



FACULTAD DE EDUCACIÓN
**Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa**

**APROXIMACIÓN A LAS CONCEPCIONES SOBRE LA
ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS, DESDE LO
TRADICIONAL AL USO DE ALTERNATIVAS TECNOLÓGICAS
VISUALES, EN PROFESORES DE MATEMÁTICA DE
ENSEÑANZA MEDIA EN TRES COLEGIOS DE LA REGIÓN
METROPOLITANA**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA
EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:
PEILLARD CALDERÓN JUAN SEBASTIÁN
SARIEGO OTEIZA DANIELA SOLEDAD
VALENZUELA AGUIRRE FELIPE ESTEBAN

PROFESOR GUÍA:
MAURICIO ESTEBAN MOYA MARQUEZ

SANTIAGO, CHILE
AÑO 2015

Resumen

El siguiente estudio pretende dar un acercamiento a las concepciones acerca de la enseñanza de los números complejos que tienen cinco profesores de matemáticas de enseñanza media de tres colegios particulares subvencionados de la Región Metropolitana. El objetivo es develar si estas concepciones acerca de la enseñanza de los complejos están más relacionadas con la forma tradicional o si se enfocan más en la enseñanza con alternativas tecnológicas visuales.

La problemática surge a partir de los cambios curriculares ocurridos en Chile en 1998 donde se saca el contenido de números complejos para volver a integrarlo en el año 2009. ¿Qué ocurrió con los profesores luego de estos cambios? ¿Cuáles son las concepciones que tienen los docentes sobre la enseñanza de los complejos? ¿Cómo están enseñando este contenido?

La recolección de la información se hizo a través de un cuestionario y una entrevista a los profesores, incluyendo también la recopilación de datos obtenidos en los libros de clases, evaluaciones y cuadernos de los estudiantes.

El enfoque de la investigación es cualitativo centrándose en un análisis inductivo – deductivo de las categorías que surgieron a partir de los datos obtenidos dándoles un sentido a éstos con sus posteriores interpretaciones logrando así un análisis categorial del contenido. Por otra parte, las respuestas de los profesores se relacionan con las categorías y las concepciones previamente estudiadas por diferentes autores.

Luego de analizar los datos se constituyeron cinco concepciones predominantes donde se estableció que los profesores no están utilizando las alternativas tecnológicas visuales y se están enfocando solo en la enseñanza algebraica y operatoria básica con un leve acercamiento a la parte geométrica.

Palabras claves: concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje, números complejos, alternativas tecnológicas visuales.

Abstract

The next study pretends to give an approach to the notions of complex numbers teaching that five mathematic teachers of three subsidized private school in Región Metropolitana have. The objective is to reveal if these conceptions about complex numbers teaching are more related to the traditional way or if they are focused on teaching with visual technology alternatives.

The problem arises from the curricular changes made in Chile in 1998, when the content of complex numbers were removed, to reintegrate it in 2009. What happened to teachers after that changes? What are the conceptions that teachers have about complex numbers teaching? How are they teaching this content?

The data collection was made through a questionnaire and an interview to teachers, including also the data collection obtained in the class books, evaluations and student's notebooks.

The approach of the research is qualitative, focusing on an inductive-deductive analysis of the categories that emerged from the obtained data, giving sense to them with their later interpretations achieving a categorical content analysis. Otherwise, the teacher's answers are related to the categories and conceptions previously studied by different authors.

After analyzing the data, five predominant conceptions were set up, where it was established that teachers are not using visual technology alternatives and they are focusing only on algebraic point of view and basic operatory with a slight approach to geometric side.

Keywords: conceptions about teaching and learning, complex numbers, visual technology alternatives.

ÍNDICE

Introducción	5
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	6
1. Antecedentes teóricos y/o empíricos observados	6
2. Justificación e importancia	10
3. Definición del problema	11
4. Pregunta de investigación.....	12
5. Objetivos	12
5.1. Objetivo general:.....	12
5.2. Objetivos específicos: En relación a los tres establecimientos investigados se espera:.....	12
6. Supuestos.....	13
7. Limitaciones	15
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO.....	16
1. Concepciones.....	16
2. Concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje según Pozo, teorías, enfoques y paradigmas	17
3. Enseñanza de los complejos, ¿qué y cómo se sugiere enseñar los números complejos?.....	20
3.1 Aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014):.....	21
3.2 Concepciones históricas sobre los números complejos	24
4. TIC como poder de la visualización.....	25
5. Alternativas tecnológicas visuales y la enseñanza de los complejos, ¿cómo se relacionan ambos?	27
6. Barreras de primer, segundo y tercer orden.....	34
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	36
1. Paradigma y enfoque de investigación	36
2. Fundamentación y descripción del diseño.....	36
3. Universo y muestra o escenario y actores	37
4. Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos.....	37
5. Modelo de instrumento a emplear	38
6. Validez y confiabilidad	39
7. Recogida de información.....	39
8. Análisis de la información recopilada	40

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	41
1. Descripción de categorías obtenidas tras el análisis:.....	41
1.1 Relación entre las categorías y concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje según Pozo (2006):.....	48
1.2 Relación entre las categorías y aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014):	48
1.3 Relación entre las categorías y concepciones históricas sobre los números complejos según Gómez (2012):	49
1.4 Relación entre las concepciones de Pozo, Chávez y Gómez.....	50
1.5 Caracterización según las concepciones sobre la enseñanza de los números complejos de los sujetos	50
2. Aproximación a las concepciones predominantes sobre la enseñanza de los números complejos.....	52
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES	57
Anexos:	62

Introducción

En el primer capítulo de esta investigación, se encuentra el planteamiento del problema, donde se señalan los antecedentes de éste, destacando los cambios curriculares ocurridos en Chile, al remover y reincorporar el contenido de número complejos. Por otra parte, se explica la justificación del estudio, al señalar la importancia que tienen las concepciones de los profesores en cualquier cambio curricular que se quiera realizar, para saber cómo éstos están llevando a la práctica dicho cambio. Para concluir con el primer capítulo, se hace referencia a las limitaciones, supuestos, pregunta de investigación y objetivos de ésta.

En el segundo capítulo, se desarrolla el marco teórico, donde se explica la noción general de concepciones, como también específicamente las concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje según Pozo (2006), diferenciando los distintos tipos de teorías. Como parte del marco teórico, se encuentra también el qué y cómo se sugiere enseñar los números complejos, donde se hace referencia a los aprendizajes esperados por parte del Ministerio de Educación, como las aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014), y las concepciones históricas sobre los números complejos según Gómez (2012). Para concluir con el segundo capítulo, se expone la importancia de las TIC como poder de la visualización y cómo se relacionan las alternativas tecnológicas visuales y la enseñanza de los complejos.

En el capítulo número tres, se encuentran los elementos del marco metodológico, destacando el carácter cualitativo de la investigación. También en este apartado se señala el tipo de muestreo que se utilizó, así como la información de los profesores participantes y las técnicas e instrumentos que se utilizaron.

En el cuarto capítulo, se encuentra el análisis de la información recopilada, donde se hizo un análisis categorial del contenido, describiendo estas categorías y mostrando ejemplos de éstas. Se relacionaron las categorías antes mencionadas con las concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje de Pozo (2006), como también se relacionaron con las aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014) y las concepciones históricas sobre los números complejos de Gómez (2012). Para finalizar se hizo una aproximación a las concepciones predominantes sobre la enseñanza de los números complejos.

En último capítulo se encuentran las conclusiones de la investigación.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. Antecedentes teóricos y/o empíricos observados

Desde el año 1982 uno de los contenidos de cuarto año de educación media era el de Números Complejos. Dentro de los objetivos generales de este curso, según el Ministerio de Educación, se encuentra el siguiente: “Conocer los números complejos como el ámbito numérico más general de la aritmética y que le permitirá una discusión completa de las ecuaciones cuadráticas”. Entonces se comenzó a dictar este contenido por los profesores de matemática en las aulas chilenas hasta el año 1998. En el decreto 300 emitido por el MINEDUC, con vigencia desde el día cuatro de junio de dicho año, se menciona la eliminación del contenido referente a este conjunto numérico además de otros contenidos que en ese entonces fueron considerados fuera del currículum nacional.

Los complejos se vuelven a incluir en el ajuste curricular del año 2009, son incorporados con la intención de ampliar el conocimiento de los estudiantes sobre el conjunto de sistemas numéricos, además de poder dar completitud a las raíces de ecuaciones de segundo grado. Eliminando la conocida respuesta “No pertenece a los números reales”. Este tipo de cambios en el currículum, provoca situaciones de interés desde una perspectiva investigativa.

Se reintegra este contenido en el currículum nacional y, junto con esto, se incluye también en los textos escolares de tercer año de educación media. El capítulo comienza de la siguiente manera: “Nº imaginarios... ¿qué son?”. Luego, no da la definición de número imaginario, sino que comienza a contar una historia de una niña que sueña con un señor que se llama $3i$. ¿El fin? Que los estudiantes entiendan que los números son imaginarios porque no pertenecen a nuestra realidad, como los sueños. ¿Será esto efectivo? De la manera recién descrita se desarrolla el contenido, en un texto dialogado se muestra cómo Paulina comienza a preguntarle a su profesor de Matemáticas sobre estos números y su profesor le explica la manera de operarlos, de resolver potencias y algunas de sus propiedades.

En este texto se encuentra información errada, como por ejemplo que estos números fueron descubiertos por un matemático, no dice quién, y que él los nombró “imaginarios” pero solo hace alusión a la parte imaginaria del número, como si lo que se descubrió fue sólo la expresión $\sqrt{-1}$ y a eso se le llamó imaginario, sin una parte real. Esto es completamente falso. Algunos matemáticos como Newton, Leibnitz y

Descartes nunca comprendieron los complejos porque carecían de representación real. Fue por esto, que los números expresados como $z = a + bi$ recibieron el nombre de números imposibles o números Imaginarios. Estos números están compuestos por una parte real “a” y una imaginaria “b”. Cuando la expresión de un complejo es $z = a$, se dice que dicho complejo es real porque no hay parte imaginaria. Y cuando el número complejo no tiene parte real, es decir sólo se representa por $z = bi$, se dice que es un imaginario puro. (Rivera, 2001).

Además del error, el texto no hace una diferencia clara entre el plano cartesiano que los estudiantes ya conocen y el plano complejo que es en el que se grafica este tipo de números. No hay una explicación de la forma polar como un método distinto de representar un número complejo, sabiendo su módulo y el ángulo que forma con el eje real, pero en ningún momento explicita su nombre. En un cuadro apartado, menciona que existe la posibilidad de graficar de esta manera en el software GeoGebra, y explica paso a paso cómo se realiza esta acción.

c. Forma gráfica: nota que el complejo representa un vector que parte desde el origen del sistema coordenado hasta el punto (2,3). Hay que tener en consideración un concepto muy importante, este sistema coordenado se parece mucho al plano cartesiano, pero es diferente en su concepción... sus ejes son el eje real (Re) y el eje imaginario (Im), pero funcionan como si fueran parecidos...

–Entiendo. Entonces, por ejemplo, el número complejo $-4 - 5i$, se puede representar también como $(-4, -5)$ y gráficamente será:

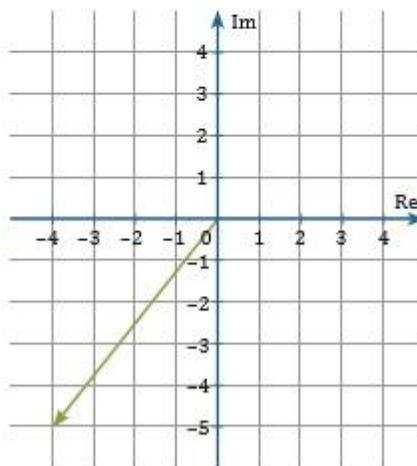


Figura 1

Finalizando la unidad, el texto escolar propone un taller para realizarse en parejas. Para este taller, se necesitan computadores para los y/o las estudiantes y el programa Excel.

Por otra parte, luego de una exhaustiva revisión en bibliotecas virtuales de universidades chilenas como en algunas latinoamericanas, no se ha encontrado registro de otra tesis que haga referencia al uso de las TIC en la enseñanza de los números complejos. Es por esto que se considera esta investigación como un estudio exploratorio en términos de lo que se ha revisado hasta el momento. No obstante, existen investigaciones fuera del continente, como por ejemplo estudios sobre las concepciones históricas de los números complejos (Gómez, 2012), o aproximaciones sobre la enseñanza de complejos (Chávez, 2014), o las representaciones de los profesores respecto a los números complejos (Karakok, 2014)

En el estudio realizado por Alirio José Díaz Araujo, se encuentra una completa investigación referida a la enseñanza de los números complejos, centrada en los profesores y en los estudiantes de pedagogía en matemática de la universidad de Zulia, Venezuela. Donde se sostiene “que las creencias de los profesores se resisten al cambio” (Araujo, 2007), además en ese mismo documento el autor cita a Pajares (1992) quien sintetiza los resultados en una de sus investigaciones sobre las creencias de los profesores en algunos principios, de los cuales se destacan los siguientes:

1. “Las creencias se forman en edad temprana y tienden a perpetuarse, superando contradicciones causadas por la razón, el tiempo, la escuela o la edad temprana.
2. Los individuos desarrollan un sistema de creencias que estructura todas las creencias adquiridas a lo largo del proceso de transmisión cultural.
3. Los sistemas de creencias tienen una función adaptativa al ayudar al individuo a definir y comprender al mundo y a sí mismos.”

Todas las citas anteriores se tornan relevantes e importantes, ya que, al pensar en un profesor de matemática en el sistema educacional chileno, se encuentra con facilidad a un individuo que no está familiarizado con las TIC, ya sea por la lejanía cultural tecnológica que existe en los profesores con mayor experiencia o porque no encuentran necesario la utilización de las nuevas tecnologías de las informaciones. En dicho caso, será casi una tarea titánica lograr que los profesores cambien de creencia con respecto a su utilización, ya que como plantea Pajares y Araujo, las creencias están muy arraigadas en los profesores, aunque esas sean erróneas, se resisten al cambio.

Sin embargo, pese a esto, desde 1992 el proyecto Enlaces ha capacitado a 210.852 profesores en el correcto uso de TIC. Según los resultados del censo de informática

educativa desarrollado por el mismo Enlaces, el número de horas pedagógicas de uso de laboratorio, desde el año 2009 al año 2012, aumentaron de 8 horas a 17 horas semanales de uso en los colegios municipales, de 10 a 14 horas en los particulares subvencionados y se mantuvo en 13 horas en los colegios particulares pagados.

En cuanto al rol de las TIC en la educación, se encuentran puntos favorables como por ejemplo “influyen en lo que se enseña y mejoran el proceso de aprendizaje de los estudiantes” (Castillo, 2008). También se puede otorgar otro valor a las TIC, ya que fomentan la reconstrucción del aprendizaje, ya que basta con poseer un computador en las casas para optar a software de licencia gratuita, lo que permitiría el aprendizaje autónomo del estudiante.

En particular las TIC son de mucha ayuda en el área de las matemáticas. Según ERS, “Los computadores son más efectivos para representar ideas matemáticas. El poder gráfico de los computadores permite a los niños y niñas explorar y manipular muchas y variadas representaciones de modelos matemáticos” (ERS, 2004). En consecuencia, la parte gráfica y visual en la utilización de TIC, podría de ser de gran ayuda también para la enseñanza de los números complejos.

2. Justificación e importancia

La experiencia que los autores de esta investigación han obtenido en las prácticas profesionales en sus distintos centros educativos, señala que la utilización de TIC por parte de los docentes de matemáticas es bastante baja en comparación a otras estrategias de enseñanza. Por otra parte, también se pudo dilucidar que el contenido de números complejos se enseña de una manera muy superficial.

Si bien, los cambios de metodologías en los profesores no son del todo fácil, la utilización de las TIC es fundamental para un óptimo aprendizaje de los estudiantes, por esta razón es importante investigar si los profesores de matemática en el sistema educacional chileno, están utilizando éstas para la enseñanza de números complejos, ya que supuestamente no se estaría tratando con la profundidad que éste requiere.

Además, el profesor es el personaje protagonista dentro de la actividad educativa, ya que por muchas reformas educacionales que se hagan, el profesor es quien transmite los nuevos cambios a los estudiantes y dependiendo de sus creencias, percepciones, imágenes mentales, conocimientos o mejor dicho concepciones, será la manera de abordar e incorporar los cambios curriculares. El profesor y su manera de enseñar es quien hace efectivo o no las reformas educacionales. Del profesor depende el éxito de los cambios curriculares, su permanencia en el tiempo y/o sus futuras modificaciones.

Con estas aproximaciones a las concepciones de los profesores, se puede dar los primeros pasos para entender si es necesaria una mayor preparación en los temas relacionados a los números complejos, o si se podrían establecer distintas formas de trabajo para realizar capacitaciones dependiendo de las concepciones. Para seguir con esta línea de investigación, queda por investigar de forma más acabada las concepciones, para luego continuar con investigaciones de un tipo más cuantitativa.

Es importante que los docentes tomen conciencia de sus concepciones para que así puedan mejorar su quehacer profesional, es por esto que es importante que esta investigación pueda poner en discusión el tema sobre la enseñanza de los números complejos.

Es por estos motivos que es importante e interesante analizar las concepciones y el cómo están enseñando el contenido de números complejos, los profesores de matemática en el sistema educativo chileno y a su vez, develar el significado y la relevancia que se otorga, a la utilización de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), en particular las alternativas tecnológicas visuales.

3. Definición del problema

Los cambios curriculares ocurridos en 1998 derivaron a que en más de diez años no se enseñaran los números complejos en los establecimientos educativos del país, reincorporando el contenido en el ajuste de 2009. Debido a esto, surge el problema de cómo los profesores se adaptan a estos cambios y el cómo están enseñando este contenido actualmente, si es que están enseñando desde una forma más tradicional, o si están enseñando el contenido utilizando alternativas tecnológicas visuales. Por otra parte, en diversas conversaciones con estudiantes de Pedagogía en Matemática e Informática Educativa, los autores de esta investigación, lograron notar que no hay un adecuado conocimiento relacionado al contenido antes mencionado. Este problema se generaliza al visualizar que, en las prácticas profesionales de los mismos autores, los docentes enseñaban la unidad de números complejos desde una perspectiva muy básica y no cumpliendo con los aprendizajes esperados que se exigen por parte del Ministerio de Educación. El problema se complejiza todavía más cuando se notó la escasa utilización de TIC en los distintos centros educativos a los cuales los integrantes de la esta investigación participaron en sus distintas prácticas profesionales y, por ende, una casi nula utilización de alternativas tecnológicas visuales.

“Cualquier tipo de reforma educativa requiere tiempo para que el personal vaya realizando este cambio sistemáticamente. Para que los profesores obtengan las habilidades necesarias para integrar efectivamente la tecnología en el currículo, resulta necesario que los administradores escolares faciliten oportunidades para que esto sea posible. La Administración educativa debe encontrar alternativas creativas que permitan al profesorado encontrar tiempo para participar en talleres, conferencias, cursos y grupos de trabajo” (Byrom, 1998, citado en Aguaded Gómez & Tirado Morueta, 2008).

