerme
Sí, porque lo encuentro fácil y divertido
Sí, porque me parecen interesantes
Más o menos, porque algunos ejercicios son muy difíciles
Sí, porque son entretenidas y están a diario en nuestras vidas
En básica, eran fáciles y lindas, ahora muchas veces no sirven para nada (números i) o son para cosas que no hacemos
Si desde chica que me gustan porque… me parecen divertidas, interesantes y no me son difíciles de aprender
No, porque no me va bien en esta asignatura y me deprime
Me gusta pero no me facina. Es entretenida
Si porque cuando las entiendo se me hace más fácil, sin embargo, cuando no las

entiendo soy un desastre
Algunas materias, porque me gustan las más fáciles, no como geometría
Sí, porque son la única asignatura que soporto
Sí, porque me ayudan a resolver cosas de maneras distintas y a veces divertidas
Sí, porque la respuesta siempre es exacta
Si me gustan porque son útiles en muchos ámbitos. Y es una gran utilidad aprenderlas
Sí, mucho porque me gusta que “todo calse” cuando hago un ejercicio matemático, me gusta solucionar problemas cotidianas con matemáticas
Más o menos, hay algunas cosas que si u otras que no
Sí, porque se me hacen fácil de entender
Sí, porque requiere más que conocimiento, practica
Sí, porque se me hacen fáciles y las respuestas no son ambiguas, además las matemáticas se aplican a todo
No porque me cuestan mucho y nunca me han gustado
Sí, porque son fáciles y las entiendo bien
Si porque son entretenidas y tienen en su mayoría solo una respuesta o solo un punto de vista

Pregunta 2: ¿En tu vida cotidiana fuera del colegio utilizas matemáticas?

Transcripciones
Si en la mayoría de las cosas
Si las matemáticas son todo. En cualquier ocasión las personas deben usar los cálculos para solucionar distintos problemas
Si porque siempre se ocupan

Si para hacer cálculos de negocios, promedio, etc.
Si porque en toda instancia se usan en algún cálculo de valores, al pagar colectivo al repartir algo etc.
Si para situaciones como ir al supermercado, dar vuelto, contar plata,etc
Si solo cuando voy a comprar
Si las ocupo cuando calculo precios de cosas, etc.
Si para ayudar a mi mamá a sacar porcentaje
Sí, todo el mundo gira en torno a las matemáticas
Si, cuando cocino, cuando uno hace deporte
Si, en todas partes se ocupan las matemáticas, por ejemplo cuando uno va a comprar a un negocio, tiene que darce cuenta en el buelto.
Las de básica, suma resta multiplicación y división, lo demás … no, la resolución de problemas también
Si, en todas las cosas pero no todo lo que aprendo
Solo sumar o restar pero muy pocas veces
Si para comprar
Si sobre todo cuando vendo y compro cosas
Si al sacar cuentas con el dinero
Algunas veces
Si, en juegos sumas de dinero calcular tiempo de actividades diarias, etc.
Sí, pero cálculos básicos para hablar de dinero
Si, en muchas cosas tales como: calcular dinero hacer horario y otras operaciones complejas
Si, por ejemplo si tengo una junta de amigas y tenemos que ver cuanta plata juntar para hacerlo, cuanto poner c/u etc.

Si pero no todo lo que nos enseñan en el colegio, hay algunas cosas encuentro no sirven
Si, cuando compro ropa por ejemplo y ésta está en descuento ocupo las matemáticas
Si, para sacar cuentas cuando compro, para tomar medidas, a veces las ocupo sin darme cuenta
Claro, como conteste antes, las matemáticas se aplican a todo, por ejemplo todos nos identificamos con un número que es personal
Si, para sacar cuentas de dinero
Si, en el preu y en las tiendas cuando hay % dcto.
Al comprar, cuando repartimos cosas, etc.

Pregunta 3: ¿Te gusta descubrir cosas o prefieres que el profesor vaya guiando tu procedimiento?

Transcripciones
Hasta ahora, solo lo que el profesor me enseña
Me gusta descubrir cosas pero que a la vez ese descubrimiento pueda ser guiado por el profesor para poder entender lo que descubrí
Que me vaya guiando
Que el profesor guie y que de tiempo para descubrir y luego me guie nuevamente
Prefiero que me vaya guiando, porque me cuesta un poco
Depende del caso, pero por lo general solo pido que la miss me guie cuando tengo dudas
Que me vaya guiando en el procedimiento porque es más fácil
Un poco de las dos, ya que descubrir por mí es muy útil
Me gusta descubrir cosas es más entretenido

Prefiero que el profesor me guie, así aprendo el mejor método
Prefiero que el profesor vaya guiándome, porque no tengo mucha habilidad para las matemáticas
Prefiero que la miss me vaya guiando porque no soy muy rápida
Que el profesor de pistas
Que guie, porque para mí, es + difícil y me enredo después
Prefiero que el profesor guie mi procedimiento
Prefiero en mayor parte que el profesor me guie, pero también me gusta descubrir
Me gusta que me vaya guiando porque o sino no me resultan los ejercicios
Prefiero descubrirlas, pero me es difícil hacerlo
Que la profesora me guie es más fácil
Prefiero descubrir cosas o atajos por mí mismo cuando los necesite
Me encanta descubrir cosas, pero cuando no puedo hacerlo, me gusta que me guíen
Depende, aunque generalmente es lo mejor aprender uno solo, el profesor también está para ayudar
Me gusta descubrir cosas y luego comprobarlas con el profesor
Que vaya guiándolo porque así me aseguro de estar haciendo bien los ejercicios
Prefiero guie mi procedimiento
En verdad me gustan las dos opciones, y si guía mi procedimiento lo hago con más confianza
Es un poco de las dos, claro que me gusta descubrir cosas pero no siempre podré descubrirlas yo solo y ahí entra el profesor que me guíe
Que el profesor me guie porque aprendo mejor
Las dos, que me guíe en el comienzo y dsps yo descubrir los ejercicios más complejos

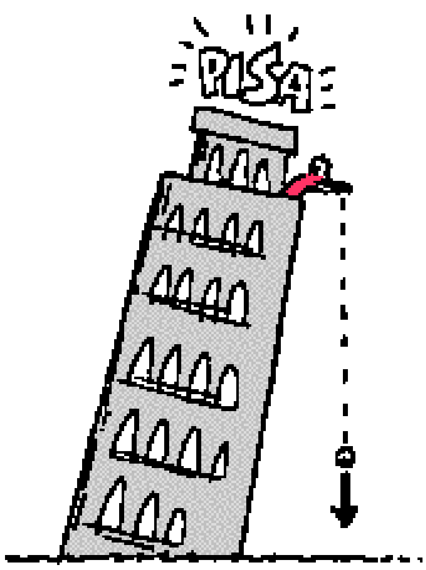
Que me guie debido a que lo encuentro mucho más rápido y a veces no todos logran descubrirla, o se dan cuenta de que descubrieron algo

Anexo 2: Instrumento diseño inicial

2.1 Diseño 1.

En este experimento investigaremos la ***altura de un edificio en función del tiempo de caída de un objeto***...

En un viaje a Italia, usted visitó la torre de Pisa junto a su familia. Pero en un instante, mientras subía los peldaños, se preguntó a qué altura se encontraría del suelo. Para ello, soltó varias piedras pequeñas a medida que ascendía y anotó los siguientes datos:



t (s)	**h (m)**
10	490
9	396.9
8	313.6
7	240.1
6	176.4
5	122.5
4	78.4
3	44.1
2	19.6
1	4.9
0	0

Responda:

1.- Describa el experimento.

2.- Si la pelota demora 4s en tocar el suelo, ¿a qué altura me encuentro?

3.- Si la pelota demora 9s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

4.- Si la pelota demora 4.5 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

5.- Si la pelota demora 2.25 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

6.- Si la pelota demora 4.9 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

7.- Si la pelota demora 5.6 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

8.- Si la pelota demora "*t*" s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? ¿Por qué?

9.- ¿Cuál puede ser una fórmula algebraica para expresar esto? Argumente su respuesta.

10.- Si la pelota demora 7.54 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique.

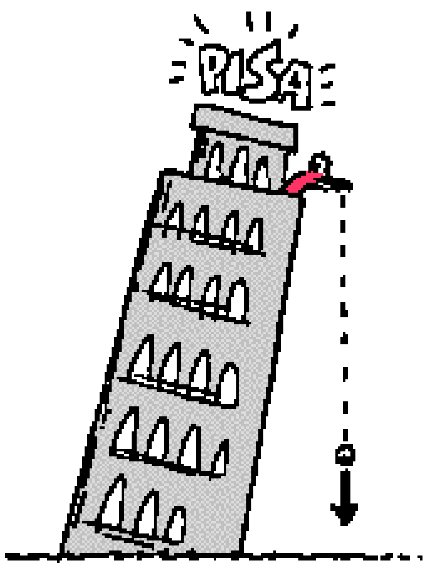
11.- Si la pelota demora 8.34 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique

2.2 Conjeturas Previas

Situación

En este experimento investigaremos la ***altura de un edificio en función del tiempo de caída de un objeto***...

En un viaje a Italia, usted visitó la torre de Pisa junto a su familia. Pero en un instante, mientras subía los peldaños, se preguntó a qué altura se encontraría del suelo. Para ello, soltó varias piedras pequeñas a medida que ascendía y anotó los siguientes datos:



t (s)	**h (m)**
10	490
9	396.9
8	313.6
7	240.1
6	176.4
5	122.5
4	78.4
3	44.1
2	19.6
1	4.9
0	0

Responda:

1.- Describa el experimento.

Se prevé que los estudiantes expliquen el experimento de forma textual como se presenta en el enunciado, relacionando altura con tiempo de caída del objeto.

2.- Si la pelota demora 4s en tocar el suelo, ¿a qué altura me encuentro?

Se espera que los estudiantes obtengan la respuesta observando de forma directa los valores de la tabla entregada, y respondan que "si la pelota demora 4 segundos en caer la altura a la que me encuentro es 78,4 m".

3.- Si la pelota demora 9s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Se espera que los estudiantes obtengan la respuesta observando de forma directa los valores de la tabla entregada, y respondan que "si la pelota demora 9 segundos en tocar el suelo la altura a la que se soltó la pelota es 78,4 m".

4.- Si la pelota demora 4.5 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Se prevé que los estudiantes utilicen una proporción entre 4 y 5, determinado punto medio, es decir, proporción directa obteniendo: "si se demora 4.5s en tocar el suelo es porque está a 110,5m".

5.- Si la pelota demora 2.25 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

En esta pregunta se estima que los estudiantes utilicen puntos medios y luego obtengan puntos medios de puntos medios; es decir, utilicen puntos cuartos.

Otra posibilidad es que los estudiantes obtengan el valor numérico de cuanto avanza la pelota por cada segundo y luego, utilizando proporciones respondan la pregunta.

Una tercera opción es que los estudiantes utilicen los valores 2 ó 3 por ser el intervalo que contiene a 2.25.

6.- Si la pelota demora 4.9 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Se estima que los estudiantes respondan en base a aproximaciones, ya que el valor pedido está cercano a 5 segundos de vuelo.

Otra posibilidad es que utilicen proporciones con los valores 4,9 y 5 segundos, ya que pensamos que los estudiantes traten la situación como un comportamiento lineal.

Una tercera posibilidad es que los estudiantes, relacionen el valor 1 correspondiente al tiempo con la altura.

Otra posibilidad es que obtengan la pendiente con la ecuación de la recta que pasa por dos puntos.

7.- Si la pelota demora 5.6 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

En esta pregunta, se espera que los estudiantes ya hayan obtenido la ecuación de relacione tiempo de caída del objeto con altura de donde se deja caer, utilizando el modelo cuadrático correspondiente.

Otra posibilidad es que los estudiantes enfrenten la situación estimando un comportamiento lineal. Si es el caso, trabajarán operando a través de proporciones cada punto solicitado con el límite inferior o posterior el intervalo más cercano al dato en cuestión.

8.- Si la pelota demora "*t*" s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? ¿Por qué?

En esta pregunta la respuesta deseada se enfoca en la generalización del valor numérico utilizando la variable "t". En este sentido, es necesaria la generalización del modelo algebraico que han utilizado para la obtención las variables involucradas. Asi, se cree, que los estudiantes mencionaran o el modelo cuadrático encontrado, o el modelo lineal.

9.- ¿Cuál puede ser una fórmula algebraica para expresar esto? Argumente su respuesta.

Se espera que los estudiantes expliciten el modelo algebraico encontrado que relacione las variables involucradas. Se cree que serán mencionados modelos lineales o modelos cuadráticos.

10.- Si la pelota demora 7.54 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique.

Con la obtención del modelo algebraico en las respuestas precedentes, se estima que los estudiantes encontraran el valor pedido reemplazando en dicho modelo.

11.- Si la pelota demora 8.34 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique

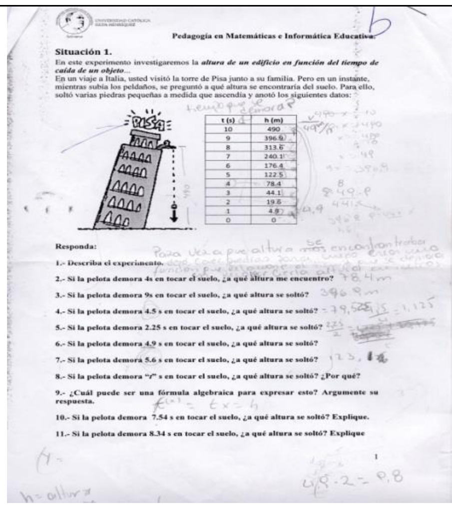
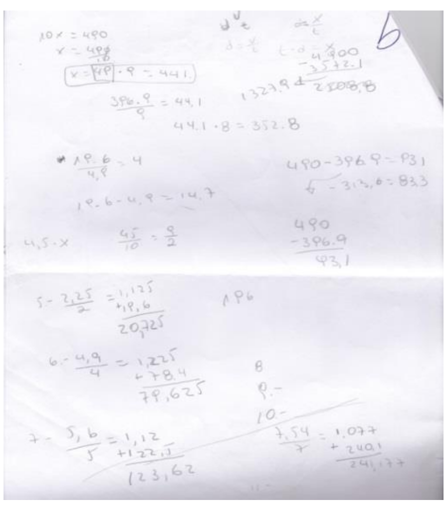
Con la obtención del modelo algebraico en las respuestas precedentes, se estima que los estudiantes encontraran el valor pedido reemplazando en dicho modelo.

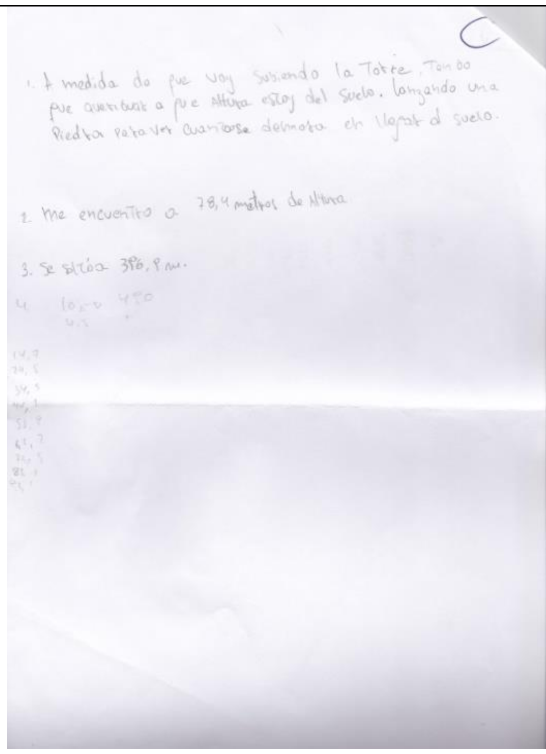
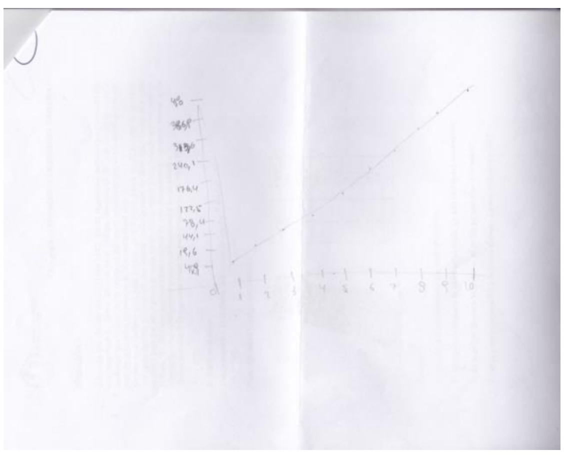
2.3 Aplicación.

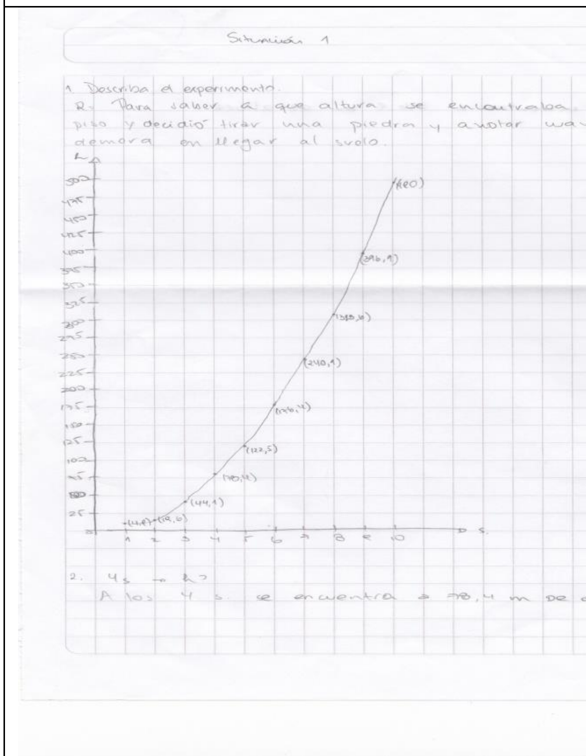
Transcripciones diseño 1

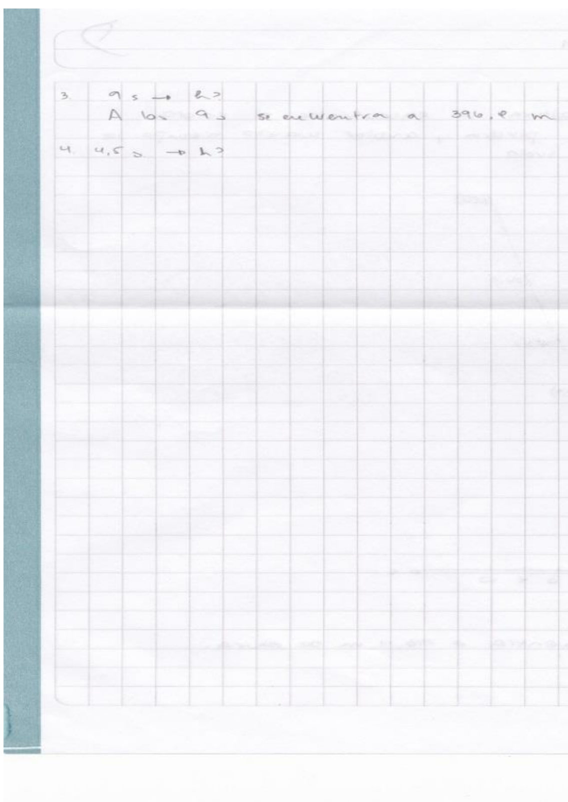
Transcripción respuestas de alumnos.

Alumno A	Transcripciones
	Situación: (no contestó)

Alumno B	Transcripciones
 	Situación: 1- para ver a que altura se encontraba dejo caer piedras para luego crear una función que relacione el tiempo que se demora en recorrer cierta altura en metros. 2- 78,4 m 3- 396.9 m 4- 79,525 5- $\frac{2.25}{2} = 1.125$ $1.125 + 9.6 = 20.725$ 6- $\frac{4.9}{4} = 1.225$ 1.225+78.4=79.625 7- $\frac{5.6}{5} = 1.12$ 1.12+122.5=123.62 8- f(x)=tx=h

Alumno C	Transcripciones
 	Situación: 1- A medida de que voy subiendo la torre, tengo que averiguar a qué altura estoy del suelo, lanzando una piedra para ver cuánto se demora en llegar al suelo 2- Me encuentro a 78.4 metros de altura 3- Se soltó a 396.9 m

<table>
<tr><th>Estudiante D</th><th>Transcripciones</th></tr>
<tr><td>




</td><td>
Situación:

Para saber a qué altura se encontraba a cada piso y decidió tirar una piedra y anotar cuanto tiempo se demora en llegar al suelo.
4s…h?
A los 4s se encuentra a 78.4 m de altura
9s…h?
A los 9s se encuentra a 396.9 m de altura
4.5…h?

</td></tr>
</table>

2.4 Análisis de los resultados

SITUACIÓN:

1.- Describa el experimento.

Un estudiante no responde la pregunta.

Dos estudiantes describen el experimento usando sinónimos del enunciado que aparece en la actividad.

Los estudiantes describieron la situación de la misma forma que estaba expuesta en la parte superior. Hubo un caso (estudiante B) que explicó que se debería crear una función que relacione el tiempo con la altura "el tiempo que se demora en recorrer cierta altura". Esto nos da un atisbo de que se está entendiendo que se debe obtener una función. Sin embargo, pensamos que esta pregunta debe modificarse a "**Describe con tus palabras lo que se trata de hacer en este experimento**".

2.- Si la pelota demora 4s en tocar el suelo, ¿a qué altura me encuentro?

Tres estudiantes responden 78,4 metros.

Un estudiante no responde la pregunta.

3.- Si la pelota demora 9s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Tres estudiantes responden 396,9 metros.

Un estudiante no responde.

Las preguntas 2 y 3 fueron con respuesta cerrada y el objetivo es que relacionen la situación con la tabla adjunta. Sin embargo, creemos que posterior a estas preguntas, se debe agregar una pregunta de carácter interpretativa donde los estudiantes relacionen tiempo/altura. Como ejemplo: ¿Qué ***significa*** que h(9)=396,9? Lo que busca es que responda: “Si la piedra se demora 9 segundos en tocar el suelo, el sujeto se encuentra a 396,9 metros de altura.” El objetivo de esta pregunta es dar indicio de que se está elaborando una función.

4.- Si la pelota demora 4.5 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Tres estudiantes no responden.

Un estudiante responde “79,525”.

El objetivo de esta pregunta, es verificar si los estudiantes recurren a la “regla de tres” para poder dar respuesta. Los estudiantes A y C utilizaron este recurso, estudiante B recurrió a la ecuación física d=v/t y trabajó utilizando esta razón. Así operó hasta la pregunta siete. Esta estudiante de dio cuenta de la relación funcional tiempo*”algo”=altura obtenido pendientes, pero, como se trata de una ecuación cuadrática no le coincidían y perdía el rumbo.

Como no sobrepasaron las dificultades de las siguientes preguntas, se les dio la idea de graficar, a ver si esto les daba algún indicio de que la función se trata de una cuadrática. Este grafico fue hecho en hojas blancas, sin regla, inducido por un pensamiento lineal: a todas una línea recta.

5.- Si la pelota demora 2.25 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Solo un estudiante respondió la pregunta. El estudiante utiliza puntos medios para obtener el resultado.

Tres estudiantes no responden la pregunta.

6.- Si la pelota demora 4.9 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Un estudiante utilizó puntos cuartos y luego al resultado obtenido agregó la distancia 78,4, obteniendo 79,625 metros de altura.

Tres estudiantes no responden la pregunta.

7.- Si la pelota demora 5.6 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Un estudiante divide el tiempo 5,6 segundos en 5, luego a ese resultado se agregó la distancia 122,5 metros, obteniendo 123,62 metros de altura.

8.- Si la pelota demora "*t*" s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? ¿Por qué?

Ningún estudiante respondió la pregunta.

9.- ¿Cuál puede ser una fórmula algebraica para expresar esto? Argumente su respuesta.

Un estudiante respondió la pregunta obteniendo una función lineal de la situación,

"f(x)=tx=h".

Por otro lado tres estudiantes se limitan a no responder la pregunta.

10.- Si la pelota demora 7.54 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique.

Ningún estudiante respondió la pregunta.

11.- Si la pelota demora 8.34 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique

Ningún estudiante respondió la pregunta.

2.5 Contraste de conjeturas previas con desarrollos de los estudiantes.

1.- Describa el experimento.

Las respuestas de los estudiantes no se alejan de lo conjeturado anteriormente ya que tres estudiantes describen el experimento de forma textual, cambiando palabras por algún sinónimo. Por otro lado un estudiante si limito a no responder.

2.- Si la pelota demora 4s en tocar el suelo, ¿a qué altura me encuentro?

De los cuatro estudiantes que realizaron la actividad, tres de ellos respondieron de acuerdo a lo conjeturado anteriormente, ya que recurrieron a la tabla de datos para responder a la pregunta. Por otro lado uno de los estudiantes se limitó a no responder.

3.- Si la pelota demora 9s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

De los cuatro estudiantes que realizaron la actividad, tres de ellos respondieron de acuerdo a lo conjeturado anteriormente, ya que recurrieron a la tabla de datos para responder a la pregunta. Por otro lado uno de los estudiantes se limitó a no responder.

4.- Si la pelota demora 4.5 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Solo un estudiante respondió la pregunta utilizando proporción directa para poder obtener el resultado. Por otro lado tres estudiantes no respondieron la pregunta.

5.- Si la pelota demora 2.25 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Dentro de lo conjeturado, se prevé que los estudiantes utilizarían puntos medios para responder la pregunta.

Por otro lado 3 estudiantes se limitan a no responder la pregunta.

6.- Si la pelota demora 4.9 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

El estudiante no realizó nada de lo conjeturado anteriormente, debido a que no utilizó aproximaciones, no trabajó con proporciones y no obtuvo el valor de la pendiente.

Por otro lado tres estudiantes se limitan a no responder la pregunta.

7.- Si la pelota demora 5.6 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó?

Dentro de lo conjeturado se estimó que los estudiantes ya hubiesen encontrado la ecuación con la cual se pueden responder las preguntas, sin embargo no fue así. El estudiante tampoco utilizó proporciones para obtener el resultado.

Por otro lado tres estudiantes se limitan a no responder la pregunta.

8.- Si la pelota demora "*t*" s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? ¿Por qué?

Ningún estudiante respondió la pregunta, por ende no se pueden contrastar las respuestas de los estudiantes con lo conjeturado anteriormente.

9.- ¿Cuál puede ser una fórmula algebraica para expresar esto? Argumente su respuesta.

La respuesta del estudiante no se aleja de lo conjeturado ya que la ecuación que el estudiante obtuvo es de tipo lineal. Sin embargo el resto de los estudiantes no respondió la pregunta.

10.- Si la pelota demora 7.54 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique.

Ningún estudiante respondió la pregunta, por ende no se pueden contrastar las respuestas de los estudiantes con lo conjeturado anteriormente.

11.- Si la pelota demora 8.34 s en tocar el suelo, ¿a qué altura se soltó? Explique

Ningún estudiante respondió la pregunta, por ende no se pueden contrastar las respuestas de los estudiantes con lo conjeturado anteriormente.

Anexo 3: Instrumento Diseño versión 2.

3.1 Diseño 2

Nombre: ______________________________Curso: ____Fecha: _____Edad: ____

Desde la azotea de un edificio en construcción, una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos).

1. **Dibuje la situación**

Con un software especial, la persona obtuvo la siguiente tabla: tiempo de caída (en segundos) y desplazamiento de la piedra (en metros):

t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

2. **Elijan uno, recorten y peguen la situación dibujada.**
3. **Describa con sus palabras el experimento.**
4. **¿Cuál es la altura del edificio? Justifique.**
5. **A los cuatro segundos de caída, ¿cuál es el desplazamiento de la piedra?**
6. **Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros, ¿cuál es el tiempo de caída?**
7. **Determine la diferencia de desplazamientos entre los seis y cinco segundos.**
8. **Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿cuál es el tiempo de caída total que tiene en ese instante?**

9. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?**

10. **Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más, ¿cuál es el tiempo de caída total en ese instante?**

11. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 24.5 metros?**

12. **Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos, ¿cuál es el desplazamiento?**

13. **Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos, ¿cuál es el desplazamiento? Explique.**

14. **Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus distancia (m).**

15. **¿Qué tipo de grafica es?**

16. **¿Cómo calcularías la distancia a los 8,5s utilizando la gráfica?**

17. **¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea "más vertical" que la gráfica de nuestro experimento?**
18. **¿Por qué?**

19. **¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea "más horizontal" que la gráfica de nuestro experimento?**

20. **Si se modifica la altura del edificio ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica?**

21. **¿Qué cambiará en la tabla de datos?**

22. **Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?**

23. **Elabora esquemas que coordinen la altura del edificio, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.**

3.2 Conjeturas previas

1. **Dibuje la situación.**

El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes figuren el fenómeno de la caída de una piedra desde un edificio. Se conjetura que harán sus figuras desde sus experiencias, repertorio operacional y campo perceptual dimensiones estas que los configuran como sujetos epistémicos al decir de Carrasco, Díaz y Buendía (2014).

2. **Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.**

Se espera que los equipos de estudiantes escojan la figura más representativa del fenómeno. Se piensa que el criterio de elección considerará a la figura que posea más detalles y una composición que les haga más sentido.

3. **Describa con sus palabras el experimento.**

Se espera que los estudiantes describan el fenómeno en sus propias palabras, distinguiendo las magnitudes de tiempo y distancia recorrida que involucra el fenómeno narrado.

4. **¿Cuál es la altura del edificio? Justifique.**

Se espera que los estudiantes recurran a la tabla y busquen en ella la última distancia que recorre la piedra.

5. **A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es la distancia de la piedra?**

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla. Se espera que los estudiantes reconozcan a la tabla como una herramienta que expresa datos que varían juntos y busquen en ella la distancia correspondiente a los cuatro segundos transcurridos, recurriendo entonces a la tabla como herramienta que informa de colecciones de datos en covariación.

6. **Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?**

Es un dato que se obtiene directamente de la tabla. Se espera que los estudiantes reconozcan a la tabla como una herramienta que expresa datos que varían juntos y busquen en ella la distancia correspondiente a los cuatro segundos transcurridos, recurriendo entonces a la tabla como herramienta que informa de colecciones de datos en covariación.

7. **Determine la diferencia de desplazamientos entre los seis y cinco segundos.**

Se espera que los estudiantes recurran a la tabla y busque el desplazamiento de la piedra en el tiempo seis segundos y el desplazamiento de la piedra en el tiempo 5 segundos y calcule la diferencia entre los valores 176,4 y 122.5 encontrados en la tabla.

8. **Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?**

Se espera que los estudiantes sumen (4,9 más 14,7) y busquen en la tabla el tiempo trascurrido cuando la piedra recorre 19,6 metros.

Otra posibilidad es que se recurra a proporciones directas, que se refieran o no a la regla de tres u otra heurística.

9. **De acuerdo a la pregunta anterior ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?**

Una posibilidad es que los estudiantes recurran a la pregunta anterior y realicen la diferencia entre el tiempo que demoro la piedra en recorrer 19,6 metros y el tiempo que demoro la piedra en recorrer 4,9 metros.

Otra posibilidad es que los estudiantes utilicen proporción directa, referidas o no como regla de tres.

10. **Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?**

Se espera que los estudiantes sumen las distancias requeridas y busquen el resultado obtenido en la tabla.

Se espera además, que utilicen en la predicción proporciones directas, referidas o no como regla de tres.

11. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 24.5 metros?**

Una posibilidad es que los estudiantes recurran a la pregunta anterior y realicen la diferencia entre el tiempo que demoro la piedra en recorrer 44,1 metros y el tiempo que demoro la piedra en recorrer 19,6 metros.

Otra posibilidad es que los estudiantes utilicen proporción directa, referidas o no como regla de tres.

12. **Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos ¿Cuál es la distancia?**

Este dato no aparece explícitamente en la tabla. Se conjetura que los estudiantes lo predigan utilizando los incrementos entre tiempo dos y tiempo tres. Por otro lado, se conjetura que los estudiantes utilicen proporciones directas para obtener el valor deseado, referidas o no como una regla de tres.

13. Si el tiempo de caída de la piedra es “*t*” segundos, ¿cuál es el desplazamiento? Explique.

Se conjetura que los estudiantes responda a la pregunta que el desplazamiento a los “t” segundos será “d” metros debido al uso de letras en la expresión. Por otro lado se conjetura que los estudiantes no contesten la pregunta.

Se conjetura que los estudiantes asocien la pregunta con física y recurran a alguna expresión que involucre distancia y tiempo.

14. Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus distancia (m).

Se espera que los estudiantes realicen el gráfico al unir los puntos que aparecen en la tabla, organizando proporcionalmente el grafico.

15. ¿Qué tipo de grafica es?

Se conjetura que los estudiantes respondan recta, curva o parábola.

16. ¿Cómo calcularías la distancia a los 8,5s utilizando la gráfica?

Este dato no se obtiene de forma directa, por lo que se requiere que los estudiantes utilicen la tabla como predictor de los valeres, considerando que los valores covarían.

Se conjetura que los estudiantes utilicen proporción directa referida o no a la regla de tres simple.

Adicionalmente, se conjetura que los estudiantes calculen el promedio entre la distancia que recorre la piedra en el tiempo ocho segundos y la distancia que recorre la piedra en el tiempo nueve segundos.

17. ¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea “más vertical” que la gráfica de nuestro experimento?

Se conjetura que los estudiantes respondan que el edificio deba ser más alto o más bajo.

18. ¿Por qué?

