



FACULTAD DE EDUCACIÓN

**Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa**

**PROPUESTA DIDÁCTICA PARA SUPERAR LAS
DEFICIENCIAS EN LA INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN
DE UNA INECUACIÓN LINEAL EN OCTAVO AÑO BÁSICO DE
UN COLEGIO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA
COMUNA DE LA CISTERNA.**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y
AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICAS E
INFORMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTE:

ANDRADE SOLIS, DANIELA ANDREA

PROFESOR GUÍA:

JORGE ÁVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE

2017

AGRADECIMIENTOS

Comenzaré por agradecer a Dios, por haberme dado sabiduría para terminar con éxito esta etapa educativa de mi vida.

A mi padre Luis, mi madre María y mi hermano Alberto, por el amor y la enseñanza entregada durante toda mi vida. Gracias por creer en mí y apoyarme en la realización de mis sueños.

A mi pareja Nicolás por el amor, la paciencia y el apoyo brindado durante este largo proceso. Gracias por compartir estos hermosos momentos y sueños a mi lado.

A la universidad y a los profesores, por abrir una puerta en mi vida, por permitirme formarme como docente.

Daniela Andrea de las Mercedes Andrade Solis

ÍNDICE

RESUMEN.....	8
ABSTRACT	9
INTRODUCCIÓN	10
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	13
1.1. Antecedentes	13
1.1.1. Antecedentes empíricos	13
1.1.2. Antecedentes teóricos.....	16
1.2. Definición del problema.....	19
1.3. Objetivos generales y específicos	20
1.3.1. Objetivo General	20
1.3.2. Objetivos Específicos.....	20
1.4. Hipótesis o supuestos	20
1.5. Justificación.....	21
1.6. Limitaciones	22
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	23
2.1. Obstáculos en el aprendizaje.....	23
2.2. Análisis preliminar de las inecuaciones lineales	25
2.2.1. Dimensión Epistemológica	25
2.2.2. Dimensión Didáctica.....	28
2.2.2.1. Tratamiento de las desigualdades de primero a sexto básico.....	28
2.2.2.2. Planes y programas de 7° y 8° año de enseñanza general básica.	30
2.2.2.3. Texto del estudiante de 7° básico.....	36
2.2.2.4. Texto del estudiante de 8° básico.....	40
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO	48
3.1. Elementos de una investigación	48
3.1.1. Enfoques de investigación.....	48
3.1.2. Modalidades de investigación.....	50
3.1.3. Diseño de Investigación	51
3.1.4. Recolección de datos.....	54

3.2.	Sujetos y escenarios.	56
3.3.	Fundamentación de Instrumentos.	56
3.4.	Validez de Instrumentos.....	59
CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS.....		60
4.1.	Cuestionario	60
4.1.1.	Resultados y Análisis del ítem I.....	61
4.1.1.1.	Resultados porcentuales en el ítem I.....	61
4.1.1.2.	Análisis de los errores presentados en el ítem I.....	62
4.1.2.	Resultados y Análisis del ítem II.	65
4.1.2.1.	Resultados porcentuales en el ítem II.....	65
4.1.2.2.	Análisis de los errores presentados en el ítem II.....	67
4.1.3.	Análisis del ítem III.....	70
4.1.3.1.	Resultados porcentuales en el ítem III	70
4.1.3.2.	Análisis de los errores presentados en el ítem III	74
CAPÍTULO V: PROPUESTA DIDÁCTICA		81
5.1.	Planificación actividad N°1	81
5.1.1.	Actividad N°1	85
5.2.	Planificación actividad N°2	86
5.2.1.	Actividad N°2	89
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES.....		91
BIBLIOGRAFÍA		95
ANEXOS		98
ANEXO 1: CUESTIONARIO		98
ANEXO 2: TABULACIÓN DE DATOS ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO		101
ANEXO 3: TABULACIÓN DE DATOS ESTUDIANTES DE OCTAVO BÁSICO		108
ANEXO 4: TEST DE SATISFACIÓN.....		119
ANEXO 5: TABULACIÓN DE DATOS TEST DE SATISFACIÓN		120

ANEXO 6: VALIDACIÓN DE EXPERTO	125
--------------------------------------	-----

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Imagen n°1: Ejemplo de solución gráfica	13
Imagen n°2: Error durante clase.....	14
Imagen n°3: Error durante clase.....	15
Imagen n°4: Error durante clase.....	15
Imagen n°5: Símbolos matemáticos representados a través de un cocodrilo.....	24
Imagen n°6: Ejemplo de error al utilizar la metodología del “cocodrilo”.	24
Imagen n°7: Insignia que da origen a los símbolos	26
Imagen n°8: Símbolos utilizados antiguamente.....	26
Imagen n°9: Índice Unidad n°2.....	36
Imagen n°10: ¿Cómo resolver inecuaciones?	37
Imagen n°11: Ayuda para resolver inecuaciones lineales.....	38
Imagen n°12: Modelar situaciones con ecuaciones	39
Imagen n°13: Modelar situaciones con inecuaciones	39
Imagen n°14: Índice Unidad N°2.....	41
Imagen n°15: ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?	42
Imagen n°16: Representación en una balanza.....	42
Imagen n°17: Signos de desigualdad	43
Imagen n°18: Representando desigualdades en la recta numérica	44
Imagen n°19: ¿Cómo resolver inecuaciones?	45
Imagen n°20: Propiedades de las desigualdades.....	46

Imagen n°21: Resolviendo álgebraicamente una inecuación.....	46
Imagen n°22: Ejercicio 2 y 3, Ítem I.....	63
Imagen n°23: Ejercicio 1 y 2, Ítem I.....	63
Imagen n°24: Ejercicio 1 y 4, Ítem I.....	64
Imagen n°25: Ejercicio 3 y 4, Ítem I.....	64
Imagen n°26: Ejercicio 3 y 4, Ítem I.....	64
Imagen n°27: Ejercicio 3 y 4, Ítem I.....	65
Imagen n°28: Error Ítem II.....	67
Imagen n°29: Error Ítem II.....	68
Imagen n°30: Error Ítem II.....	68
Imagen n°31: Error Ítem II.....	69
Imagen n°32: Error Ítem II.....	69
Imagen n°33: Error Ítem II.....	69
Imagen n°34: Afirmación 1, Ítem III	75
Imagen n°35: Afirmación 1, Ítem III	75
Imagen n°36: Afirmación 2, Ítem III	76
Imagen n°37: Afirmación 2, Ítem III	76
Imagen n°38: Afirmación 2, Ítem III	76
Imagen n°39: Afirmación 2, Ítem III	77
Imagen n°40: Afirmación 3, Ítem III	77
Imagen n°41: Afirmación 3, Ítem III	78
Imagen n°42: Afirmación 3, Ítem III	78
Imagen n°43: Afirmación 3, Ítem III	79

Imagen n°44: Afirmación 3, Ítem III	79
---	----

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla n°1: Aproximaciones cuantitativa y cualitativa a la investigación	49
Tabla n°2: Técnicas de recogida de datos	55
Tabla n°3: Expectativa del cuestionario.....	57
Tabla n°4: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem I.....	61
Tabla n°5: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem I	62
Tabla n°6: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem II	65
Tabla n°7: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem II	66
Tabla n°8: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 1.....	70
Tabla n°9: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 1	70
Tabla n°10: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 2	71
Tabla n°11: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 2	72
Tabla n°12: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 3	73
Tabla n°13 Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 3.....	73

RESUMEN

Este trabajo se realizó con el fin de investigar en torno a la manera en que una propuesta didáctica puede ayudar a superar obstáculos relacionados con la solución gráfica de una inecuación lineal, ya que en la práctica profesional, se observó que los estudiantes de séptimo y octavo año básico de un Colegio particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, presentaban deficiencias en la temática de ecuaciones e inecuaciones, tanto en su significado como en la diferencia que caracteriza a cada una. Se realizó un estudio de caso, que aplica la metodología de la Ingeniería didáctica.

Primero se indagó en los distintos materiales que propone el Ministerio de Educación, para identificar el tratamiento que se les da a las desigualdades e inecuaciones en los distintos niveles educativos, después se realizó un cuestionario de respuestas abiertas, en el que se identificaron y caracterizaron errores de los estudiantes en cuanto a la solución de una inecuación lineal. Dentro de los hallazgos se encontraron dos tipos de errores recurrentes, que se lograron superar una vez que se obtuvieron los elementos necesarios, para levantar una propuesta didáctica.

Para conocer la apreciación de los estudiantes sobre esta propuesta, se aplicó un test de satisfacción, el cual arrojó que los estudiantes se sintieron a gusto con estas actividades, pero también presentaron dificultades en cuanto a la modelación.

Palabras claves: Desigualdades, inecuación lineal, obstáculos, propuesta didáctica, ingeniería didáctica.

ABSTRACT

This work was carried out in order to investigate around the way in which a didactic proposition can help overcome obstacles related to the graphic solution of a linear inequality, since in practice, it was observed that the students of seventh and 8th basic year of Cisterna commune funded private school, had deficiencies in the subject of equations and inequalities, both in its meaning and the difference that characterizes each one. A study of case, which applies the didactic engineering methodology.

First asked in various materials proposed by the Ministry of education, to identify the treatment given to the inequities and inequalities in different educational levels, was then conducted a questionnaire of open responses, in the that were identified and characterized errors of students in terms of the solution of a linear inequality. Within the findings we found two types of recurring errors, which were overcome once the necessary elements, to build a didactic proposition were obtained.

To learn about the appreciation of the students on this proposal, applied a test of satisfaction, which showed that the students felt comfortable with these activities, but also presented difficulties in terms of modeling.

Key words: inequalities, linear inequation, obstacles, didactic proposal, didactic engineering.

INTRODUCCIÓN

La investigación que se propone nace durante la práctica profesional II, en la cual se observa que los estudiantes de octavo año básico de un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, no saben identificar claramente los símbolos de las desigualdades.

Al revisar los planes y programas de estudio del Ministerio de Educación se observa que hay una diferencia entre el énfasis que se da al tratamiento de las ecuaciones e igualdades y al que se da en las inecuaciones y desigualdades, ya que se prioriza la enseñanza de las ecuaciones y no la de las inecuaciones. En el texto de séptimo básico se enseñan las inecuaciones como una alternativa a una ecuación, en donde se busca encontrar un conjunto que satisfaga la inecuación, como se podrá ver más adelante se destina una lección para que los estudiantes logren resolver y representar la solución de una inecuación lineal (Merino, Muñoz, Pérez & Rupin, 2017).

Cabe señalar que la escuela es una institución dedicada a la enseñanza y el aprendizaje, en donde se encuentran niños y jóvenes, a los que se les proporciona una amplia variedad de conocimientos. Esta investigación se centra en el conocimiento matemático, se consideran los cursos de séptimo y octavo año de enseñanza general básica, sobre el eje temático de álgebra y funciones, en el cual se tiene programada la enseñanza y el aprendizaje de las inecuaciones lineales, con la resolución de problemas de la vida cotidiana y la importancia de estas mismas en otras actividades escolares, como en química, biología, etc.

Como docentes se debe estar en la búsqueda permanente de metodologías adecuadas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, es por esto que se plantea el diseño de una propuesta didáctica, en torno a la metodología activa, en la cual los estudiantes son participantes activos de estos procesos y logran apropiarse del conocimiento.

En cuanto a la estructura de la investigación, primero se abordan los aspectos generales del álgebra, seguidos por la problemática a estudiar, el contexto educacional con respecto a séptimo y octavo año de enseñanza general básica, la presentación de la propuesta didáctica enfocada en octavo año básico y, finalmente, las conclusiones obtenidas.

A continuación, se presenta una pequeña síntesis de los capítulos que conforman esta investigación:

En el “Capítulo I: Planteamiento del problema” se presenta la problemática a estudiar, que es la inequación lineal, primero se describen antecedentes recogidos tanto desde la experiencia práctica como de la revisión teórica, luego se define la pregunta de investigación y se da justificación a esta; posteriormente, se presentan los objetivos planteados que se realizan con el fin de responder a la pregunta de investigación.

En el “Capítulo II: Marco Teórico” se encuentran los fundamentos teóricos que sustentan esta investigación, en el cual se muestran algunos antecedentes de las inequaciones, tales como, significado, símbolos, propiedades y cómo estas se deben enseñar desde el punto de vista del Ministerio de Educación, además se presentan los diferentes obstáculos que impiden avanzar en la construcción del conocimiento.

En el “Capítulo III: Marco Metodológico” se señalan los elementos que existen en una investigación, abordando así enfoques, modalidades y recolección de datos, se aborda la Ingeniería didáctica, mencionando sus fases, para luego fundamentar cómo se desarrolla esta investigación cualitativa, además se explican los instrumentos y test realizados a los estudiantes, ya que con estos materiales se realiza la recolección de datos que se utiliza para el desarrollo de la investigación.

En el “Capítulo IV: Resultados y análisis” se tabulan los datos obtenidos en el cuestionario aplicado y se analizan y clasifican los errores que tienen presentes los estudiantes del establecimiento educacional escogido para esta investigación.

En el “Capítulo V: Propuesta didáctica” se proponen dos actividades didácticas, en base a los errores obtenidos por los estudiantes en el cuestionario, con el fin de mejorar estos errores y los obstáculos que impiden que estos estudiantes se apropien del conocimiento matemático. Se presenta tanto el manual para que el docente trabaje cada una de estas actividades, como las actividades en sí misma.

En el “Capítulo VI: Conclusiones” se muestran las percepciones de los estudiantes a partir del test de satisfacción aplicado, una vez que se realizan las actividades propuestas anteriormente, además se presentan las conclusiones al respecto de la investigación, las inquietudes que surgieron durante su realización.

Como se puede observar la investigación se encuentra orientada hacia una ingeniería didáctica, a través de un estudio de caso, en la cual por medio de las actividades propuestas se busca superar las deficiencias identificadas.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

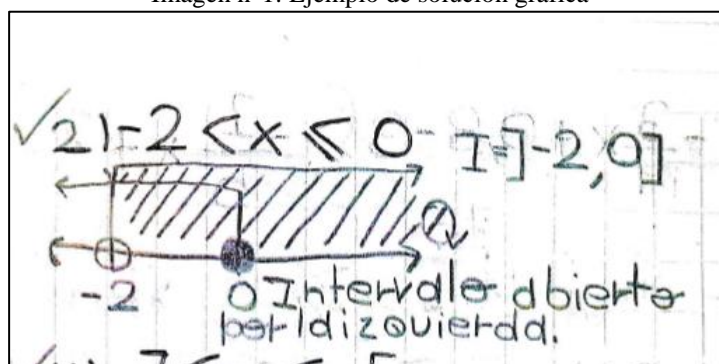
1.1. Antecedentes

1.1.1. Antecedentes empíricos

Las inecuaciones son fundamentales en la ciencia, en la tecnología y en la vida cotidiana, ya que como seres humanos se está constantemente comparando números, por ejemplo; el precio de un electrodoméstico, el porcentaje de descuento de un artículo deportivo, cantidad de comida que se debe preparar, comparar la rapidez de dos automóviles, etc. Se mencionan estos ejemplos con el fin de vincular la comparación de números utilizados en la vida diaria, con las desigualdades y las inecuaciones.

Una de las motivaciones que llevan a la *investigadora*¹ a considerar esta temática en el presente seminario de grado, surge a partir de lo observado en la Práctica Profesional II realizada en los octavos básicos de un Liceo particular subvencionado de la Comuna de la Cisterna. En ella, la investigadora, aprecia que alrededor de unos 10 estudiantes de cada octavo básico, no saben identificar claramente los símbolos de las desigualdades e inecuaciones. Un ejemplo de esto puede evidenciarse en producciones escritas que los estudiantes muchas veces desarrollaban en clases o en conversaciones informales con la investigadora, las cuales arrojaban errores como los siguientes:

Imagen n°1: Ejemplo de solución gráfica



Fuente: Cuaderno de estudiante de Octavo básico A

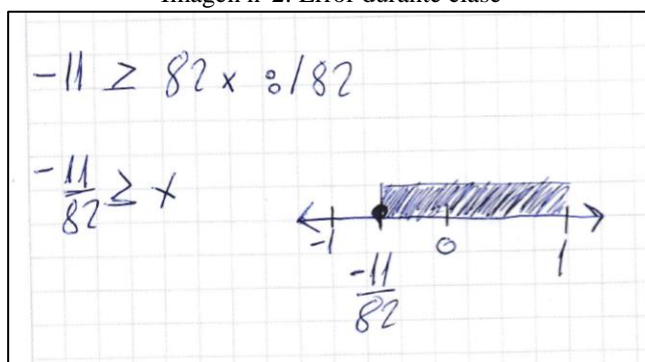
¹ La investigadora corresponde a la estudiante en práctica profesional.

Después que la profesora realiza el ejemplo presentado anteriormente, un estudiante llama a la investigadora y le dice: “Profe, estoy atrapado en el ejemplo 2, no entiendo porque la profe hizo ese dibujo”.

La investigadora le pregunta al estudiante ¿qué parte es la que no entiende? y él responde: “que en el dibujito el -2 está pintado pa´ la derecha pero en la ecuación dice que el -2 es menor que el equis, pero... ¿Por qué la profe lo dibujó como si fueran mayores que equis?”.

El fenómeno que se observa es que el estudiante mira el símbolo de la desigualdad y de manera inmediata asume que la solución (para él lo que está pintado) deberían ser los valores menores al -2 (porque el símbolo es el $<$ “menor que”). Es decir, el estudiante está efectuando una lectura literal del símbolo “si hay un menor que, entonces la solución (asociado con la x) debe estar a la izquierda de dicho número).

Imagen n°2: Error durante clase



Fuente: Cuaderno de estudiante de Octavo básico C

En la imagen n°2 se observa un error que la investigadora pudo apreciar en el transcurso de una clase, en la cual, el estudiante dibujó la gráfica de la solución de la inecuación lineal de forma incorrecta. Al preguntarle por qué dibujó la gráfica de esa manera el estudiante responde: “porque hice el desarrollo, y me da que $-\frac{11}{82} \geq X$, entonces la rayita la tengo que dibujar para la derecha porque el símbolo dice que el resultado es mayor o igual”.

En este mismo ejercicio (Imagen n°2) otro estudiante llama a la investigadora para que le ayude a hacer la gráfica de la solución, la investigadora busca que el estudiante realice la gráfica como él cree que debe ser. Luego de unos minutos dibuja la solución hacia el lado contrario, cuando se le pregunta por qué cree que es de esa forma él responde: “porque cuando esta la boca abierta son mayores y se hacen pa´ la derecha”.

Imagen n°3: Error durante clase

$$11x \leq -84 \quad : / 11$$

$$x \leq \frac{-84}{11}$$

$$x \leq -7 \frac{7}{11}$$

Fuente: Cuaderno de estudiante de Octavo básico C

Imagen n°4: Error durante clase

$$\frac{34x}{9} < -\frac{2}{12}$$

$$\frac{34x}{9} < -\frac{1}{6}$$

$$204x < -9$$

$$x < -\frac{9}{204}$$

Fuente: Cuaderno de estudiante de Octavo básico A

Otro error observado es el que se muestra en la imagen n°3 y n°4, donde ambos estudiantes confunden la ubicación de los números negativos en la recta numérica, sin embargo, el estudiante del Octavo básico C, no presentó error en cuanto al desarrollo del ejercicio, pero sí en la representación gráfica de la solución, en cambio el estudiante del Octavo básico A, presentó error en el desarrollo del ejercicio, pero dibujó la representación gráfica de la solución que obtuvo de forma correcta.

Otro error en la representación gráfica de la solución de una inecuación lineal, es la que la investigadora observó en el Octavo básico B, en el cual, cuatro estudiantes llaman a la investigadora porque ninguno de ellos tiene la misma respuesta en el desarrollo de un ejercicio. Un estudiante menciona: “Profe, a mí me dio $-6 < S$ y como la puntita del signo es chiquitita, va para allá (indica el lado izquierdo)”. Otro estudiante dice: “No profe está mal, porque da $-S < 6$ y no se pude hacer, porque la S es negativa”. Y otro estudiante dice: “Aaaaahh, profe yo no sé, porque no tengo idea que se hace cuando la letra está al otro lao’ (se refiere a la incógnita al lado derecho del símbolo de la desigualdad)”.

Con estos antecedentes de tipo práctico, se dio paso a la primera fase de este estudio, indagando la existencia de antecedentes teóricos, que hayan considerado las inecuaciones lineales como temática de investigación, luego de esta revisión bibliográfica se toman como referentes algunos trabajos e investigaciones sobre la enseñanza, el aprendizaje, las dificultades y los errores en el uso de las desigualdades e inecuaciones lineales. Dentro de estos trabajos se encuentra Arévalo y Rojas (2017), Blanco (2004), Borello (2010), Rico (1995) y Socas (1997) que se expondrán a continuación, diferenciando los que trabajan las dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas, con las que trabajan las dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones lineales.