4. Pregunta de investigación

¿Cuáles son las concepciones en torno a la enseñanza de los números complejos desde lo tradicional¹ al uso de alternativas tecnológicas visuales, en los profesores de matemática de enseñanza media?

5. Objetivos

5.1. Objetivo general:

Develar las concepciones acerca de la enseñanza de los números complejos desde lo tradicional al uso de alternativas tecnológicas visuales, en profesores de matemática de enseñanza media en tres establecimientos particulares subvencionados de Santiago.

5.2. Objetivos específicos:

En relación a los tres establecimientos investigados se espera:

- Identificar concepciones que tienen los profesores de matemática de enseñanza media acerca de la enseñanza de números complejos desde lo tradicional a otras alternativas.
- Conocer la importancia y énfasis que los profesores de matemática le otorgan a la enseñanza de operaciones básicas, a la parte algebraica y geométrica de los números complejos.
- Conocer la importancia que le dan los profesores de matemática a la utilización de alternativas tecnológicas visuales para la enseñanza de números complejos.

¹ En este estudio se entenderá por “tradicional” el centrarse en la enseñanza de los complejos solo en la parte algebraica y operatoria básica

6. Supuestos

Los supuestos para los resultados de esta investigación se dividen en dos partes. En primer lugar, se encuentra la metodología que utiliza cada profesor a la hora de planificar y luego llevar a cabo sus clases de tercer año de educación media, específicamente en la unidad de números complejos. Y, en segundo lugar, el uso o no de alternativas tecnológicas visuales asociadas a este contenido, que si bien es parte de la metodología de enseñanza, el docente es libre de incluirla en sus sesiones en aula, es por esta razón que se lleva a otro apartado y no se desarrollará dentro de la metodología.

Se ha dicho ya en esta investigación que hay evidencias personales de los autores que los respaldan a la hora de decir que los profesores de matemáticas no enseñan el contenido de números complejos en su totalidad como se debería abordar cualquier conjunto numérico.

Cuando se dice “en su totalidad” se hace referencia a: “La construcción de cada uno de los distintos ciclos de la enseñanza se lleva a cabo teniendo en cuenta los siguientes pasos que constituyen los puntos metodológicos esenciales a considerar en su tratamiento:

- Motivación de la necesidad de construir el “nuevo dominio”.
- Formación del “nuevo” conjunto numérico.
- Operaciones de cálculo. Propiedades de dichas operaciones.
- Desarrollo de las habilidades”. (De la Cruz, Castillo, & Calletano, 2010)

Se estima que el resultado del análisis de los datos obtenidos en la investigación, arrojen que los docentes que trabajan en el aula con este contenido, no están siguiendo esta construcción del conjunto numérico en cuestión, sino que desarrollan la unidad basándose en las operaciones que se pueden realizar y algunas de sus propiedades, pero de manera superficial.

En el caso de uso de TIC para la enseñanza de números complejos, el panorama es bastante similar, se espera que si los profesores no son capaces de profundizar en el tema, reduciéndolo solo a la suma, multiplicación y sus inversos, serán aún menos capaces de trabajar con un software educativo que les permita graficar en el plano complejo, relacionar la forma canónica del número complejo con su gráfica en forma

polar en dicho plano, comprender el concepto de módulo y de vector, entre otras cosas.

Supuesto 1:

Los profesores de matemáticas tienen falencias en el conocimiento didáctico o metodológico relacionado al contenido de números complejos, como sistema numérico en sí, lo tratan de manera superficial, tal vez por su formación inicial, o bien por falta de experiencia en la enseñanza de este tema.

Supuesto 2:

Al no profundizar en el tema de los números complejos – reduciéndolo solo a la suma, multiplicación y sus inversos - tampoco se exploran alternativas tecnológicas y visuales, que les permita conectar la parte algebraica con la parte geométrica del conjunto numérico.

“Respecto al uso de las TIC, la totalidad de profesores tiene alguna formación en su uso, usándola en su labor, para buscar información, construir material y preparar sus clases, siendo menos valorado el uso directo con sus alumnos”. (Farah, 2005)

7. Limitaciones

Durante el desarrollo de esta tesis existieron una serie de limitaciones, las cuales han sido categorizadas como internas y externas.

Entiéndase como limitaciones internas todos aquellos inconvenientes que son propios del trabajo en equipo, a continuación, se mencionarán cuáles fueron dichas limitantes internas:

La poca coincidencia en los horarios es una de ellas, ya que durante el desarrollo de esta tesis los autores se encontraban en su proceso de práctica profesional, además de sus respectivos trabajos en diferentes centros educacionales. Es por esto que las reuniones como equipo de tesis fueron difíciles de coordinar.

La propia formación de pregrado en números complejos no fue acabada, por lo tanto se necesitó de una preparación previa sobre el tema.

Por otra parte, existen las limitaciones externas, dichas limitantes son todos aquellos sucesos que no son causados por los integrantes de la tesis y producen un retraso o una dificultad en la investigación, como por ejemplo:

El tiempo que se otorgó para la realización de la investigación. Ya que en un período no superior a cinco meses se debía realizar una tesis de tipo cualitativa. Por lo tanto, esta investigación es una aproximación o una entrada al mundo de las concepciones, ya que, debido al poco tiempo, no hubo cabida para las observaciones de clases, enviarles tareas a los profesores, hacer un focus group, entre otras cosas. No obstante, es una aproximación que nos permitirá más adelante desarrollar o profundizar en estudios sobre la misma línea de investigación.

El tiempo que se tomaron los expertos para validar los instrumentos, fue más del presupuestado en la carta Gantt.

El tiempo que se tardaron los profesores en responder y devolver los cuestionarios también fue una limitación, ya que se tenía considerado un período de quince días, pero en algunos casos llegaron a tardar veinticinco días, produciendo un retraso en las tareas.

La poca información en español respecto a la enseñanza de números complejos, la gran mayoría estaba en inglés. Esta búsqueda generó una gran inversión de tiempo sobre todo al momento de traducir los textos.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

1. Concepciones

En esta investigación se utilizarán las concepciones de los profesores como objeto de estudio, para esto se debe tener claro qué es lo que se entenderá por concepciones. *“Las concepciones son entendidas como el conjunto de construcciones mentales personales que surgen de la integración con el entorno, le dan sentido y se evidencian en la forma en que los sujetos actúan en su cotidianidad”*. (citado en (Gallego, 2013).

Las concepciones le dan las directrices a los sujetos en su actuar, son sus convicciones, sus creencias, son propias a cada ser humano y es por esto que al tratarse de un profesor toman aún mayor relevancia, puesto que ellos y sus concepciones sobre cada uno de los contenidos que tendrán que entregarle a los estudiantes y, que para efectos de esta investigación, serán específicamente acerca de los números complejos, se desclasificará en qué forma están siendo abordados, cuáles son las estrategias de enseñanza y qué importancia se les da a dichos contenidos.

Para dejar más claro el término “concepciones” se escogió la siguiente definición:

“Una estructura general de pensamiento que incluye significados, conceptos, preferencias, reglas y creencias del profesor, tanto globalmente como sobre un determinado tópico, que condicionan la forma en que afrontan las tareas de la enseñanza. Estas se originan y desarrollan a través de las experiencias e interacciones con la realidad” (Moya, 2012).

Para efectos de esta investigación y hacerla aún más acotada, se procederá a definir lo que se entenderá por significados, conceptos, imágenes mentales, preferencias, reglas y creencias.

Significados: conocido, importante, sentido de una palabra o frase. (RAE, 2015)

Conceptos: Idea que concibe o forma el entendimiento, opinión, juicio, representación mental asociada a un significante lingüístico. (RAE, 2015)

Preferencias: Elección de alguien o algo entre varias personas o cosas. (RAE, 2015)

Reglas: aquello que ha de cumplirse por estar convenido en una colectividad, modo establecido de ejecutar algo. (RAE, 2015)

Creencias: Completo crédito que se presta a un hecho o noticia como seguros o ciertos. (RAE, 2015)

Bajo los aleros de estos significados integrados en la definición de concepciones, es que se dispone a efectuar este estudio.

Si bien esta investigación está enfocada a las concepciones que tienen los profesores de matemática acerca de la enseñanza de los números complejos, vale la pena mencionar que también existen las preconcepciones, y qué es lo que entenderemos por ellas. Las preconcepciones son el conjunto de ideas que tiene cada ser humano para interpretar los fenómenos naturales, que pueden estar o no en desacuerdo con la ciencia, es decir, que las preconcepciones pueden estar completamente disociadas de las leyes, paradigmas y/o modelos científicos, estas preconcepciones pueden ser llamadas de muchas maneras y es así como lo plantea Cubero:

“estas visiones alternativas de la interpretación del mundo natural se les ha nombrado de diversas formas: ideas intuitivas, ciencia de los niños, representaciones de los estudiantes, preconcepciones, concepciones alternativas, ideas de los niños, razonamiento espontáneo, representaciones, y errores conceptuales (Cubero, 1994 y otros).” (Ainnaranelmar, 2012).

Es aquí donde se pondrá hincapié, ya que las preconcepciones de los profesores acerca de los números complejos repercutirán fuertemente en las concepciones que tengan sobre la enseñanza de los números complejos, es decir, si existe una idea intuitiva o un error conceptual sobre el contenido de números complejos, se plasmará en la manera de afrontar dicho contenido. Por lo tanto, las concepciones acerca de la enseñanza se verán influenciadas y dirigidas por las preconcepciones que tengan los profesores sobre este contenido en particular.

2. Concepciones acerca de la enseñanza y aprendizaje según Pozo, teorías, enfoques y paradigmas

Antes de que se analicen las concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de los profesores, se debe establecer algunas teorías implícitas del aprendizaje, ya que dichas teorías darán las directrices que tiene cada profesor. Para efectos de este estudio se utilizarán cuatro teorías del aprendizaje: directa, interpretativa, constructivista y la visión posmoderna.

Para esto, se caracterizará cada una de ellas:

Teoría directa: dentro de las teorías implícitas del aprendizaje es la más básica, esta teoría se centra en los resultados o productos del aprendizaje, sin darle contexto alguno.

“En las diversas versiones de la teoría directa, los resultados del aprendizaje se conciben como productos claramente identificables. Son los logros de todo o nada, o piezas disjuntas que se acumulan sumativamente en el proceso de aprender, de modo tal que un nuevo aprendizaje no afecta ni resignifica los anteriores” (Pozo, 2006)

Es una acumulación de saberes sin sentido alguno, es decir, no tiene en cuenta sus aplicaciones y sus contextos, los estudiantes son un libro en blanco que hay que llenar de contenidos sin cohesión alguna.

Teoría interpretativa: se conoce por ser la evolución de la teoría directa, esta teoría conecta los resultados, los procesos y las condiciones de los procesos de una manera relativamente lineal. Las condiciones del contexto donde está inmerso el proceso de enseñanza son claves para que el aprendizaje sea efectivo, por ejemplo, la frase “los estudiantes no aprenden porque conversan mucho en clases”, es una muestra clara de esta teoría implícita del aprendizaje.

Por otra parte, asegura que el aprendizaje es de carácter mecánico, se aprende haciendo una y otra vez lo que se desea aprender.

“Las condiciones <<actúan sobre>> las acciones y procesos del aprendiz, los que a su vez <<provocan>> unos resultados del aprendizaje” (Pozo, 2006)

Teoría constructivista: en esta teoría implícita del aprendizaje, el aprendizaje implica procesos mentales reconstructivos ya sea de la realidad, sociocultural o mental. El sujeto que aprende es capaz de resignificar lo aprendido, el aprendizaje significa una transformación tanto del contenido como del aprendiz.

“Se caracteriza por asumir que distintas personas pueden dar significado a una misma información de múltiples modos... la teoría constructivista se asienta sobre la noción del aprendizaje como sistema dinámico autorregulado que articula condiciones, procesos y resultados.” (Pozo, 2006)

Visión posmoderna: se asemeja un poco a la teoría constructivista, ya que ambas comparten la creencia de que el conocimiento es una construcción y no un espejo de la realidad. No obstante, la visión posmoderna asegura que el aprendizaje depende del

contexto, es decir, habría que evaluar de diferente manera a cada estudiante, ya que cada uno le da un significado distinto al momento de construir su aprendizaje.

“Las actividades de enseñanza estarían configuradas más por el sujeto del aprendizaje y sus circunstancias que por el objeto del aprendizaje” (Pozo, 2006).

El sujeto pasa a ser el centro del aprendizaje, su desarrollo psicológico más que el cambio o desarrollo conceptual.

Ahora que se han caracterizado cuatro teorías implícitas del aprendizaje, se dará paso a las concepciones que tiene los profesores acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje, las cuales serán encasilladas en las teorías anteriormente caracterizadas.

En el texto llamado “Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje” de Juan Ignacio Pozo, se encuentra un capítulo completo dedicado a las concepciones de los profesores de educación secundaria sobre el aprendizaje y la enseñanza (capítulo 12).

Mediante una investigación realizada a profesores de distintas disciplinas, se lograron obtener las concepciones que tienen los docentes a la hora de abordar contenidos, donde se destacan las teorías interpretativas, constructivista, directa y posmoderna. Los profesores cuentan con diversas concepciones, las cuales se van activando según el contexto y la demanda que surge por parte de los estudiantes.

“...No es un retrato en blanco y negro, sino que está lleno de matices y que la fotografía puede cambiar en función del contexto en el que sitúan sus opciones” (Pozo, 2006)

Continuando con el estudio realizado, cuando se trata de conceptos y conocimientos disciplinares, los profesores (alrededor de un 65%) optan por formas de enseñanza más tradicionales, dejando de lado lo interpretativo y constructivista, dándole paso a una enseñanza basada en la teoría directa, asegurando que:

“el objetivo de la enseñanza es proveer al alumno de conocimientos disciplinares y que estos conocimientos pueden medirse en presencia de una realidad fácilmente contrastable” (Pozo, 2006)

3. Enseñanza de los complejos, ¿qué y cómo se sugiere enseñar los números complejos?

Chávez (2014) comenta que, en Estados Unidos, están establecidas ciertas normas que hacen referencia a lo que los estudiantes deben aprender. A continuación, se desarrollarán los objetivos que, según la misma autora, deben lograr los y las estudiantes en la etapa escolar sobre número complejos.

Operar de manera aritmética:

Para desarrollar este contenido se debe comenzar con las operaciones aritméticas de los números complejos. Los y las estudiantes deben conocer que existe un número complejo i tal que $i^2 = -1$, y que tiene la forma de $a + bi$, con a y b reales. Deben conocer las propiedades: conmutativa, asociativa y distributiva; para agregar, restar, multiplicar y dividir los números que pertenecen a este conjunto. Además, deben saber encontrar el conjugado de un número complejo y utilizarlo para encontrar su módulo.

Representar los números complejos y sus operaciones en el diagrama de Argand o plano complejo:

Graficar los números complejos en su plano respectivo, diferenciándolo del plano real. Esta gráfica se debe trabajar con el número como vector y con la forma polar de éste. Representar la suma, resta, multiplicación, y la conjugación de los números complejos geoméricamente en el plano complejo; utilizar las propiedades de esta representación para cálculo.

Calcular la distancia entre los números en el plano complejo como el módulo de la diferencia, y el punto medio de un segmento como el promedio de los números en sus puntos finales.

Utilizar los números complejos en las identidades y ecuaciones polinomiales:

Los y las estudiantes deben ser capaces de resolver ecuaciones de segundo grado con coeficientes reales que tengan soluciones complejas, extender identidades polinomiales a los números complejos y conocer el teorema fundamental del álgebra; demostrar que es cierto para la ecuación cuadrática.

Por otra parte, la propuesta del Programa de Estudio presentada para su futura aprobación por el Consejo Nacional de Educación en abril de 2015, se espera que los

estudiantes al finalizar la unidad 1 en relación a números complejos en tercer año medio sean capaces de:

AE 1: Reconocer a los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales.

AE 2: Utilizar los números complejos para resolver problemas que no admiten solución en los números reales.

AE 3 Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos.

AE 4: Formular y justificar conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones de números complejos y sus propiedades.

AE 5: Argumentar la validez de los procedimientos o conjeturas referentes a números complejos y sus propiedades.

AE 6 Representar un número complejo de forma polar y calcular la potencia, con exponente racional, de un número complejo.

La misma autora señala en el documento, que el estado tiene declarado lo que el estudiante debe aprender, pero no cómo este contenido debe ser enseñado por los profesores, sino que son éstos mismos quienes deben determinar cuál es la mejor opción para lograr todos los objetivos. Para esto deben conocer a sus estudiantes, conocer las necesidades de cada uno de ellos y tener claro que debe cumplir todo lo que el estado determina que el estudiante debe saber. Es por esto que ella misma caracteriza cada una de las concepciones que los profesores tienen al momento de enseñar números complejos, con sus ventajas y con sus desventajas.

3.1 Aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014):

Tradicional

En esta forma de trabajo, el profesor es quien entrega las reglas y controla que el estudiante se remita a trabajar y cumplir con las normas establecidas dentro del aula.

“Aunque este método es muy estricto, este enfoque es oportuno en la presentación y enseñanza de operaciones básicas en números complejos”. (Chavez, 2014)

Es conveniente este método solo para enseñar las operaciones básicas, puesto que para enseñarles la adición, se les debe indicar que se suma la parte real de un número con la parte real del otro y de igual manera con las partes imaginarias. En el caso de

la multiplicación, se les debe decir que deben hacer la expansión necesaria y luego reducir los términos semejantes. Lo mismo ocurre con las operaciones inversas respectivas.

“El método tradicional es una de las formas comunes usadas por los profesores, aunque no es recomendada por expertos en educación Matemática. Esta forma de enseñanza es totalmente inadecuada por sí misma puesto que no construye una imagen mental ni tampoco motiva a los estudiantes a aprender del tema. Este método no ayuda a comprender multiplicaciones y divisiones de números complejos”. (Chavez, 2014)

Vector

Los docentes que enseñan este contenido desde la concepción de número complejo como vector, explican a sus estudiantes que para sumar y restar números complejos hay que seguir las mismas reglas que para sumar y restar vectores.

En el diagrama de Argand, el número complejo $z = a + bi$ se puede representar como un vector que tiene su inicio en el punto $(0,0)$, y su punto de término en (a,b) , estableciendo un sistema de coordenadas, donde “a” se ubica en el eje real y “b” en el eje imaginario. De esta manera se puede visualizar el resultado de la suma de dos números complejos como otro vector que está representado por la diagonal del paralelogramo que forman los primeros.