Se conjetura que los estudiantes fundamenten su respuesta a la pregunta anterior, diciendo que a mayor altura más alta será la gráfica obtenida.

19. ¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea "más horizontal" que la gráfica de nuestro experimento?

Se conjetura que los estudiantes respondan más alto, grande o más bajo o pequeño.

20. Si se modifica la altura del edificio ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica?

Se pretende que los estudiantes revisen la gráfica obtenida anteriormente y observen que sucede al aumentar la altura, dándose cuenta que la gráfica no varía solo se extiende. Respondiendo a esta pregunta "nada".

21. ¿Qué cambiará en la tabla de datos?

Se conjetura que los estudiantes respondan que cambia la distancia, desplazamiento o que no cambia nada en la tabla de datos.

Por otro lado se conjetura que los estudiantes no respondan a la pregunta.

22. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?

Se pretende que los estudiantes revisen la gráfica obtenida anteriormente y observen que sucede al aumentar el tiempo, dándose cuenta que la gráfica no varía solo se extiende por más tiempo.

Respondiendo a esta pregunta "nada".

23. Elabora esquemas que coordinen la altura del edificio, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

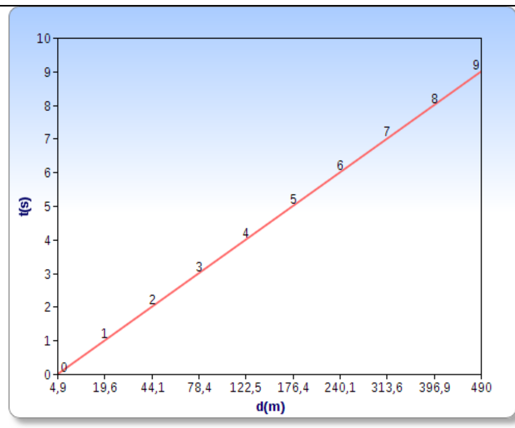
Se conjetura que los estudiantes no respondan a la pregunta.

Por otro lado se pretende que los estudiantes elaboren un esquema que coordine los tres modelos trabajados. (Modelo tabular, modelo algebraico y modelo gráfico).

3.3 Aplicación.

Diseño 2

Grupo A
3. Sebastián lanzó una piedra desde la azotea de un edificio
4. la altura del edificio es 490m, porque al tiempo 0 llevaba 0 metros y al soltarla a los 10 segundos llego a los 490m
5. El desplazamiento de la piedra es 78,4
6. El tiempo de caída es de 9 segundos
7. La diferencia de desplazamiento es de 03,7 m
8. Es aproximadamente de 11 a 12 segundos
9. Se demora aproximadamente entre 10 y 11 segundos
10. El tiempo de caída total es de 3 segundos
11. Se demoró 1 segundo
12. El desplazamiento es de 31,9 m
13. El desplazamiento de s (m) metros, porque el desplazamiento se mide en metros
14.

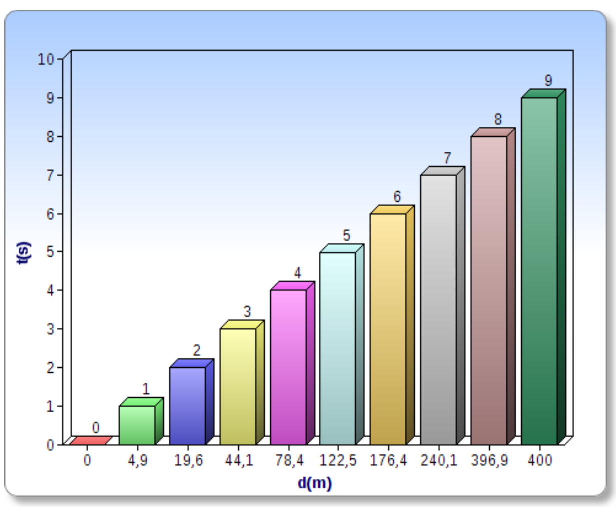


15. El grafico es lineal
16.Ubicaria 8,5 s en la gráfica y sacaría la mitad entre las distancias 8 y 7 segundos
17. Tendría que existir menos distancia desde la azotea hacia el suelo
18. Porque el tiempo de caída seria menos
19. Debería tener más distancia desde la azotea hacia el suelo
20. Cambia la distancia y los metros
21. Cambiaría la distancia hacia el suelo
22.Cambia la distancia y los metros
24. Sin respuesta

Grupo B
3. Una persona suelta una piedra desde la azotea de un edificio
4. La altura seria 490m de altura ya que fue el último tiempo registrado de la piedra durante su caída
5. A los 4 seg. La piedra se ha desplazado 78,4m hacia abajo
6. Su tiempo de caída son 9 seg.
7. Existe una diferencia de 53,9 metros

8. El tiempo total de caída son 1 segundo
9. Demoró 1 segundo
10. El tiempo total seria 1 segundo
11. Demoró 2 segundos
12. Su desplazamiento seria 31,8m
13. Su desplazamiento sería “d” metros, ya que no nos están dando valores para el tiempo o la distancia
14.grafico no lineal
15. Es una gráfica de tipo creciente. Crece exponencialmente
16.Buscando el punto en el eje x
17.El edificio debería ser más alto
18. Porque así su crecimiento exponencial se vería incrementado
19.Deberia ser más bajo
20. Cambia el tiempo de caída y la distancia recorrida
21. Los valores que tomaran según distancia y tiempo
22. Cambia la distancia, y los metros aumentan o disminuyen
23. sin respuesta

Grupo C
3. Este experimento consiste en saber a qué velocidad y el tiempo que se demora la piedra en llegar al suelo.
4. La altura es 490 metros, porque el largo es igual a la altura y el largo del edificio es 490 metros
5. El desplazamiento a los cuatro segundos de la caída es 78,4 metros

6. El tiempo de la caída si el desplazamiento de la piedra es de 396,9 metros es 9 segundos
7. La diferencia de desplazamiento entre 6 y 5 segundos es de 53,9 metros
8.El tiempo de la caída total en ese instante es de 2 segundos
9. El tiempo que demoro en recorrer 14,7 metros es de 1 segundo
10.El tiempo total de caída en ese instante es de 3 segundos
11. El tiempo que demoró en recorrer 24,5 metros es de 2 segundos
12. El desplazamiento seria 31,85 metros
13. El desplazamiento “d” metros y son directamente proporcional
14. 
15. Grafico lineal porque es directamente proporcional
16.Para calcular la distancia a los 8,5s, se suman la distancia de los 8 y 9 segundos y luego se divide
17. Para que la gráfica sea vertical se debe usar una serie o más series, es decir, barras comparativas
18. Porque está comparando para que sea un gráfico vertical
19. Para que sea más horizontal tiene que tener una velocidad constante
20.Como es D.P si cambia la altura cambia el tiempo que se demora en caer

21. Sin respuesta
22. Sin respuesta
23. Sin respuesta

Grupo D
3. Una persona tira una piedra y calcula la distancia de la caída con relación a un tiempo
4. La altura del edificio es de 490 metros, siguiendo la tabla
5.A los cuatro segundos la piedra ha caído 78,4
6. Si la piedra a caído 396,4 toma un tiempo de 9s
7. la diferencia entre el desplazamiento entre seis y cinco segundos es de 53,9m
8. A recorrido 19,6 en dos segundos
9. Demora en recorrer 14,7 metros en un segundo
10.La piedra recorre 44,1 metros en tres segundos
11. Recorre 24,5 en un segundo
12. Se desplaza 24,5 metros en 2,5 segundos
13. El desplazamiento es “d” si el tiempo de caída es “t”
14.grafico lineal
15. Es un gráfico de tipo lineal en relación a la información proporcionada
16. Encontraría los 8,5 segundos y subiría hasta topar con la recta y luego miraría hasta la izquierda para calcular la distancia.
17. El edificio deberá ser más alto para que el grafico sea más vertical
18. Si es más alto la piedra se demora más en caer
19. Deberá ser más chico.

20. Se modifica el tiempo en que la piedra cae o llega al suelo
21. El tiempo cambiará
22.si se modifica el tiempo cambiará la altura del edificio
23.

T(s)	D(m)
10	490
11	539
12	588
13	637
14	686
15	735
16	784
17	833
18	882
19	931
20	980

$$\frac{490\cdot 11}{10}=539 \qquad \frac{735\cdot 16}{15}=784$$

$$\frac{539\cdot 12}{11}=588 \qquad \frac{784\cdot 17}{16}=833$$

$$\frac{588\cdot 13}{12}=637 \qquad \frac{833\cdot 18}{17}=882$$

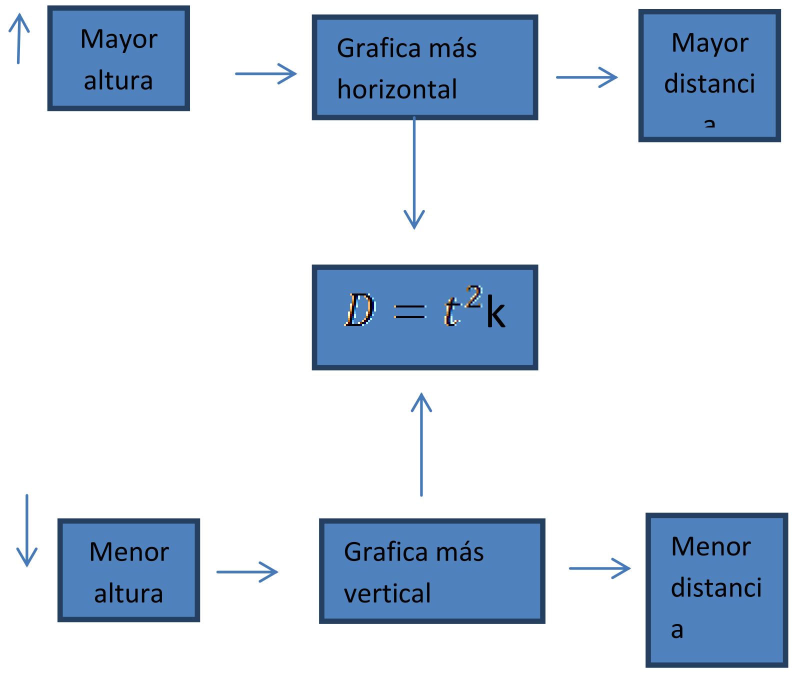
$$\frac{637\cdot 14}{13}=686 \qquad \frac{882\cdot 19}{18}=931$$

$$\frac{686\cdot 15}{14}=735 \qquad \frac{931\cdot 20}{19}=980$$

Grupo E
3. Un sujeto arroja una piedra desde la azotea de un edificio en construcción y con un software especial calcula el tiempo que se tarda en llegar al suelo desde cada altura
4. 490m debido a que es la altura más alta desde la cual se arroja la piedra. Sin embargo no tenemos certeza de esto
5. según datos de la tabla 78,4 metros
6. Según datos de la tabla 9 segundos
7. Según la tabla 53,9 metros
8. 2 segundos. Al sumar las distancias tenemos que es 19,6 y según los datos

entregados la piedra se demora 2 segundos en recorrer 19,6m
9. 1 segundo debido a que la velocidad de caída no es constante. Además si en recorrer 4,9 se demora 1 seg y el total son 2 seg, por lógica 14,7m se demora 1 seg.
10.Al sumar 18,6 y 24,5 nos da 44,1 y según la tabla 44,1m se demora 3 segundos
11. Según la tabla, en recorrer 19,6m se demora 2 segundos, por lo tanto 24,5 se demora 1 seg ya que el total son 3
12. Según nuestros cálculos se tiene que recorrer 30,625m en 2,5 seg
13. El desplazamiento es T al cuadrado multiplicado por la constante 4,9. Debido a los valores de la tabla se puede concluir que la velocidad de caída no es constante, pero si lo es la aceleración
14. el grafico es no lineal
15.Curva ascendente que parte desde el origen
16. Se proyecta la curva y se proyecta una recta perpendicular al punto 8,5 en el eje x, y se observa en qué punto intersecta la curva.
17. Tendría que ser más bajo.
18. Porque de esta forma la piedra recorrería una menor distancia, además de adquirir una menor velocidad
19. Más alto. Porque a diferencia de la pregunta anterior, necesitamos que recorra mayor distancia.
20. Cambiaría la constante ya que experimentaría una diferente aceleración
21. Cambiaría la distancia total recorrida
22. No cambiaría nada ya que en la expresión d=$4,9t^2$ el tiempo siempre cambia.

23.



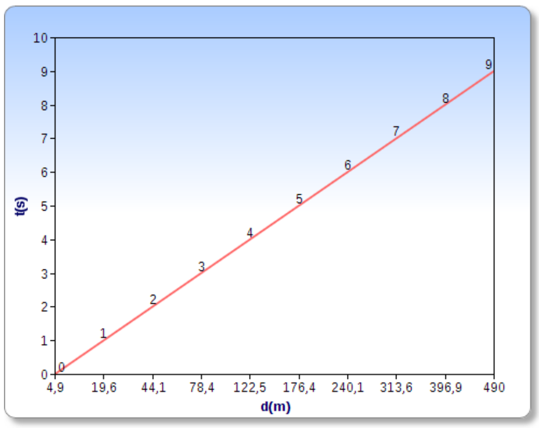
Donde K es la constante de distancia y se mide en metros

Grupo F
3. El experimento nos quiere demostrar que a mayor paso del tiempo, aumenta la distancia de la caída de la piedra
4.La altura del edificio no está determinada ya que al estar en construcción no tiene una altura máxima
5. A los 4 seg el desplazamiento de la piedra es de 78,4
6. El tiempo de caída es de 9 segundos
7. La distancia entre los seis y cinco segundos es de 53,9m
8. En ese instante el tiempo total es de 2 segundos
9. Demoró un segundo
10. El total del tiempo que se demora es de 3 seg
11. Se demora 1 seg en recorrer esa distancia

12. El desplazamiento en 2,5 seg es de 32,35

13. Si el tiempo de caída de la piedra es t segundos es desplazamiento es “d”

14.



15. Es una gráfica constantes, porque ambas variables son directamente proporcionales, o sea, si crece una crecerá la otra

16. Sin respuesta

17. Debe ser un edificio más chico

18. Porque disminuyen seg y metros

19. Debe ser más grande

20. Lo que cambia es los segundos y la distancia

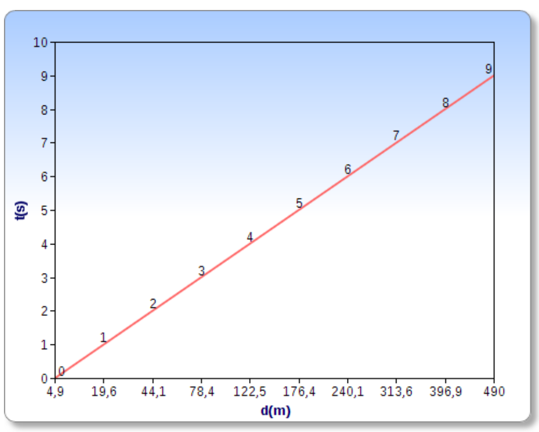
21. Cambia todo, metros y segundos.

22. Cambiar la distancia o mejor dicho el edificio es más chico o más grande

23.

T	D
0	0
1	3
2	9
3	15
4	21
5	24
6	27
7	30

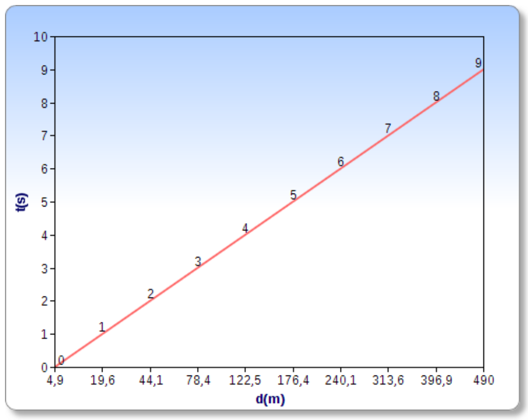
Grupo G
3. Están construyendo un edificio, y un obrero desde la azotea lanzo una piedra hacia abajo
4. La altura mide 44,1 m porque cae en 3 segundos
5. A los 78,4 metros
6. Se demoró 9 segundos
7. La diferencia de desplazamiento es de 53,9 metros
8. El tiempo de caída es de 2 segundos
9. Demoró 1 segundo en recorrer 14,7 metros
10. El tiempo de caída es de 1 segundos
11. Se demoró en recorrer 5 segundos
12. El desplazamiento es de 31,85 metros
13. Si el tiempo de caída es “t” segundos el desplazamiento es “d” metros
14.



15. Es un gráfico de puntos
16.recorrerá 313,6m
17. Que el edificio sea más chico
18. Porque a menor medida más vertical, a mayor medida más horizontal

19. Debería ser más grande
20. Cambia…
21. Cambiará la cantidad de segundos en llegar al suelo la piedra.
22. Se modificaría la distancia de caída.
23. Sin respuesta

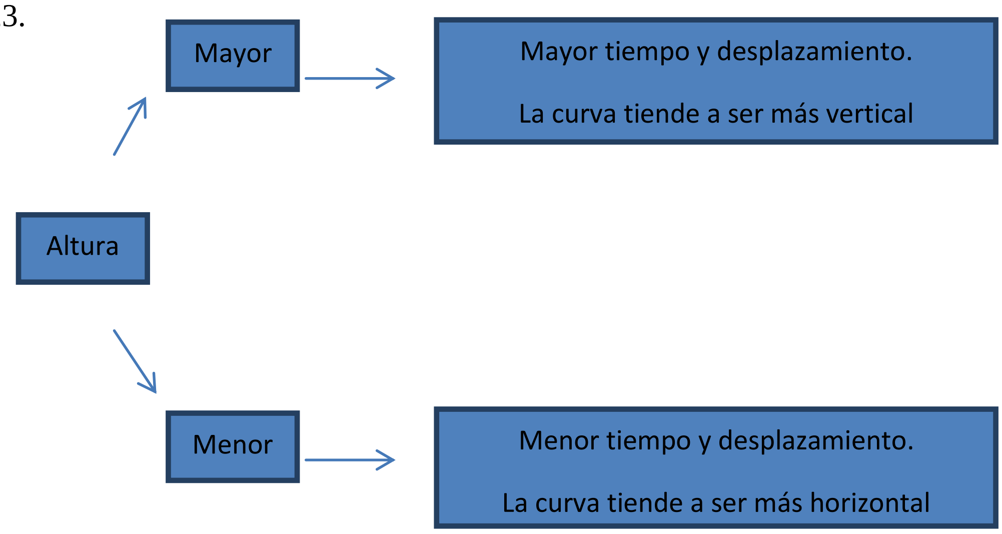
Grupo H
3. Una persona sube a la azotea de un edificio de 5 pisos, decide lanzar una piedra para ver cuánto se demora en caer y llegar al piso
4. La altura del edificio es de 490m porque sale en la tabla y elegimos esa medida
5. 78,4
6. 9 segundos
7. 53,9
8. 2 segundos
9. 1,5 segundos
10. 3 segundos
11. 1,67 segundos
12. 12,25
13. Sin respuesta

14. 
15. cartesiano
16.   354,95
17. Disminuyendo la altura pero conservando el mismo tiempo
18. Porque en este caso esta diagonal entonces para que sea más vertical tendría que disminuir la altura.
19. aumentando la altura, conservando el tiempo
20. Sin respuesta
21. La distancia
22.Sin respuesta
23. Sin respuesta

Grupo I
3. El experimento fue lanzar una piedra desde una azotea, basándose en el peso de la piedra y la altura del edificio se quiso calcular cuánto demoró en llegar al suelo la piedra y la distancia que recorrió.
4. el edificio mide 122,5 metros de altura debido a que la piedra demoro 5 segundos en caer

5. Es de 78,4 metros
6. Son 9 segundos
7. Hay una diferencia de 53,9 metros
8. Son 2 segundos debido a que recorrió 19,6 metros
9. Se demoró 1 segundo ya que al otro segundo que recorrió da en total la distancia
10.El tiempo de caída total es de 3 segundos
11.Demoro 2 segundos
12. Se desplaza 24,5 metros
13. El desplazamiento es de “d” metros. Porque si el valor de “t” cambia, entonces lo hará el de “d” ya que es directamente proporcional
14. Sin Respuesta
15. Es una curva creciente
16. Me fijo en el punto 8,5 (eje X) y lo intento coincidir con la distancia (eje Y)
17. Tendría que ser más alto
18. Porque entre más altura, la curva tiende a ser más vertical
19. Más bajo
20. Si se cambia d (“X”) cambia el valor de “X”(t). F(x)=d
21. Cambiará la distancia que recorre en un tiempo determinado
22. Cambia la distancia que recorre. Si cambia X cambia Y

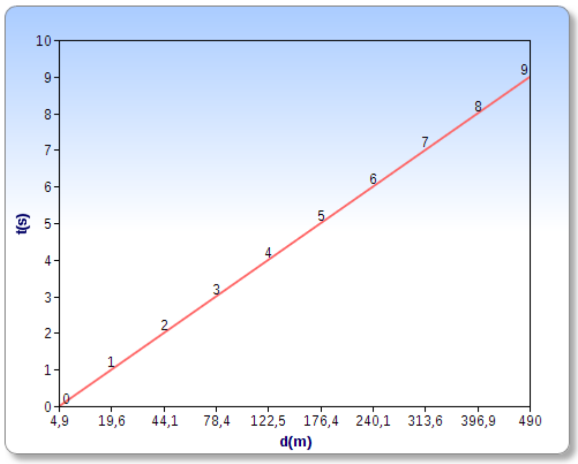
23.



Grupo J
3. Hay una persona en la azotea de un edificio, la cual arroja una piedra desde ahí. También se muestran unos valores que miden el tiempo y los metros. La persona quiere determinar en cuanto tiempo se demora en caer la piedra hasta tocar el suelo.
4. La altura del edificio es de 78m porque el tiempo que se demora en caer (la piedra) es de 4 seg.
5. El desplazamiento de la piedra es de 78,4
6. El tiempo de caída es de 9 segundos
7. Hay una diferencia de 53,9m
8. El tiempo total es 2 segundos
9. Se demoró en caer 2 seg aproximado
10.El tiempo de caída es de 3 seg
11. Se demora 1 segundo
12. El desplazamiento

13. Sin respuesta
14. Sin respuesta
15. Es una gráfica creciente
16. Aproximaríamos los datos a la grafica
17. Tendría que ser más pequeño
18. Porque tendría menos d.
19. Más grande
20. Cambiaría el tiempo
21. Cambiaría el desplazamiento.
22. Cambia el desplazamiento.
23. Sin respuesta

Grupo K
3. A medida que van aumentando los segundos, la distancia recorrida va aumentando, es decir, si al segundo recorre 4,9 a los 10 segundos recorre 490. Es una relación directamente proporcional
4. La dimensión del edificio es 490 metros ya que a los 10 segundos debería llegar al suelo.
5. A los 4 segundos se desplaza 78,4 metros
6. el tiempo de caída es de 9 segundos
7. La diferencia es de 53,0 metros
8. Recorre esa distancia en 2 segundos
9. Se demora 1 segundo
10.Tiempo de caída es 3 segundos

11. Se demora 1 segundo
12.El desplazamiento es 24,5 (m)
13. Si el tiempo de caída es “t” segundo, el desplazamiento es de “d” metros. Porque al aumentar el “t” debe aumentar el desplazamiento
14. 
15. Es un gráfico proporcional en un plano cartesiano con “d” como el eje X y el “t” como el eje y. la gráfica es lineal
16. 8,5 segundos utilizando la tabla tiempo y metros, así se ubica donde topa con la recta.
17. Debería tener menos metros, más pequeña
18. Porque así llega más rápida al piso y la distancia
19. Tiene que ser más alto, lo contrario que lo anterior
20. Una de las variables, por ende el resultado, ya que se demora más o menos en llegar la piedra al suelo.
21. Puedo aumentar o disminuir el tiempo de caída de la piedra, así la recta puede ser más horizontal o vertical
22. La altura del edificio

23.

A(m)	T(s)
20	0,4
30	0,61
40	0,91
50	1,02
60	1,22
70	1,42

T(m)	A(m)
1	294
2	588
3	882
4	1176

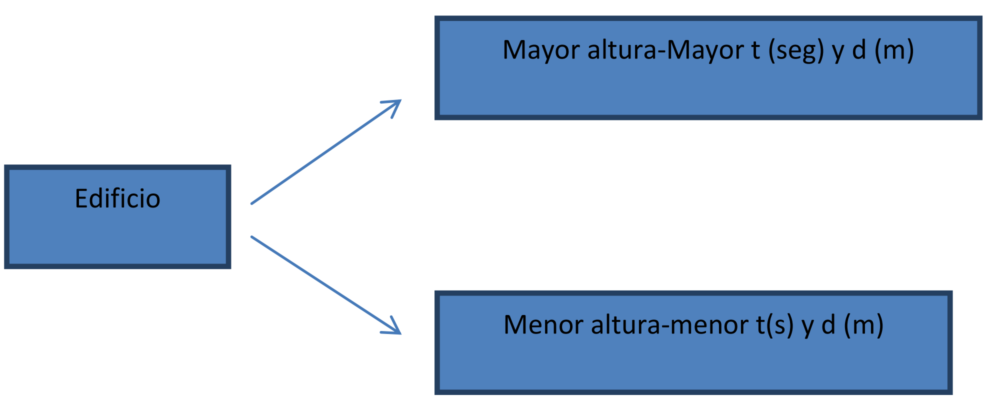
$$x = \frac{10 \cdot 20}{490} = 0,4seg$$
$$x = \frac{10 \cdot 30}{490} = 0,61seg$$
$$x = \frac{10 \cdot 40}{490} = 0,81seg$$
$$x = \frac{10 \cdot 50}{490} = 1,02seg$$
$$x = \frac{10 \cdot 60}{490} = 1,22seg$$
$$x = \frac{10 \cdot 70}{490} = 1,42seg$$

$$x = 60 \cdot 4,9 = 294$$
$$x = 120 \cdot 4,9 = 588$$
$$x = 180 \cdot 4,9 = 882$$
$$x = 240 \cdot 4,9 = 1176$$

Grupo M
3. El experimento consiste en calcular el tiempo de caída y el desplazamiento de la piedra en este tiempo
4. La altura del edificio son 44,1 metros debido a que esta es la distancia recorrida de la piedra lanzada desde la base de la azotea. (Punto más alto del edificio)
5. Son 78,4 metros
6. Son 9 segundos
7. Son 53,9 metros
8. Son 2 segundos
9. Demoro 1 segundo

10.Son 3 segundos
11. Se demoró 1 segundo
12. Son 12,25 metros
13. $d = t^2 4{,}9$. A través de la tabla podemos apreciar que siguiendo esta formulas al elevar al cuadrado los segundos nos dará el desplazamiento
14. grafico no lineal
15. Es una curva lentamente ascendente que parte del origen y los elementos que a ella están adjuntos pertenecen a los reales positivos incluido el 0
16. Buscaría el punto dentro de la grafica
17. El edificio debe ser más bajo
18. Porque así disminuye la distancia (x) y quedará más proporcionado
19. El edificio deberá ser más alto
20. Aumentará t segundos, debido a que se desplazará más, y por ende tomará más segundos para esta
21. Se añadirá más segundos, por consiguiente, más distancia.
22. Cambia el desplazamiento

23.



Forma de predicción: Uso de la F(X)

$f(x) = t^2 4{,}9m$

Equipo 1

3. En el experimento se lanzó una piedra desde la azotea y parte en el momento 0 obteniendo 0segundos, luego cada un segundo el desplazamiento de la piedra va aumentando
4. la altura del edificio es de 490m porque está en la azotea y la piedra llega en 10 s a 490m. esto nos dice que la altura es 490m
5.A los 4 s el desplazamiento de la piedra será 78,4m
6. Si el desplazamiento es de 396,9m el tiempo de caída será de 9 s
7. la diferencia de desplazamiento es de 53,9m
8.El tiempo de caída será de 25
9. Se demoró 1 s en recorrer 14,7m
10. El tiempo de caída total es de 3s
11. Se demoró en recorrer 24,5m
12. 31,85 m es el desplazamiento en 2,5s
13.Sin Respuesta
14. Sin Respuesta
15. Es una gráfica ascendente o creciente
16.Sin respuesta
17.Que los intervalos sean menos ya que la gráfica sea más vertical y así no afectar el resultado de esta
18. Porque así sea más vertical
19. Que tenga más intervalos
20.Sin respuesta
21.Sin respuesta

22.Sin respuesta
23.Sin respuesta

Equipo 2

3. Tiempo de caída y de desplazamiento de la piedra
4. Es 490, ya que, es la tabla sale expresado y demuestra la distancia de donde está el niño
5.El desplazamiento es de 78,4
6. 9 segundos
7. la diferencia es de 53,9
8. Dos segundos
9. 1 segundo
10.3 segundos
11. Un segundo porque 19,6 es 2 segundos y en total son 3 segundos
12.Sin respuesta
13.Sinrespuesta
14.Sin gráfico
15.Sin respuesta
16.Sin respuesta
17.Sin Respuesta
18.Sin respuesta
19.Sin respuesta
20.Sin respuesta

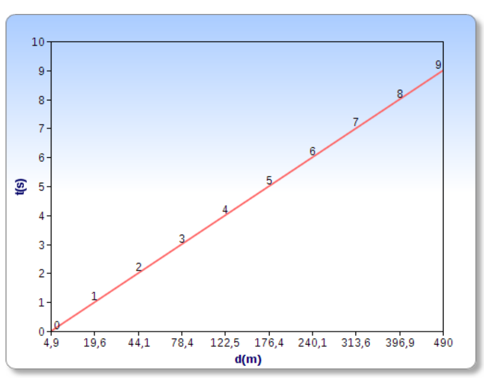
21.Sin respuesta
22.Sin respuesta
23.Sin respuesta

Equipo 3

3. cuanto se demora en caer la piedra
4. 490metros, son los metros que cae la piedra por segundo
5.El desplazamiento es de 78,4
6. Su tiempo es de 9 segundos
7. La diferencia es de 53,9
8. El tiempo es de 2 segundos
9. Un segundo porque en 4,9 se demora 1 y seria 2 segundos 1+1=2
10. El tiempo es de 3 segundos
11. Un segundo se demora en recorrer 24,5. 2 segundos se demora 19,6 y 1+2=3
12. Su desplazamiento es de 24,5
13.Sin respuesta
14. Sin Respuesta
15.Es creciente
16 Queda intermedio entre 313,6 y 643,9
17.Sin respuesta
18.Sin respuesta
19.Sin respuesta
20. Cambia los segundos que se demora en llegar la piedra y la distancia

21. Cantidad de segundos y su distancia
22.Sin respuesta
23.Sin respuesta

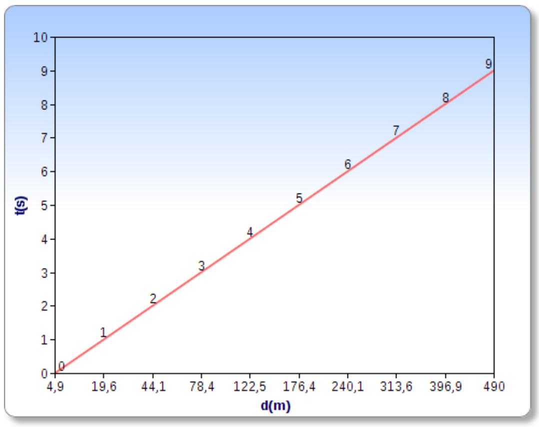
Equipo 4

3. Si estamos arriba de un edificio (azotea) y tiramos una piedra esta recorrerá en 10 segundos una distancia de 490 m. En esto consta el experimento
4.Su altura es de 490 metros
5.A los cuatro segundos su desplazamiento es de 78,4
6. Si el desplazamiento de la piedra es 396,9 el tiempo es de 0 segundos
7.53,9
8. Son 2 segundos.
9. Tarda 1,3 segundos
10. El tiempo es de 3 segundos.
11. Al 2 se le suma 0,5 porque los 24,5m están entre los 19,6 y 44,1 metros entonces lo que se demora fue 2,5s
12. 24,5 es el desplazamiento
13. ts=y dm=x
14. 

