



FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación Matemática
e Informática Educativa

**LA COFLEXIÓN COMO HERRAMIENTA PARA EL
DESARROLLO DE LA ACTITUD CRÍTICA Y DEL
CONOCIMIENTO MATEMÁTICO. UNA INVESTIGACIÓN
ACCIÓN APLICADA EN UN COLEGIO PARTICULAR
SUBVENCIONADO**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA
EN MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA EDUCATIVA.

INTEGRANTES:

CAYUPI PUGA, JAVIER ANDRÉS
PACHECO ARROYO, CAMILO IGNACIO

PROFESOR GUÍA:

JORGE IVÁN ÁVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE

2017

AGRADECIMIENTOS

En agradecimientos a quienes mostraron apoyo y brindaron buenas vibras desinteresadamente, solo por el hecho de sentir amor por uno; en especial a mi familia, quienes de una u otra manera han sido un pilar fundamental en este proceso, sobre todo mi querida madre, quien me ha dejado ser y tomar mis propias decisiones, entregando apoyo y respeto por cada una de ellas.

A una que otra amistad, por entregar ayuda en los más mínimos detalles, desde compartir unas "heladas" hasta manifestar afectos en apoyo del arduo proceso, incluso aquellos que hicieron un "pie para el lado", para no obstaculizar el proceso de seminario.

Por último, pero no menos importante a uno que otro docente, que no han perdido el rol social de lo que significa ser un educador con inclinaciones por el desarrollo de la humanidad en vez de la mercantilización de la vida, sin ellos este proceso nunca se hubiese terminado.

Javier Cayupi Puga
Cayoken

A mis padres, por potenciar mis capacidades y siempre permitir un desarrollo autónomo.

A mis abuelos, por siempre estar ahí y demostrarme que el hogar es siempre un lugar al cual volver.

A los docentes que formaron parte de este proceso, motivándome y permitir explorar más allá de lo entregado en el aula, por todas las conversaciones a deshora y en contextos externos al aula.

A mis amigos, quienes saben perfectamente cómo soy, comprendieron mi ausencia y siguen aguantando mi carácter. Particularmente a quienes formaron parte de este proceso, que de una u otra forma entregaron su valioso aporte en uno de los semestres más trabajados.

A mi rubia, que llegó en el momento preciso y aportó de manera inconmensurable en este proceso, gran parte de lo que avancé te lo debo a ti.

Camilo Pacheco Arroyo
Red

RESUMEN

El presente seminario revela cómo la implementación de diseños de clase, con sus respectivos recursos y reflexiones colectivas, sustentada a partir de una teoría llamada Educación Matemática Crítica, trasciende tanto en los estudiantes en pos del desarrollo de contenidos matemáticos y actitud crítica para el trabajo en clases, como en los investigadores a través de la crítica-reflexiva de su actuar.

El estudio se realizó en un colegio particular subvencionado en el cual se trabaja bajo el modelo de educación popular y que está adscrito a la propuesta curricular del Ministerio de Educación Chileno. El curso estudiado corresponde al segundo nivel medio de educación para jóvenes y adultos, comúnmente conocido como "dos por uno", esto significa que en él se encuentran estudiantes que ya no pertenecen al sistema tradicional de educación, es decir, alumnos marginados por diversas razones o que participaron de métodos alternativos como el Montessori y buscan validar sus estudios.

La investigación posee enfoque cualitativo y la metodología empleada corresponde a investigación-acción participativa, en la cual uno de los investigadores mantuvo contacto directo con el curso en estudio a lo largo de todo el semestre, en el marco de su práctica profesional, mientras que el segundo mantuvo un rol colaborativo-reflexivo. Dentro de las herramientas utilizadas para recoger información, se encuentran: bitácoras reflexivas elaboradas por los investigadores, preguntas crítico-reflexivas desarrolladas en conjunto con los estudiantes luego de algunas clases, aplicación de diseños de clases y evaluaciones con foco en la colexión y, finalmente, un focus group donde participaron estudiantes clave que participaron durante todo el proceso.

En síntesis, el estudio expone cómo a través de actividades contextualizadas desarrolladas en la asignatura de matemáticas, el estudiante protagoniza su proceso de aprendizaje de manera colaborativa-reflexiva entre el docente y sus pares, generando una apropiación de los contenidos matemáticos involucrados y el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases, mientras que los docentes investigadores reflexionan respecto de su práctica docente con miras a mejorarla.

Esta investigación constituye una base para aportar en la educación matemática chilena, dónde hasta la fecha, se han encontrado escasas investigaciones relacionadas a la teoría de la Educación Matemática Crítica bajo este contexto.

ABSTRACT

The current research shows how the class design implementation, with its corresponding resources and collective considerations, is supported through a teaching theory called Critique Mathematical Education which spreads to students' benefits in their development of mathematical topics, critique attitude to the class work and researchers through sensible critique in their performances.

The research carried on a subsidized private school where people work under a popular educational model which is assigned in the curricular proposal given by the Chilean Education Ministry. The studied class belongs to the tenth level of high school for young and adults students, commonly known as "two by one", that is to say, students do not belong to the traditional educational system, it means, students marginalized by different reasons or because they were in alternative model as Montessori where they tried to validate their studies.

The research has got a qualitative approach and the methodology done correspond to a participatory action research, in which one of the researchers was in straight touch with the study class through the whole semester, in the frame of his professional performance, while the second researcher had a sensible-collaborative role. There are several tools used in order to collect information, they are: collective engagement calendar developed as a whole with students after a few lessons, application of class design and assessments with the aim in the reflection and finally a focus group where key students participated and lived the whole process.

To sum up, the research shows how through contextualize activities developed in the Math subject, the student is involved in his learning process in a sensible-collaborative way between his teacher and classmates, producing an appropriation of the mathematical contents involved and the development of a critique attitude to the class work, while researching teachers think of their teaching performances and as a consequence they improved them.

This research makes a platform in order to improve the Chilean mathematical Education, where so far, we have found lacking researches related to the theory about Critique Mathematical Education under a context.

ÍNDICE

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| INTRODUCCIÓN | 7 |
| CAPITULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA..... | 10 |
| 1 Antecedentes teóricos y/o empíricos observados..... | 10 |
| 1.1 Educación para jóvenes y adultos en Chile..... | 10 |
| 1.2 Proyecto educativo colegio Paulo Freire | 13 |
| 1.3 Relación contenido-contexto del estudiante | 16 |
| 1.4 Definición del problema y pregunta de investigación..... | 18 |
| 1.5 Objetivos | 19 |
| 1.5.1 Objetivo General..... | 19 |
| 1.5.2 Objetivos Específicos..... | 20 |
| 1.6 Supuestos de investigación | 20 |
| 1.7 Justificación e importancia..... | 21 |
| 1.8 Limitaciones..... | 22 |
| CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO..... | 24 |
| 2.1 Conceptos claves..... | 24 |
| 2.2 Educación matemática crítica | 31 |
| 2.3 Coflexión..... | 32 |
| 2.4 Actitud Crítica..... | 33 |
| CAPÍTULO 3: DISEÑO METODOLÓGICO | 36 |
| 3.1 Investigación educativa..... | 36 |
| 3.2 Paradigmas y enfoques de investigación | 36 |
| 3.3 Diseño de investigación | 36 |
| 3.4 Universo y sujetos..... | 40 |
| 3.5 Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos..... | 41 |
| 3.6 Validez y confiabilidad | 44 |
| CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN | 47 |
| 4.1 Trabajo de campo o recogida de información..... | 47 |
| 4.1.1 Facilitadores ante la recogida de la información..... | 48 |
| 4.1.2 Obstaculizadores ante la recogida de la información..... | 48 |
| 4.2 Análisis de la información | 49 |
| 4.2.1 Descripción y análisis con foco en la coflexión de la clase n° 3 | 49 |
| 4.2.2 Análisis con base en las rúbricas de los docentes presentes en aula | 55 |
| 4.2.2.1 Análisis en base a la rúbrica completada por la profesora colaboradora | 56 |
| 4.2.2.2 Análisis en base a la rúbrica completada por el investigador participante..... | 58 |
| 4.2.2.3 Mirada conjunta de la aplicación del diseño de clases n°3 con base en ambas evaluaciones por parte de los docentes. | 60 |
| 4.2.3 Análisis con base en las pautas de co-evaluación de los estudiantes | 63 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 4.3 Análisis del focus group..... | 72 |
| 4.3.1 Características de actitud crítica detectada a partir del focus group | 73 |
| 4.3.2 Características de la coflexión detectada a partir del focus group | 79 |
| 4.4 Análisis de las bitácoras reflexivas | 85 |
| 4.4.1 Análisis de las bitácoras relacionadas con el acto de coflexión..... | 85 |
| 4.4.2 Análisis de las bitácoras respecto a actitud crítica | 92 |
| 4.5 Comprensión del contenido matemático a partir de los instrumentos aplicados | 98 |
| 4.6 Coflexiones emergentes | 109 |
| CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES | 113 |
| 5.1 Recomendaciones | 116 |
| BIBLIOGRAFÍA | 118 |
| ANEXOS | 121 |
| Anexos 1: Diseño de clases..... | 121 |
| Anexos: 1.1 Planificaciones y diseño de clases (Clase 1)..... | 121 |
| Anexos: 1.2 Planificaciones y diseño de clases (Clase 2)..... | 123 |
| Anexos: 1.3 Planificaciones y diseño de clases (Clase 3)..... | 125 |
| Anexos: 2 Instrumentos pedagógicos con foco en la coflexión | 128 |
| Anexos: 2.1 Clase 1: Actividades educación matemática crítica..... | 128 |
| Anexos: 2.2 Clase 2: Actividades educación matemática crítica..... | 131 |
| Anexos: 2.3 Clase 3: Actividades educación matemática crítica..... | 133 |
| Anexos: 3 Reflexiones grupales..... | 136 |
| Anexos: 3.1 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 1 | 136 |
| Anexos: 3.2 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 2 | 137 |
| Anexos: 3.3 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 3 | 138 |
| Anexos: 3.4 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 4 | 139 |
| Anexos: 3.5 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 5 | 140 |
| Anexos: 4 Transcripción Focus Group | 141 |
| Anexos: 5 Bitácoras reflexivas | 156 |
| Anexos: 6 Producciones estudiantiles clase n°3 ecuación cuadrática | 172 |
| Anexos: 7 Validación de profesionales..... | 177 |

INTRODUCCIÓN

El sistema educacional en Chile, al día de hoy, se preocupa por entregar un mínimo de educación necesaria para las múltiples características de la población en general presentes en el territorio. La mayoría de las personas se integran a la educación formal academicista a una temprana edad, terminando sus estudios obligatorios en un rango de edad promedio que oscila entre los 17 a los 19 años. Existe también la educación técnico profesional de algunos establecimientos, donde se forma para áreas ocupacionales específicas, en base a capacidades, habilidades, conocimientos y criterios específicos, propios del sistema socio productivo. Por otro lado, existe una modalidad de educación para jóvenes y adultos, que son parte de los grupos vulnerables y excluidos del sistema educativo y del modelo económico, social y político. Todas las modalidades mencionadas, buscan insertar sujetos democráticos, que sean un aporte para la sociedad en la cual están inmersos.

Los objetivos sobre la dimensión socio-cultural de los planes y programas de educación en Chile plantean la necesidad de situar a la persona como un ciudadano democrático, comprometido con el entorno y con sentido de responsabilidad social. La escuela en este sentido, se plantea como un puente hacia el espacio público: “La formación ciudadana debiera permear la escuela más allá de una asignatura específica e incorporar conocimientos, habilidades y actitudes de convivencia cívica a lo largo de toda la trayectoria escolar” (MINEDUC, 2015. p. 16). Para incorporar estas habilidades y actitudes de convivencia cívica, como también para incorporar los conocimientos de asignaturas específicas, el desarrollo de la pedagogía crítica es fundamental, ya que pone el plano del aprendizaje o de la incorporación de conocimiento y habilidades sobre el ejercicio colectivo. El marco del aprendizaje colectivo propuesto desde la pedagogía crítica en la educación popular pone de relieve el encuentro de diversas perspectivas sobre el conocimiento o sobre la habilidad que se pone en el orden del aprendizaje de los estudiantes. En ese sentido, la educación popular con énfasis en pedagogía crítica genera en el aula la incorporación de lo que los estudiantes pueden hacer o deberían hacer sobre el espacio público.

El conocimiento sobre las matemáticas, puede ser vinculado sobre la educación popular y el ejercicio de la reflexión colectiva en la medida que permite también vivir la ciudadanía por parte de los educandos e integrar los conocimientos matemáticos, siendo esto parte de los procesos de aprendizaje propios de los planes de educación chilenos.

El reforzar e incorporar los conocimientos matemáticos entre estudiantes permite también el reconocimiento de un otro, que es la existencia de una aprehensión distinta del conocimiento que se va a incorporar. En ese plano, la pedagogía crítica matemática, al poner de relieve situaciones sociales cotidianas para la enseñanza de contenidos matemáticos en un contexto de un aula con participación heterogénea de estudiantes, cada uno con su perspectiva sobre el conocimiento en juego, refuerza la incorporación de la pluralidad de conocimientos que confluyen en el aula, además de brindar la posibilidad de transformar aquellas prácticas educativas y sociales, así como también mejorar la comprensión que se tiene de dichas prácticas y la toma de decisiones conjuntas con los estudiantes para una situación de aprendizaje.

La presente investigación se articuló en base al planteamiento de un objetivo general, y de tres objetivos específicos. El primero de ellos responde al propósito central de la tesis, que se basa en el análisis de la coflexión, para desarrollar la actitud crítica en clases y, a la vez, mejorar la comprensión que los estudiantes tienen de los conocimientos matemáticos involucrados.

Por otro lado, los objetivos específicos se relacionan, en primer lugar, con describir como con un trabajo pedagógico utilizando la coflexión se logra favorecer el desarrollo de una actitud crítica en clases, para luego hacer la distinción de las características que den cuenta de la mejora de la comprensión de los conocimientos matemáticos por parte de los estudiantes. Por último, la investigación se orienta a levantar recomendaciones acerca del uso de la coflexión, tanto como para el desarrollo de la actitud crítica, como la mejora de los contenidos matemáticos.

Para presentar esta investigación se expondrá en capítulos que darán cuenta de la problemática, sustento teórico, método de investigación, entre otros. A continuación un breve resumen de cada capítulo presente en el escrito:

En el Capítulo 1, *planteamiento del problema*: se describe la problemática a investigar, se formula la pregunta de investigación y se presentan los objetivos de la misma. Además se presenta el universo y objeto de estudio considerando su contexto y describiéndolo a través del proyecto educativo del establecimiento donde se desarrolla la investigación.

En el Capítulo 2, *marco teórico*, se presenta el sustento teórico que respaldala investigación. Da cuenta de la sensibilidad teórica de los investigadores con relación a lo estudiado en un contexto de educación popular, a través de una herramienta presente en la corriente didáctica de la educación matemática crítica.

En el Capítulo 3, *marco metodológico*, se precisa el diseño utilizado en la investigación, se define y justifica el tipo investigación, métodos de recogida de información y herramientas utilizadas para desarrollar la presente investigación-acción.

En el Capítulo 4, *análisis de la información*, se refiere a la interconexión entre lo teórico, el análisis de los datos obtenidos a partir de los instrumentos de recogida de información y la reflexión de los investigadores participantes con relación al proceso vivido, siguiendo una lógica de investigación acción.

Capítulo 5, *conclusiones*: En este último capítulo se sintetizan las experiencias y lo trabajado a lo largo del estudio, se generalizan las producciones de los investigadores en base a la información, para dar respuesta a los objetivos planteados en el escrito.

CAPITULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1 Antecedentes teóricos y/o empíricos observados

1.1 Educación para jóvenes y adultos en Chile

La educación en Chile, desde inicios de los tiempos de la independencia hasta lo que va del siglo XXI, ha sido considerada como un objeto fundamental para el desarrollo de la sociedad, a la cual se debe prestar mucha atención por parte de las entidades ministeriales, de los actores en formación y aquellos que ya se desenvuelven dentro y fuera del aula de clases, y la población en general para la cual es imprescindible tener un espacio donde desarrollarse de manera integral y social (Acuña, Balcázar, Barra, Bascuñán, Córdova y Figueroa, 1990). La educación juega un rol fundamental en el desarrollo de las sociedades, y dependerá de los objetivos explícitos e implícitos que estén sujetos al modelo educativo de toda una nación, para hacer que las brechas de desigualdad desaparezcan o se acrecienten con el transcurso del tiempo.

En 1920 se dicta la “ley de educación primaria obligatoria”, reforma que dio paso a muchos intentos por modificar las estructuras educacionales, experimentales y de investigación pedagógica (Asamblea de Directores y Rectores de Establecimientos de Educación Secundaria el año 1930), la creación de la Dirección General de Educación Secundaria, que pasó a tomar a su cargo los Liceos hasta entonces bajo la tutela de la Universidad de Chile. Desde aquí en adelante una gran cantidad de los esfuerzos y recursos son destinados al desarrollo técnico industrial y minero de la educación. Se fundan numerosas escuelas técnico-profesionales, para formar personas que se dediquen al desarrollo industrial (Acuña et al., 1990). Es decir que los primeros esfuerzos por integrar a aquellas personas que necesiten educarse y satisfacer sus necesidades de una vida mejor, fueron pensadas para entregar recursos para el trabajo y la producción económica, comenzando por las y los niños, dejando de lado el desarrollo social y personal de los individuos, convirtiéndolos en agentes eficaces y no activos socialmente. Hay que mencionar además que el espacio geográfico de Chile en ese entonces, contaba con varios sectores rurales, que dificultaban el acceso a la educación, y esta no podía ser la misma para todas las zonas.

La UNESCO¹, ha impulsado desde 1946, la erradicación del analfabetismo a nivel mundial. Esta organización se refiere a la alfabetización como “*un conjunto de*

¹ (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura). Fundada en 1945, ésta se dedica a ayudar a las naciones en materias de desarrollo y preservación de los recursos naturales y culturales de cada nación.

competencias de lectura, escritura y cálculo”, que hoy en día se traduce en una identificación, comprensión, interpretación, creación y comunicación en un mundo cada vez más digitalizado, rápida en mutación (Sistema Educativo Nacional de Chile, 1993). Es considerado por la organización que la adquisición y el perfeccionamiento de las competencias de lectoescritura son parte fundamental del derecho a la educación, promoviendo la participación, reducir la pobreza, ampliar las oportunidades de desarrollo, incluyendo a los jóvenes y adultos que no logran integrarse plenamente a sus comunidades y entornos sociales.

Volviendo a Chile, no es hasta la reforma educacional de 1965, que el sistema escolar amplía sus horizontes desde el jardín infantil, hacia los analfabetos, los jóvenes y adultos marginados. En la década del 70 se elaboran distintos documentos (“Declaración de Principios del Gobierno de Chile”, “Políticas Educativas del Gobierno de Chile”, “Documento Política y Estrategias de Educación de Adultos”) donde todo el sistema educacional chileno se enmarca en los principios humanistas cristianos de occidente, que vendrían siendo la construcción de una sociedad en la que se mezclen los principios de libertad y participación. En Chile el año 1989, el comité Nacional de Alfabetización, cuya función es crear una acción alfabetizadora integral que disminuya el total de casi 500.000 personas, analfabetas de 15 o más años de edad, comprendiendo que el problema de la alfabetización no es solo un problema cultural, sino que conlleva además problemas económicos y sociales, produciendo empobrecimiento, estancamiento e injusticias en una gran parte de la población (Acuña et. al., 1990).

Según la Organización de Estados Iberoamericanos y el Ministerio de Educación de Chile, el analfabetismo (hasta 1990) alcanza un 5,6% del total de la población mayor de 15 años del país, con un alto índice de mujeres tanto en zonas rurales como urbanas. En el mismo informe, se destacan los objetivos de la Educación de Adultos (EDA), los cuales son: cubrir la transmisión de contenidos de programas de estudios en conjunto con actividades recreativas y extraprogramáticas destinadas al campesino, a la dueña de casa, al obrero, al adulto analfabeto o con escolaridad incompleta, cualquiera sea su situación económica o social (Sistema Educativo Nacional de Chile, 1993-2017). Todo lo descrito hasta aquí, pretende dar cuenta de forma general, de los intentos que se han realizado en favor del alfabetismo de la población chilena, los objetivos que busca en sus inicios la educación de adultos, y cómo estos objetivos se han ido modificando de cara al siglo XXI.

Con respecto a las formas en que se lleva a cabo la educación de jóvenes y adultos, existen dos modalidades de trabajo que pueden ejercer las distintas organizaciones, establecimientos o entidades ligadas a la educación de jóvenes y adultos, ésta puede

ser formal y no formal. Dentro de los parámetros de la educación formal para adultos, está la presencial y no presencial; la primera se realiza en todos sus niveles, los cuales a su vez se dividen en Educación Básica y Media.

La Educación Básica comprende 3 niveles, correspondientes a un año lectivo cada uno. El primer nivel incluye la alfabetización y la aprobación del tercer nivel permite al alumno incorporarse a la Educación Media Humanístico Científica o Técnico-Profesional de adultos. Por su parte, la Educación Media Humanístico Científica de adultos puede cumplirse en dos o cuatro años de estudio, esto dependerá de si el establecimiento o recinto en que se imparte es un "2x1" o no. A su vez, la modalidad Técnico-Profesional de este nivel, puede cumplirse en tres o cuatro años (Sistema Educativo Nacional de Chile, 1993).

En caso de que los participantes de esta modalidad de educación no dispongan de tiempo suficiente para la asistencia de clases continua, se propone la EDA a distancia, la cual trata de la entrega de material para el auto aprendizaje. Los requisitos para acceder son los mismos de la educación presencial (ser mayor a 15 años, presentar certificado del último nivel educacional alcanzado y ser trabajadoras y trabajadores, cumplir con los periodos de evaluación, control y ejercitación. Conviene subrayar que ambos niveles y subniveles, poseen planes y programas propios, adaptables a cada establecimiento educacional. La educación no formal de adultos, a manos de instituciones o agencias privadas, han sido desarrolladas bajo el nombre de "educación popular". En la actualidad, la EP ha trascendido sus campos de acción iniciales (alfabetización, educación de adultos, trabajos con organizaciones de trabajadores, campesinos y de pobladores), incidiendo en la escuela formal, en los movimientos pedagógicos, la formación de derechos humanos, en la investigación social y en el mundo universitario. Las principales instituciones han sido organizaciones no gubernamentales (ONG) y otras de las iglesias vinculadas a ellas (Sistema Educativo Nacional de Chile, 1993). Acerca de la denominada "educación popular", uno de los investigadores comienza su práctica profesional II, en un establecimiento con las características descritas anteriormente, establecimiento que se describirá en detalle más adelante.

A fin de tener certeza acerca de la cantidad de colegios en el país (particularmente en la Región Metropolitana) que siguen una modalidad de educación de jóvenes y adultos, similar a la que se ha involucrado uno de los estudiantes seminaristas, reconocidos por el Ministerio de Educación, pero que tienen Programas propios, se solicitó al Mineduc información al respecto (Anexo presente en CD-Rom² -),

² El anexo mencionado se encuentra disponible en el CD-ROM acompañado del presente seminario, esto debido a que los archivos proporcionados por el MINEDUC se encuentran en formato de base de datos.

obteniéndose que en Santiago existen 295 establecimientos relacionados a la educación para jóvenes y adultos, de los cuales 120 pertenecen a la modalidad de educación formal y 20 a la no formal, con planes y programas propios.

1.2 Proyecto educativo colegio Paulo Freire

Historia del establecimiento

En el año 2011 se empieza a concebir el Colegio Paulo Freire, desde un grupo de -en ese entonces- militantes del Movimiento de Pobladores y Pobladoras en Lucha (MPL), pertenecientes al territorio de Santiago Centro, con la idea de construir un espacio de educación para la liberación, tomando las enseñanzas de la educación popular y las experiencias latinoamericanas de educación formal e informal. Durante esos años, la organización ya realizaba actividades de educación popular; talleres de autoformación, escuelas de capacitación en oficios, entre otras. En su afán de avanzar hacia sus ideales, se decide buscar otorgar el cuarto medio a los jóvenes, adultos y familias que así lo necesitaran. Proyecto que se concreta con el apoyo del Colegio Paulo Freire del Valle del Elqui (IV región), quienes comparten su personalidad jurídica de sociedad educacional con el grupo organizado que buscaba levantar dicho establecimiento.

Una vez iniciado los trámites legales, la siguiente tarea era conseguir un espacio habilitante para las exigencias del Ministerio, tal espacio terminó siendo en la comuna de San Miguel, Av. La Marina #1220, lo que anteriormente era un jardín llamado “Terra Mater”, espacio abandonado, que hasta ese entonces siete integrantes del proyecto debieron adaptar, reparar, construir y habilitar, todo de forma autogestionada.

Se ingresó al establecimiento un 11 de septiembre del 2012 y las obras duraron poco más de 7 meses, en donde se contó con el apoyo de múltiples personas que aparecían por el colegio a ayudar en la construcción del cielo de las salas, escaleras y alcantarillado. Por último, pero no menos importante, el buscar docentes, y participantes que tuvieran un rasgo peculiar (o influencia distintiva) relacionada a la crítica y a la liberación, que dieran solidez y cuerpo al Colegio. Se formó un grupo de 20 participantes, que no se conocían entre sí, emprendieron un camino para la construcción, en base a la colectividad y confianza. El 25 de marzo del año 2013 fue el primer día de clases del Colegio Paulo Freire.

Orientaciones del establecimiento

Este establecimiento se rige por los Programas de Educación para jóvenes y adultos propuestos por el Ministerio de Educación de Chile (Mineduc, 2004). En dicho establecimiento se cumple con los contenidos mínimos obligatorios (CMO), los objetivos fundamentales (OF) y aprendizajes esperados (AE) perteneciente a los planes y programas de cada subsector, adaptados a la misión y visión del proyecto educacional. En su Proyecto Educativo, el colegio Paulo Freire señala que:

Aspira a consolidar un proyecto educativo que sea un referente de la pedagogía crítica y de la educación popular, que se oriente a la formación de jóvenes y adultos, bajo un proceso democrático y controlado por todos los estamentos del establecimiento, de construir y profundizar la existencia de un currículum escolar y una práctica educativa democrática y transformadora, que haga realidad en el día a día un conjunto de principios y valores inspirados en los aportes de la pedagogía crítica y la educación popular (Proyecto Educativo Colegio Paulo Freire, p.3).

La organización de la comunidad Paulo Freire, se plantea como un espacio en donde las decisiones son tomadas de forma transversal por todos los estamentos de la comunidad educativa, esto requiere de una organización horizontal en donde cada trabajador y estudiante pueda hacer valer su palabra. Es por esto que se opta por el modelo asambleario propio de la Educación Popular, en donde existan espacios de asambleas para cada estamento, jornada y nivel.

Para lograr dicho propósito, el Colegio plantea los siguientes objetivos:

Objetivo General: Otorgar una educación crítica y liberadora a los sectores marginados por el modelo de educación formal, inspirada en las prácticas de la Educación Popular.

Objetivos Específicos: Entregar un espacio de trabajo colaborativo, reflexivo y de transformación, a la comunidad escolar. Crear herramientas y metodologías pedagógicas contextualizadas en las realidades del estudiantado y sus necesidades.

(Proyecto Educativo Colegio Paulo Freire, p.4).

Conforme a la misión y visión del establecimiento, se reconoce un perfil del estudiante, que destaca las siguientes características: dentro de la población de estudiantes del establecimiento, se encuentran algunos que fueron excluidos de los sistemas formales de educación, otros que desertaron por su propia decisión, otros pertenecen a establecimientos educacionales no reconocidos por el Ministerio, por

ejemplo: Colegios Montessori, y otros de distintos grupos etarios, incluidos trabajadores. Se busca formar estudiantes tolerantes a las distintas diversidades socioculturales, que sean críticos con su realidad y con los roles sociales presentes en sociedad, la concientización y la autonomía como valores transversales. Abiertos al diálogo, solidarios con su comunidad escolar, respetuosos con las redes de apoyo local, de la organización social y conocedor de los problemáticas territoriales.

Un factor a considerar, es que en la sala de computación, si bien los estudiantes tienen acceso a la libre utilización de los equipos y estos cuentan con internet, son pocas las computadoras (6 unidades), por lo que no dan abasto a la totalidad de un curso para realizar un trabajo individual si algún docente o grupo curso quisiera.

Si bien el establecimiento busca brindar un espacio equipado y habilitado para los estudiantes, hay ciertos espacios presentes al interior del Colegio que a nivel de infraestructura, están descuidados y que no resultan un estímulo para los educandos, por ejemplo, en un sector del patio es posible ver mobiliario que al parecer fue dado de baja. Así mismo el establecimiento cuenta con tres salas adaptadas para hacer clases a los estudiantes, y estas no poseen la misma superficie, hay dos de igual tamaño y una con mayores dimensiones, por lo que la distribución de los estudiantes (pese a que no es la tradicional en filas) dificulta el libre desplazamiento por las salas. A este punto se suma el espacio de la biblioteca, donde los libros si bien se encuentran ordenados, ésta no cuenta con la iluminación necesaria ni un encargado para su funcionamiento, dificultándose el estímulo por la lectura de los estudiantes en ese sector, al tratarse de un espacio que no está en armonía con el ambiente que el Colegio propone.

A modo de síntesis, salvaguardando las dificultades antes mencionadas que escapan a lo propuesto en el proyecto educativo, se puede decir que este se cumple casi en su totalidad; se vuelve una construcción honesta sobre los propósitos del Colegio, considerando que el establecimiento se plantea como una organización disidente respecto a la educación “tradicional”, por ende, junto con plantearse objetivos de corte académico distintos, se plantea como un Colegio capaz de potenciar constantemente a los estudiantes en cuanto a la construcción y desarrollo de un pensamiento crítico y reflexivo, potenciando su creatividad y su orientación hacia el compromiso social.

En relación con el proyecto educativo, es que se buscará desarrollar en un grupo curso del universo de investigación (colegio Paulo Freire), que se hallan más alejados de dicho proyecto, en la clase de matemáticas, la actitud crítica en base a una teoría didáctica de aprendizaje, lo cual se desarrollará con más detalle en la siguiente sección.

1.3 Relación contenido-contexto del estudiante

La problemática que se aborda en este estudio surge a partir de la práctica profesional de uno de los investigadores, la cual se lleva a cabo en un establecimiento que tiene un proyecto educativo basado en la educación popular.

El seminarista investigador efectuó su práctica profesional N°2 en el colegio Paulo Freire de la comuna de San Miguel. Los niveles en los cuales trabajó, fueron el primer nivel medio A (1NM), además del segundo nivel medio A y B (2NM).

A través de la observación directa en aula del estudiante seminarista que trabaja en dicho Colegio, y también, a través de un análisis conjunto efectuado con una profesora que tiene dos años ejerciendo docencia en dicho establecimiento y que actualmente está encargada de los niveles en estudio, fue posible analizar que el segundo nivel medio B (2NM B) está más alejado del proyecto educacional, debido a que recién se integra a este modelo, el cual como ya se explicó, es muy distinto al tradicional.

En las siguientes líneas se dan a conocer las observaciones de clases durante lo que fue la primera parte de la práctica profesional, que consistió a grandes rasgos en la observación y apoyo de las clases realizadas por la profesora guía en el segundo nivel medio (2 NM-B) de la especialidad (matemáticas) durante tres semanas aproximadamente.

Durante las primeras instancias de observaciones, respecto a la docente guía, se observan dos actitudes empleadas para generar el manejo de grupo, y así hacer del espacio de aprendizaje, uno óptimo para la enseñanza. Por un lado una postura firme y segura, con la cual orienta el proceso de enseñanza y realiza los llamados de atención con un tono de voz fuerte y claro. Y, por otro lado, una actitud de respeto y cercanía, producto del afecto y confianza que ha construido en base a un ambiente cordial, amable y de compañerismo, recurriendo a la autorregulación para mantener silencio en el aula. Se considera que el conocimiento que tiene la docente guía de las y los estudiantes le permite identificar de mejor manera las necesidades educativas de los educandos. Tales como las conductas favorables y/o contraproducentes que permitan hacer de la identificación de los focos de la investigación claros y sustentables.

Otro punto que es relevante destacar, es la madurez social y emocional de los estudiantes, que es prácticamente homogénea, para ilustrar mejor; el grupo curso presenta semejanzas en cuanto a gustos, actitudes y comportamientos, lo cual genera

que en los recreos estén juntos, a pesar de que en el aula, no se mantenga en su totalidad.

El grupo curso (2 NM-B) lo integran 23 estudiantes, con edades que oscilan entre los 17 y 22 años, presentando distintas personalidades, participativas, desinteresadas, efusivas, tímidas, conversadores a ratos, con diferencias entre las distintas instancias de clases. Ante los ojos de los educadores, “representan un curso con potencialidades en bruto, tanto colectiva como individualmente, pese a que no permiten la fluidez del aprendizaje en todas sus clases”. Aunque poseen un discurso crítico frente a temas de contingencia nacional, la participación activa en clases es difícil de condicionar.