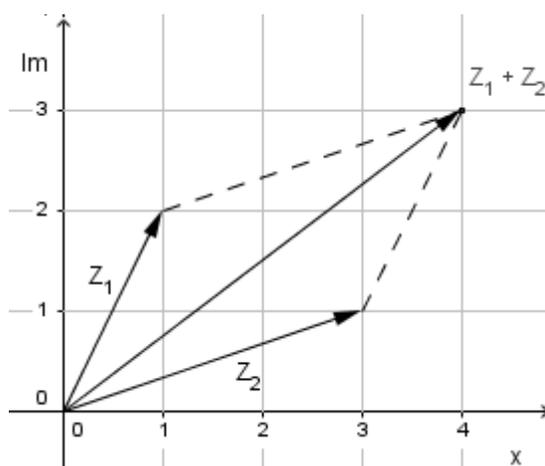


Figura 2. Suma de dos números complejos representada por vectores

La resta de dos números complejos o dos vectores, se determina por $Z_1 + (-Z_2)$, es decir, la representación del segundo número complejo estará dada por el vector que comienza en el punto $(0,0)$ y termina en el punto $(-a,-b)$ en el plano de Argand. Luego, se suman ambos vectores de la misma manera descrita anteriormente.

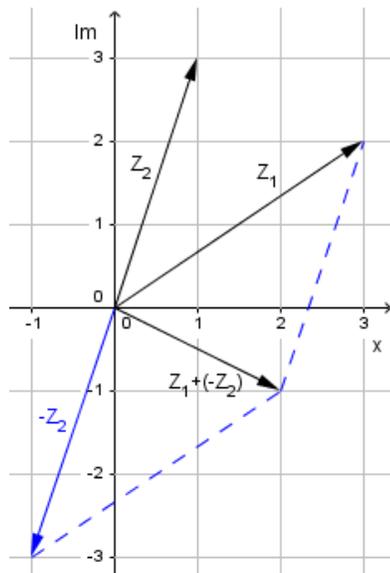


Figura 3. Resta de dos números complejos representada por vectores.

“La enseñanza de los números complejos con el uso de vectores puede ser útil para los estudiantes debido a la imagen visual que proporciona”. (Chavez, 2014)

Geométrico

También se puede representar el número complejo, conociendo su módulo (r) y el ángulo (θ) que forma el vector con el eje real positivo en sentido anti-horario o negativo. A lo recién señalado se le llama: forma polar del número complejo.

La medida del ángulo y el módulo del vector que está representado en el plano, se relacionan con las coordenadas de la siguiente manera:

$$a = r \cos \theta \text{ y } b = r \operatorname{sen} \theta$$

$$\text{si } z = a + bi$$

$$\text{entonces } z = r \cos \theta + i r \operatorname{sen} \theta$$

$$\text{finalmente } z = r (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

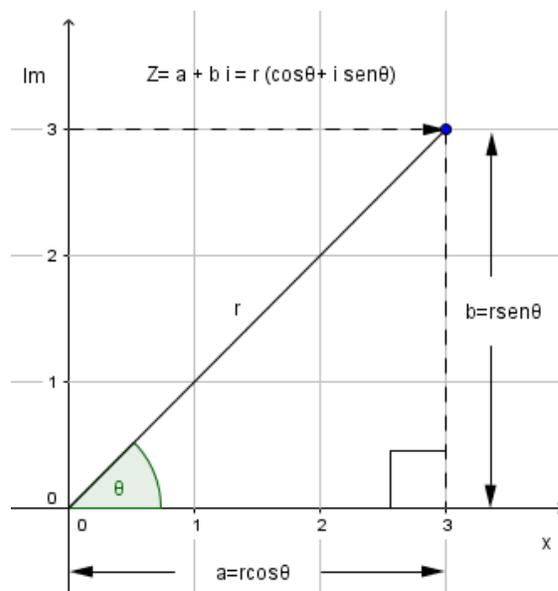


Figura 4. Forma polar de un número complejo

“En efecto, cuando el número i es visto como una transformación polar, no hay nada “imaginario” al respecto. Cuando los números complejos son vistos como transformaciones polares son muy fáciles de entender”. (Chavez, 2014)

En este apartado se utilizan funciones trigonométricas, o bien, relaciones trigonométricas del triángulo.

Tecnología de Información y Comunicación (TIC)

“Los profesores de matemática están aprovechando cada vez más de las TIC hoy en día para desarrollar el interés de los estudiantes en el tema y mejorar su experiencia de aprendizaje. Aquí, la calculadora gráfica se utiliza como una herramienta, y los estudiantes usan la tecnología para aprender y aplicar las matemáticas. Abogan por esta modalidad, ya que fomenta la comprensión conceptual. También permite a los estudiantes aprender a través de la experiencia práctica, en lugar de ser presentado con la información de una manera didáctica”. (Chavez, 2014).

Cabe destacar que no son los profesores quienes utilizan las alternativas tecnológicas visuales para enseñar el contenido, sino que son los estudiantes quienes experimentan con estas tecnologías generando un aprendizaje significativo desde la práctica. .

3.2 Concepciones históricas sobre los números complejos

A continuación, se presentan las cuatro concepciones epistemológicas – históricas de los números complejos desarrolladas en el trabajo de Gómez (2012)

Algebraica

Primeras apariciones de las raíces cuadradas de cantidades negativas, consideradas cómo raíces inútiles, aunque coherentes con los métodos algebraicos.

Analítica

Generalización del uso de las expresiones imaginarias gracias al desarrollo del análisis infinitesimal, consideradas como cantidades que por su naturaleza son imposibles, ya que no se pueden ubicar entre los números posibles: positivos, negativos, o nulos. Por eso, se las llama cantidades imaginarias porque sólo existen en la imaginación.

Geométrica

Introducción de un eje de imaginarios que tiene asociado $\sqrt{-1}$ como unidad perpendicular a 1 y consideración de los imaginarios como vectores del plano.

Formal.

Formalización de los números complejos y consideración de los mismos como pares ordenados de números reales. (Gómez, 2012)

4. TIC como poder de la visualización

¿Cuál es el beneficio de utilizar TIC para enseñar algún contenido matemático? ¿Qué importancia tiene la visualización en esto?

Los conceptos matemáticos requieren formas que los representen, en este sentido, Duval destaca la importancia del tratamiento y conversión entre estas distintas representaciones al señalar que “La comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación” (Duval, 1998 citado en Suhit, 2006)

Según el análisis realizado por Suhit, expresa que los resultados de numerosas investigaciones, prevalece una “excesiva prioridad al marco algebraico o al numérico, dejando de lado la utilización de los significados en los dominios verbales y visuales.” (Suhit, 2006)

Los conceptos, agregando también las ideas y métodos de estudio en las matemáticas, se exteriorizan en forma de representaciones las cuales se destaca que “expresan una

gran riqueza de contenidos visuales, cuya utilización resulta provechosa.” (Birseño, 2014)

Por otra parte, la visualización significa más que el simple hecho de ver; según Cantoral y Montiel, la visualización es “la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (2001:24, citado en Gatica, 2012)

Visualizar un concepto significa comprender éste a través de una imagen visual. Los estudiantes cuentan con la visualización como una herramienta para poder realizar un mejor entendimiento. (Gatica, 2012)

Según Totter, Raichman y Mirasso se denomina visualización matemática a la “conjunción equilibrada de una serie de procesos mentales a partir los cuales los estudiantes acceden a una comprensión más profunda y significativa de un determinado contenido temático, por medio del análisis, comparación y experimentación guiada de registros visuales disponibles.” (Totter, Raichman, & Mirasso, 2012)

En el estudio realizado por Gatica y Enríquez queda en evidencia que cuando los estudiantes verifican interactivamente los resultados predichos por la teoría, mejoran la comprensión de los conceptos. El que los profesores no recurran a los registros gráficos impide a sus estudiantes interpretar los resultados obtenidos. (Gatica, 2012)

Según los resultados obtenidos por Krisol y Montejo, al representar de forma gráfica y esquemática las relaciones significativas entre diferentes conceptos, se facilita la comprensión y el recuerdo de lo estudiado. (Crisol, 2011)

Cuando existen situaciones de un alto nivel de abstracción, el proceso de construcción de conocimientos por parte de los estudiantes se dificulta y es en ese caso en particular que los diferentes recursos de visualización de conceptos matemáticos cobran una importancia fundamental en el proceso de aprendizaje. Así como cuando las herramientas de visualización basada en recursos tecnológicos computacionales, son debidamente integradas en estrategias didácticas motivadoras e innovadoras, éstas enriquecen la enseñanza, logrando así incorporar en los estudiantes registros de visualización imposibles de lograr en clases tradicionales. (Totter, Raichman, & Mirasso, 2012)

En síntesis según Zimmerman “La visualización no es un fin en sí mismo sino un medio para conseguir entendimiento; visualizar un problema significa entender el

problema en términos de un diagrama o de una imagen. La visualización en matemáticas es un proceso para formar imágenes mentales, con lápiz y papel o con la ayuda de tecnología y utilizarla con efectividad para descubrimiento y comprensión de nociones matemáticas” (Zimmerman et al, 1991 citado en Di Domenicatonio, Costa, & Vacchino, 2011)

5. Alternativas tecnológicas visuales y la enseñanza de los complejos, ¿cómo se relacionan ambos?

El Ministerio de Educación a través de su programa de estudio de matemática de tercer año medio, pone énfasis que los números complejos no son representables en una dimensión como en la recta numérica, por ende, se hace necesario una representación de dos dimensiones, como una representación vectorial en el plano complejo, destacando la interpretación gráfica de la adición y la sustracción de estos números.

Se sugiere también, utilizar software para graficar los puntos, las sumas y las restas, todo esto para facilitar la visualización de los estudiantes por ejemplo con las diagonales del paralelogramo como el resultado de las operaciones realizadas.

Se incita a los estudiantes realizar cálculos, graficar y luego conjeturar sobre el comportamiento de las representaciones de la suma, resta, ponderación y potencias de números complejos.

Por último, se destaca que resolver problemas con números complejos requiere de una propuesta metodológica que implique relacionar la representación algebraica con la geométrica, conjeturar posibles soluciones, comprobar en el plano complejo y argumentar las posibles generalizaciones, todo esto para propiciar y fortalecer el razonamiento matemático.

En la misma propuesta se ofrecen ejemplos de actividades para la mayoría de los aprendizajes esperados.

Para el aprendizaje esperado número 1, “Reconocer a los números complejos como una extensión del campo numérico de los números reales”, se recomienda que los estudiantes puedan relacionar el número complejo $a+bi$ con el par ordenado (a,b) en el plano complejo con la siguiente actividad:

- Identifican el par ordenado (a,b) para cada uno de los siguientes números complejos: $1 + i$, $-1 + i$, $-1 - i$, $1 - i$, $2 + 3i$, $-3 - 2i$, $0.5i$, $-0.5i$, $3.5 - 2.5i$
- Si $a \in \mathbb{R}^+$ y $b \in \mathbb{R}^-$, conjeturan respecto del cuadrante del plano complejo en que se encuentran los siguientes números complejos: (a,b) , $(-a,-b)$, $(a,-b)$ y $(-a,b)$
- Representan los números complejos anteriores en el plano complejo y justifican las conjeturas formuladas anteriormente.
- Si $z=(a,b)$ con a y b en \mathbb{R} , justifican que el número complejo $w=(-a,-b)$ permite construir una simetría puntual respecto del origen del plano complejo. Conceptualizan que el número complejo $-z$ se denomina opuesto.

Por otra parte, para el aprendizaje esperado número 3, “Resolver problemas aplicando las cuatro operaciones con números complejos”, se sugiere las siguientes actividades:

- Los estudiantes tiene que ser capaz de sumar dos números complejos de forma pictórica, por ejemplo, representar en el plano complejo los números $3 + 2i$ y $-3 + 2i$, y realizan la suma de vectores. Conjeturar que la suma de dos números complejos en el plano complejo corresponde a la diagonal del paralelogramo formado por la representación vectorial de los números.

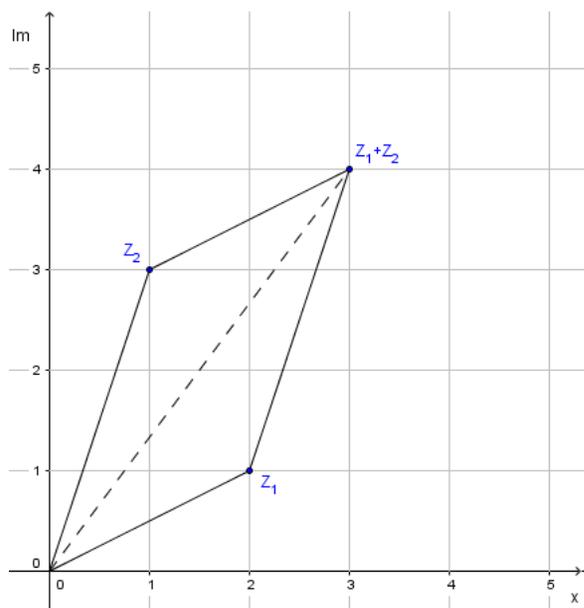


Figura 5

Observación:

$$i = (0,1) \quad ; \quad 1 = (1,0)$$

$$a + bi = a(1,0) + b(0,1) = (a, b)$$

Se identifica $x \in R$ con $(x, 0)$ del plano complejo.

2. Sumar y restar números complejos en forma simbólica y pictórica en el plano complejo:

a. Completar las siguientes tablas

Forma binomial	Forma par ordenado	Resultado como par ordenado	Resultado de forma binomial
$(5 + 2i) + (4 - 2i)$	$(5, 2) + (4, -2)$	$(9, 0)$	$9 + 0i$
$(2 + 2i) + (2 + i)$			
	$(5, 3) + (4, 2)$		
$(-1 + 7i) + (8 + 3i)$			
	$(5, 2) - (4, -2)$		

Resultado de forma binomial	Resultado como par ordenado	¿Qué números complejos permiten obtener el resultado planteado de forma binomial?
$0 + 9i$		
$3 + 4i$		
$-5 + 3i$		
$10 + 7i$		
$4 + i$		

b. Representar las sumas o restas de números complejos en el plano complejo.

Por otra parte, en otra actividad, se recomienda la representación de un giro de 90° se puede representar por la expresión $(1 + 2i) \cdot i = i - 2 = -2 + i$, como muestra la figura:

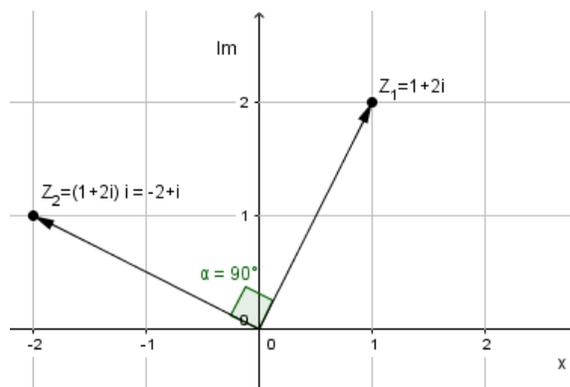


Figura 6

- Conjeturar y verificar cuál es el ángulo de giro al ponderar un número complejo por i^2 e i^4 .
- Conjeturar y argumentar cuál es el ángulo de giro al ponderar un número complejo por i^{4n} e i^{4n+2} para n perteneciente a los números naturales.
- ¿Qué sucede para i^{4n+1} e i^{4n+3} , con n perteneciente a los números naturales?

Para esta actividad, el programa de estudios recomienda que el docente comience el análisis gráfico promoviendo la visualización e identificación de regularidades. Por ejemplo:

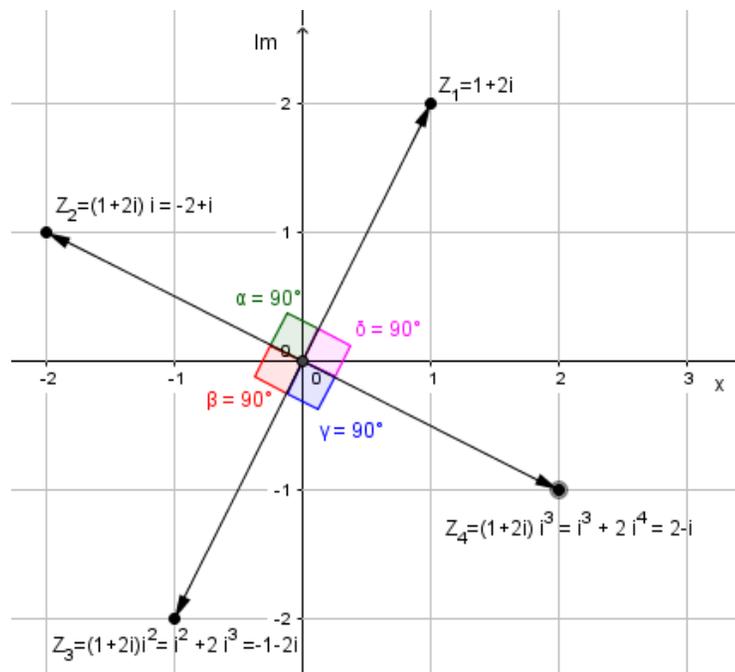


Figura 7

También se recomienda representar y comparar los resultados de las ponderaciones de un número complejo del tipo “ $a+bi$ ” por un escalar “ c ”

Por ejemplo:

- $(2 + i) \cdot 2 =$
- $(2 + i) \cdot -1 =$
- $(2 + i) \cdot 1/2 =$

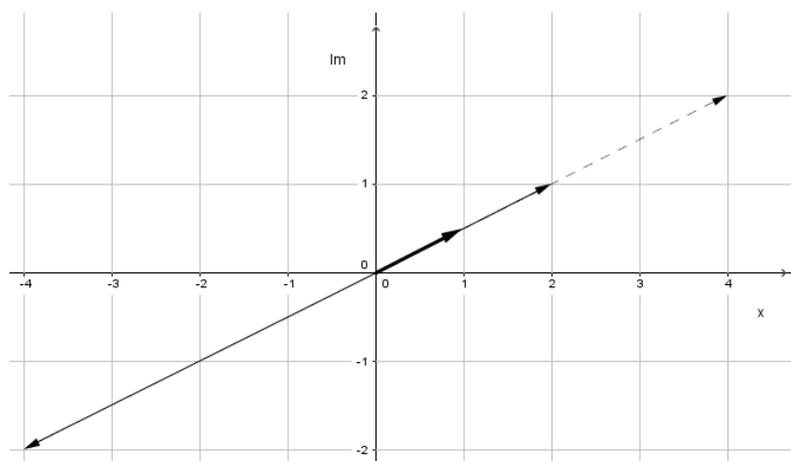


Figura 8

Luego, se realizan las siguientes preguntas y conjeturan respecto a los cambios de dirección y tamaño del vector al realizar una ponderación por un número complejo: ¿Para qué valores de “c” el vector se dilata?, ¿Para qué valores de “c” el vector se contrae?, ¿Para qué valores de “c” el vector cambia de dirección?