15. Grafica lineal
16. En el grafico la mitad de 8s y 9s es 8,5 entonces en la gráfica al ubicar las coordenadas y llegas a la recta puedes decidir que la distancia esta entre 313,6m y 396,9m
17. Sin respuesta
18. Sin respuesta
19. Sin respuesta
20.Sin respuesta
21.Sin respuesta
22.Sin respuesta
23.Sin respuesta

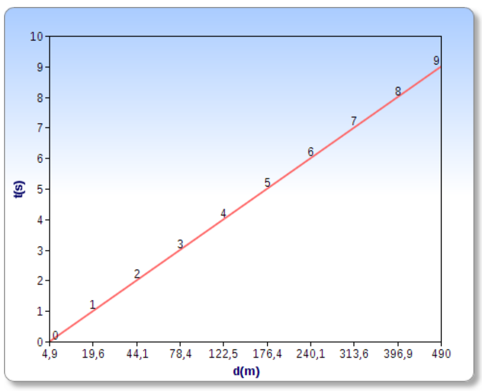
Equipo 5

3. Desde lo alto de un edificio construido, un hombre lanza una piedra.
4. La altura es de 490 m ya que en el tiempo 0 no ha recorrido ningún metro que al llegar al tiempo 10 el cual es el final del recorrido de la piedra.
5. 78,4
6. 9 segundos
7. la diferencia que hay entre los cinco y seis segundos es de 53,9m
8. El tiempo total en ese instante es de 2 segundos
9. Se demora media centésima de segundo
10. Es de 3 segundos
11. Demora 1 segundo
12. Sería 31,85m

13. D(m) que seria 0 ya que el cuerpo que sería la pelota no se encuentra en movimiento aun, f(x)=t+x=d
14. 
15.Lineal porque pasa por el punto cero
16. Saca el tiempo que se demora del segundo 8 al segundo 9 y luego este se divide en 2, (t8+t9)/2
17. Debería tener menor altura.
18. Porque así obtendríamos menor distancia " a menor altura, menor distancia"
19. Deberá tener mayor altura
20. Cambia la distancia f(x)=t^2+x=d
21. Cambia la distancia
22.f(x)=t^2+x=d
23.Sin respuesta

Equipo 6

3. Desde la azotea de un edificio una persona suelta una piedra (edificio de 490m)
4.   490m es la altura del edificio ya que eso no dice la tabla
5. 78,4 metros

6. 9 segundos
7. La diferencia es de 53,9 metros
8. 2 segundos
9. Se demora 1,5 ya que encuentra a la mitad de 3 y 2
10. tiempo de caída es 3 segundos
11. 2,5
12. 24,5m
13.Sin respuesta
14. 
15. Línea, pasa por el origen
16. 710,5
17. Sin respuesta
18.Sin respuesta
19.Sin respuesta
20.Sin respuesta
21Sin respuesta
22. Sin respuesta
23.Sin respuesta

Equipo 7

3. El individuo subió a la azotea para lanzar una piedra y calculó los segundos que demoraba en llegar al suelo
4. La altura del edificio son 490m, ya que es la altura máxima.
5. El desplazamiento es de 78,4m
6. El tiempo de caída es de 9 segundos
7. La diferencia entre los desplazamientos es de 53,9
8. El tiempo es de 2 segundos
9. Demora 1 segundo
10. El tiempo total de caída son 3 segundos
11. Un segundo en recorrer los 24,5 metros
12. El desplazamiento es 36,75 m
13.Sin respuesta
14. Grafico lineal
15. Lineal ascendente
16. La distancia es 355,25
17. Para que la gráfica sea más vertical, el tiempo para alcanzar una distancia determinada debe ser menor, pero sin cambiar los valores de la distancia
18. Para que sea más vertical
19. Deberá tener una menor altura
20.Sin respuesta
21Sin respuesta
22. EL desplazamiento
23.Sin respuesta

Equipo 8

3. El niño sube a la azotea de un edificio y deja caer una piedra para ver que sucedía con esta.
4. Su altura es de 490 metros porque así está registrado en la tabla
5.A los 4 segundos son de 78,4 metros
6. El tiempo de caída es de 9 segundos en llegar a los 396,9 metros
7.La diferencia del desplazamiento es de 53,9s
8. El tiempo de caída en el instante es de 2 segundos en los 19,6 metros
9. El tiempo es raíz de 3
10.el tiempo de caída en total de 44,1 metros es de 3 segundos
11. Demoro raíz de 5 segundos en recorrer 24,5 metros
12. El desplazamiento es de 30,625 metros en 2,5segundos
13. En t segundos su desplazamiento es de 4,9 por el tiempo al cuadrado según la ecuación 4,9 por X al cuadrado
14. grafico lineal
15.Lineal ya que pasa por el 0
16. Uniría los puntos entre 8 y 9 que me lleven a una cierta distancia
17.Para que la gráfica que obtengamos sea más vertical el edificio debería ser más bajo
18. Ya que al ser el edificio más bajo el tiempo que demore en llegar abajo será menor
19. Más alto
20. En la expresión algebraica no cambiarían ningún dato
21. Si el edificio es más alto tendría más segundos y metros pero si el edificio es más chico se acortaría la distancia(m) y los segundos

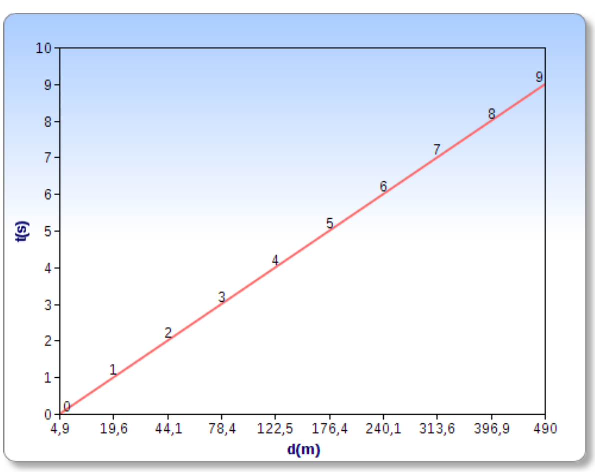
22.No cambiaría nada en la expresión algebraica
23 Sin respuesta

Equipo 9

3. Es para ver el tiempo de caída en diferentes distancias
4. mide 490 m ya que nos guiamos por la tabla
5. 78,4 metros
6. 9 segundos
7. La diferencia es de 53,9 metros
8. 2 segundos
9. Se demora 1,5 ya que encuentra a la mitad de 3 y 2
10. tiempo de caída es 3 segundos
11. 2,5
12.Sin respuesta
13.Sin respuesta
14.Sin gráfico
15.Sin respuesta
16.Sin respuesta
17. Más pequeño
18. Mientras más pequeño sea el edificio, la piedra se demora menos en caer
19. Tendrá que ser más alto
20.Sin respuesta
21. El tiempo

22.Sin respuesta
23.Sin respuesta

Equipo 10

3. Desde la azotea se lanza o dejan caer la piedra, se mide la distancia y tiempo que demora en llegar al suelo
4. 490 metros, esa es la distancia que recorre la piedra
5. 78,4 metros es el desplazamiento de la piedra
6. 9 segundos es su tiempo de caída
7. 53,9 metros
8. Dos segundos
9. Un segundo del s1 al s2
10. el tiempo de caída es de 3 segundos
11. Demora 2 segundos. Sería un segundo del 2 al 3
12. Ese es el desplazamiento
13.Sin respuesta
14. 

15. Lineal porque pasa por el origen que es 0
16. 355,25
17. Que el edificio sea más alto para que sea más vertical
18. Porque la distancia que recorre sería más larga
19. Que el edificio se más bajo para que sea más horizontal
20. La distancia que recorre hasta llegar al suelo. Y el tiempo
21. Cambiaría el tiempo y el desplazamiento
22. El tiempo y el desplazamiento ya que se modificaría el tiempo de caída y por ende cambia el desplazamiento
23.Sin respuesta

3.4 Análisis de los resultados

1. **Dibuje la situación**

   Los estudiantes trabajan en equipos, cada uno realiza un dibujo de la situación.

2. **Elijan uno, recorten y peguen la situación dibujada.**

   Los estudiantes elijen el dibujo que sea más representativo para ellos.

3. **Describa con sus palabras el experimento.**

   7 Equipos contestan que se lanza una piedra.

   2 Equipos contestan que el experimento consiste en soltar una piedra.

   4 Equipos contestan que el experimento consiste en dejar caer una piedra.

9 Equipos contestan que el experimento consiste en determinar el tiempo que demora la piedra en tocar el suelo.

4. **¿Cuál es la altura del edificio? Justifique.**

   17 Equipos responde La altura del edificio es 490 metros.

   1 Equipo responde que no está determinada la altura porque el edificio está en construcción.

   2 Equipos responden que la altura del edificio es 44,1.

   1 Equipo responde que la altura del edificio es 122,5.

   1 Equipo responde que la altura del edificio es 78.

5. **A los cuatro segundos de caída, ¿cuál es el desplazamiento de la piedra?**

   22 Equipos responde que el desplazamiento de la piedra a los cuatro segundos de caída es 78,4 metros.

6. **Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros, ¿cuál es el tiempo de caída?**

   22 Equipos responden que el tiempo de caída de la piedra es 9 segundos.

7. **Determine la diferencia de desplazamientos entre los seis y cinco segundos.**

   20 Equipos responden 53,9 metros.

   1 Equipo responde 03,7 metros.

   1 Equipos responden 53 metros.

8. **Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿cuál es el tiempo de caída total que tiene en ese instante?**

   1 Equipo responde “es aproximadamente de 11 a 12 segundos”.

1 Equipo responde 1 segundo.

19 Equipos responden 2 segundos.

1 Equipo responde el tiempo de caída será 25.

9. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?**

   14 Equipos responden 1 segundo.

   1 Equipo responde “se demora aproximadamente entre 10 y 11 segundos”.

   3 Equipos responden 1,5 segundos.

   1 Equipo responde 2 segundos.

   2 Equipos responden 1,3 segundos.

   1 Equipo responde “media centésima de segundo”.

10. **Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más, ¿cuál es el tiempo de caída total en ese instante?**

    20 Equipos responden 3 segundos.

    2 Equipos responden 1 segundo.

11. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 24.5 metros?**

    13 Equipos responden 1 segundo.

    1 Equipo responde 1,67 segundos.

    1 Equipo no responde.

    4 Equipos responden 2 segundos.

    2 Equipos responden 2,5 segundos.

    1 Equipo responde “raíz de cinco segundos”.

12. **Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos, ¿cuál es el desplazamiento?**

    1 Equipo responde 31,9 metros.

    1 Equipo responde 31, 8 metros.

    4 Equipos responden 31,85 metros.

    6 Equipos responden 24,5 metros.

    2 Equipos responden 30,625 metros.

    1 Equipo responde 32,85 metros.

    2 Equipos responden 12,25 metros.

    4 Equipos no responden.

    1 Equipo responde 36,75 metros.

13. **Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos, ¿cuál es el desplazamiento? Explique.**

    8 Equipos responde "el desplazamiento es "d" metros".

    3 Equipos responden t al cuadrado multiplicado por la constante 4,9.

    9 Equipos no responden.

    2 equipos responden "dm=x".

14. **Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus distancia (m).**

    2 Equipos no hacen gráfico.

    9 Equipos invierte las variables del gráfico.

    6 Equipos realizan grafico lineal.

    4 Equipos realizan una parábola.

    1 Equipo realiza gráfico de barra.

15. **¿Qué tipo de grafica es?**

9 Equipos responden que el grafico es lineal.

3 Equipos responden que el grafico es una curva.

1 Equipo responde que el grafico es proporcional.

1 Equipo responde que el grafico es constante.

1 Equipo responde que es un gráfico de puntos.

1 Equipo responde que es un gráfico cartesiano.

2 Equipos no responden.

4 Equipos responden que el gráfico es creciente.

16. **¿Cómo calcularías la distancia a los 8,5s utilizando la gráfica?**

4 Equipos no responden.

4 Equipos obtienen el promedio entre el tiempo 8s y el tiempo 9s.

2 Equipos buscan la distancia observando el grafico en el eje X.

6 Equipos buscan en el gráfico.

1 Equipo responde “recorrerá 313,6m”.

1 Equipo responde “354,95”.

1 Equipo responde “queda intermedio entre 313,6 y 643,9”.

1 Equipo responde “710,5”.

2 Equipos responden “la distancia es 355,25.

17. **¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea “más vertical” que la gráfica de nuestro experimento?**

10 Equipos responden que el edificio debe ser más bajo.

5 Equipos responden que el edificio debe ser más alto.

1 Equipo responde que deben haber más barras comparativas en el gráfico.

1 Equipo responde que debe haber menos intervalos.

4 Equipos no responden.

1 Equipo responde que el tiempo debe ser menor pero la distancia debe ser más alta.

18. ¿Por qué?

4 Equipos no responden.

1 Equipo responde “su crecimiento exponencial se vería incrementado”.

1 Equipo responde “porque está comparando para que sea un gráfico vertical”.

1 Equipo responde “si es más alto la piedra demora más en caer”.

2 Equipos responde “el tiempo de caída seria menos”.

1 Equipo responde “porque la piedra recorrería una menor distancia”.

1 Equipo responde “porque a menor medida vertical mayor medida horizontal”.

1 Equipo responde “porque disminuye la altura”.

1 Equipo responde porque entre más altura la curva deberá ser más vertical”.

1 Equipo responde “porque tendría menos d”.

1 Equipo responde “porque llega más rápido al piso”.

1 Equipo responde “porque así disminuye la distancia”.

2 Equipos responden “porque así será más vertical”.

1 Equipo responde “porque así obtendremos menor distancia”.

1 Equipo responde “ya que al ser el edificio más bajo el tiempo que demore en llegar abajo será menor”.

1 Equipo responde “mientras más pequeño sea el edificio, la piedra se demora menos en caer”.

1 Equipo responde “porque la distancia que recorre sería más larga”.

19. ¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea “más horizontal” que la gráfica de nuestro experimento?

10 Equipos responden que el edificio debería ser más grande.

5 Equipos responden que el edificio debería ser más bajo.

1 Equipo responde que el edificio debe tener más distancia.

4 Equipos no responden.

1 Equipo responde que debe tener más intervalos.

1 Equipo responde que debe tener una velocidad constante.

20. Si se modifica la altura del edificio ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica?

8 Equipos no responden.

1 Equipo responde que no cambia nada.

3 Equipos responde que cambia el desplazamiento.

3 Equipos responden que cambia el tiempo.

6 Equipos responden que cambia el tiempo y la distancia.

1 Equipo responde que cambia el resultado.

21. ¿Qué cambiará en la tabla de datos?

6 Equipos no responden.

4 Equipos responde que cambia el tiempo.

7 Equipos responde que cambia el desplazamiento.

1 Equipo responde que cambian los valores.

4 Equipos responden que cambia el tiempo y la distancia.

22. **Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?**

    7 Equipos no responden la pregunta.

    11 Equipos responden que cambia el desplazamiento.

    2 Equipos responden que no cambia nada.

    1 Equipo responde que cambia el desplazamiento y el tiempo.

    1 Equipo anota una formula.

23. **Elabora esquemas que coordinen la altura del edificio, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.**

    16 Equipos no responden la pregunta.

    3 Equipos elaboran nuevas tablas de datos.

    3 Equipos elaboran un mapa conceptual del fenómeno.

3.5 Contraste de las conjeturas previas con respuesta de los estudiantes

1. **Dibuje la situación**

   Los estudiantes trabajan en equipos, cada uno realiza un dibujo de la situación.

2. **Elijan uno, recorten y peguen la situación dibujada.**

   Los estudiantes elijen el dibujo que sea más representativo para ellos.

3. **Describa con sus palabras el experimento.**

   Ninguna equipo logra comprender la finalidad del experimento, la cual es determinar la distancia que alcanza la piedra a medida que pasa el tiempo (segundos). Nueve equipos de estudiantes invierten el experimento y lo asocian con el tiempo que demora en caer la piedra. El resto de las equipos se limita a responder que la finalidad del experimento consiste en soltar, lanzar o dejar caer una piedra.

4. **¿Cuál es la altura del edificio? Justifique.**
   Dentro de las respuestas obtenidas por los estudiante, lo conjeturado no se aleja de las respuestas, 17 estudiantes recurren a la tabla y buscan la última distancia que recorre la piedra. Si bien todos los estudiantes responden la pregunta, el resto de ellos asoció la altura del edificio con la altura del dibujo realizado por ellos.

5. **A los cuatro segundos de caída, ¿cuál es el desplazamiento de la piedra?**
   El total de los equipos estudiantes responde según lo conjeturado anteriormente, todos recurren a la tabla y la utilizan como herramienta para responder a la pregunta en forma correcta.

6. **Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros, ¿cuál es el tiempo de caída?**
   El total de los equipos de estudiantes responde según lo conjeturado anteriormente, todos recurren a la tabla y la utilizan como herramienta para responder a la pregunta en forma correcta.

7. **Determine la diferencia de desplazamientos entre los seis y cinco segundos.**
   De un total de 22 equipos de estudiantes, 20 equipos responden correctamente la pregunta y coincide con lo conjeturado anteriormente ya que los estudiantes buscaron los datos en la tabla y luego calcularon la diferencia de distancias. El resto de los equipos se basan en los dibujos que realizaron y utilizan proporciones.

8. **Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿cuál es el tiempo de caída total que tiene en ese instante?**

   19 equipos de estudiantes responden según lo conjeturado anteriormente, sumando las distancias y luego recurriendo a la tabla de datos. El resto de los equipos utiliza proporción directa y regla de tres.

9. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?**

   Las respuestas de los estudiantes se reflejan en lo conjeturado anteriormente debido a que los estudiantes recurrieron a la tabla y luego obtuvieron el resultado de la diferencia entre las valores de la pregunta anterior. Por otro lado algunas de los equipos de estudiantes utilizaron proporción directa para obtener el resultado.

10. **Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más, ¿cuál es el tiempo de caída total en ese instante?**

    20 equipos de estudiantes responden según lo conjeturado anteriormente, sumando las distancias y luego recurriendo a la tabla de datos. El resto de los equipos utiliza proporción directa y regla de tres.

11. **De acuerdo a la pregunta anterior, ¿cuánto tiempo demoró en recorrer 24.5 metros?**

    Las respuestas de los estudiantes se reflejan en lo conjeturado anteriormente debido a que los estudiantes recurrieron a la tabla y luego obtuvieron el resultado de la diferencia entre las valores de la pregunta anterior. Por otro lado algunas de los equipos de estudiantes utilizaron proporción directa para obtener el resultado.

12. **Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos, ¿cuál es el desplazamiento?**

    Todas los equipos de estudiantes responden según lo conjeturado anteriormente, debido a que algunos equipos de estudiantes utilizaron proporción directa para encontrar el resultado, otros equipos de estudiantes obtuvieron el promedio entre las distancias de los tiempo 2 segundos y 3 segundos,. Por otro lado, otros equipos de estudiantes utilizaron la formula encontrada en la pregunta anterior.

13. **Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos, ¿cuál es el desplazamiento? Explique.**

    Si bien en lo conjeturado no se esperaba que los estudiantes llegaran a la expresión algebraica 3 equipos obtuvieron la expresión correcta.

    Por otro lado el resto de los estudiantes respondió según lo conjeturado, ya que efectivamente al preguntar por un tiempo "t" los estudiantes asociaron que el desplazamiento seria otra letra desconocida a la que llamaron "d". Cercano a la mitad de los equipos de estudiantes no respondió la pregunta.

14. **Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus distancia (m).**

    De lo conjeturado anteriormente un 50% de los estudiantes hizo lo que se esperaba que hicieran, el resto de los equipos de estudiantes invierten las variables en el gráfico. Por otro lado dos equipos se limitan a no contestar la pregunta.

15. **¿Qué tipo de grafica es?**

    Entre lo conjeturado y las respuestas de los estudiantes, acertamos en sus respuestas, ya que en su mayoría contestaron que la gráfica obtenida es de tipo lineal o curva.

16. **¿Cómo calcularías la distancia a los 8,5s utilizando la gráfica?**

    Los estudiantes recurrieron al grafico para obtener la distancia en el tiempo 8,5 segundos, además de recurrir al grafico los estudiantes obtiene el promedio entre la distancia a los 9 segundos y la distancia a los 8 segundos, por otro lado utilizan proporción directa y regla de tres para obtener el valor de la distancia.

Dentro de lo conjeturado los estudiantes no se alejan de lo que se esperaba.

17. **¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea "más vertical" que la gráfica de nuestro experimento?**

    4 equipos se limitaron a no responder, sin embargo dentro de lo conjeturado 10 equipos respondieron que el edificio debe ser más bajo y 5 equipos respondieron que el edificio debe ser más alto.

    Por otro lado el resto de los equipos relaciono la pregunta con los gráficos de barra que ellos realizaron y no con la altura del edificio.

18. **¿Por qué?**

    En esta pregunta se conjeturo que los estudiantes justificaran la respuesta anterior, si bien la mayoría de los equipos de estudiantes justificó su respuesta, hubo equipos que se limitaron a no responder la pregunta.

19. **¿Cómo deberá ser el edificio para que la gráfica que obtengamos sea "más horizontal" que la gráfica de nuestro experimento?**

    4 equipos se limitaron a no responder, sin embargo dentro de lo conjeturado 10 equipos respondieron que el edificio debe ser más alto y 5 equipos respondieron que el edificio debe ser más bajo.

    Por otro lado el resto de los equipos relaciono la pregunta con los gráficos de barra que ellos realizaron y no con la altura del edificio.

20. **Si se modifica la altura del edificio ¿Qué es lo que cambia en la expresión algebraica?**

    Las respuestas de los estudiantes se alejan de lo conjeturado anteriormente debido a que se esperaba que los estudiantes contestaran que no cambia nada en la expresión y solo un equipo de estudiantes contesto correctamente.

    Por otro lado ocho equipos se limitaron a no responder la pregunta y el resto de los equipos responde que cambia la distancia, el tiempo o ambos.

21. ¿Qué cambiará en la tabla de datos?

Las respuestas que los estudiantes dieron a la pregunta concuerdan con lo conjeturado.

Ya que 7 equipos de estudiantes contestaron a la pregunta que cambia el desplazamiento y 6 equipos de estudiantes se limitaron a no contestar.

Por otro lado el resto de los equipos contestó que en la tabla cambia el tiempo o cambian ambas variables.

22. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?

Si bien se pretendía que los estudiantes revisen la gráfica obtenida anteriormente y observen que sucede al aumentar el tiempo, dándose cuenta que la gráfica no varía solo se extiende por más tiempo; solo 2 estudiantes respondieron que la expresión algebraica no cambia.

Por otro lado los otros estudiantes se limitaron a no contestar la pregunta, o decir que lo que cambia en la expresión es la distancia o desplazamiento.

23. Elabora esquemas que coordinen la altura del edificio, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

Las respuestas de los estudiantes no se alejan de lo conjeturado debido a que hubo equipos de estudiantes que no contestaron a la pregunta. Por otro lado se conjeturó que los estudiantes debían elaborar un esquema que coordinara los tres modelos, sin embargo, los estudiantes realizaron mapas conceptuales de la actividad realizada y también realizaron nuevas tablas de valores las cuales obtuvieron utilizando proporción directa y regla de tres.

Anexo 4: Instrumento diseño versión 3

4.1 Actividad 3

Nombre: ______________________________ Curso: ___Fecha: _____Edad: ___

Desde un piso de un edificio en construcción, una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos).

t(s)	**d(m)**
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

Tabla 1

1. **Dibuje la situación**

Desde un piso de un edificio en construcción,

Una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos).

Con un software especial obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra el desplazamiento de la piedra (en metros).

2. **Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.**

3. **Describa con sus palabras el experimento.**

4. **A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra?**

5. **Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?**

I. El Modelo Algebraica.

t(s)	d(m)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$
$t_0 = 0$	$d_0 = 0$		
$t_1 = 1$	$d_1 = 4.9$		
$t_2 = 2$	$d_2 = 19.6$		
$t_3 = 3$	$d_3 = 44.1$		
$t_4 = 4$	$d_4 = 78.4$		
$t_5 = 5$	$d_5 = 122.5$		
$t_6 = 6$	$d_6 = 176.4$		
$t_7 = 7$	$d_7 = 240.1$		
$t_8 = 8$	$d_8 = 313.6$		
$t_9 = 9$	$d_9 = 396.9$		
$t_{10} = 10$	$d_{10} = 490$		

Tabla 2

A continuación expresa los incrementos de distancias completando la siguiente tabla de incrementos. Estos incrementos o diferencias de distancias, se denotan con Δd .

6. **Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más. ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?**

7. **De acuerdo a la pregunta anterior. ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?**

8. **Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más. ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?**

9. **Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos. ¿Cuál es el desplazamiento?**

10. **Si** Δd **es 24.5 metros ¿Cuál es la distancia que ha recorrido la piedra?**

11. **Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el** Δd **?**

12. **Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el** Δd **?**

13. **Con los datos anteriores completen la tabla a la derecha de diferencia de las diferencia, considerando a** $\Delta[\Delta d]$ **como la diferencia de las diferencias de distancias.**

Recuperen las distancias que recorre la piedra, en los 10 segundos de su caída, usando esta tabla de las diferencias de las diferencias. Anoten sus valores en la columna d (m).

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
$t_0 = 0$				
$t_1 = 1$				
$t_2 = 2$				
$t_3 = 3$				
$t_4 = 4$				
$t_5 = 5$				
$t_6 = 6$				
$t_7 = 7$				
$t_8 = 8$				
$t_9 = 9$				
$t_{10} = 10$				

Tabla 3

14. Si el tiempo de caída es 3,4 s ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra? . Expliquen cómo lo obtuvieron.

15. Si el tiempo de caída es 5,18 s ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra? Expliquen cómo lo obtuvieron.

16. Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada del desplazamiento para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

17. Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular los desplazamientos a los 3 y 5 segundos.

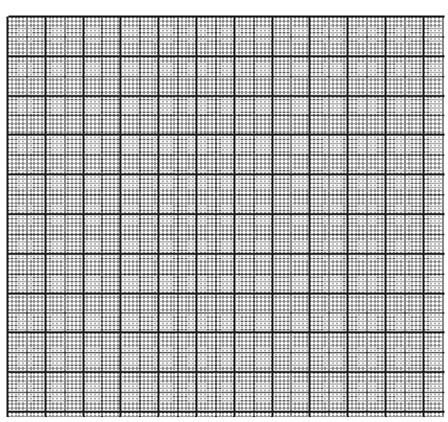
18. Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.

19. A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión general?

II. El Modelo Gráfico

Ahora recurriremos a los datos del modelo tabular para originar el modelo gráfico asociado a la caída de la piedra.

20. Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.



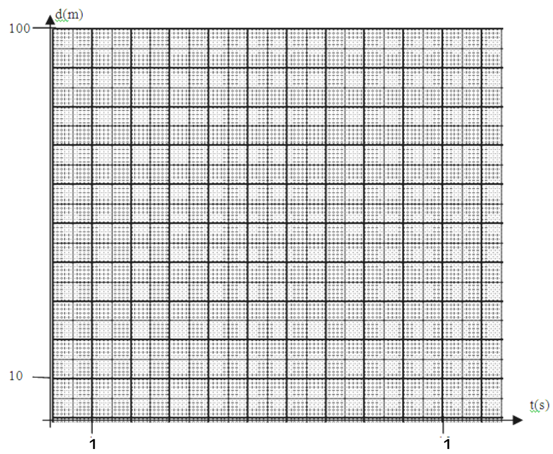
21. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

22. Pongan un nombre a su figura

23. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

24. Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado. Expliquen cómo lo hicieron.

25. Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro.



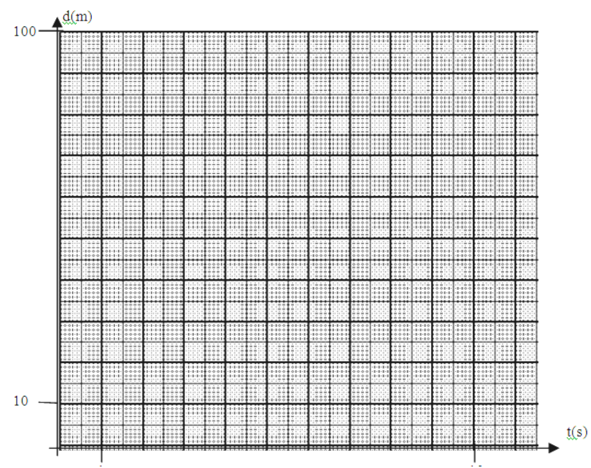
26. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

27. Pongan un nombre a su figura

28. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

29. ¿Cómo calcularías Δd a los 9,5s utilizando la gráfica?

30. Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ (m) (tabla 3).



¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

31. Pongan un nombre a su figura

32. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

33. ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ a los 2,5s utilizando la gráfica?

34. Si se modifica la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?

35. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?

36. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?

37. Elabore un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.

38. Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

__4.2 Aplicación.__

Desde un piso de un edificio,

una persona suelta una piedra

(con los debidos resguardos) cayendo está a la superficie.

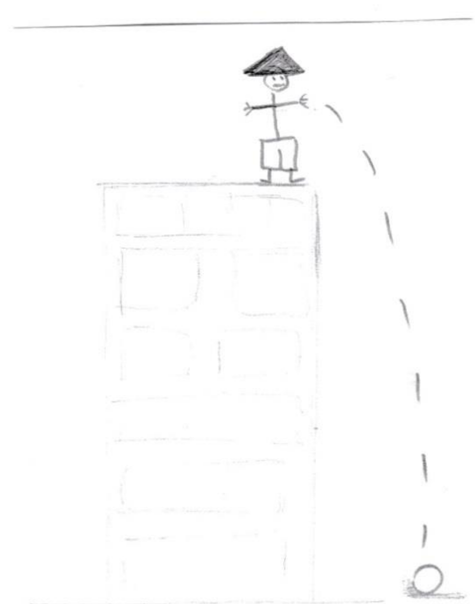
Con un software especial quiere determinar la altura que lleva el edificio y se obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).

1. Dibuje la situación.

2. Elija uno de los dibujos, recorte y pegue la situación.

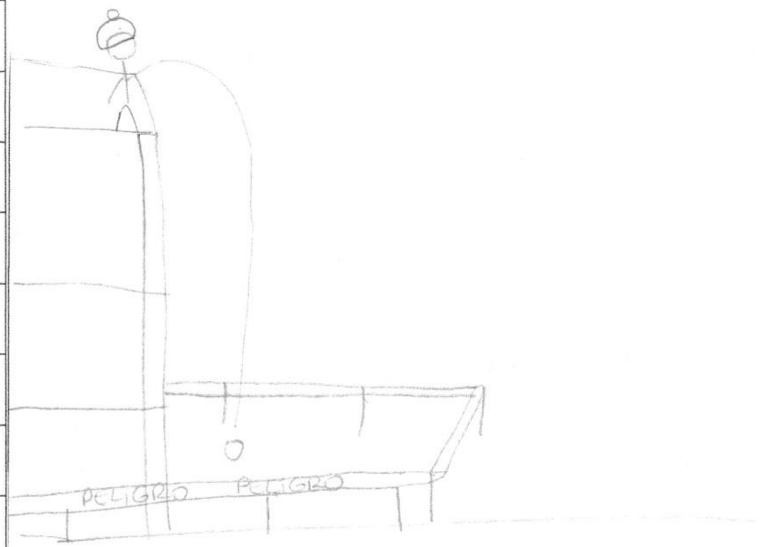
t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

Tabla 1



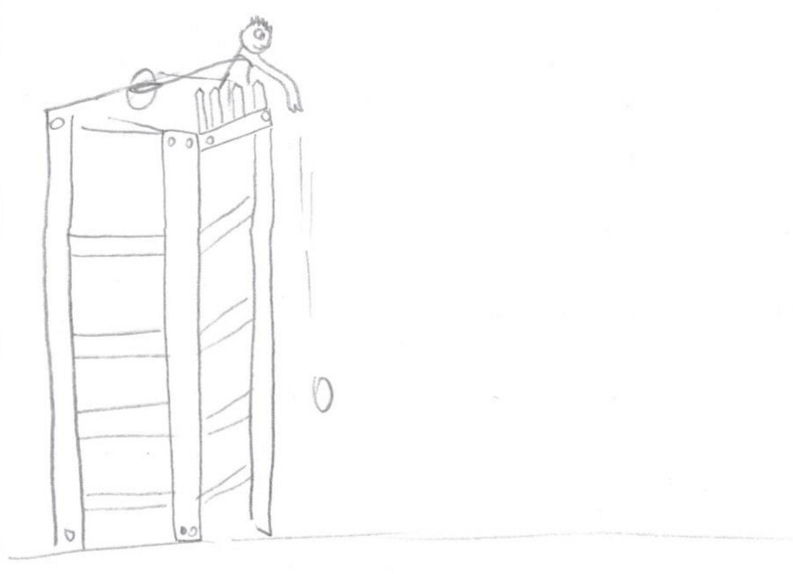
t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