Aspectos que amenazan los climas de aprendizajes:

Algunos estudiantes son resistentes a participar activamente en las clases, estas conductas quedan de manifiesto cuando los docentes realizaban preguntas abiertas al curso y siempre se repetían los mismos en contestar. La acción siguiente era dirigir preguntas a los estudiantes que no participaban recurrentemente, y estos no contestaban a los llamados. Finalmente, los docentes debían señalar a los estudiantes que contestaran y aun así esto no aseguraba el objetivo, ya que varias veces se observó que estos respondían “paso profesor/a, que conteste otro” o el típico “no sé”.

Hay estudiantes que tienden a distraerse fácilmente durante las clases, principalmente por la utilización de celular o por estar escuchando música. Esto es un fenómeno característico de los tiempos modernos en los que estamos insertos, ya que todos o la gran mayoría de los estudiantes posee un celular, ya sea con o sin internet o un aparato reproductor de música. Algunas de las causales que plantean los investigadores son: producto del desinterés o falta de comprensión en la asignatura.

Los problemas personales de los estudiantes pueden mermar el rendimiento al interior de la clase. Esta situación es un aspecto que escapa de las manos de los profesores, ya que es una variable propia de los estudiantes, que se puede ver afectada por múltiples razones de carácter emocional, social, económico o por algún mal pasaje durante algún episodio de sus vidas.

El curso presenta algunos problemas al momento de escucharse, principalmente en la relación estudiante–estudiante, no así en la relación estudiante–profesor. En momentos las y los estudiantes se interrumpen constantemente a la hora de compartir opiniones. Esta conducta por parte de los estudiantes es una de las más problemáticas al momento de realizar cualquier clase, ya que un óptimo ambiente de aprendizaje requiere de respeto y buena comunicación por parte de todos los participantes.

Aspectos débiles del grupo curso:

Existe distancia entre los estudiantes que no son amigos. A causa de que es un curso nuevo en el establecimiento, conformado por estudiantes ingresados el año 2017. Hay que mencionar además que el grupo curso 2NM –B, posee estudiantes de las siguientes comunas: Santiago Centro, San Bernardo, Pedro Aguirre Cerda, Ñuñoa, Lo Espejo, San Joaquín, San Miguel, San Ramón, La Florida, el bosque, Cerro Navia y Pudahuel (Fuente: libro de clases, 2 NM-B).

Las y los estudiantes tienden a no realizar de forma efectiva las actividades en grupo. Más aún, en ocasiones tampoco realizan las actividades individuales, por lo que se recurre a prácticas más tradicionales, como la de delegar décimas, puntos extras o simplemente hacer de la actividad una evaluación sumativa.

Los educandos, muchas veces toman más minutos de la cuenta del recreo, retrasando con ello el inicio de la clase. Pese a los esfuerzos realizados por los docentes y apoyos estudiantiles, en llamar constantemente al término de los recreos que los estudiantes vuelvan a sus clases, esta es una práctica no muy bien catalogada por el modelo educacional y muchas veces los estudiantes dilatan al máximo la situación.

El contenido matemático en la mayoría de los establecimientos se trata de manera mecanizada, donde el docente entrega sus conocimientos utilizando plumón, pizarra y/o guías de ejercicios. Por su parte el estudiante escribe en su cuaderno las recetas entregadas por el profesor para replicarla a lo largo de los ejercicios que serán propuestos para trabajar. En esta modalidad de educación no se excluye esta modalidad de trabajo, no obstante se busca priorizar estrategias distintas

Bajo el modelo de educación popular el estudiante debe hacerse partícipe de su proceso de formación, construyendo el conocimiento en conjunto con el docente y sus compañeros desde una perspectiva crítica.

1.4 Definición del problema y pregunta de investigación

En la necesidad de formar ciudadanos críticos, tal como se expone en los planes y programas de educación, con el fin de satisfacer las dimensiones socioculturales de los objetivos macro, es que es necesario ver qué formas pedagógicas permiten integrar, por un lado, los contenidos matemáticos y por otro lado la capacidad de ser ciudadanos e integrar actitudes sobre el bien común. En este contexto, surgen cuestionamientos como ¿La pedagogía crítica matemática puede incorporar habilidades para el bien común y el conocimiento para los contenidos integrados en el currículum de los planes y programas de educación?

Conocemos el aporte del modelo de educación popular para el aprendizaje de alfabetización en un contexto donde se refuerzan los lazos sociopolíticos de quienes integran la comunidad educativa de la educación popular.

Las instancias que otorga la pedagogía crítica se relacionan con el desarrollo de la actitud crítica en el espacio del aula, lo que conlleva una actitud interrogante frente al conocer, ser y pensar tanto del estudiante mismo como en su relación con los demás. Con estos antecedentes se levanta para este estudio la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo la co-flexión (reflexión colectiva)³ favorece el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases, favoreciendo algunas mejoras en la comprensión de los conocimientos matemáticos de los estudiantes de un curso 2 NM, del Liceo Paulo Freire?

Para responder a esta pregunta se analizó un caso particular que permitiera dar respuesta a esta pregunta de investigación. Este caso debía estar dentro del sector de las experiencias de educación popular. A saber, el Liceo Paulo Freire, que es el lugar donde uno de los investigadores realizó su práctica profesional.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

- Analizar cómo la coflexión puede favorecer el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases y, a la vez, mejorar la comprensión que los estudiantes tienen de los conocimientos matemáticos involucrados, en un colegio de educación popular adscrito a los planes y programas para la educación de jóvenes y adultos.

³Coflexión, entendida como “proceso de pensamiento mediante el cual las personas, colectivamente, dirigen su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera consciente (...)consideran los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo, y adoptan también una posición crítica hacia su actividad” (Skovmose y Valero, 2012)

1.5.2 Objetivos Específicos

- Describir cómo a través de un trabajo pedagógico con foco en la coflexión, se logra favorecer, en el aula, el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases
- Identificar algunas mejoras en la comprensión que los estudiantes tienen de los conocimientos matemáticos al incorporar la coflexión en el aula.
- Levantar recomendaciones acerca de cómo el uso de la coflexión puede favorecer el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases.

1.6 Supuestos de investigación

Los autores creen que el realizar actividades con la coflexión en primera instancia, luego dar a conocer este concepto y trabajarlo, generará en el estudiante un cambio favorable a lo que sustenta el proyecto educativo del Colegio Paulo Freire.

En particular, con relación al primer objetivo específico, se piensa que a través del uso de la coflexión se podrá favorecer el desarrollo de una actitud crítica por parte de los estudiantes, en el contexto de la pedagogía crítica matemática aplicada en este proyecto educativo de educación popular. Por ejemplo, entre los aspectos que se espera desarrollar está el que los estudiantes evidencien que son capaces de dirigir su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera más consciente, respetuosa, con actitud de escucha y valorando las ideas y pensamientos de los demás, mejorando su disposición para tener una postura más crítica hacia su actividad, la de sus compañeros y su entorno.

Para el caso del segundo objetivo específico, se espera que los estudiantes no sólo pongan su atención en la mecánica, fórmula u objeto matemático que se trabaje, en sí mismo, escindido de la problemática social o profundización de significado que pueda co-construir a partir de la discusión con sus pares, sino que se apropien de manera más concienzuda considerando la relación de lo matemático con lo social y la profundización en el contenido a partir de la discusión y la reflexión colectiva que se dé en el aula.

En cuanto al tercer objetivo específico se espera que a través de la lógica de la investigación acción, al final del proceso, los investigadores puedan dar cuenta de

recomendaciones en conexión con la experiencia que les porte y genere el presente trabajo.

En términos generales, se considera que el utilizar la colexión en la asignatura de matemáticas provocará en los estudiantes una aproximación al proyecto educativo, propiciando la relación dialéctica tanto dentro como fuera del aula.

1.7 Justificación e importancia

El colegio Paulo Freire está reconocido por el Ministerio de Educación, por ende, trabaja con los programas de estudio para jóvenes y adultos propuestos. Además de declarar un proyecto educativo con enfoque en la educación popular.

Desde el trabajo en aula de uno de los investigadores se pudo conocer el funcionamiento de un establecimiento comúnmente llamado "2x1", además de trabajar bajo una propuesta de enseñanza poco explorada y trabajada en nuestra región con una muestra de estudiantes con características que no encajan en el sistema educacional tradicional.

La educación popular se viene trabajando de manera ilustrada desde las primeras instituciones en Chile, a nombrar: Instituto Nacional, Biblioteca Nacional, Primeras escuelas de instrucción primaria, pasando por distintos procesos y reformas a lo largo de los años.

Dentro de los proyectos educacionales del país, uno de los objetivos más claros es el desarrollo del ser humano, en cuanto a su formación integral. Particularmente en Chile se ha trabajado la educación formal y se trabaja con un grupo de personas que tienen edad legal para pertenecer al sistema tradicional. Entonces surge como reflexión de los investigadores "¿Qué sucede con aquellas personas que ya no se pueden insertar en el sistema tradicional?", en otras palabras, a personas que nunca pudieron completar su enseñanza media.

Con todo lo anterior, se considera que resulta pertinente para la formación profesional de los investigadores y como objeto de estudio, debido a que no se encontraron muchas investigaciones que desarrollaran en conjunto los temas de educación matemática y educación crítica.

En relación al proceso educativo que se observa, llama poderosamente la atención el encontrar espacios distintos a los tradicionales, generando un cuestionamiento sobre el alcance de acuerdo a la formación docente de los investigadores.

¿Poseemos las herramientas necesarias para trabajar apropiadamente?

Lo mencionado hasta aquí supone una reflexión por parte de los investigadores, desde su propia formación profesional. Dado que a lo largo de la malla curricular se trabajan con un abanico de referentes teóricos, dentro de los cuales se ve una pincelada acerca de la "*pedagogía crítica*", "*educación matemática crítica*", sin embargo no hubo un trabajo práctico acerca de cómo trabajar bajo la perspectiva de esas teorías, o si su aplicación era pertinente o no. Así mismo, la Universidad plantea un sello social, de trabajos con grupos humanos en diversos contextos sociales, frente a lo cual se desea aprovechar la oportunidad de trabajar en un establecimiento con las características señaladas, como lo es el Colegio Paulo Freire, para ser coherentes y dar cuenta como cierre de nuestra formación universitaria en pre-grado de ese sello formacional que nos convoca.

1.8 Limitaciones

En el contexto en el cual se enmarca la investigación, una de las primeras limitaciones, está sujeta al poco tiempo que están los investigadores con el grupo curso que se utiliza como muestra de la investigación. Esto debido a que el proceso de práctica profesional en dicho establecimiento culmina al cabo de cuatro meses (desde agosto hasta noviembre, inclusive).

El nivel estudiado correspondiente al 2º nivel medio es el homólogo de 3º y 4º medio en la educación formal, por ende, el año lectivo finaliza la primera semana noviembre del año en curso.

Otro obstáculo que limita el estudio tiene que ver con la poca literatura relacionada a los ejes centrales que guían la investigación, desde la perspectiva de la enseñanza de la matemática, más aún en el contexto nacional. El enfoque de la investigación acción en cuanto a estas experiencias ha respondido a los ejes políticos de su desarrollo, no así tan profundamente sobre las dimensiones científico-pedagógicas del aporte de la actitud crítica sobre los conocimientos matemáticos y la relación de la educación popular con el aprendizaje de los estudiantes. Esto ha llevado a que la revisión del estado del arte de la temática de co-flexión y actitud crítica sea más bien novel en el eje de la educación popular, la pedagogía crítica matemática como también en el plano de la educación en general.

Otra limitación está relacionada con los plazos y tiempos para la investigación. La pregunta de investigación se circunscribe en el tiempo de investigación dado en los protocolos de pregrado, lo que no descarta que este tipo de preguntas puedan ser respondidas más ampliamente en otro contexto disciplinar profesional, como por ejemplo en actividad de magister o en alguna investigación complementaria.

Respecto del método de recogida de información, luego de reflexionar sobre el proceso de la aplicación del focus group, resulta pertinente mencionar que las características heterogéneas de todos los grupos cursos en general, son siempre una limitante, debido a que son todos distintos. El hecho de que exista una variable humana, resulta impredecible en grupos grandes tales como los cursos, realizar una acción y que esta tenga las mismas repercusiones en otro grupo curso, incluso si estos tuvieran características similares.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los sustentos teóricos que acompañan esta investigación. Se busca esbozar los conceptos que orientan la propuesta teórica, para dar validez al planteamiento que en la investigación se traza, por lo cual se decide estructurar el marco teórico en dos temáticas: los conceptos claves desde los cuales se dirige el accionar de los investigadores, y las teorías y cualidades que se buscan desarrollar en el estudio.

Lo anterior, con el objetivo de que se permita comprender y vincular las distintas posiciones disciplinares que dan coherencia al trabajo que se realizará en los siguientes capítulos, que se fundamentan en la crítica social, con caracteres reflexivos en cuanto a la teoría y la práctica, de los actores involucrados.

2.1 Conceptos claves

- **Currículum Oficial:** *"Se refiere al que el estado elabora y distribuye en las instituciones educativas, a nivel nacional y que es legalmente obligatorio para todo el sistema educacional"* (Magendzo, 2008, p. 9).

Corresponde al orden, organización y relación entre los objetivos y contenidos, es decir, todos los conocimientos, destrezas, habilidades, actitudes y valores que se espera que los estudiantes alcancen de acuerdo a los distintos niveles de formación (Magendzo, 2008).

Esta herramienta establece los límites, controles, sugerencias evaluativas y opciones para el proceso formativo de los estudiantes. Corresponde a la "columna vertebral" que está constituida por elementos básicos, cuya selección, organización y relación tienen implicancias en las prácticas docentes (Meza y Pascual, 1993).

El currículum utiliza como herramientas los llamados planes y programas de estudio como guía en el desarrollo del proceso de instrucción. (Meza y Pascual, 1993) Así, el plan de estudio se define como: "conjunto de asignaturas, contenidos, en los distintos niveles con su distribución horaria en el sistema de enseñanza." (Meza y Pascual, 1993; MINEDUC, 2011).⁴ Mientras que el programa de estudio está definido como el

⁴En el contexto nacional de la teoría de la educación, nos referiremos también al documento oficial que establece el MINEDUC.

instrumento donde se especifican los objetivos de enseñanza, actividades, métodos y forma de evaluación. Siendo a la vez considerado como el documento oficial donde se detallan las intenciones y medios considerados en cada curso (Meza y Pascual, 1993; MINEDUC, 2011).

Existen distintos tipos de planes de estudio: El Plan Común es definido como el conjunto de todos los ramos que los estudiantes deben tener obligatoriamente. Tiene por finalidad entregar información uniforme para todos; El Plan electivo es definido como el conjunto de todos los ramos que los estudiantes pueden elegir conforme sus necesidades o intereses. Tienen por finalidad ampliar o profundizar los contenidos entregados en el plan común; El Plan Diferenciado es definido como el conjunto de aquellas modalidades que se les ofrecen cuando llegan a un determinado nivel. Ej. Cuando los alumnos llegan a 3ro medio se les hace elegir entre plan humanista, matemático, biólogo, etc.(Meza y Pascual, 1993; MINEDUC, 2011).

Los programas de estudio también pueden definirse en distintos tipos: En primer lugar el *programa de contenidos* es definido como aquel planificado por los especialistas, siguiendo un orden lógico (simple a complejo, concreto a abstracto) y buscando entregar información; en segundo lugar está el *programa de experiencias* que es definido como la planificación realizada cooperativamente entre profesores y estudiantes, los cuales siguen un orden psicológico y busca resolver problemas más que entregar información; y, tercero, las *actividades extra-programáticas* que forman parte de la organización curricular y corresponden a una alternativa de los planes mínimos, reciben generalmente el nombre de taller, clubes, etc. Su finalidad es complementar y ampliar la información entregada en los planes comunes (Meza y Pascual, 1993; MINEDUC, 2011).

Dentro de los distintos enfoques de la perspectiva curricular, existe la perspectiva curricular crítica. Este tipo de currículum juega un rol cuestionador y problematizador, sin embargo, no constituye un modelo orgánico para diseñar el currículum, particularmente uno oficial de carácter nacional.

Con base en esta perspectiva se formulan preguntas que cuestionan los supuestos sobre los cuales se diseña y elabora el diseño oficial, entre las cuales pueden destacarse. ¿Qué conocimiento el currículum considera como legítimo-seleccionable y cual no? ¿A qué intereses está sirviendo el conocimiento? ¿Cómo las formas dominantes de evaluación sirven para legitimar conocimiento curricular? ¿Cuáles son los parámetros del currículum oculto o implícito y en qué medida estos aspectos median la enseñanza del currículum oficial? Para los curriculistas críticos (Magendzo, 2008) el currículum oculto es el elemento central, el currículum resulta trivial en su

impacto y/o significado, si se compara con los mensajes transmitidos a través de las normas de conducta y disposiciones reglamentarias (Op. cit.).

- **Prácticas pedagógicas:**

La práctica pedagógica corresponde al escenario donde el maestro dispone de todos los elementos propios de su personalidad académica y personal. Desde la académica lo relacionado con su saber disciplinar y didáctico, así como también el pedagógico a la hora de reflexionar acerca de las fortalezas y debilidades de su quehacer en el aula.

Ésta permite al docente centrar su atención en tres tipos de saberes, el disciplinar, el pedagógico y el académico, los cuales están vinculados con tres preguntas; "¿Qué sé?, ¿Cómo comunico lo que sé? y ¿Cómo me transformo con lo que sé? (Zambrano, 2006, p. 10). De aquí se infiere que el docente debe estar en estrecha relación con lo que sabe o declara saber que es propio de la vocación profesional que adquieren los docentes en formación; también en ¿Cómo comunicar lo que sabe? Reflexionando acerca de la comunicación, gestos y dispositivos didácticos que implementará en el aula para afrontar las distancias que presentan los estudiantes. De la misma forma, las constantes reflexiones que debiesen realizar los docentes respecto a la mecanización de la enseñanza de un contenido, tanto como de identificación y comprensión de las distancias que conllevan los estudiantes, se deben plasmar en escritos o exponer en circunstancias de participación. Esto con el fin de mejorar su saber actuar, decir y además orientar las distintas situaciones que se presenten, acercándolo a su papel social y cultural, asumiendo críticamente lo que considera fácil de realizar en su quehacer profesional, para producir más saberes.

El propósito de la práctica pedagógica, consiste en despertar en el estudiante interés por lo que enseña el docente y por lo que él aprehende, dicho en otras palabras, el docente como el estudiante deben preocuparse por la formación académica y cultural; para ello se hace necesario que el docente utilice mecanismos que contribuyan no sólo a fortalecer el conocimiento sino a promover el pensamiento y la reflexión, fundamental en la educación.

De esta manera como lo manifiesta el profesor Héctor Consuegra:

La práctica pedagógica no debe contribuir a que el profesional que se está formando sirva para rendir cuentas sobre el resultado del conocimiento sino para que pueda pensar en los procesos que condujeron a ese conocimiento ó a los resultados de un saber; debe permitir que los estudiantes se ubiquen intelectualmente en el pensamiento científico contemporáneo, aprendan a pensar los conceptos básicos de construcción, a elaborar posiciones críticas y posibles soluciones a las problemáticas

del medio ambiente natural y social que rodea el ejercicio contable.(Consuegra, 1997, p. 120).

Dicho de otra manera, el estudiante debe aprender desde sus capacidades y habilidades, adoptando una posición no ingenua respecto a su formación, contenido ni procesos que se realicen dentro de un ambiente de aprendizaje y que lo involucren, y por otro lado el docente más que fijar sus objetivos en el contenido y la sola transmisión de estos, debe buscar transformar sus prácticas con convicción, analizando los distintos escenarios que resultan de la puesta en escena del conocimiento disciplinar que posee, para lograr tomar mayor conciencia de su deber de “transformarse intelectualmente como humanamente posible” (Zambrano, 2006).

La práctica pedagógica en la formación del docente, fundamentada desde la investigación, posibilita no sólo conocimiento pedagógico y didáctico que le permite al maestro y maestra en formación, el desarrollo de habilidades y competencias para el desempeño de su ejercicio docente, sino que genera disposiciones críticas y reflexivas que transforman su forma de ver, decir, de comprender y de actuar en los diferentes contextos sociales (Sosa, 2014). Por lo cual, el comprender la situación educativa, generar propuestas, dinamizar espacios y procesos culturales, son parte del papel de investigador, que permiten reconstruir e indagar en los procesos sociales.

De lo expuesto puede desprenderse que, en el contexto de la presente investigación, el colegio Paulo Freire busca atender de manera bastante explícita al aspecto de la práctica pedagógica que tiene que ver con la promoción del pensamiento y la reflexión (Zambrano, 2006) y con la generación de posiciones críticas (Consuegra, 1997) por parte de los estudiantes y docentes.

- **Pedagogía Crítica:**

Como resultado de la influencia de la Teoría Crítica de la cual Peter McLaren y Henry Giroux⁵ son propulsores, se ilustra el pensamiento de *“la crítica al discurso de la educación moderna, no admitiendo sus verdades fundamentales, siendo implacables con el análisis de sus conceptos”* (Giroux y McLaren, 1989, p. 26), teoría que se desarrolla en el marco estadounidense de la pedagogía, en torno a las relaciones de poder que se desarrollan en las interacciones humanas, específicamente en las pertenecientes al ámbito educativo. Esta teoría tuvo influencias sudamericanas, por el educador Paulo Freire, cuyo resultado culmina en la “Pedagogía crítica” norteamericana, que se encuentra en una constante lucha contra las teorías más conservadoras y tradicionales.

⁵**Henry Giroux** (Providence, 18 de septiembre de 1943) es un crítico cultural estadounidense y uno de los teóricos fundadores de la pedagogía crítica en dicho país.

Se considera que tanto educadores como educandos son investigadores críticos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que la construcción de los saberes se produce en forma recíproca y colectiva tanto dentro como fuera del aula, lo que da lugar a la promoción de lazos afectivos y de diálogos horizontales.

La Pedagogía Crítica emerge como una propuesta teórica y metodológica que “concibe al proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula como una práctica para la democratización y liberalización de las sociedades de las modalidades de dominación clasista y racista que se desarrollan en el seno del capitalismo” (Gallastegui et al., 2014, p. 197). De ahí que la educación sea concebida como una práctica tanto política como social y cultural, cuyo principio orientativo se fundamenta en el cuestionamiento de las formas de dominación y de subordinación, las cuales intervienen en la escuela, convirtiéndola en un espacio de contradicciones y en constantes disputas, donde la ideología de la clase dominante predomina en cada rincón. Por tanto, el enfoque de la Pedagogía Crítica se opone a los lineamientos que ha establecido la Pedagogía Tradicional, la cual sigue vigente y condicionando a la escuela como una institución reproductora.

- **Educación Popular:**

El concepto de Educación Popular podríamos decir que está en un proceso de tensión epistémica, en la medida que existen variadas interpretaciones del concepto que entran en el juego de la definición, pero que por la recurrencia de la práctica tanto en Latinoamérica como en algunos países del resto del mundo se ha visto en una permanente re-definición (Torres, 2011; Bosco 1984; Freire, 1982; Di Maio, 2016; Bustos, 1996). Según Bosco (1984, citado en Torres 2001) dice que:” no existe un significado universal para la expresión Educación Popular; su significado deberá ser precisado a partir de sus implicaciones y determinaciones políticas” (Torres, 2011, p. 35). Por lo cual distintas concepciones, de variados autores son integradas en el marco de la Educación Popular (Torres, 2011; Bosco 1984; Freire, 1982; Di Maio, 2016; Bustos, 1996).

Entendemos por *Educación Popular* un proceso colectivo mediante el cual los lectores populares llegan a convertirse en sujeto histórico gestor y protagonista de un proyecto liberador que encarne sus propios intereses de clase (Torres, 2011). Por otro lado, la Educación popular ha sido entendida como: “una práctica social que se lleva a cabo en el mundo popular con la intencionalidad de apoyar la construcción del movimiento popular a partir de las condiciones objetivas de los sectores populares.” (Torres, 2011, p. 21). O sea, la clase que se ve encarnada en ese proyecto liberador, en términos de educación popular, se relaciona con los sectores más vulnerables, donde se ha vuelto necesaria la autogestión del conocimiento (Di Maio, 2016).

En este sentido, la Educación Popular se ha vuelto una modalidad de educación que ha procurado que los sectores sociales tomen conciencia de la realidad y fomenten la organización y la participación popular (Torres, 2011; Bosco 1984; Freire, 1982; Di Maio, 2016; Bustos, 1996).

La Educación Popular así, se define como una práctica social que trabaja, principalmente, en el ámbito del conocimiento, con intencionalidad, objetivos políticos, cuáles son los de contribuir a una sociedad nueva que responda a los intereses y aspiraciones de los sectores populares (Torres, 2011; Bosco 1984; Freire, 1982; Di Maio, 2016; Bustos, 1996).

Las diversas miradas de los distintos actores educativos, poseen elementos en comunes, los cuales son puestos en relación, horizontal, en los términos de la educación popular como una corriente filosófica y pedagógica, enmarcada en un contexto político-cultural latinoamericano y que ante la necesidad de comprender mejor los problemas de los contextos locales, los grupos u organizaciones solicitan apoyo en investigación participativa; ante la urgencia de reconocer la historia y la cultura de los colectivos sociales con los que se trabaja, demandando apoyo en la reconstrucción histórica y de memoria colectiva; que ante la necesidad de reconstruir y analizar las propias experiencias educativas, requerirán apoyo en la sistematización de experiencias. Este es un concepto teórico-práctico que se desarrolló en América latina bajo la influencia del pensamiento de Paulo Freire, Educador brasileño, quien en la década de los 60's incursionada en las corrientes de la pedagogía crítica. La teoría de la educación popular, creada por Freire (1982) y reproducida hasta el presente por la teoría en educación popular); Torres, 2011; Bosco 1984; Di Maio, 2016; Bustos, 1996).

Este enfoque, de acuerdo a varios autores (Torres, 2011; Bosco 1984; Freire, 1982; Di Maio, 2016; Bustos, 1996), toma en cuenta los siguientes puntos:

- **Crítica y dialéctica:** transformar al sujeto a partir de un proceso de educación contextual. Que el oprimido tenga las condiciones para descubrirse y conquistarse reflexivamente, como sujeto de su propio destino histórico.
- **Contexto:** El hombre siempre es en relación a un contexto social
- **Método:** La utilización de los recursos orales fundamentalmente. Depende del marco de referencia que se utilice. La evaluación también será contextual.

Por su parte, Paulo Freire releva además lo que compete a la praxis:

- **Praxis:** Toda teoría de la educación popular tiene que tener consecuencias prácticas. (Freire, 1993, 1998, 2001).

En la misma línea, Torres (2011), señalando que la tarea de la educación popular es “contribuir a que dichos sujetos populares se construyan, se fortalezcan y reconozcan su capacidad de protagonismo histórico(...) en la Educación Popular no son dicotómicas las transformaciones personales y colectivas, ni puede separarse el sujeto de la intencionalidad del acto educativo” (Torres, 2011, p. 21). Es por esta razón que hay que mirar dentro de América latina y como esta ha experimentado a lo largo de este último siglo un sin fin de demandas sociales post colonización (Freire, 1982; Torres, 2011), en la cual la dignificación de la humanidad ha sido el objetivo declarado de numerosos estados y organizaciones sociopolíticas, consiguiendo beneficios como por ejemplos; reformas agrarias, reformas educacionales, entre otros.

En el contexto nacional existen diversas organizaciones no gubernamentales, que trabajan desde los 70's en el territorio nacional, desde el centro de investigación y desarrollo de la educación CIDE mencionan que:

La Educación Popular (EP) cobra vida a través de; campañas de alfabetización y restitución de educación escolar, de capacitación agrícola, técnica y económica, promoviendo desde entonces la participación campesina y, posteriormente, estimularon prácticas similares en sectores urbanos... hoy, con un tejido social más armado, con organizaciones sociales que se hacen escuchar, con la participación de la ciudadanía en las reformas que lleva a cabo el actual Gobierno, una propuesta equivalente a la EP debería dar cuenta de los cambios que ha tenido el mundo y en particular Chile, donde las relaciones de poder se han complejizado, el analfabetismo está prácticamente superado, el mercado ha legitimado parte de su quehacer y la escuela tiene desafíos propios de una sociedad en la que el saber rompe sus límites, debiendo asumir que las relaciones humanas son mediadas por la tecnología.

(Pancani, 2014, p. 46).

Aquí, por ejemplo, puede apreciarse que en el contexto político existe una solución al primer problema de los sectores populares, la alfabetización, la legitimación de un mercado la cual lleva a la escuela a adquirir sus propios desafíos, los cuales están referidos a la reflexión sobre cómo están reflexionando (Torres, 2011).

2.2 Educación matemática crítica

El concepto de enseñanza matemática crítica (EMC) ha sido desarrollada desde comienzos de 1980 y tiene sus cimientos en la escuela de Frankfurt (primera y segunda generación), de Freire con su pedagogía de la liberación y la educación bancaria y de D'Ambrosio con la etno-matemática (Guerrero, 2008).

La educación matemática crítica es una corriente pedagógica dentro de la investigación en didáctica de las matemáticas que se centra en el estudio de la matemática y educación matemática, desde una perspectiva en la que se destaca su rol en la sociedad, así como su relación con la justicia social, democracia, entre otros. (Sánchez, 2008)

En la educación matemática operan conexiones de los planes y programas aplicados a la situación de la vida cotidiana y política de los estudiantes. En este caso, la operación crítica del pensamiento se hace presente tanto sobre los contenidos impartidos sobre la educación matemática como también la reflexión crítica sobre la aplicación de esos contenidos a un hecho o problemática social determinada. Así, se encuentran dos formas de reflexionar críticamente: tanto el qué se está aprendiendo como también la realidad social donde operan los conocimientos adquiridos.

Dentro de los constructos que se hablan en la teoría de la EMC se encuentran: (Guerrero, 2008)

- Educación dialógica y problematizadora.
- Reflexión y acción.
- Competencia democrática.
- Conocimiento reflexivo matemático
- Relación cultura matemática
- Matemática como construcción humana y social
- Docente alumno como sujeto político y no solo como sujeto cognitivo

En el año 2012 fueron Valero y Skovmose quienes a través del conocimiento reflexivo matemático y la relación cultura-matemática, destacan un tema que hasta ese entonces no estaba tan trabajado, la coplexión.

2.3 Coflexión

Como individuos, los seres humanos reflexionan. Una connotación de la palabra está relacionada con el “proceso individual de pensamiento por medio del cual una persona se vuelve (se dirige), de manera consciente, hacia su propio pensamiento, sus acciones o sus experiencias”(Skovmose y Valero, 2012, p. 16). Es un proceso individual porque el centro del proceso es la persona y como parte de una comunidad, los individuos coflexionan.

"Coflexión" es la palabra que refiere al proceso de pensamiento mediante el cual las personas, colectivamente, dirigen su atención hacia los pensamientos y acciones de los demás de una manera consciente, esto es, las personas, colectivamente, consideran los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo, y adoptan también una posición crítica hacia su actividad. (Valero, 2012, p. 16)

La coflexión es un proceso epistémico porque genera en los participantes de la situación, conocimiento y comprensión respecto a la situación misma (Skovmose y Valero, 2012).

En este sentido, la coflexión da cuenta de dos elementos importantes: por un lado está la concreción de los aprendizajes del contenido integrado en el currículum del cual se espera que los estudiantes reflexionen colectivamente, y por otro lado en como los estudiantes reflexionan sobre la actividad de aprendizaje, cómo finalmente comprenden la actividad de aprendizaje sobre el conocimiento del currículum.

Y es sobre este segundo proceso teórico donde opera la fase de autogestión del conocimiento, en la medida que permite posicionar la reflexión sobre el conocimiento en un lugar de aprehensión reflexiva. En ese sentido, la autogestión refiere a los procesos intrínsecos a la organización, que en el caso de la Educación Popular refiere al aula como organización. Quienes gestionan en este caso el conocimiento para sí, son tanto profesores como estudiantes en un contexto de horizontalidad propia de la autogestión, que en este caso opera al nivel del conocimiento.

Dentro de los elementos principales de la educación popular se destaca la idea que la educación no se impone a otro, sino que está en dialogo con la cultura del otro (Corvalán, 2014) y las técnicas participativas como instrumentos para el aprendizaje que operan dentro del dialogo con la cultura del otro (Vargas y Bustillos, 1990, pág. 4-5.) para buscar y construir el aprendizaje de manera conjunta. La fusión de horizontes de las formas en que se desarrolla la cultura, opera en el aprendizaje conjunto de la EMC. La coflexión en este punto se plantea como una reflexión

heterogénea en perspectivas en la medida que intenta agrupar estas distintas visiones sobre los contenidos, que en el caso de la investigación apuntan hacia los contenidos del currículum matemático.

Tanto la EMC como la Educación Popular actúan bajo un marco orientado al trabajo de características socioculturales desde una mirada crítica. En la medida que integran en el proceso reflexivo del aprendizaje y del cómo se aprende la reflexión adquiere la doble dimensión necesaria para los términos de la EMC como de la Educación popular.