También se espera que los estudiantes realicen transformaciones, identificando las coordenadas de los vértices ($Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$), de figuras utilizando operaciones con números complejos, por ejemplo:

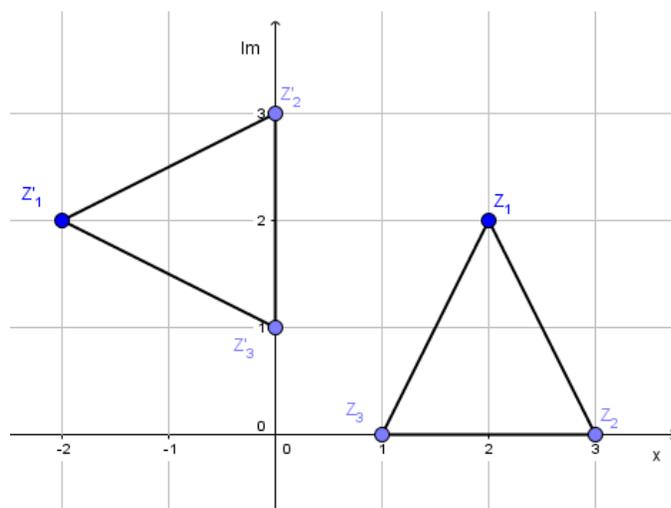


Figura 9

En el aprendizaje esperado 4, “Formular y justificar conjeturas que suponen generalizaciones o predicciones de números complejos y sus propiedades”, el programa de estudio propuesto por el Ministerio de Educación sugiere las siguientes actividades:

1. Determinar el conjugado de los siguientes números complejos:
 - a. $z=2+3i$; $w=-1/2 +3i/4$; $m=4-i$

- b. Graficar en el plano complejo los números complejos z , w , y m y sus respectivos conjugados.
- c. ¿Para qué valores de a y b , la representación en el plano complejo del número imaginario $z=a+bi$ y sus conjugados representan una reflexión respecto del eje real?

Se espera que los estudiantes interpreten geoméricamente la relación que existe entre un número complejo y su conjugado.

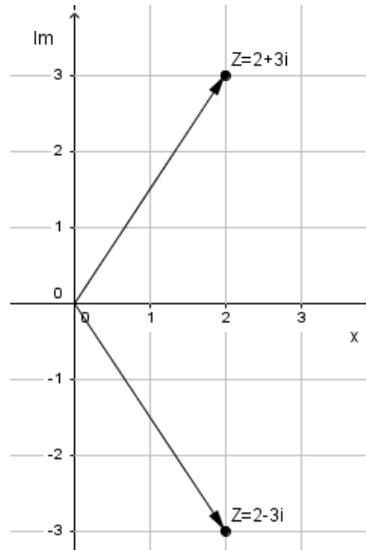


Figura 10

En relación al aprendizaje esperado número 5, “Argumentar la validez de los procedimientos o conjeturas referentes a números complejos y sus propiedades”, se sugiere analizar la representación gráfica del número complejo y la interpretación del módulo de un número en el plano complejo.

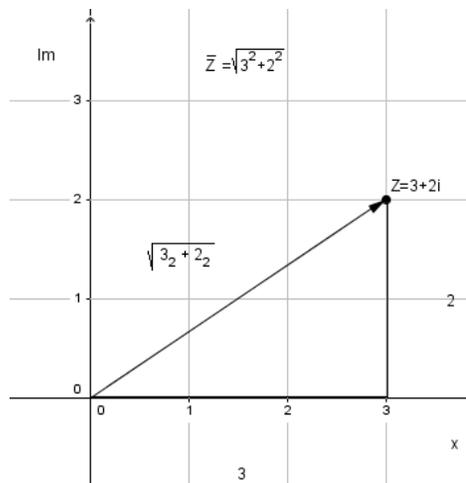


Figura 11

También se proponen más actividades como por ejemplo demostrar que $Z_1+Z_2=Z_2+Z_1$, verificando la interpretación geométrica en la representación en el plano de complejo relacionándolo con la Regla del Paralelogramo para suma de números complejos.

Por último, en el aprendizaje esperado número 6, “Representan un número complejo de forma polar y calculan la potencia, con exponente racional, de un número complejo”, se hace evidente la utilización de recursos tecnológicos.

Actividades como representar en el plano complejo algunos números, para luego medir los ángulos formados por los vectores formados y el eje real positivo del plano complejo. Luego, se pueden representar los números en forma polar.

Las razones trigonométricas no son parte de currículum nacional, por lo tanto el docente necesita apoyar y orientar a los estudiantes de forma especial en este contenido.

Ejemplo:

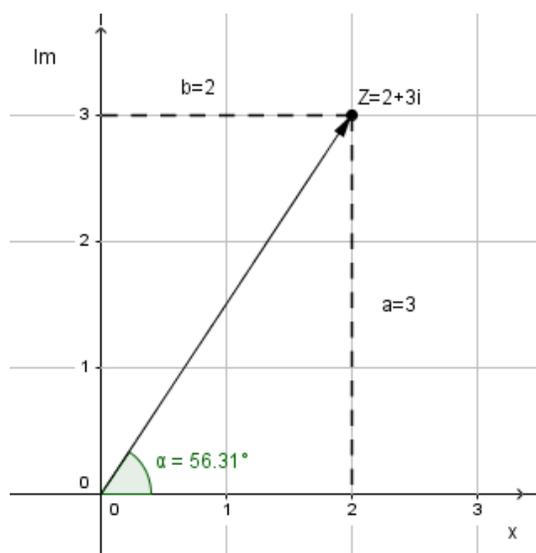


Figura 12

Donde: $\tan \alpha = \frac{b}{a} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \text{arctang} \left(\frac{b}{a} \right)$

Por último se proponen actividades más complejas como por ejemplo el siguiente ejercicio:

Florencia encontró las raíces de $\sqrt[5]{-32}$ y construyó la siguiente representación gráfica:

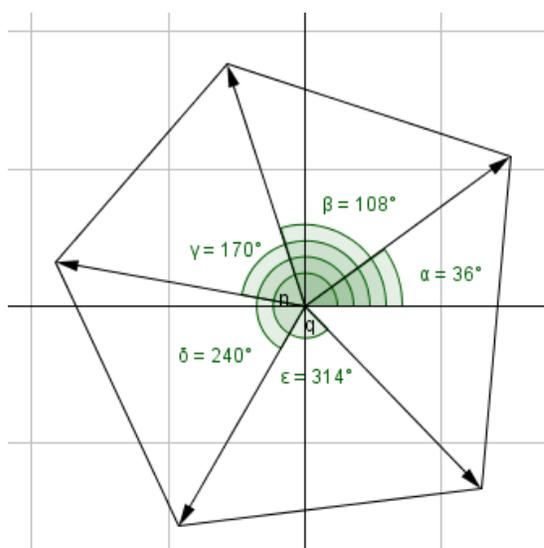


Figura 13

- a. ¿Cuáles son los números complejos que son solución de $\sqrt[5]{-32}$ en el conjunto de los números complejos?

6. Barreras de primer, segundo y tercer orden

Existen distintos motivos y barreras por los cuales los profesores no utilizan las TIC en sus prácticas pedagógicas, por ejemplo, el acceso a internet o no saber utilizar las distintas herramientas son parte de ellas. Según Aguaded (2008) los obstáculos de primer orden tienen relación a la eficacia de los procesos de integración a la tecnología. Si bien, el acceso a la tecnología ya no es tan común como barrera, no es suficiente contar con una sala de informática, sino más bien hay que llevar la informática a la sala.

“La utilización real de las TIC se consigue cuando el profesor tiene a su disposición una diversidad amplia de objetos de aprendizaje entre los que selecciona el más adecuado al problema de comunicación con el que se enfrenta” (Aguaded Gómez & Tirado Morueta, 2008)

Por otra parte, las barreras de segundo orden, son las relacionadas a las creencias que tienen los profesores sobre la enseñanza, los computadores y la voluntad que tiene para cambiar sus prácticas didácticas. (Cuban, Kirkpatrick y Peck, 2001; citado en Aguaded Gómez & Tirado Morueta, 2008)

Gómez-López señala que las barreras de primer orden (institucionales, externas) son las barreras surgidas en relación a lo organizativo o institucional, ya que son externos al intercambio directo de enseñanza y aprendizaje. Con respecto a las barreras de segundo orden (individuales o internas) señala que éstas surgen del propio docente, son específicas e individuales donde el acceso a los recursos informáticos de calidad, el entrenamiento efectivo y la percepción positiva de las TIC toman real importancia. (Gómez-Lopez & Cano, 2011)

Además, existen también las barreras de tercer orden, las cuales hacen referencia a las *“relación social de los actores, en particular a los intereses y necesidades de los profesores y alumnos en el aula al momento de impartirse una clase”* (Infante & Nussbaum, 2013).

Las necesidades de los alumnos pueden ser del tipo regulativo (espacio estructurado para colaborar, pensar y reflexionar) o del instruccional (Mediación sobre qué va a aprender, qué hacer para ello y cómo hacerlo).

Las necesidades del profesor en el aula pueden ser del tipo regulativo (mantener el ritmo de clase, evitar distracciones, aumentar la voluntad de los alumnos a participar), del tipo instruccional (cubrir el contenido de acuerdo a lo planificado, asegurarse que los estudiantes tengan iguales posibilidades de participar) y del tipo personal (satisfacer sus propias necesidades de orden y calma) (Infante & Nussbaum, 2013).

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

1. Paradigma y enfoque de investigación

Paradigma de investigación:

El estudio se enmarca en el paradigma interpretativo, “Este paradigma se centra, dentro de la realidad educativa, en comprender la realidad educativa desde los significados de las personas implicadas y estudia sus creencias, intenciones, motivaciones y otras características del proceso educativo no observables directamente ni susceptibles de experimentación.” (Juandon, 2010). En base a esto y considerando la orientación de la investigación, es el paradigma adecuado para ésta.

Enfoque de investigación:

La investigación se realizó bajo un enfoque cualitativo, ya que el objetivo es conocer e identificar las creencias y apreciaciones que tienen los profesores sobre sus metodologías de enseñanza acerca de los números complejos. (McMillan & Schumacher, 2005)

2. Fundamentación y descripción del diseño

Por las limitaciones de tiempo para realizar la presente investigación, dado que se trata de abordar las concepciones de los docentes acerca de la enseñanza de los números complejos desde lo tradicional al uso de alternativas tecnológicas visuales, se opta por un tipo de investigación acerca de las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje que sugiere Pozo et. Al (2006). Aspectos a considerar:

- Determinar la manera personal en que se vive o interpretan explícitamente las experiencias de aprendizaje y de enseñanza (Pozo et. al, 2006).
- En lo que se refiere al estudio de concepciones, ellas no pueden ser abordadas únicamente mediante entrevistas o cuestionarios directos. Por el contrario, deben ser inferidas a partir de métodos indirectos o bien a través de una integración de variados métodos con el mismo fin (Pozo et. al, 2006).

Para recopilar la información necesaria, se crea un cuestionario y una entrevista, ambos dirigidos a los profesores pertenecientes a la muestra utilizada en esta investigación. Las preguntas que se emplean en dichos instrumentos nacen desde los antecedentes del problema y el marco teórico, todas ellas con la intención de develar las concepciones de los profesores acerca de la enseñanza de los números complejos.

3. Universo y muestra o escenario y actores

Se utilizó muestreo intencionado con selección del escenario. El muestreo intencionado consiste en recoger datos hasta que, los investigadores consideren que han obtenido la información necesaria (saturación), la decisión para optar por este modelo es la limitación del tiempo. No es necesario indagar en un “n” de gran tamaño. El poder y la lógica del muestreo intencionado consisten en que, con pocos casos estudiados en profundidad, se obtienen muchas aclaraciones sobre el tema (McMillan, p. 407). La selección de escenario consiste en, escoger un espacio donde se encuentre a los individuos que están relacionados directamente con el objeto de estudio, es decir, esto permite acotar aún más el estudio, ya sea escogiendo criterios etarios, geográficos, sociales, etc.

En el caso de este estudio la muestra de sujetos quedó conformada por 5 profesores de matemáticas de enseñanza media que al momento de realizar el estudio impartían clases en tercero medio y por ende han enseñado el contenido de números complejos.

Información sobre los docentes participantes:

Profesor	Años de experiencia	Años enseñando complejos	Números complejos en formación universitaria	Cursos de especialización sobre números complejos
S1	28 años	18 años	Sí	No
S2	3 años	1 año	Sí	No
S3	2 años	2 años	Sí	No
S4	18 años	9 años	No	No
S5	3 años	3 años	No	No

4. Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos

Las técnicas e instrumentos consisten en:

Cuestionario dirigido a los profesores, revisión de los leccionarios de los libros de clases, fotografías a los cuadernos de los estudiantes, planificaciones de los profesores, pruebas que hayan realizado los estudiantes. Con todos estos documentos será posible una triangulación o cruce de la información, mucho más fidedigna y objetiva de la realidad. En caso de no recopilar la información necesaria con todas estas técnicas de recogida de datos, no se descarta incluir la entrevista semi-estructurada. (se pueden encontrar ambos instrumentos en los anexos)

5. Modelo de instrumento a emplear

Se empleó un cuestionario cuyo objetivo es iniciar la recolección de información acerca del conocimiento que tienen los docentes de Enseñanza Media sobre Números Complejos y su enseñanza en el nivel de 3ro Medio. La confección de este cuestionario se basa en el problema y en los elementos del marco teórico de esta investigación.

Por otra parte, también se utilizó una entrevista semi-estructurada que tuvo por objeto profundizar en la información acerca del conocimiento que tienen los docentes de Enseñanza Media sobre Números Complejos y su enseñanza en el nivel de 3ro Medio. Las preguntas emergen desde el marco teórico y el cuestionario, con la finalidad de recopilar la mayor información posible por parte de los profesores.

Para analizar los datos obtenidos, en un principio se pusieron todas las respuestas de los cuestionarios de los profesores en una tabla, donde se fueron buscando coincidencias y situaciones que tuvieran relación con la teoría y el marco teórico. También se fue comprobado las respuestas de los profesores con los libros de clases y los cuadernos de los estudiantes para así corroborar la validez de sus dichos. Después de este primer análisis se hizo la entrevista para hacer hincapié en la información que no se obtuvo en los cuestionarios. Luego, en conjunto con las respuestas y la teoría se fueron formando las categorías iniciales para luego conformar las aproximaciones a las concepciones de los profesores.

Codificación de los instrumentos:

Cuestionario: C

Entrevista: E

Sujeto: S

Pregunta: P

Ejemplo:

- Respuesta a la pregunta número 5 del cuestionario del sujeto número 2:
S2. C1. P5

6. Validez y confiabilidad

La “triangulación de datos” es un tipo de análisis de información que surge como la utilización de diversas fuentes de datos en un estudio (Denzin, 1998 citado en Álvarez-Gayou, 2003). La confiabilidad de la triangulación se define en la aplicación simultánea de distintos métodos que ayuda a visualizar la realidad desde diferentes perspectivas consiguiendo un conjunto mucho más completo (Pla, 1999). Por otra parte, la información obtenida de diferentes fuentes, permite un mayor nivel de credibilidad. (Camarillo, 2011)

En esta investigación la triangulación se realizó debido a la recolección de datos a través de cuestionarios abiertos, entrevistas semi-estructuradas, cuadernos de estudiantes, pruebas, planificaciones y libros de clases.

Los instrumentos para la recopilación de datos, como el cuestionario y la entrevista, fueron validados por expertos, docentes de la Universidad Católica Silva Henríquez.

7. Recogida de información

La información fue obtenida en tres colegios particulares subvencionados de la Región Metropolitana. Los profesores a quienes se les realizaron los cuestionarios fueron seleccionados por el criterio que debían estar enseñando números complejos en la actualidad. A los docentes se les entregó el cuestionario impreso y vía mail, con la petición que lo contestaran en aproximadamente dos semanas, esto debido a lo extenso del instrumento. La entrevista se realizó luego de haber recibido los cuestionarios con las respuestas de los profesores, haciendo énfasis en los contenidos que fueron abordados superficialmente por ellos en un principio, pero que era necesario profundizar más en los mismos.

Al mismo tiempo, que se entregaron los cuestionarios, también se obtuvieron las fotografías de los libros de clases con los leccionarios, los cuadernos de los estudiantes, las pruebas realizadas y las planificaciones.

La razón del porqué se obtuvo la información de esta manera fue por la viabilidad de esto, ya que por la fecha y tiempo de realización de la investigación hacía menos factible otras posibilidades.

8. Análisis de la información recopilada

Al tratarse de una investigación cualitativa (**inductiva - deductiva**), se utilizaron una serie de categorías que permitieron organizar la información obtenida, para un análisis posterior. *“El análisis de datos cualitativos es, en primer lugar, un proceso inductivo de organización de datos en categorías e identificación de modelos (relaciones) entre las categorías. La mayor parte de las categorías y de los modelos surgen a partir de los datos”*. (McMillan & Schumacher, 2005)

En el análisis **inductivo** las categorías y los modelos surgen a partir de los datos más que venir impuestos por la formulación de datos (McMillan & Schumacher, 2005). Por lo tanto, las categorías que se presentan a continuación son producto del propio análisis de datos y han surgido de manera espontánea.

Entenderemos como **deductivo**, el dar sentido a los datos obtenidos, para una posterior interpretación.

Al utilizarse categorías para ordenar la información obtenida, inevitablemente hablamos de un **análisis categorial del contenido**, el cual está definido por Mayring *“...como una aproximación empírica, de análisis metodológicamente controlado de textos al interior de sus contextos de comunicación, siguiendo reglas analíticas de contenido y modelos paso a paso, sin cuantificación de por medio”* (Cáceres, 2003).

La técnica de análisis categorial de contenido se basa en una serie de etapas para su correcto desarrollo:

Etapas de pre – análisis: es el proceso de organización del material que se quiere analizar, aquí se definirán los objetivos de cada instrumento que será utilizado en esta investigación.

Etapas de codificación: acá se establece reglas de análisis y códigos para clasificar la información obtenida, al tratarse de una investigación cualitativa las reglas de análisis están abiertas a modificaciones.

Etapas de categorización: en esta última etapa del análisis categorial del contenido, se ordenan los datos anteriormente codificados y se agrupan en categorías definitivas.

La idea es poder darle cabida a cada una de las concepciones de los sujetos encuestados y así generar un análisis exhaustivo a los datos recogidos por los instrumentos y registros (pruebas, cuadernos, libros de clases) obtenidos durante esta investigación.