Tabla 1

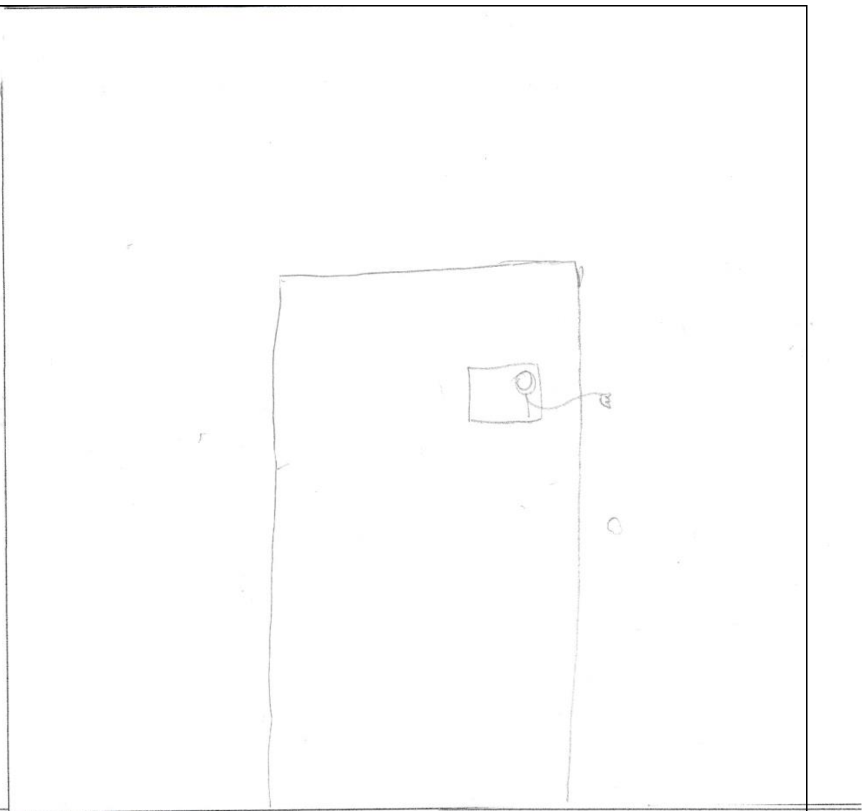


t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

Tabla 1

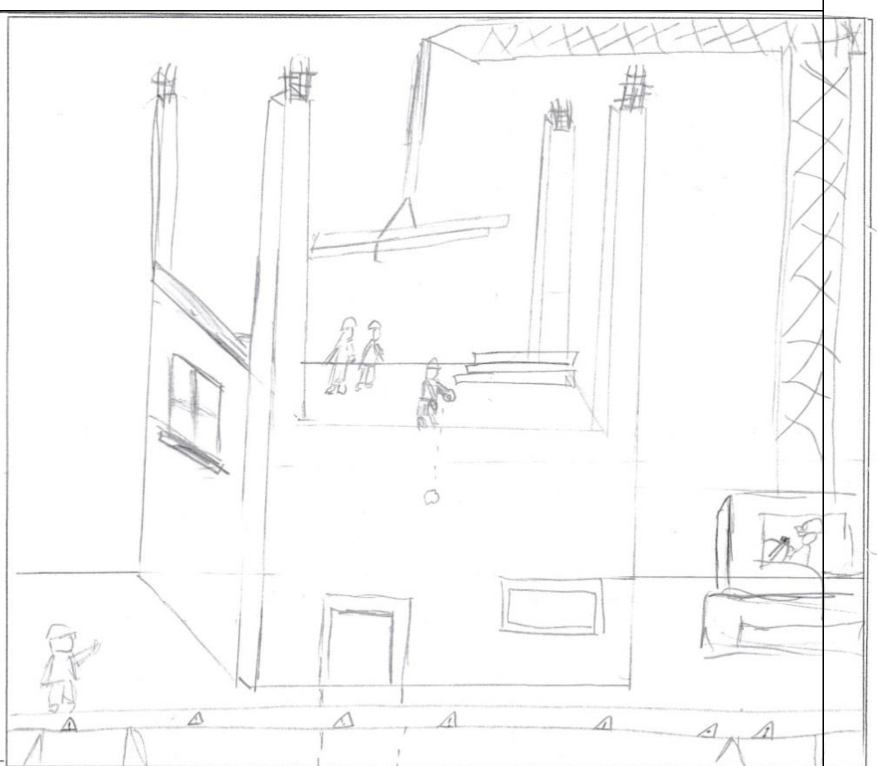


t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

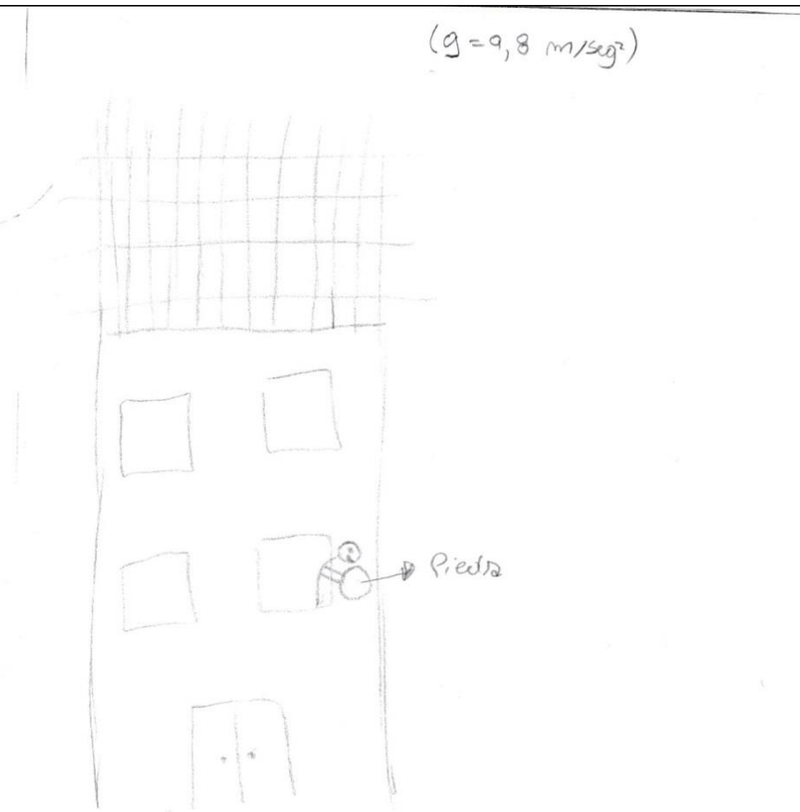


t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

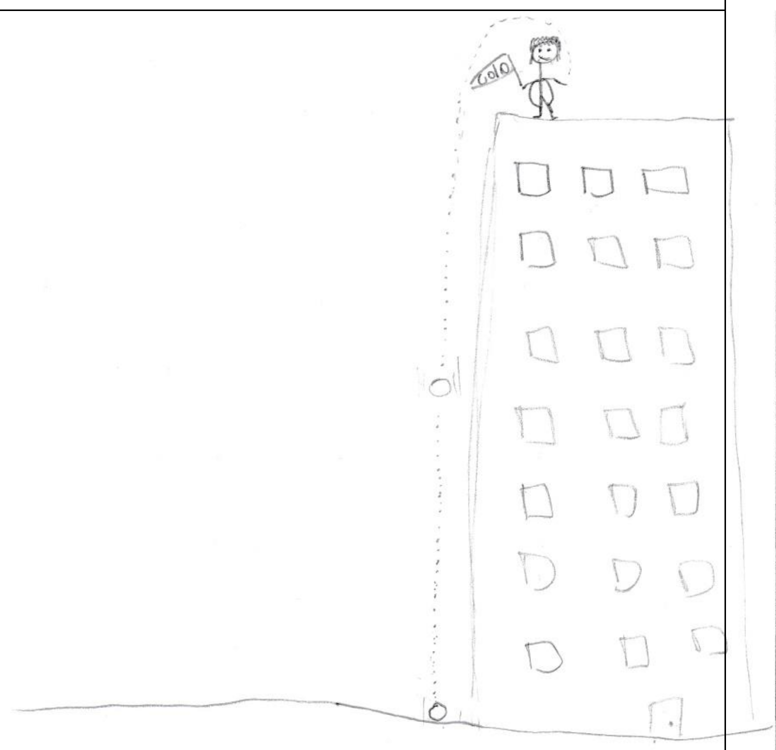
Tabla 1



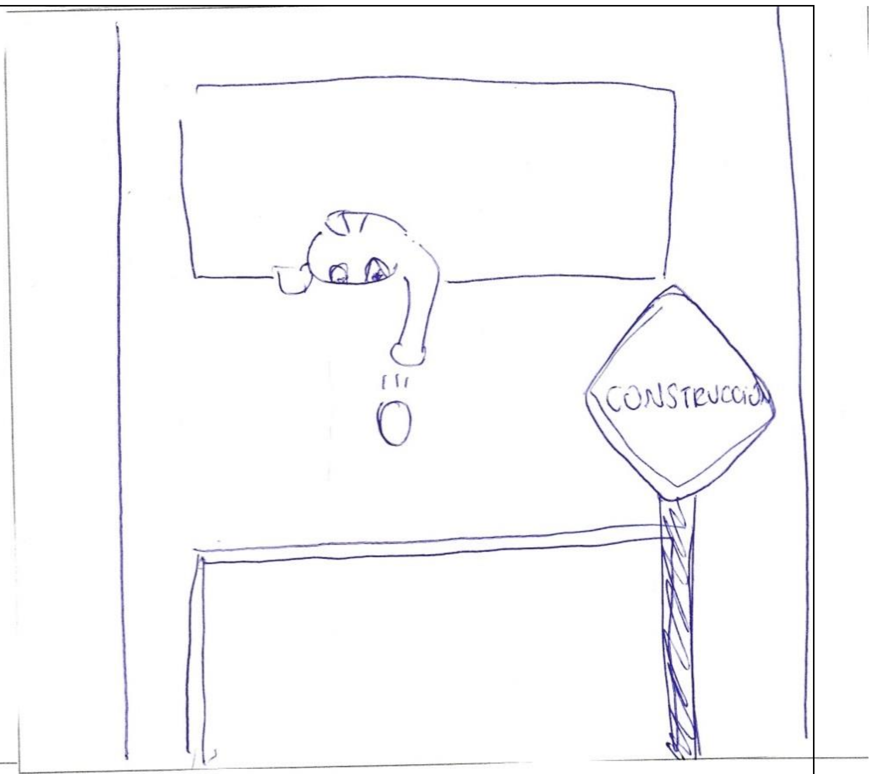
t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490



t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

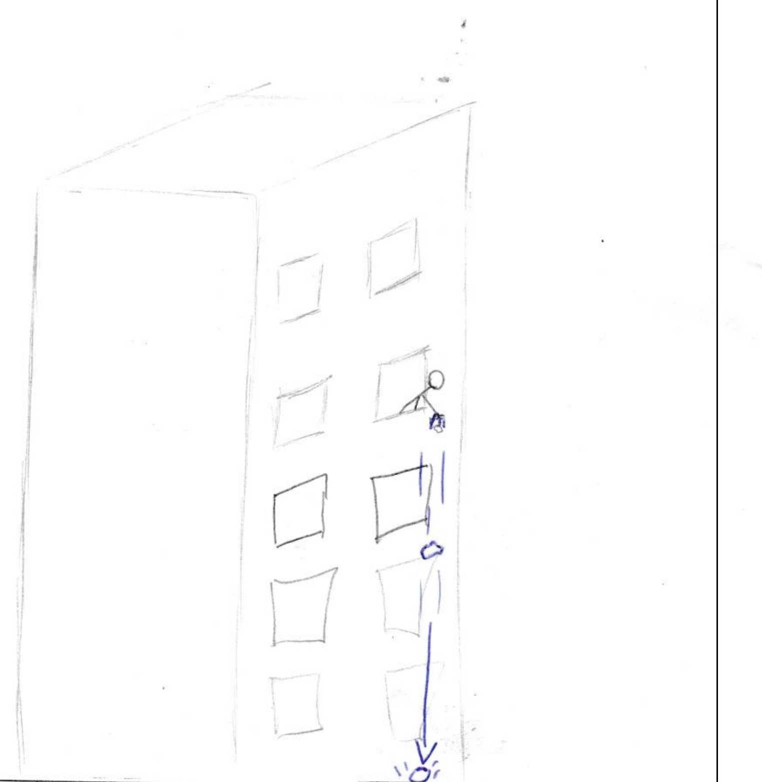


t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490



t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

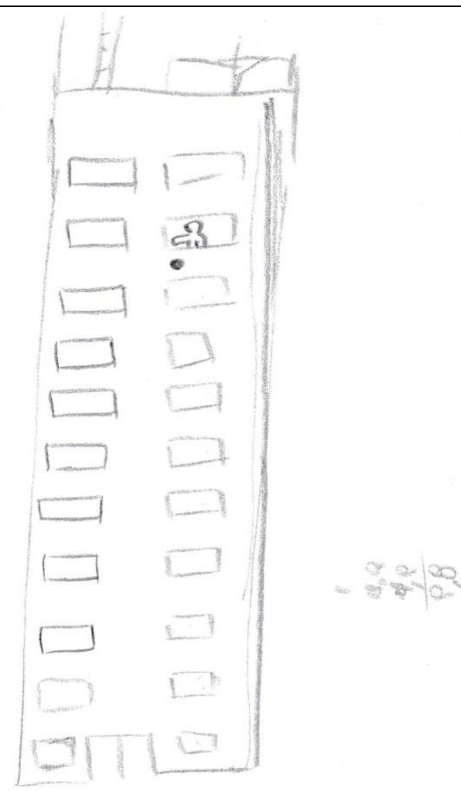
Tabla 1



t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

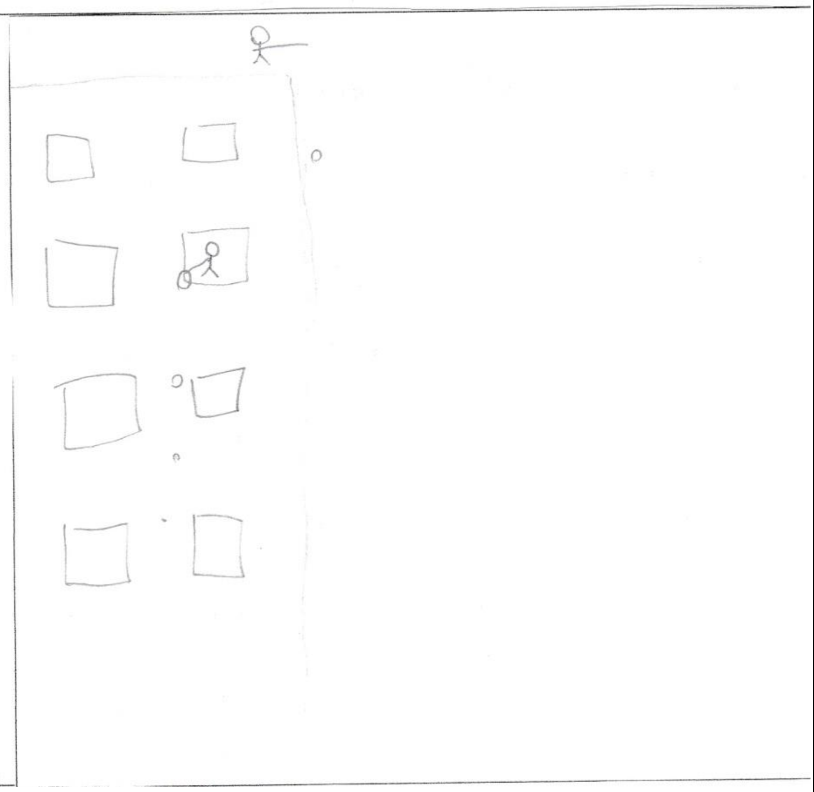
Tabla 1

t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

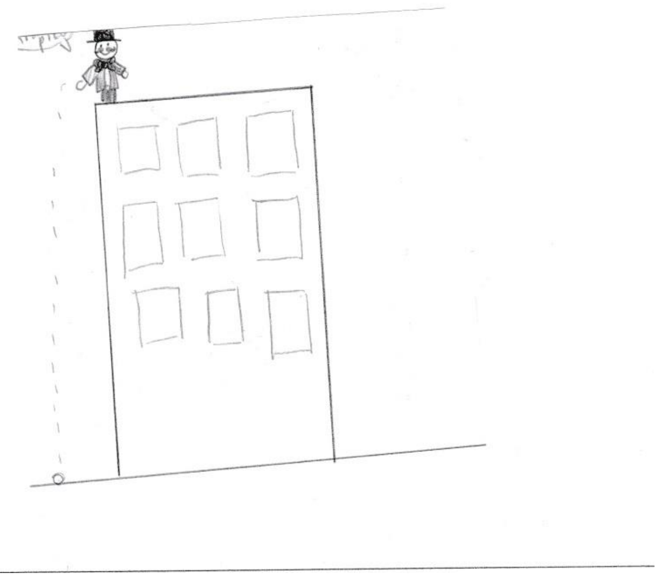


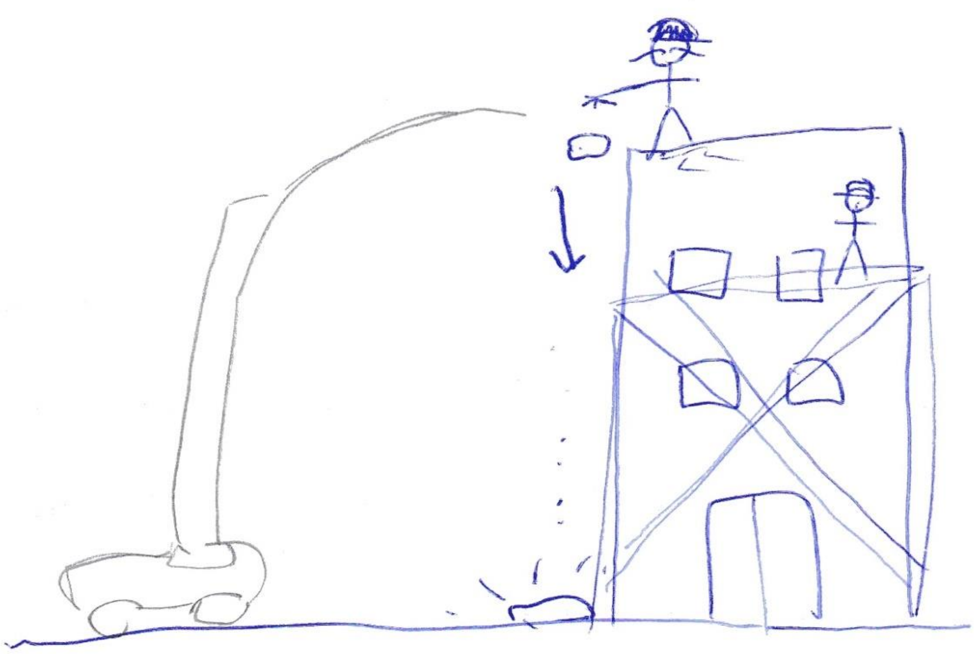
t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490



t(s)	d(m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490





3.- Describa con sus palabras el experimento:

Con un software se determina la altura y el tiempo que demora	Con un software se determina la altura y el tiempo que demora
Una persona o trabajador, suelta una piedra desde un edificio. ¿Cuánto tiempo demora en caer?	Una persona o trabajador, suelta una piedra desde un edificio ¿cuánto tiempo demorara en caer?
Un sujeto suelta una piedra de cierta altura, según la tabla a medida que aumenta el tiempo aumenta la distancia	Un sujeto suelta una piedra de cierta altura, según la tabla a medida que aumenta el tiempo, aumenta la distancia.
Se mide la altura de un edificio mediante el lanzamiento de una piedra, considerando las variables distancia y tiempo	Se mide la altura de un edificio mediante el lanzamiento de una piedra, considerando las variables distancia y tiempo.
Weno	Weno
El experimento consiste en determinar la altura que lleva el edificio	El experimento consiste en determinar la altura que lleva el edificio.
NO DESCRIBE	
Una piedra se lanza desde 490m de altura y se demora 10 seg en caer	Una piedra se lanza desde 490m de altura y se demora 10 seg en caer
Desde un edificio se lanza una piedra	Desde un edificio se lanza una piedra

En este experimento se puede comprobar la altura de un edificio desde diferentes puntos	en este experimento se puede comprobar la altura de un edificio desde diferentes puntos
Al tirar la piedra se comprueba que a mayor d mayor t	Al tirar la piedra se comprueba que a mayor d mayor t
En este experimento se muestra la distancia recorrida por la piedra a los x seg y así saber su posición	En este experimento se muestra la distancia recorrida por la piedra a los x seg. y así saber su posición
A mayor tiempo transcurrido mayor distancia recorre la piedra. A partir del segundo 3, la velocidad comienza a disminuir	a mayor tiempo transcurrido mayor distancia recorre la piedra • A partir del segundo 3, la velocidad comienza a disminuir.
Con un software se determina la altura y el tiempo que la recorre y demora	con un software se determina la altura y el tiempo que la recorre y demora.
Calcular la distancia a medida que va parando el tiempo	Calcular la distancia a medida que va parando el tiempo.

4.- A los cuatro segundos de caída. ¿Cuál es la distancia de la piedra?

78,4 metros	78,4 metros
3 seg, 44,1m	3 seg, 44,1m

78,4 m	78,4m.
78,4 m	78,4m
78,4 metters	78, 4 metters
78,4 metros	78,4 metros
78,4 metros	78,4 metros.
A los 10 – 490m	a los 10 – 490m.
78,4 metros	78,4 metros
Habría recorrido 78,4 m	HABRÍA RECORRIDO 78,4 M
78,4 m	78.4m
78,4 metros	78,4 metros
78,4 m	78,4 m
78,4 mts.	78,4 mts.

78,4m	78,4m

5.- Si la distancia de la piedra es de 396,9 metros. ¿Cuál es el tiempo de caída?

9 segundos	9 segundos
9 segundos	9 segundos
9 seg	9 seg.
9 seg	9 seg
9 seconds	9 seconds
9 seg	9 seg
9 segundos	9 segundos
9 seg	9 seg.
9 s	9s

De 9 segundos	De 9 segundos
9 seg	9 seg
A los 9 segundos	a los 9 segundos
9 seg	9 seg.
9 segundos	9 segundos.
9 seg	9 seg.

6.- Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?

2 seg	2 seg
2 seg	2 seg.
2 seg	2 seg.
2 seg	2 seg.
2 seg	2 seg

2 seg	2 seg.
	4.9 + 14.7 = 19,6. R= 2 segundos.
2 seg	2 seg.
2 segundos	2 SEGUNDOS
2 segundos	
2 seg	2 seg.
2 seg	2 seg.
2 seg	2 seg.
2 segundos	2 SEGUNDOS
2 seg	2 seg.

<u>7.- De acuerdo a la pregunta anterior ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?</u>

1 seg	1 seg.
1 seg	1 seg.

1 seg	1 seg.
2 seg	2. seg.
1 seg	1 seg
1 seg	1 seg.
1 segundo	1 segundo.
1 seg	1 seg.
1 segundo	1 segundo.
1 s	1 s
1 seg	1 seg
1 seg	1 seg
2 seg	2. seg.
1 seg	1 seg
1 seg	1 seg

<u>8.- Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?</u>

3 seg	3 seg.
3 seg	3 seg.

3 seg	3 seg.
3 seg	3 seg.
2 seg	2 seg
2 seg	2 seg
	19.6 + 24.5 = 44.1 R= 3 segundos
3 seg	3 seg.
3 segundos	3 SEGUNDOS
3s	3s
3 seg	3 seg.
5 seg	3 seg.
3 seg	3 seg.
3 seg	3 seg.
3 seg	3 seg.

9.- Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos ¿Cuál es la distancia?

31,85m	31,85 m
24,5m	24,5 m.
19,6m	19,6 m.
31,85m porque el machucao lo dijo	31,85 porque el machucao lo dijo
71,85	71,85
71,85	71,85
24,5 metros	24,5 metros.
22,05m	22,05m.
31,85 metros	31,85 metros
31,85	31,85
31,85	31.85
19,6 metros	19,6 metros

31,85	31,85
31,85mt	31,85 mt
31,85m	31,85 m.

10.- Si Δd es 24.5 metros ¿Cuál es la distancia que ha recorrido la piedra?

44,1 mts	44, 1 mts.
63,7 metros	63,7 metros.
39,2 m	39,2 m.
44,1 m	44,1m
68,6	68,6
68,6 m	68,6
	$\Delta d = d_2 - d_1$ 44.1 - 24,5 = 19,6 (m).
24,5	24,5

44,1 metros	44,1 METROS
44,1	44,1
44,1 m	44,1m
24,5 metros	24,5 metros
44,1	44,1
24,5 m	24,5 m.
44,1 m	44,1m.

11.- Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el Δd ?

73,5 mts	73,5 m.
73,5 m	Δd = 73,5 m.
73,5 m	73,5 m.
73,5 m	73,5 m

73,5	73,5
73,5	73,5
313,6 (m)	313.6 (m).
73,5	73,5
313,6 metros	313,6 ~~[illegible]~~ metros
73,5	73,5
73,5 m	73.5m
73,5 m	73,5.m
73,5	73,5
73,5 m	73,5.m
73,5 m	73,5m.

12.- Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el Δd ?

46,6 m	46,6 m
93,1 metros	Δd = 93,1 metros
9,8 m	9,8 m.
83,3m	83,3.m
83,3	83,3
83,3	83,3
	396,9 + 2,45 = 399,05 (m)
85,75	85,75
46,55	46,55 Δd
46,55	46,55 93,1:2
443,45 m	443.45 m
98m	98 m.

88,2	88.2.
46,6m	46,6m.
88,2	88,2m.

<u>13.- Con los datos anteriores completen la tabla a la derecha de diferencia de las diferencia, considerando a $\Delta[\Delta d]$ como la diferencia de las diferencias de distancias.</u>

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9 m	9,8 m	0.
1	1	14,7 m	9,8 m	4,9
2	1	24,5 m	9,8 m	19,6
3	1	34,3 m	9,8 m	44,1
4	1	44,1 m	9,8 m	78,4
5	1	53,9 m	9,8 m	122,5
6	1	63,7 m	9,8 m	176,4
7	1	73,5 m	9,8 m	240,1
8	1	83,3 m	9,8 m.	313,6
9	1	93,1 m	9,8 m	396,9
10				490

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	9,8
1	1	14,7	9,8	19,6
2	1	24,5	9,8	[illegible],4
3	1	34,3	9,8	[illegible],2
4	1	44,1	9,8	49
5	1	53,9	9,8	58,8
6	1	63,7	9,8	68,6
7	1	73,5	9,8	78,4
8	1	83,3	9,8	88,2
9	1	93,1	9,8	98.
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	9,8
1	1	14,7	9,8	19,6
2	1	24,5	9,8	29,4
3	1	34,3	9,8	39,2
4	1	44,1	9,8	49
5	1	53,9	9,8	58,8
6	1	63,7	9,8	68,6
7	1	73,5	9,8	78,4
8	1	83,3	9,8	88,2
9	1	93,1	9,8	98
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	9,8	4,9
2	1	24,5	9,8	19,6
3	1	34,3	9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	76,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83,3	9,8	313,6
9	1	93,1	9,8	490
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	"	4,9
2	1	24,5	"	19,6
3	1	34,3	"	44,1
4	1	44,1	"	78,4
5	1	53,9	"	122,5
6	1	63,7	"	176,4
7	1	73,5	"	240,1
8	1	83,3	"	313,6
9	1	93,1	"	396,9
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	9,8	4,9
2	1	24,5	9,8	19,6
3	1	34,3	9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	78,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83,3	9,8	313,6
9	1	93,1	9,8	396,9
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	+9,8	0
1	1	14,7	+9,8	4,9
2	1	24,5	+9,8	19,6
3	1	34,3	+9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	78,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83	9,8	313,6
9	1	93,4	9,8	396,9
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	9,8	4,9
2	1	24,5	9,8	19,6
3	1	34,3	9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	78,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83,3	9,8	313,6
9	1	93,1	9,8	346,9
10				

4,9:5

Tabla 3

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1 − 0	4,9 − 0	Δ[Δd] = 14,7 − 4,9	4,9
1	2 − 1	19,6 − 4,9	Δ[Δd] 24,5 − 14,7	19,6
2	3 − 2	44,1 − 19,6	Δ[Δd] 34,3 − 24,5	44,1
3	4 − 3	78,4 − 44,1	Δ[Δd] 44,1 − 34,3	78,4
4	5 − 4	122,5 − 78,4	Δ[Δd] 53,9 − 44,1	122,5
5	6 − 5	176,4 − 122,5	Δ[Δd] 63,7 − 53,9	176,4
6	7 − 6	240,1 − 176,4	Δ[Δd] 73,5 − 63,7	240,1
7	8 − 7	313,6 − 240,1	Δ[Δd] 83,3 − 73,5	313,6
8	9 − 8	396,9 − 313,6	Δ[Δd] 93,1 − 83,3	396,9
9	10 − 9	490 − 396,9	Δ[Δd]	490
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	Δt = 1 − 0 Δt = 1	Δd = 4,9	Δ[Δd] = 14,7 − 4,9 Δ[Δd] = 9,8	4,9
1	Δt = 2 − 1 Δt = 1	Δd = 14,7	Δ[Δd] = 24,5 − 14,7 Δ[Δd] = 9,8	19,6
2	Δt = 3 − 2 Δt = 1	Δd = 24,5	Δ[Δd] = 34,3 − 24,5 Δ[Δd] = 9,8	44,1
3	Δt = 4 − 3 Δt = 1	Δd = 34,3	Δ[Δd] = 44,1 − 34,3 Δ[Δd] = 9,8	78,4
4	Δt = 5 − 4 Δt 1	Δd = 44,1	Δ[Δd] = 53,9 − 44,1 Δ[Δd] = 9,8	122,5
5	Δt = 6 − 5 Δt = 1	Δd = 53,9	Δ[Δd] = 63,7 − 53,9 Δ[Δd] = 9,8	176,4
6	Δt = 7 − 6 Δt = 1	Δd = 63,7	Δ[Δd] = 73,5 − 63,7 Δ[Δd] = 9,8	240,1
7	Δt = 8 − 7 Δt = 1	Δd = 73,5	Δ[Δd] = 83,3 − 73,5 Δ[Δd] = 9,8	313,6
8	Δt = 9 − 8 Δt = 1	Δd = 83,3	Δ[Δd] = 93,1 − 83,3 Δ[Δd] = 9,8	396,9
9	Δt = 10 − 9 Δt = 1	Δd = 93,1		490
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4.9	9.8	0
1	1	14.7	〃	4.9
2	1	24.5	〃	19.6
3	1	34.3	〃	44.1
4	1	44.1	〃	78.4
5	1	53.9	〃	122.5
6	1	63.7	〃	176.4
7	1	73.5	〃	240.1
8	1	83.3	〃	313.6
9	1	93.1	〃	396.9
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	9,8	4,9
2	1	24,5	9,8	19,6
3	1	34,3	9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	78,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83,3	9,8	31[illegible]0
9	1	93,1	9,8	396,9
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1	4,9	9,8	0
1	1	14,7	9,8	4,9
2	1	24,5	9,8	19,6
3	1 3	34,3	9,8	44,1
4	1	44,1	9,8	76,4
5	1	53,9	9,8	122,5
6	1	63,7	9,8	176,4
7	1	73,5	9,8	240,1
8	1	83,3	9,8	313,6
9	1	93,1	9,8	490
10				

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0	1 seg	4,9 m	9,8	0
1	1 seg	14,7 m	24,5 − 14,7 9,8 m	4,9
2	1 seg	24,5 m	9,8 m	19,6
3	1 seg	34,3 m	9,8 m	44,1
4	1 seg	44,2 m	9,8 m	78,4
5	1 seg	53,9 m	9,8 m	122,5
6	1	63,7 m	9,8 m	176,4
7	1	73,5m	9,8 m	240,1
8	1	83,3 m	9,8 m	313,6
9	1	93,1m	9,8 m	396,6
10				490

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)	Rec segı de l (m)
0	1	4,9	9,8	4,9 ~~0~~	
1	1	14,7	9,8	19,6 ~~4,9~~	
2	1	24,5	9,8	44,1 ~~19,6~~	
3	1	34,3	9,8	~~44,1~~ 78,4	
4	1	44,1	9,8	~~78,4~~ 122,5	
5	1	53,9	9,8	~~122,5~~ 176,4	
6	1	63,7	9,8	~~176,4~~ 240,1	
7	1	73,5	9,8	~~240,1~~ 313,6	
8	1	83,3	9,8	~~313,6~~ 396,9	
9	1	93,1	9,8	~~396,9~~ 490	
10					

<u>14.- Si el tiempo de caída es 3,4 s ¿Cuál es la distancia de la piedra?</u>

60 mts	60 mts.
44, 42666...	44,42$\overline{6}$
44,42666…	3 → 39,2 = 44,42$\overline{6}$ 3,4 → X
49,98	49,98
49,98m	49,98 m
56,644	56,644
49,98	49,98

22, 21333…	3 → 19,6 3,4 → x) 22,213 m
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
49,98m	49.98m
27,7666…	27,76
49,98	49,98
60 mt	60.mt
28,42	28,42m.

<u>Explique cómo lo obtuvieron</u>

Saque un aproximado de la es el tiempo	saque un aproximado de la Δd en el tiempo
Con una regla de 3 directa	con una regla de 3 directa.
Con una regla de 3 directa	Con una regla de 3 directa

Por regla de 3	por reglo de 3 .
Con una regla de 3 directa	·Con regla de tres.
Ecuación	ecuación
Proporción directa	proporción directa .
Regla 3	regla 3 -
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
Al trascurrir 3 seg avanza 44,1 seg	Al transcurrir 3 seg Avanza 44.1 seg 3 | 44.1 3.4 | x
Proporción directa	Proporcion directo
Con una regla de 3 directa	con regla de 3 -

Calculando la suma entre la 3°ra y la 4°ta distancia	Calculando la suma entre la 3'ra y 4ta dis ci
Se multiplica 24,5*0,6+ 34,3*0,1. Ya que 3*0,6+4*0,4 =3,4	Se multiplica 24,5 · 0,6 + 34,3 · 0,1. Ya que 3 · 0,6 + 4 · 0,4 = 3,4

<u>15.- Si el tiempo de caída es 5,18 s ¿Cuál es el distancia de la piedra?. Expliquen cómo lo obtuvieron</u>

152,29 mts	152,29 mts.
60,91	60,91
60,91	5→58,8 = 60,91 5,18→x
126,91	126,91
126,91	126,91
131,47876	131,47876

126,91	126,91
81,2224m	5 → 70,4 5,18 → x 81,2224m
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
76,146m	76.146m
51,156	51,156
126,91	126,91
152,29	152,29.
45,864	45,864.

Explique cómo lo obtuvieron

Hice una regla de 3	hice una regla de 3
SIN RESPUESTA	
Con una regla de 3	Con una regla de 3 directa

Por regla de 3	por regla de 3.
Con regla de 3	Con regla de 3.
Ecuación	ecuación
Proporción directa	proporción directa.
Regla de 3	regla de 3.
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
Como arriba pero con 5,18	Como Arriba pero con 5.18
Proporción directa	Proporción directa.
Por regla de 3	por regla de 3.
Hice una regla de 3	hice una regla de 3.

Se multiplica 44,1*0,82+ 53,9*0,18. Ya que 0,18*6+5*0,82 es 5, 18	Se multiplica 44,1·0,82 + 53,9·0,18 . Ya que 0,18·6 + 5·0,82 es 5,18.