En este sentido la reflexión se conecta con los aspectos relacionados con la actitud crítica, ya que conecta la evaluación de habilidades, destrezas y áreas del conocimiento (López, 2012) con el ejercicio y reflexión colectiva. Como también respecto a los métodos de evaluación de la actitud crítica los cuales están enlazados a trabajos colectivos como lo son por ejemplo:

- el modelo de controversia (García-Moriyon, 2004), el cual requiere de una disputa de ideas sobre un área del conocimiento que parte de una controversia entre dos ideas, que son elaboradas colectivamente;
- el modelo de comunidad de investigación, la cual se enfoca en la recepción de distintas opiniones respecto a un área del conocimiento en juego, tal y como es la comunidad científica, plural y plagada de diversidad en perspectivas;
- el modelo de pensamiento dialógico, la cual se enfoca en contrarrestar los puntos de vista únicos a partir del conocimiento de deficiencias o debilidades del conocimiento que tiene otro sobre un área del conocimiento (López, 2012).

Como podemos ver, el ejercicio de reflexión colectiva conlleva la evaluación sobre una construcción de conocimiento que convoca distintas perspectivas y la distinción de la forma correcta de abarcar el área donde se intenta reflexionar, así también el “como” se está reflexionando.

2.4 Actitud Crítica

El concepto de actitud crítica ha sido planteado desde diversas perspectivas para el trabajo en aula. Pero la definición que reduce mejor sus características principales está en la evaluación que puede tomar el educando y el profesor respecto al cómo está aprendiendo en base a determinados aspectos. Como se conoce, como se infiere, como se evalúa y finalmente como se piensa (López, 2012). Respecto al conocimiento se dice que ayuda al pensamiento porque facilita la organización de información que nos llega (Perkins1985 en López, 2012). Respecto al como inferir,

(López, 2012) distingue dos aspectos relevantes, la inferencia inductiva que es el proceso que arroja conclusiones generales respecto a una información y la inferencia deductiva que se relaciona con el proceso de llegar a conclusiones específicas a partir de alguna información (Lipman, 1988 citado en López, 2012). Mientras que la evaluación, considerada como sub-habilidad refiere al análisis y juicio que una persona puede tener sobre un aspecto particular. Y el aspecto meta-cognitivo, que guarda relación con el conocimiento que se tiene respecto a la habilidad de desarrollar un pensamiento o del cómo se está pensando (López, 2012).

La actitud crítica está enlazada con modelos de pensamiento que facilitan el desarrollo del aspecto crítico de la actitud. Por lo general está basado en dinámicas que conlleva un trabajo colectivo en el cual la forma de operar el conocimiento se ve diferenciada entre sí. Pero que cabe aclarar puede estar relacionado a aspectos de habilidades y destrezas, de áreas específicas del conocimiento o de ambas implicadas en el método a la cual se llama mixta, ya que incluye el desarrollo de habilidades y áreas específicas del conocimiento.

Respecto a la evaluación de habilidades existe un instrumental que posiciona su método en 4 fases:

- 1) La utilización de ítems que sean situaciones cotidianas, 2) el uso de diferentes dominios, con la intención de valorar el grado de generalización de las habilidades, 3) un formato de respuesta abierta, que posibilita la exploración de los procesos de pensamiento, y 4) el empleo de situaciones-problema de respuesta única que permite evaluar el mecanismo de pensamiento correspondiente y facilita la cuantificación de los ítems (Saiz y Rivas citados en López, 2012, p. 16).

Según Ennis (2011, citado en López 2012), se pueden desprender quince capacidades del pensamiento crítico:

1. Centrarse en la pregunta
2. Analizar los argumentos
3. Formular preguntas de clarificación y responderlas
4. Juzgar la credibilidad de una fuente
5. Observar y juzgar los informes derivados de la observación
6. Deducir y juzgar las deducciones
7. Inducir y juzgar las inducciones
8. Emitir juicios de valor
9. Definir los términos y juzgar las definiciones
10. Identificar los supuestos

11. Decidir una acción a seguir e interactuar con los demás
12. Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión.
13. Proceder de manera ordenada de acuerdo con cada situación
14. Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros.
15. Emplear estrategias retóricas apropiadas en la discusión y presentación (oral y escrita).

A modo de síntesis, los conceptos definidos con anterioridad, comprenden el paradigma en el cual se desarrolla la investigación. Dicho de otra manera, todos interactúan de distintas manera con el objeto principal de la investigación, la colexión.

CAPÍTULO 3: DISEÑO METODOLÓGICO

3.1 Investigación educativa

Para McMillan la investigación educativa “*es un proceso sistemático de recogida y de análisis lógico de información (datos) con un fin concreto*” (McMillan, 2007, p. 11). En este caso el fin concreto es analizar como la colexión puede favorecer el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases y, a la vez, mejorar la comprensión que los estudiantes tienen de los conocimientos matemáticos involucrados, en un colegio de educación popular adscrito a los planes y programas para la educación de jóvenes y adultos.

3.2 Paradigmas y enfoques de investigación

El paradigma escogido para realizar la siguiente investigación es el socio crítico, que según Guba (1990 citado en Krause, 1995), da una respuesta diferente a lo que propone el positivismo y pos-positivismo a la pregunta epistemológica, solucionando el problema de imposibilidad de la neutralidad; incluyendo los valores explícita y activamente en el proceso de investigación y en atención a los tres planos o dimensiones tenemos lo siguiente: a) una ontología realista o realista crítica, b) una epistemología subjetivista, en el sentido de incluir valores y c) una metodología dialógica transformadora.

El enfoque de la investigación es el cualitativo, dado que “consiste en un estudio en profundidad mediante el empleo de técnicas cara a cara para recoger los datos de los individuos en sus escenarios naturales”(McMillan, 2007, p. 44); en el caso del paradigma socio crítico, la metodología está representada por la investigación-acción. En la presente investigación el escenario natural de la muestra es el establecimiento educacional Paulo Freire.

3.3 Diseño de investigación

La modalidad de investigación será una investigación-acción, particularmente, investigación-acción participativa, que orienta los procedimientos, técnicas e instrumentos acorde a la visión onto-epistémica asumida por los investigadores.

Además:

Constituye una opción metodológica de mucha riqueza, ya que, por una parte, permite la expansión del conocimiento, y por otra, genera respuestas concretas a problemáticas que se plantean los investigadores y co- investigadores cuando deciden abordar una interrogante, temática de interés o situación problemática y desean aportar alguna alternativa de cambio o transformación. (Martínez, 2009. pág. 28)

Se han desarrollado dos líneas a partir de la investigación – acción, una sociológica y otra educativa (inspiradas en la ideas y prácticas de Paulo Freire, 1974 y otros). En la línea educativa se han desarrollado algunas denominaciones, tales como investigación – acción participativa, educativa, pedagógica, en el aula, dependiendo del autor que la practique.

La investigación–acción participativa es una metodología que presenta ciertas características, entre ellas se puede señalar la manera como se aborda el objeto de estudio, las intencionalidades o propósitos, el accionar de los actores sociales involucrados en la investigación, los diversos procedimientos que se desarrollan y los logros o metas que se alcanzan.

En cuanto al objeto de estudio, se parte de un diagnóstico inicial, de la consulta a diferentes actores sociales en búsqueda de apreciaciones, puntos de vista, opiniones, sobre un tema o problemática susceptibles de cambiar. Según Martínez (2009), “analizando las investigaciones en educación, como en muchas otras áreas, se puede apreciar que una vasta mayoría de los investigadores prefieren hacer investigaciones acerca de un problema, antes que investigación para solucionar un problema”(p.239), y agrega que la investigación – acción cumple con ambos fines.

Latorre (2007, p. 28) señala que la investigación – acción se diferencia de otras investigaciones en los siguientes aspectos:

- a. Requiere una acción como parte integrante del mismo proceso de investigación.
- b. El foco reside en los valores del profesional, más que en las consideraciones metodológicas.
- c. Es una investigación sobre la persona, en el sentido de que los profesionales investiga sus propias acciones.

Por otro lado, las metas de la investigación-acción son: mejorar y/o transformar la práctica social y/o educativa, a la vez que procura una mejor comprensión de dicha práctica, articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación,

acercarse a la realidad vinculando el cambio y el conocimiento, además de hacer protagonistas de la investigación al profesorado.

En cuanto a las características de la investigación acción, John Elliot, precursor de la teoría, destaca las siguientes:

a) La investigación-acción en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores como: (a) inaceptables en algunos aspectos (problemáticas); (b) susceptibles de cambio (contingentes); (c) que requieren una respuesta práctica (prescriptivas) (Elliot, 2000, p. 5).

Es decir, se refiere a los problemas prácticos vividos por los investigadores, dejando de lado los problemas teóricos vinculados a una disciplina del saber. El punto (b) se relaciona con la presente investigación, ya que se busca analizar como la coflexión utilizada por los investigadores participantes favorece situaciones de cambios (contingentes), en un grupo curso específico, en torno a la importancia de la actitud crítica y la mejora de los aprendizajes en matemáticas

b) El propósito de la investigación-acción consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema. Por tanto, adopta una postura exploratoria frente a cualesquiera definiciones iniciales de su propia situación que el profesor pueda mantener y adoptar una postura teórica según la cual la acción emprendida para cambiar la situación se suspende temporalmente hasta conseguir una comprensión más profunda del problema práctico en cuestión (Elliot, 2000, p. 5).

No se pretende buscar respuestas específicas a las situaciones y episodios que se reflexionan y analizan, las acciones que se escriban de adecuadas deben fundarse en la comprensión de los sucesos. En este ámbito, la investigación apunta más a una búsqueda constante de acciones adecuadas para el desarrollo de ciertas habilidades y actitudes (críticas), a través de un trabajo de coflexión en clases, más que encontrar una solución específica para una situación o problemática en específica.

c) Al explicar "lo que sucede", la investigación-acción construye un "guión" sobre el hecho en cuestión, relacionándolo con un contexto de contingencias mutuamente interdependientes, o sea, hechos que se agrupan porque la ocurrencia de uno depende de la aparición de los demás. (Elliot, 2000, p. 5).

Las relaciones se "iluminan" mediante la descripción concreta, en vez de a través de enunciados de leyes causales y de correlaciones estadísticas. Este "guion" se presenta de forma narrativa, en el caso de la presente investigación, este guion se materializa en bitácoras reflexivas por parte de los investigadores participantes, y producciones estudiantiles en relación a los instrumentos utilizados en clases, y un focus group como cierre del proceso de clases y de las experiencias de los estudiantes. Estos

instrumentos sirven para la recogida de información, y a través de la identificación, análisis y reflexión de aspectos relevantes que se distinguen en ellos en relación a la actitud crítica y la reflexión, se va concretizando el “guion” y explicando lo “que sucede” de manera interdependiente.

d) Como la investigación-acción considera la situación desde el punto de vista de los participantes, describirá y explicará "lo que sucede" con el mismo lenguaje utilizado por ellos; o sea, con el lenguaje de sentido común que la gente usa para describir y explicar las acciones humanas y las situaciones sociales en la vida diaria. (Elliot, 2000, p. 5).

El diálogo entre los actores es de vital importancia, dado que los relatos de los participantes se validan en este proceso. Es por esta razón que el lenguaje de los estudiantes no es considerado un obstáculo, sino más bien un relato fiel a la muestra.

e) Como la investigación-acción incluye el diálogo libre de trabas entre el "investigador" (se trate de un extraño o de un profesor/investigador) y los participantes, debe haber un flujo libre de información entre ellos. (Elliot, 2000, p. 6).

En el estudio que se presenta, los sujetos protagonistas son los estudiantes y los investigadores participantes (en la modalidad de docente inmerso en el aula y un co-investigador). En función de los relatos recogidos de ambos actores, es que se realiza el análisis en contraste con la teoría. El foco para los investigadores está puesto en la auto-reflexión de estos sobre las situaciones vividas durante el proceso de la práctica profesional. Y para los estudiantes, el foco se coloca sobre sus procesos de aprendizajes y las reflexiones tanto personales como colectivas que acompañaron este proceso. Se cuenta con variados relatos por parte de los estudiantes como de los investigadores participantes, que representan sus interpretaciones y explicaciones a partir de la investigación.

Los actores sociales se convierten en investigadores activos, participando en la identificación de las necesidades o los potenciales problemas por investigar, en la recolección de información, en la toma de decisiones, en los procesos de reflexión y acción. En cuanto a los procedimientos, se comparten discusiones focalizadas, observaciones participantes, foros, talleres, mesa de discusión, entre otros.

En la presente investigación – acción, los investigadores participantes son parte del escenario natural, debido a la práctica profesional II, que desarrollan en el establecimiento educacional Paulo Freire.

3.4 Universo y sujetos

Esta investigación está enfocada en estudiantes de segundo nivel medio, pertenecientes a la modalidad de educación para jóvenes y adultos, que se desarrolla específicamente en el establecimiento educacional Paulo Freire (comuna de San Miguel), reconocido por el Mineduc. Estos estudiantes pertenecientes a la muestra, son estudiantes que cursan tercer y cuarto año medio, en a la modalidad dos por uno. Además de lo anterior, cabe mencionar que no fue un criterio el rango etario ni sexo para la selección de la muestra, pero debido al nivel que cursan son estudiantes de entre dieciséis a veintidós años de edad.

A modo de profundización, los sujetos escogidos para este estudio se eligieron de manera arbitraria, donde la técnica de recogida de datos se llama muestreo comprensible, la cual consiste en “elegir un grupo entero a partir de criterios” (McMillan, 2007, p.408). Por lo tanto, en cuanto a los estudiantes de la muestra, el criterio que se utilizó para su selección, en el primer proceso de la investigación, es decir, las tres clases realizadas con sus respectivos instrumentos y bitácoras descriptivas – reflexivas, fue que pertenecieran al segundo nivel medio, posteriormente, al comenzar el segundo proceso, es decir, la aplicación de un “focus group”, el criterio que se aplicó fue convocar a los estudiantes de la muestra con mejor asistencia en el proceso anterior, debido a que fueron más participes y pudiesen estar más impregnados con aquella experiencia.

- En la siguiente tabla se especifica algunas características de los sujetos:

Proceso en el cual participaron:

1. Diseño de clases implementada en el aula
2. Focusgroup

| Nombre | Edad | Sexo | Comuna | Proceso en el cual participaron |
|--------------|------|-----------|---------------------|---------------------------------|
| Belén | 18 | Femenino | La Granja | 1 |
| Jorge | 18 | Masculino | San Joaquín | 1 |
| Constanza | 20 | Femenino | Pedro Aguirre Cerda | 1 |
| Tamara | 17 | femenino | San Joaquín | 1 |
| Damaris | 18 | Femenino | San Ramón | 1 |
| Renata | 19 | Femenina | El bosque | 1 |
| Francisco R. | 22 | Masculino | San Joaquín | 1 |
| Francisco T. | 18 | Masculino | San Bernardo | 1 |
| Clayna | 17 | Femenino | Pedro Aguirre Cerda | 1 |
| Catalina | 19 | Femenino | Pedro Aguirre Cerda | 1 |
| Dario | 17 | Masculino | Pudahuel | 1 y 2 |

| | | | | |
|------------|----|-----------|---------------------|-------|
| Fabiola | 19 | Femenino | La Cisterna | 1 |
| Caroline | 20 | Femenino | Pedro Aguirre Cerda | 1 |
| Kathya | 17 | Femenino | San Ramón | 1 |
| Francia | 19 | Femenino | San Joaquín | 1 |
| Siomara | 16 | Femenino | Renca | 1 |
| Mauricio | 17 | Masculino | San Ramón | 1 y 2 |
| Emanuel | 18 | Masculino | Calera de Tango | 1 y 2 |
| Matías | 17 | Masculino | Santiago Centro | 1 |
| Felipe | 17 | Masculino | Pedro Aguirre Cerda | 1 y 2 |
| Ignacio F. | 20 | Masculino | Pedro Aguirre Cerda | 1 y 2 |
| Ignacio D. | 17 | Masculino | Quinta Normal | 1 |
| Cesar | 18 | Masculino | San Bernardo | 1 y 2 |

(Tabla de elaboración propia).

3.5 Fundamentación y descripción de técnicas e instrumentos

Primero se debe tener claro que la recolección de información, “lo que busca en un estudio cualitativo es obtener datos (que se convertirán en información) de personas, seres vivos, comunidades, contextos o situaciones en profundidad; en las propias “formas de expresión” de cada uno de ellos” (Hernández, 2006, p.583).

La recolección de la información en esta investigación se efectuó por medio de dos instancias en las que se trabajó directamente con los estudiantes, a saber, tres clases y un focus group; y, también una tercera instancia, que consistió en la elaboración de una bitácora reflexiva por parte de los investigadores a lo largo de todo el proceso.

- **Clases con foco en la coflexión.** Se diseñaron tres clases con las que se buscaba poner al centro un trabajo pedagógico que propiciara el aprendizaje de contenidos matemáticos, actitudes, valores, habilidades, y el desarrollo de una actitud crítica. Para el caso de las dos primeras clases, se incorporó el trabajo colaborativo y la reflexión grupal como modalidad de trabajo, por tratarse de una característica distintiva de la educación matemática crítica. Se enfatizó en aspectos como: toma de postura respecto de un tema, generación de reflexiones grupales con puestas en común y aplicación de contenidos matemáticos a problemáticas cotidianas de contexto social. En la clase 1, se trabajó con la evolución de sueldos en un rango de años, incorporando variables de comparación de gastos asociados a alimentación y locomoción; y, en la clase 2, con las tasas de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil en Chile.

Para la clase 3, la temática a tratar fue la resolución de ecuaciones cuadráticas, con base en la coflexión. Se incorporó el punto de vista de los estudiantes a través de pautas de co-evaluación entre los grupos y una rúbrica de evaluación

que completaron los docentes que llevaron a cabo la actividad, con el propósito de obtener una mirada desde la perspectiva de todos los involucrados acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para más detalles de los diseños de clases, los instrumentos y recursos utilizados en las mismas, se puede apreciar en detalle en el apartado de anexos (ver anexos 1 y 2).

- **Bitácoras de reflexión:** En toda esta fase además Se incorporó a su vez como modalidad de seguimiento del proceso, la reflexión y análisis por parte de los investigadores, de las causas y efectos que iban observando con relación a esta modalidad de trabajo.
- **Focus group:** En esta etapa, el instrumento aplicado a un grupo de estudiantes, considerando los criterios descritos en el apartado anterior, tenía su centro puesto en develar a través de relatos, cómo el trabajo realizado durante el transcurso del semestre en la asignatura de matemáticas, apuntando a la actividad crítica desarrollada en clases y al trabajo colaborativo (coflexión) fue un aporte o no para los estudiantes.

El denominador común de la técnica consiste en reunir a un grupo de personas para indagar acerca de actitudes y reacciones frente un tema. Edmunds (1999) define a los *focus group* como discusiones, con niveles variables de estructuración, orientadas a un tema particular de interés o relevancia, tanto para el grupo participante como para el investigador. Se busca que las preguntas sean respondidas en el marco de la interacción entre los participantes del grupo, en una dinámica donde éstos se sientan cómodos y libres de hablar y comentar sus opiniones. La duración promedio de un *focus group* es de noventa a ciento veinte minutos.

Dicho de otra manera, es una técnica de investigación utilizada en las ciencias sociales (cualitativa), en la cual se reúne a un grupo de personas con características específicas, y se indaga en estas personas en base a palabras y descripciones que se emitirán respecto a preguntas semi-abiertas, buscando opiniones acerca del sentir, pensar y vivir de los individuos.

El *focus group* se realizó con al menos un integrante de cada grupo (los estudiantes con mejores asistencias), los cuales ya han trabajado a lo largo de clases y actividades específicas en torno a la coflexión y la actitud crítica.

Los temas a tratar en el focus group y las preguntas involucradas con cada uno de los temas fueron:

1. Al inicio de la conversación se busca perfilar desde “¿Cómo aprenden?” Se busca que hablen desde lo vivido (educación tradicional, educación popular), las exposiciones grupales, etc. para dar lugar a temas de discusión o preguntas tales como:
 - ¿Fue relevante (significativo) exponer su trabajo grupal frente al curso, para aprender matemáticas?
 - ¿Creen que éstos influyeron en el trabajo grupal? Si su respuesta es afirmativa, ¿De qué manera influyó?, si es negativa profundice en el “porque” y argumente brevemente.
2. Respecto de las características del trabajo grupal o cooperativo:
 - ¿Qué elementos deben estar presentes para que haya una buena organización o posibilitar el trabajo de manera efectiva?
 - El trabajar en forma grupal, cambia su disposición hacia la asignatura?. Si su respuesta es afirmativa, ¿De qué manera?, si es negativa comente ¿Cómo se podría lograr?.
 - ¿El trabajo grupal influyó en el entendimiento de los contenidos matemáticos tratados a lo largo del semestre? Si su respuesta es afirmativa, ¿De qué manera influyó? ¿Cómo veías lo matemático antes y después de la actividad? Si su respuesta es negativa comente el “porqué”.
3. De acuerdo a lo trabajado en el año y considerando las actividades del semestre (Tasas de natalidad, mortalidad, prueba de estadística, ecuaciones cuadráticas)
 - ¿El relacionar los conflictos de contingencia nacional con los contenidos matemáticos, facilitó su entendimiento?

Algunos comentarios generales:

Se dialoga con respecto a cómo han trabajado en la asignatura matemática a lo largo de su formación escolar, rescatando aspectos relevantes de sus vivencias y por sobretodo relacionar su pensar con su actuar.

Finalmente el focus group se cierra con la siguiente pregunta: ¿Qué recomendarían ustedes para trabajar de manera grupal y crítica?

Se agradece la participación de los invitados y se da por terminado el grupo focal.

Cabe señalar que para cada pregunta se ahondo según las respuestas y la participación de los involucrados, en el caso de las preguntas que no tengan instrucciones adicionales, se pide que respondan de manera si/no, luego argumentando su posición, dando origen principalmente al ¿por qué?

Además de los dos procesos o instancias descritas anteriormente, de forma paralela los investigadores (participantes) realizaron constantes bitácoras reflexivas para

acompañar y sustentar de mejor forma o desde una mirada más completa la información recolectada en la investigación.

Aquella información dentro de la modalidad de investigación- acción fue analizada por medio de una triangulación. La triangulación (Elliot y Adelman 1976; Elliott, 1978b, citados en McKernan, 1999) es un procedimiento para organizar diferentes tipos de datos en un marco de referencia o relación más coherente, de manera que se puedan comparar y contrastar.

3.6 Validez y confiabilidad

De los instrumentos que se aplicaron en el estudio, se sometió a validación por parte de expertos el diseño de la clase 3 y las respectivas pautas de co-evaluación y rúbrica utilizadas en ella (ver anexo 2.3). Para el caso de las dos primeras clases no fue necesaria una validación ya que la actividad de co-flexión en el aula se incorporó de manera gradual, a través de instancias de diálogo y reflexiones grupales, que no conllevaban una modificación mayor al desarrollo usual de las clases. Esta fase se monitoreó reflexivamente por medio de las bitácoras de reflexión y fue reflexionada retroactivamente por parte de los estudiantes en el focus group.

Los expertos examinaron los instrumentos que formaban parte de la clase nº 3, previos a su aplicación, realizando observaciones y emitiendo juicio si eran pertinentes y aplicables o no. Estas se pueden observar en los anexos.

Validador 1:

Nombre: Mariela Urbina Cerda

Título Profesional: Profesora de educación general básica.

Grados Académicos: Licenciado en educación, Magíster en educación con mención en currículum e innovaciones pedagógicas, Doctorante en educación.

Validador 2:

Nombre: Mauricio Moya Márquez

Título profesional: Profesor de estado en matemática y computación

Grados Académicos: Magíster en Educación, mención innovación didáctica. Universidad de Humanismo Cristiano, Máster en Entornos para la Enseñanza y el Aprendizaje, mediados por tecnologías digitales. Universidad de Barcelona.

Otra herramienta que permite validar esta investigación es que la información obtenida se analiza por medio de una triangulación.

Cada vez que se habla de triangulación, se parte del supuesto que mediante un enfoque multi-metódico, es posible aumentar la potencialidad analítica y validez en una investigación, y de esta forma, acceder de mejor manera a una realidad social siempre compleja. En este sentido, de acuerdo a Denzin (1978), la triangulación aumenta la probabilidad de los aciertos respecto a lo que investigamos y/o pretendemos representar, buscando ante todo la contrastación en diversos niveles de la investigación intersubjetiva- de teorías, de datos, de investigadores, de métodos.

En la presente investigación el tipo de triangulación que se utiliza es triangulación de datos, donde “se utiliza una variedad de fuentes de información o informantes, respecto a un determinado problema o situación o hecho a analizar” (Denzin, 1978, p. 3). La triangulación se produce cuando existe concordancia o discrepancia entre estas fuentes.

En el presente estudio, la triangulación es por un lado la mirada de los estudiantes de la muestra, la cual se manifiesta a través de, en el primer proceso, la co-evaluación y la participación en el diseño de clases implementados en el aula y, en el segundo proceso o instancia, el focus group. Y, por el lado de los investigadores participantes, se manifiesta por medio de las constantes bitácoras reflexivas. Finalmente la mirada de la teoría, es decir, por medio de la coflexión, característica esencial de la teoría de la educación matemática crítica. Las tres miradas anteriores se analizaron efectuando diferentes cruces, como se describe a continuación:

En primera instancia se analizan las producciones de los estudiantes en las clases teórico-práctico (diseño de clases en el aula) y *focus group*, realizando un contraste de esto con la coflexión de la Teoría de la Educación Matemática Crítica, considerando la actitud crítica pertinente al establecimiento educacional. Posteriormente se realizó el mismo procedimiento, pero con las bitácoras reflexivas de los investigadores participantes.

Finalmente se realizó un contraste entre las tres miradas expuestas anteriormente; estudiantes, investigadores participantes y la coflexión de la Teoría de la EMC, como se ilustra en la siguiente figura:



Figura 1. Diagrama de elaboración propia, utilizada para representar la triangulación de datos en el estudio.

CAPÍTULO 4: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1 Trabajo de campo o recogida de información

Los instrumentos aplicados para la recaudación de la información se pueden describir en dos procesos, el primero corresponde una secuencia conforme se iban realizando las implementaciones de las clases, registrando las respuestas y comentarios producto de los estudiantes. Este proceso finalizó con la aplicación de un focus group con un grupo acotado del curso, en el cuál se busca profundizar en lo que fueron sus experiencias del semestre en la asignatura de matemáticas. Transversalmente, los investigadores participantes fueron elaborando bitácoras reflexivas acerca del proceso, reflexionando sobre dos puntos: acerca del diseño e implementación de las clases con foco en la reflexión y considerando las reacciones de los estudiantes frente al trabajo en clases y de los investigadores. Ambos procesos son respaldados de acuerdo a la metodología de investigación acción descrita en el capítulo anterior.

El proceso de recogida de la información se llevó a cabo de acuerdo a las siguientes fases o etapas (Mercedes, 2012. pp. 107-108):

Fase I: Descubrir la temática. Esta etapa comienza con la caracterización del centro de práctica y el curso en específico en el cual se realiza la investigación. Se toma en consideración el trabajo previo de la profesora responsable del curso (2 NM B) y a través de múltiples conversaciones (registradas en las bitácoras) que daban cuenta de la situación y problemas del curso. Estas problemáticas se comprobaron de forma empírica por uno de los investigadores participantes conforme realizaba su práctica profesional.

Fase II: Co-construcción del plan de acción. Esta fase implica reflexiones y planificaciones por parte de los investigadores con el fin de levantar un plan de acción que busca desarrollar el pensamiento crítico en aula para favorecer la apropiación de contenidos matemáticos involucrados en el semestre.

Fase III: Ejecución del plan. Esta etapa contempla la aplicación de los instrumentos que se utilizaron para intervenir en el aula. Estos están orientados a lograr las mejoras, transformaciones o cambios en los estudiantes para alcanzar los objetivos planteados en el documento.

Fase IV: Cierre de la investigación. Esta fase contempla los procesos de reflexión permanente durante el desarrollo de la investigación. Considera la sistematización, codificación y categorización de la información, tomando el contexto y necesidades de los estudiantes.

4.1.1 Facilitadores ante la recogida de la información

Dentro de los facilitadores o situaciones que favorecieron la recogida de información, se puede mencionar:

El proyecto educativo del establecimiento, el cual se sustenta bajo la pedagogía crítica, que permite el desarrollo de clases crítico-reflexivas, las cuales escapan de los espacios tradicionales de formación, permite que los profesores trabajen bajo el modelo crítico de enseñanza aprendizaje, en las asignaturas que se imparten. No así en el caso de la asignatura de matemáticas, que es dónde hay mayor grado de dificultad para contextualizar los contenidos acorde al proyecto del establecimiento. De esta manera a los estudiantes les resulta familiar trabajar bajo el modelo de educación popular.

La colaboración de la docente a cargo del curso en estudio, puesto que permitió obtener retroalimentaciones en forma oportuna respecto de los instrumentos aplicados y en el desarrollo de las clases. Además de contar con la identificación de diversas problemáticas de acuerdo a sus observaciones y clases realizadas.

La disposición del grupo curso en general para trabajar bajo modelos no rutinarios para ellos en la asignatura de matemática, ya que al trabajar bajo el modelo de educación popular se contemplan actividades crítico-reflexivas en las asignaturas, además de buscar el desarrollo de trabajo colaborativo.

La colaboración del docente guía de la investigación, que cuenta con experiencia respecto a la investigación acción y el desarrollo de teorías didácticas, además de suministrar literatura pertinente a las temáticas tratadas en el escrito.

4.1.2 Obstaculizadores ante la recogida de la información

Dentro de los obstaculizadores para la recogida de la información se pueden mencionar:

Dada la incorporación en el segundo semestre por parte de uno de los investigadores participantes en la práctica profesional, resulta un obstaculizador la poca experiencia con el modelo pedagógico del establecimiento, más aun con el grupo curso.

La poca experiencia de los estudiantes frente al trabajo crítico en la asignatura de matemáticas. A pesar de que el colegio tiene un proyecto educativo en base a la educación popular, en la asignatura de matemáticas no se daba mayor énfasis a las reflexiones y al trabajo crítico, esto por el bajo nivel de logro alcanzado por el grupo

en estudio. Esto se pudo constatar en instancias de reflexión y diálogo con la profesora.

4.2 Análisis de la información

La información se analizó con base en la sensibilidad teórica y reflexiva de los investigadores, desarrollada en profundidad creciente conforme se fue desarrollando la investigación. Este proceso se vio favorecido al sumergirse, los investigadores de manera sistemática en la revisión teórica de conceptos claves para el estudio, como lo son por ejemplo, la actitud crítica y la coflexión. Así mismo, se siguió un proceso de triangulación, con base en tres puntos de vistas: la mirada de los investigadores a través de bitácoras reflexivas, las producciones estudiantiles realizadas en clases (diseño de clases, focus group), y los referentes teóricos desarrollados en el marco teórico.

En esta sección se describe la realización de las tres instancias de recolección de la información, y se efectúan los correspondientes análisis de los instrumentos.

Como ya se explicó en la sección 3.5, a fin de generar un primer acercamiento al trabajo con base en la coflexión, se efectuaron dos clases que enfatizaron en la toma de postura con respecto a un tema matemático, la reflexión grupal, puestas en común y la aplicación de contenidos matemáticos a problemas del contexto social.

Posteriormente, la clase n° 3, se efectuó de manera más explícita con foco en la coflexión y, para evidenciar lo acontecido, se desarrollaron los siguientes instrumentos:

- Diseño de la clase n° 3, con foco en la coflexión (ver Anexo 1.3).
- Rúbrica de evaluación a llenar, una por el docente-investigador del seminario y, otra por la profesora a cargo del curso (ver Anexo 2.3a).
- Pautas de co-evaluación a completar por los estudiantes (Anexo 2.3b)

4.2.1 Descripción y análisis con foco en la coflexión de la clase n° 3

Los estudiantes trabajan en grupo una actividad en relación a un contenido matemático de ecuaciones cuadráticas, que pusiera en evidencia el trabajo grupal y la actitud crítica por parte de los estudiantes respecto a su formación, con el docente desempeñando un rol de mediador de las instrucciones y tiempos. Las rúbricas

evaluativas fueron aplicadas por dos docentes, uno el investigador participante y el otro quien está a cargo del nivel.

La clase comienza a las 10:43, una vez que ya han ingresado la totalidad de estudiantes que asistieron ese día. El docente investigador (en adelante DI1), comienza la socialización con el grupo curso, mencionando que se dará comienzo a la primera parte de la evaluación final de la unidad de ecuaciones cuadráticas, la cual tratará de una actividad que involucra asignación de roles que deberán definir en equipos, posteriormente deberán presentar el desarrollo de una ecuación cuadrática, para dar veracidad a un enunciado en específico. El DI1 declara las instrucciones y aspectos que serán relevantes para la evaluación:

- Cantidad de grupos que deberá formar el curso (se les solicitó conformar 5 grupos en total, no se indicó cantidad).
- Roles que deberán definir: desarrollo de la ecuación en la pizarra, quien(es) la presenten y relaten los resultados obtenidos por el grupo, observación del ambiente de clases, presentación y actitud de cada grupo (durante y después de la presentación).
- Los docentes en aula (investigador y profesor guía), se fijarán en la dicción con la cual presenten el desarrollo de la ecuación en la pizarra, sin errores de cálculo.
- La participación activa antes, durante y después de la presentación.
- El comportamiento respetuoso con su propio grupo y el grupo curso en general deberá estar presente durante toda la clase.