1.1.2. Antecedentes teóricos

Dificultades y errores en el aprendizaje de las Matemáticas

- Rico (1995) en “Errores y dificultades en el Aprendizaje de las Matemáticas” menciona que el error es conocimiento deficiente e incompleto, sin embargo, es una posibilidad, y una realidad, permanente en el conocimiento científico y objeto de estudio en el campo de la matemática. Señala que el error puede contribuir positivamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, a partir de los errores un joven o niño puede aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era previamente consiente. Rico (1995) presenta clasificaciones de errores, de otros autores, con el fin de poder identificarlos y abordarlos de una manera más conveniente para el procesos de enseñanza aprendizaje, como por ejemplo, una clasificación de errores a partir del procesamiento de la información, Radatz (Citado en Rico, 1995) categoriza 5 errores principales:
 - Errores debidos a dificultades de lenguaje.
 - Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.
 - Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.
 - Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez de pensamiento.
 - Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

- Socas (1997) en “Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria” muestra la clasificación de los principales errores que se dan en el aprendizaje del álgebra. Señala que las dificultades pueden abordarse desde varias perspectivas según se ponga énfasis en uno u otro elemento: desarrollo cognitivo de los estudiantes, currículo de matemáticas y métodos de enseñanza y aprendizaje. Estas dificultades se enlazan en redes complejas que se conectan en la práctica transformándose en obstáculos y se manifiestan en los estudiantes en forma de errores. El error tiene distintas procedencias, pero, en todos los casos, va ser considerado como la presencia en el estudiante de un esquema cognitivo inadecuado. Las dificultades en el aprendizaje de matemáticas, se agrupan en cinco grandes categorías:

- Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
- Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas.
- Dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.
- Dificultades asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas. (Socas, 1997, p. 2)

Socas (1997) señala que los obstáculos que se presentan en el sistema didáctico pueden ser, de origen ontogénico o psicogénico, de origen didáctico o de origen epistemológico.

Dificultades y errores en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones

- Arévalo y Rojas (2017) en “Un estudio de las inecuaciones lineales desde el espacio de trabajo matemático”, presentan un trabajo de investigación basado en el espacio de trabajo matemático (ETM), los resultados dejan evidencia de que “para la resolución de inecuaciones lineales, los estudiantes solo realizan procedimientos algebraicos, presentando deficiencias para interpretar las soluciones obtenidas”.(p.7) Señala que los estudiantes presentan falencias cuando se pide modelar situaciones a través de inecuaciones lineales, y que no existe un consenso cuando se pregunta por la definición de desigualdad, además detecta que los estudiantes poseen falencias cuando tienen que analizar las inecuaciones de forma gráfica.
- Garrote, Hidalgo & Blanco (2004) por su parte en “Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de Bachillerato” muestra un análisis de los errores y las dificultades observadas por medio de un cuestionario. Esta investigación es de carácter descriptivo y la problemática fundamental es describir y analizar, errores y dificultades, para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Ellos mencionan que la gran mayoría de los estudiantes representa correctamente una expresión algebraica, pero no comprenden el significado de la solución.
- Borello (2010) en su tesis de doctorado “Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor” afirma que las dificultades y los errores que presentan los estudiantes, se deben a que las desigualdades y las inecuaciones se trabajan de forma individual, como temas separados, produciendo un déficit en el significado y una confusión con la ecuación y la inecuación, ya que no establecen las diferencias entre estos conceptos, debido a analogías incorrectas.

1.2. Definición del problema

Luego de los antecedentes expuestos anteriormente, se observa que existe una dificultad por parte de los estudiantes en torno a los contenidos matemáticos relacionados con inecuaciones lineales. En este estudio se busca identificar y caracterizar los errores que evidencian los estudiantes de octavo básico de un Liceo Particular Subvencionado de la comuna de la Cisterna, en la apreciación e interpretación de las soluciones de las inecuaciones lineales, para que con una nueva propuesta didáctica se logre mejorar esta deficiencia.

Los estudiantes de octavo básico en el transcurso de las clases, no comprendían el significado de las desigualdades, y por esta ausencia de significado, sus gráficas no representaban la solución de la inecuación lineal que correspondía.

Debido a esto es que la investigadora se cuestiona la metodología que se utiliza hasta el momento para trabajar las inecuaciones lineales, primero busca identificar durante las clases cuántos son los estudiantes que tienen complicaciones con la inecuación lineal, se logra identificar que es casi la mitad del curso, de ahí viene la pregunta de por qué presentan esta dificultad, luego la investigadora indaga en los séptimos básicos para saber si en ese nivel los estudiantes también presentan dificultades con respecto a la inecuación, en seguida se percata que ocurre algo similar, entonces se pregunta qué acción puede realizar en beneficio del aprendizaje de estos estudiantes, por lo cual nace la motivación de crear una propuesta didáctica diferente a la experimentada durante las clases, y luego de un proceso de reflexión y discusión en el contexto del estudio, se define la siguiente pregunta de investigación:

¿De qué manera una propuesta didáctica, puede ayudar a superar en niños de octavo año básico de un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, obstáculos en el aprendizaje relacionados con la interpretación de la solución de una inecuación lineal?

1.3. Objetivos generales y específicos

1.3.1. Objetivo General

Proponer una secuencia didáctica conducente a superar obstáculos relacionados con la interpretación de la solución de una inecuación lineal, en estudiantes de octavo básico de un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, acorde a una Metodología de Ingeniería Didáctica.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Identificar y caracterizar errores que presentan los estudiantes en la interpretación de la solución de una inecuación lineal.
- Generar un análisis preliminar sobre la enseñanza, el aprendizaje y los obstáculos involucrados en las inecuaciones lineales, en el contexto de una Ingeniería Didáctica.
- Diseñar e implementar una secuencia didáctica conducente a superar obstáculos en la interpretación de la solución de una inecuación lineal, en el contexto de una Ingeniería Didáctica.

1.4. Hipótesis o supuestos

Tomando en cuenta los antecedentes expuestos para el presente estudio, se espera que los tipos de errores que surjan por parte de los estudiantes estén relacionados con aspectos como: una lectura literal de los símbolos de desigualdad, dificultades asociadas a la solución gráfica, problemas para representar situaciones con expresiones algebraicas y dificultades para entender el concepto de desigualdad e inecuación.

En cuanto al análisis preliminar, se piensa que al explorar elementos de carácter histórico-epistemológicos vinculados a las desigualdades se encontrarán algunas evoluciones graduales de la notación simbólica de los símbolos de desigualdades y, en la dimensión didáctica, se supone que podrán distinguirse ciertos usos mecánicos para el tratamiento y resolución de las inecuaciones lineales que podrían estar influyendo en que se presenten errores como los analizados en los antecedentes empíricos presentados y otros que puedan develarse a partir de la investigación.

Con todo lo anterior, se espera que se podrá contar con los elementos necesarios para poder levantar de manera exitosa una propuesta didáctica que favorezca la superación de obstáculos, por parte de los estudiantes, en la interpretación de la solución de una inecuación lineal.

1.5. Justificación

Durante el proceso de práctica profesional, cuando la investigadora observaba las dificultades que presentaban los estudiantes de octavo año de enseñanza general básica, para graficar la solución de la inecuación lineal, fue naciendo la inquietud de abordar como problemática de Seminario de Grado, ya que pudo observar que estas dificultades podrían provocar en ellos y en el grupo curso un retraso en los contenidos curriculares siguientes, además de que se provocaba un “vacío” en este contenido. El cual, es muy importante en la vida cotidiana, ya que las inecuaciones están presentes en distintas circunstancias de la vida, por ejemplo, en el momento de ir a comprar a la feria las frutas y las verduras, se comparan valores monetarios para hacer un uso eficiente del dinero, en el momento de ir a buscar trabajo, o cuando se desea saber cuál oferta laboral es la más conveniente, o también por ejemplo, cuando se realizan distribuciones de un trozo de torta.

Esta investigación propone identificar los errores en la interpretación de la solución de la inecuación lineal y luego diseñar una propuesta didáctica con base en los resultados obtenidos, involucrando elementos pictóricos ya trabajados anteriormente con los estudiantes, cuidando que la propuesta didáctica utilice la metodología basada en lo concreto, pictórico y simbólico (COPISI), de forma que sean acorde a lo establecido actualmente por el Ministerio de Educación. Por lo tanto, el presente estudio resulta pertinente con las modalidades de enseñanza actuales que se proponen desde los lineamientos curriculares chilenos, “Representar: Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)” (Ministerio de Educación, 2016a, p. 118).

Se realiza esta investigación porque se considera que es importante que los estudiantes logren comprender, en el tiempo que recomienda el Ministerio de Educación, los conocimientos que deben aprender, se debe tener en cuenta que las desigualdades e inecuaciones son propuestas en las Bases Curriculares actuales desde primer año de enseñanza general básica, y por ello, esta propuesta didáctica busca que los estudiantes

relacionen las inecuaciones lineales en contextos de la vida cotidiana, para así alcanzar un aprendizaje significativo.

Además la investigadora evidenció por cuenta propia, que se presentaron atrasos en los contenidos curriculares, ya que gran parte del grupo curso, no manejaba los contenidos vistos en años anteriores, como la docente lo esperaba, por esto se repasaron contenidos anteriores, utilizando el tiempo planificado para el desarrollo de otros contenidos.

Debido a los constantes repasos, en octavo año de enseñanza general básica, no se logró cumplir con los Objetivos de Aprendizaje que estipula el Ministerio de Educación de Chile. La investigadora busca que con la propuesta didáctica los estudiantes comprendan a cabalidad las inecuaciones lineales.

1.6. Limitaciones

- En el establecimiento educacional en el cual se realizó la investigación se acepta la sugerencia de los planes y programas de estudio que es trabajar las inecuaciones con los estudiantes dentro del primer semestre escolar, sin embargo se produce un desplazamiento de los contenidos curriculares, en el cual se enseñan las ecuaciones al final del primer semestre y de vuelta de vacaciones de invierno, al comienzo del segundo semestre se enseñan las inecuaciones lineales, dejando de lado parte importante de estas mismas, ya que se debía avanzar en los contenidos, para cumplir con el 100% del currículum escolar.
- En un comienzo se trabaja con dos niveles educacionales; séptimo y octavo básico, sin embargo en el período de implementación de la propuesta didáctica, la profesora titular de estos niveles, no autoriza a realizar esta propuesta a los séptimos básicos, justificando que este nivel no prestará atención a la propuesta didáctica porque no conoce a la profesora y no lo considera conveniente para ellos, debido a esto se realiza la propuesta didáctica enfocada en los octavos básicos.
- En la propuesta didáctica que se desarrolló a lo largo de esta investigación, por razones de tiempo y de fuerza mayor, se realizó el levantamiento y la implementación de esta, quedando pendiente la validación interna.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Obstáculos en el aprendizaje

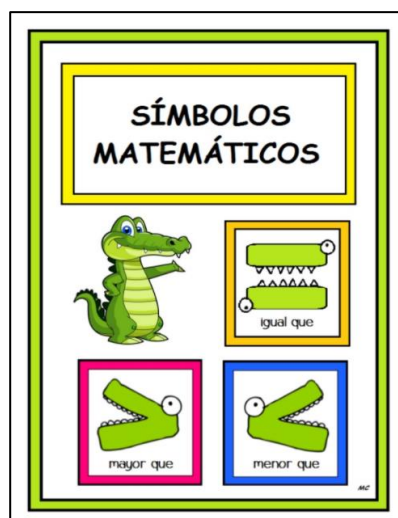
“Cuando las dificultades no se pueden superar, se convierten en obstáculos porque impiden avanzar en la construcción del nuevo conocimiento. Estos obstáculos pueden ser de tres tipos, según de donde provengan: ontogenéticos, epistemológicos y didácticos (Brousseau, 1989)” (Andrade, 2011, p. 1000).

Los obstáculos ontogenéticos tienen relación con la condición genética específica del estudiante y por ende no se pueden superar solo con la formación docente, como por ejemplo la inmadurez por parte del estudiante para aprender algún conocimiento. En lo que refiere a esta investigación no se encuentra presente este tipo de obstáculo, ya que según el Ministerio de Educación (2016) los estudiantes de séptimo y octavo básico, cumplen con todos los requisitos y requerimientos psicológicos y cognitivos que este contenido demanda.

Los obstáculos epistemológicos guardan relación con el propio concepto en sí, generalmente con la historia del concepto mismo, como por ejemplo la historia y el uso histórico de los símbolos de las desigualdades e inequaciones.

Los obstáculos didácticos provienen de los métodos didácticos que se eligen para establecer la situación de enseñanza, es decir, guarda una estrecha relación con la elección que hace el profesor de la metodología para enseñar un concepto a sus estudiantes, como por ejemplo, la enseñanza de las desigualdades por medio de una representación gráfica de un “pollito o un cocodrilo”, donde, la boca de estos hace referencia al signo, y el concepto que se enseña es que “la boca del grande para el mayor”, aunque este método parezca efectivo, se ha observado que lleva a la confusión debido a que si consideramos que $a > b$, se puede interpretar con la metodología del “pollito o cocodrilo” que b es más grande y que se está comiendo al a , considerando a menor, lo que conduciría a un error por una dificultad en la comprensión del concepto por la metodología aplicada.

Imagen n°5: Símbolos matemáticos representados a través de un cocodrilo.



Fuente: Cruz 2014, SlideShare

Imagen n°6: Ejemplo de error al utilizar la metodología del “cocodrilo”.



Fuente: Yolanda 2015, Blogspot

En la imagen n°5 se pueden observar los símbolos matemáticos trabajados bajo la metodología del cocodrilo, y en la imagen n°6 se observa un error de un estudiante cuando utiliza esta metodología, al producirse la confusión de que el más grande, se come al más pequeño.

2.2. Análisis preliminar de las inecuaciones lineales

Se puede sistematizar que en un *análisis preliminar*² se deben distinguir tres dimensiones; la dimensión epistemológica asociada al saber, la dimensión didáctica vinculada a las características de la enseñanza y la dimensión cognitiva relacionada al público al cual se dirige la enseñanza.

A continuación, se realiza un análisis de la dimensión epistemológica y la dimensión didáctica relacionándola con el tema central que son las inecuaciones lineales.

2.2.1. Dimensión Epistemológica

En lo que refiere al punto de vista histórico, en primera instancia se presentan las diferentes definiciones que se dan a las inecuaciones en algunos trabajos, libros e investigaciones. En seguida se presenta la historia de la creación de los símbolos de las desigualdades e inecuaciones y se finaliza mostrando las propiedades de estas mismas.

Monsalve (2015) cree que las inecuaciones se originaron poco después de las ecuaciones, alrededor del 1700 a.c -1700 d.c, ya que surgió un problema en donde su respuesta no era una sola, sino que podía considerar un grupo de números.

Uno de los libros que se utiliza frecuentemente en matemática es el libro de álgebra de Baldor (1980), el cual presenta la siguiente definición para desigualdad e inecuación: “Desigualdad es una expresión que indica que una cantidad es mayor o menor que otra” (p.276). Y considera que “Una inecuación es una desigualdad en la que hay una o más cantidades desconocidas (incógnitas) y que sólo se verifica para determinados valores de las incógnitas. Las inecuaciones se llaman también desigualdades de condición” (p.279).

Por su parte el Portal Educativo (2014) señala que una inecuación “Es una expresión que indica que una es mayor o menor que otra. En estas expresiones se utilizan signos como: Mayor que ($>$), Menor que ($<$), Mayor o igual que (\geq) y Menor o igual que (\leq)” Actividad N°783.

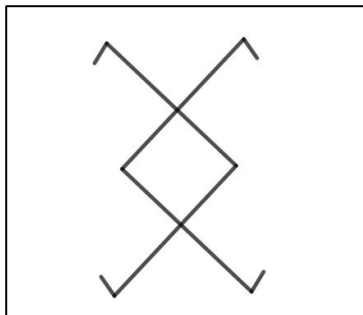
² Forma parte de un diseño de investigación propio de la Ingeniería Didáctica, que se toma como referente metodológico para realizar el presente estudio (más detalles de esta metodología se presentan en la sección 3.1.3.)

El Centro de Recursos para el Aprendizaje (CRA), propone en su catálogo la utilización del libro Álgebra de Carreño (2002), este libro señala que: “Una relación entre números o letras que representan números en que se usan signos $<$, $>$, \leq o \geq se llama desigualdad” (p.89) y señala que “Cuando una desigualdad presenta una incógnita se denomina inecuación y su valor de verdad (verdadero o falso) dependerá del valor que le asignemos a la incógnita” (p.89)

Los símbolos de las desigualdades e inecuaciones que se utilizan en la actualidad, se introdujeron por primera vez por el matemático Inglés Thomas Harriot (1560 – 1621) en su trabajo “Artis Analyticae Praxis”, considerando “ $>$ ” para indicar “mayor que” y “ $<$ ” para indicar “menor que” (WikiMatemática, 2012).

Johnson, (citado en Bernardis, Nitti, & Scaglia, 2017) comenta que Harriot fue inspirado por un símbolo (ver imagen n°7) que vio en el brazo de una nativo americano, para “inventar” los símbolos de las desigualdades.

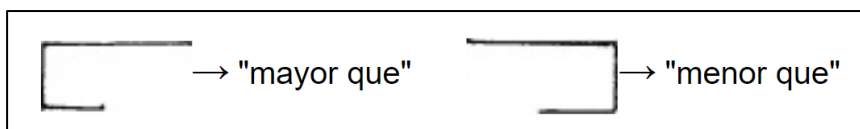
Imagen n°7: Insignia que da origen a los símbolos



Fuente: Bernardis 2017, Revista Educación matemática

Muchos matemáticos no aceptaron este símbolo, ya que según (WikiMatemática, 2012) estos preferían los símbolos (ver imagen n°8), creados por William Oughtred (1574 – 1660).

Imagen n°8: Símbolos utilizados antiguamente



Fuente: WikiMatemática 2012

Bernardis, Nitti, & Scaglia (2017) indican que en 1734 el francés Pierre Bouguer (1698 – 1758) invento los símbolos \leq y \geq .

En el siguiente apartado, se muestran las propiedades de las desigualdades que se deben tener presente para desarrollar inecuaciones. Las propiedades se presentan con el símbolo $<$, sin embargo, son válidas para $>$, \leq y \geq .

1. Al sumar una misma cantidad en ambos miembros de una desigualdad, la desigualdad se mantiene

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$$

2. Al restar una misma cantidad en ambos miembros de una desigualdad, la desigualdad se mantiene

$$a < b \Leftrightarrow a - c < b - c$$

3. Al multiplicar o dividir una desigualdad por una cantidad **mayor que cero**, la desigualdad se mantiene

$$a < b \Leftrightarrow ac < bc \quad c > 0$$

$$a < b \Leftrightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \quad c > 0$$

4. Al multiplicar o dividir una desigualdad por una cantidad **menor que cero**, la desigualdad se invierte

$$a < b \Leftrightarrow ac > bc \quad c < 0$$

$$a < b \Leftrightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad c < 0$$

5. Al invertir ambos miembros de una desigualdad, ésta cambia de signo

$$0 < a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

6. Al elevar a la misma potencia ambos miembros de una desigualdad, ésta se mantiene

$$0 < a < b \Rightarrow a^n < b^n \quad n \in \mathbb{R}^+$$

7. Al sumar miembro a miembro desigualdades del mismo signo, la desigualdad se mantiene

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ c < d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c < b + d$$

8. La regla de los signos para el producto se expresa en términos de desigualdad así

$$a > 0 \wedge b > 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$$

$$a < 0 \wedge b < 0 \Rightarrow a \cdot b > 0$$

$$a > 0 \wedge b < 0 \Rightarrow a \cdot b < 0$$

(Carreño & Cruz, 2002, p.90 y 91)

2.2.2. Dimensión Didáctica

Al analizar los planes, programas y textos escolares propuestos por el MINEDUC, se pudo identificar que el contenido de Inecuaciones lineales se aborda explícitamente en séptimo y octavo año de enseñanza general básica, en tanto que de primero a sexto año de enseñanza general básica se trabajan las desigualdades e inecuaciones de manera gradual.

De esta manera se muestra en primer lugar lo que concierne al tratamiento de las desigualdades desde primero hasta sexto básico, para seguir con lo que se plantea en los planes y programas de séptimo y octavo básico, y finalmente, con los textos de los estudiante de estos mismos niveles educacionales. Los textos que se analizan son los que se utilizan en el establecimiento en el cual se realiza esta investigación.

2.2.2.1. Tratamiento de las desigualdades de primero a sexto básico

Primero y segundo año de enseñanza general básica

En lo que concierne a las inecuaciones las Bases Curriculares (2012), señalan que los estudiantes de primero y segundo año de enseñanza general básica, deben ser capaces de:

- Resolver problemas aplicando diversas estrategias y comprobar enunciados.
- Argumentar y comunicar situaciones de la vida cotidiana.
- Modelar y representar enunciados utilizando representaciones pictóricas, que involucren sumas, restas y orden de cantidades.

Las desigualdades e inecuaciones se trabajan de forma progresiva, primero se ordenan números de menor a mayor y/o viceversa, luego se describen y registran, igualdades como equilibrio y desigualdades como desequilibrio, para después incluir en estos registros el “...símbolo igual (=) y los símbolos no igual (>, <)” (Bases Curriculares, 2012, p.104) usando material concreto, de manera manual y/o por medio de software educativo.

Tercer, cuarto y quinto año de enseñanza general básica

En lo que se refiere a estos niveles educacionales, las Bases Curriculares (2012) indican que los estudiantes deben ser capaces de:

- Resolver problemas aplicando diversas estrategias, comprobar y comunicar una solución.
- Modelar acciones y situaciones de la vida cotidiana a partir de representaciones pictóricas.
- Utilizar formas de representación adecuadas, con un lenguaje técnico específico y con los símbolos matemáticos correctos.
- Transferir situaciones de un nivel de representación a otro.

A las desigualdades e inecuaciones se les da un tratamiento paulatino, en el que se comparan y ordenan números naturales, utilizando la recta numérica, luego se resuelven ecuaciones, que involucran adiciones y sustracciones y un símbolo que representa un número desconocido, se sigue con la resolución de inecuaciones, y la resolución de problemas usando las ecuaciones y las inecuaciones, para finalizar comprobando los resultados obtenidos en forma pictórica y simbólica, de manera manual y/o por medio de software educativo.