16.- Si el tiempo de caída de la piedra es "t" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada de la distancia para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

$t \cdot t_2 - t_1$	$t = t_2 - t_1$
SIN RESPUESTA	
$\frac{1}{19,8} = \frac{t}{d}$ con una razón	$\frac{1}{19,8} = \frac{t}{d}$ con una razón
$t = \Delta d + 9,8$	$t = \Delta d + 9,8.$
$d_1 = \Delta d + d_f$	$d_1 = \Delta d_i + d_f$
$f(t) = t^2 \cdot 4,9$	$f(t) = t^2 \cdot 4,9$
$t = \Delta d + 9,8$	$t = \Delta d + 9,8$
(no entiendo lo que piden)	(No entiendo lo que me piden) *
SIN RESPUESTA	

SIN RESPUESTA	
Si $t > 2$ (Δ distancia anterior+g) gravedad 9,8	Si $t>2$ (Δdistancia Anterior + g) gravedad: 9,8
T seg, lo calculamos $t = t_2 - t_1$	t seg, lo calculamos $\boxed{t = t_2 - t_1}$.
$d(t) = (\Delta \mathrm{d} - 9{,}8) + \mathrm{d(anterior}$	$d(t) = (\Delta d - 9{,}8) + d(\text{anterior})$
t.	t.
$f(\mathrm{t}) = 4{,}9\,\mathrm{t}^2$	$f(t) = 4{,}9 \cdot t^2$.

17.- Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular la distancia a los 3 y 5 segundos.

19,6m	19,6 m
SIN RESPUESTA	
$\frac{1}{9{,}8} = \frac{3}{x} \to 29{,}4; \frac{1}{9{,}8} = \frac{5}{x} \to 4$	$\frac{1}{9{,}8} = \frac{3}{x} \to 29{,}4$; $\frac{1}{9{,}8} = \frac{5}{x} \to 49$
3s=44,1 5seg=122,5	3s 34,3 19,8 5 seg = 53,9 68,6 3s = 44,1 5seg = 122,5

$3 = 44{,}1$ y $5 = 122{,}5$	3 = 44,1 y 5 = 122,5
44,1 y 122,5	44,1 y 122,5
19,6 (m)	19,6 (m).
*	*
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
$3seg \rightarrow 24{,}5 + 9{,}8 = 34{,}3\,\text{m}$ $5\text{seg} \rightarrow 44{,}1 + 9{,}8 = 53{,}9\,\text{m}$	3 seg → 24.5 + 9.8 = 34.3 m 5 seg → 44.1 + 9.8 = 53.9 m
19,6m	19,6 m.
$d(3) = (34{,}3 - 9{,}8) + 19{,}6 \rightarrow 4$ $d(5) = 53{,}9 - 9{,}8 + 78{,}4 = 122$	d(3) = (34,3 - 9,8) + 19,6 → 44,1 d(5) = 53,9 - 9,8 + 78,4 = 122,5
78,4	78,4.
$t(3) = 9 \cdot 4{,}9$ $\text{t}(3) = 44{,}1$ $t(5) = 25 \cdot 4{,}9$ $\text{t}(5) = 122{,}5$	f(3) = 9·4,9. f(5) = 25·4,9 f(3) = 44,1 f(5) = 122,5.

<u>18.- Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.</u>

No hay dif, si semejanzas	NO HAY DIF, NI SEMEJANZAS.
SIN RESPUESTA	
Los valores son diferentes ya que nos da el valor de el seg anterior	Los valores son diferentes ya que nos da el valor de el seg. anterior.
El valor de la expresión es igual al valor de la distancia	El valor de la expresión es igual al valor de La distancia.
Si se van sumando se forma el sgte valor	Si se van sumando se forma el sgte valor
Son iguales	son iguales
SIN RESPUESTA	
*	*
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	
Si me da :C, lo juro	Si me da :C, lo juro
Todos representan el tiempo, pero uno es más grande que todos, es el t2 después va t1 y después t que es el menor de los 2	Todos representan el tiempo, pero uno es más grande que todos es el t2 después va t1 y después t que es el menor de los 2.

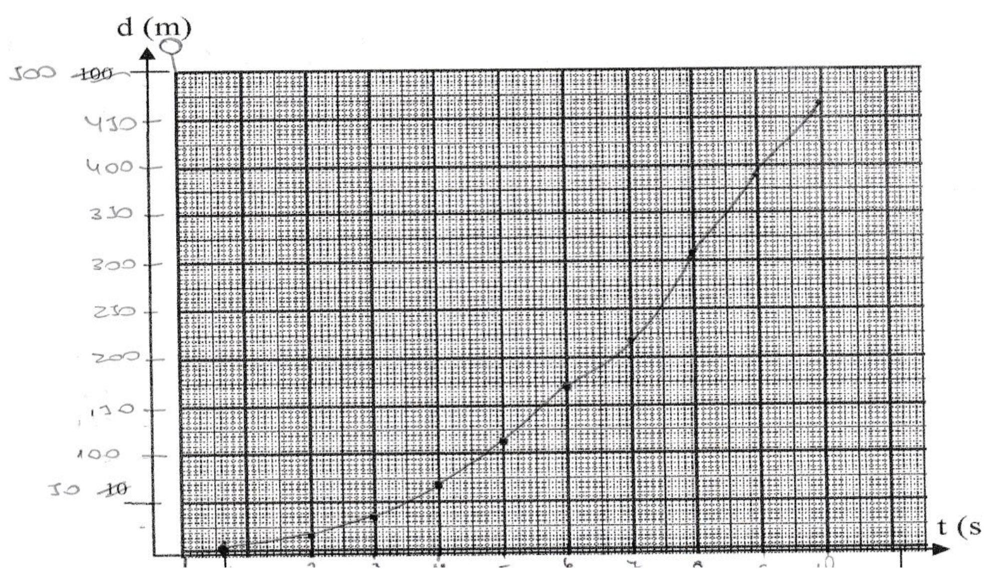
Si se obtienen todos los valores	Si se obtienen todos los valores
De que aumenta más del doble	De que aumenta mas del doble
Hay semejanzas, los resultados de la expresión general son lo mismo que los valores de la tabla	Hay semejanzas los resultados de la expresión general son lo mismo que los valores de la tabla.

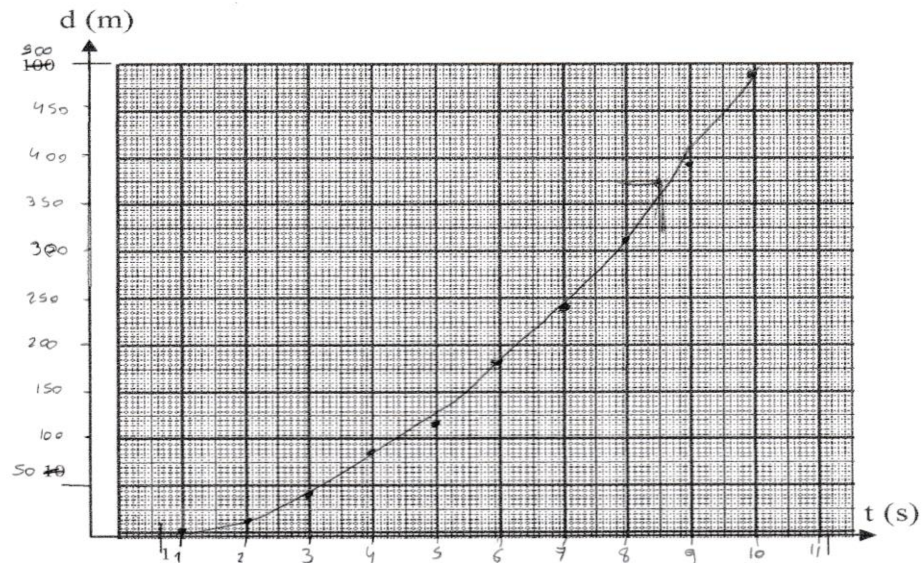
19.- A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión general?

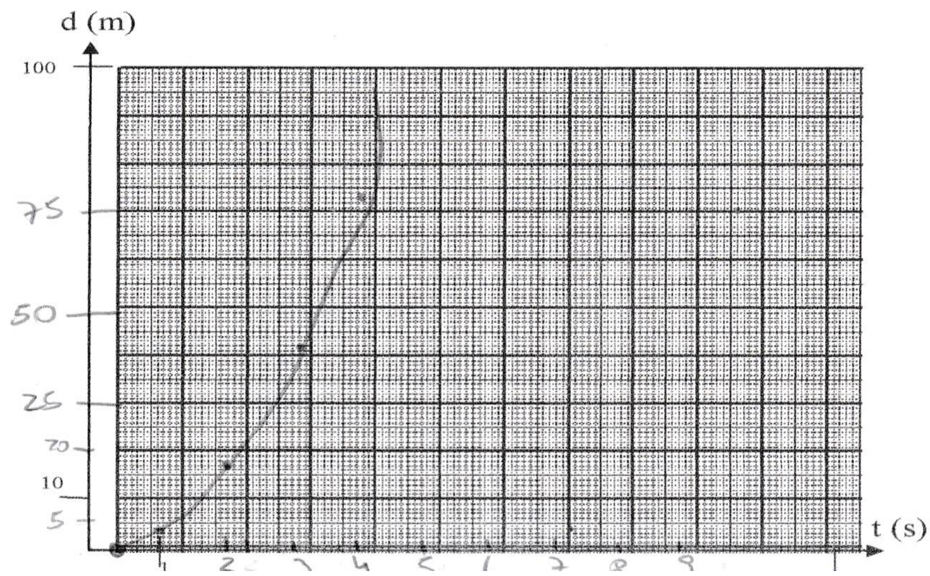
No cambiaríamos nada	No cambiariamos nada.
SIN RESPUESTA	
Al resultado sumarle 9,8	al resultado sumarle 9,8.
Δd	Δd
No, esta bien	No, está bien
No	NO
SIN RESPUESTA	
*	*
SIN RESPUESTA	
SIN RESPUESTA	

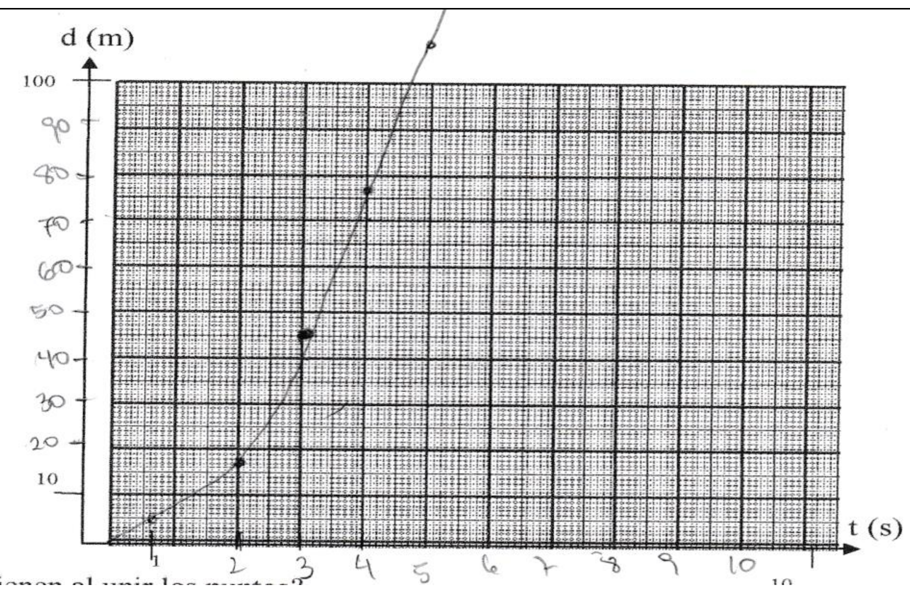
No	NO
No	no
No	no
No	no
No	NO.

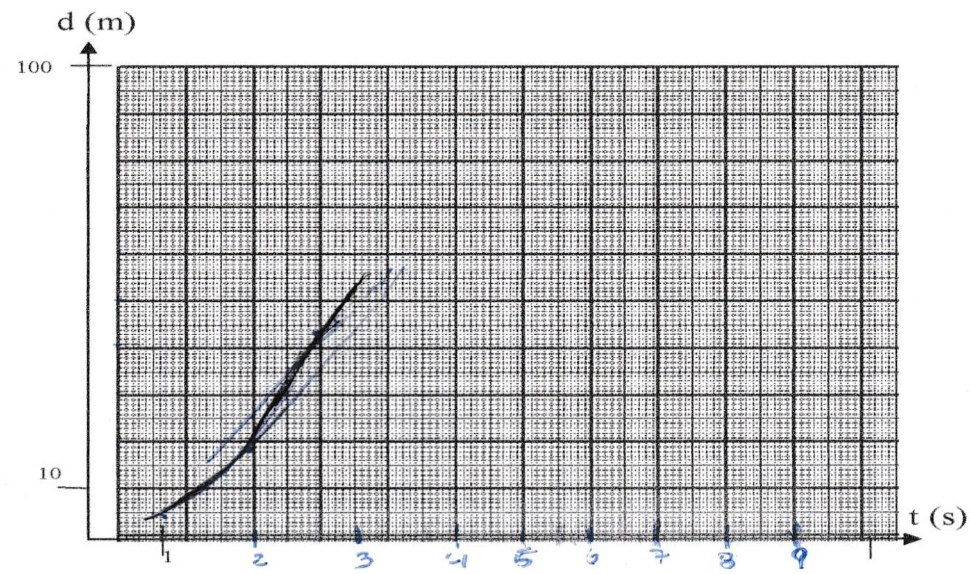
<u>20.- Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.</u>

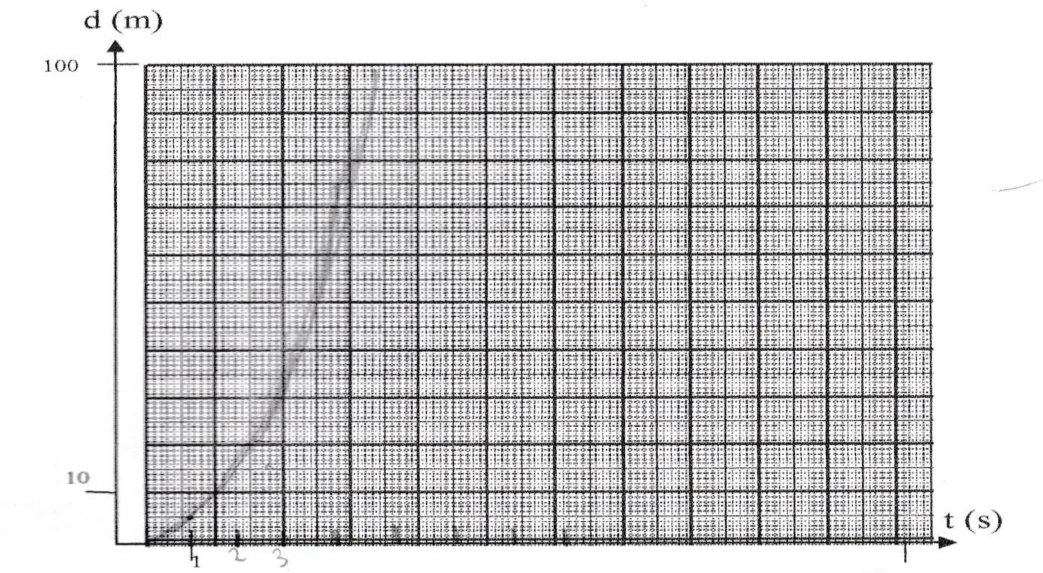


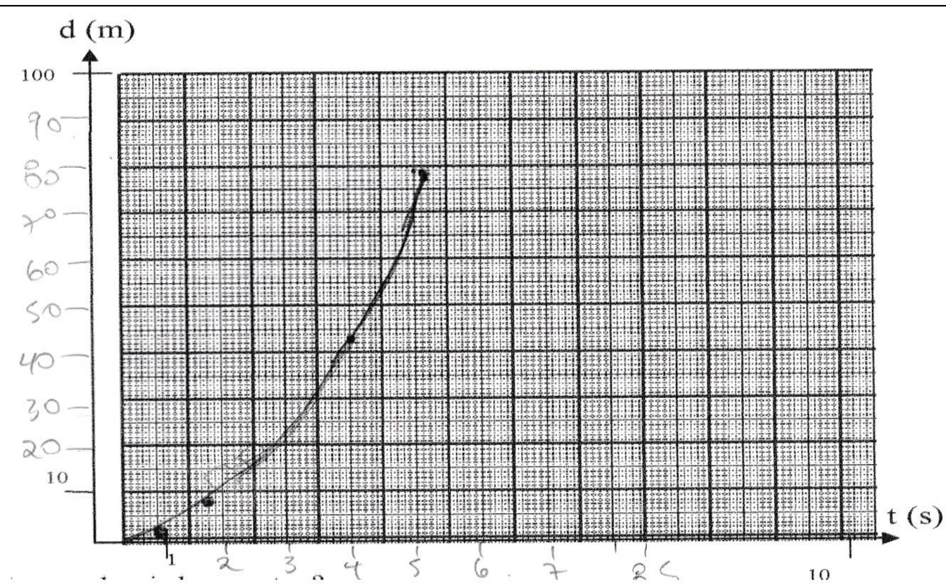

d (m)
t (s)
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

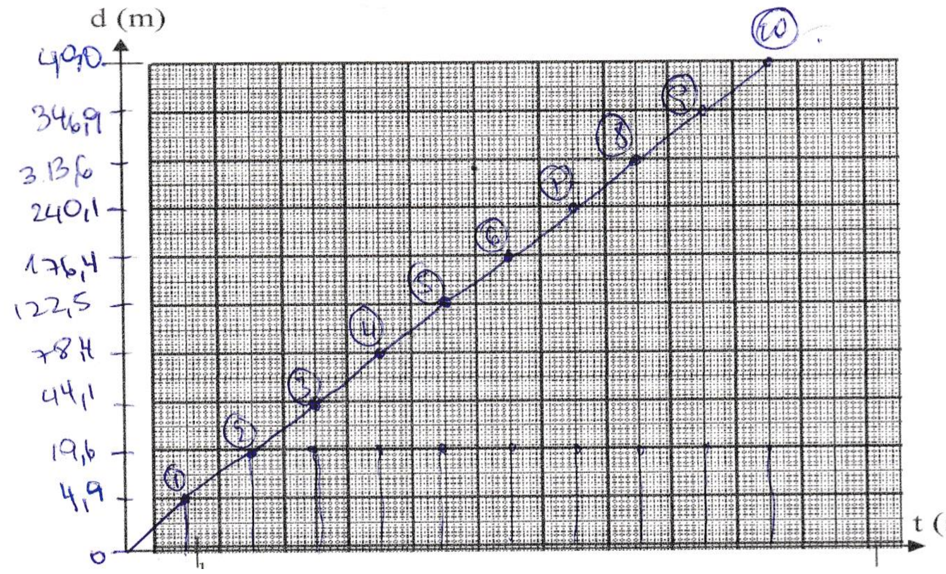

d (m)
t (s)
100
75
50
25
10
5
1
2
4
7
8
9

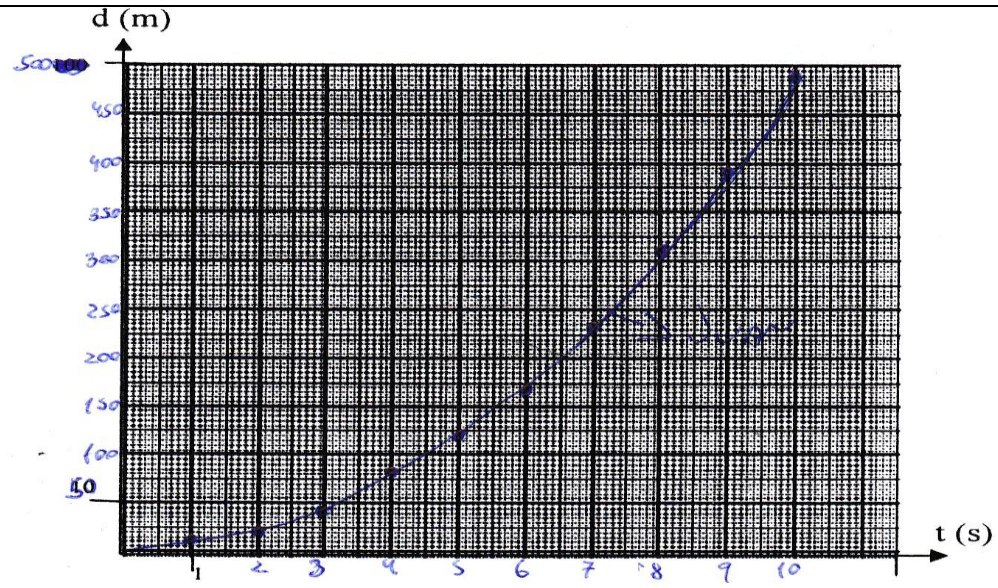

d (m)
t (s)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

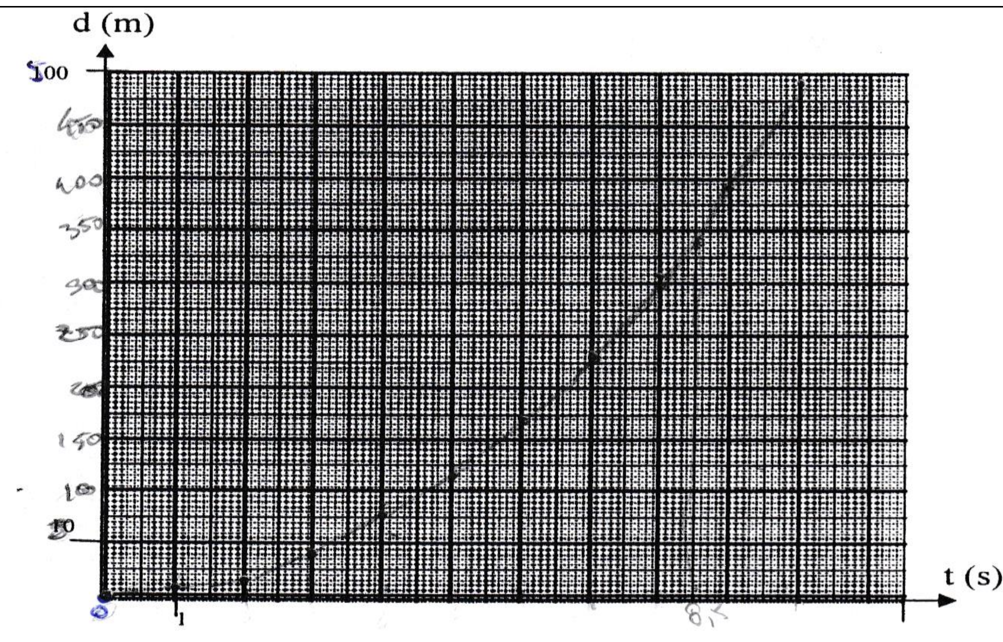

d (m)
100
10
t (s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9

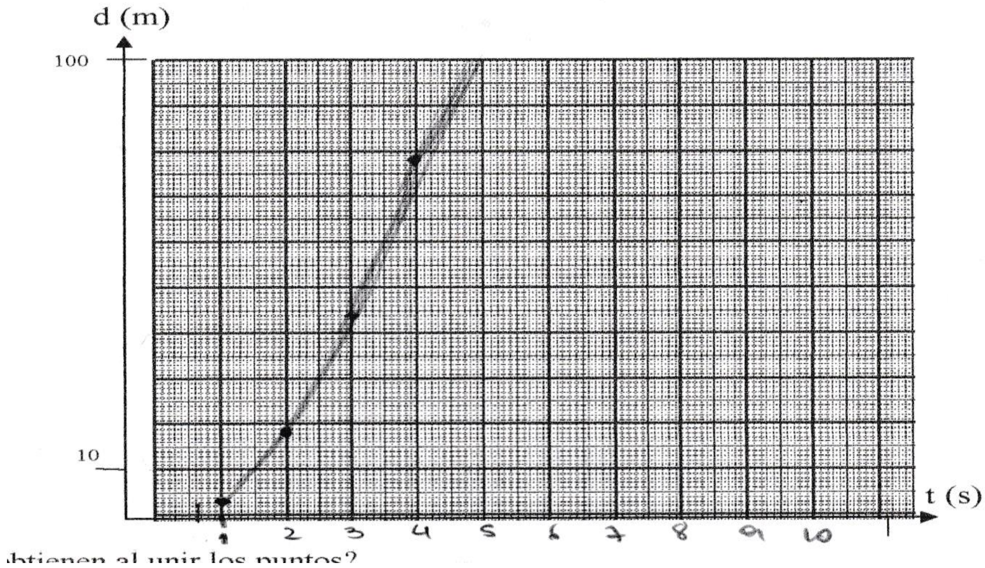

d (m)
100
10
t (s)
1
2
3

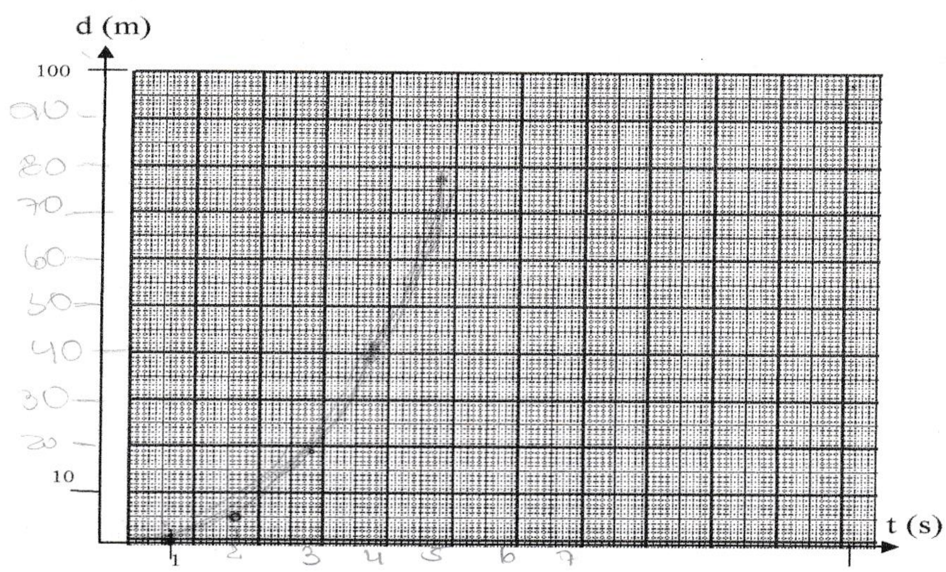

d (m)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
t (s)
1
2
3
4
5
6
7
10

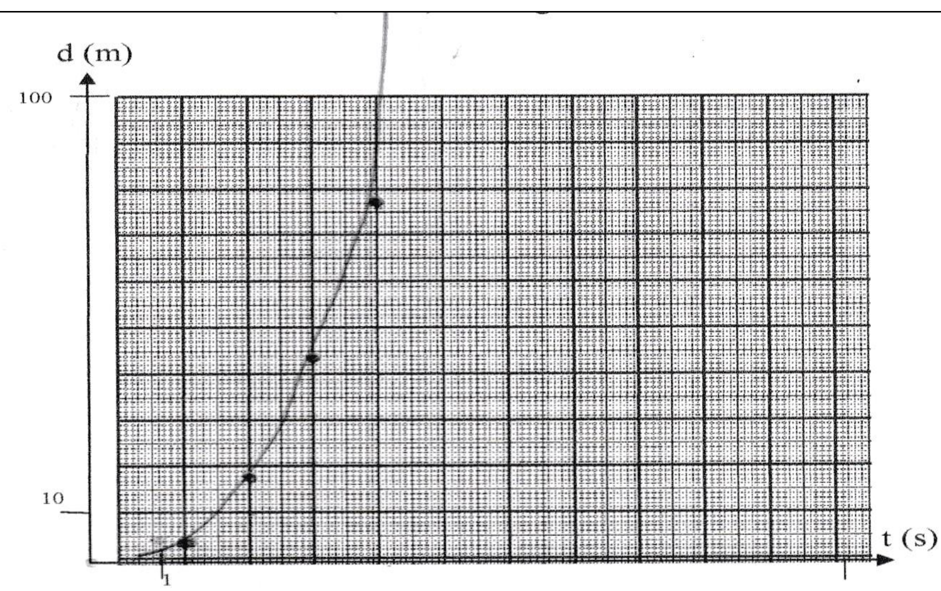

d (m)
490
346,9
313,6
240,1
176,4
122,5
78,4
44,1
19,6
4,9
0
t (s)
1

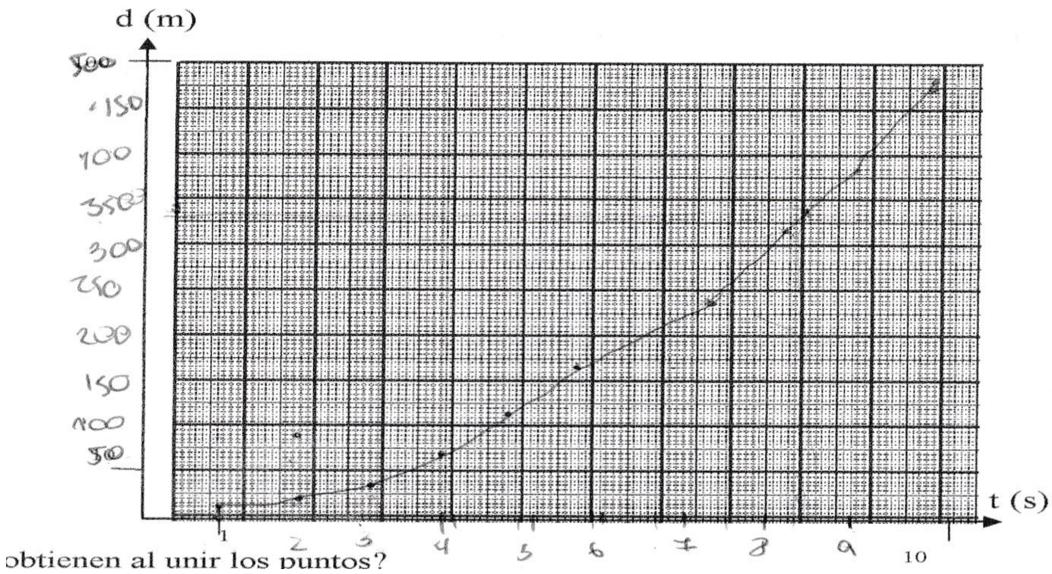

d (m)
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
t (s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

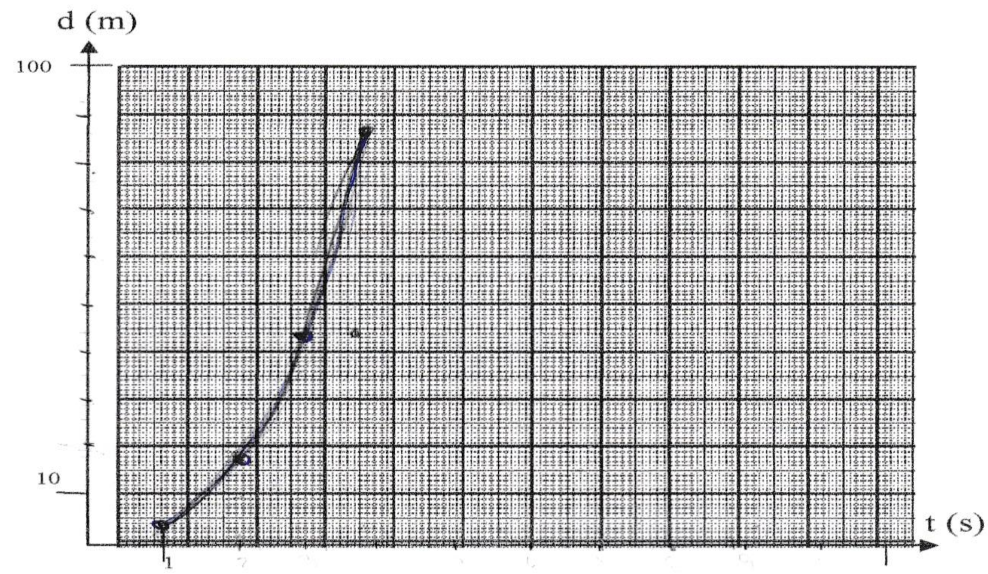

d (m)
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50
t (s)
0
1


d (m)
100
10
t (s)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
btienen al unir los puntos?


d (m)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
t (s)
1 2 3 4 5 6 7


d (m)
100
10
t (s)
1





21.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Una línea ascendente	una línea ascendente
Una parábola	una parabola
Una parábola	una parábola

Una curva	Una curva.
Curva	Curva.
Curva	Curva
Parábola	Parabola.
Una diagonal	una diagonal.
Parábola	Parábola
Parábola	Parabola
Una curva ascendente	Una curva ascendente
Parábola chica!	parábola chica!
Un arco	un arco.
Una línea ascendente	una linea ascendente
Una parábola	una parábola.

22.- Pongan un nombre a su figura.

Via ascendente	vía ascendente.
Parabólica	Parabolica.
Torre de pizza	torre de pizza
Swag	Swag.
Curva ascendente	Curve Ascendente
Oliver siker	Oliver Siker
NaMaPa	NaMaPa.
Raul	Raul.
Juan	Juan
Parábola	Parabola
Curva de la piedra	curba de la piedra
Lucia	Lucia
Guati	guati.