Luego de entregar las indicaciones, se desarrolla un ejemplo acerca de cómo debían llevar a cabo su presentación. Esta consistía en dar respuesta a un enunciado, ejemplo: ¿es cierto que la siguiente ecuación $2(8x^2 + 2) = 12x^2 + 4$ no tiene solución?, ¿en caso contrario, cuáles son?, a lo que pregunta un estudiante (en adelante EST1) generando las primeras instancias de diálogo, con la activación de conocimientos previos:

EST1: “¿Cuál sería x_2 ?”

DI1: *Cualquiera de las dos soluciones reales en caso de haber. Recuerden que las ecuaciones cuadráticas van a tener distintas soluciones reales, dependiendo del discriminante, o idénticas, o no va a tener solución en los reales.*

Retornando al enunciado, se les devuelve la siguiente pregunta: ¿Cómo debiese comenzar a desarrollar la ecuación?, a lo cual, responden “cambiándole el signo a los términos”, “reduciendo los términos semejantes al mismo lado”, “identificar los términos coeficientes”.

Transcurridos los primeros minutos la atmósfera en el aula, era de atención y respeto, con el fin de comprender de mejor manera lo que se les estaba solicitando que realizaran. Incluso, surgen bromas, acerca de algunos de los errores que se cometen intencionalmente, buscando en el grupo curso, generar la mayor atención posible. Ejemplos de esta situación, y del clima en el cual se desarrollaba la actividad, por parte de dos estudiantes, una estudiante al notar un error de operatoria con signos, comenta lo siguiente:

EST2: *Profe, se equivocó ahí, en los signos. Un punto menos.*

Estudiantes ríen, a lo que el docente responde:

DI1: *Bien Cleyna, esa es la idea, que acompañen en el desarrollo a los que estén presentando, y de observar algún error se los comuniquen de una manera respetuosa a los y las compañeras. Recuerden que otros grupos que estarán observando sus comportamientos y la actitud de respeto con la cual comunican sus observaciones.*

Se corrigen los errores cometidos, se revela la respuesta correcta, se comenta a grandes rasgos los procedimientos además de recalcar que no son todos los enunciados iguales ni falsos para que presten bastante atención a lo que vayan a realizar, y se les vuelve a dirigir una pregunta a los estudiantes:

DI1: *¿A alguno de ustedes se le ocurre como comprobar que las soluciones de aquella ecuación son así? Luego de un instante de silencio, se anima a contestar otro estudiante (EST3):*

EST3: *Reemplazando.*

DI1: *¿Cómo sería eso Darío?*

EST3: *Sustituyendo los valores en la ecuación.*

Se realiza a modo de ejemplo lo que indica el estudiante con una de las soluciones encontradas. Una vez finalizado el ejemplo, se les solicita al grupo curso reunirse en sus grupos y una vez que estos se conformaran, enviar a un representante a retirar al azar un enunciado.

Al no indicar un número exacto de integrantes, el grupo curso tarda un par de minutos en coordinarse para generar los cinco grupos solicitados, a lo que los docentes les recalcan que están perdiendo tiempo valioso de trabajo, y deben resolver los grupos a la brevedad. Esta instancia que duro alrededor de cinco minutos generó un ambiente ruidoso dentro del aula durante el tiempo señalado.

Ya instalados los cinco grupos en distintos espacios de la sala (siendo las 11:07), comienzan a generarse los primeros diálogos entre estudiantes acerca los roles que asumirán, y del contenido matemático específico que deben trabajar, su metodología de trabajo (si todos realizan el ejercicio, quien lo comprueba, etc.), entre otros aspectos. Los docentes dentro del aula, se pasean por los grupos, supervisando que estos estuvieran trabajando en primera instancia, y de ser así, que den cuenta de su proceder y/o inquietudes.

Se observa en el clima del aula, como los diálogos se tornan más tensos conforme las y los estudiantes se involucran en sus roles y la dinámica grupal, instancias pocas veces evidenciadas en el área de matemáticas.

“¡joye... yapo!”, “déjate de lesear”, “oye, el profe está hablando, nos hace ser más independientes en el transcurso de la clase, por lo que noté”. (Grupo1, transcripción de clase).

Durante los primeros 15 minutos de trabajo (entre las 11:07 – 11:22) los docentes presentes en el aula, se pasean realizando una supervisión grupo por grupo, preguntando acerca del procedimiento que acogieron, los roles que establecieron y si tiene dudas o problemas con algún punto en particular. Luego, durante los últimos 15 minutos destinados a la realización del trabajo (11:22 – 11:37), los docentes se posicionan al medio de la sala, para comentar las observaciones que recogieron de manera individual grupo por grupo, para dar forma a la evaluación que deberán completar por medio de las rubricas. En este espacio, los grupos tuvieron la posibilidad de acercarse al centro de la sala para resolver las últimas dudas, previo a las presentaciones.

Al cabo de 30 minutos de trabajo, y restando 30 minutos más (aproximadamente) para que finalice la clase, el DII dicta el inicio de las exposiciones grupales, realizando un llamado para voluntarios, a lo cual el grupo 1 acude. Desde este momento, la clase cambia de atmosfera, de estar ruidosa y alborotada por los diálogos que se generan al interior de los grupos para dar solución y orden a sus presentaciones; los estudiantes bajan el volumen de sus voces, y se disponen a observar al grupo voluntario (G.1). Previo a que comiencen las exposiciones dos grupos se acercan a los docentes para corroborar sus respuestas, a lo cual responden estos que deben realizar este proceso de manera colectiva y validarse entre ellos como grupos.

El grupo n°1 -conformado por tres estudiantes- comienza (a sugerencia de uno de los docentes presentes en el aula) por comentar acerca de cómo se organizaron para llegar al producto final, luego de la mayor dificultad que se le genero al grupo, los

pasos realizados en relación al contenido matemático (identificación de coeficientes numéricos, discriminante, y las soluciones encontradas por el grupo), etc.

Los estudiantes finalizan su presentación con el siguiente comentario: *“al aplicar la formula general, se encontraron dos soluciones $x_1 = 0$ y $x_2 = -1,6$, por lo que el enunciado es falso, ya que la ecuación no posee una única solución como planteaba el ejercicio $x_1 = -2$, sino que presentaba dos soluciones distintas, cómo lo indica el discriminante”*.

Se les pregunta al grupo acerca del error cometido u observado, y por las soluciones que ellos plantean ser correctas. Una vez finalizado el primero grupo, se les hace un llamado de atención general al grupo curso, para que presten atención a los siguientes aspectos: en cuanto al desarrollo del ejercicio deben escribir o al menos mencionar el uso del discriminante; prestar más atención a la forma en cómo realizarán las presentaciones los demás grupos, observar conductas y actitudes, y realicen preguntas a los grupos que exponen.

El ambiente de clase entre las exposiciones es bastante agitado, producto de que algunos de los grupos que aún no salen a exponer, dudan acerca de sus resultados, otros discuten la manera más pertinente de presentar, y otros (al menos se logró observar un grupo) que estaba aún terminando sus desarrollos. Sin embargo era una atmósfera de respeto y tonos de voces similares, en el que la mayoría de los estudiantes discutían sin exacerbarse.

Después del grupo n°1, sale al frente de la clase a exponer dos estudiantes del grupo n°3, ambos escribieron el desarrollo y lo expusieron juntos. En cuanto a su lenguaje formal (respecto al contenido), tuvieron algunas complicaciones al comentar el resultado del discriminante, así mismo sucede con las soluciones obtenidas.

Los estudiantes terminan de presentar con el siguiente cierre: *“ya que el discriminante es 0, la ecuación posee una única solución, y que al aplicar la fórmula general nos dio $\frac{-2}{3}$ ”*.

Una vez finalizada su exposición en el tiempo estimado, un estudiante de otro grupo les pregunta (EST4):

EST4: *¿y la comprobación?*

A lo cual, uno de los representantes, rápidamente resuelve en la pizarra, y comenta a grandes rasgos como se realizaba la comprobación con una de las dos soluciones obtenidas. Mientras tanto el grupo curso que se encontraba de espectador, se encontraban en completo silencio escuchando atentos en su mayoría a las y los expositores, tomando observaciones, y mejorando sus producciones.

El siguiente grupo en presentar fue el grupo n°5. Del grupo en cuestión salen dos estudiantes, uno a presentar su desarrollo de manera oral y otra estudiante escribe el desarrollo en la pizarra. En cuanto al tercer integrante, este se mantuvo expectante a los comportamientos de los demás grupos. Este grupo en particular fue uno de los que se mantuvo menos tiempo presentando, ya que la discriminante que debían calcular (y que lograron por lo demás) era negativa, a lo cual, comentan que al ser negativa, esta no poseía soluciones en los reales.

“como la discriminante nos dio un valor negativo (-4), y como se vio con el profesor Javier, las raíces con números negativos, no tienen soluciones en los reales”.

Restando ya alrededor de 15 minutos para que termine la clase, y aun quedando por exponer dos grupos, se les pregunta a los grupos si existe un voluntario sin obtener respuesta positiva, a lo cual se les vuelve a dirigir otra pregunta:

DI1: ¿Quién se encuentra en condiciones de exponer su trabajo?

A lo cual atiende el grupo n°4. Este grupo contaba con cuatro integrantes, de los cuales dos salieron a la pizarra a presentar el desarrollo. Comentan en primera instancia cuales fueron las dificultades brotadas, las cuales tenían relación con el contenido matemático, aspectos del contenido que se expuso en clases, mas no se trabajó en profundidad, comentaban estos. Luego dan cuenta del desarrollo de su enunciado, el cual presentan sin mayores inconvenientes ni errores, poniendo énfasis en el desarrollo del paréntesis, el uso del discriminante y la cantidad de soluciones encontradas. La presentación de este grupo fue clara y mostraron un dominio básico pero claro del tema.

El comentario final del grupo fue: *“ya que el discriminante nos dio 9, por lo que hay dos soluciones distintas y reales. Al aplicar la formula general, vimos que una de las soluciones propuestas tenía el signo cambiado ($x_1 = -3$), la solución correcta era igual a 3”.*

El último grupo en presentar (Grupo n°2), no logró el objetivo de la clase, se les produjeron varias complicaciones y problemas al momento de realizar el trabajo. Demuestran bastante inseguridad al realizar los primeros cálculos, esto posiblemente se debió a que (2 de las 3 integrantes) faltaron a las últimas dos clases de matemáticas, y la tercera no dominaba los contenidos implicados en el trabajo (formula general de la ecuación cuadrática).

Luego se termina la clase sin cierre propiamente tal, dado la escases de tiempo.

Posterior a la realización de la clase 3 -la clase siguiente-, el DI1 recuerda lo tratado la clase anterior, acto seguido entrega una hoja con preguntas destinadas al cierre de la clase pasada, y los estudiantes las responden en grupo (ver Anexo 3).

Más adelante, al momento de analizar, se tomarán estas producciones escritas para triangular con la información recabada a partir de estas reflexiones grupales.

4.2.2 Análisis con base en las rúbricas de los docentes presentes en aula

Los estudiantes del 2° NM B trabajaron de forma colectiva de acuerdo a la planificación de la clase. Cada grupo fue evaluado en una escala de 0 a 3, inclusive, según los siguientes indicadores:

- Contribución individual hacia actividad
- Contribución colectiva hacia la actividad
- Orden, organización y roles
- Comprobación de ejercicios matemáticos
- Conceptos matemáticos y ausencia de errores

| Grupo 1 | | |
|-------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Indicador | Nota Prof. Colaborador | Nota Prof. Investigador |
| Contribución Individual | 3 | 3 |
| Contribución colectiva | 3 | 3 |
| Orden, organización y asignación de roles | 3 | 3 |
| Comprobación del ejercicio | 3 | 2 |
| Conceptos y ausencia de errores | 3 | 3 |
| Puntaje total | 15 | 14 |
| Grupo 2 | | |
| Indicador | Nota Prof. Colaborador | Nota Prof. Investigador |
| Contribución Individual | 3 | 2 |
| Contribución colectiva | 1 | 2 |
| Orden, organización y asignación de roles | 2 | 1 |
| Comprobación del ejercicio | 1 | 1 |
| Conceptos y ausencia de errores | 1 | 1 |
| Puntaje total | 8 | 7 |
| Grupo 3 | | |
| Indicador | Nota Prof. Colaborador | Nota Prof. Investigador |
| Contribución Individual | 3 | 3 |
| Contribución colectiva | 3 | 2 |
| Orden, organización y asignación de roles | 3 | 3 |
| Comprobación del ejercicio | 0 | 3 |
| Conceptos y ausencia de errores | 3 | 3 |
| Puntaje total | 12 | 14 |

| Grupo 4 | | |
|-------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| Indicador | Nota Prof. Colaborador | Nota Prof. Investigador |
| Contribución Individual | 3 | 3 |
| Contribución colectiva | 3 | 3 |
| Orden, organización y asignación de roles | 3 | 3 |
| Comprobación del ejercicio | 3 | 3 |
| Conceptos y ausencia de errores | 3 | 2 |
| Puntaje total | 15 | 14 |
| Grupo 5 | | |
| Indicador | Nota Prof. Colaborador | Nota Prof. Investigador |
| Contribución Individual | 3 | 1 |
| Contribución colectiva | 1 | 2 |
| Orden, organización y asignación de roles | 3 | 2 |
| Comprobación del ejercicio | 3 | 2 |
| Conceptos y ausencia de errores | 2 | 3 |
| Puntaje total | 12 | 10 |

(Tabla de elaboración propia)

4.2.2.1 Análisis en base a la rúbrica completada por la profesora colaboradora

Los párrafos que se presentan a continuación, se extrajeron de las rúbricas con las cuales la profesora colaboradora evaluó en la clase a los grupos, y de una audio grabación que se realizó días después entre la docente guía y el docente investigador, sesión en la cual compararon ambas producciones y comentaron observaciones acerca de la clase en general.

Según la apreciación de la profesora colaboradora, la actividad "salió buena", puesto que esperaba que el trabajo se realizara de manera individual o que los grupos no trabajaran en su totalidad, aun cuando las instrucciones eran de trabajo grupal.

Según lo que ella ha trabajado a lo largo del año con el curso observado, en este tipo de evaluaciones, comúnmente los estudiantes se dividen el trabajo o una o dos personas toman la iniciativa y realizan la mayor parte del trabajo, dejando que el resto del equipo solo observe y siga las instrucciones del/los líder/es de grupo.

Los estudiantes desde el momento en que recibieron las instrucciones y el problema, formaron grupos a la brevedad y demostrando iniciativa, discutían acerca de cómo proceder. Los algunos estudiantes trabajaron en paralelo para ver si coincidían sus respuestas, dialogando constantemente en busca de la validación acerca del trabajo realizado, esta dinámica que era el objetivo de la actividad, se dio en la mayoría de los grupos.

En general la actividad resultó bastante bien, ya que se observó a lo largo de toda la actividad, un trabajo colaborativo puesto que no se observaron grupos que no

trabajaban. Pese a que el grupo 2 se complicó, logró enfocarse y realizar el trabajo (aunque este no haya estado del todo correcto).

Resulta necesario mencionar que las integrantes del grupo 2 han tenido dificultades a lo largo de todo el año en la asignatura de matemáticas, son tímidas, no siempre resuelven sus dudas y demuestran inseguridad. Sin embargo *“en la actividad se evidenció un avance notable en su proceso de formación en el establecimiento”* menciona la docente guía.

En términos generales, todos los estudiantes de los grupos asumieron un rol claro en el equipo: quienes escribían en la pizarra, quienes explicaban, quienes comprobaban, esto en su faceta de grupo participante.

Como grupo observador ellos podían intervenir para mantener el orden, propiciar el desarrollo de la actividad, llamándose la atención cuando fuera necesario y/o realizando intervenciones durante o después de la presentación.

Comentarios de la profesora colaboradora

- Grupo 1: Fue el grupo que mejor trabajó, cumplió con todo lo solicitado y demostró organización, participación y colaboración. Cumplen con puntaje máximo en todos los indicadores.
- Grupo 2: Es el grupo que más dificultades presentó, uno de los integrantes faltó a gran parte de las clases de la unidad y asumió el rol de observador. Esa persona fue la única en el curso que no desarrolló el ejercicio. La actividad principalmente la desarrollaron 2 de 3 integrantes. Mientras los demás grupos exponían, los integrantes estaban pendientes de desarrollar los propios. Se destaca que pese a no prestar atención un 100%, estaban comprometidas con la actividad. Tenían roles establecidos, pese a no cumplir con el ideal. Cabe mencionar que además fue el último grupo en exponer.
- Grupo 3: El grupo se preocupa de dar un tiempo para realizar el trabajo de manera individual y así poder discutirlo y consensuar el resultado final. Se destaca la contribución individual de cada integrante, así como también el desempeño global, salvo que descuidaron la comprobación en pizarra (de acuerdo a lo observado por la Profesora colaboradora). Se evidencia asignación de roles, orden y buena organización.
- Grupo 4: El trabajo de este grupo funcionó de buena manera, se distinguían los roles claramente y pudieron expresar su trabajo. Fue el grupo que expuso

de los penúltimos, por ende tuvieron mayor tiempo para procesar lo discutido al final de las exposiciones.

- Grupo 5: Este grupo destaca por una situación particular que se pudo observar. Dos miembros del equipo desarrollaron el ejercicio de manera individual, con el fin de compararlo y llegar a un resultado en común. Al momento de contrastar los resultados, se dan cuenta que los resultados son distintos. El tercer integrante se mantuvo al margen de la comprobación del desarrollo y los estudiantes precisaron de la intervención del docente para resolver el conflicto, conviene subrayar que uno de los dos integrantes realizó el procedimiento de manera correcta. En términos generales, demostraron motivación para la realización de la actividad, pese a que en términos de trabajo colectivo no funcionaron de la mejor manera, no se desanimaron y lograr llevar a cabo la actividad.

4.2.2.2 Análisis en base a la rúbrica completada por el investigador participante

En este apartado se dará cuenta de lo observado desde la perspectiva de investigador participante.

Desde el momento en que se terminaron de dar las instrucciones se observó que los estudiantes estaban motivados y rápidamente se reunieron a trabajar, asignar roles y buscar solución a lo pedido.

A su vez, 2 grupos que levantaron la mano para aclarar dudas respecto de la actividad, y solicitar ayuda adicional para ver como comenzar a trabajar. El docente investigador en lugar de dar respuesta directamente, los invita a leer nuevamente el enunciado y lo comentan juntos, se les pide reflexionar acerca de lo que acaban de leer.

Luego de unos minutos, los profesores se disponen a supervisar grupo por grupo consultando cuáles fueron los roles asignados para cada uno, si tenían dudas para resolver el ejercicio o comprobar su desarrollo individual.

Es relevante destacar que los estudiantes solicitaban información adicional respecto de la asignación de roles, pese a que estaban escritos en la pizarra. Realizaban preguntas tales como: "¿Qué hace el observador?", "¿Qué evalúa la rúbrica del profesor?", "¿Qué debemos colocar en las observaciones de las co-evaluaciones?". Trascurrido el tiempo estimado para la realización del trabajo grupal, se indica que se dará comienzo a las exposiciones.

Comentarios del docente investigador participante

- Grupo 1: En general este grupo se caracterizó por trabajar de manera eficiente, y organizada. Fue el grupo que menos solicitó la ayuda de los profesores y además se ofrecen como voluntarios para exponer sus trabajos de los primeros.
Dio cuenta de un buen entendimiento del tema, se expresaron claramente, reflexionaron acerca de la dificultad que se les presentó en el trabajo y asignaron roles claros adecuadamente.
- Grupo 2: Este grupo fue el que presentó mayores dificultades en el ámbito del desarrollo matemático y no desarrolló los ejercicios correctamente. Solicitaban la ayuda del profesor reiteradas veces, dado que no manejaban los contenidos para desarrollar el problema. Sin embargo, pese a no haber logrado el objetivo, de igual forma expusieron su trabajo frente al curso.
- Grupo 3: Fue uno de los grupos que presentó una dinámica de trabajo organizada, donde se observó que varios realizaban el ejercicio de manera simultánea, para luego comprobar. Presentaron complicaciones en relación al contenido matemático, específicamente al enfrentarse a un ejercicio con paréntesis, problema que resolvieron en grupo. Por otro lado, el grupo no mantuvo una actitud de respeto después de haber presentado, con alguno de sus integrantes riéndose en un volumen elevado llamando la atención de los otros grupos.
- Grupo 4: Este grupo, lo conformaban estudiantes que por lo general como se ha mencionado en el capítulo anterior (muestra del universo), costaba que se involucraran en la asignatura de matemáticas a las dinámicas de clases, ya sea por disgusto hacia la asignatura o falta de comprensión sobre el contenido. Sin embargo, su disposición a trabajar fue inmediata y de buena manera. Realizaron el trabajo en parejas, para luego comprobar y sacar un escrito general. Respecto a sus conductas durante las demás presentaciones, esta no fue de respeto en todas, en algunas instancias se desligaban de la actividad, y se molestaban entre ellos (en el caso de los dos varones que integraban el grupo).
- Grupo 5: Este grupo durante el tiempo destinado al trabajo grupal, presentó bastantes dudas y problemas respecto a sus resultados, esto se llevó (por lo que se observó) a que resolvieron el trabajo de manera individual (2 de los 3 integrantes), y no hubo una instancia de revisión colectiva para dar validez a

su procedimiento. Para dar solución a este problema, fue necesaria la intervención de uno de los docentes presentes en el aula. Hay que mencionar que uno de los estudiantes si obtuvo la respuesta correcta, no obstante, al no tener un claro dominio del tema, no tuvo como dar justificación a su desarrollo. Finalmente, presentaron su desarrollo frente al curso, con un grado de inseguridad, a pesar que las dudas fueron aclaradas con los docentes.

4.2.2.3 Mirada conjunta de la aplicación del diseño de clases n°3 con base en ambas evaluaciones por parte de los docentes.

Posterior a la implementación del diseño de clases n°3, se hizo una retroalimentación de las producciones estudiantiles, y de la actividad en general por parte de la profesora colaboradora y del investigador participante presentes en aula. En esta instancia los docentes compararon las rubricas con que evaluaron a cada grupo, además de realizar apreciaciones personales respecto al ambiente de clases que se generó y algunos casos individuales que destacan. Cabe mencionar que esta instancia fue audio grabada con el consentimiento de la docente colaboradora.

En cuanto al ambiente de clases, ambos docentes concuerdan en que se cumplió con el objetivo planteado en la planificación, el cual apuntaba a la discusión y argumentación acerca de un enunciado de ecuaciones cuadráticas. Dicho ambiente fue de respeto y tomado con bastante seriedad por parte de los estudiantes. Ambos docentes concuerdan en que los estudiantes se involucraron de lleno con la actividad, también mostraron bastante interés, tanto en las presentaciones de los compañeros, como en el desarrollo de su propio ejercicio.

Por otro lado, hubo una discrepancia entre el orden y los tiempos con que se realizó la actividad, puesto que, la docente colaboradora consideró que fue una clase ordenada y que los tiempos con que expusieron los estudiantes fue similar, en cambio el investigador participante no estuvo conforme con los tiempos. Por parte del DI1, justifica que su opinión está ligada a cuantas veces se interrumpió la clase, también que según su opinión, se requirió varios llamados de atención al grupo curso para continuar con la actividad.

Respecto a los grupos, hubo distintos puntos de vistas de cómo los grupos alcanzaron el nivel matemático esperado. Esto se refiere a si los grupos expusieron de manera correcta el desarrollo de sus enunciados, utilizando los contenidos matemáticos con propiedad y claridad. Por una parte, la profesora colaboradora considera que los grupos en su mayoría, si expusieron el contenido matemático de manera correcta,

tomando en cuenta los distintos grados de conocimientos que poseían y que no fue necesario tanta intervención o “acarreo” de estudiantes para que estos trabajaran.

Por otro lado, el DI1, antes de conversar con la docente colaboradora, consideraba que el nivel matemático expuesto por el grupo curso en general no fue excelente, más en detalle, lo calificó de básico. Cuestión que cambió de parecer, producto de la mirada conjunta de las apreciaciones de la clase.

En cuanto a lo realizado y observado respecto al grupo n°1, ambos docentes presentes en el aula concuerdan en que fue un grupo que trabajó bien, no presentaron problemas, y destacaron de buena manera, cómo el trabajo colaborativo desde sus capacidades, y brindar la oportunidad de realizar sus propias producciones, generó una dinámica rica en experiencias positivas para el aprendizaje.

Es así que, las rúbricas al ser comparadas tuvieron registrados puntajes similares en relación al grupo descrito.

En cuanto al grupo n°2, que fue el que no logró cumplir con todos los objetivos de la clase. Ambas miradas concuerdan en que hubo participación por parte del grupo, y pese a que no expusieron resultados correctos, se rescata la voluntad de presentar al grupo curso sus producciones. Se confirma una mejora en las actitudes por parte de las integrantes del grupo, además del respeto y la comunicación, hubo una mejora en la disposición y la confianza por parte de las estudiantes, quienes en un comienzo del semestre no eran capaces o no se atrevían a participar en la pizarra frente al curso. Las rúbricas registraban puntuaciones similares entre docentes.

En lo que al grupo 3 se refiere, hubo elementos que ambos docentes no percibieron de igual manera, producto de la distribución en la cual se encontraban dentro del aula. Por un lado, la docente colaboradora se percató de aspectos matemáticos, que el DI1, no pudo percibir, ya que estaba atendiendo a otros grupos. Respecto a eso que no fue observado por el DI1, se encuentra la comprobación del ejercicio matemático, la cual en un comienzo fue mal evaluada por el DI1, situación que cambió tras comentar y comparar los hechos de la clase. Por otro lado, la docente colaboradora no se percató de las conductas negativas o no apropiadas a la actividad realizadas por este grupo, cosa que sí observó el DI1. En cuanto a los puntajes asignados al grupo, estos en un principio tenían sus diferencias, producto de lo descrito con anterioridad. Diferencias que posterior al cruce de miradas, se homogenizaron, y culminaron en una evaluación más completa.

El grupo 4, tuvo buenas observaciones por parte de los docentes, más aún, estos manifiestan un progreso notorio en este grupo, ya que los estudiantes que lo conformaban, eran catalogados como focos de distracción en las clases. El

desempeño de este grupo fue descrito como bueno por parte de los docentes, demostraron un correcto dominio del contenido, los puntajes registrados por ambos fueron muy similares, y no se consideraron reparos en la evaluación del grupo.

Por último, en lo que respecta al grupo 5, hubo discrepancias en lo que fue la evaluación de estos. Por un lado, la docente colaboradora rescató de buena manera las producciones y el trabajo presentando por este grupo, sustentándose en que los integrantes del mismo, eran estudiantes que muy poco participaban en clases, rara vez se atrevían a resolver dudas y en esta actividad, se vio todo lo contrario. Rescata el hecho de que hayan logrado los objetivos, y hayan resuelto el enunciado de manera correcta, aunque no con seguridad absoluta.

Ante la mirada del DI1, el grupo en general fue bastante básico, con bastantes llamados hacia los docentes, y en general no tuvo buena recepción su trabajo, cabe mencionar, que esta mirada fue la primera impresión que se llevo el DI1 del grupo. Posterior a la conversación con la docente colaboradora, la mirada del DI1 cambio, y logro adquirir sensibilidad con el grupo en particular, la cual estaba un tanto sesgada por sus desempeños individuales durante el semestre. De ahí que las observaciones por parte del DI1 fueron movilizándose, hacia las reales capacidades y limitaciones que presentaba el grupo, y como estas fueron superadas en el transcurso del semestre.

Así que finalmente la evaluación tuvo una mejora por parte del DI1 tras haber compartido las observaciones con la docente colaboradora.

En definitiva, el haber tenido dos agentes observando los progresos y producciones de los estudiantes dentro del aula, tuvo sus repercusiones positivas en las evaluaciones, permitiendo obtener una mirada más completa de lo que fue la clase en múltiples aspectos, por lo que ambos concuerdan en que la co-docencia es una buena estrategia para atender al universo de personalidades y sus diferentes formas de aprender de los estudiantes.

De igual manera, consideran que el trabajo colaborativo, en esta modalidad de educación ha dado buenos resultados con el grupo curso, y en los estudiantes particularmente, ya que dado sus contextos, esta modalidad les permite abrirse al diálogo con sus compañeros, también en la forma de comunicar sus ideas, más que aprender, mecanizar o memorizar contenidos como lo venían sintiendo los estudiantes en los modelos educacionales que habían vivido.

Finalmente, hay satisfacción de parte de los docentes, ya que se evidencian niveles de logros relativos a la interdisciplinariedad, es decir, crecimiento personal de los estudiantes, formación crítica, acercamiento a su propio proyecto educativo y

finalmente, pero no menos importante, desarrollo cognitivo en la asignatura de matemáticas.

4.2.3 Análisis con base en las pautas de co-evaluación de los estudiantes

En este apartado se exponen las transcripciones de las co-evaluaciones elaboradas de manera grupal, respecto al resto de equipos que expusieron. Se debe mencionar que lo pese a que se indicó que podían realizar observaciones a un costado de cada categoría, no todos los grupos lo hicieron.

Posterior a las tablas, se expone el análisis correspondiente.

Grupo 1 evalúa al resto de los grupos:

| Indicadores | Grupo 2 | | Grupo 3 | | Grupo 4 | | Grupo 5 | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------|---------|--|---------|--|---------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | 1 | Observaciones: no manejaron bien el tema, les faltaba más estudio | 1 | | 2 | | 3 | Observaciones: se explayan bien el tema |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | 1 | Observaciones: | 2 | | 2 | | 2 | Observaciones: se demoran un poco en llegar a la conclusión |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | 1 | Observaciones: tomaron a mala forma el comentario que le hizo el compañero | 3 | | 3 | | 3 | Observaciones: hubo respeto en general con el curso y los que expresan |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | 1 | Observaciones: no argumentaron bien los errores del ejercicio | 3 | | 2 | | 2 | Observaciones: lo aclararon bien |
| Luego de exponer, el grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros | 1 | Observaciones: se ponen a discutir por los errores que cometieron | 1 | | 1 | | 3 | Observaciones: si mantienen respeto |
| El grupo se expresa de manera apropiada acorde al contexto, clara y coherente | 2 | | 2 | | 2 | | 3 | |

(Tabla de elaboración propia)

Grupo 2 evalúa al resto de los grupos:

| Indicadores | Grupo 1 | | Grupo 3 | | Grupo 4 | | Grupo 5 | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--|----------------|--|----------------|--|----------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | 3 | | 1 | | 2 | | 3 | Observaciones: se explayan bien el tema |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | 3 | | 2 | | 2 | | 2 | Observaciones: se demoran un poco en llegar a la conclusión |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | 3 | | 3 | | 3 | | 3 | Observaciones: hubo respeto en general con el curso y los que expresan |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | 3 | | 3 | | 2 | | 2 | Observaciones: lo aclararon bien |
| Luego de exponer, el grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros | 3 | | 1 | | 1 | | 3 | Observaciones: si mantienen respeto |
| El grupo se expresa de manera apropiada acorde al contexto, clara y coherente | 3 | | 2 | | 2 | | 3 | |

(Tabla de elaboración propia)

Grupo 3 evalúa al resto de los grupos:

| Indicadores | Grupo 1 | | Grupo 2 | | Grupo 4 | | Grupo 5 | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|--|---------|---------------------------------------------------------------|---------|--|---------|----------------------------------------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | 3 | | 0 | | 2 | | 3 | |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | 3 | | 2 | | 3 | | 3 | |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | 3 | | 2 | | 3 | | 2 | |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | 3 | | 1 | Observaciones: no se entiende bien | 3 | | 3 | |
| Luego de exponer, el grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros | 3 | | 2 | Observaciones: una de las integrantes entra y sale de la sala | 2 | | 1 | Observaciones: Hablaban y utilizaban sus celulares |
| El grupo se expresa de manera apropiada acorde al contexto, clara y coherente | 3 | | 2 | Observaciones: No se expresa bien | 3 | | 2 | |

(Tabla de elaboración propia)

Grupo 4 evalúa al resto de los grupos:

| Indicadores | Grupo 1 | | Grupo 2 | Grupo 3 | | Grupo 5 | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------|---------|-------------------------------------------|---|------------------------------------------|---|-------------------------------------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | 2 | | 0 | Observaciones : No dominaban el tema | 2 | Observaciones: El Jorge no sabía mucho | 3 | Observaciones: Igual estaban un poco nerviosos. |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | 3 | Obs: no sabían explicar bien. | 2 | Observaciones : No se notó quién hizo qué | 2 | Observaciones: No se notó quién hizo qué | 3 | |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | 3 | | 3 | Observaciones : La Carolo hizo bien | 3 | | 3 | |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | 3 | | 3 | | 3 | | 3 | |
| Luego de exponer, el grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros | 3 | | 3 | | 3 | | 3 | |
| El grupo se expresa de manera apropiada acorde al contexto, clara y coherente | 3 | | 3 | | 3 | | 3 | |

(Tabla de elaboración propia)

Grupo 5 evalúa al resto de los grupos:

| Indicadores | Grupo 1 | | Grupo 2 | | Grupo 3 | | Grupo 4 | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-------------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------|---------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | 3 | Observaciones: Tenían dominio del tema. | 1 | Observaciones: No tenían mucho dominio del tema | 1 | Observaciones: Al principio no dominaban bien el tema | 3 | Observaciones: Logran dominio del tema. |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | 3 | Observaciones: Participan todos los integrantes. | 1 | Observaciones: No todos tenían sus roles establecidos | 3 | Observaciones: Todos cooperaron con el ejercicio. | 2 | Observaciones: No todos participaron de la misma manera. |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | 3 | Observaciones: Exponen con respeto. | 2 | Observaciones: Logran exponer con respeto pero reciben con poco interés las observaciones. | 2 | Observaciones: No mantuvieron respeto toda la clase, se reían a ratos | 3 | Observaciones: Exponen con respeto y reciben con buena forma las observaciones de los compañeros. |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | 2 | Observaciones: No logran argumentar claramente los errores. | 0 | Observaciones: No argumentan errores | 2 | Observaciones: No argumentaron bien los errores | 0 | Observaciones: No argumentaron sus errores. |
| Luego de exponer, el grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros | 3 | Observaciones: Mantienen actitud de respeto toda la clase | 3 | Observaciones: Si mantienen el respeto después de exponer | 1 | Observaciones: Fue muy deficiente el respeto después que presentan | 0 | Observaciones: No respetaron a los demás grupos. |
| El grupo se expresa de manera apropiada acorde al contexto, clara y coherente | 3 | Observaciones: Se expresan de manera apropiada. | 1 | | 2 | Observaciones: No se expresaron claramente | 2 | Observaciones: Se expresaron bien |

(Tabla de elaboración propia)

Respecto a las co-evaluaciones que emitieron las y los estudiantes acerca de sus propios compañeros observados, se pueden relacionar algunos indicadores con puntajes similares por varios grupos, así como otros indicadores con puntajes

opuestos. Estas relaciones se describirán grupo por grupo, además de ser complementada por sus desarrollos textuales y comentarios grupales.