Sexto año de enseñanza general básica

Según las Bases Curriculares (2012) los estudiantes de sexto año básico deben ser capaces de:

- Argumentar y comunicar de manera escrita y verbal, procesos y razonamientos con términos matemáticos pertinentes.
- Modelar y representar matemáticamente situaciones cotidianas, usando simbología matemática.

- Traducir expresiones verbales a lenguaje matemático y/o viceversa.

En las desigualdades e inecuaciones se busca que los estudiantes pasen de una representación pictórica, usando material concreto, a una representación simbólica, ellos resuelven ecuaciones de primer grado con una incógnita, aplicando procedimientos formales de resolución.

2.2.2.2. Planes y programas de 7° y 8° año de enseñanza general básica.

En los siguientes párrafos se muestra lo que el Ministerio de Educación espera que los estudiantes comprendan dentro del eje de Álgebra y funciones desde séptimo año de enseñanza general básica hasta segundo año de enseñanza media.

Álgebra y funciones

En este eje, se espera que los estudiantes comprendan la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece. Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas, y que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los estudiantes aprendan a reconocer modelos y ampliarlos, y desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.

Los aprendizajes en Álgebra y Funciones se relacionan fuertemente con el eje de números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá que los estudiantes comprendan y desarrollen conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores, y fortalezcan los adquiridos en el ciclo anterior. Se espera que, al final de este período, comprendan y manipulen expresiones algebraicas sencillas, y establezcan relaciones entre estas expresiones mediante ecuaciones o inecuaciones. Especialmente, se pretende que puedan usar metáforas para interiorizarse del concepto de función y como utilizarla para manipular, modelar y encontrara

soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado. Se espera que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que sean capaces de justificar su proceder; que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas; que comprendan las funciones lineales, las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas con ellas. (Ministerio de Educación, 2016, p. 40)

La investigadora observa que, en lo que concierne a las inecuaciones lineales, se pretende que estos estudiantes establezcan relaciones utilizando las expresiones algebraicas, que expresen y apliquen las desigualdades lineales, orientándose en la resolución de problemas.

Se aprecia la intensión de dar un tratamiento balanceado entre las ecuaciones, las inecuaciones y las funciones lineales, en donde se logren desarrollar diversas actividades con el fin de modelar, resolver, ampliar y probar su proceder.

En el siguiente apartado se presenta un listado de las habilidades que en los textos actuales, Bases curriculares (2015) y Ministerio de Educación (2016a y 2016b) se espera que los estudiantes de séptimo y octavo año de enseñanza general básica sean capaces de alcanzar al trabajar en la unidad N°2.

Habilidades

- Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
- Explicar y fundamentar:
 - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
 - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales.

- Evaluar la pertinencia de modelos:
 - En relación con el problema presentado.
 - Considerando sus limitaciones.
- Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (Ministerio de Educación, 2016, p.99)

En cuanto a las inecuaciones lineales, ya no se trata de resolver ejercicios, sino que de resolver problemas en un contexto dado, los estudiantes deben ser capaces de, seleccionar y aplicar procedimientos y estrategias adecuadas en la resolución de estos, además se busca que transiten desde lo concreto hacia lo simbólico, por medio de su propia creación, para que así se pueda desarrollar un aprendizaje significativo. El estudiante debe ser capaz de comprobar resultados, relacionar distintos niveles de representación, seleccionar modelos lineales y comunicar y explicar de manera clara los procedimientos realizados, considerando las propiedades y modelos elegidos en la resolución de los problemas.

El Ministerio de Educación (2016a) sugiere que en séptimo año de enseñanza general básica las inecuaciones lineales se trabajen durante el primer semestre del año académico, dentro de la Unidad N°2, en la que se requieren de 54 horas pedagógicas para su correcto desarrollo.

En el siguiente apartado se presentan los Objetivos de Aprendizaje que el Ministerio de Educación (2016a) espera que sean capaces de lograr los estudiantes de séptimo básico al trabajar en la unidad N°2.

Objetivos de Aprendizaje

OA 6

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

OA 7

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma $ax + by + cz$ ($a, b, c \in Z$).

OA 8

Demostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- Graficando los valores de la tabla.
- Explicando las características de la gráfica.
- Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

- $ax = b; \frac{x}{a} = b$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}; a \neq 0$)
- $ax < b; ax > b; \frac{x}{a} < b; \frac{x}{a} > b$ (a, b y $c \in \mathbb{N}; a \neq 0$).

(Ministerio de Educación, 2016a, p. 55)

Con respecto al presente estudio, se aborda solo el Objetivo de Aprendizaje N°9, en el cual los estudiantes deben **modelar y resolver problemas** que involucren las ecuaciones e inecuaciones lineales. Cuando se trata de modelar inecuaciones lineales se pretende que los estudiantes representen situaciones de la vida diaria, que se puedan modelar por medio de una inecuación lineal. En cuanto a la resolución de problemas, los estudiantes deben ser capaces de aplicar diversas transformaciones algebraicas, para así llegar a un resultado que se debe interpretar y representar a través de la recta numérica.

Si bien es cierto el Ministerio de Educación sugiere un tiempo estimado para la realización de este Objetivo de Aprendizaje, la investigadora piensa que durante ese tiempo los estudiantes solo van a modelar y resolver inecuaciones lineales, sin comprender el por qué se deben realizar, ni con qué fin se generan las inecuaciones lineales, además no se aprecia un tratamiento de estas en una relación directa con las desigualdades, vale decir, se quiere que los estudiantes trabajen las inecuaciones lineales de un modo más estandarizado, en el cual se apliquen propiedades, para su desarrollo.

En octavo año de enseñanza general básica el Ministerio de Educación (2016b) al igual que en séptimo básico, sugiere que las ecuaciones lineales se aborden en el primer semestre del año académico, dentro de la Unidad N°2, donde se requiere de 69 horas pedagógicas para su correcto desarrollo.

En el siguiente apartado se presentan los Objetivos de Aprendizaje que el Ministerio de Educación (2016b) espera que sean capaces de lograr los estudiantes de octavo básico al trabajar en la unidad N°2.

Objetivos de Aprendizaje

OA 6

Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas:

- Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- Determinando formas factorizadas.

OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- Utilizando tablas.
- Usando metáforas de máquinas.
- Estableciendo reglas entre x e y.
- Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagrama de Venn), de manera manual y/o con software educativo.

OA 8

Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

- $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $\frac{x}{a} + b = c$;
- $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$ ($a, b, c, d, e \in Q$).

OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- Relacionándola con el interés simple.
- Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. (Ministerio de Educación, 2016b, p. 56)

Dentro de estos objetivos de aprendizaje, los más significativos para el presente estudio son el **OA 6** y el **OA 9**, debido a que en el primero se abordan las operaciones de las expresiones algebraicas, siendo estas operaciones una parte muy importante para el correcto desarrollo de las inecuaciones lineales, ya que si los estudiantes no comprenden cómo se desarrollan las operaciones de expresiones algebraicas, les será muy difícil el poder resolver y dar solución a una inecuación lineal. Se debe mencionar que es en séptimo básico donde se trabajan las expresiones algebraicas y en octavo se aplican esos aprendizajes.

En tanto al segundo Objetivo de Aprendizaje se refiere a resolver inecuaciones lineales, ampliando el ámbito numérico de los números enteros a los números racionales, en este objetivo los estudiantes deben representar las soluciones de las inecuaciones lineales de manera gráfica y simbólica.

En lo que refiere a las operaciones con expresiones algebraicas se espera que los estudiantes comprendan estas operaciones a través de la representación de perímetros y áreas de figuras en 2D que se utilizan en la vida diaria, vinculando así estas representaciones con algunas formas de factorización, todo esto se lleva a cabo con el

fin de que se logren desarrollar y reducir términos algebraicos, para finalmente relacionar por medio de las operaciones algebraicas el desarrollo de las inecuaciones lineales, en las cuales se requiere que los estudiantes sean capaces de representar estas mismas en una balanza, debido a que se puede apreciar el desequilibrio.

Además de representar las inecuaciones lineales en una balanza, se requiere representarlas en la recta numérica, en donde se puede apreciar gráficamente y se puede verificar una comparación con respecto a una transformación algebraica realizada.

2.2.2.3. Texto del estudiante de 7° básico

En el texto del estudiante de 7° año básico de Ediciones SM Chile del 2017, se trabaja el contenido de inecuaciones lineales en el primer semestre, en la unidad N°2, correspondiente al eje temático de Álgebra y relaciones proporcionales, esta unidad se divide en 2 secciones; la sección de álgebra y la sección de relaciones proporcionales. Se presenta el índice del texto de estudio, con la intención de presentar el detalle de la sección 4, en donde se encuentra el contenido de inecuaciones lineales de la lección 18 a la lección 19.

Imagen n°9: Índice Unidad n°2

Unidad 2	Álgebra y relaciones proporcionales	100
Sección 4	Álgebra	102
	¿Qué debo saber?.....	104
	Lección 15 ¿Cómo representar cantidades con lenguaje algebraico?.....	106
	Lección 16 ¿Cómo reducir términos semejantes?.....	110
	Lección 17 ¿Cómo resolver ecuaciones?.....	114
	Lección 18 ¿Cómo resolver inecuaciones?.....	120
	Lección 19 ¿Cómo resolver problemas con ecuaciones e inecuaciones?.....	124
	Mural: ¿Quién hace la mejor toma?.....	130
	¿Cómo voy?.....	132
	Resolución de problemas.....	134
	Vuelvo a mis procesos.....	135
Sección 5	Relaciones proporcionales	136

Fuente: Merino 2017, Texto del estudiante de 7° básico

Según Merino, Muñoz, Pérez & Rupin (2017), se espera que los estudiantes en esta sección logren “Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas en la comprensión de la realidad.” En cuanto a lo que concierne a la lección 18 el propósito es “Resolver inecuaciones y representar sus soluciones.”

Al inicio de la lección 18 se presenta la situación 1, en donde los estudiantes deben resolver una inecuación. Para esto se les enseña la situación de una grúa, en donde se especifica que para que esta grúa pueda elevar materiales, debe tener un contra peso.

Imagen n°10: ¿Cómo resolver inecuaciones?


¿Cómo resolver inecuaciones?

Situación 1 Representar inecuaciones en la balanza

La pluma es un tipo de grúa utilizada en la construcción, que permite elevar materiales (cemento, fierros, etc.) a grandes alturas. A un lado de la pluma debe colocarse un contrapeso, es decir, un peso que permita mantener la fuerza que la pluma va a ejercer.

Jorge maneja una grúa pluma que solo puede elevar pesos menores al de su contrapeso. Para elevar 17 toneladas, puso en el contrapeso 3 barras de hormigón de igual masa, atadas con una cadena de 2 toneladas.

¿Cuál es la masa mínima de cada barra de hormigón?



Fuente: Merino 2017, Texto del estudiante de 7° básico

La investigadora se da cuenta que en primera instancia los estudiantes de inmediato deben resolver inecuaciones lineales, y no existe un momento en el cual primero se les presenten estas inecuaciones, donde ellos puedan conocerlas, analizarlas y así de forma autónoma llegar a alguna conclusión al respecto.

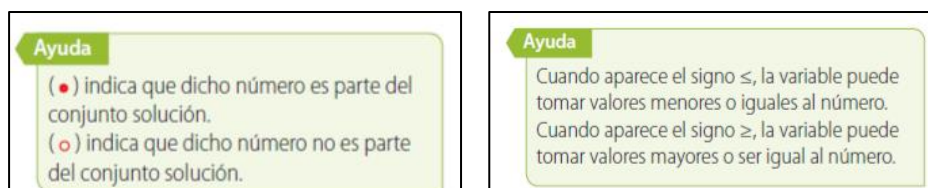
En un costado del texto de estudio, en forma paralela a la situación 1, se muestran cuatro propiedades para el desarrollo de una inecuación; la primera propiedad *Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$* , la segunda *Si $a < b$, entonces $a - c < b - c$* , la tercera propiedad *Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a * c < b * c$* y la cuarta y última propiedad *Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a : c < b : c$* .

Una vez que se terminan de mencionar estas propiedades Merino, Muñoz, Pérez & Rupin (2017) afirman “Resolver una inecuación consiste en determinar un conjunto de valores de la incógnita que satisfacen la desigualdad” (p. 120).

Hasta el momento la investigadora observa que el tratamiento que se le da a la inecuación lineal es de forma sistemática, en donde se les presentan las propiedades a los estudiantes y ellos prácticamente deben memorizarlas, para luego aplicarlas y determinar el conjunto de valores que satisfacen la desigualdad. No se aprecia que exista un momento en el cual, los estudiantes puedan llegar a inferir estas propiedades a través de algún problema, antes de que sean presentadas por el texto en cuestión.

Se sigue esta misma lección con la situación 2, en la cual se pretende que los estudiantes representen la solución de $4x \leq 8$ en la recta numérica, se les guía a desarrollar esta inecuación a través de las propiedades mencionadas anteriormente, luego ubicar el resultado en la recta numérica y marcar con una línea el rango deseado. De forma paralela al desarrollo de esta inecuación el texto presenta ayudas, de forma que los estudiantes puedan desarrollar de mejor manera las actividades.

Imagen n°11: Ayuda para resolver inecuaciones lineales



Fuente: Merino 2017, Texto del estudiante de 7° básico

En la imagen n°11 se muestra una ayuda al respecto de cuando el resultado del desarrollo de la inecuación se encuentra incluida en el conjunto solución y cuando no se encuentra incluida en el conjunto solución, además se hace alusión a los símbolos \leq y \geq , aquí es donde la investigadora aprecia que los símbolos tienen una lectura literal, en la cual se acostumbra a leerlos de la misma forma en la que se escriben, de izquierda a derecha, y no así de derecha a izquierda, como una forma no tradicional.


En esta parte la investigadora se percata de que se produce un obstáculo en el aprendizaje con lo que señala el texto de estudio, ya que en este se indica que cuando aparece el símbolo \leq , la variable puede tomar valores menores o iguales al número, pero esto se cumple solo si la variable está ubicada al costado izquierdo del signo, ya que cuando se ubica la variable al costado derecho, cambia la lectura del signo, esta puede tomar valores mayores o iguales al número.

La lección 18 finaliza con una serie de actividades en donde los estudiantes deben practicar la resolución de inecuaciones a través de la balanza y a través de recta numérica.

El texto de estudio sigue su curso con la lección 19, en la cual el propósito es “Plantear y resolver problemas que se modelan con ecuaciones o inecuaciones” (Merino, Muñoz, Pérez & Rupin, 2017, p. 124)

En esta lección el texto de estudio presenta tres situaciones en las cuales se trabaja con las ecuaciones e inecuaciones lineales. Siendo así la situación 1 y la situación 2 las que incitan a los estudiantes a modelar una ecuación y una inecuación respectivamente.

Imagen n°12: Modelar situaciones con ecuaciones


 **Situación 1 Modelar situaciones con ecuaciones**

Margarita está encargada de organizar la fiesta de graduación de su curso. Le ofrecen un local cuyo arriendo es de \$ 300 000 y además se cobra un monto por persona. En el curso de Margarita hay 25 alumnos y cada uno asistirá con una pareja que no es del curso.

¿Cuál es el monto a pagar por persona si el costo total es de \$ 700 000?

Fuente: Merino 2017, Texto del estudiante de 7° básico

Imagen n°13: Modelar situaciones con inecuaciones

 **Situación 2 Modelar situaciones con inecuaciones**

El curso de Héctor decidió realizar su fiesta en el mismo lugar del caso anterior. Cuando han reunido \$ 675 000, un estudiante advierte que ya han sobrepasado el monto que necesitan.

¿Cuántos estudiantes puede tener el curso de Héctor?

Fuente: Merino 2017, Texto del estudiante de 7° básico

Debido al tema del presente estudio es que se presenta la situación 2, descrita en la imagen n°13, donde se busca responder cuantos estudiantes puede tener el curso.

Para responder a esta pregunta, lo primero que se propone en el texto de estudio es identificar las variables, considerando que el costo por persona es el obtenido en la situación 1. Una vez que se identifican los datos se traducen al lenguaje algebraico, generando así una inecuación lineal, para luego desarrollarla y obtener un valor que pueda tomar la incógnita. Cuando se tiene la inecuación desarrollada, se procede a

comprobarla con algunos valores numéricos que satisfacen esta desigualdad, como último paso para brindar una respuesta completa a esta situación es considerar que lo que se pregunta es por una cantidad de personas, y esta cantidad no puede ser un valor racional, sino que debe ser un valor natural.

Se observa que se presenta el desarrollo de las inecuaciones lineales, de una forma un tanto tradicional, en donde los estudiantes deben aprender una serie de pasos para poder resolver estas, aquí es donde los estudiantes que no logran aprender esta serie de procedimientos no pueden seguir con el aprendizaje de nuevos contenidos, ya que se produce un quiebre en la línea de los aprendizajes, por lo que se busca una forma distinta de enseñanza, en comparación a los procedimientos tradicionales.

Esta lección culmina con una serie de ejercicios, donde primero se busca que los estudiantes repasen algunos contenidos, para luego aplicar los procedimientos aprendidos en la resolución de las inecuaciones lineales.

2.2.2.4. Texto del estudiante de 8° básico

En el texto del estudiante de 8° año básico de Ediciones SM Chile del 2017, se trabaja el contenido de inecuaciones lineales en la unidad N°2, dentro del primer semestre educacional, correspondiente al eje de Álgebra y funciones, esta unidad se encuentra dividida en 3 secciones; la sección de expresiones algebraicas, seguida de la sección de ecuaciones e inecuaciones y finalmente se encuentra la sección de función lineal y función afín.

A continuación, se muestra el índice del texto de estudio de octavo básico, con el propósito de mostrar el detalle de las lecciones de la Unidad N°2, ya que en esta unidad se aborda el contenido de inecuaciones lineales.

Imagen n°14: Índice Unidad N°2

Unidad 2	Álgebra y funciones	96
Sección 4	Expresiones algebraicas	98
	¿Qué debo saber?	100
	Lección 15 ¿Qué representa una expresión algebraica?	102
	Lección 16 ¿Cómo multiplicar expresiones algebraicas?	106
	Lección 17 ¿Cómo factorizar expresiones algebraicas?	110
	Mural	114
	¿Cómo voy?	116
	Resolución de problemas	118
	Vuelvo a mis procesos	119
Sección 5	Ecuaciones e inecuaciones	120
	¿Qué debo saber?	122
	Lección 18 ¿Cómo modelar situaciones con ecuaciones?	124
	Lección 19 ¿Cómo resolver ecuaciones?	128
	Lección 20 ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?	132
	Lección 21 ¿Cómo representar la solución de una inecuación?	136
	Mural	138
	Lección 22 ¿Cómo resolver inecuaciones?	140
	¿Cómo voy?	146
	Resolución de problemas	148
	Vuelvo a mis procesos	149

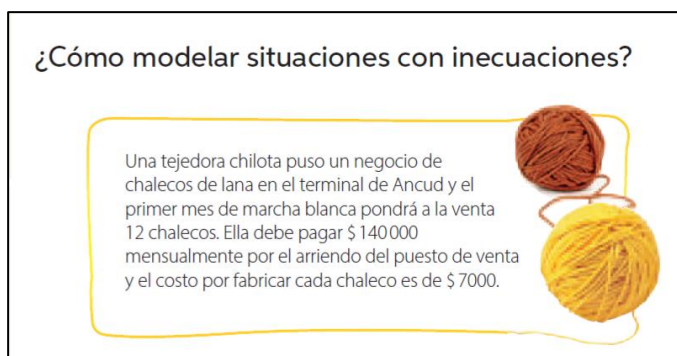
Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

La investigación que se lleva a cabo se centra en la sección 5 de ecuaciones e inecuaciones, abordando así la lección 20, la lección 21 y la lección 22 incorporadas dentro de la misma sección.

En esta sección se busca que los estudiantes logren “Mostrar una actitud crítica al evaluar información matemática.”, mientras que el propósito de la lección 20 es “Modelar situaciones usando inecuaciones lineales” (Catalán, Pérez, Prieto & Rupin, 2017, p. 120 y 132).

Al comienzo de esta lección se presenta la siguiente situación:

Imagen n°15: ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?



Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

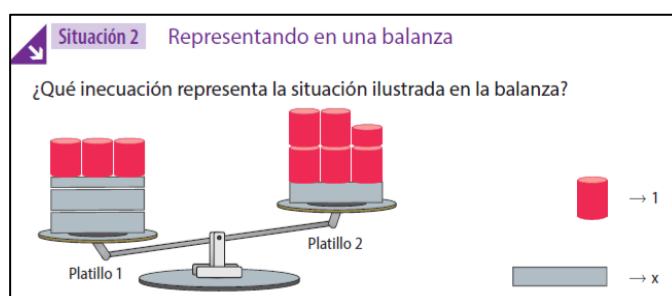
Con esta situación se pretende que los estudiantes modelen una condición en la cual la tejedora, pueda **asegurar** una ganancia económica a partir de la venta de los chalecos.

Para desarrollar esta situación el texto sugiere representar la situación en la recta numérica, para que así los estudiantes ubiquen en la recta la ganancia de cada uno de los chalecos, luego se obtiene la ganancia de todos los chalecos y finalmente se pretende identificar que la ganancia de los 12 chalecos debe **ser mayor** que el costo de arriendo del puesto de venta.

En esta parte, como se mencionó anteriormente, solo se pretende que los estudiantes modelen una condición para interpretar la situación prescrita, aquí es donde surge la interrogante de que si los estudiantes logran comprender lo que se está realizando, ya que no existe alguna actividad en la cual ellos puedan argumentar con sus propias palabras, de cómo la tejedora se podrá dar cuenta que si la venta de los chalecos le asegure obtener alguna ganancia económica.