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

1. Descripción de categorías obtenidas tras el análisis:

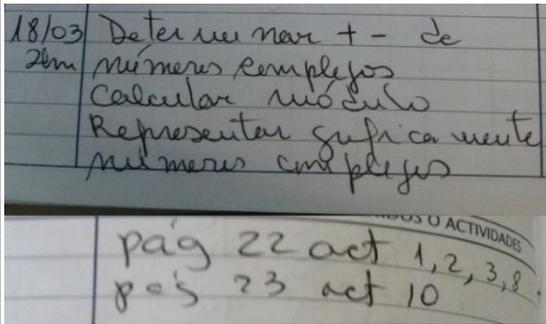
En total se seleccionaron 7 categorías, las cuales tienen relación a lo curricular, el carácter expositivo de las clases, la relación básica que hacen los profesores entre el álgebra y la geometría, la importancia que le dan los profesores a la resolución de problemas, la relevancia que le otorgan al contexto histórico, la consideración que le dan a la utilización de alternativas tecnológicas visuales y por último, si es que los docentes se enfocan solo en operatoria básica.

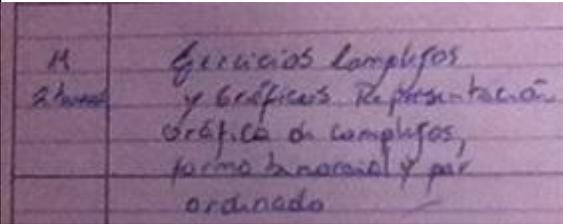
Código	Categoría	Sub-Categoría	Descripción
CAT 1	Curricular	Libros	El profesor solo utiliza los ejercicios del texto escolar para la enseñanza de números complejos.
		Tiempo	El profesor encuentra inadecuado el tiempo que tiene para la enseñanza de números complejos.
		Extensión de los conjuntos numéricos	El profesor aborda el contenido como una extensión de los conjuntos numéricos ya conocidos.
		Pertinencia del nivel curricular para enseñar complejos	El profesor encuentra adecuado el nivel curricular donde se enseñan los números complejos
		Formación	El profesor se siente incapacitado para enseñar números complejos, debido a que no los estudió en su formación de pre grado o no ha asistido a cursos de capacitación.
CAT 2	Expositivo		El profesor realiza clases expositivas sin recursos informáticos.
CAT 3	Relación básica entre álgebra y geometría		El profesor relaciona de manera básica el álgebra y la geometría en la enseñanza de números

			complejos.
CAT 4	Resolución de problemas		El profesor le da importancia a la resolución de problemas en la enseñanza de números complejos.
CAT 5	Contexto histórico		El profesor le otorga importancia al contexto histórico de los números complejos al momento de enseñarlos.
CAT 6	Alternativas tecnológicas visuales	Representación gráfica	El profesor utiliza alternativas tecnológicas visuales para representar gráficamente los números complejos.
		Motivación	El profesor considera las TIC solo para captar la atención del estudiante, no le otorga el poder de visualización que éstas tienen.
		Barreras de segundo orden	El profesor no utiliza TIC, ya sea por no creerse capaz, desconocimiento tecnológico o no cree en ellas como una herramienta de aprendizaje.
CAT 7	Operatoria		El profesor aborda la unidad de números complejos, enfocándose solo en operatoria básica.

Ejemplos de respuestas de las categorías obtenidas.

	Categoría	Sub-Categoría	Ejemplo
CAT 1	Curricular	Libro	S4. Libro de clases:

		 <p>18/03 Determinar + - de números complejos, calcular módulo, representar gráficamente números complejos, pág. 22 actividad 1, 2, 3, 8. Pág. 23 actividad 10”</p>
	Tiempo	<p>S1.C1.P15</p> <p>15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?</p> <p><i>Por el poco tiempo que se da solo con prueba o algún trabajo grupal de ejercicios</i></p> <p>“15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?</p> <p>R: <i>Por el poco tiempo que se da solo con prueba o algún trabajo grupal de ejercicios</i>”</p>
	Extensión de los conjuntos numéricos	<p>S3. C1. P10</p> <p>10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.</p> <p><i>Extender el conjunto de los números reales a los números complejos; comprender y aplicar su operación.</i></p> <p>10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.</p> <p>R: <i>“Extender el conjunto de los números reales a los números complejos”</i></p>
	Pertinencia del nivel curricular para enseñar complejos	<p>S5 C1. P5</p> <p><i>“Está bien ubicado en 3ro medio. Pienso que es propicio que esté en tercero medio ya que en este mismo año se aborda el contenido de ecuaciones cuadráticas y función cuadrática”</i></p>
	Formación	<p>S5.C1.P1</p> <p><i>“No, no estudié números complejos en mi formación universitaria”.</i></p>

CAT 2	Expositivo		<p>20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA³ como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de los complejos? ¿Cuáles? Si no conoce, ¿los utiliza? Si/No, ¿Por qué?</p> <p><i>No, solo utilizo plumón y la pizarra.</i></p> <p>S4.C1.P7</p> <p>7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos? Describa.</p> <p><i>Clases expositivas, trabajos grupales, guías trabajo con libros.</i></p> <p>“7. ¿Qué tipo de estrategias utiliza usted para enseñar números complejos?</p> <p>R: Clases expositivas, trabajos grupales, guías, trabajo con libros”</p> <p>S2.C1.P20</p> <p>20. ¿Conoce sitios de internet u Objetos Didácticos de Aprendizaje (ODA) como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de los complejos? ¿Cuáles? Sí conoce, ¿Los utiliza? Si/No, ¿Por qué?</p> <p>R: “No, solo utilizo plumón y la pizarra”</p> <p>S4.E.P12 ¿Enseña usted habitualmente con TIC en sus clases de matemática? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?</p> <p>R: “No, porque no manejo las TIC en matemática”.</p>
CAT 3	Relación básica entre álgebra y geometría		<p>S5. Libro de clases</p>  <p>“Ejercicios complejos y gráficas. Representación gráfica de complejos, forma binomial y par ordenado”</p> <p>S4.C1.P8</p> <p>8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.</p> <p>1 Recordar conjuntos numéricos 2 Recordar potencias y raíces 3 Determinar números imaginarios 4 Definir números complejos 5 graficar 6 Operar con binomios 7 Propiedades 8 Problemas.</p> <p>9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?</p>

			<p>“8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.</p> <p>R: <i>“1. Recordar conjuntos numéricos 2. Recordar potencia y raíces 3. Determinar números imaginarios 4. Definir números complejos 5. Graficar 6. Operatoria básica en complejos 7. Propiedades 8. Problemas”</i></p>
CAT 4	Resolución de problemas		<p>S5.C1.P15 <i>“Principalmente utilizo situaciones tipo prueba con preguntas de selección única y preguntas con problemas de respuesta breve”</i></p>
CAT 5	Contexto histórico		<p>S5.C1.P7 <i>“Contextualización histórica para el principio de la unidad, utilizo el texto Historia de las matemáticas para explicar el surgimiento de los imaginarios y el plano de Argand.”</i></p>
CAT 6	Alternativas tecnológicas visuales	Representación gráfica	<p>S5.C1.P3 <i>“- Representación gráfica de números complejos: Visualizar gráficamente los números complejos, concretiza la abstracción que significa de antemano un contenido que los estudiantes no han visto antes y permite introducir la notación vectorial como otra forma de escribir los números complejos”</i></p>

		<p>Motivación</p> <p>S1.E1.P11 ¿Qué piensa acerca de las TIC y la enseñanza de las matemáticas en general? Argumente.</p> <p><i>“Encuentro que las TIC son importantes en el desarrollo de la metodología para enseñar. No para todo se puede utilizar, hay cosas que tienen que ser con plumón y pizarra, pero nos ayuda bastante para hacer una metodología distinta y para poder incentivar un poquitito a lo que es la asignatura en el razonamiento matemático”.</i></p> <p>S4.E1.P11</p> <p><i>“Porque las chiquillas lo encuentran más atractivo, más lúdico, las acerca más a ellas que son más tecnológicas, se hace la clase distinta y eso las acerca a los contenidos de matemática”.</i></p>
		<p>Barreras de segundo orden</p> <p>S2.C1.P18</p> <p><i>“Como no conozco TIC, no me manejo en el tema”.</i></p> <p>S4.E1.P11</p> <p><i>“Eh... Que si tú manejas ese tipo de... información para manejar los contenidos con las niñas es muy bueno. Pero si tú me preguntas, yo no lo ocupo porque no me manejo en TIC para enseñar matemática y tampoco me he dado el tiempo de ir averiguando e investigando”.</i></p>
CAT 7	Operatoria	<p>S3.C1.P8</p> <p>8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.</p> <p><i>- Reconocer la unidad imaginaria</i> <i>- Operatoria de número imaginario y potencia de i</i> <i>- Conjunto de números complejos y su operatoria (representaciones, def. de)</i> <i>- Producto, conjugado y división de complejos.</i></p> <p>“8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.</p> <p><i>-Reconocer la unidad imaginaria</i></p> <p><i>-Operatoria de número imaginario y potencia de i</i></p> <p><i>-Conjunto de números complejos y su operatoria (representaciones,</i></p>

			<i>definiciones, etc.)</i> <i>-Módulo, conjugados y división de complejos”.</i>
--	--	--	------------------------------------------------------------------------------------

1.1 Relación entre las categorías y concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje según Pozo (2006):

	Directa	Interpretativa	Constructivista	Posmoderna
CAT 1	X			
CAT 2	X			
CAT 3		X		
CAT 4		X	X	
CAT 5			X	
CAT 6		X		
CAT 7	X			

CAT 1, CAT 2 y CAT 7 pertenecen a la concepción de enseñanza y aprendizaje directa, porque se apegan fielmente al currículum, el objetivo es cumplir con los contenidos mínimos obligatorios, mediante clases expositivas con plumón y pizarra, y las evaluaciones están centradas en el dominio de la operatoria básica con números complejos.

CAT 3, CAT 4 y CAT 6, pertenecen a la concepción de enseñanza y aprendizaje interpretativa, porque se comienzan a entablar pequeñas relaciones lineales entre el álgebra de números complejos y su representación gráfica. La resolución de problemas es netamente enfocada a preguntas tipo prueba, por lo tanto, se establece un ensayo mecánico de resolución, donde el éxito depende de la práctica continua y mecánica. Finalmente, la utilización de TIC es solo una estrategia didáctica para captar la atención del estudiante, no se le saca un real provecho. Su fin no es utilizarlo como una alternativa tecnológica de visualización, sino que como una simple herramienta para captar el interés de los estudiantes.

CAT 5 y CAT 4 pertenece a la concepción de enseñanza y aprendizaje constructivista, porque se busca que los estudiantes establezcan relaciones y/o patrones desde una problemática planteada por el profesor. Los estudiantes irán dándole sentido a los contenidos, resignificándolos y empleándolos en distintos contextos. También se incluye la resolución de problemas.

1.2 Relación entre las categorías y aproximaciones sobre la enseñanza de los números complejos según Chávez (2014):

	Tradicional	Vector	Geométrico	TIC
CAT 1	X			
CAT 2	X			
CAT 3		X		
CAT 4		X		
CAT 5				
CAT 6	X			
CAT 7	X			

CAT 1, CAT 2, CAT 6 y CAT 7 corresponden a la concepción Tradicional según Esperanza Chávez, porque estas categorías apuntan a la enseñanza desde las normas, referido a lo conductual y, a la operatoria referido a lo académico, sin uso de tecnología.

CAT 3 y CAT 4 pertenecen a la concepción Vector. Chávez lo define como la enseñanza visual, todo está en el plano de Argand. Si bien, C3 no representa en su totalidad a esta concepción, sí tiene una leve inclinación ya que el profesor establece una relación entre el álgebra y la geometría (de manera vectorial). En el caso de CAT 4, para la resolución de problemas, el profesor también debe tomar en cuenta la representación geométrica en el plano de Argand.

CAT 5 no se observa dentro de las concepciones que tiene Chávez sobre la enseñanza de números complejos, ya que esta autora no considera una mirada histórica de los números complejos para abordar la enseñanza.

1.3 Relación entre las categorías y concepciones históricas sobre los números complejos según Gómez (2012):

	Algebraica	Analítica	Geométrica	Formal
CAT 1		X		
CAT 2	X			
CAT 3			X	X
CAT 4		X		
CAT 5		X		
CAT 6			X	
CAT 7	X			

CAT 2 y CAT 7 corresponde a la concepción histórica algebraica porque a pesar de que saben lo que están haciendo, no saben por qué lo están haciendo, es decir, operan con números imaginarios sin saber de dónde surgen, cómo surgen y por qué funcionan de esa manera.

CAT 1, CAT 4 y CAT 5 corresponden a la concepción histórica analítica porque éstas consideran las expresiones imaginarias y todas las operaciones que se puedan hacer con ellas (adición, sustracción, multiplicación y división).

CAT 3 y CAT 6 corresponden a la concepción histórica geométrica. La relación básica del álgebra y la geometría y, alternativas tecnológicas visuales, se pueden encasillar en esta concepción, porque ella considera a los números complejos como vectores que se pueden ubicar en un plano, aunque no especifica el tipo de plano (cartesiano o de Argand), lo caracteriza con un eje vertical imaginario.

CAT 3 también corresponde a la concepción histórica formal, por involucrar la definición y comprensión de un número complejo como par ordenado.

1.4 Relación entre las concepciones de Pozo, Chávez y Gómez

Pozo	Chávez				Gómez			
	Tradicional	Vector	Geométrico	TIC	Algebraica	Analítica	Geométrica	Formal
Directa	X				X	X		X
Interpretativa		X	X				X	
Constructivista				X				
Posmoderna								

Nótese que ambos autores, tanto Chávez (2014) como Gómez (2012) tienen concepciones acerca de los números complejos de índole directa según Pozo, ya que lo tradicional, algebraico, analítica y formal son vistas como concepciones que se caracterizan por un ambiente normalizado dentro de la sala de clases, donde el álgebra y la formalización de los complejos son el foco de estudio.

Por otra parte, también tienen concepciones interpretativas tales como Vector y Geométrico según Chávez y Geométrica según Gómez, ya que para estas tres teorías la enseñanza es visual, pero sin el uso de tecnología, entregando un nuevo recurso al estudiante como lo hace la concepción interpretativa de Pozo, puesto que ésta considera las condiciones del contexto donde se realiza el proceso de enseñanza. Por ejemplo: los estudiantes aprenden porque ahora cuentan con un recurso visual.

Finalmente, a la concepción TIC se le asocia la concepción Constructivista, porque Chávez afirma que los estudiantes aprenden investigando sobre el contenido utilizando alternativas tecnológicas. No es el profesor quien les dice qué y cómo hacerlo, sino que ellos se convierten en los principales actores de su proceso de aprendizaje.

1.5 Caracterización según las concepciones sobre la enseñanza de los números complejos de los sujetos

Sujeto 1: Directa, tradicional, algebrista, tiene una leve inclinación hacia la representación, lo ve como una extensión de los conjuntos numéricos utiliza el texto escolar.

Sujeto 2: Directa, tradicional, algebrista, representa en el plano de Argand, se guía por el texto escolar, busca generar habilidades, no utiliza visualización tecnológica.

Sujeto 3: Directa, mezcla entre tradicional y vectorial, algebrista y representa en el plano de Argand, utiliza texto escolar, considera que el contenido tiene una correcta ubicación, lo ve como una extensión de los conjuntos numéricos.

Sujeto 4: Directa, tradicional con inclinación a lo vectorial, algebrista y representa en el plano cartesiano, utiliza texto escolar, busca desarrollar habilidades.

Sujeto 5: Constructivista, vector y TIC, representa en el plano de Argand, utiliza visualizaciones tecnológicas, busca desarrollar habilidades, el contenido tiene una correcta ubicación en el currículum además de ser una extensión de los conjuntos numéricos.

Luego de haber recopilado, procesado y categorizado los datos, además de haber entablado relaciones entre las categorías levantadas y la teoría, se procederá a hacer una aproximación sobre las concepciones predominantes acerca de la enseñanza de números complejos que poseen los profesores que han sido sujetos en esta investigación.

2. Aproximación a las concepciones predominantes sobre la enseñanza de los números complejos

Concepción 1: Énfasis de la enseñanza de los complejos en la operatoria algebraica básica y algunas habilidades

Categorías relacionadas: CAT 1 y CAT 7

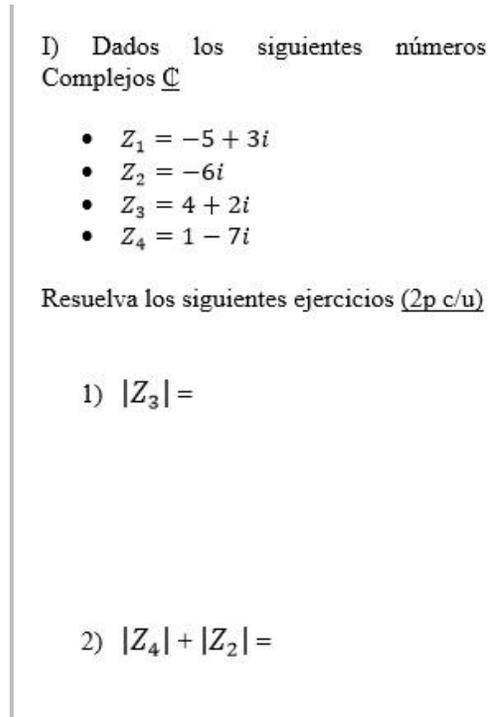
Ejemplos:

S2.C1.P3: *“Operatoria con álgebra, ya que no es muy complejo el contenido, al menos lo que se enseña en III medio”.*

S2.C1.P4: *“Es muy parecida la forma en cómo se trabaja el álgebra y los números complejos, solo se le agregan algunas condiciones y algunas propiedades”.*

Al parecer, los profesores ven el contenido de números complejos como algo simple, y no exploran el poder geométrico que tiene éste.

En la siguiente imagen (sacada de una evaluación), se puede apreciar, que a los estudiantes se les pregunta por operatoria básica.



D) Dados los siguientes números Complejos \mathbb{C}

- $Z_1 = -5 + 3i$
- $Z_2 = -6i$
- $Z_3 = 4 + 2i$
- $Z_4 = 1 - 7i$

Resuelva los siguientes ejercicios (2p c/u)

1) $|Z_3| =$

2) $|Z_4| + |Z_2| =$

En general, en la mayoría de las pruebas los profesores quisieron evaluar solo la operatoria básica. Esto tiene relación a lo que enseñaron en sus clases.

Concepción 2: El aspecto geométrico no es el foco de la enseñanza, pero se hace necesario para representar números complejos.