Ahora bien, cabe mencionar que de los 5 grupos participantes en las exposiciones, solo uno completo las tablas de co-evaluación en un cien por ciento, el resto solo anotó algunas de las observaciones, esto se pudo haber producido ya que no están acostumbrados a tener que evaluarse y medirse entre estudiantes (en un contexto más formal y específico).

Desde los puntajes asignados al grupo n°1, se infiere lo siguiente:

De los cuatros grupos que estaban observando, los cuatro le asignaron sobre los 18 puntos (de un total de 21), lo cual da cuenta de buenas evaluaciones en general. Se destacan observaciones tales como: “se expresan de manera correcta”, “buen dominio del tema”, “exponen con respeto”, a pesar de que los grupos 3 y 2 no realizaron observación alguna. Esto se puede complementar con la idea de que para los estudiantes el trabajo realizado por el grupo fue acorde a las pautas de co-evaluaciones o no observaron puntos negativos en su presentación. De lo cual se puede entender, lo difícil que es realizar observaciones positivas, en comparación a las negativas por ejemplo.

Las observaciones que les realizan las y los compañeros, son compatibles con las respuestas que dio este grupo en la reflexión que efectuaron de la actividad realizada en la clase 3 (cfr. Anexo 3), en cuanto al trabajo colaborativo: *“creemos que para un buen trabajo se necesita confiar en el trabajo del otro, es decir, no opacarlo y siempre aportar con comentarios coherentes y positivos”*, lo cual da cuenta del trabajo realizado en clases, y cómo éste les proporcionó la ayuda para utilizar los tiempos destinados al desarrollo de forma eficiente.

Estos elementos destacados se vinculan con el acto de colexionar, ya que la comunicación juega un papel fundamental en la interacción que tuvo el grupo, para repartir los roles y tareas que ellos consensuaron de manera autónoma. El respeto también fue una arista importante para desarrollar la actividad, ya que las discrepancias o desacuerdos que surgieron se atendieron inmediatamente, logrando el objetivo de la clase y una buena presentación. El delegar trabajos separados, y luego revisar el trabajo de los integrantes en conjunto, también es un acto que se puede relacionar a la colexión y la actitud crítica hacia el trabajo en clases. Como grupo consideran que pueden mejor, según sus palabras, en su reflexión grupal: *“la disposición que tiene cada integrante para interactuar con el grupo es un aspecto que tiende a mejoría”*.

De lo anterior se puede destacar la relevancia que le da el grupo a la interacción con sus pares respecto a una tarea específica. El aporte que cada estudiante realiza al trabajo en equipo de manera colectiva y no destructiva (como se menciona más arriba), es parte de la actitud crítica, al igual que la confianza en los pares y en palabras de ellos: *“nos ayudó a poder comunicarnos mejor para poder hacer el trabajo en equipo y a poder tener una planificación bien hecha”*. Estos son elementos que resultan importantes rescatar, para el acto de colexionar.

De los insumos relacionados al grupo 2, se destacan los siguientes aspectos:

Primero destacar, que este grupo, fue el que no logró el objetivo de la actividad, esto por motivos como los que se explicaron en la sección anterior, en el análisis de las rúbricas docentes, por ejemplo, los mencionados por la profesora colaboradora: *“han tenido dificultades a lo largo de todo el año en la asignatura de matemáticas, son tímidas, no siempre resuelven sus dudas y demuestran inseguridad”*. Por lo que se deduce que en sí, ya la actividad no les acomodaba del todo.

Los grupos que observaron a esta pareja efectuaron en su pauta de co-evaluación alcances como: *“no tenía mucho dominio del tema”, “no argumentan sus errores”, “no se notó quien hizo qué”, “una de las integrantes entra y sale de la sala”, “no se entiende bien”, entre otros*. Algunas observaciones positivas: *“si mantienen el respeto después de exponer”, “la cara lo hizo bien”*. Lo que da a entender que si bien no lograron desarrollar el ejercicio matemático, si hubo una participación activa, de ahí que se hayan atrevido a presentar aun sabiendo que no lograron lo solicitado. Es una actitud vinculante con la actitud crítica que se busca generar en los estudiantes.

En el caso del grupo n°3, los siguientes fueron los elementos que se destacaron:

Las observaciones de ambos docentes fueron bastante positivas hacia este grupo; ejemplos de esta afirmación son las siguientes frases: *“fue uno de los grupos que presento una dinámica de trabajo organizada, donde se observó que varios realizaban el ejercicio de manera simultánea, para luego comprobar”, “Se destaca la contribución individual de cada integrante, así como también el desempeño global”, “Se evidencia asignación de roles, orden y buena organización”*. Las cuales se traducen en el cumplimiento del objetivo de la clase, pero además, un acercamiento a los objetivos planteados en la investigación, esto ya que, en la individualidad, los estudiantes que conformaban el grupo, por lo general mantenían una actitud muy distante con la asignatura, no participaban de manera activa, y rara vez se disponían a ser voluntarios, o realizar ejercicios en la pizarra, pese a que el o la docente se los solicitada. La actitud de indiferencia que mantuvieron en el inicio del semestre, se transformó en una actitud de participación activa, y de compromiso con el trabajo realizado en la clase n° 3.

Desde esta otra perspectiva, los estudiantes (a través de las co-evaluaciones) contradicen lo observado por los docentes, con comentarios tales como: “no se expresaron claramente”, “no se notó quien hizo quien”, “no se expresaron claramente”. Lo cual da cuenta, de lo fácil que es para los estudiantes fijarse en los aspectos negativos de otros, sin lograr destacar los positivos.

Respectos de las propias producciones que generaron, el grupo destaca la colectividad como una buena estrategia para el trabajo en clases de matemáticas, el compromiso que debe haber en los participantes para un buen funcionamiento grupal, y la buena disposición al trabajo. En palabras del grupo, según las reflexiones grupales (cfr Anexo 3): *“Es bueno saber trabajar colectivamente siempre y cuando todas las personas del grupo estén comprometidas y dispuestas a organizarse de buena forma”, el trabajo en grupo sirve si tiene de base una buena coordinación. Entre nosotros fue más individual pero llegamos a un consenso*”. También mencionan que: *“el tiempo de realización debería ser de un poco más de tiempo. Para evitar confusiones al realizar el ejercicio”*, lo cual se puede contrarrestar con la idea de que, de haber realizado un trabajo en conjunto como otros grupos, se les hubiese hecho la tarea más fácil.

De las producciones del grupo 4, se rescatan los siguientes aspectos:

Los estudiantes mencionan haber tenido dificultades en la realización del ejercicio, producto de un paréntesis que contenía este. Lo cual se condice con alguno de los comentarios realizados por los grupos observadores, tales como: *“igual estaban un poco nerviosos”, “no argumentan errores”, “no todos participaron de la misma manera”*. Cabe destacar que este grupo en particular fue el que menos observaciones obtuvo por parte de los otros grupos, aunque sus puntajes fueron buenos (oscilaban entre los 2 y 3 puntos).

El grupo en general, también pertenecía a los estudiantes que no trabajan en clase, y su disposición en la mayoría de las clases era de indiferencia y no participación. En esta instancia, se observó todo lo contrario, fue un grupo muy activo, que realizó bastantes preguntas a los demás grupos, y pese a que no mantuvo una actitud de respeto durante toda la clase, se involucraron de manera grata con la actividad.

Cuenta de esto, lo mencionan los docentes (guía e investigador participante), quienes emitieron los siguientes comentarios: *“el trabajo de este grupo funcionó de buena manera, se distinguían los roles claramente y pudieron expresar su trabajo”, “su disposición a trabajar fue inmediata y de buena manera. Realizaron el trabajo en parejas, para luego comprobar y sacar un escrito general”*. Lo cual permite, relacionar su trabajo con el acto de colexionar, y de desarrollo de una actitud crítica frente al trabajo en clases. Esto se reafirma con los comentarios que realizaron de

manera grupal: *“Creemos que es una buena forma de unir a las personas, y de compartir todos los conocimientos que como individuos poseemos”, “A veces se hacía complicado organizarnos en grupos, pero con esfuerzo se puede hacer”, “Sí, porque pudimos entre todos ayudarnos a completar el ejercicio”*. Argumentos que respondían a; que pensaban respecto al trabajo colaborativo y del individual, y si la actividad fue significativa para el grupo o no.

Además comentan que *“la relación entre miembros del equipo y la manera de compartir nuestros conocimientos es lo que más hay que mejorar”*, lo cual revela que para el grupo el trabajo colaborativo tiene sus ventajas si se realiza de manera ordenada y con responsabilidad.

De las producciones elaboradas por el grupo 5, se destacan los siguientes aspectos

Acerca de las observaciones que emitieron los docentes, en cuanto al rendimiento de este grupo, comentan que la estrategia utilizada donde *“dos miembros del equipo desarrollaron el ejercicio de manera individual, con el fin de compararlo y llegar a un resultado en común”*, no tuvo los resultados esperados por el grupo, lo cual se tradujo en *“bastantes dudas y problemas respecto a sus resultados”*, según los docentes. Sin embargo uno de los estudiantes tuvo su respuesta correcta, pero fue necesaria la intervención de uno de los docentes para resolver sus dudas.

En cuanto a sus actitudes frente al trabajo en clase, los docentes comentan que *“demostraron motivación para la realización de la actividad, pese a que en términos de trabajo colectivo no funcionaron de la mejor manera, no se desanimaron y logran llevar a cabo la actividad”, además de mostrar “un grado de inseguridad, a pesar que las dudas fueron aclaradas con los docentes”*.

Por otra parte, los compañeros observadores de su desempeño durante la clase, comentan que *“explayan bien el tema”, pese a que “estaban un poco nerviosos”*.

En cuanto a la participación, un grupo de los que evaluó menciona *“no todos participaron de la misma manera”*, haciendo referencia al trabajo colectivo.

Con respecto a lo mostrado por el grupo, existe una discrepancia entre las observaciones de dos grupos. Se comenta que *“exponen con respeto y reciben de buena forma las observaciones de los compañeros”*, mientras que otro grupo comenta *“hablaban cuando no debían y utilizaban sus celulares cuando otros grupos presentaban”*.

Con relación al logro de los contenidos matemáticos, los compañeros comentan que *"aclararon bien"* el contenido, aunque *"demoran un poco en llegar a la conclusión"*.

Apreciaciones similares a la de los docentes cuando observan inseguridad en la presentación.

4.3 Análisis del focus group

Para el análisis de este instrumento de recogida de información, se identificarán textualidades emitidas por parte de los estudiantes en relación a los conceptos de actitud crítica para el trabajo en clases y la colexión que se develaron en el focus group. Los elementos distintivos que nos ayudarán a dar respuesta a los objetivos específicos (declarados en el cap. 1) se sustentaran en los conceptos teóricos definidos en el Capítulo 2: Marco teórico.

Este instrumento, pretende esclarecer aspectos relevantes de:

1. Etapas que involucran el acto de aprender matemáticas desde sus experiencias
2. Diferencias entre la educación tradicional y la educación alternativa (distintos proyectos educacionales)
3. Apreciaciones del trabajo realizado durante la asignatura
4. Influencias de las actividades grupales e individuales
 - a) Si responden que si: ¿de qué manera influyó?
 - b) Si responden que no: ¿Por qué? Argumente brevemente
5. Relación contenido y temas de contingencia nacional en la asignatura de matemáticas
6. Recomendaciones para fomentar estas instancias el trabajo grupal y la actitud crítica

Diseño de la aplicación

Tamaño del grupo: **de 5 a 8 integrantes**

Dentro del rango de 5 a 8 integrantes, se contó con la participación de 6 estudiantes. Si bien se consideraba necesaria una mayor cantidad de participantes, con este número es suficiente para cumplir con los objetivos planteados.

Número de sesiones: **1 sesión**

Duración de la sesión: **60 minutos**

La transcripción completa del focus group se puede apreciar en el apartado de anexos (ver anexo 4).

4.3.1 Características de actitud crítica detectada a partir del focus group

Entre las características pertinentes a una actitud crítica que se detectaron en la transcripción del focus group, con relación a lo descrito en el marco teórico, es necesario destacar las siguientes capacidades observadas⁶ (Ennis 2011, citado en López 2012):

a) Analizar los argumentos: Esta capacidad se pudo apreciar en las actividades realizadas a lo largo del semestre, particularmente en el trabajo de ecuaciones cuadráticas (diseño de clase nº 3) dado que los estudiantes de algunos grupos resolvían de manera individual los ejercicios y luego comparaban con sus compañeros los resultados. En un caso se dio que un integrante obtuvo resultados distintos para la actividad, a lo cual el resto del grupo analizó el procedimiento e identificaron donde se había equivocado. Esto se recoge en las siguientes textualidades:

"(...) Cada miembro en primera instancia resolvió el ejercicio, para luego comparar los resultados. Nos dimos cuenta que alguien tenía resultados distintos, entonces revisamos de manera conjunta y buscamos hasta identificar el error."
(Grupo 3, focus group).

"(...)El haber trabajado con un grupo que me puede demostrar en que me equivoco y que yo no lo puedo ver, me hace estar más expectante para la clase, preguntarme qué pasará la próxima clase o si podremos resolver la situación con el grupo."
(Grupo 1, focus group).

La primera idea expuesta devela el trabajo colectivo de revisión de contenidos in situ de un grupo, el cual les permite la identificación del error en el contenido matemático, simultáneamente va ocurriendo una validación por parte de los integrantes del grupo. La segunda idea, apunta a una mejora de la atención por parte del grupo producto del trabajo colaborativo entre estudiantes, atención a sus acciones y a la clase en general.

b) Formular preguntas de clarificación y responderlas: Este punto se observó a través de la interacción de los estudiantes en el desarrollo de las clases aplicadas (los 3 diseños), dado que se generaban interrogantes desde los contenidos, que luego eran respondidas por los integrantes del grupo luego de dialogar y reflexionar en conjunto.

⁶La presente lista de capacidades no en todos los casos se trabajan de manera individual, es decir, se interrelacionan para lograr en el estudiante el desarrollo de la actitud crítica y propiciar el desarrollo de contenidos matemáticos.

Los estudiantes mencionan:

"En la educación como la hemos vivido, se presentan problemas mucho más reales, que nos abren la mente y nos hacen cuestionar muchas cosas de las que actualmente ocurren, como pasó con el trabajo de las tasas⁷." (Grupo 5, focus group).

Esto da cuenta de la relación entre los contenidos matemáticos y contextos cotidianos. Se destacan algunos comentarios de los estudiantes:

"Fue muy bueno y lúdico realizar este ejercicio, ya que uno debía enfrentar el ejercicio y además explicar paso a paso como se realizó. A medida que se realiza uno puede cometer errores y un compañero puede corregirte o hacer entender el error, además de explicarte si no comprendieras algo"
(Grupo 4, focus group).

"Fue bastante significativo la verdad, porque es muy distinto a que te enseñen tus propios compañeros a que un profesor, a veces uno les pone más atención a los amigos porque te llevas mejor o conviven más. Fue bastante lúdico aprender de esta forma"
(Grupo 1, focus group).

Estas relaciones se vinculan con el desarrollo de trabajo en aula entre pares, generando discusiones acerca de sus propias acciones o reflexiones. Los estudiantes rescatan el hecho de que les resulta atractivo el aprendizaje entre estudiantes, producto de la afinidad que puedan poseer entre ellos (ya sea por agrado o por manejar un léxico similar). El que hayan tenido que explicar un ejercicio, gatilló un diálogo acerca del contenido involucrado y dio paso al empoderamiento de este. Esto último se asemeja a la formalización de contenidos que debiesen propiciar los docentes.

c) Juzgar la credibilidad de una fuente: Está presente en el diseño de clases n° 2 y n° 3. Por una parte los estudiantes analizaron gráficos para verificar si coincidía con la información entregada, mientras que en el diseño n° 3 debían discriminar si las soluciones entregadas por el profesor correspondía al sistema de ecuaciones a trabajar. Resulta pertinente destacar la siguiente observación:

⁷En el trabajo mencionado, los estudiantes respondieron preguntas del tipo: "¿Cuál es el porcentaje de sueldo que se destina a locomoción o compra de pan?" (Grupo 1, diseño de clase n° 1).

"En matemática, los problemas en la educación tradicional te ponen problemas de situaciones poco reales o que cuesta imaginarlas, quieren que vivamos en el mundo de "bilz y pap" como se dice". (Grupo 5, focus group).

De la textualidad anterior se desprende la idea de que el contenido y las actividades no pueden seguir siendo un elemento pasivo para los estudiantes, ni estos se debiesen mostrar indiferentes al contenido, inclusive a lo que exponen los docentes.

d) Emitir juicios de valor: Los estudiantes relatan según su experiencia en educación tradicional y la utilizan para comparar el trabajo bajo el modelo de educación popular. Se refieren de la siguiente manera a como han aprendido matemáticas:

"En colegios tradicionales era como una mecanización, porque solamente te hacían hacer ejercicios que tenían una sola solución, y como que era puro cálculo (...)"
(Grupo 4, focus group).

"En el ámbito tradicional, el colegio es más sesgado. En el sentido de que si tú no aprendes de una forma, no te enseñan otra, tienes que hacerlo como te lo enseña el profesor. Uno generalmente dice: "Profe, no entiendo". El respondía -no importa, con lo que te enseñé puedes calcularlo-" (Grupo 3, focus group).

"Yo encuentro que es súper rígido estar en el aula de educación tradicional, puesto que acá en el PF podemos conversar con el profesor como si fuera un amigo, nos sentimos apoyados a preguntar como si estuviésemos en otro contexto, cosa que no se puede hacer en educación tradicional(...)" (Grupo 1, focus group).

Llama la atención que las opiniones de los grupos converjan en que la enseñanza de la matemática es rígida y mecanizadora, los estudiantes reconocen que estas características no están presentes en el modelo de educación popular y que la meta es otra, además de alcanzar los objetivos se refieren al tipo de relación que tienen con sus profesores de asignatura.

e) Identificar los supuestos: A partir de lo realizado en las clases (diseño n° 2) se evidencia que los estudiantes son capaces de identificar los supuestos que se plantean referente a la elección de gráficos o su interpretación de acuerdo al mismo y datos que son presentados posteriormente. Por su parte, en el diseño n° 1 discuten frente a situaciones que son planteadas por el docente, las cuales aluden a temáticas cotidianas referentes a sueldo mínimo, locomoción y variaciones porcentuales. (Cfr. Anexo 3.1).

"El trabajo colaborativo genera que todos se apropien del aprendizaje"

(Grupo 3, focus group)

Se rescata la siguiente textualidad por el grado de acierto con que se refieren al trabajo colaborativo, ya que no fue un concepto del que se entregara una definición formal.

f) Definir una acción a seguir e interactuar con los demás: A lo largo del desarrollo de las 3 clases expuestas, los estudiantes debían tomar decisiones respecto del número de integrantes de cada grupo, asignación de roles en el caso del diseño n° 3 y discusiones generadas a partir de preguntas planteadas en los instrumentos. Esta interacción y toma de decisiones influyó en la organización del grupo, como se recoge:

"(...) Fue significativo porque en la actividad, la organización fue lo que más se mostró. Debíamos tomar decisiones para asignar los roles y aprender todos de cada uno fue lo más interesante, el relacionarse para lograr la meta y que cada uno entregara algo"

(Grupo 4, focus group).

g) Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión: Los participantes se refieren a distintas actitudes, habilidades y/o disposiciones que propician el desarrollo de la actividad de manera colectiva, identifican conceptos como el respeto, apoyo, comprensión, empatía, entre otros.

"El respeto porque cada uno avanza de acuerdo a sus mejores capacidades, uno comparte sus conocimientos y todos ponen de su parte. En los colegios tradicionales es mucha la competencia y en este tipo de trabajos se observa como pisan a los compañeros, se preocupan de destacar. Por esto es importante la colaboración con respeto y apoyo, el trabajo grupal sale mucho mejor de manera colectiva que en solitario, ya que existen distintos puntos de vista para el mismo trabajo"

(Grupo 4, focus group).

"(...) Eso pasa también por el apoyo de los demás compañeros, en otros colegios se preocuparían de buscar al más mateo para trabajar, todos se lo pelean. Pero si uno sabe trabajar o sabe cómo resolverlos, tener un compañero al lado apoyando sirve para rectificar tus pasos o corregir en el instante si estás haciendo algo mal, siempre entorno al respeto y compañerismo" (Grupo 3, focus group).

"Hay más empatía presente en el grupo, si alguien no sabe se tratan de ayudar todos en conjunto para potenciar esa debilidad. Es importante que exista la responsabilidad, todos deben cumplir su rol para que el trabajo funcione de manera correcta" (Grupo 1, focus group).

Los tres comentarios se interrelacionan con las características de una actitud crítica, ya que el respeto les permite compartir de manera libre opiniones, experiencias y saberes que posee cada estudiantes, se considera esencial para establecer relaciones humanas. El apoyo por su parte ayuda a superar dificultades de cualquier índole, en este caso se materializa cuando los estudiantes atienden una problemática en particular o cuando se relacionan para dar fundamentos en sus respuestas. Finalmente la empatía ocurre cuando los estudiantes son capaces de ver en el otro sus cualidades y limitaciones, comprendiendo sus emociones y buscando la manera de subsanar aquello que acompleja al otro.

h) Proceder de manera ordenada de acuerdo con cada situación: En general, el curso en estudio manifestó una forma de proceder bastante ordenada en cada situación que se les planteaba, ellos decidían el número de integrantes de cada grupo para trabajar, discutían y llegaban a acuerdos para proceder en los casos que intencionalmente las indicaciones fueran breves para observar como el grupo resolvía la situación.

Esto último, permite a los estudiantes generar autonomía y libertad para la toma de decisiones en sus producciones estudiantiles, un aspecto que de manera generalizada desconcierta muchas veces a los estudiantes, quienes se acostumbran a que los docentes les digan siempre todo lo que deben hacer.

i) Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros: Se evidenció que en los grupos se preocupaban al momento de asignar los roles que estuvieran conformes con el papel que debían desempeñar, en lo posible. Se rescatan textualidades que dan cuenta de esta situación, tales como:

"El apoyo para el compañero que tenía dificultades o se equivocaba resolviendo el ejercicio otra tarea, además de la empatía entre nosotros ya que, cualquier persona puede cometer un error y como grupo debemos apoyarnos" (Grupo 3, focus group).

"(...) nuestra premisa era que ningún compañero estuviera incómodo en el papel que se le asignaba" (Grupo 1, focus group).

“nos concentramos en la repartición de roles para que también, nadie estuviera incómodo en su rol. Definimos acorde a las facilidades de cada uno, exponer, explicar, escribir, etc.” (Grupo 3, focus group).

Todo esto parece confirmar que el trabajo realizado a lo largo del proceso, mejoró considerablemente la empatía entre compañeros, ya que se preocuparon de que ninguno de los participantes del grupo se sintiera incomodo con las tareas solicitadas. Así mismo, los estudiantes generan conciencia acerca de las capacidades de sus compañeros, y les permite organizarse atendiendo a variables antes no visualizadas, lo cual termina siendo una habilidad transversal a cualquier actividad humana.

Además de esta situación, se pudo observar que un grupo tenía dificultades para realizar el trabajo, a lo cual otro grupo intervino de manera espontánea y guió el trabajo del grupo que estaba en apuros.

"Fue importante que nos ayudáramos como grupo y entre grupos, me explico: Nuestro grupo en algún momento tuvo muchas complicaciones y miembros de otro grupo, sin siquiera solicitar ayuda, nos la brindaron para poder completar nuestro trabajo. Lo cual es muy diferente a lo que vivimos en educación tradicional, como lo hemos mencionado" (Grupo 5, focus group).

La textualidad expuesta, relata un episodio llamativo tanto para los estudiantes como para los investigadores, ya que en los modelos tradicionales de educación la individualidad en los procesos, ya sea refiriéndose tanto al trabajo de un solo individuo como a la individualidad con la que deben operar los grupos de trabajo, es una característica en la cual pocas veces se es flexible con este tipo de conductas, ya que pueden mermar el aprendizaje de los individuos o grupos que estén recibiendo la ayuda. Sin embargo, en el contexto en el cual se desarrolla la investigación, este aspecto es una característica de la actitud crítica, en la medida que el grupo que se siente en la necesidad de ayudar a sus compañeros sin caer en una entrega de respuestas explícitas es capaz de brindar ayuda a sus compañeros y por otro lado, el grupo que las recibe logra validar conocimientos, depositando confianza en sus pares para dar validez a un contenido. Ambas actitudes apuntan a la colectividad como un aspecto fundamental para el desarrollo de las sociedades, además deja de manifiesto que la competitividad tanto como la colectividad es inherente al ser humano y que los estudiantes posean o no estas actitudes dependerán del enfoque curricular y el proyecto educativo del Colegio.

4.3.2 Características de la coflexión detectada a partir del focus group

Entre las características del trabajo colaborativo, con base en la coflexión que se detectaron a partir de la transcripción del instrumento se tienen:

- **Trabajos en parejas o grupales, óptimos para el aprendizaje:**

Los estudiantes consideran que el trabajar de esta manera, es favorable para la comprensión de contenidos ya que se involucran distintos puntos de vistas, y permite mejorar el ambiente de aprendizaje. El sentirse apoyados por un par dentro del aula, o un grupo de estos, permite que se involucren todos los integrantes del curso. Por otro lado, los estudiantes mencionan que el contenido es más entendible cuando lo explica un compañero con sus propias palabras, que cuando lo enseña un profesor. Esto se recoge en las siguientes textualidades:

“(...) es muy distinto a que te enseñen tus propios compañeros a que un profesor, a veces uno les pone más atención a los amigos porque te llevas mejor o conviven más (...) al principio del año, varios no se atrevían a levantar la mano o participar en matemáticas, por miedo al error, pero después, ya todos querían comentar, y dar sus puntos de vista”
(Grupo 1, focus group)

“A pesar que de que hayamos trabajado mucho anteriormente en grupo, nunca nos habíamos involucrado de esta forma. No nos poníamos mucho en el lugar del otro y veíamos cómo realizaban sus tareas, si no que solo resolvíamos el problema y lo entregábamos, a la espera de la nota, sin ganas de corregir o aprender de los errores”
(Grupo 2, focus group)

“en mi caso, sirvió para darme cuenta de los compañeros que tenía en mí alrededor, y de que la información que estos entregan me puede servir a mí, por lo que me intereso en prestarle atención (...) distintas posibilidades de cómo sacar o responder un ejercicio, los distintos métodos de resolver (refiriéndose a la actividad de ecuaciones), genera que todos se apropien del aprendizaje”
(Grupo 3, focus group)

Las textualidades emitidas por los estudiantes, dan cuenta de cómo para ellos fue significativo el trabajar con este tipo de modalidades, a través de reflexiones colectivas, apoderándose de sus procesos de aprendizaje, y familiarizándose de mejor

manera con los contenidos. Todas estas observaciones se relacionan con contrarrestar los puntos de vista únicos a partir del conocimiento de deficiencias o debilidades del conocimiento que tiene otro sobre un área del conocimiento (López, 2012), favorables para el aprendizaje y las técnicas participativas como instrumentos para el aprendizaje que operan dentro del dialogo con la cultura del otro (Vargas y Bustillos, 1990, pág. 4-5.) para buscar y construir el aprendizaje de manera conjunta.

- **Actividades grupales de reflexión y opiniones (o juicios) respecto a esta misma:**

El trabajo grupal realizado por los estudiantes, les permitía dejar de lado ciertas actitudes, por ejemplo; individualismo y competitividad, estas fueron reemplazadas por otras como la empatía, la autorregulación, auto crítica entre otras. Los estudiantes consideraron relevante el ayudar tanto a sus propios grupos, como a los otros. Como se menciona en las siguientes textualidades:

“La auto crítica de; que lo que uno hacia le podía molestar, sin darnos cuenta, al compañero me quedo bien grabada”

“Si el aprendizaje puede generarse desde un tema polémico de interés de muchos, y que puede ser llevado a la realidad está bien, pero si se puede profundizar en un tema de mi interés o más personalizado, yo después puedo compartir esa información, creo que igual trabajaría de manera eficiente, y aprendería mejor”
(Grupo 1, información extraída del focus group)

“el observar a nuestros compañeros, fue importante, porque así nos dimos cuenta, de algunos errores o cosas que estábamos haciendo mal (como grupo), lo que se podía mejorar. Fue importante para generar esa crítica y cuestionamiento hacia uno mismo, hacia el grupo y hacia los demás, en cuanto a nuestro comportamiento, para encontrar las fallas también de nuestro actuar (...) el aprendizaje grupal no es tan cerrado, ya que interactúan distintas formas de aprender”
(Grupo 2, información extraída del focus group)

“(...) si uno sabe trabajar o sabe cómo resolverlos, tener un compañero al lado apoyando sirve para rectificar tus pasos o corregir en el instante si estás haciendo algo mal, siempre entorno al respeto y compañerismo”
“El trabajo colaborativo genera que todos se apropien del aprendizaje”
(Grupo 3, información extraída del focus group)

“ocurre que de la empatía con el profesor, los compañeros empiezan a controlarse entre ellos, con comentarios como: “¡oye... yapo!”, “déjate de lesear”, “oye, el profe está hablando”, nos hace ser más independientes en el transcurso de la clase, por lo que noté”

“Encuentro que debe haber afinidad, una disposición no competitiva, si no que más bien ayudar al amigo o compañero que tiene problemas o no entiende. Explicarle los pasos a seguir o el método que se utiliza, corregir sus errores y preocuparse de que entienda”

(Grupo 4, información extraída del focus group)

“es difícil evaluar al compañero, no caer en los sentimientos de amistad o los que no te caen bien, ni a ellos se les quiere evaluar de mala forma. Al fin y al cabo entendimos que era por el bien del otro, y tratamos de ser objetivos”

(Grupo 5, información extraída del focus group)

La colexión da cuenta de dos elementos importantes: por un lado está la concreción de los aprendizajes del contenido integrado en el currículum del cual se espera que los estudiantes reflexionen colectivamente, y por otro lado en cómo los estudiantes reflexionan sobre la actividad de aprendizaje, como finalmente comprenden la actividad de aprendizaje sobre el conocimiento del currículum. Este es un proceso epistémico porque genera en los participantes de la situación, conocimiento y comprensión respecto a la situación misma (Skovmose y Valero, 2012).

En las textualidades se evidencia que los estudiantes se tornan más conscientes de su proceso de aprendizaje, involucrándose y participando, siendo más críticos con sus compañeros y con ellos mismos. Lo cual es parte de los objetivos del proyecto educativo.

- **Validación y evaluación por parte de los estudiantes, hacia los estudiantes (de manera grupal):**

El acompañar los procesos y actividades entre compañeros, sirve tanto para el desarrollo personal como para validar, rectificar o corregir lo que cada estudiante sabe de manera individual, y este entendimiento puede servir a los demás compañeros para su propio aprendizaje.

“Influyó bastante, porque es distinto realizar una actividad grupal de resolver ejercicios y entregarlos, que validarse y defender junto con tus compañeros el desarrollo, encuentro que es más gratificante”

(Grupo 1, focus group)

“Con este tipo de trabajos uno se relaciona, se involucra con el otro y del otro, así se avanza juntos”

(Grupo 2, focus group)

“los distintos métodos de resolver (refiriéndose a la actividad de ecuaciones), genera empatía, enseñándole al otro de la forma que sabe, otro compañero puede saber de otra forma, viendo si se facilita más el ejercicio, y validándonos entre nosotros, en vez del profesor”

(Grupo 3, focus group)

“El tema de las reflexiones y el contenido llevado a la realidad, me fue importante porque me sentí integrado al grupo, y las opiniones si fueron tomadas en cuenta... Además el tener que calificar a tus pares, fue interesante porque se necesitaba prestarle mucha atención al compañero, y hacia que todos estuvieran más tranquilos en clases”

(Grupo 4, información extraída del focus group)

Según lo expuesto en el marco teórico, considerando la teoría de la educación de la matemática crítica, específicamente, cuando la colexión se conecta con los aspectos relacionados con la actitud crítica, ya que conecta la evaluación de habilidades, destrezas y áreas del conocimiento (López, 2012), se puede evidenciar un acercamiento hacia la teoría por parte de los estudiantes en las textualidades expuestas.