En la página 133 se presenta la situación 2 (ver imagen n°16), la cual sugiere el desarrollo de esta misma a partir de una balanza.

Imagen n°16: Representación en una balanza



Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

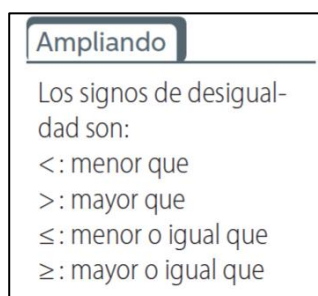
Aquí se trabaja directamente con las inecuaciones, ya que se pide que los estudiantes puedan separar esta balanza en dos lados, el lado izquierdo y el lado derecho; para que así se identifique la cantidad de bloques correspondiente a cada lado. De forma paralela en el texto de estudio, en el costado derecho, se presentan las siguientes preguntas:

“¿Qué ocurriría si sacaras un cilindro rojo de cada platillo? ¿Se mantendría la inclinación de la balanza? ¿Y si agregas un cilindro a cada platillo, qué ocurriría?” (Catalán, Pérez, Prieto & Rupin, 2017, p. 133).

Para seguir con el desarrollo de esta situación, se pide que los estudiantes escriban la cantidad de bloques correspondientes a cada lado como una expresión algebraica, para que luego se puedan comparar estas expresiones, y determinar hacia qué lado está más inclinada la balanza. Así finalmente se puede escribir la inecuación que representa la situación descrita anteriormente.

En el texto de estudio se va guiando a los estudiantes, dando ayudas, haciendo recuerdos, ampliando contenidos y realizando preguntas a un costado de las actividades.

Imagen n°17: Signos de desigualdad



Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

Uno de estos ampliando contenidos es el que se aprecia en la imagen n°17, en la cual se presentan los signos de las desigualdades, la investigadora por una parte está de acuerdo con que se exponga esta información, pero por otra parte observa una contradicción, ya que se manifiesta por ejemplo que el símbolo $<$ tiene solo una lectura, en este caso, el objeto que se ubique al costado izquierdo será menor al objeto que se ubique al costado derecho, sin embargo no se aprecia la lectura y comprensión de la desigualdad desde la derecha hacia la izquierda.

El texto de estudio sigue su curso presentando una serie de ejercicios para practicar lo aprendido, donde la primera parte es un repaso y la segunda es una práctica guiada, todos los ejercicios propuestos trabajan las desigualdades e inecuaciones con una lectura de izquierda a derecha.

El propósito de la lección 21 es “Representar inecuaciones lineales” (Catalán, Pérez, Prieto & Rupin, 2017, p. 136).

Para que este propósito se lleve a cabo, el texto presenta tres situaciones en las cuales se muestra una inecuación lineal, y se pide a los estudiantes representarla en la recta numérica. El texto indica que lo primero que deben hacer los estudiantes es ubicar los números pedidos en la recta numérica y luego dibujar flechas desde esos mismos números apuntando el sentido que indica la desigualdad.

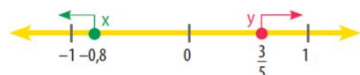
Imagen n°18: Representando desigualdades en la recta numérica

Situación 2 Representando desigualdades no estrictas en la recta numérica

¿Cómo puedes representar las desigualdades $x \leq -0,8$ e $y \geq \frac{3}{5}$?

Paso 1 Ubica los números $-0,8$ y $\frac{3}{5}$ en la recta numérica.

Paso 2 Dibuja flechas desde la posiciones definidas en el paso 1 (incluyendo los puntos), apuntando en los sentidos que te indiquen los signos de desigualdad.



Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

En la imagen n°18 se muestra la situación 2 con los pasos a seguir, para la realización de la representación gráfica de la inecuación lineal.

Se observa que en el paso 2 se pide dibujar flechas apuntando el sentido que se indica en el símbolo de la desigualdad, sin embargo esto es solo válido cuando la incógnita está al costado izquierdo del signo, por ejemplo en $x < 4$, la flecha se dibuja hacia el lado izquierdo, ya que la incógnita puede tomar cualquier valor menor a 4, pero qué ocurre si al estudiante se le presenta la misma inecuación escrita de otra forma, como por ejemplo $4 > x$, según lo que el texto de estudio propone, la investigadora supone que el estudiante debe ubicar el 4 en la recta numérica y dibujar la flecha en el sentido que indica el símbolo, en este caso es $>$, por lo que la flecha debe estar hacia la derecha.

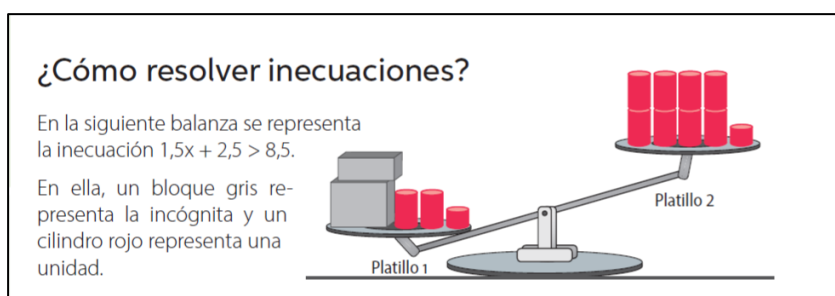
Se evidencia que si los estudiantes siguen los pasos que se indican el texto de estudio, se produce una contradicción al realizar el mismo ejemplo, escrito de otra forma, porque en un caso la flecha queda hacia la izquierda, y en el otro caso la flecha queda hacia la derecha.

De la misma manera en la cual se cierra la lección 20, se cierra la lección 21, con una serie de ejercicios más bien rutinarios, en donde se aplica lo visto anteriormente en la recta numérica, y no se aprecia ningún ejercicio en el cual la incógnita este al costado derecho.

La última lección de esta sección es la 22, en la cual el propósito es “Resolver inecuaciones lineales” (Catalán, Pérez, Prieto & Rupin, 2017, p. 140).

Como una manera en la cual se cumpla este propósito, el texto presenta variadas situaciones, en donde se busca que los estudiantes resuelvan inecuaciones a través de las balanzas y a través del álgebra, es decir, desde el registro pictórico al abstracto.

Imagen n°19: ¿Cómo resolver inecuaciones?



Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

En la imagen n°19 se muestra la situación N°1 de la página 140, en donde se resuelve la siguiente inecuación, $1,5X + 2,5 > 8,5$ a través del uso de las balanzas.

Para desarrollar esta situación, en el texto de estudio se especifica que los bloques de color gris representan la incógnita y los cilindros de color rojo representan una unidad.

En el texto se guía a los estudiantes para que se pueda dar una solución a este problema, en este caso se debe aislar la incógnita a uno de los lados de la inecuación y determinar su intervalo solución. A un costado del desarrollo de este ejercicio se muestran diferentes ayudas, que sirven para recordar contenidos y por lo demás a guiar a los estudiantes en su desarrollo de los ejercicios.

Imagen n°20: Propiedades de las desigualdades

Ampliando

Algunas propiedades de las desigualdades que mantienen el sentido de su signo son:

- Sumar un número c o restar un número d a ambos lados:
 $a < b$

$+c$	$-d$
$a + c < b + c$	$a - d < b - d$

- Multiplicar por un número positivo c o dividir por un número positivo d a ambos lados:
 $a > b$

$\cdot c$	$:d$
$a \cdot c > b \cdot c$	$a : d > b : d$

Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

En la imagen n°20 se les recuerda a los estudiantes las propiedades que mantienen el sentido del signo de la desigualdad, con respecto a esta imagen se observa que se da el mismo tratamiento a las incógnitas ubicadas en el costado derecho como a las incógnitas ubicadas en el costado izquierdo, estas propiedades se pueden aprovechar, para realizar una comparación en la recta numérica, para que así los estudiantes logren comprender lo que sucede tanto en la forma algebraica, como en la forma gráfica.

Imagen n°21: Resolviendo algebraicamente una inecuación

Situación 3 Resolviendo algebraicamente una inecuación

¿Cuál es la solución de la inecuación $\frac{1}{2}x - \frac{2}{5} \leq -0,3$?

Para resolver la inecuación aplicaremos transformaciones similares a las que se ocuparon para resolver ecuaciones. Antes, transformaremos el número decimal en fracción, para trabajar solo con fracciones. Como $-0,3$ equivale a $-\frac{3}{10}$, la inecuación se puede reescribir como $\frac{1}{2}x - \frac{2}{5} \leq -\frac{3}{10}$.

Paso 1 Suma $\frac{2}{5}$ en ambos lados de la desigualdad. Escribe la operación realizada en el casillero rojo.

$$\frac{1}{2}x - \frac{2}{5} \leq -\frac{3}{10} \rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \leq -\frac{3}{10} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{2}x \leq \frac{1}{10}$$

Fuente: Catalán 2017, Texto del estudiante de 8° básico

Al final de la página 141 se presenta la situación N°3, (ver imagen n°21) en donde se pide resolver algebraicamente $\frac{1}{2}x - \frac{2}{5} \leq -0,3$. En este caso se busca que los estudiantes apliquen transformaciones similares a las ocupadas en las ecuaciones.

En el apartado “para concluir” se explica lo siguiente:

Para **resolver una inecuación** puede aplicarse una serie de transformaciones que no alteran la desigualdad y que permiten despejar la incógnita. Estas transformaciones son similares a las aplicadas en la resolución de ecuaciones, excepto cuando se multiplica o divide por un número negativo, ya que en este caso se debe invertir el sentido del signo de la desigualdad. La solución de una inecuación consiste en un intervalo de números que pueden representarse en la recta numérica mediante una flecha. (Catalán, Pérez, Prieto & Rupin, 2017, p. 142)

En cuanto al cierre de la unidad se enfatiza en que para resolver una inecuación lineal se deben realizar transformaciones similares a las aplicadas en las ecuaciones, sin embargo, se menciona que hay un cambio en el sentido del signo cuando se multiplica o se divide por un número negativo.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Elementos de una investigación

Dentro de una investigación se requiere dar cuenta de un enfoque en el cual se centrará la investigación y de un tipo de estudio que se pretende realizar.

Por lo anterior es que se realiza un breve resumen de los elementos más relevantes de una investigación, dentro de los cuales se encuentra; el enfoque cualitativo, enfoque cuantitativo, técnicas de investigación y de recolección de datos, para así dar consistencia al presente trabajo.

3.1.1. Enfoques de investigación

Según McMillan & Schumacher (2005) existen dos grandes modalidades de estudio que direccionan el curso de la investigación, estos son el “cuantitativo” y el “cualitativo”. En cuanto a la educación, se utilizan ambos y una forma evidente de distinguirlos es por la manera en que se presentan los datos. La investigación cualitativa presenta los datos como una narración, mientras que la investigación cuantitativa presenta datos de resultados estadísticos en números, sin embargo, sus diferencias van más allá de la manera en que se presentan los datos.

Enfoque cuantitativo

La investigación cuantitativa, asume que los hechos sociales son estables, en una realidad única que se separa de los sentimientos y de las opiniones de los individuos. Como objetivo busca establecer relaciones y explicaciones a las causas que producen cambios en los hechos sociales medidos, en cuanto a la metodología estas se basan en conjuntos de procedimientos y pasos establecidos que conducen o guían al investigador y este elige su método como parte de un diseño preestablecido antes de recolectar los datos (Hernández, Fernández & Baptista, 2006).

El investigador "ideal" se mantiene al margen del estudio con el fin de evitar los sesgos, es decir, evita la intervención para favorecer una respuesta o un resultado frente a otro y para ello emplea diseños que reducen las variables extrañas que puedan llevar a errores de interpretación.

Enfoque cualitativo

La investigación cualitativa, asume que los hechos sociales son construidos a través de las percepciones individuales y colectivas de los individuos con variadas realidades. Su objetivo se centra en la comprensión de los fenómenos sociales desde el punto de vista de los participantes, el investigador participa, hasta cierto punto, en la vida de los sujetos durante la investigación, en cuanto a la metodología, tanto en las estrategias de investigación como en los procesos, existe una gran flexibilidad y el investigador va revisando las decisiones que se emplean sobre sus estrategias de recolección de datos durante el proceso.

El investigador tiene en cuenta la subjetividad del análisis e interpretación de los datos, este toma un rol más participativo llegando a estar inmerso en la situación y fenómenos que se estudian, realiza y registra observaciones y entrevistas con los participantes en distintas situaciones, con el fin de lograr comprender las distintas causas que afectan el fenómeno social de estudio, este investigador cree que las acciones de los seres humanos están fuertemente influenciados por los escenarios que tienen lugar, es decir el contexto donde se dan los fenómenos (McMillan & Schumacher, 2005).

Tabla n°1: Aproximaciones cuantitativa y cualitativa a la investigación

Orientación	Cuantitativa	Cualitativa
Concepción del mundo	Una realidad única, ej.: medida mediante una prueba.	Realidades múltiples, ej.: entrevistas al director, profesores y alumnos sobre una situación social.
Objetivo de la investigación	Establecer relaciones entre las variables medidas.	Comprensión de una situación social desde la perspectiva de los participantes.
Procesos y métodos de investigación	Los procedimientos (pasos secuenciales) son establecidos antes de que comience el estudio.	Estrategias flexibles y cambiantes; el diseño emerge a medida que se recogen los datos.

Estudio prototípico (ejemplo más claro)	Diseño experimental para reducir el error y los sesgos.	Etnografía que emplea una <<Subjetividad sistematizada>>.
Papel del investigador	Desvinculado por el empleo de una prueba.	Personas preparadas se integran en la situación social.
Importancia del contexto	Meta: generalizaciones universales libres de contexto.	Meta: generalizaciones detalladas vinculadas al contexto.

Fuente: McMillan 2005, Investigación educativa

3.1.2. Modalidades de investigación

McMillan & Schumacher (2005), señalan que si la investigación es cuantitativa, las modalidades adoptan una filosofía positivista del conocimiento destacando la objetividad y la cuantificación de los fenómenos, lo que conlleva a que los diseños de investigación busquen la objetividad con el uso de números y estadísticas, estas pueden ser: Experimental, semi-experimental y no experimental.

Si la investigación es cualitativa McMillan & Schumacher (2005) considera que se puede clasificar en interactivas y no interactivas, a continuación, se presenta una síntesis de estas modalidades.

- **Interactivas:** Estas modalidades utilizan técnicas en terreno, cara a cara con el sujeto y los datos son recogidos en su escenario natural, los fenómenos son interpretados según el significado que les dan los sujetos. El investigador describe el contexto del estudio, muestra las diferentes visiones de los fenómenos y constantemente realiza retroalimentación de sus experiencias de campo.

Dentro de estas modalidades interactivas podemos destacar la **etnografía** que realiza una interpretación y descripción de grupos o sistemas sociales y culturales, esto conlleva a realizar un trabajo de campo prolongado que

involucra observaciones y entrevistas individuales y en grupos, buscando tener una descripción narrativa completa y compleja que abarque las variables culturales y sociales que se relacionan con el fenómeno. Por otro lado, está el **estudio de caso**, que analiza un sistema establecido o definido, sus influencias y avances a lo largo del tiempo, esto se realiza mediante la recolección de múltiples fuentes de datos relacionadas al sistema y el investigador define el caso y su límite, así como también la profundidad del análisis.

Por último, se encuentra la modalidad **fenomenológica**, la cual describe las experiencias vividas por los sujetos dejando de lado los prejuicios del investigador. Tiene como fin transformar una experiencia vivida en una descripción permitiendo así, una mejor comprensión del fenómeno desde el punto de vista de los sujetos.

- **No interactivas:** Estas modalidades, realizan un estudio de los sucesos históricos y conceptos que envuelven al fenómeno mediante una recolección y análisis de documentos, también se denomina investigación analítica y el investigador recolecta, analiza y sintetiza los datos con el fin de obtener un conocimiento más acabado de los conceptos y de los hechos que anteceden históricamente al fenómeno y que lo influyen en la actualidad.

3.1.3. Diseño de Investigación

La investigación responde a un diseño de estudio de casos, desarrollado a través de una metodología de Ingeniería Didáctica, el cual consta fundamentalmente de cuatro fases. A continuación se describe en detalle las características de este tipo de diseño.

La ingeniería didáctica surge alrededor de los años ochenta, como una forma de trabajo didáctico comparable con el trabajo de los ingenieros, ya que se fundamenta en los conocimientos científicos y en las metodologías didácticas. Al mirar la ingeniería didáctica desde el punto de vista de una metodología de investigación, esta se caracteriza por un esquema experimental, en donde priman las observaciones, análisis, concepciones y realización de clases y por el registro de los estudios de caso, en donde hay una comparación entre un análisis a priori y un análisis a posteriori (Artigue & Douady, 1995).

A continuación, se presenta una descripción de las distintas fases en las cuales se divide la ingeniería didáctica, vista a través del esquema experimental.

Fase N°1: Análisis preliminar

En la investigación, el análisis preliminar se basa en un cuadro teórico didáctico general (base teórica), en los conocimientos didácticos adquiridos y en la información que se obtiene al respecto de un determinado tema.

Los análisis preliminares más frecuentes son:

- El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza.
- El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
- El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
- El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización didáctica efectiva.
- Y, por supuesto, todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación. (Artigue & Douady, 1995, p. 38)

Fase N°2: Análisis a priori

En el análisis a priori el investigador es quien decide la cantidad de variables que utilizará, estas pueden ser generales o dependientes del contenido didáctico en el que se enfoca la enseñanza.

En esta fase de análisis a priori se inicia el proceso de validación, que es esencialmente interno, en donde Artigue & Douady (1995) afirman:

Este análisis a priori se debe concebir como un análisis de control de significado. Esto quiere decir, de forma muy esquemática, que si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción con un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones. (p. 44 y 45)

Con relación a lo anterior se especifica que el objetivo del análisis a priori es comprobar que las selecciones realizadas permiten comprobar el comportamiento de los estudiantes, por consiguiente, se convierte en un análisis de control descriptivo y predictivo que se centra en las características de la situación didáctica que se requiere diseñar.

Fase N°3: Experimentación o implementación

En esta fase se da lugar a la ejecución de la secuencia didáctica aplicada a una determinada población de estudiantes.

Dentro de la experimentación se presumen los objetivos y las condiciones de la realización de la investigación, la aplicación de un contrato didáctico y de los instrumentos de investigación, además de recolectar y registrar los datos obtenidos acerca de los fenómenos identificados anteriormente en el análisis a priori, de igual forma se busca respetar las selecciones realizadas en este mismo.

Fase N°4: Análisis a posteriori

Es la última fase de la ingeniería didáctica, por su parte Artigue & Douady (1995) afirma: "... se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella" (p. 48). En este análisis se fundamentan los contenidos y datos conseguidos en la implementación de la secuencia didáctica.

Para evaluar las hipótesis formuladas se produce un careo entre los análisis de los datos recolectados en el a priori con los datos recolectados del posteriori.

La investigadora busca conocer y comprender las dificultades y los errores que presentan los estudiantes para entender las desigualdades e inecuaciones, para ello, se toma como referente la Ingeniería Didáctica, desarrollando la Fase n°1 de análisis preliminar, en la que se realiza un análisis del tratamiento de las desigualdades e inecuaciones (Cfr. Sección 2.2. del capítulo de Marco Teórico).

En la Fase n°2 del análisis a priori, se diseña la propuesta didáctica que busca superar los obstáculos encontrados, en la fase n°3 de experimentación, se implementa la propuesta didáctica.

En particular, en este estudio, se desarrollarán los momentos que corresponden a las observaciones, análisis de concepciones y realización de clases, respondiendo a un estudio de caso. Sin embargo, la fase de validación que consiste en contrastar conjeturas que se levantan previo a la implementación de la propuesta didáctica con lo efectivamente ocurrido al implementar la secuencia, se deja abierto a un futuro estudio, ya que, por razones de tiempo y complicaciones que surgieron durante la realización del estudio³, el foco en este trabajo debió situarse sólo en utilizar las fases de la ingeniería didáctica que conllevaban al levantamiento e implementación de la secuencia, quedando pendiente su validación interna.

A fin de tener una primera retroalimentación de la secuencia, de manera adicional se aplica a los estudiantes que la vivenciaron, un test de satisfacción con el propósito de conocer las percepciones de éstos, a fin de considerar esa información para mejoras y cambios a esta misma (más detalles se explican en la sección 3.3.)

Finalmente, cabe destacar que por tratarse de una modalidad interactiva de estudio de caso, en donde la investigadora interviene hasta cierto punto en la vida de los estudiantes, ésta brinda especial importancia a buscar una mejora centrándose en las concepciones que tienen los estudiantes, sobre la temática de aprendizaje que se aborda en la investigación, a saber, su interpretación de la solución de una inecuación lineal.

3.1.4. Recolección de datos

El investigador dependiendo de la aproximación de la investigación utiliza distintas técnicas de recolección, por ejemplo, una aproximación cuantitativa utiliza números para describir los fenómenos, mientras que la cualitativa utiliza generalmente narraciones (Hernández, Fernández & Baptista, 2006).

A continuación, una tabla con las técnicas de recolección de datos divididas en aproximaciones cualitativas y cuantitativas.

³ Las complicaciones fueron imposibles de prevenir ya que consistieron en pérdida de información, de gran parte de lo que se llevaba avanzado en el estudio, concretamente sucedió que de un día a otro, habiendo transcurrido dos tercios del período de desarrollo de la investigación (mes de octubre aproximadamente), el computador en donde la investigadora llevaba sus avances dejó de funcionar, por lo que tuvo que rehacer todo lo avanzado hasta ese momento.