Categorías relacionadas: CAT 1 y CAT 3

Ejemplos:

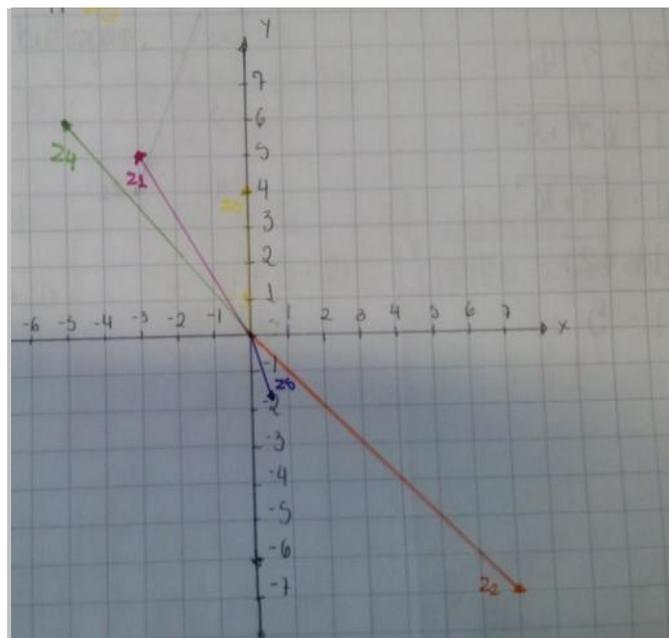
S1. C1. P16: *“Comprender que los números complejos constituyen un conjunto numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en R . Aplicar procedimientos de cálculo, en adición sustracción, multiplicación y división de números complejos, propiedades y representación gráfica”*

Al preguntarle sobre los contenidos claves al momento de tratar los números complejos el profesor contesta:

S4.C1.P3: *“Raíces, potencia, operatoria básica y plano cartesiano”*.

Al responder esto, el profesor da a entender que la representación en el plano es importante, pero no profundiza en más tipos de ejercicios del tipo geométrico, solo en la representación de un número complejo.

En la siguiente imagen sacada de un cuaderno de una estudiante de tercero medio (alumna del sujeto 4), se observa una de las pocas representaciones gráficas que hizo el profesor.



En ningún caso se encontraron sumas de números complejos desde una forma geométrica.

Concepción 3: Las TIC constituyen una alternativa tecnológica visual, pero existen barreras para su uso

Categorías relacionadas: CAT 3 y CAT 6

Ejemplos:

Al preguntarles si para la enseñanza de números complejos ¿Utilizan Geogebra o algún software similar? Los Profesores contestaron:

S1. P19 C1.: “No, no hay”

S2. P19. C1.: “No, falta de conocimiento”

S4. P19. C1: No, porque no tengo información de cómo trabajar con estos programas

S5.C1.P19: “*Si. Utilizo geogebra porque es un software versátil, de código abierto y gratuito*”.

Pero ante la pregunta ¿En qué parte de los números complejos usted piensa que es apropiado utilizar TIC?, los profesores contestaron:

S1. P18. C1: “*En el plano complejo*”

En este caso solo representando un número complejo, al analizar las respuestas de el sujeto se puede deducir que no tiene muy claro el por qué es importante.

S3. P18. C1: “*Representaciones geométricas en el diagrama de Argand*”

S4. P18. C1: “*yo creo que en la ubicación de números complejos gráficamente*”

S4.E1.P11: “*Eh... Que si tú manejas ese tipo de... información para manejar los contenidos con las niñas es muy bueno. Pero si tú me preguntas, yo no lo ocupo porque no me manejo en TIC para enseñar matemática y tampoco me he dado el tiempo de ir averiguando e investigando*”.

En esta última respuesta queda en evidencia que el problema no tan solo es no saber el por qué es importante representar de forma gráfica los complejos, sino que también hay un tipo de barrera de primer orden.

Concepción 4: Confianza y aceptación en la propuesta desde el currículo, a partir de las falencias en la formación docente.

Categorías relacionadas: CAT 1 y CAT 7

Ejemplos:

S1. C1. P6.: “*Planes y programas de III. Exigencia curricular*”

S7. C1. P7: “*Como es primera vez que veo números complejos me apoyé en el libro del ministerio e iba realizando esas actividades.*”

S2.C1.P13: *“Los textos escolares marcan la pauta hasta dónde enseñar, lo utilizo para guiar la clase y sacar actividades”*

S4.C1.P13: *“Sí lo utilizo, complementando contenidos de clases y mayoritariamente ejercicios problemas”*

Al ser un contenido nuevo para algunos profesores, y el hecho de que solo lo vieron de manera superficial en la universidad, tiene sentido que los profesores confíen y acepten lo que dice el currículum nacional. Pese a esto, no se apoyan en los ejercicios propuestos en el programa de estudio propuesto por el Ministerio.

Concepción 5: Más tradicionales, menos constructivos para enseñar números complejos.

Categorías relacionadas: CAT 2, CAT 4 y CAT 7

Ejemplos:

S1. P3. C1.: *–“Números Imaginarios (potencias); Operatoria, propiedades; Representación gráfica. La necesidad de representarlo como una extensión de los Reales de menor grado de dificultad a mayor.”*

S4. P4. C1.: *“Solo he relacionado álgebra y el plano para números complejos y soluciones de funciones de números no complejos, no manejo otra relación.”*

S7. P7. C1.: *“Clases expositivas, trabajos grupales, guías, trabajo con libros.”*

S2. P12. C1.: *–“Con la operatoria; Conjunto de números; Álgebra. De los conjuntos de números, pasar por álgebra y su operatoria”*

En esta respuesta el profesor da señales que las potencias, la operatoria, las propiedades y la representación gráfica (nuevamente solo como representación de un número complejo) son las cosas más relevantes a enseñar, pero en ningún caso se da a entender que espera que los estudiantes verifiquen, argumenten o conjeturen respecto al contenido.

S1. P15. C1.: *“Por el poco tiempo que se les da, solo con prueba o algún trabajo grupal de ejercicios”*

El profesor hace referencia al poco tiempo que tiene para enseñar números complejos, y puede ser uno de los motivos por el cual la enseñanza de este contenido está más enfocada a lo tradicional.

S5. P15. C1.: *“Principalmente utilizo situaciones tipo prueba con preguntas de selección única y preguntas con problemas de respuesta breve.”*

El profesor en este caso, prepara a los estudiantes para que sepan contestar exactamente lo que se les va a preguntar en las pruebas, siempre desde un enfoque de ejercicios básicos de operatoria, y dejando de lado otras situaciones importantes como darles tiempo a los estudiantes que tengan actividades en donde ellos mismos puedan analizar e interpretar situaciones desde lo geométrico.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

A partir de los cambios curriculares y la reincorporación del contenido de números complejos al sistema educativo chileno en el programa de estudio de tercero medio surge la necesidad de indagar sobre el tema en cuestión. El fin de la investigación era lograr una aproximación sobre las concepciones que tenían los profesores de matemática de enseñanza media sobre la enseñanza de los números complejos desde una mirada más tradicional hasta el uso de alternativas tecnológicas visuales. Los supuestos hacían referencia a que los profesores trataban el contenido de números complejos de una forma superficial, ya sea por su formación inicial o por falta de experiencia en la enseñanza del tema. También en los supuestos se señalaba que al no profundizar el contenido, reduciéndolo solo a la suma, multiplicación y sus inversos, tampoco se utilizarían alternativas tecnológicas visuales, para conectar la parte algebraica con la geométrica.

La pregunta de investigación hace referencia a saber cuáles son las concepciones que tienen los profesores de matemática sobre la enseñanza de los números complejos desde lo tradicional al uso de alternativas tecnológicas visuales. Para contestar a la inquietud de develar estas concepciones, se propuso identificar las concepciones que tenían los profesores respecto a la enseñanza en general de los números complejos, así como conocer también la importancia que le otorgan a las operaciones básicas, a la parte algebraica y a la parte geométrica, para finalizar con la importancia que le conceden a la utilización de alternativas tecnológicas visuales para la enseñanza de los complejos. De estos objetivos se lograron identificar 5 concepciones y reconocer que los profesores se focalizan principalmente en la operatoria básica y en la parte algebraica, en menor medida en la parte geométrica y de forma casi nula en la utilización de TIC y alternativas tecnológicas visuales.

De las concepciones se puede identificar que los profesores focalizan la enseñanza de los números complejos mayoritariamente en operatorias y ejercicios algebraicos. Con respecto a la representación gráfica, encuentran que ésta es necesaria pese a que no es el foco de la enseñanza. Por otra parte, los profesores sí le asignan un valor positivo al uso de alternativas tecnológicas visuales, pese a que no las utilicen. En relación a la ubicación en el currículum del contenido, hay un amplio consenso respecto a que éste se debe enseñar en tercero medio. También hay un acuerdo con respecto a que el contenido se tiene que enseñar como una extensión de los conjuntos numéricos ya conocidos. Por otra parte, el texto escolar es valorado como una herramienta

fundamental para la enseñanza de los números complejos. Por último, los profesores desean inculcar en sus estudiantes habilidades como comprender, aplicar y analizar, aunque en realidad no ocurra esto.

En resumen, las concepciones predominantes sobre la enseñanza de los números complejos son las siguientes:

- Concepción 1: Énfasis de la enseñanza de los complejos en la operatoria algebraica básica y algunas habilidades
- Concepción 2: El aspecto geométrico no es el foco de la enseñanza, pero se hace necesario para representar números complejos
- Concepción 3: Las TIC constituyen una alternativa tecnológica visual, pero existen barreras para su uso
- Concepción 4: Confianza y aceptación en la propuesta desde el currículo, a partir de las falencias en la formación docente
- Concepción 5: Más tradicionales, menos constructivos para enseñar números complejos

Las categorías que surgieron, Curricular, Expositivo, Relación básica entre álgebra y geometría, Resolución de problemas, Contexto histórico, Alternativas tecnológicas visuales y Operatoria, están relacionadas en su mayoría con las concepciones Directas e Interpretativas de Pozo, como con la concepción Tradicional y la concepción Vector de Chavez y con la concepciones Algebraica y Analítica de Gómez, dejando de lado las concepciones Constructivistas, Posmoderna de Pozo, la concepción Geométrica, TIC de Chavez y la concepción Formal de Gómez.

De los profesores investigados, también se evidenció que ninguno tiene estudios de especialización sobre este contenido, ni tampoco lo vieron de forma acabada en la universidad, ¿cómo arreglar esta situación? ¿habrá que esperar que pase el tiempo y que los profesores estudien por su cuenta?

De estos resultados aparecen más preguntas como por ejemplo, ¿cómo afectaría si a los profesores se les hiciera un taller sobre la enseñanza de los números complejos relacionado al uso de alternativas tecnológicas visuales? o ¿qué sería necesario y qué hace falta para que los profesores comiencen a utilizar alternativas tecnológicas para la enseñanza de los números complejos?

Al ser un estudio exploratorio y al ser una investigación sobre concepciones de algunos profesores, hay mucho más que investigar todavía sobre este tema. Observar

clases, enviar tareas a los profesores y realizar focus group, se hace esencial para profundizar en la línea de investigación.

La importancia y el poder de la visualización que se puede obtener de las TIC, es un beneficio que según numerosos estudios y autores (Suhit, 2006; Briseño, 2014; Gatica, 2012; Totter, 2012; Crisol, 2011) no se puede dejar pasar, la comprensión de los contenidos mejora de forma significativa y se puede mejorar la construcción de conocimiento por parte de los estudiantes.

Por su parte, el Ministerio de Educación ofrece una serie de actividades enfocadas en la utilización de alternativas tecnologías visuales, donde hay recomendaciones de cómo aplicarlas, habría preguntarse entonces, si los profesores no las están utilizando, ¿será adecuado el programa de estudio que recomienda el Ministerio? ¿por qué los profesores no lo están utilizando?

Bibliografía

Aguaded Gómez, J. I., & Tirado Morueta, R. (2008). Los centros TIC y sus repercusiones didácticas en primaria y secundaria en Andalucía. *Educar* , 61-90.

Ainnaranelmar. (10 de 10 de 2012). *www.buenastareas.com*. Recuperado el 12 de 10 de 2015, de <http://www.buenastareas.com/ensayos/Preconcepciones/5741060.html>

Álvarez-Gayou, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología*. México D.F.: Colección Paidós Ecuador. México: Paidós Mexicana.

Araujo, L. A. (2007). *Creencias acerca de la enseñanza de los números complejos*. Maracaibo.

Birseño, C. (2014). Factores que influyen en la visualización y exteriorización de conceptos asociados con representaciones geométricas de triángulos. *AMIUTEM* , 44-54.

Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: Una alternativa metodológica alcanzable. *revista de la escuela de psicología* , 53-82.

Camarillo, G. C. (2011). Confiabilidad y validez en estudios cualitativos. *Educación y Ciencia I(15)* , 77-82.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática educativa* , 171-194.

Chavez, E. G. (2014). *Teaching Complex Numbers in High School*. Louisiana: Louisiana State University.

Crisol, E. M. (2011). La importancia de presentar a futuros maestros herramientas tecnológicas como <<Cmap Tools>> para la mejora de su práctica docente en la escuela. *Enseñanza & Teaching*, 29 , 65-86.

De la Cruz, J., Castillo, O., & Calletano, A. (2010). *Didáctica de los Conjuntos Numéricos y de los Complejos. Análisis de libros*. Santiago de los Caballeros, República Dominicana: Instituto Superior de Formación Docente Salome Ureña.

Di Domenicantonio, R., Costa, V., & Vacchino, M. (2011). La visualización como mediadora en el proceso de enseñanza y. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática* , 75-87.

ERS. (2004). What Does Good Math Instruction Look Like. *Supporting Good Teaching Series* , 1-8.

Farah, G. V. (2005). La resolución de Problemas en Matemáticas y el uso de las TIC: Resultado de un estudio en Colegios de Chile. *EduTec. Revista Electrónica de Tecnología Educativa (19)* , 1-25.

Gallego, D. (2013). *Las Concepciones De Ciencia, Metodología Y Enseñanza de los Profesores en Formación*. Andalucía: Universidad de Andalucía.

Gatica, S. N. (2012). La importancia de la visualización en el aprendizaje de conceptos matemáticos. *EDMETIC, Revista de Educación Mediática y TIC* , 88-107.

Gómez, B. (2012). *Componentes de la Investigación en Pensamiento Numérico y Algebraico (PNA)*. Caminha: SEIEM.

Gómez-Lopez, J., & Cano, J. (2011). El pensamiento docente y su influencia en la implementación de las tecnologías de la información y la comunicación en el aula: desafíos y oportunidades. *Contextos Educativos 14* , 67-83.

Infante, C., & Nussbaum, M. (2013). Un tercer orden de barreras a superar para integrar la tecnología en el aula. *Computer Science Department, School of Engineering Pontificia Universidad Católica de Chile* .

Juandon. (7 de Abril de 2010). *Educación: Juandomingofarnos*. Recuperado el 14 de Agosto de 2015, de <https://juandomingofarnos.wordpress.com/2010/04/07/paradigmas-en-la-investigacion-educativa/>

Karakok, G. (2014). Secondary teachers' conception of various forms of complex numbers. *Journal of mathematics teacher education No.4* , 1-28.

McMillan. (2005). *Investigación educativa*. Madrid: Pearson educación.

McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa*. Madrid: Pearson Educación, S.A.

Moya, M. (2012). *Concepciones acerca del azar y las probabilidades, de un grupo de profesores que enseña matemática en los niveles de 5° a 8° básico en un colegio de puente alto*. Santiago: Universidad Academia de Humanismo Cristiano.

Ocanto Silva, I. (2009). La creación de imágenes mentales y su implicación en la comprensión, el aprendizaje y la transferencia. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación* , 246.

Pla, M. (1999). El rigor en la investigación cualitativa. *Aten Primaria, 24(5)* , 295-300.

Pozo, J. I. (2006). *Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje: las concepciones de profesores y alumnos (Vol 12)*. Barcelona: Grao.

RAE. (28 de Octubre de 2015). *RAE*. Obtenido de *RAE*: <http://www.rae.es/ayuda/diccionario-de-la-lengua-espanola>

Rivera, F. (2001). *Introducción a los Números Complejos*. Mérida: Universidad de los Andes.

Suhit, G. (2006). La visualización como estrategia para la comprensión. En G. Martínez, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 228-233). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Totter, E., Raichman, S., & Mirasso, A. (2012). El rol de la visualización y de los recursos tecnológicos en el aprendizaje significativo de conceptos de Matemática Avanzada. *VII Congreso de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología* (pág. 11). Mendoza, Argentina: <http://hdl.handle.net/10915/18315>.

Zimmerman, e. a. (1991). *Visualization in Teaching and Learning*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

Anexos:

Cuestionario abierto sobre Números Complejos y su enseñanza

El presente cuestionario de preguntas abiertas tiene por objeto iniciar la recolección de información acerca del conocimiento que tienen los docentes de Enseñanza Media sobre Números Complejos y su enseñanza en el nivel de 3ro Medio. Para ello será relevante saber respecto de la formación universitaria, cursos de actualización docente o formación continua, la información curricular y recursos disponibles, así como también los años de experiencia enseñando este contenido y las metodologías empleadas.

Se solicita responder las preguntas abiertas que a continuación se presentan, de manera clara y concisa, argumentando cada una de ellas en los recuadros correspondientes. Sus respuestas son muy importantes para nosotros. La información recopilada será exclusivamente utilizada con fines de investigación y de manera absolutamente confidencial.

Desde ya muchas gracias por la colaboración. Muy atentamente.

Daniela Sariego, Juan Peillard y Felipe Valenzuela

Octubre, 2015.

DATOS DEL DOCENTE

Nombre y apellidos: _____

Curso en los que imparte docencia: _____

Años de experiencia: _____

Años enseñando el contenido de Números Complejos: _____

ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Estudió números complejos en su formación universitaria? Sí/No.

En caso de que su respuesta sea sí:

a) ¿Cómo fue tratado este contenido? Explique de qué manera y con qué profundidad le enseñaron dicha temática.

b) Marque la opción que más se ajuste en relación a la extensión con que usted vio este contenido en la universidad:

Como tema al interior de una asignatura	
En una asignatura completa	
En más de una asignatura	
Otro	

2. ¿Ha tenido cursos de actualización docente relacionados con el tópico de números complejos? Si/No. En caso de que su respuesta sea sí, ¿Cuáles y con qué profundidad?

3. Nombre conceptos o contenidos claves que desde su punto de vista deben ser considerados al momento de tratar los números complejos. Argumente su respuesta.

4. ¿Qué relación piensa usted que existe entre el álgebra y la geometría para enseñar números complejos? Argumente su respuesta.

5. ¿Desde qué nivel piensa usted que los alumnos deberían aprender números complejos? ¿Está bien ubicado en 3ro Medio? ¿Por qué?

6. ¿Utiliza usted el Marco Curricular y los Planes y Programas? Si/No, ¿por qué?

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos? Describa.

8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.

9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?

10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.

11. Suponga que hoy comienza a enseñar el contenido de números complejos, ¿cómo iniciaría la clase?, ¿cómo la desarrollaría?, ¿cómo la finalizaría?, ¿con qué recursos?

12. ¿Cómo conectaría este contenido con otros ya vistos en cursos anteriores o aquellos recién trabajados en este nivel? ¿Por qué?

13. ¿Utiliza el texto escolar entregado por el MINEDUC o parte de él para apoyar sus clases sobre números complejos? En caso de responder sí, explique de qué manera lo utiliza.

14. ¿Utiliza otro(s) libro(s) o texto(s) de apoyo para complementar la enseñanza de números complejos? Sí/No, ¿Cuál(es)? ¿Por qué?