Hipérbola	hiperbola
Parábola	Parábola

23.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

A una montaña	a una montaña.
Si, a la rama de una planta	Si, A la rama de una planta.
A una columna con escoleosis	a una columna con escoleosis
Parábola	Parábola.
No recuerdo	No recuerdo
Montaña	montaña
Parábola/ montaña rusa/ palo	Parabola / montaña rusa / Palo
A una línea recta	a una linea. recta.
Parábola	Parábola
Si, parábola	Si, Parabola
A una curva	a una curva

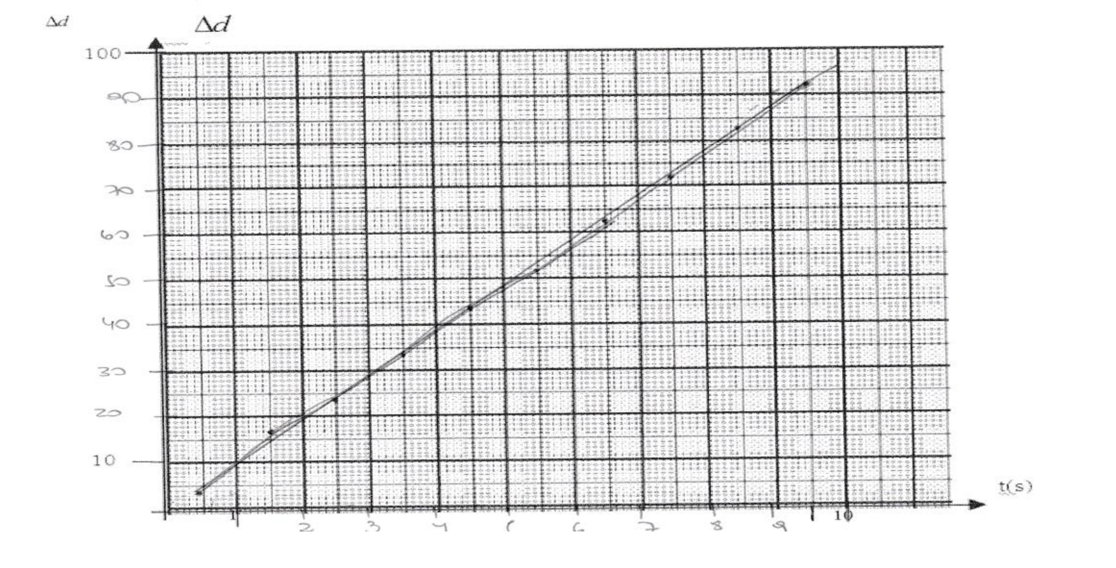
Parábola	Porabola
A un árbol	A un árbol
Es una hipérbola	Es una hiperbola
A una curva	A una curva.

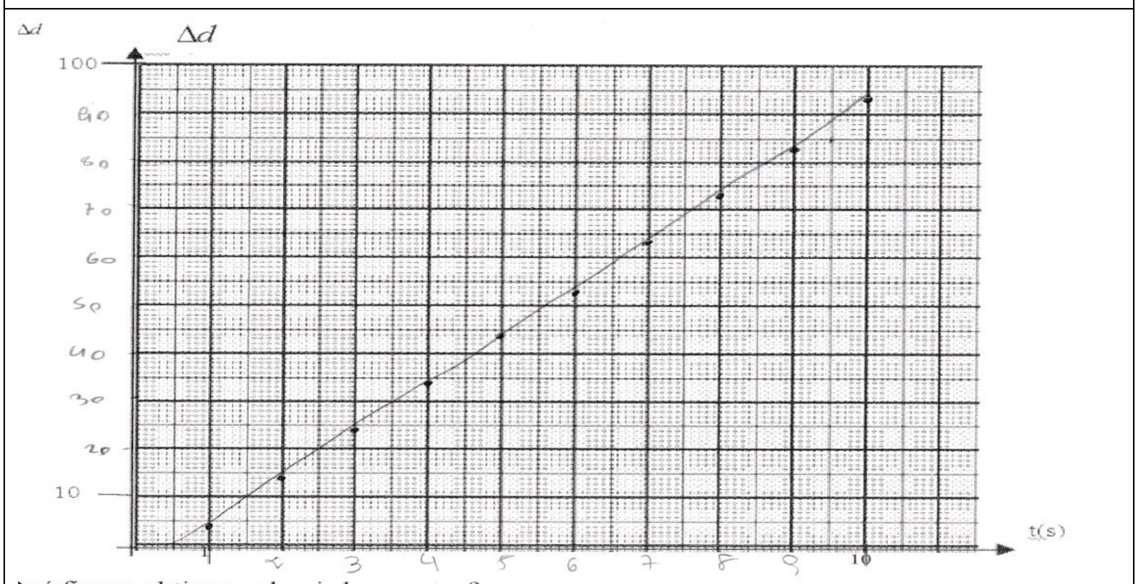
24.- Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado. Expliquen cómo lo hicieron.

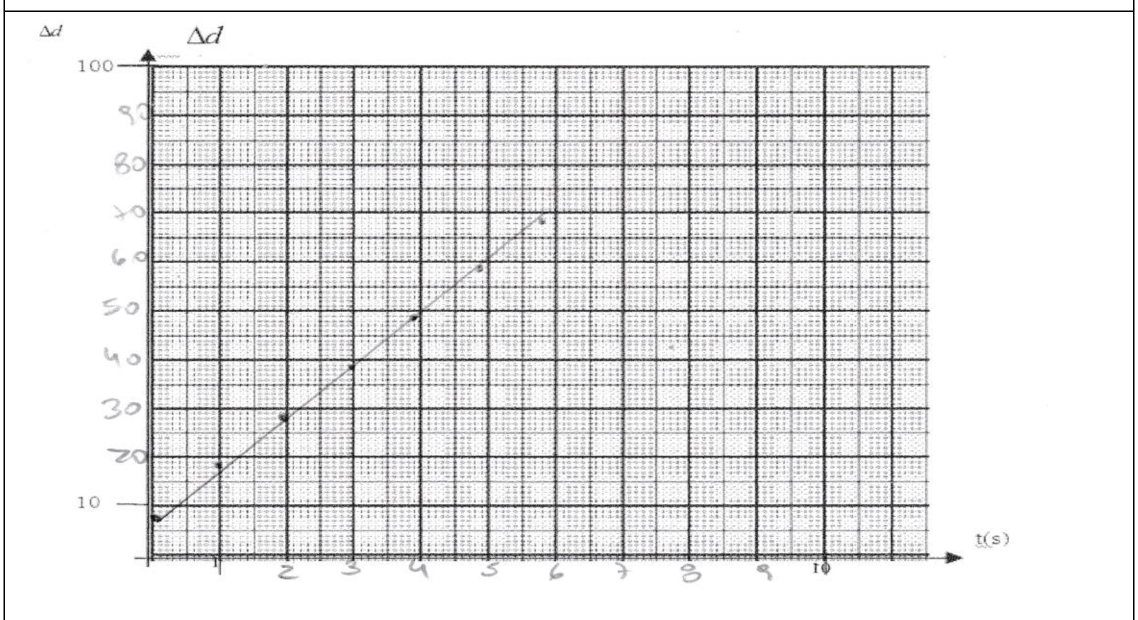
Restamos las d y dividimos en 2	41,65 m. Restamos las d y dividimos en 2
7,75m mirando los valores del grafico	7,75 m ; mirando los valores del grafico.
83,3m sacando la media entre el seg 8 y el seg 9	83,3 m, sacando la media entre el seg. 8 y el seg. 9.
313,6	313,6
255,1 (regla de tres)	8,5 — X m 8 — 240,1 = 255,1 (Regla de tres)
354,025	354,025
78,4	78,4

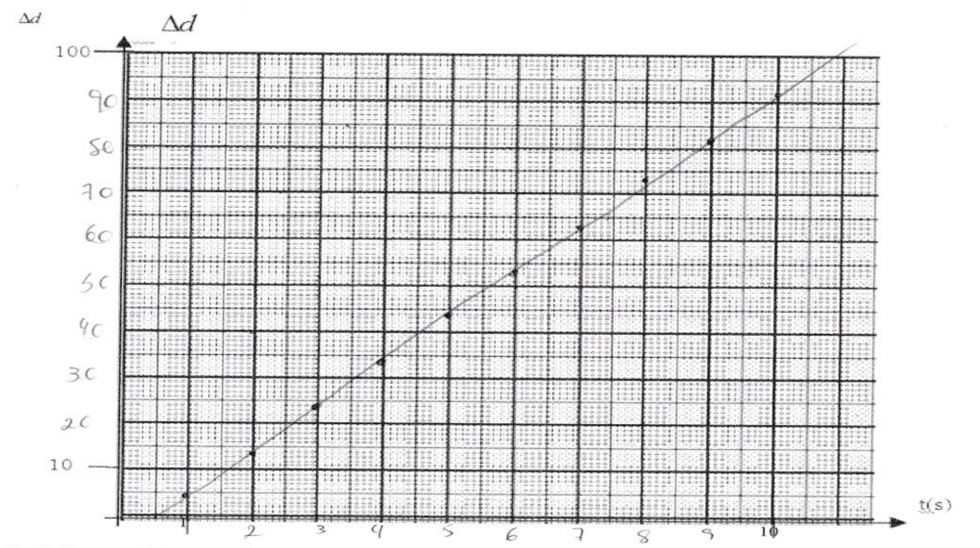
333,2 regla de 3	333,2 [illegible]' 313,6 → 8 x → 8,5. regla de 3.
Se saca el promedio entre 8 y 9 da 355,25	Se saca el promedio entre 8, 9 da 355,25
355,25 sacarlo extendiendo una línea desde 8,5 o promedio 8 y 9	355,25, sacarlo extendiendo una línea desde el 8,5 o promediando 8 y 9.
Sobresale del gráfico :/	hicieron. Sobre Sale del Grafico :/
78,4 vimos donde se intersectan	78,4, vimos donde se intersectan
14,45m	14,45 m
340	340.
354,025m	354,025m

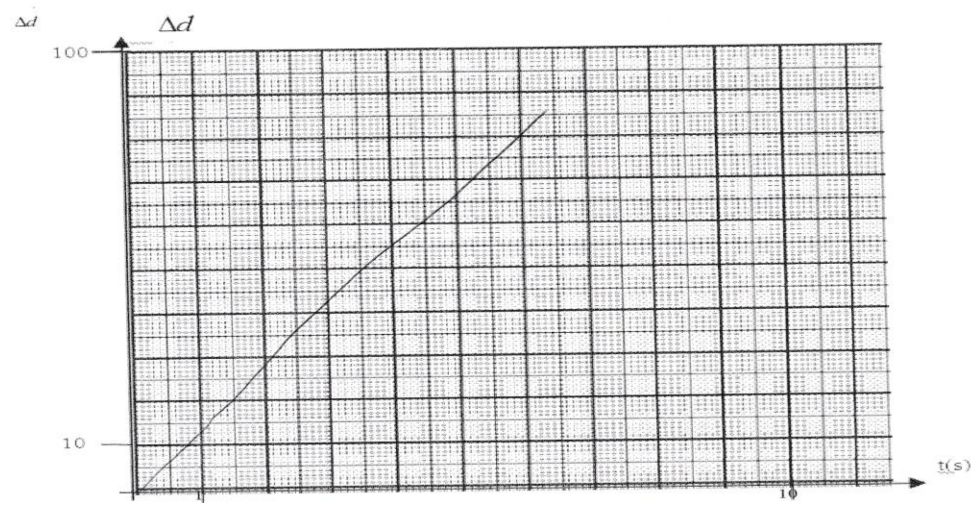
<u>25.- Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro.</u>

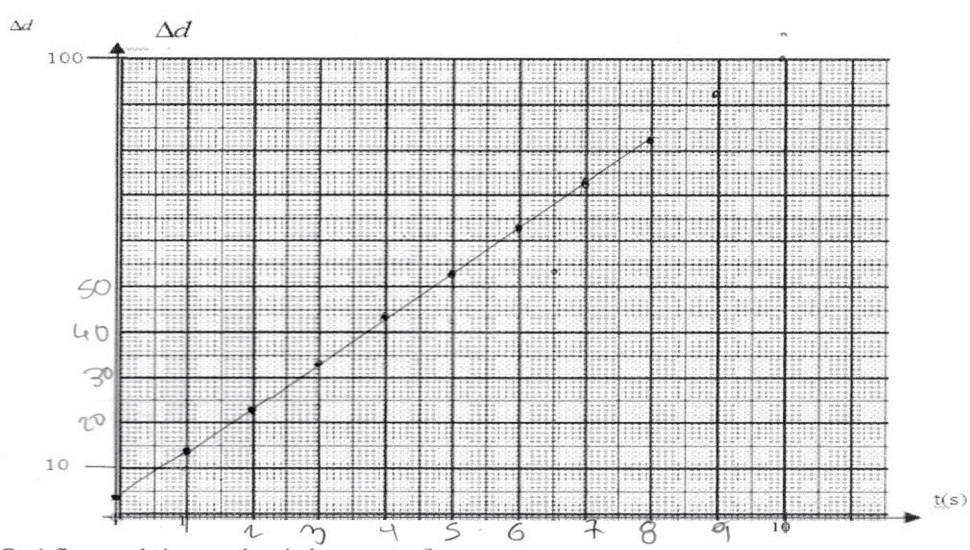


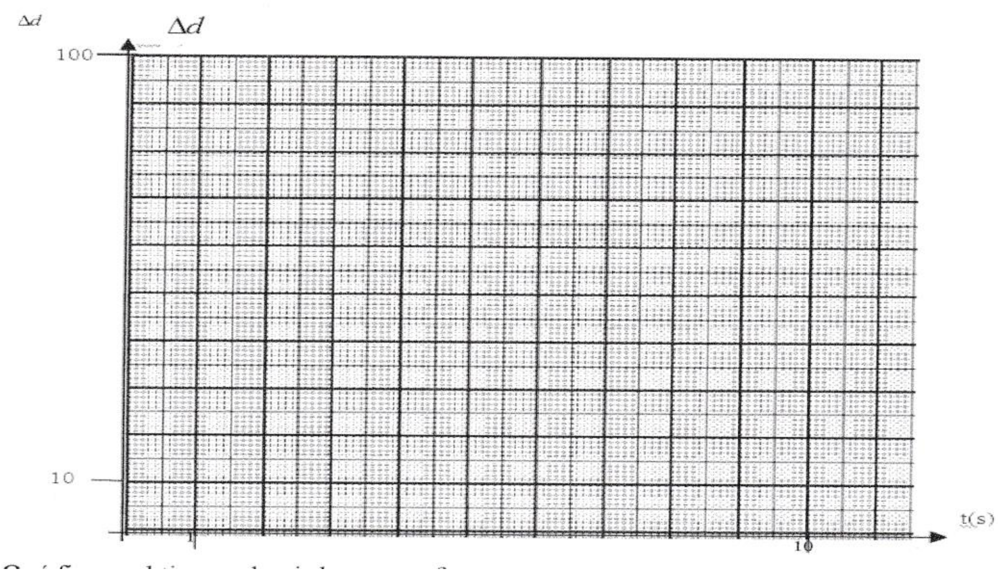


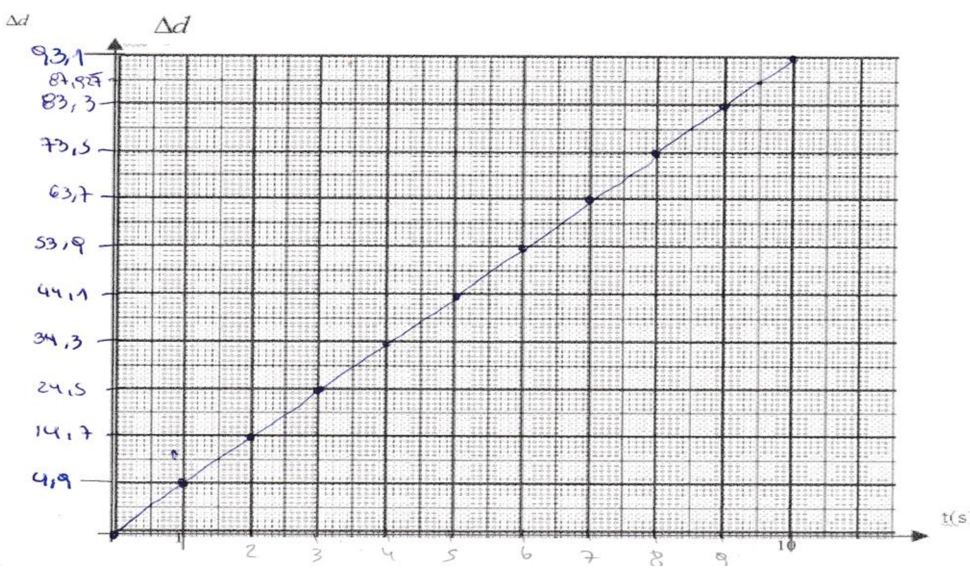


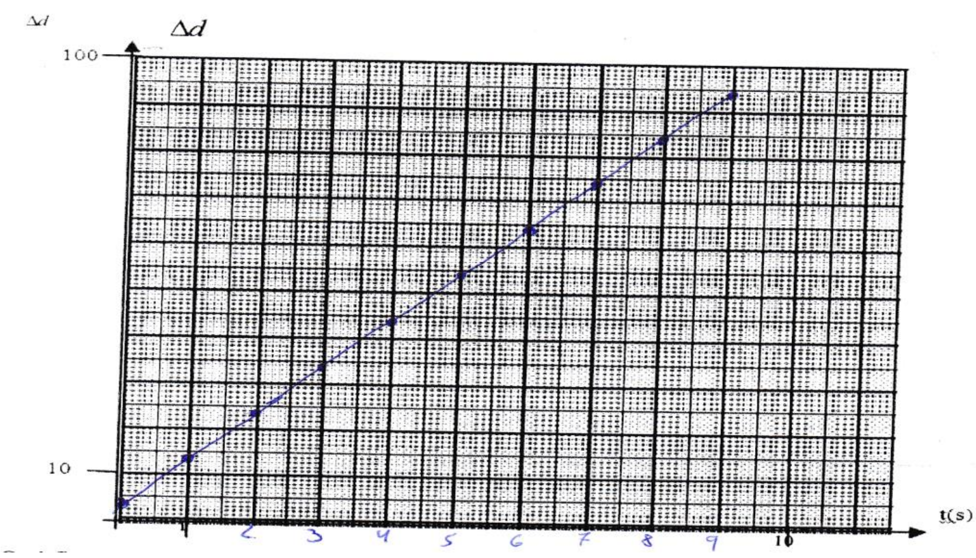

Δd
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
t(s)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

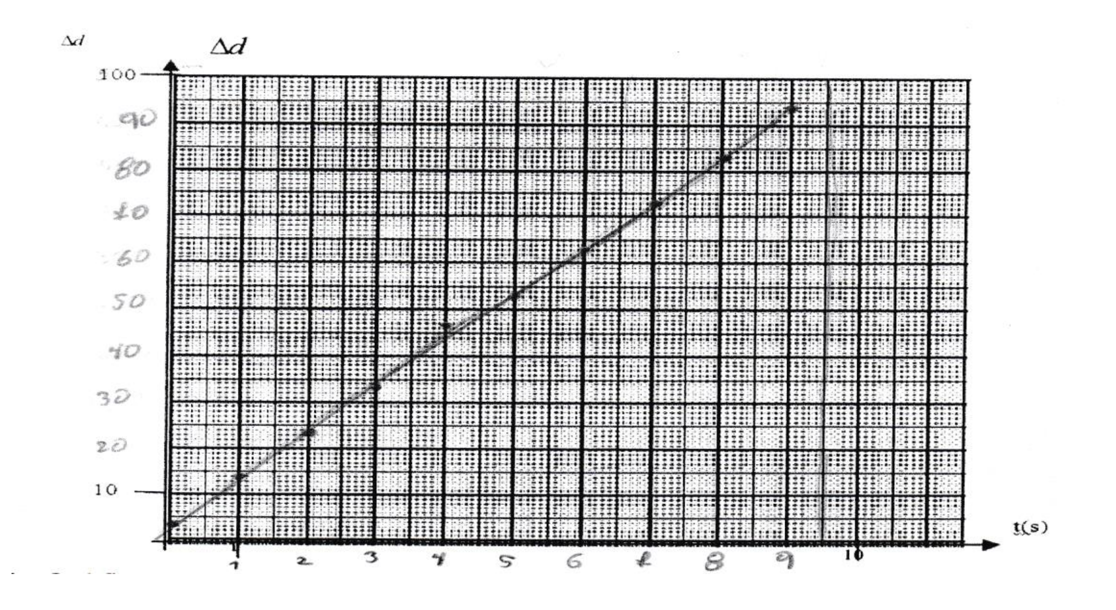

Δd
100
10
t(s)
10


Δd
100
50
40
30
20
10
t(s)
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

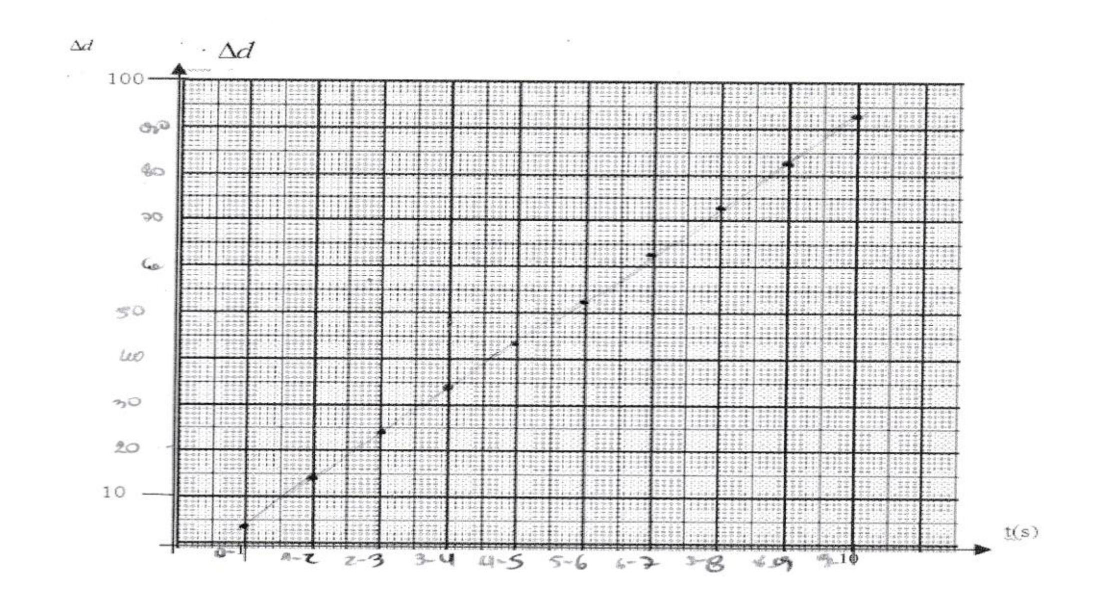

Δd
Δd
100
10
t(s)
10


Δd
Δd
93,1
83,3
73,5
63,7
53,9
44,1
34,3
24,5
14,7
4,9
t(s)
2
3
4
5
6
7
8
9
10

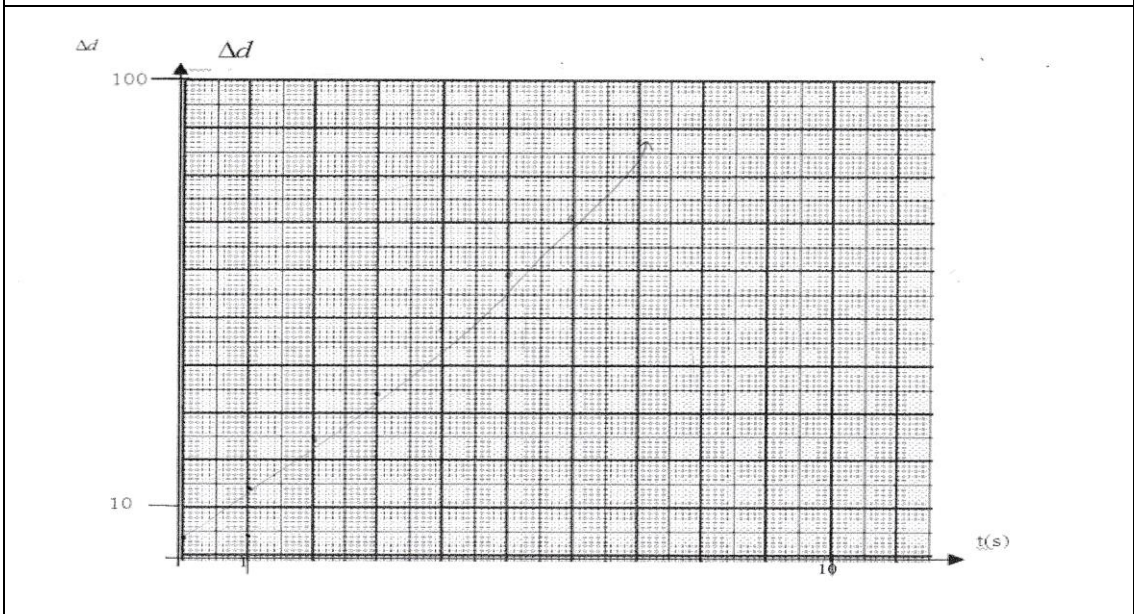

Δd
Δd
100
10
t(s)
2
3
4
5
6
7
8
9
10



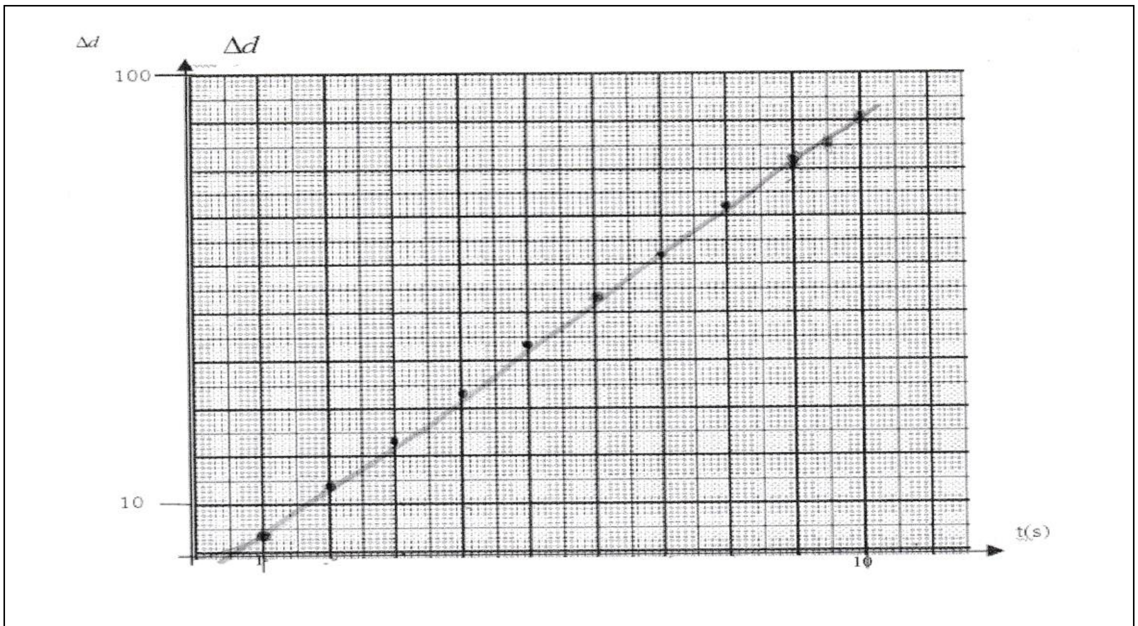
Δd
100
10
t(s)
1
10



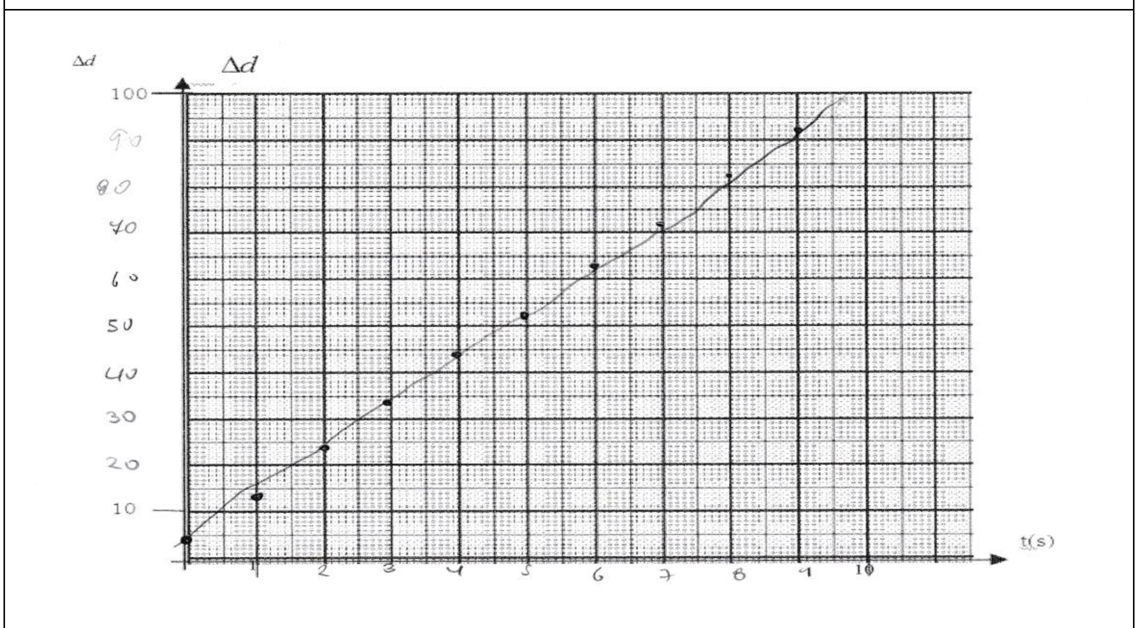
Δd
100
10
t(s)
10



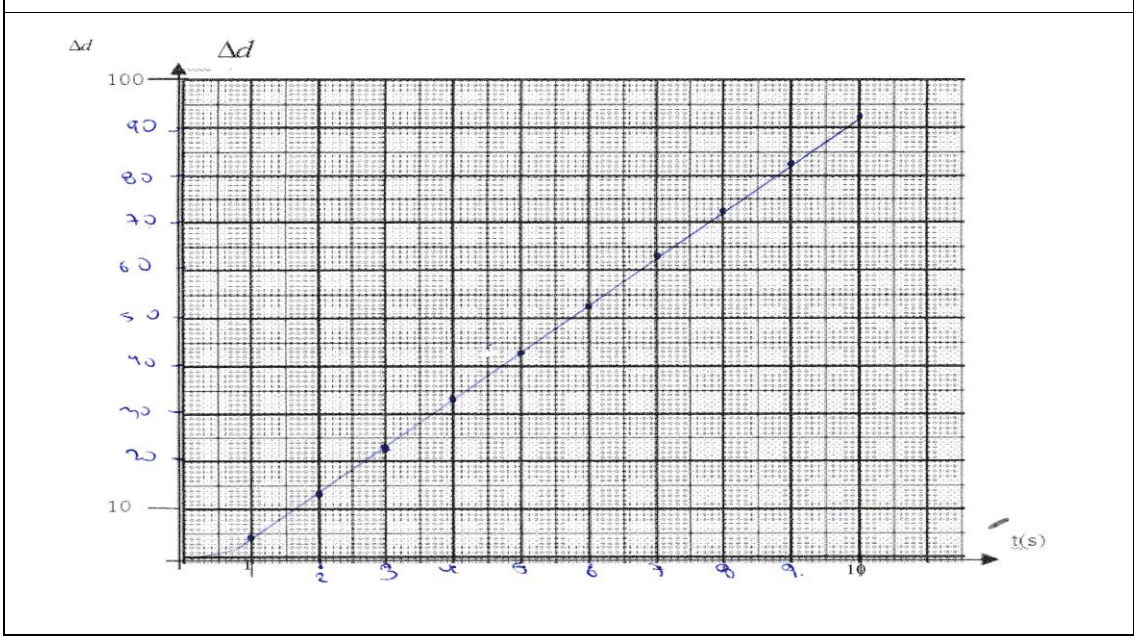
Δd
100
10
t(s)
1
10



Δd
Δd
100
10
10
t(s)



Δd
Δd
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t(s)



Δd
Δd
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9.
10
t(s)

26.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Una línea recta	una línea recta.
Una recta	Una recta.
Una recta	una recta
2 triángulos	2 triángulos.
Una recta	Uno recto
Diagonal	diagonal
SIN RESPUESTA	
Línea recta y diagonal	Línea recta y diagonal.
Recta perpendicular	Recta Perpendicular
Recta perpendicular	recta perpendicular
Una línea recta ascendente	una linea recta Ascendente
Parábola	Parabola
2, dos triángulos	2 dos triángulos.
Una línea recta	Una linea recta.

Una recta	una recta

27.- Pongan un nombre a su figura.

El derechazo	el derechazo
Juan	Juan.
Fideo	Fideo
Triangulitos	triangulitos.
Recta lineal	Recta lineal
Sando corriendo de los flaites	Sando corriendo de los Flaites
SIN RESPUESTA	
Grey	Grey.
Lucho	lucho
Recta perpendicular	recta perpendicular
Línea ascendente	Linea ascendente
Feña	Feño
Montañita	montañita

El parado	El parado
Recta	Recta.