Tabla n°2: Técnicas de recogida de datos

	Cuantitativa	Cualitativa
Tipos	<p>Observaciones estructuradas.</p> <p>Entrevistas estandarizadas.</p> <p>Test de lápiz y papel.</p> <p>Cuestionarios.</p> <p>Evaluaciones alternativas.</p>	<p>Observación participante.</p> <p>Observaciones de campo.</p> <p>Entrevistas en profundidad.</p> <p>Documentos y artefactos.</p> <p>Técnicas suplementarias.</p>
Características	<p>Utilizan instrumentos para la recogida de datos.</p> <p>Los datos son números.</p> <p>Decisión a priori en la presentación de los datos.</p> <p>Los datos toman una forma</p> <p>-la respuesta está determinada por la prueba.</p> <p>Los datos se tabulan y describen estadísticamente.</p> <p>El significado se deriva de los procedimientos estadísticos empleados.</p>	<p>Los datos se recogen sin instrumentos.</p> <p>Los datos son palabras.</p> <p>No hay decisión a priori con respecto a la presentación de los datos; depende de los datos recogidos. Los datos toman muchas formas</p> <p>-notas de campo, documentos, notas de entrevista, grabaciones, artefactos.</p> <p>La tabulación se limita a ayudar a identificar patrones, usados como apoyo de los significados cualitativos.</p> <p>El significado se deriva de las estrategias cualitativas empleadas.</p>

Fuente: McMillan 2005, Investigación educativa

3.2. Sujetos y escenarios.

El establecimiento en el cual se efectuó la investigación es en un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, este establecimiento imparte educación a niños y jóvenes varones, desde el nivel parvulario, hasta la enseñanza media Humanística – Científica.

En primera instancia se aplicó el cuestionario a 48 estudiantes, elegidos según el promedio de notas de la asignatura de matemáticas, dentro de dos séptimos y tres octavos básicos, no considerando a los estudiantes con promedio inferior a 3,5, ni superior a 6,5, ya que la investigadora considera que los estudiantes con promedio inferior a 3,5 no poseen los conocimientos que se requieren en esta investigación, y supone que los estudiantes con promedio superior a 6,5, no presentan mayores dificultades en estos contenidos.

Luego se aplicó la propuesta didáctica a 17 estudiantes provenientes de los tres octavos básicos y a estos mismos se les aplicó el test de satisfacción, dentro de estos estudiantes, 12 ya habían participado del cuestionario y 5 fueron voluntarios para participar de esta experiencia.

Las edades de estos estudiantes oscilan entre los 12 y los 15 años, el 92% de ellos proviene de la Región Metropolitana; de las comunas de La Granja, La Cisterna, San Miguel, Pedro Aguirre Cerda, Lo Espejo y Santiago, el 4% proviene de la Región de Valparaíso, comuna de Valparaíso, el 2% de la Región del Libertador General Bernardo O'higgins, comuna de Doñihue y el 2% de la Región de Magallanes, comuna de Punta Arenas.

3.3. Fundamentación de Instrumentos.

El primer instrumento es un cuestionario de respuestas abiertas (ver anexo1), que se diseñó con el fin de identificar la situación de los estudiantes con respecto a la gráfica de las inecuaciones lineales.

El instrumento consta de 3 ítems; en el primer ítem se busca que los estudiantes, a partir de cuatro inecuaciones lineales, sean capaces de representar la solución gráfica de estas y argumentar su respuesta. Según lo que se observa en los textos de estudio de séptimo y octavo básico, las inecuaciones se presentan, en su gran mayoría, considerando la

incógnita en el costado izquierdo de la desigualdad, se diseña este ítem con el fin de observar y analizar las soluciones gráficas y los argumentos que brindan los estudiantes cuando se encuentran con una inecuación lineal en la cual la incógnita esta al costado derecho del símbolo de desigualdad.

El segundo ítem es de alternativa, en el cual los estudiantes deben marcar la opción que represente la solución de una inecuación lineal propuesta, aquí los estudiantes deben ser capaces de desarrollar la inecuación y de interpretar la desigualdad, de tal manera que se pueda identificar que la solución numérica, se encuentra formada por todos los números racionales que cumplen esta desigualdad desarrollada anteriormente.

El tercer y último ítem es de tres preguntas de verdadero y falso, en el cual los estudiantes deben identificar si la relación de la inecuación lineal con la solución gráfica es correcta. De igual forma que en el ítem 1 se busca analizar las respuestas de los estudiantes, en cuanto a una inecuación lineal con la incógnita en el costado derecho del símbolo de la desigualdad, sin embargo, en esta ocasión se enfatiza en la solución grafica de la inecuación lineal, ya que en los textos de estudios se observa que trabajan estas soluciones mirando solo el símbolo de la desigualdad y no mirando el contexto en general.

Para comprender el fin de este instrumento, a continuación se describen los procesos y/o expectativas de desempeño que se espera obtener por parte de los estudiantes en cuanto a la resolución de cada uno de los ítems de este cuestionario.

Tabla n°3: Expectativa del cuestionario

	Expectativa
Ítem I	Se espera que los estudiantes logren interpretar la solución de la inecuación lineal, para que así representen esta solución, de forma gráfica en una recta numérica. Además el estudiante debe argumentar por qué realiza esta representación gráfica y no otra.

Ítem II	En esta pregunta se pretende que los estudiantes resuelvan la inecuación lineal propuesta, de modo que realicen los procedimientos adecuados, aplicando las propiedades de las desigualdades e inecuaciones. Esto con el fin de que los estudiantes logren interpretar la solución de la inecuación lineal, de modo que marquen la alternativa que relaciona correctamente esta solución con los números racionales. Asimismo se espera que los estudiantes escriban una explicación del por qué escogieron esa alternativa.
Ítem III	Los estudiantes en este ítem deben ser capaces de decidir en cada uno de los casos, la veracidad de la afirmación presentada y justificar su respuesta. Para llegar a las soluciones de las inecuaciones lineales, los estudiantes pueden realizar diversos procedimientos, considerando las propiedades de las desigualdades e inecuaciones.

Fuente: Elaboración propia

Para el análisis de las respuestas de los estudiantes, se realizan categorizaciones de los errores que ellos presentan, considerando: los que no presentan ningún tipo de error, los que presentan error en la interpretación de la solución, los que presentan error en el desarrollo y en la interpretación de la solución y los que no logran desarrollar la inecuación.

El segundo instrumento es un test de satisfacción (ver anexo 4), que se diseñó con el propósito de conocer las percepciones de los estudiantes, en cuanto a la propuesta didáctica vivenciada, además para poder recolectar información por posibles mejoras y cambios a esta misma.

El test de satisfacción cuenta con 5 ítems de respuestas abiertas; en el ítem 1 se busca saber si a los estudiantes les gustó la propuesta didáctica que se les aplicó, para conocer si esta propuesta didáctica cumple con las expectativas que tenían los estudiantes sobre esta propuesta didáctica.

En el ítem 2 se espera que los estudiantes expongan sobre cómo se sintieron en el transcurso de la propuesta didáctica, señalando si fue fácil o difícil según su experiencia, asimismo deben dar argumentos de estas respuestas.

En el ítem 3 se espera que los estudiantes destaquen un momento de la propuesta didáctica, que haya sido significativo para ellos, para así poder identificar la situación en la cual los estudiantes prestaron mayor atención.

En el ítem 4 se busca conocer de manera explícita los conocimientos adquiridos por los estudiantes luego de la realización de la propuesta didáctica.

En el ítem 5 los estudiantes deben evaluar la propuesta didáctica ya realizada, mencionando que modificaciones recomiendan realizar.

El análisis de las percepciones de los estudiantes en cuanto a la propuesta didáctica, se realiza a través de un análisis porcentual y descriptivo de cada uno de los ítems.

3.4. Validez de Instrumentos.

El cuestionario con el cuál se exploraron los errores y obstáculos de los estudiantes, la propuesta didáctica y el test de satisfacción se sometieron a evaluación de experto, a través del especialista Emilio Castro Navarro, Magíster en Educación Matemática y Dr. © en Matemática Educativa (ver anexo 6). En particular, se recibieron observaciones que dicen relación con la estructura de los instrumentos y su pertinencia. Así mismo, para todos los instrumentos, se discutió y recibieron orientaciones de manera sistemática por parte del profesor tutor a través de varias sesiones de discusión.

En particular, la implementación de la propuesta didáctica persigue un doble rol: primero, busca cumplir los objetivos para los cuales se diseñó, es decir, se aspira a que los estudiantes superen obstáculos en la interpretación de la solución de una inecuación lineal; segundo, al tratarse de una primera aplicación, actúa a su vez como una primera instancia de validación con miras a seguirse perfeccionando con trabajos futuros.

CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Cuestionario

Las observaciones que se realizan sobre los estudiantes, son a partir de una clasificación de acuerdo a su nivel escolar, en la primera clasificación se encuentran los 19 estudiantes que corresponden a séptimo año de enseñanza general básica, que se denominan por el código “E7NN”, siendo “E7” la sigla para hacer referencia a un estudiante de séptimo básico y “NN” un número entero desde el 01 hasta el 19, para poder ser enumerados, por ejemplo, si se quiere hacer alusión al estudiante número 13 de séptimo básico, la sigla correspondiente será “E713”.

La otra clasificación corresponde a los 29 estudiantes de octavo año de enseñanza general básica, en la cual se denominan por el código “E8NN”, siendo “E8” la sigla que hace referencia a un estudiante de octavo básico y “NN” un número entero desde el 01 hasta el 29.

A partir de los resultados dados por los 48 estudiantes a los cuales se les aplicó este cuestionario, la investigadora apreciar que solo dos de estos estudiantes lograron responder todo el cuestionario de forma correcta. El “E713” correspondiente a un estudiante de séptimo básico y el “E806” correspondiente a un estudiante de octavo básico.

En el siguiente apartado se presenta el análisis de los resultados obtenidos a partir de las respuestas del cuestionario respondido por los estudiantes, profundizando cada uno de los ítems trabajados, partiendo así con el análisis del ítem I, seguida por el análisis del ítem II y finalmente se encuentra el análisis del ítem III.

4.1.1. Resultados y Análisis del ítem I.

4.1.1.1. Resultados porcentuales en el ítem I

Tabla n°4: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem I

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante dibuja las 4 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	8	42,1%
Tipo 2	El estudiante dibuja 3 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	1	5,3%
Tipo 3	El estudiante dibuja 2 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	4	21%
Tipo 4	El estudiante no dibuja ninguna solución gráfica de las inecuaciones de forma correcta.	6	31,6%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°5: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem I

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante dibuja las 4 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	9	31,1%
Tipo 2	El estudiante dibuja 3 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	3	10,3%
Tipo 3	El estudiante dibuja 2 soluciones gráficas de las inecuaciones de forma correcta.	11	37,9%
Tipo 4	El estudiante no dibuja ninguna solución gráfica de las inecuaciones de forma correcta.	6	20,7%

Fuente: Elaboración propia

4.1.1.2. Análisis de los errores presentados en el ítem I

En las tablas anteriores, se observa que de un total de 48 estudiantes que rindieron el cuestionario, solo 17 de ellos lograron dibujar las cuatro soluciones gráficas de forma correcta, lo cual representa el 35% del total de estudiantes, y 31 estudiantes obtuvieron algún error en las gráficas, que corresponde al 65% del total de estudiantes, más de la

mitad de los estudiantes a los que se les aplicó el cuestionario, cometieron errores en la representación gráfica de la inecuación lineal.

En el primer error observado, los “E705”, “E706”, “E707”, “E708”, “E709”, “E710”, “E711”, “E717”, “E804”, “E815”, “E816”, “E817”, “E822” y “E823” no consideran todo el conjunto de solución de la inecuación, debido a que, cuando representan la gráfica de la solución de la inecuación, los estudiantes establecen que la solución de esta, se representa a través de la delimitación o demarcación de un sector en la recta numérica que comprende; la incógnita, el cero y el valor dado en la inecuación. A continuación, se muestran ejemplos de este error en el cuestionario aplicado.

Imagen n°22: Ejercicio 2⁴ y 3⁵, Ítem I

$x \leq -5$		por el signo que ha de ser por que por el signo que se usaba es no porque que se está viendo la inecuación grafica
$-3 < x$		no el signo que va ha la derecha y el grafico se ve bueno

Fuente: E710, Cuestionario

Imagen n°23: Ejercicio 1 y 2, Ítem I

Inecuación	Solución grafica	Argumentos
$x > 1$?
$x \leq -5$?

Fuente: E711, Cuestionario

⁴ Transcripción ejercicio 2: Yo creo que es haci porque yo creo que es valido y se parece que esta bueno la inecuación grafica.

⁵ Transcripción ejercicio 3: Por el signo que va ha la derecha y el grafico se ve bueno.

Imagen n°24: Ejercicio 1 y 4, Ítem I

1.- Dibuje la gráfica que represente la solución de las siguientes inecuaciones, argumente su respuesta.

Inecuación	Solución grafica	Argumentos
$x > 1$		por que x es mayor que 1
$7 \geq x$		por que no

Fuente: E817, Cuestionario

En el segundo error observado, los “E712”, “E714”, “E808”, “E809”, “E810”, “E811”, “E812”, “E813”, “E814”, “E818”, “E819”, “E820”, “E821” y “E824”, representan la solución gráfica de las dos primeras inecuaciones de forma correcta, y la solución gráfica de las dos últimas inecuaciones las dibujaron de forma incorrecta, ya que los estudiantes consideraron el signo de la desigualdad tal como está escrito, leyendo este de forma literal, no interpretando así la inecuación pedida, sino que la inecuación con el signo contrario. En las imágenes n°25, n°26 y n°27 se puede evidenciar este tipo de error.

Imagen n°25: Ejercicio 3 y 4, Ítem I

$-3 < x$		todos los resultados menores que -3 satisfacen la desigualdad
$7 \geq x$		todos los resultados mayores o iguales que 7 satisfacen la desigualdad

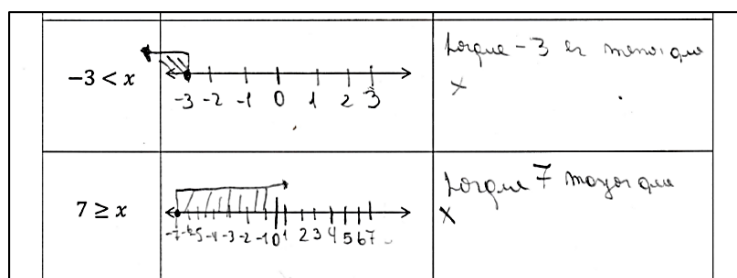
Fuente: E808, Cuestionario

Imagen n°26: Ejercicio 3 y 4, Ítem I

$-3 < x$		Por que menor 3 es mayor que x
$7 \geq x$		Por que x es mayor que 7

Fuente: E813, Cuestionario

Imagen n°27: Ejercicio 3 y 4, Ítem I



Fuente: E818, Cuestionario

4.1.2. Resultados y Análisis del ítem II.

4.1.2.1. Resultados porcentuales en el ítem II

Tabla n°6: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem II

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inecuación lineal propuesta e interpreta correctamente la desigualdad.	13	68,5%
Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inecuación lineal propuesta, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	2	10,5%
Tipo 3	El estudiante desarrolla de forma incorrecta la inecuación lineal propuesta, por lo que interpreta incorrectamente la desigualdad.	2	10,5%

Tipo 4	El estudiante no logra desarrollar la inequación lineal propuesta.	2	10,5%
--------	--	---	-------

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°7: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem II

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal propuesta e interpreta correctamente la desigualdad.	13	44,8%
Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal propuesta, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	10	34,5%
Tipo 3	El estudiante desarrolla de forma incorrecta la inequación lineal propuesta, por lo que interpreta incorrectamente la desigualdad.	4	13,8%
Tipo 4	El estudiante no logra desarrollar la inequación lineal propuesta.	2	6,9%

Fuente: Elaboración propia

4.1.2.2. Análisis de los errores presentados en el ítem II

En las tablas anteriores, se observa que de un total de 48 estudiantes que rindieron el cuestionario, 26 de ellos desarrollaron de forma correcta la inecuación propuesta, representado así al 54% del total de estudiantes, sin embargo 22 estudiantes no lograron desarrollar o interpretar la solución de la inecuación de forma correcta, lo que corresponde a 46% del total de estudiantes.

En el error número tres los estudiantes “E704”, “E711”, “E802”, “E803”, “E804”, “E805”, “E807”, “E818”, “E819”, “E821”, “E827” y “E828”, desarrollaron la inecuación lineal propuesta de forma correcta, pero al momento de decidir una alternativa correcta, se dejaron llevar por el signo de la desigualdad, tal como está escrito, considerando que la solución de la inecuación son los números menores a $-8/5$. En este ítem, se evidencia que los estudiantes presentan un obstáculo didáctico, que puede estar relacionado con el aprendizaje de los símbolos de las desigualdades mediante la representación gráfica del “pollito”, en donde se produce una confusión en la lectura del símbolo.

En las imágenes n°28, n°29 y n°30, se muestran ejemplos de los errores descritos anteriormente.

Imagen n°28: Error Ítem II

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y explique por qué.

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:

por que tiene el signo
Menor

Fuente: E711, Cuestionario

Imagen n°29: Error Ítem II⁶

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué.**

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:

el signo entre -8 y $5x$ indica que la respuesta es menor

Javier
González
8°C

Fuente: E804, Cuestionario

Imagen n°30: Error Ítem II

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué.**

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:

Porque son menores que $-\frac{8}{5}$ todos los números
menores que $-\frac{8}{5}$

Fuente: E821, Cuestionario

En las imágenes n°31, n°32 y n°33 se muestran ejemplos del cuarto error observado donde los “E716”, “E717”, “E801”, “E811”, “E812” y “E829”, desarrollaron de forma incorrecta la inecuación lineal propuesta, ya que no aplicaron las propiedades inversas correctamente, considerando que la solución de la inecuación son los números menores a $8/5$ o los números menores a $-8/5$, marcando como correcta la letra a. Los errores de este ítem se pueden vincular a un obstáculo epistemológico, en el cual los estudiantes presentan problemas con las propiedades del álgebra.

⁶ Transcripción ítem II: El signo entre -8 y $5x$ indica que la respuesta es menor

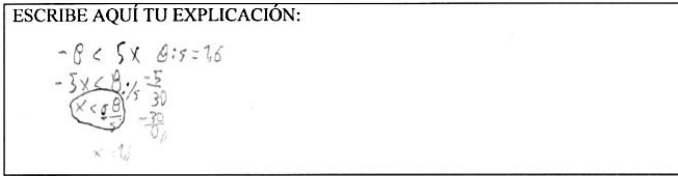
Imagen n°31: Error Ítem II

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué**.

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:



Fuente: E716, Cuestionario

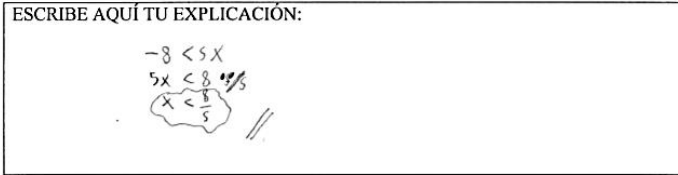
Imagen n°32: Error Ítem II

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué**.

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:



Fuente: E717, Cuestionario

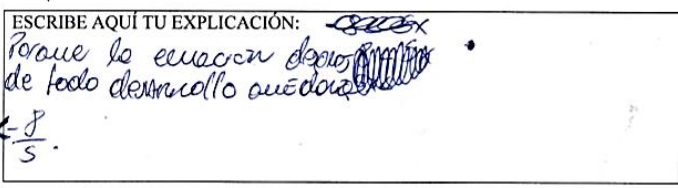
Imagen n°33: Error Ítem II

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué**.

a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:



Fuente: E801, Cuestionario

4.1.3. Análisis del ítem III.

4.1.3.1. Resultados porcentuales en el ítem III

Tabla n°8: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 1

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante interpreta de forma correcta el símbolo de la desigualdad.	15	78,9%
Tipo 2	El estudiante interpreta incorrectamente el símbolo de la desigualdad.	3	15,8%
Tipo 3	El estudiante no responde.	1	5,3%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°9: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 1

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante interpreta de forma correcta el símbolo de la desigualdad.	15	51,7%
Tipo 2	El estudiante interpreta incorrectamente el símbolo de la desigualdad.	14	48,3%
Tipo 3	El estudiante no responde.	0	0%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°10: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 2

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal e interpreta correctamente la desigualdad.	15	78,9%
Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	2	10,5%
Tipo 3	El estudiante desarrolla de forma incorrecta la inequación lineal, por lo que interpreta incorrectamente la desigualdad.	2	10,5%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°11: Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 2

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal e interpreta correctamente la desigualdad.	5	17,2%
Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	16	55,2%
Tipo 3	El estudiante desarrolla de forma incorrecta la inequación lineal, por lo que interpreta incorrectamente la desigualdad.	8	27,6%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°12: Resultados estudiantes de séptimo básico, ítem III afirmación 3

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal e interpreta correctamente la desigualdad.	11	57,9%
Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	7	36,8%
Tipo 3	El estudiante no logra desarrollar la inequación lineal.	1	5,3%

Fuente: Elaboración propia

Tabla n°13 Resultados estudiantes de octavo básico, ítem III afirmación 3

Tipo de respuesta	Descripción	Frecuencia Absoluta	Frecuencia relativa porcentual
Tipo 1	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal e interpreta correctamente la desigualdad.	13	44,8%

Tipo 2	El estudiante desarrolla de forma correcta la inequación lineal, pero interpreta incorrectamente la desigualdad.	16	55,2%
Tipo 3	El estudiante no logra desarrollar la inequación lineal.	0	0%

Fuente: Elaboración propia

4.1.3.2. Análisis de los errores presentados en el ítem III

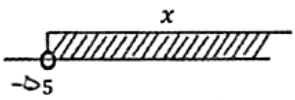
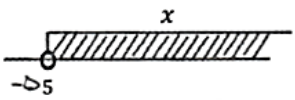
De las tablas anteriores, se puede concluir que de un total de 48 estudiantes que rindieron el cuestionario, solo 9 de ellos, un 19%, lograron desarrollar e interpretar de forma correcta las tres aseveraciones, y 39 estudiantes, un 81% del total, obtuvieron errores en el desarrollo de las inequaciones lineales y/o en la interpretación de estas mismas. Esta cifra es alarmante, ya que indica que los estudiantes no comprenden lo que están haciendo y memorizan procedimientos de problemas, para aplicarlos en otros similares.