15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?

16. En su opinión ¿Qué habilidades matemáticas deberían desarrollar los estudiantes respecto al contenido de números complejos? Argumente.

ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

17. ¿Ha participado en capacitaciones acerca del uso de TIC en la clase de matemática?

18. ¿En qué parte de los números complejos considera usted que es apropiado utilizar TIC? Argumente su respuesta.

19. Para la enseñanza de números complejos ¿Utiliza Geogebra o algún software similar? Sí/No, ¿Por qué?

20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de los complejos? ¿Cuáles? Si conoce, ¿los utiliza? Sí/No, ¿Por qué?

MAPA CONCEPTUAL

21. Construya un mapa conceptual (lo más claro posible) que relacione los principales contenidos o conceptos claves sobre números complejos a enseñar en 3ro Medio, contenidos previos, estrategias de enseñanza, recursos (incluye TIC), evaluación, y lo que usted estime necesario para dar coherencia a este mapa conceptual.

Entrevista semi-estructurada sobre números complejos y su enseñanza

La presente entrevista tiene por objeto profundizar en la información acerca del conocimiento que tienen los docentes de Enseñanza Media sobre Números Complejos y su enseñanza en el nivel de 3ro Medio.

Se solicita responder las preguntas de manera clara y concisa, argumentando cada una de ellas. Sus respuestas son muy importantes para nosotros. La información recopilada será exclusivamente utilizada con fines de investigación y de manera absolutamente confidencial.

Para registrar esta entrevista se procederá a grabar (audio). Le solicitamos autorización para ello.

Desde ya muchas gracias por la colaboración. Muy atentamente,

Daniela Sariego, Juan Peillard y Felipe Valenzuela

Octubre, 2015.

ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Qué sabe usted acerca de los números complejos y de cómo enseñarlos?
2. En la reforma de los 90 se sacaron los complejos del currículum, con el Ajuste 2009 se volvieron a incorporar, ¿qué piensa de esto? ¿Cómo afecta su desempeño en el aula?
3. ¿Piensa usted que números complejos es un contenido relevante para ser tratado en Enseñanza Media? ¿Por qué?
4. ¿Qué uso o aplicabilidad le ve usted a los números complejos?
5. ¿Qué tan preparado se siente para enseñar números complejos? ¿Por qué?
6. ¿Cree usted que hay suficiente información y apoyo accesible para implementar en aula los requerimientos curriculares acerca de los números complejos? ¿Por qué?

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué dificultades observa o distingue usted que tienen los estudiantes al momento de aprender números complejos? ¿De qué manera les facilitaría el aprendizaje?
8. ¿Qué recursos utiliza mayormente y cuáles utiliza en menor medida para enseñar números complejos? ¿Cuáles que no ha utilizado le gustaría utilizar y por qué? Argumente.
9. ¿Qué contextualización con la vida real utilizaría para apoyar la enseñanza de números complejos? Argumente.
10. Describa cómo enseñaría y con qué recursos los siguientes conceptos:
 - a. Adición y sustracción de números complejos
 - b. Multiplicación y división de números complejos
 - c. Potencias de i
 - d. Complejo conjugado y opuesto de un complejo
 - e. Módulo de un complejo
 - f. Representación canónica y representación polar de un número complejo.

ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

11. ¿Qué piensa acerca de las TIC y la enseñanza de las matemáticas en general? Argumente.
12. ¿Enseña usted habitualmente con TIC en sus clases de matemática? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?
13. ¿Enseña usted números complejos o una parte de ellos con uso de TIC? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?
14. Tome dos o tres conceptos de los mencionados en la pregunta 9 y explique cómo los enseñaría utilizando TIC. ¿Qué recurso TIC utilizaría?

Solicitudes de validaciones



Escuela de educación en Matemática
E informática educativa

SOLICITUD DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

Estimado(a) docente:

Junto con saludarle afectuosamente, necesitamos hacerle una **solicitud** en la medida de sus tiempos y posibilidades reales. Actualmente, nos encontramos desarrollando nuestra tesis de pre-grado, cuyo título es "**Concepciones acerca de la enseñanza de los números complejos con el uso de TIC, en profesores de matemática de enseñanza media**". Esto es un estudio exploratorio de corte cualitativo cuya metodología contempla la realización de cuestionario, entrevista semiestructurada, revisión de leccionarios de libros de clases, análisis de planificaciones, fotografías a los cuadernos de los estudiantes.

Dentro del cronograma de actividades, nosotros deberíamos comenzar la recogida de datos en el mes de octubre. Por lo cual, la validación de instrumentos – dentro de las posibilidades de cada evaluador – debería ocurrir idealmente dentro de los próximos días.

Los instrumentos a validar son los siguientes:

1. Cuestionario abierto sobre números complejos y su enseñanza
2. Entrevista semiestructurada sobre números complejos y su enseñanza

Entre los aspectos a evaluar de los instrumentos, nos interesa saber sobre:

- **Claridad:** las preguntas son claras en cuanto a la comunicabilidad de la situación y no se presta para ambigüedades.
- **Pertinencia:** Las preguntas permiten recoger información importante acerca de las concepciones de los profesores respecto de los números complejos y su enseñanza.
- **Conceptualmente correcto:** Las preguntas no revelan errores conceptuales.

De acuerdo a esto los instrumentos deberían rotularse finalmente como:

- VALIDADO
- VALIDADO CON REPAROS
- NO VALIDADO

Desde ya agradecemos mucho el apoyo y la excelente disposición. Muy atentamente,

Nombres: Juan Peillard, Daniela Sariego, Felipe Valenzuela
Fecha: 25/09/2015



Escuela de educación en Matemática
E informática educativa

Nombre del evaluador: Jorge Avila C. Fecha: 12/Noviembre/2015
Título / Grado Académico: Magister en Ciencias en Matemática Educativa
Institución donde trabaja: Universidad Católica Silva Henríquez.

CUESTIONARIO

Pregunta	Claridad (Si/No)	Pertinencia (Si/No)	Conceptualmente correcta (Si/No)	Observaciones/ Sugerencias
1				
2				
3				
....				

RESUMEN INSTRUMENTO:

VALIDADO VALIDADO CON REPAROS

NO VALIDADO

Observaciones/sugerencias generales:

Firma de evaluador



Escuela de educación en Matemática
E informática educativa

ENTREVISTA

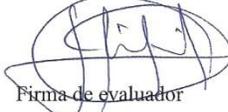
Pregunta	Claridad (Si/No)	Pertinencia (Si/No)	Conceptualmente correcta (Si/No)	Observaciones/ Sugerencias
1				
2				
3				
...				

RESUMEN INSTRUMENTO

VALIDADO VALIDADO CON REPAROS _____

NO VALIDADO _____

Observaciones/sugerencias generales:


Firma de evaluador



Escuela de educación en Matemática
E informática educativa

Nombre del evaluador: CARLOS GÓMEZ CASTRO Fecha: 12/11/2015
Título / Grado Académico: PROFESOR MATEMÁTICAS.
Institución donde trabaja: UCSH

CUESTIONARIO

Pregunta	Claridad (Si/No)	Pertinencia (Si/No)	Conceptualmente correcta (Si/No)	Observaciones/Sugerencias
1				
2				
3				
....				

RESUMEN INSTRUMENTO:

VALIDADO VALIDADO CON REPAROS

NO VALIDADO

Observaciones/sugerencias generales:


Firma de evaluador



Escuela de educación en Matemática
E informática educativa

ENTREVISTA

Pregunta	Claridad (Si/No)	Pertinencia (Si/No)	Conceptualmente correcta (Si/No)	Observaciones/Sugerencias
1				
2				
3				
...				

RESUMEN INSTRUMENTO

VALIDADO VALIDADO CON REPAROS _____

NO VALIDADO _____

Observaciones/sugerencias generales:


Firma de evaluador

Cuestionarios



Escuela de educación Matemática
E informática educativa

ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Estudió números complejos en su formación universitaria? Sí/No.

En caso de que su respuesta sea sí: *Si*

a) ¿Cómo fue tratado este contenido? **Explique** de qué manera y con qué profundidad le enseñaron dicha temática.

- No me acuerdo mucho
- Forme Polar
- Representación geométrica

b) Marque la opción que más se ajuste en relación a la extensión con que usted vio este contenido en la universidad:

Como tema al interior de una asignatura	<input checked="" type="checkbox"/>
En una asignatura completa	<input type="checkbox"/>
En más de una asignatura	<input type="checkbox"/>
Otro	<input type="checkbox"/>

2. ¿Ha tenido cursos de actualización docente relacionados con el tópico de números complejos?

Sí/No. En caso de que su respuesta sea sí, ¿Cuáles y con qué profundidad?

NO

3. Nombre conceptos o contenidos claves que desde su punto de vista deben ser considerados al momento de tratar los números complejos. Argumente su respuesta.

- Número Imaginario (potencia)
 - Operativa; propiedades
 - Representación gráfica
- La necesidad de presentarlo como una extensión de los Reales de menor grado de dificultad e Mayor*

4. ¿Qué relación piensa usted que existe entre el álgebra y la geometría para enseñar números complejos? Argumente su respuesta.

Los números complejos son la herramienta de trabajo del álgebra, análisis, aplicación en campo de la física en el plano complejo o su representación como vectores



5. ¿Desde qué nivel piensa usted que los alumnos deberían aprender números complejos? ¿Está bien ubicado en 3ro Medio? ¿Por qué?

Nivel III Medio, la necesidad de tener un conocimiento básico de los conjuntos numéricos sus propiedades, y una madurez matemática que no está de acuerdo en la cantidad de horas que

6. ¿Utiliza usted el Marco Curricular y los Planes y Programas? Si/No, ¿por qué? se les da el Plan y Programa de III° exigencia curricular

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos? Describa.

- Plumón Pizana
- Videos
- Libros entregados por el ministerio
- Trabajos en grupos

8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.

Se planifica basándose en los conocimientos previos

Potencia de i	- N^{os} Imaginaria	- Operativa
	- Representación \mathbb{C}	- Propiedades
	- Módulo	- Resolución de Problemas
	- Conjuntos	

9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?

aprox. 2 a 3 horas dependiendo del tiempo que me queda en la semana por los otros niveles

10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.

Primero la extensión del conjunto numérico y utilizar los números complejos como solución a problemas matemáticos, representarlo en un plano



11. Suponga que hoy comienza a enseñar el contenido de números complejos, ¿cómo iniciaría la clase?, ¿cómo la desarrollaría?, ¿cómo la finalizaría?, ¿con qué recursos?

- Recordando las ecuaciones cuadráticas viendo la necesidad de encontrar solución $x^2 = -1$
- Introducción la unidad imaginaria
- la finalizaría con Pregunta - respuesta del contenido ^{mito}

12. ¿Cómo conectaría este contenido con otros ya vistos en cursos anteriores o aquellos recién trabajados en este nivel? ¿Por qué?

Recordando como nacieron toda la conjuntos numéricos, analizando las ecuaciones cuadráticas (Soluciones)

13. ¿Utiliza el texto escolar entregado por el MINEDUC o parte de él para apoyar sus clases sobre números complejos? En caso de responder sí, explique de qué manera lo utiliza.

Sí, en la guía de ejercicios entregada

14. ¿Utiliza otro(s) libro(s) o texto(s) de apoyo para complementar la enseñanza de números complejos? Sí/No, ¿Cuál(es)? ¿Por qué?

Sí, en la contenedora, libro Santillana antiguas y nuevas en internet para entregar más información

15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?

Por el poco tiempo que se da sólo con prueba o algún trabajo grupal de ejercicios

16. En su opinión ¿Qué habilidades matemáticas deberían desarrollar los estudiantes respecto al contenido de números complejos? Argumente.

- Comprender la $N^{\text{es}} \mathbb{C}$ constituyen un conj. Numérico en el que es posible resolver problemas que no tienen solución en \mathbb{R} .
- Aplicar procedimientos de cálculo en adición, sustracción, multiplicación, división de \mathbb{C} , propiedades, representación asintótica



Escuela de educación Matemática
E informática educativa

ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

17. ¿Ha participado en capacitaciones acerca del uso de TIC² en la clase de matemática?

NO

18. ¿En qué parte de los números complejos considera usted que es apropiado utilizar TIC?
Argumente su respuesta.

En el plano complejo

19. Para la enseñanza de números complejos ¿Utiliza Geogebra o algún software similar? Sí/No, ¿
Por qué?

No, no hay.

20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA³ como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de
los complejos? ¿Cuáles? Si no conoce, ¿los utiliza? Sí/No, ¿Por qué?

NO

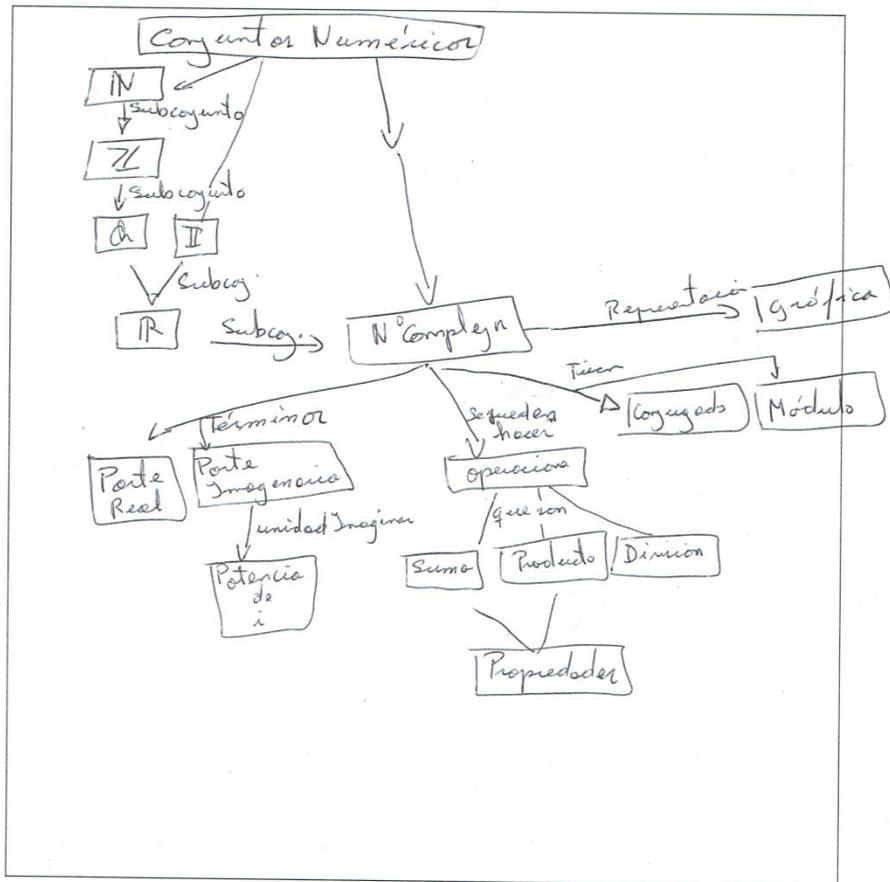
²Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

³Objetos Digitales de Aprendizaje.



MAPA CONCEPTUAL

21. Construya un **mapa conceptual** (lo más claro posible) que relacione los principales contenidos o conceptos claves sobre números complejos a enseñar en 3ro Medio, contenidos previos, estrategias de enseñanza, recursos (incluye TIC), evaluación, y lo que usted estime necesario para dar coherencia a este mapa conceptual.





ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Estudió números complejos en su formación universitaria? Sí/~~No~~
En caso de que su respuesta sea sí:

- a) ¿Cómo fue tratado este contenido? **Explique** de qué manera y con qué profundidad le enseñaron dicha temática.

Creo que muy superficial lo que se enseña, operatoria, gráfica, complemento y módulo. y se enseñó de manera conductista, mucha memoria y ejercitación.

- b) Marque la opción que más se ajuste en relación a la extensión con que usted vio este contenido en la universidad:

Como tema al interior de una asignatura	<input checked="" type="checkbox"/>
En una asignatura completa	<input type="checkbox"/>
En más de una asignatura	<input type="checkbox"/>
Otro	<input type="checkbox"/>

2. ¿Ha tenido cursos de actualización docente relacionados con el tópico de números complejos? Sí/~~No~~. En caso de que su respuesta sea sí, ¿Cuáles y con qué profundidad?

3. Nombre conceptos o contenidos claves que desde su punto de vista deben ser considerados al momento de tratar los números complejos. Argumente su respuesta.

Operatoria con álgebra, ya que no es muy complejo el contenido, al menos lo que se enseña en III° medio.

4. ¿Qué relación piensa usted que existe entre el álgebra y la geometría para enseñar números complejos? Argumente su respuesta.

Es muy parecida la forma en como se trabaja el álgebra y los números complejos, solo se le agregan condiciones y algunas propiedades.



5. ¿Desde qué nivel piensa usted que los alumnos deberían aprender números complejos? ¿Está bien ubicado en 3ro Medio? ¿Por qué?

Creo que si está bien ubicado, ya que, en segundo ven raíces y manejan

6. ¿Utiliza usted el Marco Curricular y los Planes y Programas? Si/No, ¿por qué?

No mucho, ya que, nos entregan las planificaciones y casi no tienen modificaciones.

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos?

Describa. Como es primera vez que veo nos complejos me apoye en el libro del ministerio e iba realizando esas actividades.

8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.

↓ contenidos previos: álgebra - geometría - raíces.
① Operatoria ⑤ módulo
② Potencia ⑥ complemento
③ Gráfica ⑦ resolución de problemas

9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?

Se dedicaron 12 hrs para enseñar el módulo porque no abarca mucho lo que pide el ministerio

10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.

Creo que el objetivo central es abrir la mente del estudiante para que descubran que pueden resolver situaciones con otro tipo de conjuntos numéricos no se puede.



11. Suponga que hoy comienza a enseñar el contenido de números complejos, ¿cómo iniciaría la clase?, ¿cómo la desarrollaría?, ¿cómo la finalizaría?, ¿con qué recursos?

Recuerdos: reducción de términos semejantes, multiplicación,
Problemas de aplicación, cálculo de raíz y ahí le
 doy ejercicios con raíz negativa y finalizo con
 la representación de la unidad imaginaria

12. ¿Cómo conectaría este contenido con otros ya vistos en cursos anteriores o aquellos recién trabajados en este nivel? ¿Por qué?

- Con la operatoria
- Conjunto de números
- Álgebra

De los conjuntos de
números, pasas por
álgebra y su
operatoria.

13. ¿Utiliza el texto escolar entregado por el MINEDUC o parte de él para apoyar sus clases sobre números complejos? En caso de responder sí, explique de qué manera lo utiliza.

Si bien utilizo las planificaciones de la
fundación, los textos escolares marcan la pauta
hasta donde enseñar, que incluye lo utilizo
para guiar la clase y hacer actividades.