28.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

No	NO
Si, a la pata de una mesa	Si, a la pata de una mesa.
La hipotenusa de un triángulo rectángulo	La hipotenusa de un triángulo rectangulo
Línea recta	línea recta
A una vara	A una vara
Diagonal	diagonal
SIN RESPUESTA	
A una línea	a una linea.
SIN RESPUESTA	
Si, recta perpendicular	Si, recta perpendicular.
Una línea	una linea

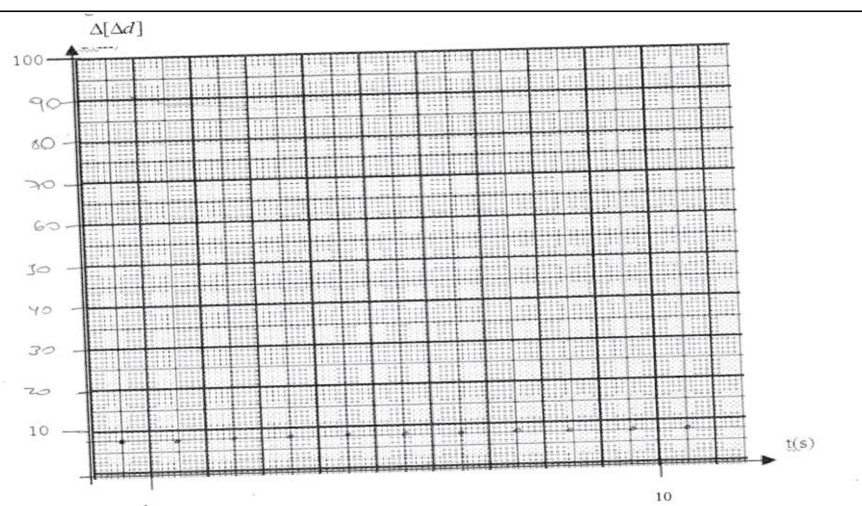
Parábola	Parabola
Pan de molde pasado por sandwichera	Pan de molde pasado + sandwichera.
No ☹	NO
Una línea	una linea.

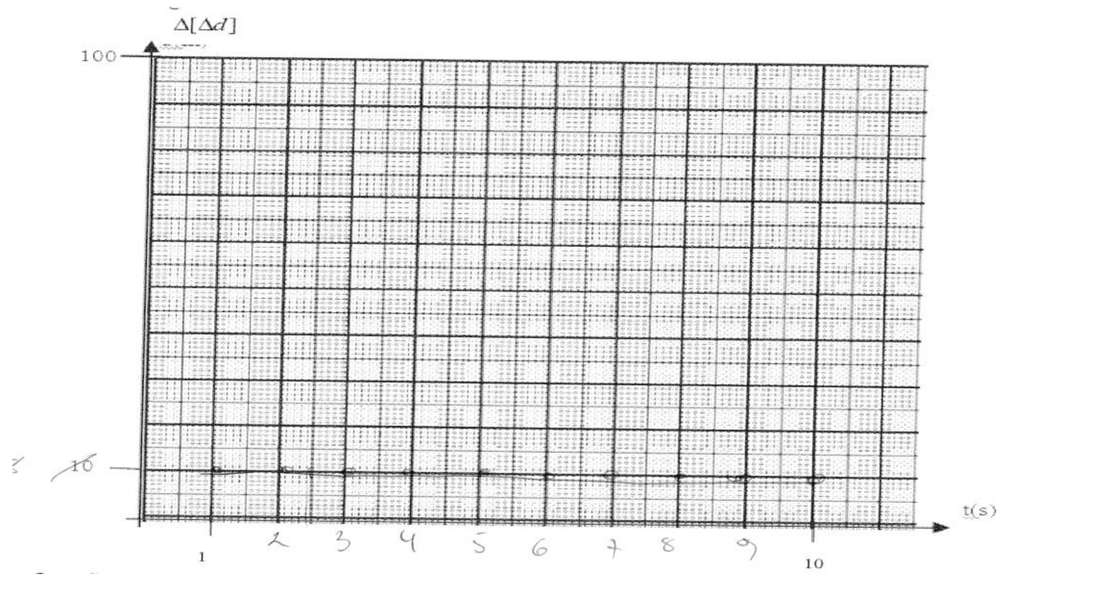
29.- ¿Cómo calcularías Δd a los 9,5s utilizando la gráfica?

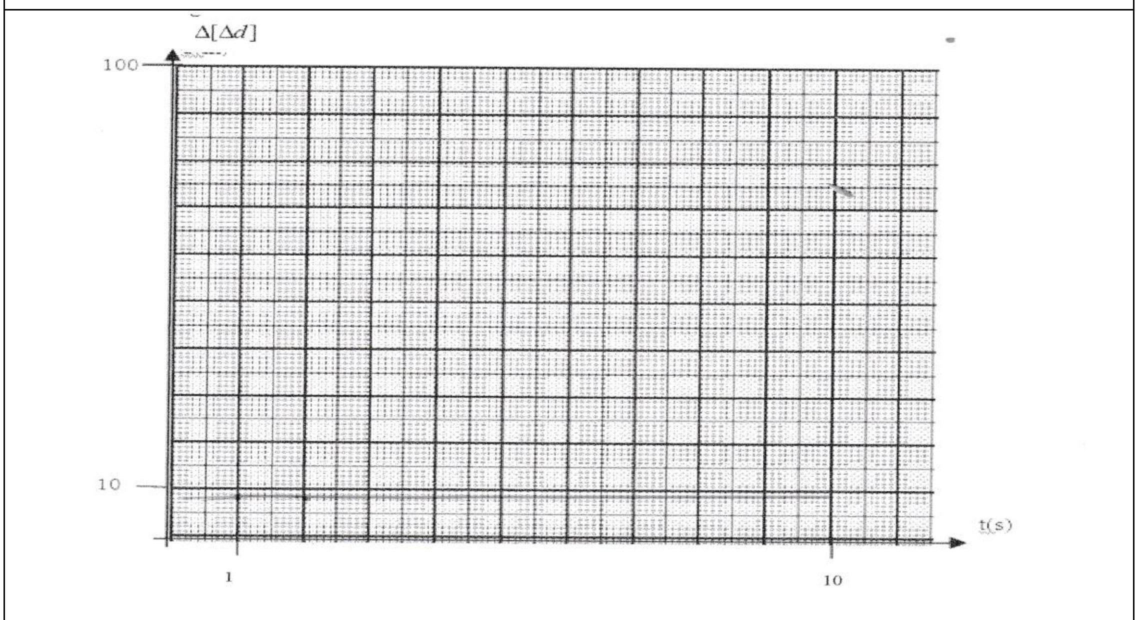
Un punto entre los 9 y los 10 seg	un punto entre los 9 y 10 seg.
9,5=85 regla de 3 directa	9 = 80 9,5 = x 9,5 = 85 regla de 3 directa
88,2m sacando la media de $\Delta d 9 y \Delta d 10$	88,2 m, sacando la media de $\Delta d 9$ y $\Delta d 10$.
Ubicándolo en el grafico	ubicándolo en el gráfico.
Vería donde está el t de 9,5 y luego ubicando Δd	Vería donde está el t de 9,5. y luego ubicaría Δd
Ubicando los puntos en la figura	ubicando el punto en la figura
SIN RESPUESTA	
87,92777…	$87,92\overline{7}$

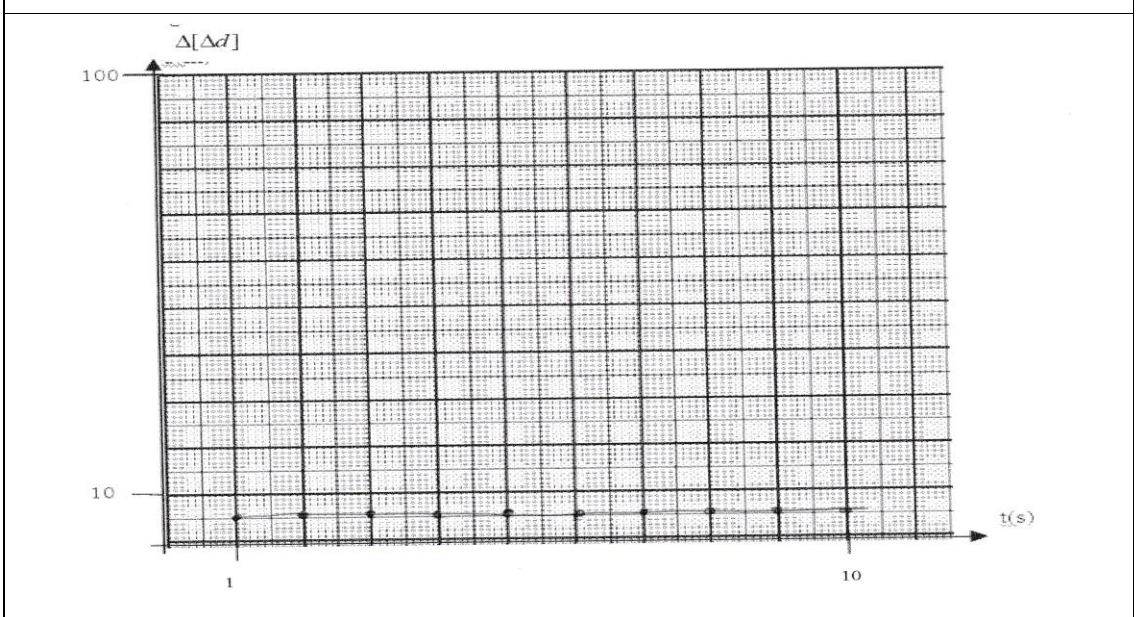
Sacando el promedio de 9 y 10 da 88,2	Sacando el promedio de 9 y 10 da: 88,2
Sacando promedio entre $\Delta 9 y \Delta 10$ 88,2	Sacando promedio entre Δ9 y Δ10 88,2
88 aprox	88 aprox.
Viendo los dos ejes(t(s) y Δd) y viendo en qué punto se intersectan los valores	Viendo los 2 ejes (t(s) y Δd) y viendo en que punto se intersectan los valores
Ubicando el punto en la figura	ubicando el punto en la figura
100 mt	100 mt
88,2	88,2

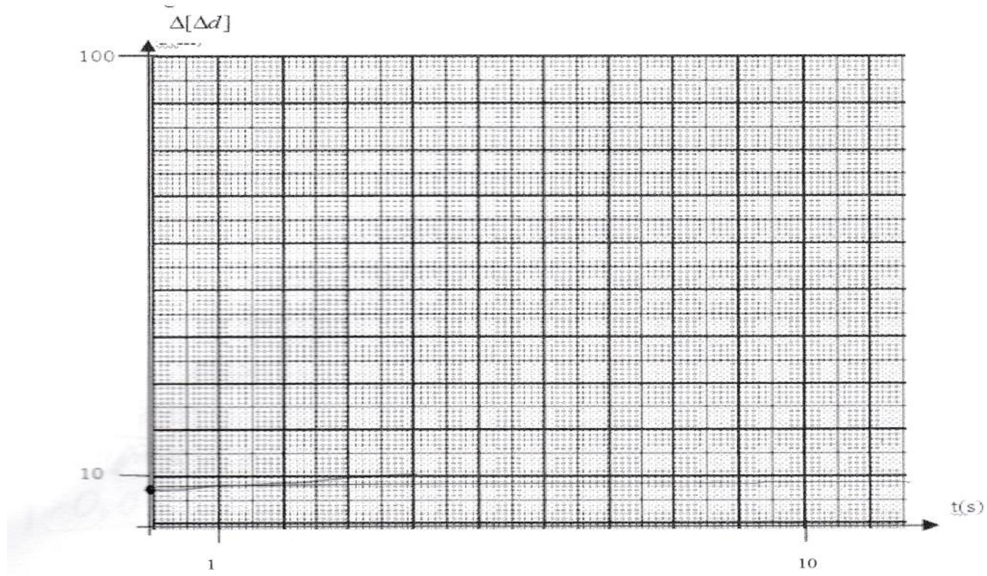
30.- Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ (m) (tabla 3).

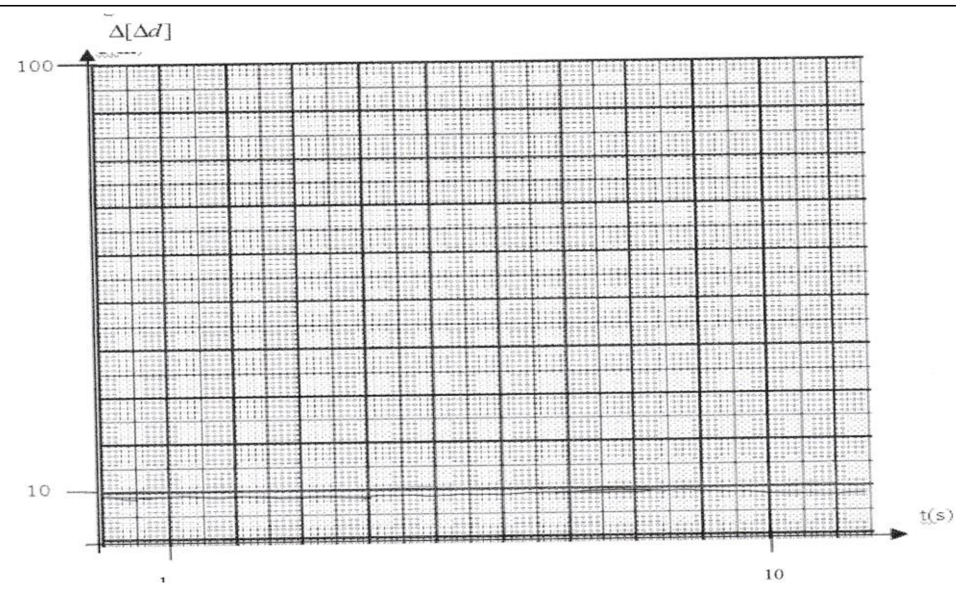



Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
2 3 4 5 6 7 8 9
10

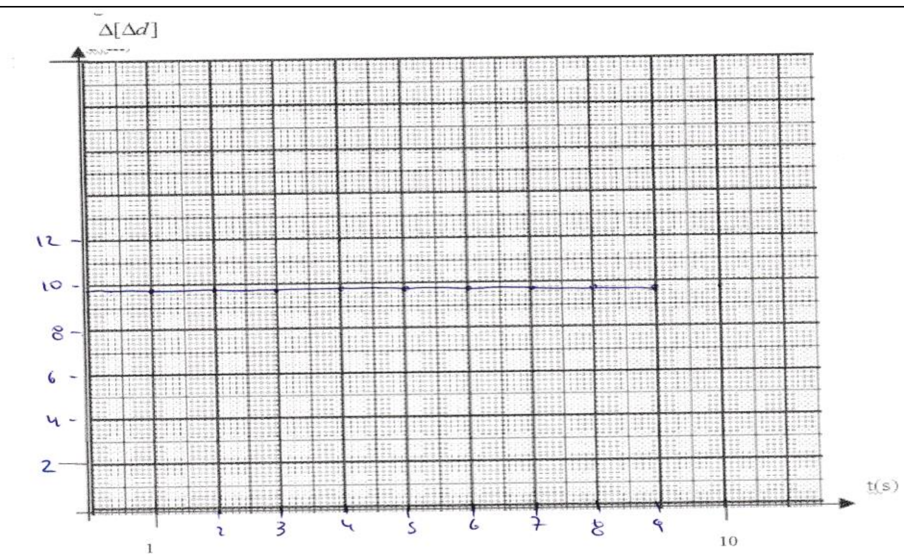

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
10

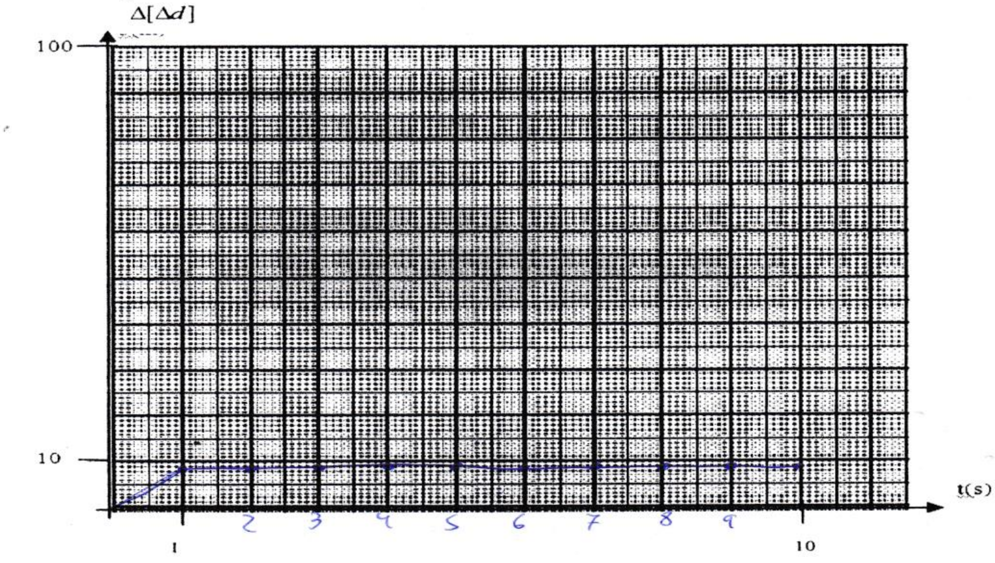

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
10

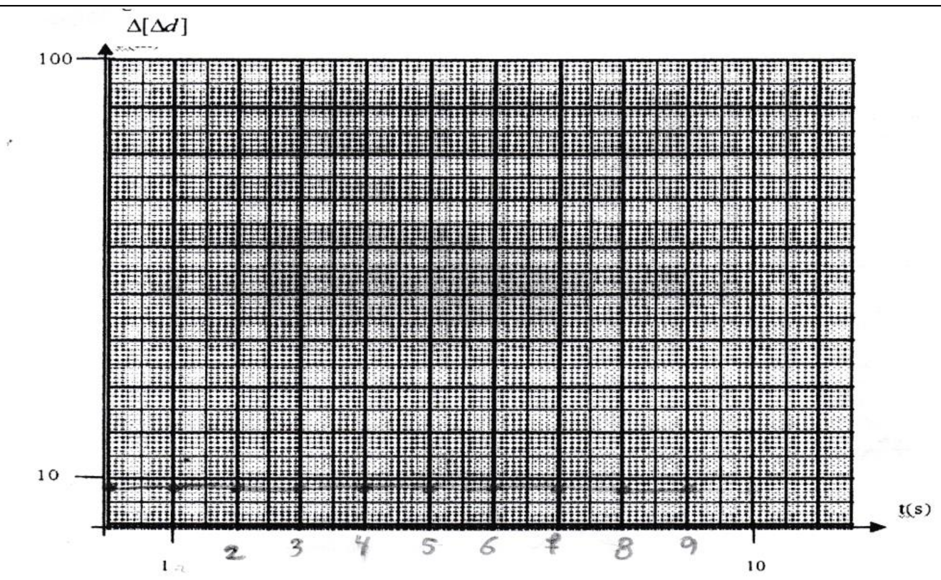

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
10

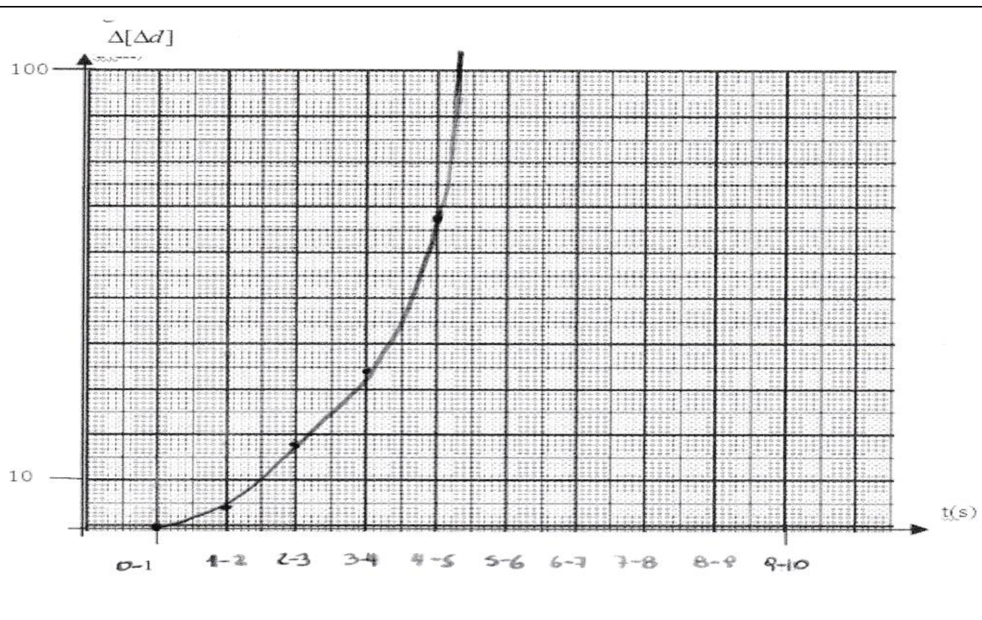

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
10

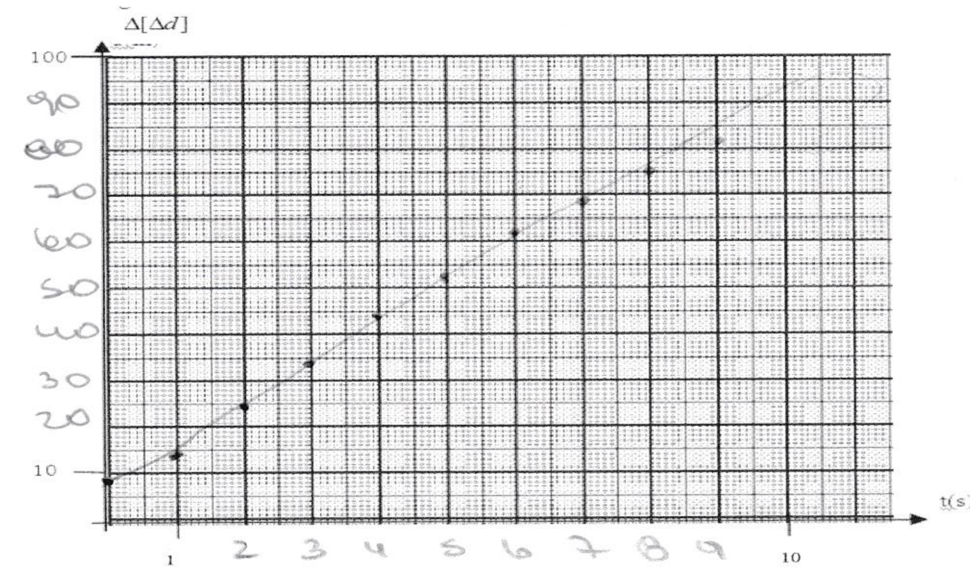
SIN GRAFICO

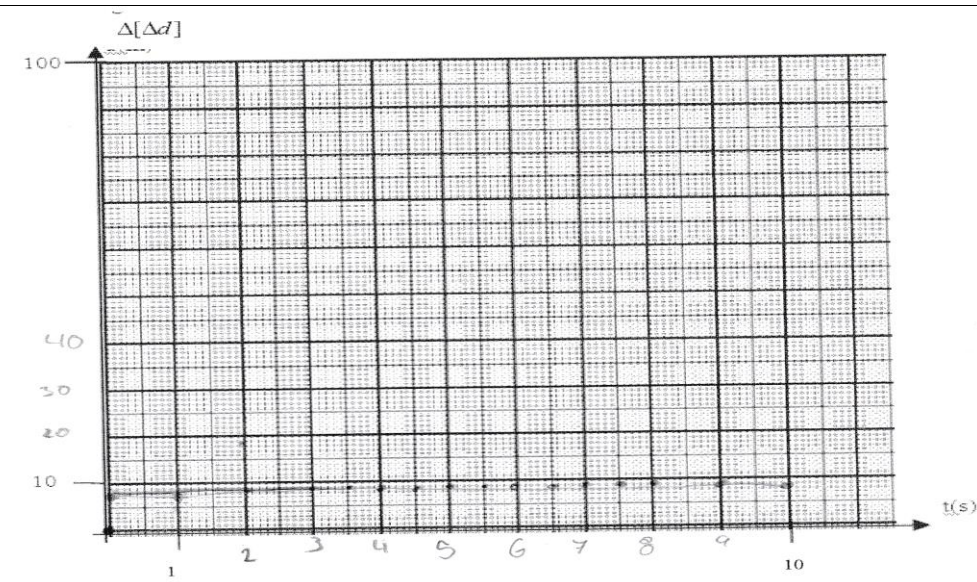

Δ[Δd]
12
10
8
6
4
2
t(s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

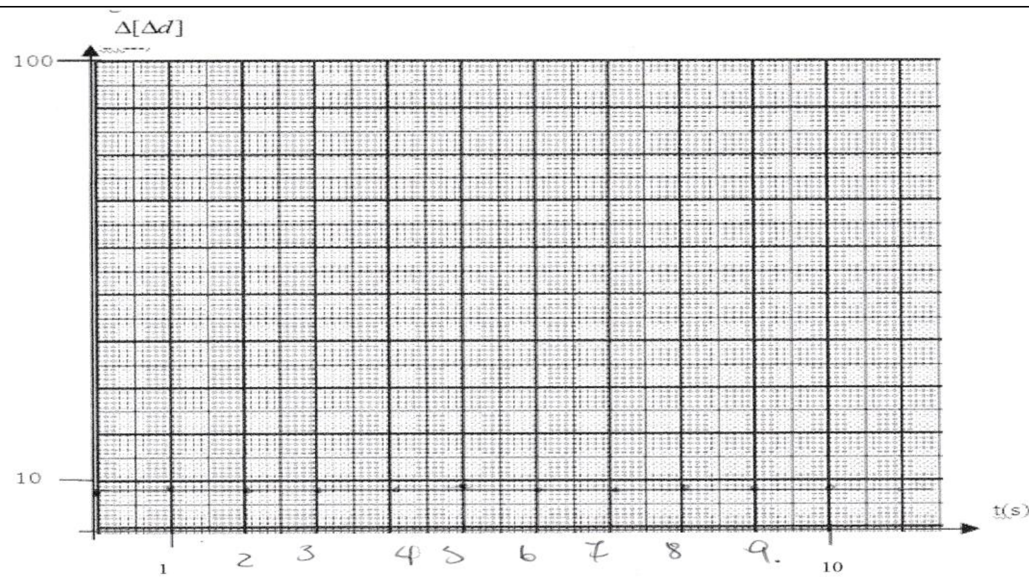

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
2 3 4 5 6 7 8 9
10

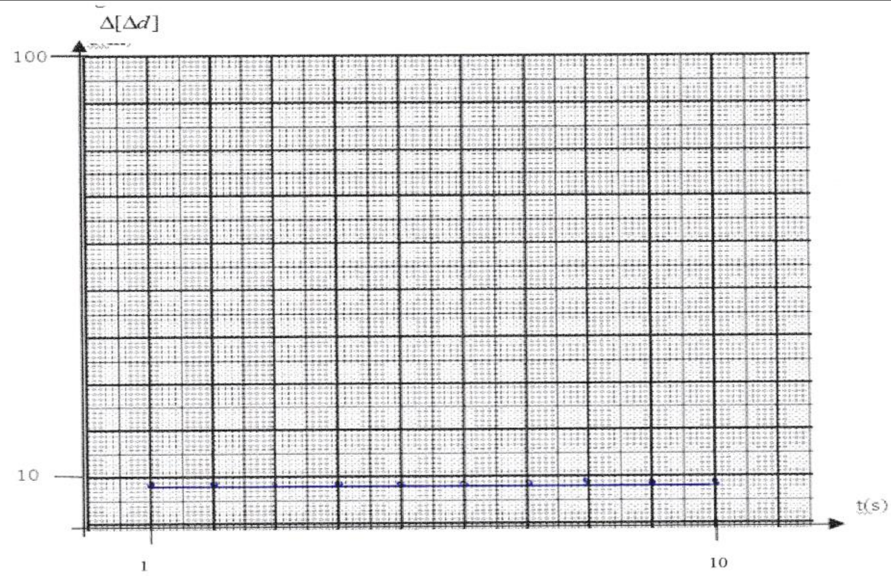

Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
2 3 4 5 6 7 8 9
10


Δ[Δd]
100
10
t(s)
0-1 1-2 2-3 3-4 4-5 5-6 6-7 7-8 8-9 9-10


Δ[Δd]
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
t(s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


Δ[Δd]
100
40
30
20
10
t(s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


Δ[Δd]
100
10
t(s)
1
2
3
4
5
6
7
8
9.
10



31.- ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

Lineal recta horizontal	linea recta horizontal
Recta	recta
Una recta horizontal	una recta horizontal
Una mesa	una mesa
una recta	Una recta
Recta horizontal	recta horizontal
SIN RESPUESTA	
Una línea recta y horizontal	Una línea recta y horizontal

Recta	Recta
Recta	Tecta
Curva ascendente	Curva ascendente
Recta ascendente	Recta ascendente
Un rectángulo	un rectángulo.
Una línea recta	una linea recta
Recta paralela al eje “x”	Recta paralela al eje "x"

32.- Pongan un nombre a su figura

Regla	REGLA.
Juan acostado	Juan acostado.
Mar tranquilo	mar tranquilo
La mesa larga	la mesa larga
Recta	Recta

Hanna montana	Hanna montana
SIN RESPUESTA	
Mams	MAMS.
Cristian	(apellido) CRISTIAN
Recta	recta
Curva currin	Curva currin
Pan palta-ave	Pan palta-ave.
La línea del tren	Un cuaderno con espiral
Línea	Línea
Paralela	Paralela.

<u>33.- Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?</u>

Regla	REGLA.
Si, superficie de una mesa	Si, superficie de una mesa

A una escalera acostada	a una escalera acostada.
Línea horizontal	línea horizontal
Una regla	Una regla
Si, a una cama	Si, a una cama
SIN RESPUESTA	
Al horizonte	Al horizonte.
Recta	Recta
Si, recta	Si, recta
Una curva	Una curva
Mitad de una montaña	mitad de una montaña
Un cuaderno con espiral	un cuaderno con espiral
No	NO.
A una recta	A una recta.

34.- ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ a los 2,5s utilizando la gráfica?

Un punto entre los 2 y 3 seg	un punto entre los 2 y 3 seg
$\Delta[\Delta d]$ se mantiene constante = 9,8	$\Delta[\Delta d]$ se mantiene constante = 9.8
$\Delta[\Delta d]$=9,8	$\Delta[\Delta d]$=9,8
Graficándolo en la tabla	graficándolo en la tabla
Ubico 2,5 y veo que $\Delta[\Delta d]$ coinciden	Ubico 2,5 y veo con que $\Delta[\Delta d]$ coincide
9,8	9,8
SIN RESPUESTA	
9,8 porque es constante	9,8 porque es constante.
9,8 la grafica es lineal y se mantiene	9,8 la gráfica es lineal y a se mantiene
9,8extendiendo desde 2,5 hacia la recta y como es recta todos sus valores son iguales	9,8 extendiendo desde 2,5 hacia la recta y como es recta todos sus valores son iguales.
10	10

Vería donde se intersectan los puntos	Veria donde se intersecton los puntos
Sin calcular, solo porque Δd siempre es igual	sin calculo solo porque Δd siempre es igual
9,8	9,8.
Para todos da igual	Para todos da igual.

35.- Si se ha seguido construyendo el edificio, modificando la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?

No cambia	NO CAMBIA
La altura del edificio	La altura del edificio.
Distancia y por consecuente su variación	distancia y por consecuente su variación.
No cambia nada	no cambio nada.
Nada, porque la recta da igual valor	Nada, porque la recta da igual valor.
El tiempo y la distancia	el tiempo y distancia
SIN RESPUESTA	

Δd	Δd .
Habría mas distancia y mas tiempo	Habrían más distancia y más tiempo
Habría mas distancia y por ende mas tiempo pero lo anterior seguiría igual	habría mas distancia y por ende mas tiempo, pero lo anterior seguiría igual
La distancia	La distancia
Seria mas alta (o larga)	Sería más alta (o larga)
Solo se mantiene la distancia y cambia el tiempo	Sólo se mantiene la distancia y cambia el tiempo.
No cambia	No cambia
El tiempo en que demora en caer	El tiempo en que demora en caer.

<u>36.- Si se modifica la cantidad de tiempo de caída ¿Cambia la expresión algebraica?</u>

Si, se supone	Si, se supone
Si	Sí

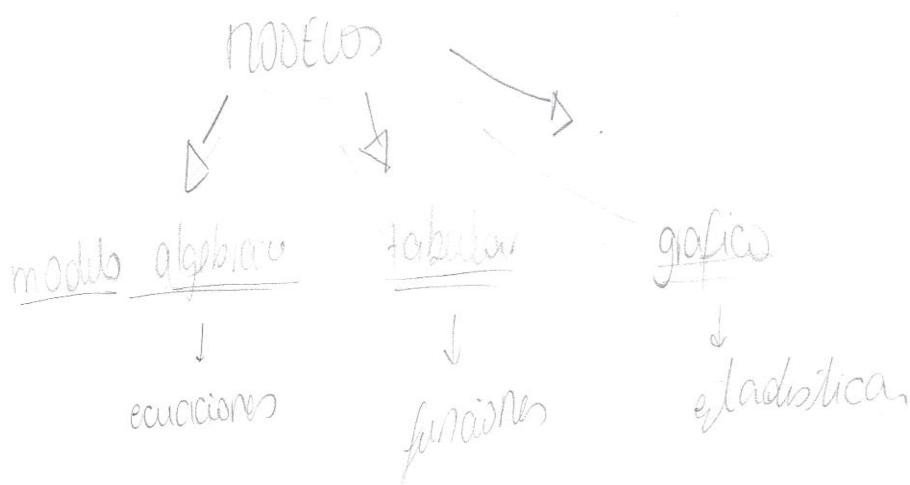
No	No
No cambia	No cambia.
No	No
Si	Si
SIN RESPUESTA	
Si	Si
Si	Sí
Si	Si
Si	Si
No, solo se le agrega más tiempo	No, solo se le agrega más tiempo
La expresión sigue igual	la expresión sigue igual
Si cambia	Si cambia
Si	Sí.