El quinto error observado, que corresponde a la afirmación 1, donde los “E702”, “E711”, “E718”, “E804”, “E808”, “E809”, “E810”, “E811”, “E812”, “E813”, “E814”, “E815”, “E817”, “E818”, “E819”, “E820” y “E822”, aseguraron que es verdadera.

En este caso se puede identificar que estos estudiantes interpretaron de forma incorrecta el símbolo de la desigualdad, ocurriendo lo mismo que en el ítem I y el ítem II, donde se lee el símbolo tal y como está escrito, no como una inequación en conjunto, sino que de forma individual. En las imágenes n°34 y n°35, se muestran ejemplos de este error.

Imagen n°34: Afirmación 1, Ítem III



3.- Escriba en el recuadro si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), y justifique su respuesta:

La solución gráfica de $5 > x$ es  La solución gráfica de $5 > x$ es  Es verdadero por 5 es mayor que x y se muestra bien graficado en el grafico.

Fuente: E820, Cuestionario

Imagen n°35: Afirmación 1, Ítem III

3.- Escriba en el recuadro si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), y justifique su respuesta:

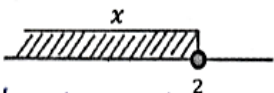
La solución gráfica de $5 > x$ es  La solución gráfica de $5 > x$ es  No, por 5 es mayor que x

Fuente: E822, Cuestionario

El sexto error observado, corresponde a la afirmación 2, donde los “E715”, “E718”, “E801”, “E802”, “E803”, “E804”, “E805”, “E807”, “E808”, “E809”, “E810”, “E811”, “E812”, “E820”, “E823”, “E826”, “E827” y “E829”, aseguraron que es falsa, argumentando que la solución gráfica debe estar orientada hacia la derecha.

En las imágenes n°36 y n°37 se muestra que si bien es cierto estos estudiantes logran desarrollar de forma correcta la inecuación lineal, fallan en la interpretación de esta, debido a que se comete el error descrito anteriormente (quinto error); lectura del símbolo de la desigualdad tal y como está escrito, los estudiantes consideran que la solución debe tomar los valores mayores a 2, no así los menores a 2.

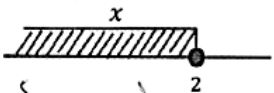
Imagen n°36: Afirmación 2, Ítem III

F  es solución de la inecuación $5 \geq 3 + x$

La línea debe ir a la derecha y no a la izquierda

Fuente: E801, Cuestionario

Imagen n°37: Afirmación 2, Ítem III

F  es solución de la inecuación $5 \geq 3 + x$

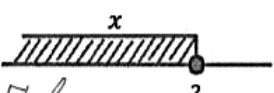
$5 - 3 \geq x$
 $2 \geq x$

La x debe ir hacia el infinito positivo para que sea correcta

Fuente: E823, Cuestionario

En el séptimo error observado, que corresponde a la afirmación 2, donde los “E703”, “E710”, “E813”, “E814”, “E815”, “E818”, “E821”, “E822”, “E825” y “E828”, de igual forma que en el sexto error, aseguraron que la afirmación propuesta es falsa, sin embargo en estos casos los estudiantes no lograron desarrollar de forma correcta la inecuación lineal propuesta, percibiéndose errores correspondiente al álgebra, como los que se ven en las imágenes n°38 y n°39.

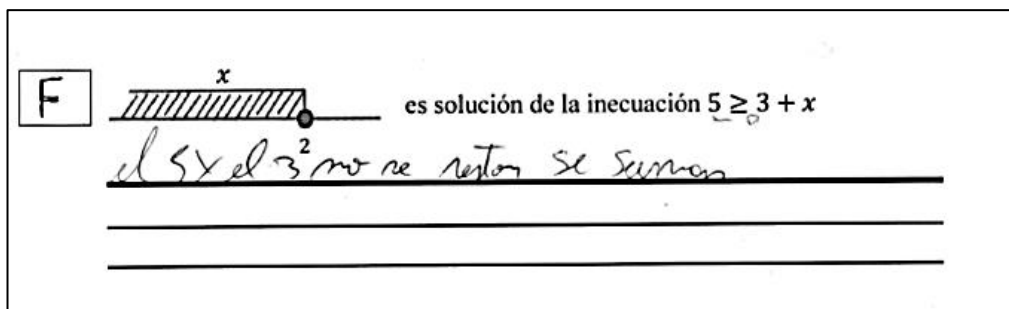
Imagen n°38: Afirmación 2, Ítem III

F  es solución de la inecuación $5 \geq 3 + x$

El 5 que sale de por sí no sale 5, en vez de 5 sale con 2

Fuente: E813, Cuestionario

Imagen n°39: Afirmación 2, Ítem III

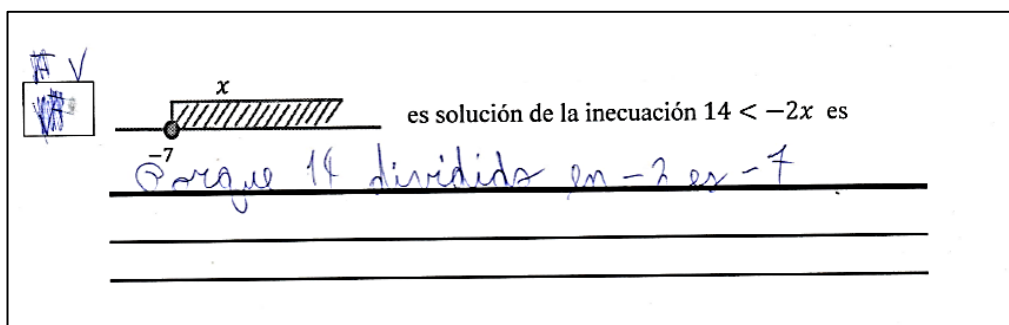


Fuente: E703, Cuestionario

El octavo error corresponde a la afirmación 3, donde los “E701”, “E704”, “E706”, “E711”, “E717”, “E718”, “E719”, “E801”, “E802”, “E803”, “E805”, “E812”, “E815”, “E817”, “E820”, “E821”, “E822”, “E823”, “E824”, “E825”, “E827”, “E828” y “E829”, respondieron que la afirmación propuesta es verdadera, ya que al realizar el desarrollo de la inecuación lineal, se observa que los estudiantes obtuvieron dos inecuaciones distintas; $-7 > X$ y $-7 < X$, dando así una misma interpretación gráfica para estas dos inecuaciones, además se observa que ninguno de estos estudiantes, logró identificar la restricción en la inecuación.

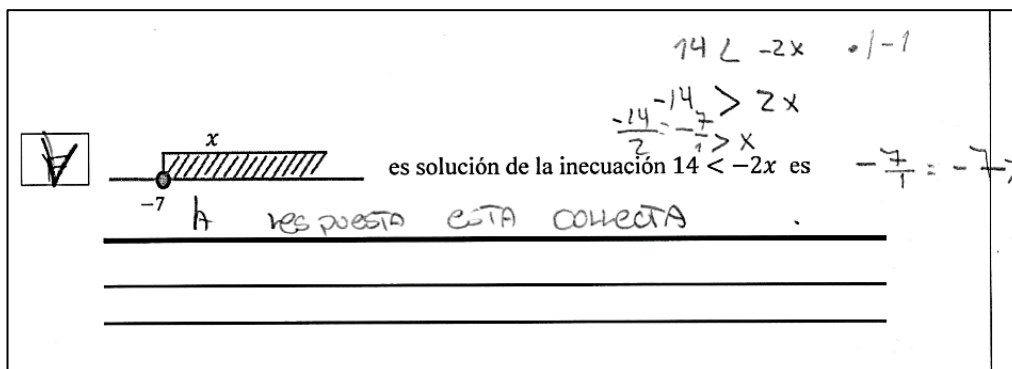
En las imágenes n°40, n°41 y n°42 se muestran respuestas de los estudiantes, que son parte del octavo error.

Imagen n°40: Afirmación 3, Ítem III



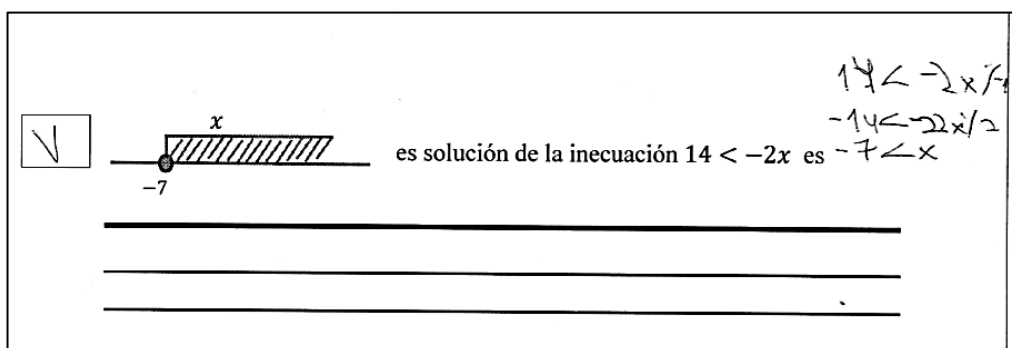
Fuente: E820, Cuestionario

Imagen n°41: Afirmación 3, Ítem III



Fuente: E823, Cuestionario

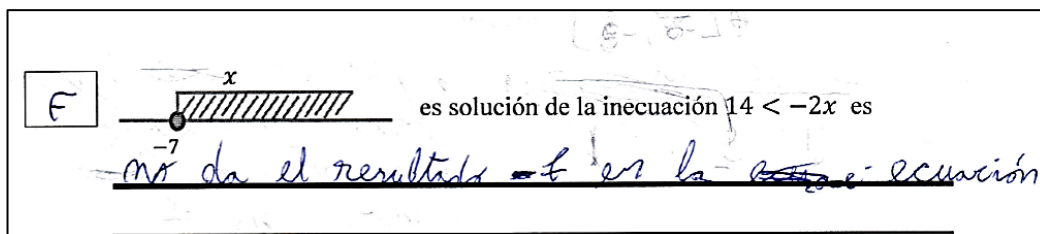
Imagen n°42: Afirmación 3, Ítem III



Fuente: E706, Cuestionario

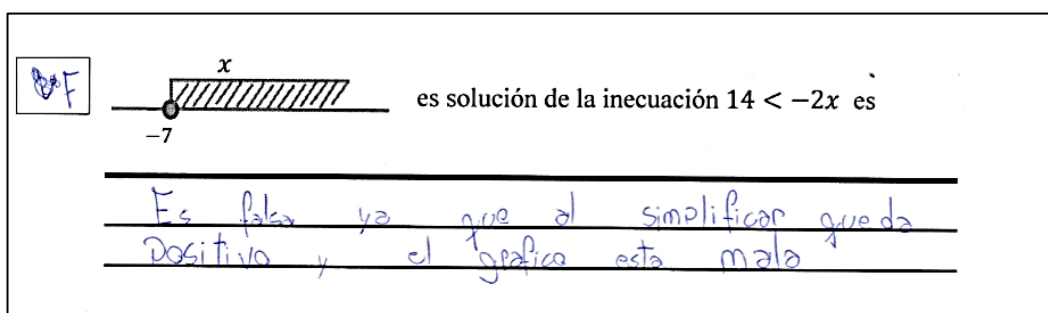
El noveno y último error se observa en la afirmación 3, donde los “E703”, “E710”, “E713”, “E804”, “E806”, “E813”, “E816” y “E818”, respondieron que es falsa, pero dentro de la justificación o desarrollo de la inecuación, cometieron errores referentes al álgebra, considerando que la afirmación es falsa porque el -7 no es parte del problema. En las imágenes n°43 y n°44 se observan las argumentaciones erróneas de los estudiantes en el cuestionario.

Imagen n°43: Afirmación 3, Ítem III



Fuente: E806, Cuestionario

Imagen n°44: Afirmación 3, Ítem III



Fuente: E818, Cuestionario

A partir del análisis de las respuestas erróneas que presentaron los estudiantes en el cuestionario, se clasifican los errores en dos tipos:

- **Error Tipo 1, de la lectura literal:** Los estudiantes, están enfocados en resolver la inecuación lineal, para dar un resultado, en esta parte es donde deben interpretar el símbolo de la desigualdad, para así poder identificar claramente cuáles son los valores numéricos que satisfacen esta desigualdad. En este proceso los estudiantes no son capaces de interpretar el símbolo de la desigualdad en conjunto, como una inecuación, sino que solo miran y observan este símbolo tal y como está escrito, de izquierda a derecha, con lo que dan una lectura literal a esta inecuación, independiente de donde esté ubicada la incógnita.

- **Error Tipo 2, de la incógnita como valor numérico:** Los estudiantes, consideran que la incógnita puede ser cualquier valor numérico, relacionándola así con un valor específico, concreto, de tal forma que al referirse a una inecuación lineal, estos de inmediato le asignan el valor de referencia de la inecuación, trabajándola, como una igualdad, como una ecuación. No tienen claro lo que es una inecuación lineal, no comprenden que en las inecuaciones la incógnita hace referencia a un conjunto de números que satisfacen esa desigualdad.

Según los errores descritos, se considera que se debe diseñar una propuesta didáctica, conducente a superar estos obstáculos en la interpretación de la solución de una inecuación lineal.

Para que los estudiantes de octavo año básico de un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, logren comprender los contenidos involucrados en las inecuaciones, la investigadora considera que se debe clarificar y repasar el significado de los símbolos de la desigualdad, ya que como se observó, los estudiantes están enfocados en resolver mecánicamente la inecuación, y no le dan la importancia requerida al símbolo. También se considera que estos estudiantes deben comprender la relación de orden de los números racionales, porque ellos tratan las inecuaciones como una comparación entre dos números.

Se realizan actividades individuales y grupales, porque durante el proceso de observación de clases, se advierte que estos estudiantes no trabajan en forma grupal, no siendo capaces de discutir y argumentar su punto de vista, además se utiliza material concreto, porque de cierta forma, este material es un captador de la atención de ellos. Todas estas actividades se vinculan con la vida cotidiana porque se percibe que cuando se trabaja bajo estos conceptos, los estudiantes logran comprender los contenidos matemáticos con mayor facilidad.

CAPÍTULO V: PROPUESTA DIDÁCTICA

La siguiente propuesta didáctica fue discutida, revisada y validada por el profesor tutor a lo largo de varias sesiones de trabajo.

5.1. Planificación actividad N°1

Planificación de clase		
Asignatura: Matemática		Nivel: 8° básico
Unidad didáctica: Inecuaciones		Horas: 2 horas pedagógicas
Objetivo de Aprendizaje	Habilidad(es)	Actitudes
<p>OA(09)</p> <p>Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático. • Explicar y fundamentar: <ul style="list-style-type: none"> ○ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ○ Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. • Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. • Resuelven y representan la solución de las ecuaciones o inecuaciones en la recta numérica. 	<ul style="list-style-type: none"> • Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. • Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
Conocimientos previos	Contenidos	Objetivo de la clase
<ul style="list-style-type: none"> • Operaciones de números enteros, decimales y fracciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • Símbolos de las desigualdades inecuaciones. • Expresión algebraica. • Recta numérica. 	<p>Comprender el significado de los símbolos de la desigualdad a través de la lectura.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Reducción de expresiones algebraicas. • Inecuaciones con números enteros. 		
Recursos de aprendizaje	Indicadores de logro	
<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra • Plumón • Barras de cartulina verde • Círculos de cartulina roja • Incógnitas de cartulina negra • Símbolos en cartulina • Cinta adhesiva • Actividad N°1 impresa • Hojas en blanco • Lápices 	<ul style="list-style-type: none"> • Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente. • Comprueban en forma autónoma para validar su resultado. • Respetan y valoran las opiniones y logros de otros. • Comparten, obedecen y asumen responsabilidades. • Aceptan reglas y plazos. • Representan inecuaciones de manera concreta (balanzas en estado de desequilibrio), pictórica o simbólica. • Modelan situaciones que requieren de una ecuación o inecuación para responder a un problema. • Resuelven inecuaciones de la forma $ax + b < c$ o $ax + b > c$, en ejercicios rutinarios. 	
Secuencia didáctica		
<p>Inicio: Saludar a los estudiantes para luego escribir en la pizarra el objetivo de la clase que es: “Comprender el significado de los símbolos de la desigualdad a través de la lectura.”. Se realiza una pequeña explicación acerca de la forma en la cual se procederá a realizar esta clase. Se distribuyen los puestos de los estudiantes, de modo que se formen grupos de trabajo de 4 o 5 estudiantes cada uno. (15 min aproximadamente).</p>		

Desarrollo:

Primer momento: Se le entrega la actividad N°1 a cada uno de los estudiantes, la profesora indica que deben realizar la actividad N°1 parte I, en la que se presenta una situación que es modelable a través de una inecuación lineal. Los estudiantes escriben de forma individual la representación algebraica de esta situación, para luego compartir sus respuestas con su grupo de trabajo. La profesora recorre los grupos de trabajo, con el fin de observar la metodología de los estudiantes. Una vez que todos los estudiantes hayan compartido sus experiencias con su grupo de trabajo, se realiza una pequeña exposición de no más de dos minutos por grupo, con el fin de comunicar al curso las conclusiones obtenidas. (30 min aproximadamente).

Segundo momento: Se pegan en la pizarra las barras verdes y los círculos rojos hechos de cartulina, dejando un espacio entre ellos, de modo que queden como se muestra a continuación.



Se elige un estudiante voluntario que deberá pasar a delante, a pegar la cartulina que contiene el símbolo que relaciona estas ilustraciones, considerando que un círculo representa la quinta parte de la barra. Los estudiantes analizan la comprensión que se le da al símbolo y comentan como se puede leer o escribir de otra manera. La profesora intercambia de lugar las barras y los círculos, de modo que queden ubicados como se muestra a continuación.



Se conjetura sobre lo que pasa con los símbolos en estas ilustraciones, luego se les pide a los estudiantes que reemplacen las barras verdes por incógnitas y los círculos rojos por decenas en ambas ilustraciones, mencionando que se puede utilizar cualquier valor para las decenas, solo que la suma de los dos círculos no fuese cien,

la profesora hace entrega de las hojas en blanco a los estudiantes y ellos dan respuesta a las interrogantes de la parte II en estas hojas. (35 min aproximadamente).

Cierre: Se recogen las respuestas dadas por los estudiantes en la parte II de la actividad y se observan las nuevas comprensiones que poseen los estudiantes sobre los símbolos de las desiguales, se incita no solo a leer las desigualdades como están escritas, de izquierda a derecha, si no que analizar el verdadero sentido que se está indicando. (10 min aproximadamente).

5.1.1. Actividad N°1

Indicaciones: Desarrolle las preguntas que se plantean.

Respete el trabajo individual y grupal de todos sus compañeros.

Actividad

- I. En una receta de cocina, se indica que, para poder obtener un pollo bien cocido y jugoso, el horno en el cual será cocido este alimento debe estar a una temperatura mínima de 140°C , sin embargo, no debe pasar los 200°C , ya que si esto ocurre, el pollo se quema.

Trabajo individual:

- ¿Cómo se representa esta situación en lenguaje algebraico?

Trabajo grupal:

- ¿Qué tienen en común sus respuestas, con las de sus compañeros?
- ¿Existe alguna diferencia entre las respuestas de sus compañeros?, ¿Cuáles?
- ¿Existe otra forma de representar esta situación?, ¿Cuál(es)?

II.

- Resuelva las inecuaciones creadas en la pizarra, en su hoja de trabajo. En la primera inecuación lineal la incógnita deberá estar ubicada al costado derecho del signo de la desigualdad y en la segunda inecuación lineal la incógnita deberá estar ubicada al costado izquierdo del signo de la desigualdad.
- Represente cada una de las inecuaciones lineales en una recta numérica.
- ¿Qué tienen en común ambas representaciones graficas de las inecuaciones lineales?