Para simplificar, se destacaron las siguientes textualidades emitidas por los estudiantes ya que en ellas se evidencia el trabajo realizado por los estudiantes y como (a través de comentarios de ellos) se alcanzan los niveles de logros; los cuales apuntaban a: generar reflexiones colectivas, propiciar un ambiente de clases donde los estudiantes pueden establecer un flujo de información y formalizar contenidos entre ellos, además le otorgan significancia a esta modalidad de trabajo colaborativa, y mejora las relaciones estudiantiles.

- **Elementos positivos que surgieron a partir del trabajo de colexión:**

La empatía, el respeto y el apoyo, fueron variables que se acrecentaron durante las dinámicas aplicadas en clases según lo comentado por los estudiantes.

“El grupo también debe tener disposición para trabajar así, Por ejemplo, si uno de los participantes no está interesado en participar en grupo, “embarra” el ambiente, y no se genera empatía entre todos los integrantes. Y por sobretodo la responsabilidad que es lo más importante para este tipo de actividad, tanto con el grupo y con el curso”

(Grupo 1, información extraída del focus group)

“El respeto para aceptar toda la información de alguna u otra manera tiene que estar (...) todos ayudan a generar un ambiente de respeto, y es obvio que si uno quiere que respeten el trabajo que estás haciendo, hay que respetar al otro, para que no pase algo que no te guste, como que hagan desorden”

(Grupo 3, información extraída del focus group)

“el apoyo y el respeto, creemos que son pilares fundamentales. En el caso de nuestro grupo, como que nadie sabía o manejaba bien la materia, pero todos sabían algo, y en conjunto se intentó llegar al resultado... el tomar un rol por ejemplo requería responsabilidad, hace que uno se compromete con el trabajo, forja algunas actitudes, como la empatía, el respeto”

(Grupo 4, información extraída del focus group)

Los estudiantes experimentan un desplazamiento de actitudes hacia los lineamientos que se plantean en el primer capítulo del escrito (proyecto educativo del Colegio), plasmados en la buena disposición al trabajo en clases y con sus compañeros, en el respeto que se debe poseer con los actores presentes en aula y la responsabilidad para hacerse cargo de sus propios aprendizajes.

La organización por otra parte, fue uno de los resultados que visualizaron todo los grupos presentes en el focus group. Además, algunos mencionan que este proceso de la organización se les dio de manera natural y fácil, pese a que todos se organizaron de maneras diferentes para realizar dichas actividades.

“En nuestro grupo falló la comunicación, entonces consideramos que es un elemento importante para que el trabajo funcione. Debemos aprender a comunicarnos con nuestros compañeros y hacerles saber cuándo está mal ayudándole, sin criticarlo, que se entienda que es para avanzar en el trabajo. Buscar la manera de que pueda

aprender también. Y la comunicación para organizarse, creo que es un elemento de partida”

(Grupo2, focus group)

“la actividad se mostró natural con el grupo, ya que cada miembro en primera instancia resolvió el ejercicio, para luego comparar los resultados. Nos dimos cuenta que alguien tenía resultados distintos, entonces revisamos de manera conjunta y buscamos hasta identificar el error (...) luego nos concentramos en la repartición de roles para que también, nadie estuviera incómodo en su rol. Definimos acorde a las facilidades de cada uno, exponer, explicar, escribir, etc.”

(Grupo3, focus group)

“(...) la organización fue lo que más se mostró. Debíamos tomar decisiones para asignar los roles y aprender todos de cada uno fue lo más interesante, el relacionarse para lograr la meta y que cada uno entregara algo”

(Grupo 4, focus group)

“(...) fue de forma natural en mi grupo, con mi compañera resolvimos el problema y otra se ofreció para explicar en la pizarra y exponer”

(Grupo 5, extraído del focus group)

La motivación y el interés también fue un aspecto que se mencionó bastante por parte de los estudiantes, y esta tuvo un aumento conforme transcurría el semestre.

“Me ayudó a mantener el interés en la asignatura. El haber trabajado con un grupo que me puede demostrar en que me equivoco y que yo no lo puedo ver, me hace estar más expectante para la clase, preguntarme que pasará la próxima clase o si podremos resolver la situación con el grupo”

(Grupo 1, información extraída del focus group)

“Con los trabajos que hemos realizados este semestre es completamente lo contrario, nos sentimos más cercanos a los contenidos y como están siendo tratados con la realidad genera mucho más interés”

(Grupo 2, información extraída del focus group)

“A mí me cambió la perspectiva esta actividad, fue entretenida y lúdica. Me gustó trabajar así, porque escapa de lo tradicional donde todos están sentados resolviendo ejercicios. Dan ganas de realizar la actividad”

(Grupo 4, información extraída del focus group)

En definitiva surgen varios aspectos positivos, según los relatos emitidos por los estudiantes, respecto al trabajo con uso de la coflexión, desde mayor motivación al asistir a las clases de matemáticas, también en la organización que pueden desarrollar como estudiantes, lo cual ayuda a la apropiación de conocimientos transversales al contenido matemático, hasta la remoción de ciertas actitudes que no eran consideradas al momento de trabajar en clases.

4.4 Análisis de las bitácoras reflexivas

Este proceso comienza a principios de septiembre (ver anexo 5), tiempo en el cual los investigadores ya se perfilaban a desarrollar investigación-acción, las cuáles se desarrollaron hasta fines de noviembre, periodo en el cual los estudiantes finalizaban sus procesos de formación educacional en dicho establecimiento. El análisis de las bitácoras elaboradas por los investigadores participativos del proceso, comienza por fijar elementos vinculantes con el marco teórico respecto a la elaboración del diseño de clases, de las actitudes positivas y negativas observadas por parte de uno de los investigadores respecto a los estudiantes del grupo curso fijado como muestra, reflexiones acerca del proyecto educativo del establecimiento, reflexiones y comentarios acerca de la dirección que tomaba la investigación, y las producciones finales observadas en los estudiantes en base a los objetivos declarados. El análisis que se efectuará será en relación a aspectos que apunten por una parte al trabajo de coflexión en sus distintas modalidades y, por otra, al desarrollo de una actitud crítica por parte de los estudiantes.

4.4.1 Análisis de las bitácoras relacionadas con el acto de coflexión

Las bitácoras reflexivas dan cuenta de cómo los investigadores realizaban sus acciones apuntando al ejercicio de la coflexión, tanto de los estudiantes, como de los docentes en aula, y entre investigadores. Estas coflexiones, desde el punto de vista de la investigación acción eran necesarias, ya que dan cuenta de cómo esta herramienta se fue implementando a lo largo del proceso, y como se iba transformando para alcanzar los objetivos planteados en el seminario.

Se da comienzo por el análisis de lo que fueron las elaboraciones o diseños de las clases (clase n°1,2 y 3), ya que en estas se puede observar cómo los investigadores se iban impregnando con este concepto y sus efectos en el grupo curso.

En un principio, como clase inicial, los investigadores utilizaron la coflexión en un trabajo grupal, donde entraba en juego la educación matemática crítica:

“se diseñó una clase con foco en la coflexión, en la cual los estudiantes en grupos deberán utilizar el contenido matemático para responder preguntas de aplicación y reflexión en torno a situaciones reales como lo son la variación del sueldo mínimo y otros elementos (tarifa micro, metro y precio del pan) en un rango definido de años”, se “tratará de relacionar a través de la construcción de un gráfico la evolución del sueldo mínimo en Chile y otras variables (evolución del precio de la micro, metro, y el pan). Se espera que los estudiantes adopten una postura crítica en el sentido de la interpretación de la información, mientras trabajan los contenidos preparados para esa clase”

(Bitácora reflexiva n°1)

La educación matemática crítica, desde una perspectiva en la que se destaca su rol en la sociedad, así como su relación con la justicia social, democracia, entre otros (Sánchez, 2008) busca generar esa relación entre lo que saben o manejan los estudiantes con la política aplicada a situaciones cotidianas. En el caso descrito, la variación de precios (micro, metro, pan) como la evolución de sueldos mínimos, forman parte de una realidad socio-económica en la cual están inmersos los estudiantes del grupo curso en estudio, de manera que les resulta bastante cercano el trato con el contenido desde estas contextualizaciones cotidianas de índole social.

De esta forma, el primer acercamiento con los estudiantes y la educación matemática crítica, tuvo por finalidad utilizar el contenido matemático para entender de mejor manera una situación que afecta a nuestra sociedad. De lo anterior se desprende que las acciones que pudo generar el docente participante debían estar alineadas para que se alcanzara la finalidad planteada. Respecto a este último punto, se menciona una acción al finalizar la actividad:

“Se realizarán preguntas con el fin de que los estudiantes reflexiones de acuerdo a lo trabajado en clases y respondan preguntas tales como: ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?, entre otras.”

(Bitácora reflexiva n°1)

Esta pregunta final, se repitió constantemente en los distintos diseños de clases utilizados en la investigación, así como en clases intermedias que no apuntaban al trabajo de coflexión propiamente tal, sino más bien a hacer de las reflexiones un acto cotidiano en sus aprendizajes. Esto se relaciona con la pedagogía crítica, donde se plantea el *proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del aula como una práctica para la democratización y liberalización* (Gallastegui et al., 2014, p. 197) y *la crítica al discurso de la educación moderna* (Giroux y McLaren, 1989, p. 26), considerando

tanto a los educadores y los educandos como investigadores críticos y construyendo el aprendizaje de manera recíproca y colectiva a través de diálogos horizontales.

Simultáneamente, los investigadores van comprendiendo de mejor manera el proyecto educativo del establecimiento. En inicio, a la luz de las características de la modalidad formativa dirigida a jóvenes y adultos, los investigadores discriminaban aspectos relacionados a la importancia que se otorgaba o no a los contenidos:

“los contenidos no son tratados en profundidad, y el interés de los educadores y educandos, no se centra en los contenidos propiamente tal, sino que en su desarrollo personal, y su posibilidad de integrarse a la sociedad en la cual están insertos”

(Bitácora reflexiva n° 1)

En este contexto, consideraban que para que un docente se aventurase a enseñar con este tipo de prácticas, éste debía ejercer una actividad más amplia que sólo el manejo de contenidos. Entre las características que debiese tener ese docente, indican aspectos como los que se aprecian en la siguiente textualidad:

“un buen dominio del contenido, además de revisar bibliografía y diversas fuentes para poder contextualizar el contenido, de manera que al estudiante le sea familiar trabajar la matemática”

(Bitácora reflexiva n°1)

De manera que a través de reflexiones entre investigadores, se busca la manera de generar instancias donde los estudiantes se puedan desenvolver de manera crítica y grupal.

“Se da pie al debate, a la reflexión, a que los educandos den a conocer sus puntos de vistas a favor o en contra de los contenidos que son expuestos. (...) que se lleve de óptima manera lo propuesto en la misión y visión del establecimiento en cuanto a lo que las enseñanzas impartidas pretenden: entregar un espacio de trabajo colaborativo, reflexivo y de transformación, a la comunidad escolar”.

(Bitácora reflexiva n°2)

Una vez implementado el diseño de la clase n°1, los investigadores comienzan a observar en detalles aquellos aspectos, actitudes y habilidades que den cuenta de la proximidad que pueden generar los estudiantes con el proyecto educativo del establecimiento, que para efectos de esta investigación será el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases. Dentro de los aspectos positivos observados en el primer diseño están; el interés por parte de los estudiantes para participar, el generar un clima apropiado para el aprendizaje, y según mencionan, les ayudó a dar

utilidad al contenido matemático. Esto se evidencia cuando los estudiantes responden las siguientes preguntas:

“¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?, ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (...) comentando que “les agrado trabajar de esta manera en matemáticas”, “sus opiniones fueron escuchadas y tomadas en cuenta”, “facilitó la interpretación de datos”.

(Bitácora reflexiva n°2)

Además, los estudiantes demostraron respeto con el otro y trabajaron de manera ordenada, alcanzando los objetivos propuestos para la clase *“Generar gráficos poligonales a partir de la interpretación de datos tabulados. Analizar y reflexionar acerca de la información en juego.” (Diseño de clase n°1, anexo 2).*

Esto se pudo evidenciar, ya que no fue necesaria la intervención de carácter disciplinar para alguno de los grupos que estaban trabajando, según la propia reflexión de los investigadores:

“(...) no fue necesaria la intervención de los docentes presentes en aula para el desarrollo de la actividad, puesto que los mismos estudiantes al compartir sus conocimientos, lograron realizar la actividad.”

(Bitácora Reflexiva n° 2)

Posteriormente al diseño de clase n°1 y a modo de reflexión, los investigadores rescatan según lo observado, que los estudiantes van aceptando poco a poco esta modalidad de trabajo. Pese a ser bien acogida por los estudiantes, no todos asumen actitud crítica frente al trabajo en clases, particularmente en el desarrollo de ésta.

“La temática de trabajo grupal y el solicitar reflexiones constantes y opiniones (...) ha permitido una mayor participación de los estudiantes, por parte de aquellos que se resisten a participar en un principio, y mantener un ambiente más activo y respetuoso durante la clase”.

(Bitácora reflexiva n° 2)

En cuanto al trabajo colaborativo, entre estudiantes y estudiantes-profesor, éste también se vio favorecido con el trabajo realizado anteriormente (Diseño de clase n° 1), ya que el interés por la asignatura tuvo un aumento, lo cual se ve reflejado en constantes preguntas antes y durante las clases, incluso en la entrega de tareas que se generaron después de dicha actividad.

Resulta importante destacar que el trabajar de manera dialógica-reflexiva, como lo plantea la educación popular, donde la *educación no se impone a otro, sino que está*

en dialogo con la cultura del otro (Corvalán, 2014) permite hacer un seguimiento minucioso en el estudiante, ya que se puede identificar claramente cuáles son los momentos de la clase que se presentan mayores debilidades o en cuanto a contenidos matemáticos se refiere, los estudiantes identifican sus falencias y se atreven a preguntar con mayor fluidez.

Siguiendo con la idea de los diseños de clase con foco en la colexión, los investigadores buscan la forma de generar una actividad que siga tratando los contenidos según corresponde de acuerdo al programa de estudio para jóvenes y adultos. Esto atendiendo a los comentarios y observaciones de la profesora colaboradora responsable del curso en estudio.

El diseño de clase n°2 involucra los contenidos de estadística, específicamente tasas (en este caso de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil). Esta clase siguió con la particularidad de desarrollar trabajo colaborativo, en dos modalidades: en una primera instancia debían trabajar en parejas para responder la guía de trabajo (ver anexo 2.2). Posteriormente dividieron el curso en 2 grupos para que compartir sus respuestas y luego desarrollar preguntas presentadas por el docente investigador (ver anexo 1.2).

De acuerdo a lo vivido por el investigador participante, se puede destacar que posteriormente a la aplicación los estudiantes se notaban más interesados por la materia, aunque a que ésta ya no estuviese ligada a la críticas sociales, sino que a contenido matemático “en sí mismo”, como lo fue el contenido de probabilidades.

Se destaca la participación de estudiantes que no opinaban o no salían a la pizarra a realizar ejercicios propuestos, lo cual habla de la mejora del ambiente de clases.

“Se observaron discusiones por parte de los grupos de trabajo, donde a través del diálogo establecían puntos en común para responder a las interrogantes planteadas”.

(Bitácora reflexiva n° 3)

En la a clase posterior a la aplicación del diseño n° 2, el grupo curso dialogó con los profesores en aula para solicitar que la última evaluación del semestre referente al contenido de álgebra y ecuaciones cuadráticas, fuera distinta a las tradicionales de papel y lápiz. Frente a lo cual el docente investigador participante llega a un acuerdo para diseñar una evaluación que involucrase trabajo grupal.

Los investigadores discuten acerca de la posibilidad de establecer un trabajo que apunte a los objetivos del seminario, lo cual culmina en el diseño de clase n° 3 (ver anexo 1.3).

Se diseñó una clase ante la cual los estudiantes debían organizarse en grupos, dar respuesta a un enunciado en particular y luego defender o desarrollar dicho enunciado frente al curso. Los grupos, deberían mantener un ambiente de respeto frente a la actividad, definir roles, manifestar dominio del tema, reflexionar acerca de los aportes del trabajo colaborativo e individual.

Lo descrito anteriormente, responde a los indicadores que se evaluarían en una rúbrica elaborada para ese fin. (Ver anexo 2.3).

Dentro de los episodios destacables que surgieron durante la aplicación de la clase n°3 se encuentra:

“(...) diversos diálogos respecto al cómo desarrollar las distintas ecuaciones planteadas, distintas metodologías para corroborar sus producciones.”

(Bitácora reflexiva n°6)

Respecto al trabajo en equipo y al aporte individual, en los grupos se destacaron apreciaciones positivas.

“(...) nos ayudó a poder comunicarnos mejor para poder hacer el trabajo en equipo y a poder tener una planificación bien hecha”.

(Reflexiones grupales, grupo 1)

“Es bueno saber trabajar colectivamente siempre y cuando todas las personas del grupo estén comprometidas y dispuestas a organizarse de buena forma”

(Reflexiones grupales, grupo 3)

“(...) es una buena forma de unir a las personas, y de compartir todos los conocimientos que como individuos poseemos”.

(Reflexiones grupales, grupo 4)

Destacaban que para trabajar en equipo se necesita buena comunicación, disposición y capacidad para llegar a un consenso. Además los estudiantes mencionan que es una buena forma de unir a las personas, donde cada uno comparte los conocimientos que como individuos poseemos.

También dan cuenta a través de la asignación de roles, que cada uno aporta con lo que más sabe en pos del trabajo grupal.

“(...) cada persona aporta con lo que más sabe y se trabaja mejor en conjunto”.

(Reflexiones grupales, grupo 5)

“El trabajo en grupo sirve si tiene de base una buena coordinación. Entre nosotros fue más individual pero llegamos a un consenso”.

(Reflexiones grupales, grupo 3)

Por otro lado, se debe mencionar que hubo un grupo que no trabajó de manera propicia, ya que tuvo dificultades y no lograron los objetivos propuestos.

Respecto a la organización del trabajo colectivo los estudiantes mencionan que es imprescindible la disposición y el compromiso para lograr efectivamente el trabajo grupal.

“(...) creemos que para un buen trabajo se necesita confiar en el trabajo del otro, es decir, no opacarlo y siempre aportar con comentarios coherentes y positivos”.

(Reflexiones grupales, grupo 1)

Los grupos debían responder respecto a que aspectos podrían o quisieran mejorar, esta acción responde principalmente a colexión y actitud crítica, ya que se vuelven hacia su propio desarrollo y reflexionan de manera grupal frente a cómo podrían mejorar su aprendizaje, tomando un rol protagónico- respecto a estas dinámicas.

En este punto los estudiantes convergen en que deberían tener buena disposición para la realización de estas actividades, además de comprometerse con el desarrollo grupal y su aprendizaje. Reconocen la importancia de la comunicación y del aporte individual, desde cada uno de los roles asignados.

Luego del diseño de clase n°3, los investigadores consideran necesario para efectos del desarrollo del seminario y el alcance de los objetivos, la elaboración de un focus group. En él los participantes podrían dialogar entorno a las situaciones de clase vividas a lo largo del semestre, reconociendo episodios críticos y/o relevantes para ellos mismos en este proceso de aprendizaje, girando en torno a la colexión y buscando el desarrollo de una actitud crítica.

Respecto a las características de la colexión identificadas en el focus group, es pertinente destacar que los estudiantes construían el dialogo con los moderadores, prestando atención a sus respuestas y la de sus compañeros, afinando detalles en sus opiniones conforme los demás estudiantes respondían en la misma pregunta. Esto se podría considerar como una homogenización de las respuestas, sin embargo los investigadores lo tomaron como un aspecto positivo, en cuanto a que no se repetían las respuestas entre grupos, sino mas bien, estas eran complementadas o daban pie a que otro grupo pudiera profundizar aún más en las propias.

Además, el orden de las preguntas realizadas a los estudiantes, tenían como objetivo: pensar en las acciones relevantes del semestre, ver si estas fueron un aporte a su aprendizaje o si realizaron algún cambio para bien en los estudiantes y finalizar con

recomendaciones o comentarios personales, respecto al trabajo de coflexión y sus aprendizajes. Por lo cual, los estudiantes se encontraban constantemente coflexionando acerca de sus acciones, los aspectos positivos y negativos de estas, y como podían mejorarlas.

4.4.2 Análisis de las bitácoras respecto a actitud crítica

Acerca de la actitud crítica y la relación que se pueda establecer en las bitácoras confeccionadas por los docentes investigadores a lo largo del proceso, en primera instancia el desarrollo de éstas se acentuaba en los estudiantes, y por consecuencia tuvo alcances en los investigadores, en la forma de ver y percibir sus propias acciones, también respecto al modelo educativo en el cual se desarrolla la investigación.

De acuerdo al desarrollo de clase n°1, donde se buscaba vincular a los estudiantes con el concepto de coflexión, actitud crítica y su contexto –de los estudiantes- , se trabajó desde el contenido matemático para que los estudiantes discutieran cómo éste influía en contextos de aplicación.

Se desarrolló en torno a situaciones reales, tales como lo son: la variación del sueldo mínimo, tarifa de la micro, tarifa del metro y precio del pan en un periodo de un año.

En este punto no se consideró necesario rescatar textualidades, ya que son similares a las que aparecen citadas en el apartado anterior de *análisis de las bitácoras reflexivas respecto a la coflexión*.

Respecto al diseño de clase n°2 se logró evidenciar cómo los estudiantes progresaban en el desarrollo de las capacidades que se vinculan con actitud crítica, ya que se intencionaron preguntas en las cuales ellos debían emitir opiniones y argumentarlas, hablar desde su experiencia e incluso, discutir con su pareja para llegar a una respuesta en común.

Respecto de los objetivos de la actividad:

“(...) deberán compartir experiencias, información que conozcan del tema para dar respuestas a preguntas como: ¿Por qué creen que África es el continente con mayor tasa de natalidad?, ¿De qué manera creen que se podría controlar la tasa de natalidad en Chile?, entre otras”.

(Bitácora reflexiva 3)

En este punto, el docente investigador formó las parejas de trabajo con la intencionalidad de que no fueran personas que estaban acostumbradas a realizar las

tareas asignadas juntas. Así se buscó desarrollar en los estudiantes la capacidad de cooperar e interactuar con personas que no se tenía un mayor grado de afinidad.

En términos generales se aprecia cómo en el grupo curso ha aumentado el número de participantes activos y se percibe que sus temores o rechazos hacia la asignatura de matemáticas había ido disminuyendo. Se evidencia un cambio de actitud por parte de los estudiantes, quienes en un principio del segundo semestre mostraban indiferentes a las clases y no se lograba generar dinámicas de trabajo en la cual participaran todos. Esto permitió que se realizaran cierres de clases un tanto más completos, en el sentido de dar cuenta del progreso de los estudiantes, en lugar de realizar un resumen aclaratorio.

La clase siguiente a la aplicación del diseño n°2 se esperaba realizar una síntesis y reflexión con el grupo curso, de acuerdo a lo trabajado. Esto no fue posible ya que al momento de dar comienzo a la clase, una cantidad considerable de estudiantes se encontraba trabajando en una actividad de otra asignatura. Frente a esto, los estudiantes solicitan la autorización del docente para terminar dicha tarea en la asignatura de matemáticas, acto seguido el docente investigador somete la clase a un debate respecto a si esta situación era correcta o no. Algunos grupos expusieron sus fundamentos y en contraparte los estudiantes que ya tenían la actividad hecha –de la otra asignatura- argumentan que esto no tiene porqué realizarse.

Luego de unos minutos de escuchar a los estudiantes, se optó por ceder el espacio durante algunos minutos para que pudieran terminar el trabajo.

Todo este suceso hizo que los estudiantes pudieran resolver sus diferencias de manera ordenada, sin ofensas ni mayores discusiones. Pese a que fue un episodio negativo para la clase de matemáticas, consideramos que tuvo aspectos positivos para el grupo curso, ya que se relacionaron de manera dialógica y respetuosa para resolver una situación.

Luego de la aplicación del diseño n°2, los investigadores reflexionan:

“Se evidencia participación de estudiantes que no opinaban o no salían a la pizarra a realizar ejercicios, lo cual se relaciona con la mejora que hubo en el ambiente de clases”

(Bitácora reflexiva n°4)

Se destaca que posterior a la aplicación de los diseños de clase expuestos, los estudiantes se notaban más interesados por la materia, pese a que las clases posteriores no estaban ligadas a críticas sociales, ya que el contenido a tratar,

correspondía a probabilidades y éste no se logró contextualizar de manera crítica-social.

Actitudes críticas manifestadas por parte de los estudiantes

Según la literatura desarrollada en el marco teórico del seminario, Ennis (2011, citado en López 2012), destacamos las siguientes capacidades del pensamiento crítico que se observaron durante el desarrollo de la clase n°2:

- Analizar los argumentos
- Emitir juicios de valor
- Inferencias inductivas
- Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión
- Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros

Por parte de los estudiantes, tanto analizar los argumentos como emitir juicios de valor fueron capacidades que se observaron en situaciones expuestas; dar respuesta a sus creencias en preguntas tales como “*¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de las tasas de natalidad?, ¿Por qué puede ser perjudicial tener un gran aumento en la tasa de natalidad?, definen con sus palabras en qué consiste el fenómeno del baby boom*”. (Diseño de clase n° 2)

Se observaron discusiones por parte de los grupos de trabajo, donde a través del diálogo establecían puntos en común para responder a las interrogantes planteadas.

Respecto a las inferencias inductivas y la integración de disposiciones para defender una decisión, estas capacidades se desarrollaron en conjunto en el momento en que se separaron las parejas y se formaron nuevos grupos, que debían adoptar una postura y defenderla, respecto a si estaba a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad en Chile.

Cuando se les solicitó que propusieran soluciones para disminuir la tasa de natalidad, hubo estudiantes que manifestaban posturas a favor del aborto, mientras que otros mencionaban que este aspecto no era relevante.

Surgieron posturas que delegaban esta responsabilidad al Estado, mientras otros apuntaban a que era un tema de sociedad.

En el momento en que se tocó el tema del aborto, se produjo un tema de tensión entre los pro-aborto y quienes descartaban completamente esta opción, sin embargo pese a esta discrepancia de ideas, los grupos en general mantuvieron un clima de respeto hacia el otro y no se interrumpieron al momento de argumentar sus opiniones.

Coflexión entre investigadores: Dentro de la literatura revisada, presente en el marco teórico, se destaca que para el desarrollo de una actitud crítica, los estudiantes deben ser capaces de evaluar cómo están aprendiendo en base a determinados aspectos.

Por lo cual, a través de múltiples discusiones surge la idea de realizar una evaluación que involucre la co-evaluación entre grupos de trabajo.

“Se diseñó una clase ante la cual los estudiantes debían organizarse en grupos, dar respuesta a un enunciado en particular y luego defender o desarrollar dicho enunciado frente al curso. Los grupos, deberán mantener un ambiente de respeto frente a la actividad, deberán definir roles, manifestar dominio del tema, reflexionar acerca de los aportes del trabajo colaborativo e individual”.

(Bitácora reflexiva n°5)

De la textualidad expuesta anteriormente, se hace referencia al diseño de clase n°3, que involucra a los estudiantes en el contenido de ecuaciones cuadráticas. En ella, se presentan enunciados que los estudiantes deben justificar, ya sea verdadero o falso, luego de comprobarlo algebraicamente. Para esto, se formaron grupos de trabajo donde a cada uno se le asigna un rol particular. (Ver anexo 1.3).

En esta actividad se busca que los estudiantes reflexionen de manera grupal para responder a las diversas situaciones planteadas y tengan la capacidad de argumentar de manera respetuosa, el trabajo frente a sus compañeros y a su vez, recibir las críticas de sus compañeros de la misma forma, de manera que se genere el conocimiento entre los que exponen y los observadores.

El trabajo realizado -según se expresa en el diseño de clase n° 3- se puede relacionar con las capacidades presentes en la actitud crítica expresadas por Ennis(2011) ya que:

“Los grupos, deberán mantener un ambiente de respeto frente a la actividad, además, definir roles, manifestar dominio del tema, reflexionar acerca de los aportes del trabajo colaborativo e individual”.

(Bitácora reflexiva n° 5)

Esto, ya que a lo largo de la actividad los estudiantes analizan los argumentos, emiten juicios de valor, infieren inducciones e integran disposiciones y otras habilidades para realizar y defender sus decisiones, además de ser sensible a los sentimientos de los demás, según sus niveles de conocimiento en distintos contenidos o procedimientos referidos a la asignatura. Se evidencia según lo declarado en los instrumentos elaborados por los estudiantes en:

“(...) Cada persona aporta con lo que más sabe y se trabaja mejor en conjunto”.

(Reflexiones grupales, grupo 5)

Como se expresó en otro apartado, referente al diseño de clase nº 3, el grupo 2 no alcanzó los objetivos por razones de inasistencia a la asignatura. Ésta situación también se le presentó al grupo 5, que no estaban resolviendo los ejercicios apropiadamente e integrantes del grupo 1 intervienen explicando cómo se resolvía el ejercicio, en consecuencia se rescata la siguiente textualidad:

“(...) Se observó que un grupo presentaba muchas dificultades para proceder en su trabajo, ante lo cual otro grupo los ayudó para realizarla”.

(Bitácora reflexiva nº 5)

Esta situación se generó de manera espontánea, ya que en ningún momento el grupo 5 solicitó ayuda de otros compañeros, lo cual habla directamente de actitud crítica presente en el grupo 1, debido a que se vuelven al desarrollo propio de los ejercicios.

Una vez que se dieron cuenta y comprobaron entre ellos que el ejercicio estaba correcto, fueron capaces de realizar un acto colaborativo y solidario por el otro, culminando en el logro de objetivos por el grupo 5, que en un comienzo presentaba dificultades.

Respecto del grupo 2, que no logró un adecuado desempeño en el diseño de clase nº 3, se observó que los integrantes mantenían relaciones personales –amistad- con miembros de otros grupos, pero en el apartado de co-evaluación esto no se vio alterado. Se recoge de:

“(...) El evaluador separó su vínculo personal y se mantuvo firme en su rol, argumentando: le haría daño si lo evaluó bien, ya que no logró el objetivo”.

(Bitácora reflexiva nº 5).

Llegados a este punto, dado que los estudiantes han trabajado gran parte del semestre con actividades que apuntan al desarrollo de actitud crítica frente al trabajo en clases y con foco en la colexión, se refirieron a las actitudes que deben estar presentes para realizar un trabajo fructífero, haciendo referencia a:

“(...) Para trabajar en grupo se necesita buena disposición y capacidad para llegar a un consenso”

(Bitácora reflexiva nº 5)

La opinión de los grupos converge en que deberían tener buena disposición para la realización de estas actividades, además de comprometerse con el desarrollo grupal y

su aprendizaje. Reconocen la importancia de la comunicación y del aporte individual, desde cada uno de los roles asignados.

De acuerdo a las reflexiones de los investigadores, se declara:

“(...) En síntesis, los estudiantes se empoderaron de la actividad y la desarrollaron acorde a sus gustos y capacidades. Lo cual habla de la compenetración que tuvieron con la actividad”.

(Bitácora reflexiva n° 6)

Coflexión de los investigadores: Luego de la lectura y transcripción de las producciones estudiantiles, se consideró que la información recaudada en el diseño de las clases fue insuficiente para dar cuenta de los objetivos expuestos en el seminario. Por lo cual se considera la elaboración de un focus group con estudiantes clave de cada grupo, con el fin de profundizar las respuestas obtenidas en un ambiente más dialógico.

Los estudiantes afirmaron que el desarrollo de estas actividades resultó beneficioso para la apropiación de contenidos, ya que cada uno aportaba desde lo que tenía mayor dominio. En el caso de que alguien derechamente no entendiera, el grupo se hacía responsable de explicar el procedimiento y a su vez, validaba el proceso.

El acto de validación de los contenidos representó una formalización de estos, ya que a través de discusiones se dio cuenta de lo que entendieron en las clases anteriores.

Por último, el ver a sus compañeros explicar la materia a través de la realización de sus enunciados, facilitó y brindó otros puntos de vista respecto al mismo contenido, las distintas (aunque no muchas) formas de referirse a la discriminante, la forma de utilizar la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas, entre otros.

Respecto de la aplicación del focus group, cuando se realizó la conversación entre los asistentes de cada grupo, se evidenció como éstos han adquirido características que se vinculan con la actitud crítica:

“(...) Cuando presentaban sus opiniones, eran capaces de centrarse en la pregunta, analizar los argumentos expuestos por sus compañeros, emitir juicios de valor y respetar los sentimientos del otro”.

(Bitácora reflexiva n° 7)

Cada grupo expuso cómo desarrolló la actividad, desde la asignación de roles hasta la exposición final de los ejercicios frente a sus compañeros. Mencionaban su forma de proceder y cómo emplearon estrategias para la discusión y presentación de los resultados, de manera oral y escrita.