14. ¿Utiliza otro(s) libro(s) o texto(s) de apoyo para complementar la enseñanza de números complejos? Sí/No, ¿Cuál(es)? ¿Por qué?

No

15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?

Como no me maneja mucho en el tema, pero creo
que deberían evaluarse situaciones donde se
expliquen más que ejercicios en sí.

16. En su opinión ¿Qué habilidades matemáticas deberían desarrollar los estudiantes respecto al contenido de números complejos? Argumente.

Identificar, calcular, interpretar, resolver problemas y
analizar y representar.
Creo que son las habilidades básicas que busca
desarrollar las matemáticas por lo tanto se
debe incluir en todo
otro momento.



Escuela de educación Matemática
E informática educativa

ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

17. ¿Ha participado en capacitaciones acerca del uso de TIC² en la clase de matemática?

No

18. ¿En qué parte de los números complejos considera usted que es apropiado utilizar TIC?
Argumente su respuesta.

Como no conozco TIC, no me manejo en el tema.

19. Para la enseñanza de números complejos ¿Utiliza Geogebra o algún software similar? Sí/No, ¿Por qué?

No, falta de conocimientos

20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA³ como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de los complejos? ¿Cuáles? Si no conoce, ¿los utiliza? Sí/No, ¿Por qué?

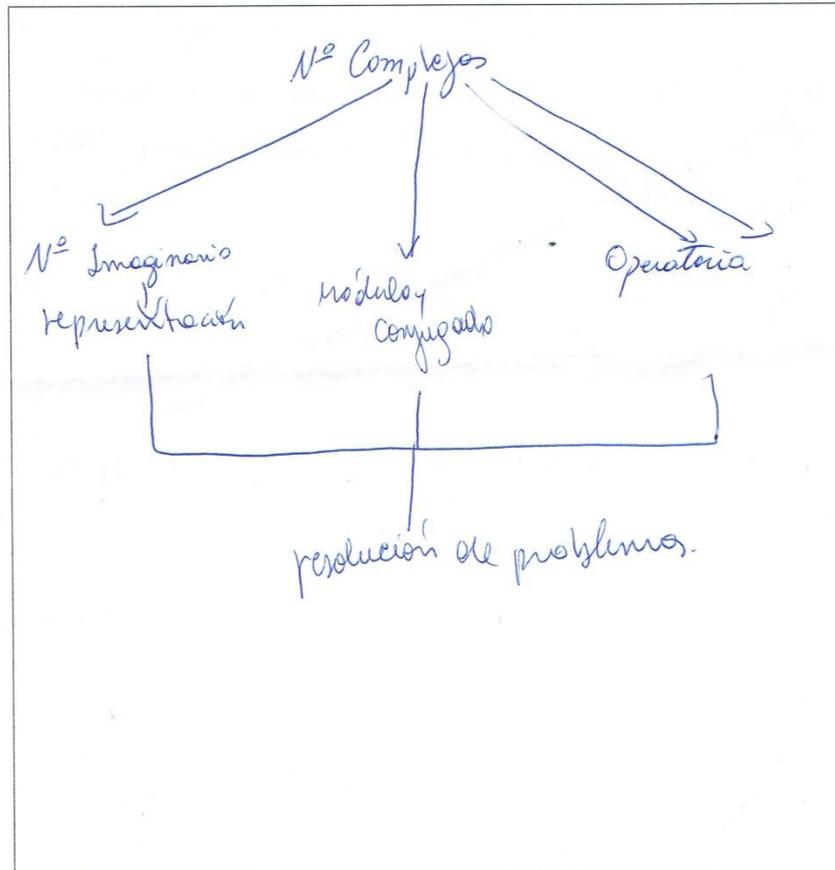
No, solo utilizo plumón y la pizarra.

²Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.
³Objetos Digitales de Aprendizaje.



MAPA CONCEPTUAL

21. Construya un **mapa conceptual** (lo más claro posible) que relacione los principales contenidos o conceptos claves sobre números complejos a enseñar en 3ro Medio, contenidos previos, estrategias de enseñanza, recursos (incluye TIC), evaluación, y lo que usted estime necesario para dar coherencia a este mapa conceptual.





ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Estudió números complejos en su formación universitaria? Sí/No.
En caso de que su respuesta sea sí:

- a) ¿Cómo fue tratado este contenido? **Explique** de qué manera y con qué profundidad le enseñaron dicha temática.

El contenido de números complejos fue parte de un curso; los números en profundidad, pero el tiempo empleado no fue el suficiente. De todas formas vimos distintas representaciones de estos números. (polar, binomial, etc.)

- b) Marque la opción que más se ajuste en relación a la extensión con que usted vio este contenido en la universidad:

Como tema al interior de una asignatura	<input checked="" type="checkbox"/>
En una asignatura completa	<input type="checkbox"/>
En más de una asignatura	<input type="checkbox"/>
Otro	<input type="checkbox"/>

2. ¿Ha tenido cursos de actualización docente relacionados con el tópico de números complejos? Sí/No. En caso de que su respuesta sea sí, ¿Cuáles y con qué profundidad?

3. Nombre conceptos o contenidos claves que desde su punto de vista deben ser considerados al momento de tratar los números complejos. Argumente su respuesta.

• Siento que es importante mostrar la forma polar de un número complejo, ya que en ciencias técnicas donde por ejemplo deben trabajar circuitos, necesitan esta representación.

4. ¿Qué relación piensa usted que existe entre el álgebra y la geometría para enseñar números complejos? Argumente su respuesta.

Con respecto al álgebra, las representaciones y el álgebra vectorial es importante para este estudio y en geometría respecto a las razones trigonométricas debido al ángulo en el plano de los números complejos. o el triángulo de Argand y...



5. ¿Desde qué nivel piensa usted que los alumnos deberían aprender números complejos? ¿Está bien ubicado en 3ro Medio? ¿Por qué?

Respecto al programa de estudio, este bien, ya que el año anterior conocen el conjunto de los números reales, en III° medio se explica el conjunto con la imaginación y complejos.

6. ¿Utiliza usted el Marco Curricular y los Planes y Programas? Sí/No, ¿por qué?

Por que ayuda a pensar en orden en la forma en la cual se ven los contenidos mínimos del currículo.

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos? Describa.

Para mostrar que no existe solución en algunos problemas dependiendo el conjunto numérico, muchos de estos problemas desde la solución no se encuentran dentro del mismo conjunto numérico. Desde el análisis llega a la solución de la unidad imaginaria. Luego de eso explica de forma explícita propiedades que se cumplen en este número y sus diversas representaciones.

8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.

- Reconocer la unidad imaginaria
- Operarios de números imaginarios y potencia de i
- Conjunto de números complejos y su operarios (representación, def. etc.)
- Módulo, conjugado y división de complejos.

9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?

Aproximadamente 18 horas; ya que es una unidad que tiene propiedades nuevas, un distinto conjunto numérico que motiva una gran relación con contenidos anteriores.

10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.

Extender el conjunto de los números reales a los números complejos; comprender y aplicar su operarios.



Escuela de educación Matemática
E informática educativa

ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

17. ¿Ha participado en capacitaciones acerca del uso de TIC² en la clase de matemática?

Sí, un par de veces.

18. ¿En qué parte de los números complejos considera usted que es apropiado utilizar TIC?
Argumente su respuesta.

Representaciones geométricas en el diagrama de Argand

19. Para la enseñanza de números complejos ¿Utiliza Geogebra o algún software similar? Sí/ No, ¿
Por qué?

*Debido a que se puede mostrar el módulo y la
representación vectorial.*

20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA³ como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de
los complejos? ¿Cuáles? Si no conoce, ¿los utiliza? Sí/ No, ¿Por qué?

No me ha detenido a buscar.

² Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

³ Objetos Digitales de Aprendizaje.



ACERCA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

1. ¿Estudió números complejos en su formación universitaria? Sí/No No
En caso de que su respuesta sea sí:

a) ¿Cómo fue tratado este contenido? **Explique** de qué manera y con qué profundidad le enseñaron dicha temática.

b) Marque la opción que más se ajuste en relación a la extensión con que usted vio este contenido en la universidad:

Como tema al interior de una asignatura	<input type="checkbox"/>
En una asignatura completa	<input type="checkbox"/>
En más de una asignatura	<input type="checkbox"/>
Otro	<input type="checkbox"/>

2. ¿Ha tenido cursos de actualización docente relacionados con el tópico de números complejos? Sí/No No. En caso de que su respuesta sea sí, ¿Cuáles y con qué profundidad?

3. Nombre conceptos o contenidos claves que desde su punto de vista deben ser considerados al momento de tratar los números complejos. Argumente su respuesta.

Raíces, potencia, operación básica, plano cartesiano

4. ¿Qué relación piensa usted que existe entre el álgebra y la geometría para enseñar números complejos? Argumente su respuesta.

Sólo he relacionado álgebra y el plano
para ϕ y soluciones de funciones de $n \neq \phi$
no manejo otra relación.



5. ¿Desde qué nivel piensa usted que los alumnos deberían aprender números complejos? ¿Está bien ubicado en 3ro Medio? ¿Por qué?

yo creo que si, debido a que en I medio se trabaja conjuntos numéricos y plano cartesiano, en II raíces y potencia para llegar al concepto de n° imaginario y ϕ en III medio

6. ¿Utiliza usted el Marco Curricular y los Planes y Programas? (Si) No, ¿por qué?

Cada colegio pide cumplir con los planes y programas que el ministerio plantea pero no quiere decir que no se profundice en algunos topics, pues hay que recordar que el ministerio plantea lo mínimo.

ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS

7. ¿Qué tipo de estrategias metodológicas utiliza usted para enseñar números complejos?

Describe. Clases expositivas, trabajos grupales, guías trabajo con libros.

8. ¿Cómo planifica sus clases sobre números complejos? Considere el orden de lo que enseñaría y qué enseñaría. Puede realizar un esquema sintético.

- 1 Recordar conjuntos numéricos
- 2 Recordar potencia y raíces
- 3 Determinar números imaginarios
- 4 Definir números complejos

- 5 graficar
- 6 operaciones básicas
- 7 Propiedades
- 8 Problemas.

9. ¿Cuántas horas le dedica a este contenido? ¿Por qué?

24 horas aprox considerando dos evaluaciones parciales

10. ¿Cuál es para usted el objetivo central de aprendizaje del contenido de números complejos? Argumente.

Determinar que existen otros conjuntos numéricos que nos ayudan a resolver situaciones problemas, graficar y operaciones básicas de números que no se encuentran en los TR



11. Suponga que hoy comienza a enseñar el contenido de números complejos, ¿cómo iniciaría la clase?, ¿cómo la desarrollaría?, ¿cómo la finalizaría?, ¿con qué recursos?

Se recuerda conjuntos numéricos y raíz con índice par y cantidad subradical negativa. - Aparece i , se define n^{da} imaginario y se trabaja número con potencia de i para llegar a generalizar potencia de i con módulo 4.

12. ¿Cómo conectaría este contenido con otros ya vistos en cursos anteriores o aquellos recién trabajados en este nivel? ¿Por qué?

En I medio se comienza con conj. numéricos y se nombran. En II medio al trabajar el concepto de raíz cuadrada y se realiza inclusive en raíz cuadrada de números negativos. - III se trabaja números i para luego en el 2º grado y funciones cuadrar las raíces

13. ¿Utiliza el texto escolar entregado por el MINEDUC o parte de él para apoyar sus clases sobre números complejos? En caso de responder sí, explique de qué manera lo utiliza.

Si lo utilizo, complementando contenidos de clases y mayoritariamente ejercicios y problemas.

14. ¿Utiliza otro(s) libro(s) o texto(s) de apoyo para complementar la enseñanza de números complejos? Sí/No, ¿Cuál(es)? ¿Por qué?

Libros Santillana
Libros PSU ed Sm.

De lo a que estos libros se desarrollan más los contenidos y ejercicios, el libro del Ministerio es.

15. En su opinión ¿Cómo se deben evaluar los números complejos?

La evaluación se realiza clase a clase considerando el objetivo de la clase, pero es necesario calificar estas evaluaciones considerando ① de Potencia de i , gráficos complejos y otra operación básica $+$ $-$ \cdot \div .

16. En su opinión ¿Qué habilidades matemáticas deberían desarrollar los estudiantes respecto al contenido de números complejos? Argumente.

Calculo mental y escrito, estrategias para resolver ejercicios Operación básica en i , aplicar propiedades conjuntivas ubicación espacial, Resolución de problemas.

- Resumen

- ① comprender que son, como aparecen dentro de los conj. num.
- ② aplicar operación, propiedades.
- ③ analizar situación problema.



ACERCA DE LAS TIC Y SU APLICACIÓN A LA ENSEÑANZA DE LOS COMPLEJOS

17. ¿Ha participado en capacitaciones acerca del uso de TIC² en la clase de matemática?

no

18. ¿En qué parte de los números complejos considera usted que es apropiado utilizar TIC?

Argumente su respuesta.

yo creo que en la ubicación de n y i graficamente.

19. Para la enseñanza de números complejos ¿Utiliza Geogebra o algún software similar? Sí/No?

Por qué?

porque no tengo información de como trabajar con estos programas.

20. ¿Conoce sitios de Internet u ODA³ como recursos para apoyar la enseñanza o aprendizaje de los complejos? ¿Cuáles? Si no conoce, ¿los utiliza? Sí/No? ¿Por qué?

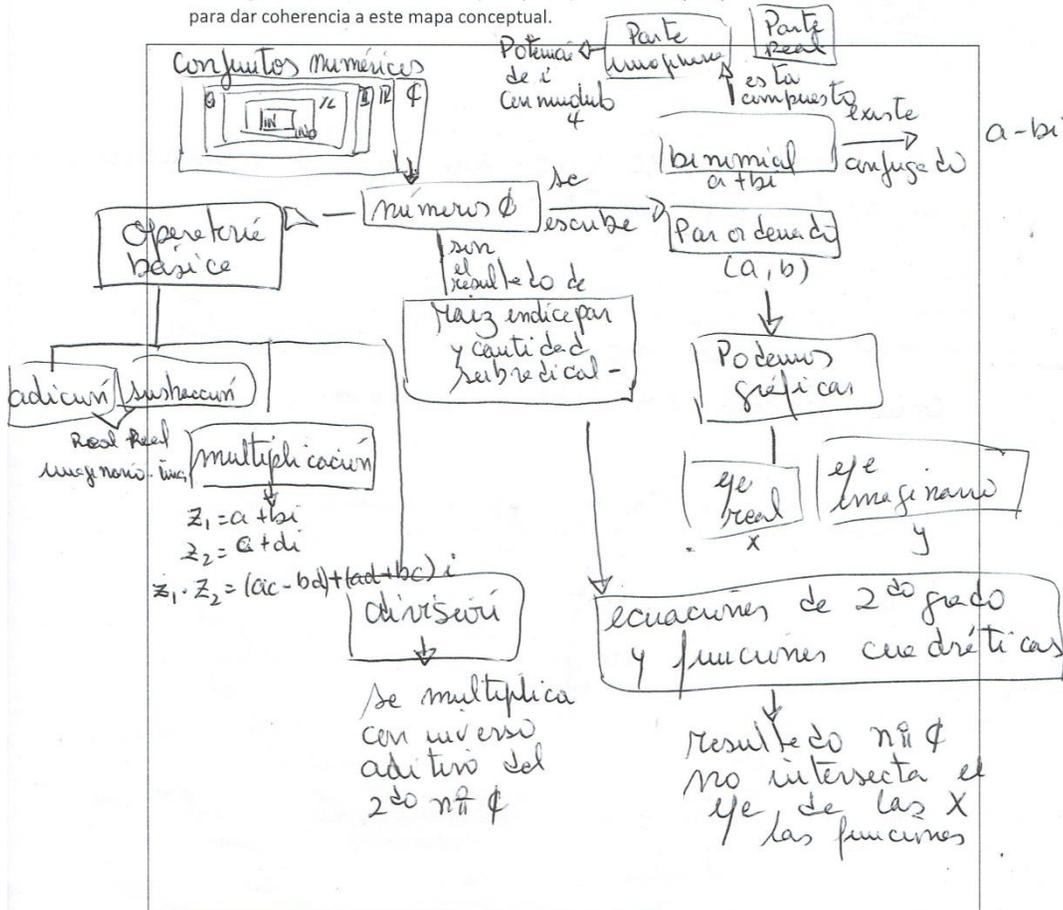
² Tecnologías de la Información y las Comunicaciones.

³ Objetos Digitales de Aprendizaje.



MAPA CONCEPTUAL

21. Construya un **mapa conceptual** (lo más claro posible) que relacione los principales contenidos o conceptos claves sobre números complejos a enseñar en 3ro Medio, contenidos previos, estrategias de enseñanza, recursos (incluye TIC), evaluación, y lo que usted estime necesario para dar coherencia a este mapa conceptual.



Entrevista semiestructurada

Sujeto 4

11. ¿Qué piensa de las TIC y la enseñanza de la matemática en general?

R: Eh... Que si tú manejas ese tipo de... información para manejar los contenidos con las niñas es muy bueno. Pero si tú me preguntas, yo no lo ocupo porque no me manejo en TIC para enseñar matemática y tampoco me he dado el tiempo de ir averiguando e investigando.

¿Por qué considera que es bueno?

R: Porque las chiquillas lo encuentran más atractivo, más lúdico, las acerca más a ellas que son más tecnológicas, se hace la clase distinta y eso las acerca a los contenidos de matemática.

12. ¿Enseña usted habitualmente con TIC en sus clases de matemática? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?

R: No, porque no manejo las TIC en matemática.

13. ¿Enseña usted números complejos o una parte de ellos con uso de TIC? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?

R: No, por la misma razón.

¿Conoce algún software (por lo menos de nombre), que podría utilizar para enseñar números complejos?

R: No.

Sujeto 1

11. ¿Qué piensa de las TIC y la enseñanza de la matemática e general?

R: Encuentro que las TIC son importantes en el desarrollo de la metodología para enseñar. No para todo se puede utilizar, hay cosas que tienen que ser con plumón y pizarra, pero nos ayuda bastante para hacer una metodología distinta y para poder incentivar un poquitito a lo que es la asignatura en el razonamiento matemático.

12. ¿Enseña usted habitualmente con TIC en sus clases de matemática? Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?

R: En algunos cursos sí, sobre todo si es que se está pasando algo con respecto a planos, a geometría, a transformaciones isométricas y son como muy utilizables, sin embargo, en todo lo que es parte de ecuaciones, y álgebra misma, cuesta más encontrar algún implemento para usar las TIC.

¿Para geometría, qué software utiliza?

R: Geogebra.

**13. ¿Enseña usted números complejos o una parte de ellos con uso de TIC?
Si/No, ¿Cuáles? ¿Por qué?**

R: Este año no, pero el año pasado sí.

¿Qué utilizó?

R: Utilicé unos videos que encontré en internet, porque no tengo programas directo de números complejos que sea para el curso.

¿Y qué mostraba en los videos?

R: Me servía como resumen o apoyo a lo que yo estaba enseñando.