5.2. Planificación actividad N°2

Planificación de clase		
Asignatura: Matemática		Nivel: 8° básico
Unidad didáctica: Inecuaciones		Horas: 2 horas pedagógicas
<p>Objetivo de Aprendizaje</p> <p>OA(09)</p> <p>Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.</p>	<p>Habilidad(es)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático. • Explicar y fundamentar: <ul style="list-style-type: none"> ○ Soluciones propias y los procedimientos utilizados. ○ Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. • Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales. • Resuelven y representan la solución de las ecuaciones o inecuaciones en la recta numérica. 	<p>Actitudes</p> <ul style="list-style-type: none"> • Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. • Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
<p>Conocimientos previos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Operaciones de números enteros, decimales y fracciones. • Relación de orden. • Reducción de expresiones algebraicas. • Inecuaciones con números racionales. 	<p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Símbolos de las desigualdades e inecuaciones. • Peso (masa). • Expresión algebraica. • Recta numérica. 	<p>Objetivo de la clase</p> <p>Comprender la relación de orden en los números racionales y relacionarlos con las inecuaciones lineales.</p>

Recursos de aprendizaje	Indicadores de logro
<ul style="list-style-type: none"> • Pizarra • Plumón • Dos pesas • Data • Computador • Tabla para ingresar datos (Microsoft Excel) • Actividad N°2 impresa • Lápices 	<ul style="list-style-type: none"> • Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente. • Comprueban en forma autónoma para validar su resultado. • Respetan y valoran las opiniones y logros de otros. • Comparten, obedecen y asumen responsabilidades. • Aceptan reglas y plazos. • Representan inecuaciones de manera concreta (balanzas en estado de desequilibrio), pictórica o simbólica. • Modelan situaciones que requieren de una ecuación o inecuación para responder a un problema. • Resuelven problemas que involucren la multiplicación y la división de números racionales. • Representan en la recta numérica números racionales.
Secuencia didáctica	
<p>Inicio: Saludar a los estudiantes, para luego explicar el objetivo de la clase que es “Comprender la relación de orden en los números racionales y relacionarlos con las inecuaciones lineales”. Se explica que en esta sesión los estudiantes se pesarán y registrarán sus pesos (masas) en la pizarra en una tabla de Microsoft Excel, que la profesora proyectará en la pizarra. Para el desarrollo de esta actividad se ordena la sala de modo que se formen cuatro grupos de estudiantes, dejando el centro de la sala desocupado. La profesora ubica las dos pesas en el centro de la sala de clases. (15 min aproximadamente)</p>	

Desarrollo:

Primer momento: Se hace entrega de la actividad N°2 a cada grupo de estudiantes y se le designa un número a cada uno, (grupo N°1, grupo N°2, grupo N°3 y grupo N°4). Los estudiantes del grupo N°1 y N°3 forman filas delante de la pesa A y los estudiantes del grupo N°2 y N°4 forman filas delante de la pesa B, para comenzar a pesarse. A medida que los estudiantes se pesan van registrando sus valores en la tabla que la profesora proyecta en la pizarra, luego de registrar sus valores, los estudiantes se sientan en sus puestos y desarrollan la parte I de la actividad, completando la tabla correspondiente a su grupo. La profesora vigila el orden de la actividad (20 min aproximadamente).

Segundo momento: Una vez que todos los estudiantes se pesaron y registraron su peso en la tabla, realizan la parte II, actividad individual, les indica que en sus cuadernos deben escribir su peso (masa), seguido del peso (masa) de sus compañeros de grupo y que entre cada valor se debe dejar una separación de dos cuadraditos del cuaderno. Cuando se tengan estos escritos en el cuaderno, se realiza una comparación entre dos pesos (masas) y se ubica el símbolo de desigualdad correspondiente en los dos cuadritos que quedaron desocupados, se repite el procedimiento hasta realizar una comparación con todos los valores. Finalmente se ubican los valores en una recta numérica. (20 min aproximadamente)

Tercer momento: Los estudiantes trabajan en la parte II, actividad grupal, en la que se busca vincular la relación de orden desarrollada anteriormente, con la ubicación de los valores en la recta numérica, generando así en los grupos de trabajo una inecuación lineal con su respectiva representación gráfica, que tiene como fin dar a los estudiantes una interpretación gráfica del orden en los números racionales. (20 min aproximadamente).

Cierre: Se realiza una muestra de las representaciones graficas de cada uno de los grupos de trabajo y de las experiencias vividas en el transcurso de la actividad. (15 min aproximadamente).

5.2.1. Actividad N°2

Indicaciones: Forme grupos de a lo más 10 estudiantes.

Escriba el nombre de los integrantes y número de grupo.

Respete el trabajo individual y el trabajo grupal de sus compañeros.

Nombre de los integrantes:

Grupo N°:

Actividad

I. Complete la siguiente tabla con los datos solicitados.

Nombre del estudiante	Masa en kilogramos

II.

Actividad individual

- Registren en sus cuadernos; su peso (masa) seguido por el peso (masa) de sus compañeros de grupo, dejando dos cuadritos de separación entre los valores.
- Realice comparaciones entre dos valores escritos anteriormente y dibuje el símbolo correspondiente ($<$, $>$, \leq , \geq o $=$) en los cuadritos de separación. Repita el procedimiento hasta comparar todos los valores.
- Ubique los valores en una recta numérica.

Actividad grupal

- Comenten con sus compañeros de grupo como quedaría la recta numérica si solo se permite ubicar los valores menores a 45,2 kilogramos.
- Escriban el enunciado anterior como una inecuación y dibujen la representación gráfica de esta misma.
- Comenten con sus compañeros de grupo que representa la siguiente inecuación $53,6 \leq X$ Escriba sus conclusiones.
- Realicen la representación gráfica de la inecuación anterior.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES

Para el desarrollo de esta investigación se trabajó bajo un enfoque cualitativo, con la modalidad de estudio de caso, que utiliza la Ingeniería Didáctica, Artigue & Douady (1995) como metodología. Se realizaron las fases del análisis preliminar, análisis a priori y experimentación, esta última, se realizó con el fin de poner a prueba la propuesta didáctica y que fuese aprobada de forma piloto por los estudiantes, sin embargo, el análisis a posteriori no se realizó, porque como este trabajo fue en el segundo semestre del año escolar, no coincidieron los tiempos, entre la investigadora y los estudiantes de Octavo básico.

Según lo analizado en las Bases Curriculares, los planes y programas y los textos escolares otorgados por el Ministerio de Educación de Chile, en los distintos niveles educativos estudiados (primer año básico a octavo año básico), se pudo observar que el mayor énfasis, se le atribuye a las ecuaciones por sobre la inecuaciones, utilizando una variante de las propiedades de las ecuaciones, en el desarrollo de las inecuaciones.

Además en el curriculum chileno se aprecia que entre primero y cuarto año de enseñanza general básica, la unidad de inecuación se trabaja de forma implícita dando un tratamiento paulatino a esta, se observa que en estos niveles educativos se registran las desigualdades como un desequilibrio y se utilizan los símbolos de las desigualdades e inecuaciones, como símbolos no iguales. En quinto básico se observó que se comienzan a trabajar las inecuaciones de forma explícita, estas se relacionan con la resolución de problemas de la vida cotidiana, comprobando los resultados obtenidos en forma pictórica y simbólica. Es en sexto año de enseñanza general básica donde se observó que en las inecuaciones se busca que los estudiantes pasen de una representación pictórica, usando material concreto, a una representación simbólica.

Durante el transcurso de esta investigación, se observó que los estudiantes de séptimo y octavo año de enseñanza general básica carecían de un conocimiento claro sobre las inecuaciones y esto lo atribuye al ajuste de las Bases Curriculares que se empezaron a realizar el 2012, porque según estos estudiantes no había trabajado las inecuaciones desde un punto de vista concreto y pictórico.

Al finalizar este estudio se da cuenta de que la principal idea de este proyecto de investigación, es poder generar una secuencia didáctica que sirva como aporte en el proceso de enseñanza y aprendizaje para los docentes y los estudiantes de octavo año básico de un Liceo particular subvencionado de la comuna de la Cisterna, con el fin de superar errores en las inecuaciones lineales.

Gracias a la aplicación del cuestionario, es que se evidencia que la comprensión que tienen los estudiantes, de los conceptos de ecuación e inecuación, no eran manejados a cabalidad, además se identificaron algunos errores que cometieron estos estudiantes, la investigadora los clasifica en **Error tipo 1, de la lectura literal**, en el que los estudiantes no logran reconocer el significado de la desigualdad y **Error tipo 2, de la incógnita como valor numérico**, en el que los estudiantes presentan dificultades para comprender la incógnita como un intervalo de la solución.

La propuesta didáctica diseñada, trabaja las inecuaciones lineales de manera que se facilite la enseñanza y aprendizaje por parte de los estudiantes, debido a esto, la investigadora considera importante utilizar material concreto, pictórico y simbólico, que los estudiantes debiesen conocer. Esta propuesta busca superar el error tipo 1, con la actividad n°1, y el error tipo 2, con la actividad n°2.

Esta propuesta didáctica ayuda de buena manera a los estudiantes de octavo año básico a superar los obstáculos que se relacionan con la interpretación de la solución de una inecuación lineal, ya que se busca que los estudiantes refuercen valores, como el respeto, la solidaridad, la tolerancia y la responsabilidad en torno a sus compañeros y sus profesores, además se guía a los estudiantes a recordar y a fortalecer el significado y la utilización de los símbolos de las desigualdades, un significado que en varios casos es erróneo. Esta propuesta también relaciona contenidos matemáticos con la vida cotidiana, como lo es el peso (masa), para que sea más fácil para los estudiantes comprender y asimilar estos contenidos.

A partir de los resultados obtenidos en el test de satisfacción, es que la investigadora señala que la propuesta didáctica tuvo una buena aceptación por parte de los estudiantes, ya que se observa que les gustó la actividad, porque se realizó en grupos, y se utilizó material didáctico, aunque los estudiantes señalan que presentaron dificultades a la hora de modelar una inecuación. Algunas apreciaciones de los estudiantes fueron: “Si me gusto porque fue entretenida, dinámica u aca además aclare mis dudas.” (TS12), “Si, porque aprendi a expresar las inecuaciones de mejor manera.”

(TS15), “La encontré fácil pero no tanto al llegar a la parte de crear la ecuación del pollo.” (TS02), “Facil, ya que este contenido ya estaba pasado. Pero me ayudo a reforzar algunas dudas que tenia sobre las inecuaciones.” (TS09).

Durante la implementación de la propuesta didáctica, la investigadora evidenció momentos en que los estudiantes prestaron mayor atención a la actividad, por ejemplo en el momento en cual se utiliza el material concreto, (cartulinas de colores) para modelar una inecuación y cuando los estudiantes se tienen que organizar para pesarse y registrar sus pesos (masas), que serán utilizados para relacionar estos con las inecuaciones y su ubicación en la recta numérica. Algunas apreciaciones de los estudiantes son: “Que tuviéramos que anotar el peso y hacer actividades con el.” (TS04), “La parte de los pesos y la recta ya que fue la parte más didáctica y esa me gusto.” (TS09), “Cuando la profesora puso el ejemplo de las figuras en la pizarra.” (TS08), “Me llamo la atención usar las figuras para representar si es mayor o menor.” (TS12).

La investigadora cree que la actividad implementada, aunque considera la utilización de material concreto, fue realizada acorde a lo establecido por las Bases Curriculares (2015) y por el Ministerio de Educación (2016a y 2016b), piensa que esta propuesta didáctica brinda a los estudiantes una nueva perspectiva sobre las inecuaciones, superando obstáculos que se crearon en cursos anteriores, como el de la “metodología del pollito”, los estudiantes establecen las diferencias entre las ecuaciones y las inecuaciones e interpretan correctamente el símbolo de la desigualdad.

A partir de lo vivido en este Seminario de Grado, pienso y creo que como educadora, se debe de estar constantemente pendiente de las necesidades educativas de nuestros estudiantes, para que así se logre evitar un gran problema, en la educación. Además para que los estudiantes se apropien del conocimiento y se construya un aprendizaje significativo, se pueden utilizar estas metodologías de enseñanza en todos los contenidos.

Al preguntarle a un estudiante que le mejoraría a la propuesta didáctica el responde: “Nada, ya que esta clase fue muy entretenida y didáctica. De hecho yo creo que de esta forma los niños aprenden más.” (TS09) Con la argumentación de este estudiante, surge una interrogante que puede ser utilizada para ampliar esta investigación, basándose ahora en los educadores, en las capacidades y estrategias que estos poseen y/o utilizan durante sus clases. ¿Los docentes que están inmersos en el proceso de enseñanza y

aprendizaje, están incorporando actividades lúdicas, que estén acorde a lo establecido por las Bases Curriculares, durante la realización de sus clases, o se enfocan solo en la parte matemática y teórica?

BIBLIOGRAFÍA

- Andrade Escobar, C. (2011). *Obstáculos didácticos en el aprendizaje de la matemática y la formación de docentes*. Colombia: Clame.
- Arévalo, B., & Rojas, T. (2017). *Un estudio de las inecuaciones lineales desde el espacio de trabajo matemático*. Obtenido de <http://villarrica.uc.cl/files/matematica/RI01RI19/RI%2016.pdf>
- Artigue, M., & Douady, R. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática* (Primera edición ed.). (P. Gómez, Ed.) Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Baldor, A. (1980). *Álgebra*. Madrid: Ediciones y distribuciones CODICE.
- Bernardis, S., Nitti, L., & Scaglia, S. (Diciembre de 2017). Indagación de la historia de las desigualdades matemáticas. *Educación matemática*, 29(3). Obtenido de <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/2017/11/29/indagacion-de-la-historia-de-las-desigualdades-matematicas/>
- Borello, M. (2010). *Un planteamiento de resignificación de las desigualdades a partir de las prácticas didácticas del profesor*. Tesis de doctorado, Instituto Politécnico Nacional, México.
- Brousseau, G. (1989). *Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. Construction des savoirs*. Bordeaux.
- Carreño Campos, X., & Cruz Schmidt, X. (2002). *Álgebra* (Segunda edición ed.). Santiago, Chile: Arrayán Editores S.A.
- Catalán Navarrete, D., Pérez Ureta, B., Prieto Córdoba, C., & Rupin Gutiérrez, P. (2017). *Texto del estudiante Matemática octavo básico*. Santiago. Providencia, Chile: Ediciones SM Chile S.A.
- Cruz, M. (13 de Septiembre de 2014). *SlideShare*. Obtenido de <https://es.slideshare.net/MirianCruz3/smbolos-igualmayor-que-menor-que>

- Garrote Sánchez, M., Hidalgo Carranza, M. J., & Blanco Nieto, L. (2004). Dificultades en el aprendizaje de las desigualdades e inecuaciones en alumnos de primer curso de bachillerato. *Suma* 46, 37-44. Obtenido de Revista Suma: <https://www.eweb.unex.es/eweb/ljblanco/documentos/2004%20Garrote,%20Hidalgo,%20Blanco%20Inecuaciones%20Suma.pdf>
- H. McMillan, J., & Schumacher, S. (2005). *Investigación educativa* (5° edición ed.). Madrid: Pearson Educación.
- Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (Cuarta edición ed.). Mexico: McGraw-Hill.
- Merino Leyton, R., Muñoz Correa, V., Pérez Ureta, B., & Rupin Gutierrez, P. (2017). *Texto del estudiante Matemática séptimo básico*. Santiago. Providencia, Chile: Ediciones SM Chile S.A.
- Ministerio de Educación. (2012). *Bases Curriculares de primero a sexto básico*.
- Ministerio de Educación. (2015). *Bases Curriculares 7°básico a 2°medio*.
- Ministerio de Educación. (2016a). *Programa de estudio Séptimo básico*. Santiago, Chile.
- Ministerio de Educación. (2016b). *Programa de estudio Octavo básico*. Santiago, Chile.
- Monje Fernández, Y. V. (2007). *Tratamiento de la inecuación en el contexto escolar de Chile y Rusia*. Tesis de Magíster, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción.
- Monsalve, V. (7 de Octubre de 2015). *Blogspot*. Obtenido de <http://fundamentosud.blogspot.cl/2015/10/historia-de-desigualdades.html>
- Portal Educativo*. (05 de 09 de 2014). Obtenido de <https://www.portaleducativo.net/cuarto-basico/783/Inecuacion-o-desigualdad>
- Rico Romero, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. (J. Kilpatrick, P. Gómez, & L. Rico , Edits.) Bogota.
- Socas Robayna, M. M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria*. Barcelona.

WikiMatemática. (2012). *Historia de los símbolos matemáticos*. Obtenido de http://www.wikimatematica.org/index.php?title=Historia_de_los_s%C3%ADmbolos_matem%C3%A1ticos

Yolanda. (Diciembre de 2015). *Blogspot. Recursos para docentes*. Obtenido de <https://recursospadocentes.blogspot.cl/2015/12/jugamos-con-los-numeros.html?m=1>



ANEXOS

ANEXO 1: CUESTIONARIO

Profesora: Daniela Andrade

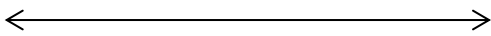

Cuestionario

Nombre: _____

Curso: _____

A continuación se encontrará con tres de preguntas, las cuales les pido responder de la manera más sincera posible y, por favor, con letra clara y legible. La información recolectada será de uso confidencial y se utilizará para estudiar sus respuestas y buscar mejores formar de enseñar estos contenidos. **Es sin nota, por favor responda con toda tranquilidad y confianza.**

1.- Dibuje la gráfica que represente la solución de las siguientes inecuaciones, argumente su respuesta.

Inecuación	Solución grafica	Argumentos
$x > 1$		
$x \leq -5$		

$-3 < x$	\longleftrightarrow	
$7 \geq x$	\longleftrightarrow	

2.- Marque la letra de la alternativa que considere que es la solución de $-8 < 5x$, y **explique por qué**.

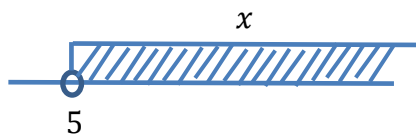
a) Todos los números racionales menores que $-\frac{8}{5}$.

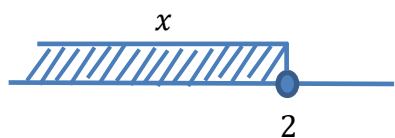
b) Todos los números racionales mayores que $-\frac{8}{5}$.

ESCRIBE AQUÍ TU EXPLICACIÓN:

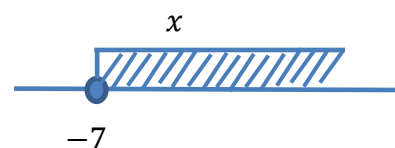
3.- Escriba en el recuadro si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), y justifique su respuesta:

La solución gráfica de $5 > x$ es





es solución de la inecuación $5 \geq 3 + x$



es solución de la inecuación $14 < -2x$ es

ANEXO 2: TABULACIÓN DE DATOS ESTUDIANTES DE SÉPTIMO BÁSICO

Respuestas de los estudiantes ante el ítem 1, donde se busca representar la solución de 4 inecuaciones lineales.

Estudiante	$X > 1$	$X \leq -5$	$3 < X$	$7 \geq X$
E701	El signo muestra que x es mayor que 1	El signo muestra que x es menor o igual que -5	El signo muestra que x es mayor que -3	El signo muestra que x es menor o igual que 7
E702	Yo creo que es esa porque dice que es mayor	Porque es menor o igual asi que pinta	Porque dice que es mayor a x	
E703	Bueno, x es mayor que 1 por lo tanto se hace una circunferencia, la linea va a la derecha de 1 ya que cualquier numero mayor a 1 puede ser x	x es menor o igual que -5 por lo tanto hice un circulo y la linea hacia la izquierda ya que cualquier numero menor o igual a -5 puede ser x	Hice una circunferencia ya que el -3 no tiene posibilidad de ser x, por eso la linea va a la derecha	Hice un circulo ya que x puede ser 7 u otro numero, pero el numero es menor o igual que 7, por eso la linea va a la izquierda
E704	A la derecha lo puse porque siempre se ponen los numeros normales, los que son menor hacia la izquierda, la circunferencia no la pinte ya que no es menor, si es menor la pinto	Pinte la circunferencia ya que es menor	Aca ise la mismo pinte la circunferencia ya que es menor	Aca la deje asi porque no es resta el numero

E705	Que x es cualquier numero mayor que 1	Porque x es menor o igual que -5	Porque x es mayor que -3	7 es mayor o igual que x
E706	Porque x al ser mayor tiene que estar hacia la derecha de 1	Porque menos cinco al ser mayor que x tiene que estar mas cerca del cero	-3 es menor que x entonces x tiene que estar mas lejos del cero	7 al ser mayor tiene que estar hacia la derecha de x
E707	Demuestra que x es cualquier numero mayor que 1	Demuestra que x es menor o igual que -5	Demuestra que -3 es menor que x	Demuestra que 7 es mayor o igual que x
E708	Que x es cualquier numero mayor que 1	x es menor o igual que -5	x es mayor que -3	x es menor o igual que 7
E709	Demuestra que x es cualquier numero mayor que 1	-5 es mayor que x y esta va a la derecha	Cualquier numero mayor que -3	Cualquier numero menor que x o mayor que 7
E710	Yo creo que es haci porque aparece el signo hacia el lado izquierdo	Yo creo que es haci porque yo creo que es valido y se parece que esta bueno la inecuación grafica	Por el signo que va ha la derecha y el grafico se ve bueno	Por el signo que va ha la izquierda y el grafico se ve bueno
E711				
E712	x es mayor que 1 puede ser cualquier numero mayor que 1	x es mayor que -5	-3 es menor que x	7 es mayor que x

E713	Porque x es mayor que 1	x es menor o igual que menor 5 va a la izquierda	-3 es menor que x por eso va a la derecha	x es menor por eso va a la izquierda
E714	Porque x es mayor que 1	Porque el mayor que -5 esta a la derecha	Porque a la derecha van los mayores	Tambien van a la derecha los mayores
E715	La solución grafica va a la izquierda porque cualquier numero mayor que 1 cumple la inecuación, es una circunferencia porque es solo mayor que	La solución grafica va a la derecha	La recta numerica va a la derecha porque cualquier numero mayor a -3 cumple la inecuación y es circunferencia porque es solo mayor	La recta va a la derecha ya que cualquier numero menor a 7 cumple la inecuación y es círculo porque es mayor o igual que
E716	Se coloca la recta hacia la derecha porque el numero es mayor que 1	Se coloca la circunferencia pintada porque el numero es menor o igual	Se coloca la circunferencia sin pintar porque el numero es mayo	Se coloca la linea hacia la derecha porque el numero es menor o igual
E717	Porque 1 es menor que x asi que la flecha se tira hacia el lado de la x porque es mayor	Porque x puede ser menor o igual que -5 por eso se pinta el circulito	Porque -3 es menor que x por eso se tira la flecha asia x	Porque 7 es mayor o igual que x por eso se pinta el circulo
E718	En la inecuación dice que x es mayor que 1	-5 es mayor o igual a x	-3 es menor que x	7 es mayor o igual a x
E719	Nose	Nose	Nose	Nose

Respuesta de los estudiantes, frente al ítem 2 de alternativa.