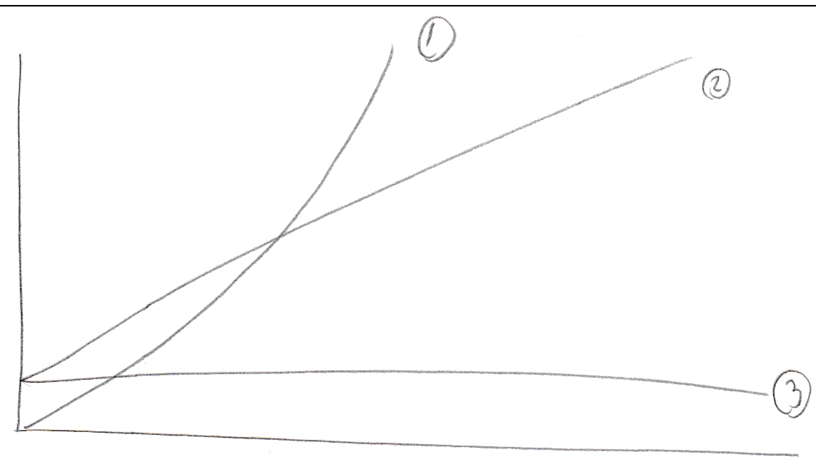
<u>37.- Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?</u>

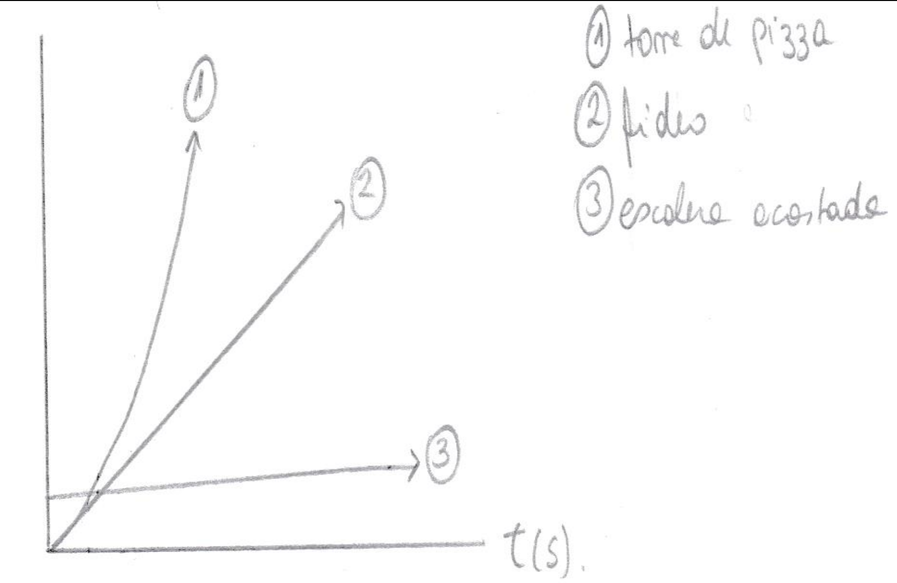
No	NO
La altura del edificio	La altura del edificio
Nada	Nada.
No cambia	No cambia.
Nada	NADA
No	NO
SIN RESPUESTA	
Se modifica la recta al unir los puntos	Se modifica la recta al unir los puntos.
Cambia la figura	CAMBIA LA FIGURA
Cambia la figura que se forma	Cambia la figura que se forma
Es recta en vez de curva	Es recta en vez de curva
Sería el edificio más largo o alto	Seria el edificio mas largo o alto
Es independiente del tiempo, sigue =	es independiente del tiempo, sigue =

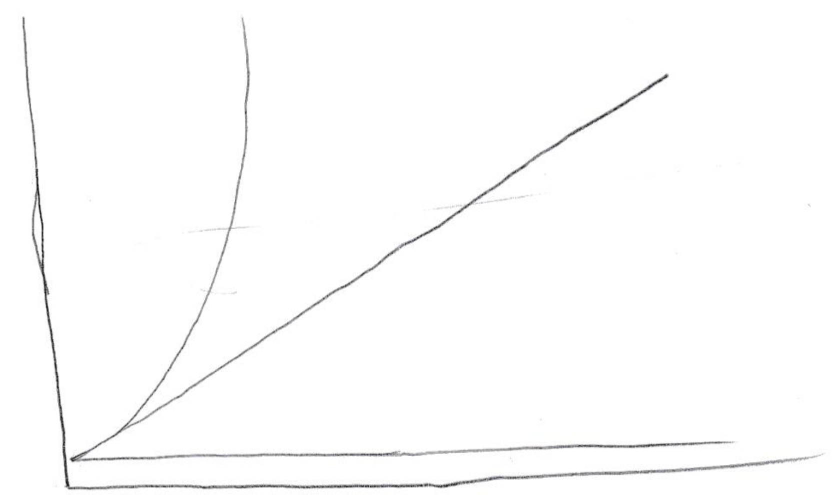
La figura	2a figura.
La distancia que recorre en ese det tiempo	la distancia que recorre en ese det. tiempo.

38.- Elabore un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.



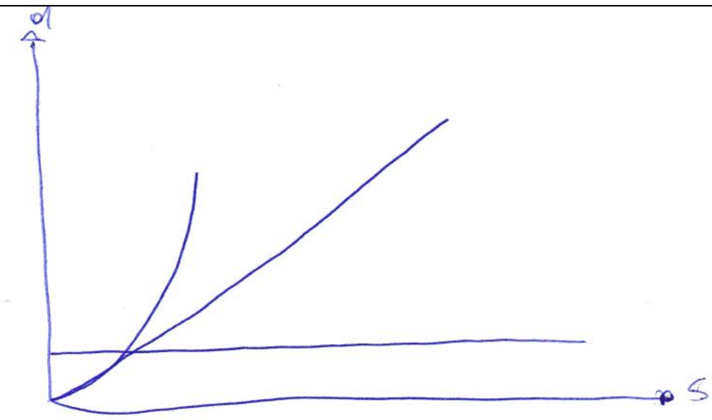






1ero	2do	3ro
Va de vector 5,10 en 5,10.	Aumento de vector ~~de~~ 10,10.	Paralela al eje [Δ(Δd)] X con punto de 9,8 en Y

Empieza en 0,0	Empieza en (0,(4,9))	Empieza en (0,(9,8))



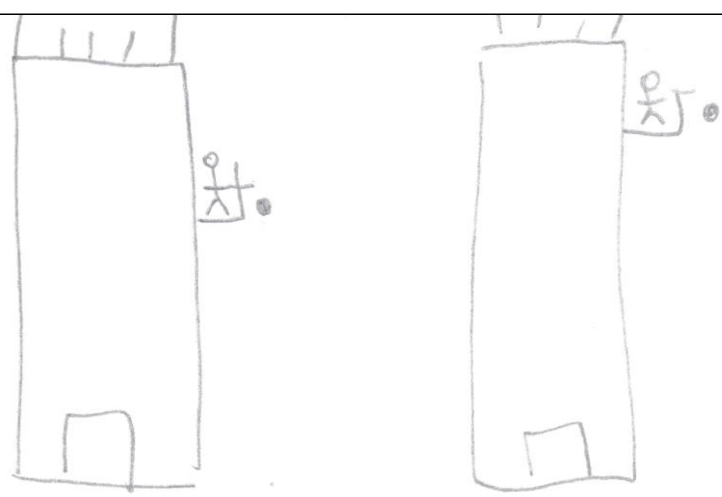
SIN RESPUESTA

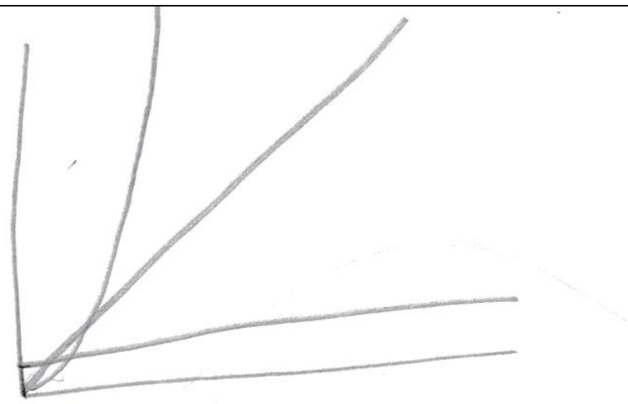
(No entiendo lo que me piden ~~[illegible]~~)

SIN RESPUESTA

SIN RESPUESTA

t	d	Δd	$\Delta(\Delta d)$
1	4.9	14.7	9.8
2	19.6		
3	44.1	24.5	9.8
4	78.4	34.3	9.8





Grafico

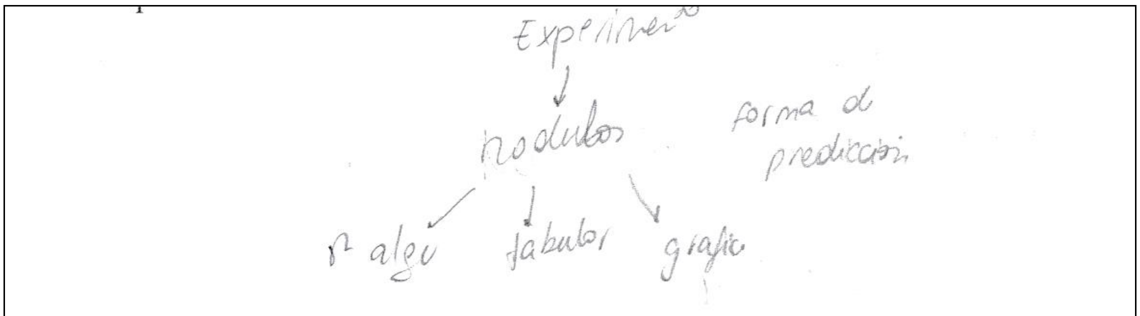
Modelos

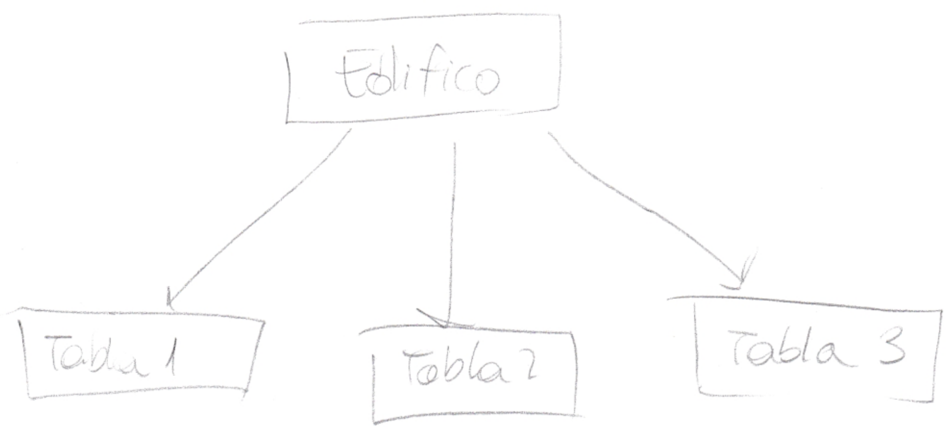
modelo algebraico — M. tabular — M. Grafico

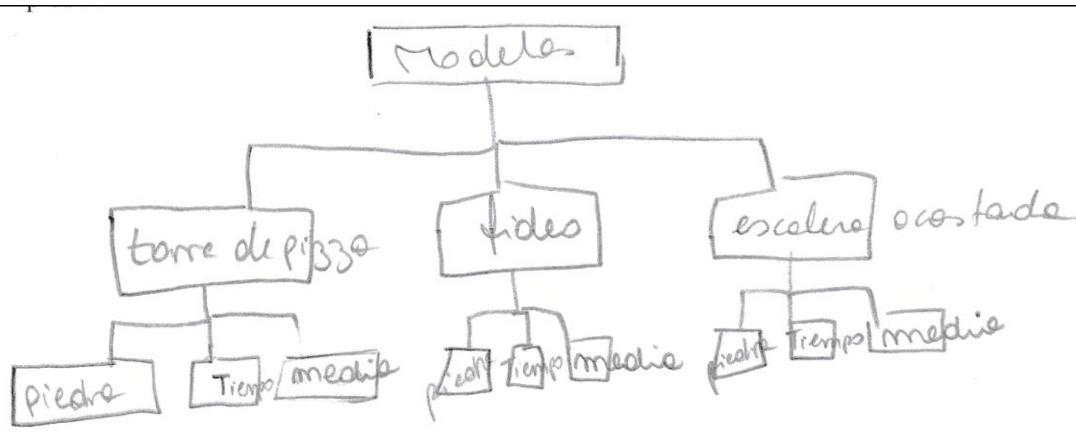
ecuaciones — funciones — estadisticas

Modelos → Tabular → $f(x) = x^2 \cdot 4{,}9.$

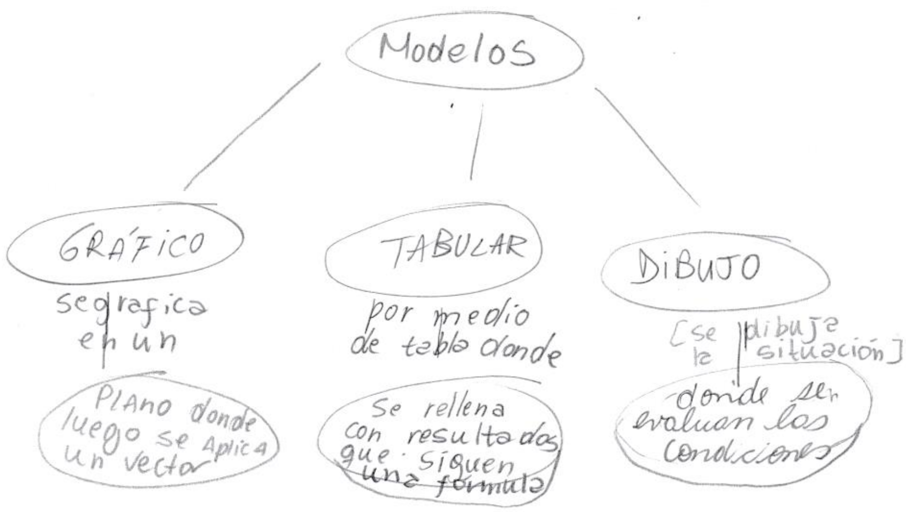
39.- Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.



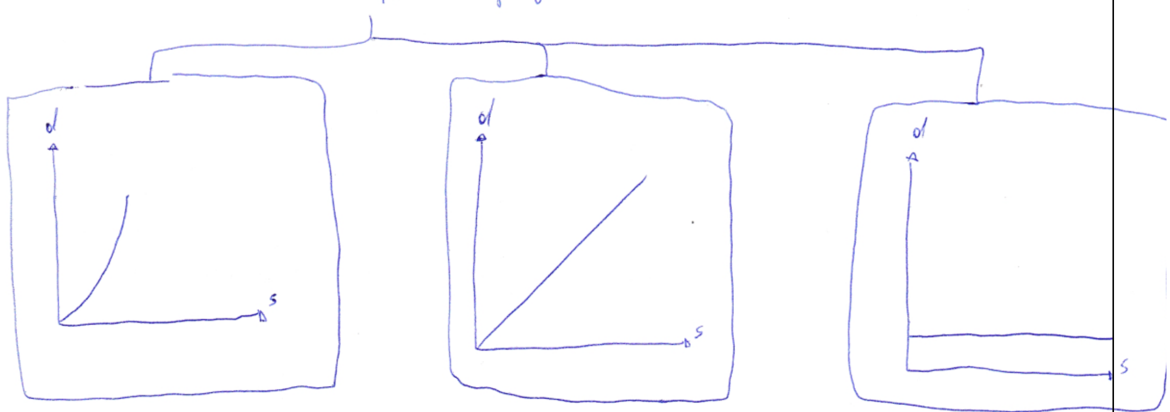




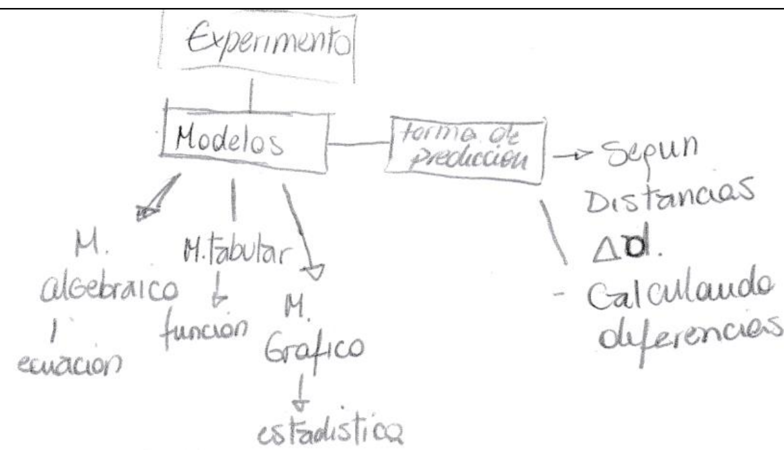
	Experimento.		
Modelos.	1	2	3
Parámetros			
Formas de Predicción	t = Δd + 9,8	t = Δd + 9,8	t = Δd + 9,8



Tipo de graficar



SIN RESPUESTA

(No entiendo lo que me piden).
SIN RESPUESTA
SIN RESPUESTA
SIN RESPUESTA
SIN RESPUESTA
SIN RESPUESTA

SIN RESPUESTA

Anexo 5: Instrumento diseño versión 4.

<u>Actividad</u>

Nombre: ________________________________ Curso: __Fecha: _____Edad: ___

Desde un piso de un edificio, una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos) cayendo ésta a la superficie.

1. Dibuje la situación

Desde un piso de un edificio,

Una persona suelta una piedra (con los debidos resguardos) cayendo ésta a la superficie.

Con un software especial obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro.

t(s)	**d(m)**
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4
7	240.1
8	313.6
9	396.9
10	490

Tabla 1

Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra el desplazamiento de la piedra (en metros).

1. Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.

2. Describa con sus palabras el experimento.

3. A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra?

4. Si el desplazamiento de la piedra es de 396.9 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?

III. El Modelo Algebraico

A continuación expresa los incrementos de distancias completando la siguiente tabla de incrementos. Estos incrementos o diferencias de distancias, se denotan con Δd.

t(s)	d(m)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$
$t_0 = 0$	$d_0 = 0$		
$t_1 = 1$	$d_1 = 4.9$		
$t_2 = 2$	$d_2 = 19.6$		
$t_3 = 3$	$d_3 = 44.1$		
$t_4 = 4$	$d_4 = 78.4$		
$t_5 = 5$	$d_5 = 122.5$		
$t_6 = 6$	$d_6 = 176.4$		
$t_7 = 7$	$d_7 = 240.1$		
$t_8 = 8$	$d_8 = 313.6$		
$t_9 = 9$	$d_9 = 396.9$		
$t_{10} = 10$	$d_{10} = 490$		

Tabla 2

4. Si la piedra recorre 4.9 metros, luego 14.7 metros más. ¿Cuánto tiempo transcurrió en este recorrido de la piedra?

5. De acuerdo a la pregunta anterior. ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 14.7 metros?

6. Si la piedra recorre 19.6 metros, luego 24.5 metros más. ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?

7. Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos. ¿Cuál es el desplazamiento?

8. Si Δd es 24.5 metros ¿Cuál es la distancia que ha recorrido la piedra?

9. Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el Δd?

10. Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el Δd?

11. Con los datos anteriores completen la tabla a la derecha de diferencia de las diferencia, considerando a $\Delta[\Delta d]$ como la diferencia de las diferencias de distancias.

Recuperen las distancias que recorre la piedra, en los 10 segundos de su caída, usando esta tabla de las diferencias de las diferencias. Anoten sus valores en la columna d (m).

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
$t_0 = 0$				
$t_1 = 1$				
$t_2 = 2$				
$t_3 = 3$				
$t_4 = 4$				
$t_5 = 5$				
$t_6 = 6$				
$t_7 = 7$				
$t_8 = 8$				
$t_9 = 9$				
$t_{10} = 10$				

Tabla 3

12. Si el tiempo de caída es 3,4 s ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra? Expliquen cómo lo obtuvieron

13. Si el tiempo de caída es 5,18 s ¿Cuál es el desplazamiento de la piedra? Expliquen cómo lo obtuvieron

14. Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada del desplazamiento para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

15. Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular los desplazamientos a los 3 y 5 segundos.

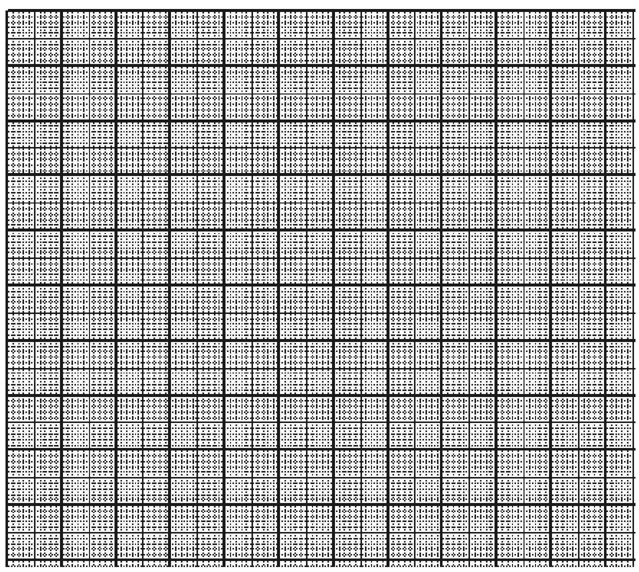
16. Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.

17. A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión general?

IV. El Modelo Gráfico

Ahora recurriremos a los datos del modelo tabular para originar el modelo gráfico asociado a la caída de la piedra.

20. Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.



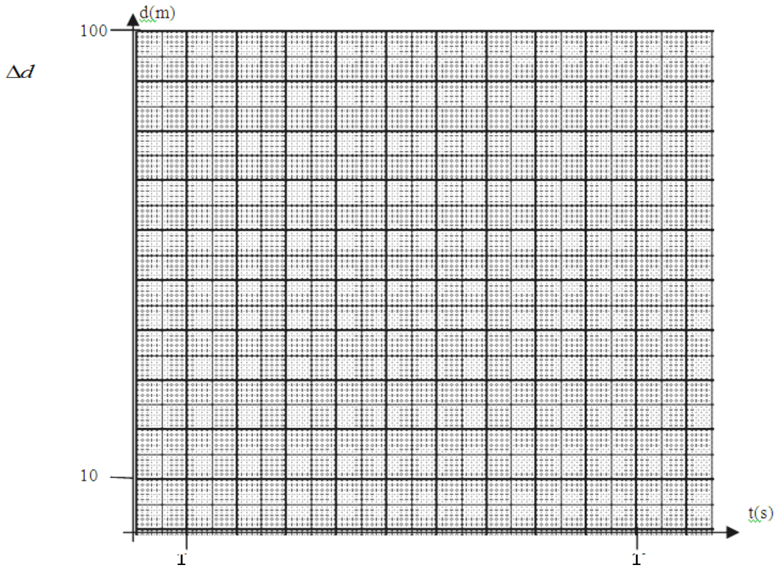
21. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

22. Pongan un nombre a su figura.

23. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

24. Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado. Expliquen cómo lo hicieron.

25. Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro.



26. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

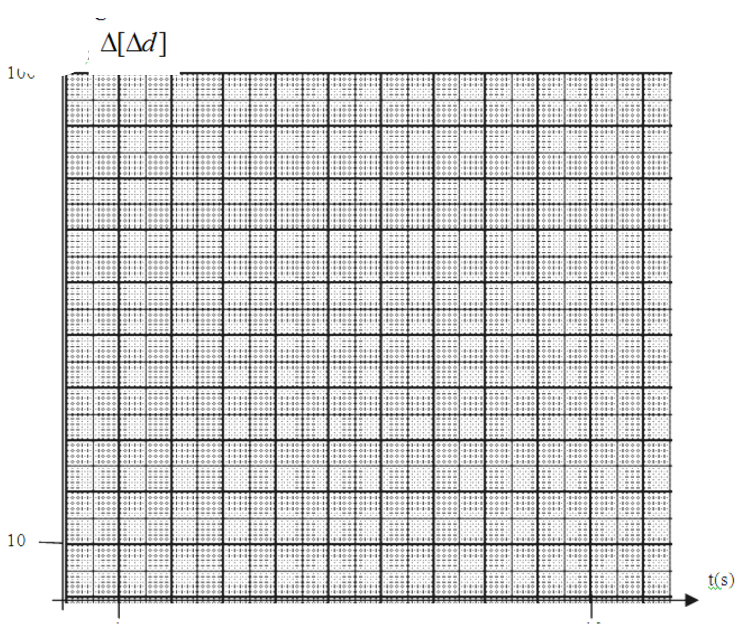
27. Pongan un nombre a su figura.

28. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

29. ¿Cómo calcularías Δd a los 9,5s utilizando la gráfica?

30. Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ (m)

(Tabla 3).



31. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

32. Pongan un nombre a su figura.

33. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

34. ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ a los 2,5s utilizando la gráfica?

35. Si se modifica la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?
36. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en la expresión algebraica?

37. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?

38. Elabore un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.

39. Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, sus parámetros y sus formas de predicción.

Anexo 6: Instrumento diseño versión 5

Nombres: ____________________________Curso:____Fecha:______Edad:____

Neil Amstrong, previo a su descenso en la luna, realizo el siguiente experimento: Dejó caer una piedra desde el Apolo 11 cuando este se encontraba a 81m de la superficie lunar.

1. Dibuje la situación

I. EXPERIMENTO

Neil Amstrong, previo a su descenso en la luna, realizo el siguiente experimento: Dejó caer una piedra desde el Apolo 11 cuando este se encontraba a 81m de la superficie lunar.

Con un software especial Amstrong obtuvo la tabla que se encuentra a la izquierda del recuadro. Para cada segundo de tiempo transcurrido, la tabla muestra la distancia de la piedra (en metros).

2. Elijan uno de los dibujos del grupo, recorten y peguen la situación.

t(s)	d(m)
0	0
1	0,81
2	3,24
3	7,29
4	12,96
5	20,25
6	29,16
7	39,69
8	51,84
9	65,61
10	81

Tabla 1

3. Describa con sus palabras el experimento.

4. A los cuatro segundos de caída ¿Cuál es la distancia de la piedra?

5. Si la distancia de la piedra es de 39,69 metros ¿Cuál es el tiempo de caída?

II. El Modelo Algebraico

A continuación expresa los incrementos de distancias completando la siguiente tabla de incrementos. Estos incrementos o diferencias de distancias, se denotan con Δd .

6. Si la piedra recorre 3.24 metros, luego 4.05 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total que tiene en ese instante?

7. De acuerdo a la pregunta anterior ¿Cuánto tiempo demoró en recorrer 4.05 metros?

8. Si la piedra recorre 20.25 metros, luego 8.91 metros más ¿Cuál es el tiempo de caída total en ese instante?

9. Si el tiempo de caída de la piedra es 2.5 segundos
   ¿Cuál es la distancia?

10. Si Δd es 5,67 metros ¿Cuál es la distancia de la piedra a la superficie lunar?

11. Si el tiempo transcurrido es 8 segundos ¿Cuál es el Δd ?

12. Si el tiempo transcurrido es 9,5 segundos ¿Cuál es el Δd ?

13. Con los datos anteriores completen la tabla de diferencias de las diferencias. Se denota por $\Delta[\Delta d]$ a la diferencia de las diferencias de distancias.

t(s)	$\Delta t = t_2 - t_1$	$\Delta d = d_2 - d_1$	$\Delta[\Delta d] = \Delta d_2 - \Delta d_1$	d(m)
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Tabla 3

Recuperen las distancias que recorre la piedra, en los 10 segundos de su caída, usando esta tabla de las diferencias de las diferencias. Anoten sus valores en la columna d (m).

14. Si el tiempo de caída es 3,5 s. ¿Qué distancia lleva la piedra?

15. Si el tiempo de caída es 5,2 s. ¿Qué distancia lleva la piedra?

16. Si el tiempo de caída de la piedra es "*t*" segundos ¿Cuál es la expresión generalizada de la distancia para ese tiempo? Expliquen cómo lo determinaron.

17. Usen la expresión generalizada, obtenida en la pregunta anterior, para calcular la distancia a los 3 y 5 segundos.

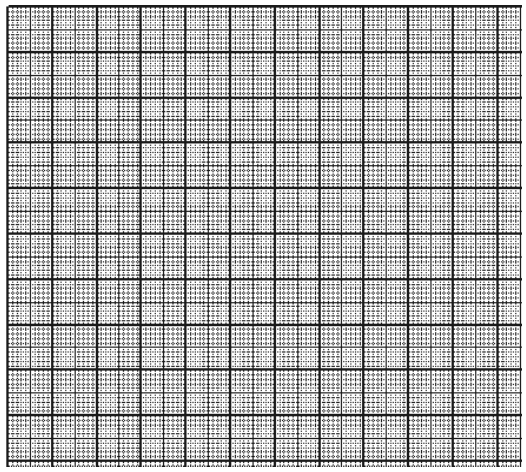
18. Contrasten los valores obtenidos usando su expresión general con los valores de la tabla 1. Levanten argumentos de las semejanzas y/o diferencias entre estos valores.

19. A la luz de esta comparación ¿Cambiarían algo de la expresión generalizada? ¿Por qué?

III. El Modelo Gráfico

Ahora recurran a los datos del modelo tabular para elaborar el modelo gráfico asociado a la caída de la piedra.

20. Dispongan los datos del modelo tabular (tabla 1) en el siguiente cuadro milimetrado.



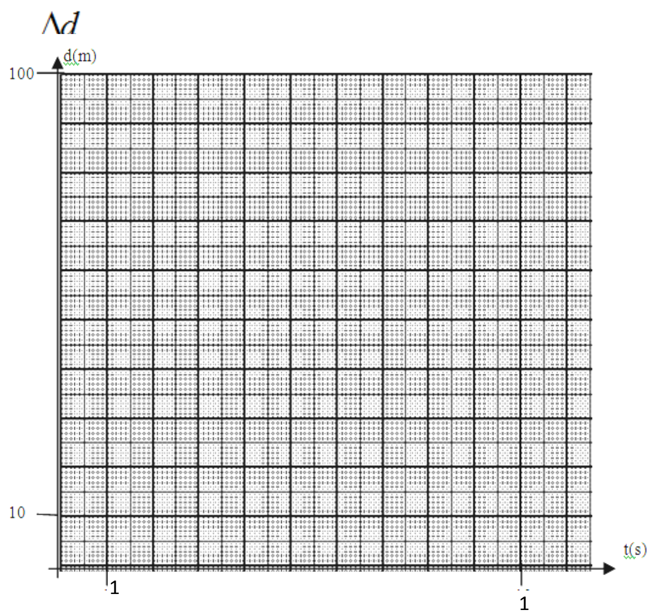
21. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

22. Pongan un nombre a su figura.

23. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

24. Usando su figura calculen la distancia recorrida por la piedra a los 8,5s. Anoten su resultado a continuación y expliquen cómo lo hicieron.

25. Dispongan los datos de la tabla de diferencias (tabla 2) en el siguiente cuadro.



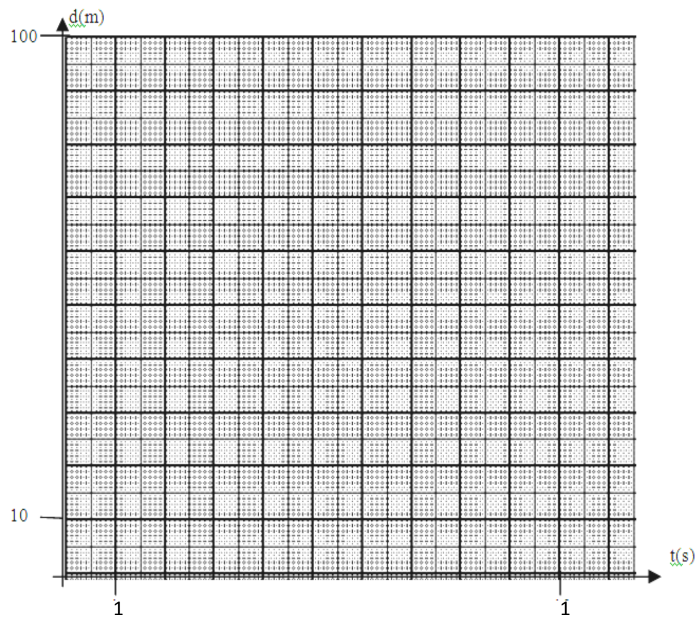
26. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

27. Pongan un nombre a su figura.

28. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

29. ¿Cómo calcularías Δd a los 9,5s utilizando la gráfica?

30. Realizar un gráfico de la situación tiempo(s) versus $\Delta[\Delta d]$ (m) (tabla 3)



31. ¿Qué figura obtienen al unir los puntos?

32. Pongan un nombre a su figura.

33. Se parece a alguna figura que ustedes conozcan ¿A cuál?

34. ¿Cómo calcularías $\Delta[\Delta d]$ a los 2,5s utilizando la gráfica?

35. Si se modifica la altura de caída ¿Qué cambia en el modelo tabular?

36. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo algebraico?

37. Si se modifica el tiempo de caída ¿Qué cambia en el modelo grafico?

38. Elaboren un esquema que coordine los tres modelos y su forma de predicción con el experimento.

39. Elabore esquemas que coordinen el experimento, sus diferentes modelos, la diferencia de la diferencia $\Delta[\Delta d]$ y sus formas de predicción con cada modelo.

Contrasten del experimento en la Tierra con este experimento en la Luna.

40. En que se parecen y en que se distinguen los modelos tabulares.

41. En que se parecen y en que se distinguen las expresiones generales o modelos algebraicos.

42. En que se parecen y en que se distinguen los modelos gráficos.