Como se mencionó de manera general, los grupos respetaron los sentimientos del otro, ya que los roles asignados tenían una estrecha relación con las facilidades que cada uno pudo sentir en los distintos papeles (observador, expositor, comprobación de ejercicios, entre otros), además de resaltar la confianza y propiedad con la cual los estudiantes se referían a lo vivido y destacaban el aprendizaje que esta situación les generó.

“(...)Mencionaban que el trabajar de manera grupal favorecía la apropiación de contenidos matemáticos, ya que se preocupaban de exponer sus ideas, contrastarlas con las de sus compañeros, apoyar a quienes no alcanzaban la apropiación del contenido y realizar observaciones a quienes exponían, en caso de ser necesarias”.

(Bitácora reflexiva n° 7)

El docente participante pudo apreciar cómo los estudiantes transformaron algunas de las cualidades y actitudes observadas al inicio del semestre, por otras más cercanas al proyecto educativo del establecimiento. Algunas de estas transformaciones apuntan a una mejora en el dominio de la palabra, al momento de referirse a las realidades y sus conflictos. También para sugerir cambios y propuestas para transformar sus realidades y convertirse en sujetos autónomos, reflexivos, capaces de desarrollar aprendizajes actitudinales y afectivos.

Respecto al último punto, la confianza en sus saberes y en qué podían realizar aportes al desarrollo de las clases, es un aspecto que se puede movilizar a otras asignaturas e incluso a otras situaciones de sus vidas cotidianas. Éste fue uno de los aspectos que más se trabajó y que tuvo buenos resultados en general.

4.5 Comprensión del contenido matemático a partir de los instrumentos aplicados

En este apartado se dará cuenta de manera más específica, de los contenidos matemáticos trabajados por los estudiantes en los diseños de clase descritos a lo largo del seminario.

- Diseño de clase n° 1

En esta clase se trabajaron los contenidos referentes a la unidad de estadística, respondiendo al eje temático *cultura y educación popular*, que a su vez dialoga con la asignatura de historia y geografía.

Las habilidades a desarrollar, según la planificación son: *“Interpretar datos tabulados, para luego traducir la información a un gráfico poligonal”* y *“Argumentar a partir de información estadística”* (ver anexo 1.1).

Los contenidos presentes en esta clase fueron:

- Variación porcentual
- Interpretación de datos presentados en tablas
- Elaboración de gráficos según datos tabulados

El presente diseño de clase, tuvo como herramienta principal el uso de la colexión para desarrollar una actitud crítica, vinculada a distintas relaciones de variaciones respecto al sueldo mínimo y los precios de distintos gastos diarios, los cuales corresponden a tarifa del metro, micro, precio del pan.

Con relación a la clase misma, se presentaron 3 guías con distintas situaciones contextualizadas (ver desde anexo 2.1 a 2.3) en las cuales se respondían ítems vinculados tanto a lo matemático como al desarrollo de una actitud crítica, como por ejemplo:

- a) *Calcula el cambio porcentual de la tarifa del metro y el sueldo mínimo entre los años 2013 y 2016.*
- b) *Si el año 2016 una persona realiza viajes en el metro 2 veces al día, 5 días a la semana ¿Qué porcentaje del sueldo mínimo se utiliza en el transporte del metro? (ver anexo 2.1.)*

En cuanto a los comentarios emitidos por los estudiantes, en las distintas instancias a lo largo del proceso, estos nos dan cuenta de un manejo explícito del contenido, no acabado ni rebosante de tecnicismos, pero si aludiendo a ellos, además le dan significado al trabajar con elementos cercanos a sus contextos socio-económicos, como resalta en los siguientes comentarios:

“Hemos trabajado con datos cercanos a la realidad, entonces nos involucramos y podemos tomar conciencia (...) cuando nos preguntaron por el aumento del sueldo, yo lo creí y en verdad creció, pero todo los costos suben, entonces no es un cambio tan significativo...”

(focus group, grupo 4)

La textualidad señalada, da cuenta de cómo los estudiantes se relacionan con el contenido matemático aplicado en situaciones cercanas a sus realidades, con elementos de su diario vivir y que al vincularlos con el contenido matemático, este último toma un carácter utilitario para dar una mejor comprensión de la realidad. Al lograr comprender desde otra perspectiva (refiriéndose a la matemática) la realidad,

se abren nuevos caminos para atender o dar respuestas a las problemáticas planteadas tomando en cuenta elementos que antes no eran considerados.

“Al realizar el cálculo de la variación porcentual, logramos identificar un cambio que antes era invisible, como la variación del aumento del sueldo mínimo y otras cosas, como el precio de la micro por ejemplo”

(focus group, grupo 1)

“Al calcular cuánto se gastaba en una semana viajando dos veces en micro por día y lo comparamos con el sueldo mínimo, notamos como ocupaba una parte importante del sueldo”

(focus group, grupo 3)

Ambos comentarios aluden al cálculo de distintos elementos; el primero de variaciones porcentuales donde los estudiantes logran comparar dos valores que por sí solos no les generaba mayor entendimiento y que al compararlos surgen nuevos pensamientos acerca del significado de estos y cómo dos variables distintas (sueldos mínimos- tarifas y precios) pueden observarse desde una perspectiva distinta con el uso de la matemática propiciando nuevos entendimientos.

“cuando tuvimos que hacer el gráfico, fue otra forma de ver cuánto crecía el sueldo, y los valores de los precios, primero fue en una tabla...”

(focus group, grupo 5)

Los estudiantes manifiestan que al utilizar el recurso gráfico, logran representar los datos y éste les permite obtener una comparación visual de la situación planteada, facilitando la comprensión de dicha situación.

En el desarrollo de la clase se deja a juicio del grupo curso la cantidad de integrantes de cada grupo, a lo cual el curso se organiza sin mayores problemas formando 5 grupos en total. De los cuales hubo dos grupos que realizaron la guía de trabajo práctico con las variables sueldo-pasaje micro y dos con las variables sueldo-pasaje metro.

Luego de resolver los ítems de la guía el grupo curso se vuelve a discutir respecto a cómo se relacionan los montos obtenidos en cada caso con el sueldo mínimo. Se discute de acuerdo a conjeturas establecidas por ellos mismos, dando origen a una conversación reflexiva respecto a un tema cotidiano.

“(…)si sumamos cuánto se gasta en una semana en dos pasajes de micro, la compra de pan a diario y otros alimentos, el costo del gas, electricidad y agua, te das cuenta de que el sueldo mínimo es muy poco, por lo que llegas sin nada a fin de mes o te debes endeudar”.

(focus group, grupo 2)

Dicha reflexión elaborada de manera grupal, no es alejada a las concepciones que conllevan los estudiantes antes de realizar la actividad, sin embargo luego de esta, se evidencian grados de confianza en sus comentarios y una mejor fundamentación en sus ideas.

- **Diseño de clase n° 2**

De acuerdo con la planificación expuesta en anexos (ver anexo 1.2), esta clase desarrolla el contenido de tasas, específicamente de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil.

El objetivo de la clase responde a: *"Comprender los conceptos de tasas de natalidad, mortalidad, y mortalidad infantil, y reflexionar a partir de información estadística". (Diseño de clase n° 2, anexo 1.2).*

La asignatura con la cual trabaja es historia y geografía, ya que se exponen temas sociales como las tasas mencionadas anteriormente y su relación con el "baby boom".

Las habilidades a desarrollar corresponden a: argumentar y comunicar a partir de información estadística. La modalidad de trabajo corresponde en primera instancia, a discusiones en parejas y luego se realizarán reflexiones grupales (grupo curso).

Dentro de las actividades que se realizaron se destaca la elaboración de gráficos poligonales, junto a su interpretación y luego se respondió un set de preguntas que tuvo como finalidad analizar fenómenos sociales luego de saber aplicar los contenidos matemáticos.

Los estudiantes calculaban la tasa de defunción utilizando la siguiente fórmula:

✘ Se calcula relacionando el número de defunciones observados en una población durante un año con la población media estimada para ese año. El cociente se multiplica por mil.

$$TM = \frac{DR}{P} \cdot 1000$$

– TM: tasa de mortalidad

– DR: defunciones registradas

– P: población de esa región para el 1 de julio del año en estudio

(Imagen de la presentación ppt, declarada en los recursos utilizados en la clase n° 2).

Dentro del set de preguntas que los estudiantes respondieron se encuentran:

"¿Por qué creen ustedes que se producen los incrementos en las tasas de mortalidad en los países desarrollados y subdesarrollados?"(ppt utilizado en clase n^a 2)

Este estilo de preguntas, provocó en el estudiante un cambio de mirada de la matemática, ya que a lo largo de la clase analizaron e interpretaron gráficos poligonales que indicaban tasas de natalidad y mortalidad en otros países y su comparación con Chile. Las siguientes textualidades rescatadas del focus group y de las bitácoras, dan cuenta de esto:

"(...) como cuando vimos los gráficos de las tasas de natalidad en otros países y los comparamos con los índices chilenos, fue más comprensible que si lo hubiésemos visto solo con números, y todos opinamos acerca de porque creíamos que sucedía esto en el mundo"

(focus group, grupo 3)

Según lo expresado, se evidencia cómo la utilización de gráficos representativos de la información favorece la comprensión de ésta, además posibilita la comparación con otros tipos de gráficos, los cuales en su conjunto les permite realizar comparaciones y analizar los sucesos y factores que influyen en él.

"(...) debíamos calcular el número de defunciones por año y luego promediarlos. Después de realizar el ejercicio, comparamos la cantidad de muertos y el crecimiento en la población, para darnos cuenta que en el periodo del golpe, hubo un aumento notable de muertos".

(focus group, grupo 2)

A raíz del trabajo matemático los estudiantes realizaron distintas comparaciones, de las cuales se destaca la expuesta, por el uso que le da a los promedios calculados y la inferencia deductiva que realizan. En el comentario "(...) nos damos cuenta que en el periodo del (...)", los estudiantes se percatan de cómo con la educación matemática se da sentido a hechos históricos.

"(...)Al principio cuando ocupamos la fórmula, no entendíamos muy bien por qué se multiplicaba por 1000. Luego entendimos que la tasa se calculaba cada 1000 personas. Además cuando hicimos los gráficos de las tasas de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil, nos ayudó a ver de otra manera lo que no entendíamos numéricamente."

(focus group, grupo 5)

Este último comentario da cuenta de cómo a los estudiantes les queda más clara la utilidad de la fórmula más que su composición, lo cual se traduce en un aprendizaje

significativo para ellos, en contraste con el aprendizaje mecánico de las matemáticas. Situación similar ocurre con la confección de gráficos.

Durante el desarrollo de la clase surgieron distintos temas sociales que los estudiantes utilizaron para justificar sus argumentos, dentro de los cuales se destacan, el aborto, el nivel de desarrollo de cada país, situaciones de guerra, entre otros.

“Primero genera conciencia, ya que entendemos de lo que se nos está hablando. Por mi parte me impactó la tasa de mortalidad en niñas y me hace reflexionar frente a la actualidad”.

(focus group, grupo 4)

El generar conciencia en los estudiantes no fue un objetivo explícito declarado en la clase, no obstante es una consecuencia del trabajo realizado en ésta. Las constantes reflexiones que surgen por parte de los estudiantes dan pie a que los docentes también reflexionen acerca de las características culturales y sociales del grupo curso con miras a elaborar un plan de acción respecto a cómo seguir concientizando aun más a los estudiantes a través de actividades, trabajos y porque no una jornada de formación estudiantil sobre los índices nacionales e internacionales de algunas tasas, con el objetivo de buscar respuestas o diseñar planes de acción en favor de la sociedad por ejemplo.

Respecto a la pregunta ¿Por qué puede ser perjudicial tener un gran aumento en la tasa de natalidad? Se rescataron los siguientes comentarios:

“Puede ser perjudicial porque los países en donde nacen más niños terminan teniendo un exceso de población y cada vez menos recursos y oportunidades para asegurarles el bienestar, los cuales son por lo general países tercermundista, ya que los países desarrollados no tienen problemas de este tipo, al contrario, según lo visto en los gráficos, tienen bajos niveles de natalidad”

(Bitácora reflexiva n°4)

La reflexión rescatada por los investigadores elaborada por los estudiantes, da cuenta de cómo los estudiantes producto del análisis de la información emiten opiniones acerca del estado actual de cierto sector del planeta (denominado por ellos como tercermundista) realizando comparaciones con países “desarrollados” comentan ellos.

Los estudiantes analizaron el impacto que provocaba el alza o disminución de las tasas en la situación país y también en el mundo, refiriéndose a la sobrepoblación en el caso de que aumentara mucho la tasa de natalidad. Estos argumentos realizados por los estudiantes responden al desarrollo de la actitud crítica, ya que luego de analizar

los contenidos expuestos, los estudiantes realizaron un foro donde compartían las respuestas grupales. Cuando se les preguntó por *¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de la tasa de mortalidad?*, respondieron:

“Uno de los factores que influyen en la tasa de mortalidad es la mala forma de vida que tienen algunos países mas pobres, bajos estándares de vida, malas políticas públicas entre otros factores y que si comparamos con Chile, es un país que se encuentra en mejor estado por así decirlo”.

(Bitácora reflexiva n°4)

También, surgió un cruce de ideas, respecto al aborto cuando se les preguntó por *¿están a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad chilena?*, fundamenten sus respuesta (ver anexo 2.2, diseño de clases n°2). Al hablar de aborto, comentaron que:

“La natalidad se puede controlar dando charlas de métodos anticonceptivos y regalando los métodos anticonceptivos más comunes en consultorios, no es necesario llegar al punto de regalar el aborto”

(Bitácora reflexiva n°4)

De la textualidad expuesta, se nota una inclinación o una postura conservadora de la vida. Mientras que otros dijeron que:

“el tema del aborto es decisión de la mujer finalmente, ya que es su cuerpo y hoy en día, son las mujeres las que se hacen cargo de los bebés”.

(Bitácora reflexiva n°4)

Esta última opinión está más ligada a los objetivos planteados por el proyecto educativo del establecimiento, donde se plantea mayor tolerancia y respeto a las personas, sin caer en juicios de valor sin argumentación, aceptando el hecho de que todos los seres humanos poseemos derechos y deberes que nos respaldan como ciudadano y personas. El cruce de ideas se realizó en un ambiente de respeto sin caer en tratos hostiles entre compañeros. Cabe mencionar que finalmente el grupo curso tuvo mayor inclinación por la segunda idea expuesta.

- **Diseño de clase n° 3**

Finalmente en el desarrollo de ésta clase, se trabajaron los contenidos de ecuaciones cuadráticas y los sub contenidos que implican; análisis del discriminante, operaciones entre términos algebraicos, reducción de términos semejantes y comprobación de las soluciones obtenidas.

Esta clase en particular dialogaba con la asignatura de lenguaje y comunicaciones y las habilidades desarrolladas son:

"Discutir si las raíces presentadas con el ejercicio corresponden a la ecuación cuadrática a resolver y "Argumentar desde lo consensuado de manera grupal"(Planificación de clase n° 3, anexo 1.3).

En cuanto a las múltiples discusiones que se lograron rescatar de los estudiantes, se destacan las obtenidas del focus group, bitácoras reflexivas y producciones estudiantiles. Cabe mencionar que este último carácter está desarrollado en los análisis efectuados en el presente capítulo, desde el apartado 4.2 hasta el apartado 4.4, por lo que se hará referencia a ellos en caso de precisarlos.

Se observan discusiones acerca de cómo debían organizarse para la realización del ejercicio. Como se menciona en el análisis de las producciones estudiantiles, surgieron distintas modalidades de organización por parte de los grupos; en algunos realizaban el ejercicio matemático todos los integrantes y, posteriormente, comparaban los enunciados; otros grupos designaban agentes claves que los resolvieran, mientras otros grupos lo realizaban de manera individual y luego comparaban. En efecto, es notoria la libertad con la cual se da el espacio para actuar de los estudiantes, ejercicio propio del modelo de educación popular, además da cuenta de lo diverso y enriquecedor que puede ser un óptimo clima de aprendizaje. En palabras de los estudiantes:

“fue bastante lúdico aprender de esta forma” (Grupo 1, focus group).

Por otro lado, en las bitácoras y el análisis de las producciones estudiantiles se registran comentarios, acerca de las soluciones encontradas por los distintos grupos, tales como:

“al aplicar la formula general, se encontraron dos soluciones $x_1 = 0$ y $x_2 = -1,6$, por lo que el enunciado es falso, ya que la ecuación no posee una única solución ($x = -2$), sino que posee dos y distintas, como lo indica el discriminante”

(Grupo 1, Bitácora reflexiva n° 6)

“el discriminante nos dio 9, por lo que hay dos soluciones distintas y reales(...). Al aplicar la formula general, vimos que una de las soluciones propuestas tenía el signo cambiado ($x_1 = -3$), la solución correcta era igual a 3”

(Grupo 4, Bitácora reflexiva n°6)

“Ya que el discriminante es 0, la ecuación posee una única solución, y que al aplicar la fórmula general nos dio $\frac{-2}{3}$ ”.

(Grupo 3, Bitácora reflexiva n°6)

“como el discriminante nos dio un valor negativo (-4), y como se vio con el profesor Javier, las raíces con números negativos, no tienen soluciones en los reales”.

(Grupo 5, Bitácora reflexiva n°6)

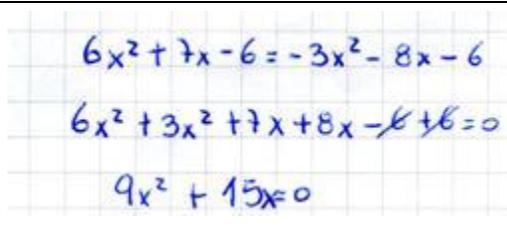
Durante el desarrollo de la clase, los estudiantes debieron formar equipos de trabajo y luego asignar roles para resolver la actividad propuesta.

Se utilizó la colexión para desarrollar una actividad de presentación acerca de un ejercicio y sus posibles soluciones. Lo esperado por parte de los docentes en esta clase fue que los estudiantes discutieran, resolvieran y argumentaran su trabajo, además de generar conclusiones críticas y reflexiones grupales acerca del desarrollo de la actividad.

Dentro de los roles asignados se encuentran: el representante de grupo, que debía exponer oralmente el desarrollo del ejercicio, otro integrante asistía desarrollando el ejercicio en la pizarra y el último asumía el papel de observador, ya que debían estar pendiente de como los demás grupos realizaban su trabajo para luego contestar la pauta de co-evaluación.

Con el fin de dar cuenta del trabajo matemático realizado por los distintos grupos participantes de la clase, se presenta a continuación las producciones estudiantiles elaboradas por cada grupo. Las producciones en su totalidad se pueden observar en el apartado anexo (ver anexo 6).

Grupo 1

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | En este apartado se observa como los estudiantes agruparon los términos de la ecuación al lado izquierdo, para luego reducir términos semejantes y dejar expresada la ecuación en su forma general. Cabe señalar que el grupo simplifica el coeficiente numérico del término "c" de la forma general ($Ax^2 + Bx + C = 0$), dejando expresada la ecuación en términos de $Ax^2 + Bx = 0$. |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 - 4 \cdot 9 \cdot 0}}{2 \cdot 9}$$

$$\frac{-15 + \sqrt{225 - 0}}{18} = \frac{-15 + 15}{18} = 0$$

$$\frac{-15 - \sqrt{225 - 0}}{18} = \frac{-15 - 15}{18} = -1,6$$

Conforme al desarrollo expuesto, se evidencia el hecho de que los estudiantes omitieron el paso de cálculo del discriminante en el papel, y se enfocaron en aplicar la formula general y encontrar las soluciones de dicha ecuación. No obstante al momento de presentar, si expusieron el desarrollo del discriminante aparte de la formula, lo cual da cuenta de que no consideraron relevante expresar el cálculo del discriminante.

$$9 \cdot (-1,6)^2 + 15 \cdot -1,6 = 0$$

$$9 \cdot 2,56 + (-24) = 0$$

$$23,04 - 24 = 0$$

$$\boxed{-0,96 = 0} \rightarrow -0,96 \neq 0$$

$$9 \cdot 0^2 + 15 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 0 = 0$$

$$\boxed{0 = 0}$$

Avanzando con el razonamiento del grupo 1, estos proceden a comprobar las soluciones obtenidas, reemplazando en la expresión general de la ecuación. Cabe señalar que al utilizar la solución $x_2 = 0$, estos comprueban de manera correcta el reemplazo, mas no con la solución $x_1 = -1,6$. Esta situación no fue atendida de momento por un docente, producto de la limitante tiempo, sin embargo de haber transformado el decimal a fracción, se les hubiese cumplido la igualdad al reemplazar.

Grupo 3

$$2x + 5 = -3x^2$$

$$2x + 5 + 3x^2 = 0$$

$$3x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$A: 3$$

$$B: 2$$

$$C: 5$$

En el caso del grupo en cuestión, estos, al igual que el grupo anterior, igualaron la ecuación a 0, movilizandolos términos algebraicos hacia la izquierda, para luego reducir términos semejantes y dejar expresada la ecuación en su forma general. Además identificaron los coeficientes numéricos a un costado de la resolución para dar mayor orden al ejercicio, acción no realizada por el grupo 1.

$$\begin{aligned} \Delta &= 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12 \\ \Delta &= 144 - 12 \cdot 12 \\ \Delta &= 144 - 144 = 0 \end{aligned}$$

En contraste con el grupo anterior, este si realizó el cálculo del discriminante aparte. que en este caso y como bien señalaron en su presentación es igual a 0. Además, como se mostrará más adelante en otro recuadro, dan cuenta en palabras acerca del significado de este valor.

$$\frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot A = 6} \quad \frac{-4}{6} = \boxed{\frac{-2}{3}}$$

Finalmente, utilizan la fórmula general para encontrar las soluciones de dicha ecuación. se evidencia que la dejan expresada con el valor del discriminante ya calculado, y con la idea de que esta ecuación posee una única solución o dos soluciones iguales. Aunque no señalan a qué apuntan con la fracción expuesta en el papel, se infiere que ésta apunta a la resolución de la fórmula y es la solución encontrada, que por lo demás simplifican, ya que en el curso se acostumbró a reducir a su mínima expresión las fracciones.

no, la respuesta es $-\frac{2}{3}$, tiene 2 soluciones iguales ya que el discriminante es 0.

Culminan su desarrollo, colocando la respuesta textual de lo realizado, respondiendo al enunciado en cuestión, afirmando que no es correcta la solución, y la solución correcta es $x = \frac{-2}{3}$. Además, se menciona el significado de que el discriminante calculado sea 0, y esto repercute en que la ecuación posea "dos soluciones iguales" en palabras del grupo.

Grupo 4

$$\begin{aligned} 24 - 3x + 4x^2 - 3x^2 - 6x - 6 &= 0 \\ x^2 - 9x + 18 &= 0 \\ a &= 1 \\ b &= 9 \\ c &= 18 \\ \Delta &= 81 - 72 \\ \Delta &= 9; 2 \text{ sol. } \neq y \mathbb{R} \\ \text{Sol. } \frac{9 \pm 3}{2} &\rightarrow \frac{9+3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \\ &\rightarrow \frac{9-3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow \text{Resp } \frac{6}{3} \end{aligned}$$

En lo que se expone por desarrollo del grupo 4, estos presentan la ecuación, mas no presentan una reducción de términos semejantes, sino que solo escribieron la ecuación en su forma general ya reducida. Esto se pudo deberse a que se les olvido adjuntar todo los borradores o hojas de cálculo utilizadas. Además se evidencian

errores al reducir los términos semejantes y al momento de identificar los coeficientes números, ya que el valor de "c" en la forma general es "-18", y más abajo se ve como colocan $c = 18$, el cual sería el valor correcto. Caso similar sucede con el valor de "b", ya que en la forma general este valor es igual a -9, y al momento de identificarlo más abajo lo exponen como $b = 9$, siendo este último un valor erróneo por su signo.

Se ve como realizan el cálculo del discriminante aparte, y utilizan vocabulario matemático para decir que: "el discriminante cuando es positivo, se obtendrán dos soluciones distintas y reales".

Finalizan con las soluciones de la ecuación, omitiendo el desarrollo de la fórmula general. En definitiva exponen un buen desarrollo, omitiendo varios pasos, lo cual da cuenta de un buen manejo del contenido matemático, señalando las soluciones encontradas y el error en las soluciones planteadas en el enunciado.

4.6 Coflexiones emergentes

En este apartado se exponen reflexiones elaboradas entre los investigadores con el fin de dar pie a situaciones que no estaban contempladas en el desarrollo del seminario, es decir, que emergen a partir del trabajo realizado. El objetivo de exponer estas coflexiones es dar pie a elementos considerables que se podrían abordar en nuevas investigaciones, tomando en cuenta la escasez de éstas en el ámbito de la educación matemática crítica.

¿Qué sucedería si aplicáramos el mismo modelo o diseño de clases, en un sistema educativo distinto, es decir, que no esté bajo el modelo de educación popular?

En caso de que surgieran cuestionamientos o detractores, ya sea de parte de los estudiantes y/o apoderados, ¿se podría desarrollar la capacidad del pensamiento crítico de manera similar a lo desarrollado en un contexto de educación popular?

¿Será necesario aplicar bitácoras reflexivas en los estudiantes de los colegios, y de ser así, estas serán bien acogidas por los estudiantes?, ¿en qué periodos sería pertinente realizarlas, y en que niveles? Lo que sí se puede desprender por una variable de cultura país, es que en caso de hacerlo, necesariamente debería ser evaluado, ya que lamentablemente es un método para cerciorarse que el estudiante podría realizarlo a conciencia, al menos hasta que lo internalice como parte de su proceso formativo.

El apoyo entre pares -estudiantes- en una evaluación, como sucedió en el diseño de clases nº3, ¿dejaría de ser un aspecto negativo desde otros paradigmas o modelos educativos, o es un caso puntual aislado?

El acto de coflexión es una herramienta que podría ser vista por otros paradigmas como un aspecto negativo, ya que el individualismo está por sobre lo colectivo (según el actual modelo dominante, que evalúa al estudiante como individuo independiente), o ¿lograrían los distintos modelos u organizaciones también ser capaces de incluirlo en sus metodologías de enseñanzas y aprendizajes?.

¿Las tomas de decisiones en conjunto con los estudiantes y los demás profesores, tendrían las mismas repercusiones positivas en sistemas educacionales distintos a la modalidad de jóvenes y adultos o educación popular? Esto surge ya que algunos de los diseños de clases fueron gatillados por los diálogos entre profesores-estudiantes y solicitudes emitidas por estos últimos, actividad que se podría haber movilizó a otras disciplinas para hacer del trabajo con foco en la coflexión una herramienta de todo el establecimiento.

Pese a que hubo buena recepción del trabajo colectivo por parte del grupo curso, resulta interesante que en ningún momento surgió de parte de los estudiantes un cuestionamiento al método de trabajo, sino que muy por el contrario, los estudiantes preferían esta modalidad por sobre la tradicional.

En relación a las reflexiones de los investigadores, estos declaran lo siguiente, luego de haber trabajado tanto las bitácoras reflexivas, como las audio grabaciones obtenidas de la clase n°3.

"en síntesis, los estudiantes se empoderaron de la actividad y la desarrollaron acorde a sus gustos y capacidades. Lo cual habla de la compenetración que tuvieron los estudiantes con la actividad"

(Bitácora de reflexiones n°6)

Lo dicho con anterioridad, da cuenta de cómo a través de las conductas manifestadas en la clase, producto del trabajo realizado a lo largo del proceso, se visualizan algunas mejoras considerables en los estudiantes, y finalmente en el grupo curso.

Luego de diversos diálogos entre los investigadores, se consideró pertinente reflexionar acerca de las prácticas del docente que ayudaron a los estudiantes a desarrollar la actitud crítica para el trabajo en clases y favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos involucrados.

A lo largo del desarrollo de las clases, se pudo ver que los estudiantes realizaron modificaciones de sus conductas en la asignatura. Ya no predominaba el rol pasivo como al comienzo del semestre. Los estudiantes se involucraban de mejor manera en su proceso de aprendizaje, reflexionando acerca de su actuar, de sus compañeros y su vínculo con el medio.

Mejóro la comunicación entre el grupo curso y la disposición frente al trabajo en clases, tanto de manera individual como grupal. Respecto al trabajo en grupo, los estudiantes reconocieron que es importante la disposición frente a las actividades, además de ser capaces de trabajar con gente a la cual no están acostumbrados o tienen diferentes puntos de vista.

También hubo un cambio en cuanto a la recepción de críticas entre pares al momento de exponer situaciones donde se evidenciaba diferencia de opiniones, los alumnos demostraban mayor respeto cuando dialogaban entre ellos o con el docente.

Con respecto al análisis de los instrumentos, surgen algunas inquietudes acerca de la apropiación de los contenidos matemáticos (en términos prácticos, que involucran modelación) al momento de preguntarles fuera del aula a los estudiantes. Sin embargo los estudiantes dieron cuenta de un fuerte desarrollo de habilidades blandas tales como: comunicación, argumentación, discusión, entre otras. Estas permitieron que, a su vez, desarrollaran habilidades que se relacionaban con la resolución de problemas rutinarios, no así, problemas no rutinarios, lo cual da inicio a distintas reflexiones acerca de dos aspectos: por un lado, de parte de los investigadores, acerca de las instancias de trabajo con foco en la colexión, en conjunto con sus respectivos diseños de clases, instrumentos y diálogo con la profesora colaboradora, y por otro, lado, acerca de indagar en la búsqueda o elaboración elementos que nos permitan dar cuenta del manejo explícito de los contenidos, o el desarrollo de competencias para la asignatura que pudiesen preparar a los estudiantes para pruebas de medición actualmente imperantes en la estructura educativa a nivel país, como la PSU, SIMCE, entre otras.

Esto porque de las textualidades rescatadas en los diseños de clases y los instrumentos utilizados en estas, a mencionar, en el focus group (relación entre investigadores y grupo curso), los estudiantes mencionan que hubo una mejora en la comprensión de algunos de los contenidos, más no se registraron formas de hablar con propiedad o de emitir comentarios o juicios acerca del manejo de los contenidos (utilizando estos y/o especulando con estos).

Un hecho interesante que surge con relación a la mejora de la comprensión de los contenidos matemáticos, es el proceso de validación de los contenidos que se da por parte de los estudiantes. Aunque este suceso no se haya planteado como un objetivo explícito en las clases. De esta forma, emergen nuevas discusiones entre los investigadores acerca de las acciones implícitas que se pueden generar en las actividades por parte de los docentes para alcanzar logros en las asignaturas y que solo aquellos que participan en su diseño pueden prevenir.

Por otra parte, surge la duda acerca de que tan efectivo es el aprendizaje entre compañeros de aula, al momento de integrar a dichos estudiantes en un tipo de evaluación tradicional, ya que, desde lo academicista-formal, las evaluaciones estandarizadas y/o tradicionales pretenden que los estudiantes manejen ciertos contenidos con estructuras matemáticas similares, reconocidas como universales, dejando completamente de lado a las elaboraciones colaborativas y con sellos propios.

También destacar que profundizar en las relaciones que emergen de relacionar el contenido matemático con las actitudes críticas podría generar en dos contextos sociales completamente distintos, una aproximación diferente al mismo contenido de forma social. Un ejemplo de esto podría ser la actividad de relacionar el sueldo mínimo con los gastos diarios (locomoción, compra del pan para consumo diario). En un estrato social bajo podría concientizar acerca del gasto y la administración de fondos para el diario vivir, mientras que en uno más acomodado provocaría una sensibilidad respecto de la desigualdad social.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

Los conceptos de educación popular están estrechamente vinculados con la EMC debido a que sus roles se interrelacionan. Una de las tareas de la educación popular es contribuir a que los sujetos construyan autogestión del conocimiento (Torres, 2011).

El estudio de la matemática desde una perspectiva en la cual se destaca su rol en la sociedad responde a la teoría de la educación matemática crítica (Sánchez, 2008), si utilizamos la herramienta de la coflexión, generamos un proceso epistémico, donde se genera el conocimiento y la comprensión de la situación misma a través de la asignatura de la matemáticas (Valero 2012), entonces la imbricación de estas teorías da origen a nuevos paradigmas de enseñanza que no se ven en la cotidianidad de las aulas de clases.

La relación de los conceptos teóricos mencionados anteriormente dio origen a instrumentos como los que fueron aplicados en el diseño de clase nº 1, debido a que se tomaron elementos cotidianos y de contexto social, como lo son el sueldo mínimo y los gastos diarios, dentro de los cuales se considera el precio de la locomoción pública y el precio del kilo de pan. El relacionar lo cotidiano y la problemática social con lo matemático permite una apropiación más natural y con conciencia colectiva del conocimiento, llevando a que el estudiante se identifique con la actividad matemática y sienta que puede aprehenderlo. Se pudo observar que el estudiante puede involucrarse de una manera más comprometida y consciente con su proceso de aprendizaje y, algo muy importante que se evidenció al trabajar con base en la coflexión, es que esto lo hace sin invisibilizar al otro, por el contrario, lo releva como un igual, con respeto, con dependencia bien entendida cuando se trabaja con una lógica de trabajo grupal responsable y con sentimientos, que también respeta.

La estrategia utilizada para desarrollar la comprensión de los contenidos matemáticos, utilizando la coflexión, permitió que los estudiantes realizaran las actividades en grupos formados entre 2 y 5 integrantes. Como consecuencia de esto y al establecer roles al interior de los equipos de trabajo, se evidenció cómo los estudiantes, de manera progresiva, se involucraban con su trabajo.