Estudiante	Alternativa	Explicación
E701	B	Relacione que son mayores que $-8/5$
E702		No entendi mucho
E703	B	Ya que el 8 es menor y x es mayor por lo tano va a la derecha
E704	A	Porque tiene más sentido
E705	B	
E706	B	Porque -8 no se puede multiplicar ni dividir se convierte en fracciones
E707	B	
E708	B	Considero que esta buena
E709	B	Porque $5x$ es mayor que -8
E710	B	Porque te da mayor que $-8/5$
E711	A	Porque tiene el signo menor
E712	B	Letra B porque significa que todos los n° mayores a -8 estan correctos
E713	B	La x tiene que ser mayor que $-8/5$
E714		
E715	B	Es B por que -8 al ser menor que 5 cumple la letra B de la fracción

E716	A	
E717	A	
E718	B	Todos los numeros racionales mayores que $-8/5$
E719	B	

Respuesta de los estudiantes en el ítem 3 de verdadero y falso, en relación con tres afirmaciones.

Estudiante	Solución de $5 > X$	Solución de $5 \geq 3 + X$	Solución de $14 < -2X$
E701	F. El grafico muestra que x es mayor que 5	V	V
E702	V. Yo creo que es V porque dice $5 > x$	V. Si, ya que el punto esta marcado	
E703	F. Es falso porque la linea deberia ser hacia la izquierda ya que x es menor, no mayor que 5	F. Ya que de por si no sale 5, en vez de 5 sale un 2	F. Ya que no es la solución porque -7 no esta incluido en el problema y $-2 * x$ no te puede dar -7
E704	F. Es falso porque se coloca hacia la derecha cuando no es menor	V. Es verdadero porque es mayor y se pone a la derecha	V. Esta bien si es menor el número se coloca hacia la izquierda
E705	V	V	F
E706	F. El cinco tiene que estar a la derecha de x	V. Porque 5 es mayor que $3 + x$	V. Porque 14 dividido en -2 es -7
E707	F	V	F
E708	F	V	F
E709	F. Es esta a la izquierda	V	F. -7 esta a la izquierda
E710	F. Por el signo que va a la izquierda	F. Es falso porque falta un numero	F. No aparecen los mismo numeros

E711	V	V	V
E712	F. El 5 tiene que estar a la derecha	V	F
E713	F. Sale que x es mayor que 5	V	F. No tiene que ser mayor que 16
E714	F. Porque x es para el otro lado de la recta por eso es falsa	V. Esta bien porque es un circulo y ni una circunferencia	F. Es falso ya que esta mal esa recta
E715	F. La recta debe ir a la izquierda ya que aquí me dice que 5 es menor a los siguientes numeros.	F. La solución grafica debe ir a la derecha ya que aquí me dice que 2 es mayor a los siguientes numeros y debe ser 5 es mayor a los siguientes numeros	F. La solución grafica debe ir con el numero partiendo de -7 a la izquierda
E716	F	V. Esta si es lo que da este resultado	F. Si es menor no se debería pintar la circunferencia y debería ir a la izquierda
E717	F. Esta mal porque dice que 5 es mayor que x y en la solución grafica dice lo contrario	V	V
E718	V	F. la solución es $2 \geq +x$	V
E719	F	V	V

ANEXO 3: TABULACIÓN DE DATOS ESTUDIANTES DE OCTAVO BÁSICO

Respuestas de los estudiantes ante el ítem 1, donde se busca representar la solución de 4 inecuaciones lineales.

Estudiante	$X > 1$	$X \leq -5$	$3 < X$	$7 \geq X$
E801	Puse el 1 y no pinte la pelotita porque solamente dice que x debe ser mayor que 1	Pinte la pelotita porque dice que x debe ser menor o igual que -5	No pinte la pelotita porque solamente dice que x debe ser mayor que -3	Pinte la pelotita porque dice que x debe ser menor o igual que 7
E802	x es mayor que 1	x es menor o igual que -5	x es mayor que -3	x es menor o igual que 7
E803	Equis es mayor que uno por lo cual tiene que ser mayor que uno	Equis es menor o igual que cinco por lo cual el cinco esta incluido en el resultado	Equis es mayor que -3 por lo cual los valores estan a la derecha	Equis es menor o igual que 7 por lo cual el 7 esta incluido en el resultado
E804	x es mayor que 1	x es menor o igual que -5	x es mayor que -3	x es igual o menor que 7
E805	x es mayor que 1	x es menor o igual que -5	x es mayor que -3	x es menor o igual que 7
E806	Es un intervalo abierto hacia la derecha porque el uno no incluye en la ecuación	Porque -5 no incluye en la ecuación	Pinte hacia la derecha porque los numeros mayores	Pinte a la izquierda porque a hacia ese lado estan los n° menores que 7

E807	Los números tienen que ser mayores que uno, por lo cual van hacia la derecha	Puede ser menor o igual que menos cinco van hacia la izquierda.	va hacia la derecha ya que x es mayor que menos tres	Va hacia la izquierda ya que x es menor
E808	Todos los resultados mayores que 1 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores o iguales que -5 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores que -3 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados mayores o iguales que 7 satisfacen la desigualdad
E809	Todos los resultados mayores que 1 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores o iguales que -5 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores a -3 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados mayores o iguales a 7 satisfacen la desigualdad
E810	Todos los resultados mayores que 1 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores y iguales que -5 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados menores que -3 satisfacen la desigualdad	Todos los resultados mayores o iguales a 7 satisfacen la desigualdad
E811				
E812	Intervalo abierto porque no es igual	Intervalo abierto por la izquierda	Intervalo abierto	Intervalo abierto por la derecha

E813	Porque x es mayor que 1	Porque x es menor o igual que -5	Porque menos 3 es mayor que x	Porque x es mayor que 7
E814	Porque 1 es menor que x	Porque x es menor o igual que -5. Además esta hacia la izquierda porque es negativo	Porque x es mayor que -3	Porque 7 es menor o igual a x
E815	x es mayor que uno	x es menor o igual que -5	x es mayor que -3	7 es mayor o igual que x
E816	Porque el signo decide donde va	Por que el punto designo	R: Por que -3 es mayor que x	Por que x es mayor que 7
E817	Por que x es mayor que 1	Por que x es menor o igual que -5	Por que -3 es menor que x	Por que se
E818	Porque 1 es menor que x	Porque -5 es es mayor que x	Porque -3 es menor que x	Porque 7 mayor que x
E819	Porque la x es mayor que uno	Porque la x es menor o igual que -5	Porque -3 es menor que x	Porque 7 es menor o igual a x
E820	x es mayor que 1 y está bien graficado	x es menor o igual que -5 y además esta bien graficado	-3 es menor que x entonces la rayita de arriba hacia la izquierda	7 es mayor o igual que x entonces la rayita va hacia la derecha

E821	Porque x son todos los valores mayores que el numero 1	Porque x es menor o igual a -5	-3 es menor que x	El siete es mayor o igual a x
E822	Porque x es mayor que 1	Porque es menor o igual que -5	Porque 3 es mayor a x	Porque es mayor o igual a x
E823	x podria ser cualquier numero entre 2 y el infinito por lo cual elijo el 2	x es igual a -5	x podria estar entre -2 y el infinito	x es igual a 7
E824				
E825	Porque la x es mayor que 1	Porque x es menor o igual que -5	Porque -3 es menor que x	Porque 7 es mayor o igual que x
E826	No me acuerdo	Porque x es menor o igual que -5	Por qué x es mayor que -3	
E827	Por que al ser mayor que 1 va hacia a la derecha	Por que al ser menor que -5 la linea va hacia la izquierda	Por que al ser mayor que -3 la linea va hacia a la derecha	Por que al ser menor que 7 la linea va hacia la izquierda
E828	R: Porque " x " al ser mayor que 1	R: La flecha apunta hacia ese lado ya que x puede ser igual o mayor que -5	R: Porque x es mayor que -3	R: Es cerrado ya que dan en un interbalo entre ellos

E829	Porque para la derecha	Negativos a la izquierda	Los que estan cerca del 0 son mayor	Positivos
-------------	------------------------	--------------------------	-------------------------------------	-----------

Respuesta de los estudiantes, frente al ítem 2 de alternativa.

Estudiante	Alternativa	Explicación
E801	A	Porque la ecuacion despues de todo desarrollo quedara $x < -8/5$
E802	A	A. Todos los numeros racionales menores que $-8/5$ porque x es mayor que $-8/5$
E803	A	A. Todos los numeros racionales menores que $-8/5$ porque x es mayor que $-8/5$
E804	A	El signo entre -8 y $5x$ indica que la respuesta el menor
E805	A	Todos los numeros racionales menores que $-8/5$ porque x es mayor que $-8/5$
E806	B	Porque estan a la izquierda todos los numeros mayores que $-8/5$
E807	A	Porque x es mayor que $-8/5$
E808	B	1,1 es el resultado final
E809	B	R=1,10 es el resultado, por eso es mayor que el numero $-8/5$
E810	B	B Porque es mayor que el numero de $-8/5$
E811	A	
E812	A	
E813	B	
E814	B	Porque la x siempre sera el numero de abajo

E815		
E816	B	Tiene más coherencia ya que el signo decidio a donde va
E817	B	Porque todos los n° racionales mayores que $-8/5$ es la respuesta
E818	A	Porque -8 es menor que $5x$
E819	A	Al pasar la x a la izquierda se transforma a negativo luego se multiplica por -1 y el signo se voltea, luego se divide por 5
E820	B	Es la alternativa B, porque son todos los n° racionales mayores que $-8/5$
E821	A	Porque son menores que $-8/5$ Todos los numeros menores que $-8/5$
E822		
E823	B	Ya que el resultado es que x es mayor que $-8/5$
E824	B	Porque todos los n° racionales mayores que $-8/5$
E825	B	
E826	B	No se bien pero lo relacione
E827	A	Porque x es mayor que $-8/5$
E828	A	
E829	A	Porque es negativo

Respuesta de los estudiantes en el ítem 3 de verdadero y falso, en relación con tres afirmaciones.

Estudiante	Solución de $5 > X$	Solución de $5 \geq 3 + X$	Solución de $14 < -2X$
E801	F. La línea tiene que ir a la izquierda y no a la derecha	F. La línea debe ir a la derecha y no a la izquierda	V
E802	F. Porque x es menor que 5, por lo tanto la línea va a la izquierda	F. Porque el resultado es 1,6 no 2 y además la línea esta para el otro lado	V
E803	F. Es falso porque x es menor que 5 porque los menores estan a la izquierda	F. Porque el resultado es 1,6 y la recta es para el otro lado	V
E804	V	F. x es igual o mayor que 2	F. En la inecuación no esta el simbolo \geq, \leq
E805	F. Porque x es menor que 6 por eso la linea esta para el otro lado	F. Porque el resultado es 1,6 y no 2 y la linea esta al revez	V
E806	F. Porque la flecha deberia estar a la izquierda porque x es menor	V. Porque si da el resultado de la ecuación	F. No da el resultado - 7 en la ecuación
E807	F. La flecha debe ir hacia la izquierda	F. La linea va hacia el otro lado	F. La x debería estar hacia la izq. Yaque x es menor

E808	V	F. Tiene que ir para el lado contrario	F. El simbolo tiene que ir para otro lado y aparte el circulo si esta incluido
E809	V	F. Porque esta para el lado contrario	F. Porque el circulo no deberia estar pintado
E810	V	F. No es para esa dirección	F. No es menor o igual no esta integrado
E811	V	F	F
E812	V	F	V
E813	V. Porque 5 es menor que x	F. El 5 y el 3 no se restan, se suman	F. Porque 14 no se resta 2x solo se cambia de lugar
E814	V. Porque 5 es menor que x ademas esta bien porque la pelotita no esta pintada	F. Porque 5 y 3 no se restan.	F. Porque 14 no se resta con 2. Ademas esta mal graficada porque el circulito esta pintado. Para que se pueda pintar el signo debe estar haci \leq
E815	V	F. 5 no esta presente en el grafico	V
E816	F. Ya que el grafico esta malo	V. Porque el punto con el signo dice en donde va	F. Es falsa ya que al simplificar queda positivo y el grafico esta malo

E817	V	V	V
E818	V	F. Porque el 2 no esta en la solución	F. Porque el -7 no esta en el problema
E819	V. Porque la solución grafica dice lo correcto	V. Porque al hacer la ecuación el resultado representa la solución grafica	F. Porque el punto esta relleno siendo que la ecuacion no dice que es "o igual que"
E820	V. Es verdadero por 5 es mayor que x y se muestra bien graficado en el grafico	F. La respuesta deberia ser $2 \geq x$, y además esta mal graficado	V
E821	F. Es hacia el otro lado la línea	F. No da ese resultado	V
E822	V. Ya que 5 es mayor que x	F. Porque ese no es el resultado	V
E823	F. Para que esto sea correcto la x debe estar hacia el infinito negativo	F. La x debe ir hacia el infinito positivo para que sea correcto	V
E824	F	V	V
E825	F	F	V
E826	F. El intervalo es abierto hacia la izquierda	F. El intervalo tiene que estar abierto hacia la derecha	F. El intervalo tiene que estar abierto hacia la izquierda

E827	F. Porque x es menor que 5 y la linea va hacia el otro lado	F. La linea es hacia el otro lado	V
E828	F. Porque x es menor que 5 y la flecha apunta a que x es mayor	F. Porque no corresponden a los valores y la linea esta al revés	V
E829	F. Porque es mayor	F. Aquí es mayor	V



ANEXO 4: TEST DE SATISFACIÓN

Profesora: Daniela Andrade

Test de satisfacción

Nombre: _____

A continuación, se encontrará con una serie de preguntas, las cuales les pido responder de la manera más sincera posible y, por favor, con letra clara y legible. La información recolectada será de uso confidencial y se utilizará para fortalecer y mejorar la actividad realizada anteriormente.

1. ¿Le gustó la actividad? ¿Por qué?

2. ¿La encontró fácil o difícil? Argumente.

3. ¿Qué fue lo que le llamo más la atención?

4. ¿Qué aprendió con esta actividad?

5. Si tuviera que mejorar algo ¿Qué sería?

ANEXO 5: TABULACIÓN DE DATOS TEST DE SATISFACIÓN

Respuestas de los estudiantes ante la pregunta n°1, n°2 y n°3.

Estudiante	¿Le gustó la actividad? ¿Por qué?	¿La encontró fácil o difícil? Argumente.	¿Qué fue lo que más aprendió?
TS01	Sí, porque esto nos ayuda a mejorar y aprender los lenguaje algebraico.	Facil, ya a la ayuda de mis compañeros	Los ejercicios ya que no me acordaba mucho sobre esto.
TS02	Si, porque ayudo a mi profesora.	La encontré fácil pero no tanto al llegar a la parte de crear la ecuación del pollo.	Anotar el peso de mis compañeros.
TS03	Si, era bastante interactiva.	Fácil, porque manejaba el tema	Todo.
TS04	Si, porque fue en grupos de 3 conversamos con personas de otro curso.	Facil, porque los contenidos ya los habíamos pasados y yo me los sabia bien	Que tuviéramos que anotar el peso y hacer actividades con el
TS05	No ya que no me gusta la matemática.	Dificil, ya que no me acorde de mucho.	Nada.
TS06	Si, ya que pase el rato.	La encontré fácil al principio final.	Las actividades grupales.

TS07	No mucho, porque en general no me gusta la matemática.	Mas o menos porque algunas cosas no las sabia bien.	Nada.
TS08	Si ya que aprendi y entendí mas sobre las inecuaciones	Facil, ya que la profesora explica claramente todo.	Cuando la profesora puso el ejemplo de las figuras en la pizarra.
TS09	Si, me gusto porque era didáctica y me gustan las actividades.	Facil, ya que este contenido ya estaba pasado. Pero me ayudo a reforzar algunas dudas que tenia sobre las inecuaciones.	La parte de los pesos y la recta ya que fue la parte más didáctica y esa me gusto.
TS10	Si porque fue entretenida.	Algunas fáciles y otras difíciles.	Como interpretar las inecuaciones.
TS11	Si porque pude reforzar más las inecuaciones.	Al principio difícil ya que no entendia mucho la materia.	La manera en como hicimos las actividades.
TS12	Si me gusto porque fue entretenida, dinámica u aca además aclare mis dudas.	La encuentre fácil.	Me llamo la atención usar las figuras para representar si es mayor o menor.
TS13	Si muy inclusiva y creativa.	Mas o menos, aunque al principio no entendia.	La actividad.

TS14	Si, porque fue interactiva esta actividad.	Mas o menos porque no había practicado esto.	La actividad de los círculos y rectángulos.
TS15	Si, porque aprendí a expresar las inecuaciones de mejor manera.	Facil, era una materia que yo ya conosia.	La manera en que se expresan las inecuaciones.
TS16	Si porque me gusta aprender.	Los encontré mediano porque era fácil pero difícil.	Los circulitos y las barras en la pizarra.
TS17	Si, estuvo bastante divertido, la profe Daniela explica bien y es divertida.	Por mi, la encuentre fácil y las dudas que tenia ya las solucione.	Que la profe se organizo mucho.

Respuestas de los estudiantes ante la pregunta n°4 y n°5.

Estudiante	¿Qué aprendió con esta actividad?	Si tuviera que mejorar algo. ¿Qué sería?
TS01	Aprendi un poco ya que me acorde un poco de esto que pasamos en matematicas.	Estudiar mas sobre esto para aprender y mejorar en matemáticas.
TS02	Analizar de mejor manera las inecuaciones.	No, diría que esta bien.
TS03	El orden de la inecuacion.	Nada.
TS04	Aprendi a hacer este tipo de cosas con personas que no conozco.	Nada.
TS05	Solo recordé cosas.	Nada.
TS06	Que podemos usar las matemáticas en casi todos los ambitos de la vida diaria.	Nada.
TS07	Un poco de las inecuaciones.	Nada, esta todo bien.
TS08	A entender mejor las inecuaciones.	Que se asegure que todos pongan atención.
TS09	Me ayudo a reforzar toda la parte de las inecuaciones que no sabia.	Nada, ya que esta clase fue muy entretenida y didáctica. De hecho yo creo que de esta forma los niños aprenden más.

TS10	A leer bien y observar la inecuación.	Nada.
TS11	Aprendi a reforzar mas las inecuaciones	Hacer ejercicios mas fáciles porque después me equivoco en puras tonteras.
TS12	Esto yo lo sabia aquí aclare mis dudas.	No apurarme en los ejercicios fáciles porque sino me equivoco en puras tonteras.
TS13	Las formas de aprender las inecuaciones.	Nada, fue muy buena la actividad.
TS14	A graficar las inecuaciones.	Que fuera más rapido.
TS15	Como expresar inecuaciones.	Personalmente nada.
TS16	A representar mejor las inecuaciones.	El horario en que fue.
TS17	Como escribir mejor alg.	Poner mas ejercicios pero no tantos.

ANEXO 6: VALIDACIÓN DE EXPERTO

SOLICITUD DE VALIDACIÓN

Estimado(a) Experto(a):

Junto con saludar y por intermedio de la presente, solicito a usted, realizar validación del Instrumento de la Tesis de Pre Grado titulada: *"PROPUESTA DIDÁCTICA PARA SUPERAR LAS DEFICIENCIAS EN LA INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN DE UNA INECUACIÓN LINEAL EN OCTAVO AÑO BÁSICO DE UN COLEGIO PARTICULAR SUBVENCIONADO DE LA COMUNA DE LA CISTERNA"*.

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿De qué manera una secuencia didáctica, ayuda a superar en niños de octavo año básico, obstáculos en el aprendizaje relacionados con la interpretación de la solución de una inecuación lineal, detectados a partir del análisis del error de estudiantes de séptimo y octavo año de enseñanza general básica?

OBJETIVO GENERAL:

Proponer una secuencia didáctica conducente a superar obstáculos relacionados con la interpretación de la solución de una inecuación lineal, en estudiantes de octavo básico de un colegio particular subvencionado de la comuna de la Cisterna.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1) Identificar y caracterizar errores que presentan los estudiantes en la interpretación de la solución de una inecuación lineal.
- 2) Generar un análisis preliminar sobre la enseñanza, el aprendizaje y los obstáculos involucrados en las inecuaciones lineales.
- 3) Diseñar e implementar una secuencia didáctica conducente a superar obstáculos en la interpretación de la solución de una inecuación lineal.

Muchas gracias por la disposición y las observaciones que pueda realizar.

Saluda cordialmente a usted,

DANIELA ANDREA ANDRADE SOLIS
Estudiante Seminarista de Licenciatura en Educación y
Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa
Universidad Católica Silva henríquez

INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO

PERSONALES	
Nombre:	EMILIO CASTRO NAVARRO
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s):	MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA DR. © EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres):	ALGEBRA Y CÁLCULO INICIAL MOTIVACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
INSTITUCIÓN DONDE LABORA	
Nombre de la Institución:	UNIVERSIDAD MAYOR
Cargo o función que desempeña:	ACADÉMICO INVESTIGADOR
Firma:	