De manera progresiva y rescatando las capacidades de la actitud crítica definidas por Ennis (2011, citado en López 2012), los estudiantes fueron capaces de analizar los argumentos, formular preguntas de clarificación y responderlas, juzgar la credibilidad de una fuente, emitir juicios de valor, identificar los supuestos relacionados con la

asignatura -presentes en cada actividad-, definir una acción a seguir e interactuar con los demás, integrar disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión, además de ser sensibles a los sentimientos y niveles de conocimiento de los otros.

Las capacidades desarrolladas de la actitud crítica se alcanzaron en distinta medida en todos los estudiantes. A través de las actividades en los distintos diseños de clase los educandos protagonizaron su rol en la escuela, formando equipos de trabajo, debatiendo sus ideas y estableciendo conjeturas acerca de cómo proceder, tanto en las actividades expuestas de estadística y de ecuaciones cuadráticas. Los equipos de trabajo fueron distintos para todas las actividades, permitiendo además que los estudiantes se interrelacionaran en contexto de educación matemática, desarrollando habilidades blandas de comunicación y trabajo en equipo. Fue común denominador en los grupos, que éstos considerasen sus fortalezas y debilidades para los distintos roles que debían asumir (exponer, corregir, debatir) y cómo se involucraban con las distintas emociones, puesto que en el focus group los estudiantes convergieron que, para el trabajo grupal, todos deben estar cómodos en sus papeles.

Respecto a las mejoras de la comprensión del conocimiento matemático involucrado, se evidenciaron de dos maneras; por una parte se evidencia una mejora en la comprensión de los contenidos matemáticos, al utilizarlos para dar entendimiento de situaciones contextualizadas y se relacionaron con temáticas sociales, como por ejemplo el salario mínimo. Los estudiantes destacan:

"Al realizar el cálculo de la variación porcentual, logramos identificar un cambio que antes era invisible, como la variación del aumento del sueldo mínimo y otras cosas, como el precio de la micro por ejemplo". (focus group, grupo 1).

La comprensión de los contenidos matemáticos aplicados en contexto social, generan reflexiones críticas en los estudiantes de manera que éstos entienden su realidad, comprenden o sensibilizan según sea el caso. Estas reflexiones permiten que emitan opiniones argumentadas con base y entendimiento del tema, como surge en las siguientes textualidades:

"Al calcular cuánto se gastaba en una semana viajando dos veces en micro por día, a tarifa completa y lo comparamos con el sueldo mínimo, notamos como ocupaba una parte importante del sueldo". (focus group, grupo 3).

"(...)Si sumamos cuánto se gasta en una semana en dos pasajes de micro, la compra de pan a diario y otros alimentos, el costo del gas, electricidad y agua, te das cuenta de que el sueldo mínimo es muy poco, por lo que llegas sin nada a fin de mes o te debes endeudar". (focus group, grupo 2).

Por otra parte, los estudiantes dan cuenta del conocimiento adquirido a lo largo del semestre en situaciones en las que deben validar su conocimiento, ya sea explicándole a sus pares o bien, exponiendo sus producciones finales frente al grupo curso, como lo fue en el caso del diseño de clase nº 3, cuyo contenido fue de ecuaciones cuadráticas.

Con relación a las actividades realizadas, en ocasiones surgieron episodios críticos que se relacionan directamente con las capacidades de la actitud crítica, como en el caso de la actividad 3 en el momento que un grupo no sabía cómo proceder y sin solicitar ayuda, otro grupo acudió a explicar cómo realizarla.

En cuanto al trabajo realizado en base a la coflexión a lo largo de la investigación que tanto los estudiantes como los docentes e investigadores realizaron, se debe destacar que implicó reflexiones constantes por parte de todos los involucrados, esto repercutió en algunas mejoras considerables acerca de actitudes y habilidades desarrolladas a lo largo del proceso, las cuales son mencionadas a lo largo del escrito.

Según lo expuesto a lo largo de la investigación, considerando el análisis de los instrumentos de clases, recursos, guías de trabajo práctico y todas las herramientas expuestas, se puede concluir que las actividades propuestas son pertinentes debido a que presentan un nivel de acercamiento a los objetivos buscados por los investigadores a lo largo del estudio.

Referente a las prácticas pedagógicas de los investigadores, éstas se vieron potenciadas a través del desarrollo de la metodología de la investigación acción. La herramienta de la coflexión se concibe al alero de la educación matemática crítica y resulta pertinente llevarla a cabo mientras se ejerce práctica profesional, ya que se da cuenta de cómo el relacionar la práctica con la investigación, genera disposiciones críticas y reflexivas, transformando la forma de ver, decir, comprender y actuar en el aula de clases.

La reflexión entre investigadores influyó de manera notable en la elaboración de los instrumentos elaborados a lo largo de la investigación, ya que esta facilitó la producción de material contextualizado para el cual se requirieron fuentes, datos actualizados y que generaran en los estudiantes un acercamiento desde lo social.

Con relación al actuar en el aula, se debe destacar la inclusión al aula de otro docente, ya que esta ofrece distintas miradas respecto a una misma situación o actividad que se realiza, además de ofrecer a los estudiantes la posibilidad de resolver sus dudas en forma oportuna. Lo que se traduce como apoyo para el docente a cargo y permite un mejor desarrollo de los contenidos en los estudiantes.

Con motivo de poder realizar futuras intervenciones como las expuestas en el seminario, es que se levantarán recomendaciones establecidas por los autores. Para sentar así las bases de trabajos pedagógicos progresivos que permitan la observación de un fenómeno, elaboración de un plan de acción, intervención y finalmente reflexionar acerca de lo realizado.

5.1 Recomendaciones

Por parte de los docentes, el acto de observar un fenómeno, diseñar una estrategia para abordar dicha problemática, implementarla y luego reflexionar acerca de las repercusiones tanto positivas como negativas que surgieron, resulta una tarea necesaria desde el punto de vista de la investigación acción para atender de manera correcta las múltiples eventualidades y personalidades del estudiantado. En cuanto a los investigadores y la significancia que tuvo para estos el acto de colexión

Una vez acabada la investigación, las principales proyecciones que se visualizan y recomendaciones que se levantan tienen relación con el acto de la colexión. El desarrollo de actividades con foco en la colexión, permite potenciar otras actitudes tales como la actitud crítica, como se ha evidenciado en este seminario. Resulta llamativo para los investigadores el destacar otros elementos que se podría considerar para trabajar en futuras clases que consideren el desarrollo de la teoría expuesta.

Lo primero es acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje dirigido a los estudiantes por el acto de la colexión. El aprendizaje de manera colectiva resulta una buena herramienta para que los estudiantes se relacionen con sus compañeros más allá del compromiso para atender a una actividad calificada. Sino que se involucren con sus pares, intercambiando ideas, experiencias y puntos de vista de manera integral a su formación. Uno de los elementos implícitos que se encuentran en esta investigación, guarda relación con la interdisciplinariedad de la herramienta de la colexión.

Si bien ésta se concibe en la teoría de la EMC, producto del trabajo en las planificaciones del colegio PF se evidencia cómo se puede relacionar la asignatura de matemáticas con otras tales como: Historia, Geografía y Ciencias Sociales, Lenguaje

y Comunicación, Ciencias Naturales, entre otras. Es por esto que no basta con hacer de la coflexión una estrategia didáctica exclusiva de una asignatura. Por el contrario, esta modalidad de trabajo debiese plantearse de manera inclusiva en distintas asignaturas para que los procesos que vivan los estudiantes no sean aislados por disciplinas.

El punto anterior se basa en las reflexiones emitidas por los docentes participantes, quienes apreciaron cómo los estudiantes transformaron algunas de sus cualidades y actitudes observadas al inicio del semestre. Algunas de estas transformaciones implican una mejora en el dominio de la palabra, al momento de referirse a las realidades y sus conflictos. También para sugerir cambios y propuestas en pos de la transformación de sus realidades y convertirse en sujetos autónomos, reflexivos, capaces de desarrollar aprendizajes actitudinales y afectivos. De igual modo hubo mejoras en la confianza depositada en sus saberes y en que podían realizar aportes al desarrollo de las clases.

Lo dicho hasta aquí supone que los aspectos señalados se pueden movilizar a otras asignaturas e inclusive a otras situaciones de sus vidas cotidianas.

Otras recomendaciones se relacionan con el poco material que existe tanto para la modalidad educativa de jóvenes y adultos, como para realizar actividades conjuntas elaborada por un grupo de docentes. Para trabajar de manera colectiva en aula se deben diseñar las clases y sus actividades apuntando al desarrollo de habilidades específicas más que centrar sus fuerzas en la mecanización y memorización de los contenidos. Además del diseño, este debe ser observado y analizado por otros docentes. Con esta acción, se asegura que el proceso sea supervisado y expuesto a múltiples opiniones.

En este sentido, se considera valioso y recomendable el buscar sentar la interrelación de los contenidos dando cabida a la coflexión, ya sea contextualizando entre asignaturas, generando colectivamente con los estudiantes situaciones que propicien el desarrollo de contenidos realizando trabajos y evaluaciones de manera grupal, por mencionar algunas vías.

La lógica de la investigación-acción participativa permitió dar cuenta de que el trabajo colaborativo en los docentes repercute tanto en los estudiantes, como en la actividad docente y en la capacidad de adaptarse constantemente a las necesidades que emergen en los distintos grupos curso. Por ello se afianza aún más la recomendación de hacer extensiva a más asignaturas una lógica de trabajo con base en la coflexión.

BIBLIOGRAFÍA

- Acuña, E.; Balcázar, B.; Barra, J.; Bascuñán, S.; Córdova, M. y Figueroa, A. (1990). *Desarrollo histórico de la educación de adultos en Chile* (Tesis de Pregrado). Universidad Austral de Chile, Valdivia, Chile.
- Bustos, L. (1996): *Educación Popular: lo que va de ayer y hoy*. Editorial Última Década. N°4, pp. 1-9. Viña del Mar, Chile.
- Carretero, M.(1999) *Constructivismo y educación*. Editorial Progreso: México.
- Consuegra, H. (1997). *Hacia una estrategia pedagógica de la formación contable*. En: SABERES, Argumentos contables. XIII Congreso colombiano de contadores públicos: Cartagena.
- Denzin, N. (1978). *The research act. A theoretical introduction to sociological methods*, Editorial Mc Graw Hill: New York.
- Di Maio, R. (2016). *Praxis política y educación popular*. Buenos Aires, Argentina: IMPA.
- Edmunds, H. (1999). *El manual de investigación del grupo focal*. NTC Business Books: Chicago.
- Gallastegui, J., Rojas, I., &Galea, J. (2014). *Introducción a la teoría geográfica*. Valparaíso, Chile: Facultad de Humanidades, Departamento disciplinario de Historia.
- Giroux, H, McLaren. (1989). *Critical pedagogy, the state, and cultural struggle. Recuperado en McLaren, pedagogía crítica, resistencia cultural y la producción del deseo*. Buenos Aires: Argentina.
- Guerrero, O. (2008). *Educación matemática crítica: Influencias teóricas y aportes*. Venezuela: Universidad de los Andes-Táchira.

- Hernández S, Fernández C & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación. (4ta edición)*. McGraw-Hill Interamericana. Distrito federal, México.
- Krause, M. (1995). *La investigación cualitativa: un campo de posibilidades y desafíos*. Recuperado el 11 de agosto de 2011 de http://cursos.puc.cl/sol.33.2/almacen/1299531232_n/valdes_sec1_posO.pdf.
- Latorre, A. (2007). *La investigación- acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona, España: Grao.
- López, G (2013). *Pensamiento crítico en el aula*. Universidad autónoma del estado de Morelos: Docencia e investigación.
- Magendzo, A (2008). *Dilemas del currículum y la pedagogía: Analizando la reforma curricular desde una perspectiva crítica*. LOM ediciones: Santiago, Chile.
- McKernan, J. (1999). *Investigación-acción y currículum*. España: Ediciones Morata.
- McMillan, J. Schumacher, S.(2007). *Investigación educativa (5ta edición)*. Person Addison Wesley: Madrid, España.
- Meza, C & Pascual, E. (1993) *El currículum y sus conceptos fundamentales*. Facultad de Educación, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Martínez, M. (2009). *Ciencia y arte en la metodología cualitativa*. México: Trillas.
- Pancani, D. (2014). *Historia educación popular. educación popular en el CIDE, la construcción del saber colectivo*, pp1-3.
- Sánchez, M. (2008). *Educación matemática crítica en México: una argumentación sobre su relevancia*. México: Instituto politécnico nacional.
- Skovmose, O. & Valero, P. (2012). *Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*.

Colombia: Universidad de los Andes, Centro de Investigación y Formación en Educación (CIFE).

- Sistema Educativo Nacional de Chile: 1993 / Ministerio de Educación de Chile y Organización de Estados Iberoamericanos; [informe realizado por Iván Núñez... (et. al.)].- Santiago, 1993. recuperado el 15 de octubre de 2017 en <http://www.oei.es/historico/quipu/chile/>
- Sosa, A. (2014). *La práctica pedagógica, una mirada desde la investigación. Congreso iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación*. Buenos Aires, Argentina.
- Toro, J. (2015). *Libertad de enseñanza y derecho a la educación en la historia constitucional chilena*.
- Torres A. (2011) *Educación Popular. Trayectoria y actualidad*. Caracas, Universidad Bolivariana de Venezuela (UBV).
- Vargas, L, Vargas, G & Bustillos de Núñez. (1990, 3° edición). *Técnicas participativas para la educación popular - ilustradas*. Santiago de Chile: CIDE.
- Zambrano, A. (2006). *Tres tipos de saber del profesor y competencias: una relación compleja*. *Educere*, 10(33), 225-232.
Recuperado el 20 de noviembre de 2017, de http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-49102006000200003&lng=es&tlng=es.

ANEXOS

Anexos 1: Diseño de clases

Anexos: 1.1 Planificaciones y diseño de clases (Clase 1)

| | | | | | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Clase nº | 1 | Fecha | 30/08/2017 | Horas | 2hrs | Nivel | 2NM-B |
| Unidad- contenido | Estadística | | | Eje Temático | | Cultura y educación popular | |
| Objetivo de Aprendizaje | Generar gráficos poligonales a partir de la interpretación de datos tabulados. Analizar y reflexionar acerca de la información en juego. | | | Conceptos generativos. | | Tablas de frecuencias. Gráficos poligonales. Variación porcentual. | |
| Asignatura con la cual dialoga y/o trabaja | Historia y Geografía | | | Habilidades | | Interpretar datos tabulados, para luego traducir la información a un gráfico poligonal Argumentar a partir de información estadística. | |
| Planificación: | | | | Recursos - materiales: Plumón Pizarras móviles Presentación ppt. Guía de trabajo crítico | | | |
| <p>Acción innovadora:</p> <p>Utilizar la coflexión para desarrollar una actividad crítica, relacionada a distintas relaciones de variaciones respecto al sueldo y los precios de distintos gastos diarios (sueldo-tarifa de metro, sueldo-precio 1 kilo de pan, sueldo- tarifa micro). La dinámica de la actividad, será generar grupos de trabajo (de entre 4 a 5 estudiantes), para realizar una guía de trabajo en el cual se les solicitará realizar un gráfico poligonal a demás de contestar algunas preguntas relacionadas con la información entregada.</p> <p>Los estudiantes deberán entregar un desarrollo escrito del ejercicio, a demás de presentar lo realizado frente al curso. El desarrollo escrito deberá contener:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Un gráfico poligonal que represente una relación entre las variables que se mencionan en la guía de cada grupo. - La variación porcentual de las distintas tarifas o precios entre los años 2014 y 2016. - Responder una pregunta de aplicación. <p>Para presentar los gráficos en la pizarra, se brindará apoyo mediante un ppt. en el cual estén los distintos gráficos en blanco con el fin de agilizar la construcción de estos.</p> <p>$C.P. \% = \left \frac{V_f - V_i}{V_i} \right \times 100$ (fórmula variación porcentual)</p> | | | | | | | |
| <p>Inicio: Se comenzará la socialización de la clase saludando y comentando el objetivo de la clase. Se hablará a grandes rasgos la dinámica que se realizará. Lo primero será recordar los conceptos previos que se utilizaran en la actividad.</p> <p>Como se realizan los gráficos poligonales y los conceptos relacionados a gráficos (ejes del plano, variables dependientes e independientes, como se calcula un cambio porcentual), se busca que los estudiantes sean quienes a través de comentarios den</p> | | | | | | | |

cuenta de la función del gráfico poligonal, la cual será: "indicar los cambios sufridos por un fenómeno dentro de un periodo definido de tiempo en relación con otro fenómeno".

$$C. P. \% = \left| \frac{V_f - V_i}{V_i} \right| \times 100 \quad (\text{fórmula variación porcentual})$$

Desarrollo: Una vez claro el contenido y la activación de conocimientos previos, se indican las instrucciones para la actividad:

- Formar grupos de 5 a 6 estudiantes
- Realizar una guía de trabajo crítico y entregar el desarrollo escrito con lo siguiente: realizar un gráfico poligonal con la información que se entregará
- Calcular la variación porcentual de las distintas tarifas o precios entre los años 2014 y 2016.
- Responder una pregunta de aplicación.
- Presentar al grupo curso el trabajo realizado

Para el desarrollo de la actividad se destinarán 40 minutos.

Se les menciona a los estudiantes que la organización del trabajo es total responsabilidad del grupo.

Para la instancia de las presentaciones se disponen de 5 minutos por grupo.

Además deberán responder a las siguientes preguntas que realizarán los docentes:

- ¿Consideran que es más fácil trabajar de manera individual o colectiva?
- ¿Cuáles fueron las mayores dificultades que se les presentó?

Se registrarán los montos que indicarán los estudiantes respecto a los gastos promedio de los distintos gastos que presentan las familias en general.

Una vez registrado todos los montos de los distintos grupos se sumarán. Se realiza la siguiente pregunta:

-¿creen que este monto es proporcional a los sueldos mínimos?

Se dialogará con los estudiantes para generar una postura como grupo curso.

Cierre: se retirarán las producciones grupales y se cierra la clase pidiendo comentarios individuales respecto las siguientes preguntas:

¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?

¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?

¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?

Evaluación: las producciones en parejas formarán parte de una nota sumativa, la cual se realizará con otros trabajos en clases.

Anexos: 1.2 Planificaciones y diseño de clases (Clase 2)

| | | | | | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|---------------------------------------------------------------------------------|-------|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Clase nº | 2 | Fecha | 20/09/2017 | Horas | 2hrs | Nivel | 2NM-B |
| Unidad- contenido | Estadística | | Eje Temático | | | Memoria y rebeldía | |
| Objetivo de Aprendizaje | Comprender los conceptos de tasas de natalidad, mortalidad, y mortalidad infantil, y reflexionar a partir de información estadística. | | Conceptos generativos. | | | Tasas: - Natalidad - Mortalidad - Mortalidad infantil | |
| Asignatura con la cual dialoga y/o trabaja | Historia y Geografía | | Habilidades | | | Argumentar y comunicar a partir de información estadística, a partir de discusiones en parejas, para luego reflexionar en grupo | |
| Planificación | | | Recursos - materiales: Plumón Pizarras móviles Presentación tasas ppt. | | | | |
| <p>Acción innovadora: realizar un trabajo con foco en la colexión, en el cual los estudiantes deberán reunirse en parejas en primera instancia para la realización de una guía de trabajo en la cual deberán responder un set de preguntas relacionadas a las distintas tasas (natalidad, mortalidad y mortalidad infantil). Las y los estudiantes deberán formar parejas para responder un set de preguntas a demás de realizar un gráfico (este puede ser de barras o poligonal), información que se entregara en una guía de trabajo. Las producciones de esta primera parte deberán ser entregadas por escrito.</p> <p>Posterior al trabajo en parejas, estas se separan y formarán dos grandes grupo con los estudiantes del curso, en el cual compartirán sus respuestas acerca del set de preguntas en la guía de trabajo, a demás de dar respuesta a 3 nuevas preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - En grupo, deben tomar una postura acerca de, ¿están a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad chilena?, fundamenten sus respuesta - Proponen soluciones para disminuir las tasas de mortalidad - Realicen una reflexión grupal, acerca del trabajo realizado (si fue relevante o no para entender de mejor manera el contenido) <p>Los docentes presentes en aula, realizarán la acción mediadora además de escritura en la pizarra de las respuestas que generen los grupos.</p> <p>Se finalizara la actividad compartiendo percepciones, opiniones individuales acerca de los contenidos trabajados en aula y la dinámica de trabajo utilizada.</p> | | | | | | | |
| <p>Inicio: se saluda a los estudiantes, y se comenta el objetivo de la clase, a demás de la dinámica que se realizara en clases. Se comienza preguntando al grupo curso, acerca de: ¿que saben o conocen de las tasas? (natalidad, mortalidad y mortalidad infantil). Se presentarán los conceptos vía proyección de un ppt. se espera dialogar con los estudiantes respecto a las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ¿por qué creen ustedes que se producen los incrementos en las tasas de mortalidad en los países desarrollados y subdesarrollados? - ¿por qué creen ustedes que se producen los incrementos en las tasas de mortalidad en los países desarrollados y subdesarrollados? <p>Se dialoga con los estudiantes, para conocer sus percepciones acerca de estos índices estadísticos sociales.</p> | | | | | | | |

Desarrollo: Una vez visto todos los conceptos necesarios para el desarrollo de la actividad, se procede a realizar un ejercicio de cálculo de tasas, el cual se desarrolla en conjunto con las y los estudiantes.

Se resuelven dudas y se da inicio a la actividad en parejas. Se les entrega las indicaciones:

- Deben formar parejas y responder un set de preguntas
- Deben realizar los gráficos solicitados en la guía de trabajo

Para esta instancia los estudiantes contarán con 25 minutos.

Una vez transcurrido el tiempo, se separa a las parejas y se formarán dos grupos con el total del curso, en el cual vuelvan a responder las preguntas, además de dar respuesta a las siguientes preguntas:

- En grupo, deben tomar una postura acerca de, ¿están a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad chilena?, fundamenten sus respuestas
- Propagan soluciones para disminuir las tasas de mortalidad
- Realicen una reflexión grupal, acerca del trabajo realizado (si fue relevante o no para entender de mejor manera el contenido)

Para esta instancia se dispone de 15 minutos de trabajo.

Una vez transcurrido el tiempo, se realizará un foro donde se compartan las respuestas grupales.

Cierre: se retiran las producciones en parejas. Y se resuelven dudas acerca del contenido. Además se realizan las siguientes preguntas:

- ¿consideran que abordar los contenidos matemáticos de manera grupal les facilita su entendimiento?
- ¿de alguna manera sienten que las dinámicas grupales favorecen su actitud dentro del aula?

Evaluación: las producciones en parejas formarán parte de una nota sumativa, la cual se realizará con otros trabajos en clases.

Anexos: 1.3 Planificaciones y diseño de clases (Clase 3)

| | | | | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Clase nº | 3 | Fecha | 25/10/2017 | Horas | 2hrs | Nivel | 2NM-B |
| Unidad-contenido | Ecuaciones cuadráticas | | Eje Temático | | | Resistencia y conflictos actuales | |
| Objetivo de Aprendizaje | Discutir y argumentar si las soluciones corresponden a una ecuación cuadrática dada, en caso de tener soluciones. | | Conceptos generativos. | | | | |
| Asignatura con la cual dialoga y/o trabaja | Lenguaje y comunicaciones. | | Habilidades | | | <p>Discutir si las soluciones expuestas corresponden a raíces de la ecuación cuadrática</p> <p>Argumentar desde lo consensuado de manera grupal.</p> | |
| Planificación | | | <p>Recursos - materiales:</p> <p>Plumón</p> <p>Pizarras móviles</p> <p>Presentación tasas ppt.</p> <p>Rúbrica y pauta de co-evaluación</p> <p>Guía de trabajo</p> | | | | |
| <p>Acción innovadora:</p> <p>Utilizar la coflexión para desarrollar una actividad de presentación acerca de un ejercicio y sus posibles soluciones. Se espera que los estudiantes discutan, resuelvan y argumenten el trabajo realizado, además de generar conclusiones (críticas, reflexiones grupales, etc.) acerca de la actividad.</p> <p>La actividad posee tres roles específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El primero será escoger un representante que deberá exponer oralmente el desarrollo del ejercicio. • El segundo rol será escribir el desarrollo en la pizarra, paso a paso. • El tercero, se encargará principalmente de observar a los otros grupos, para comentar el trabajo de estos a los integrantes del propio, y evaluar en conjunto a dichos grupos. <p>Para finalizar, deberán responder a la pregunta: ¿Qué fue lo que causó más dificultad en el ejercicio y en el trabajo colectivo?</p> | | | | | | | |
| <p>Inicio: Se comenzará la socialización de la clase comentando que será acogida la petición realizada en clases anteriores, respecto al último tipo de evaluación para la unidad de ecuaciones cuadráticas.</p> <p>Se explica el tipo de evaluación y la forma como se realizará:</p> <p>El propósito de este trabajo es verificar si las soluciones entregadas por la/el docente son correctas para la ecuación cuadrática dada. Los estudiantes deberán formar grupos de trabajo, para discutir la estrategia a utilizar para resolver la situación.</p> <p>Se explica una situación a modo de ejemplo: ¿es cierto que en la siguiente ecuación $24 - 3x + 4x^2 = 3x^2 + 6x + 6$ se tiene como soluciones a $x_1 = -3$ y $x_2 = 6$?</p> <p>Se preguntará a los estudiantes ¿qué es lo primero que deben realizar? Se espera que</p> | | | | | | | |

respondan "ordenar la ecuación".

Luego de ordenarla y reducir términos semejantes, se identifican los coeficientes A, B y C, para luego calcular el discriminante y comprobar que la segunda solución no es correcta.

$\Delta = 9$ (Se preguntará a los estudiantes, ¿cuántas raíces se obtienen con ese valor?)

Finalmente, se utilizará la fórmula general de la ecuación cuadrática para encontrar las raíces, las cuales son: $x_1 = -3$ y $x_2 = -6$

Los estudiantes identificarán el error y se espera que argumenten indicando el paso donde se realizó el procedimiento de manera errónea.

Una vez claro el ejemplo, se entregan las indicaciones para el trabajo.

Desarrollo: Se entregan las indicaciones para el trabajo calificado.

Formar 5 grupos (los estudiantes deben dividir el curso en 5 partes, sin importar el número de integrantes de cada una, sin embargo se les comentará la cantidad de roles presente en dicha actividad).

El/La docente a cargo tendrá en su poder una bolsa con 5 ejercicios propuestos (ecuación y posibles soluciones), donde cada grupo deberá retirar un papel.

Los ejercicios son los siguientes:

- ¿es cierto que la ecuación $2x + 5 = -3x^2 - 7 + x - 11x$ tiene una única solución y esta es -2?
- ¿es cierto que la ecuación $-2 \cdot (-2x + 1) - 3x^2 = -5 - 6x - 7x^2$ tiene como raíces $x_1 = 4$ y $x_2 = -1$?
- ¿es cierto que la ecuación $2x \cdot (4x + 3) - 3x^2 = 2$ tiene raíces idénticas y esta es $x_1 = -1$?
- ¿es cierto que la ecuación $6x^2 + 7x - 6 = -3x^2 - 8x - 6$ tiene dos soluciones distintas y estas son $x_1 = 0$ y $x_2 = -5$?
- ¿es cierto que la siguiente ecuación $2 \cdot (8x^2 + 2) = 12x^2 + 4$ no tiene solución?, ¿en caso contrario, cuáles son?

Una vez asignados los ejercicios cada grupo deberá discutir y resolver la ecuación cuadrática para verificar si se cumple que las soluciones calculadas coinciden o no con las entregadas. Para esto tendrán 30 minutos máximos.

Deberán distribuirse en los siguientes roles:

- ✓ escribir el paso a paso del desarrollo del ejercicio.
- ✓ identificar y argumentar donde está el error en caso de haber, entregando las soluciones correctas o confirmando las propuestas por el docente.
- ✓ tomar nota de las observaciones acerca de las exposiciones de otros grupos para la co evaluación.

Además deberán responder a la pregunta: ¿Qué fue lo que causó más dificultad en el ejercicio y en el trabajo colectivo?

| |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Se les hará entrega de la rúbrica (anexo 1), y se comentarán los indicadores.</p> <p>Disponen de 5 minutos (el óptimo) para realizar la presentación. Deben realizar al menos 2 preguntas a lo largo de las exposiciones.</p> <p>Una vez finalizado el tiempo destinado a la realización de la actividad, se dará comienzo a las presentaciones.</p> <p>El orden en el cual pasarán a la pizarra será comenzando por los voluntarios (en caso de haber), de lo contrario se escogerá de manera aleatoria.</p> <p>Una vez finalizada la última presentación, se dispondrán de 5 minutos para las co evaluaciones.</p> |
| <p>Cierre: se retirarán las co-evaluaciones y se finalizará la clase con las siguientes preguntas:</p> <p>¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual? ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo? ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas? ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> |
| <p>Evaluación: El trabajo en grupo descrito en la clase, se evaluará de acuerdo a las indicaciones entregadas al comienzo de la clase.</p> <p>Se utilizará una rúbrica tanto para el trabajo grupal, como para la co-evaluación que deberán responder los estudiantes respecto al trabajo de sus compañeros.</p> |

Anexos: 2 Instrumentos pedagógicos con foco en la colexión

Anexos: 2.1 Clase 1: Actividades educación matemática crítica

Las actividades y/o instrumentos que se realizaron en las clases anteriormente descritas son las siguientes:

TRABAJO PRÁCTICO

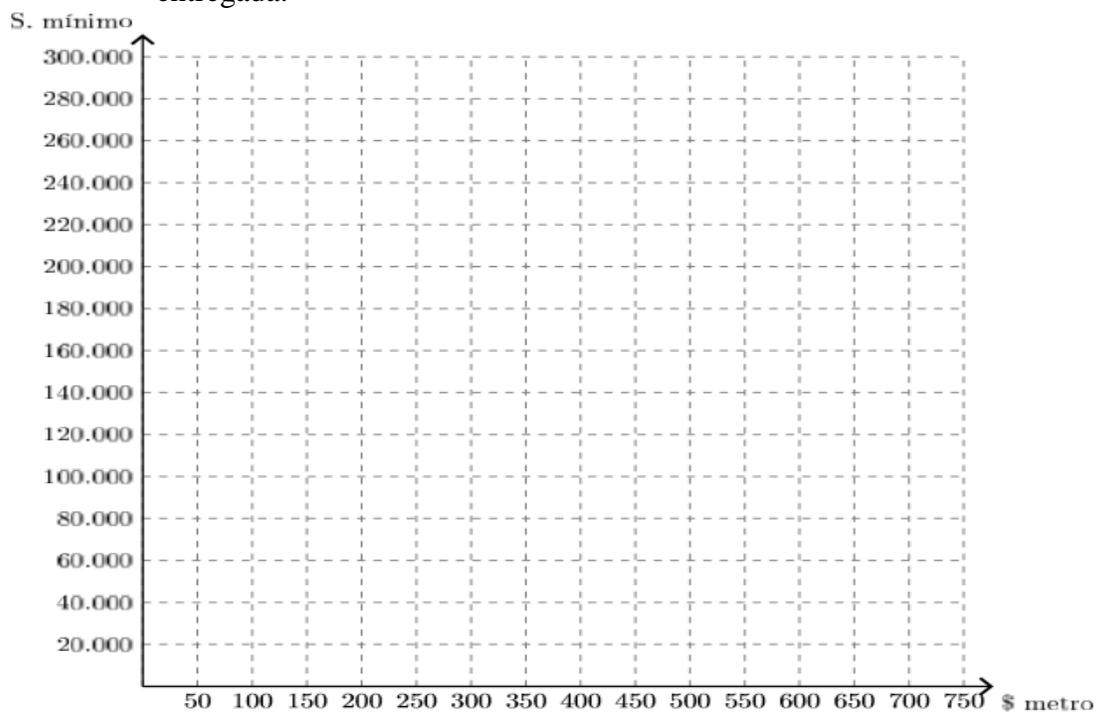
Educación Matemática crítica

Problema práctico: A continuación se entregan la evolución del sueldo mínimo y el pasaje promedio del metro desde el año 2007 a la fecha:

| AÑOS | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|----------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Tarifas metro | 420 | 420 | 460 | 580 | 640 | 670 | 680 | 700 | 720 | 740 | 740 |
| Salarios mínimo (en miles de pesos) | 144 | 159 | 165 | 172 | 182 | 193 | 210 | 225 | 241 | 257 | 270 |

(Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tarifas_del_transporte_p%C3%BAblico_en_Santiago_de_Chile). En base a la información entregada se pide:

- c) Realizar un gráfico poligonal utilizando la representación cartesiana entregada:



- d) Calcula el cambio porcentual de la tarifa del metro y el sueldo mínimo entre los años 2013 y 2016.
- e) Si el año 2016 una persona realiza viajes en el metro 2 veces al día, 5 días a la semana ¿Qué porcentaje del sueldo mínimo se utiliza en el transporte del metro?
- f) Pensar en los gastos que se generan mensualmente en una familia promedio (canasta familiar, cuenta de la luz, agua, gas, servicios básicos, etc.)

TRABAJO PRÁCTICO

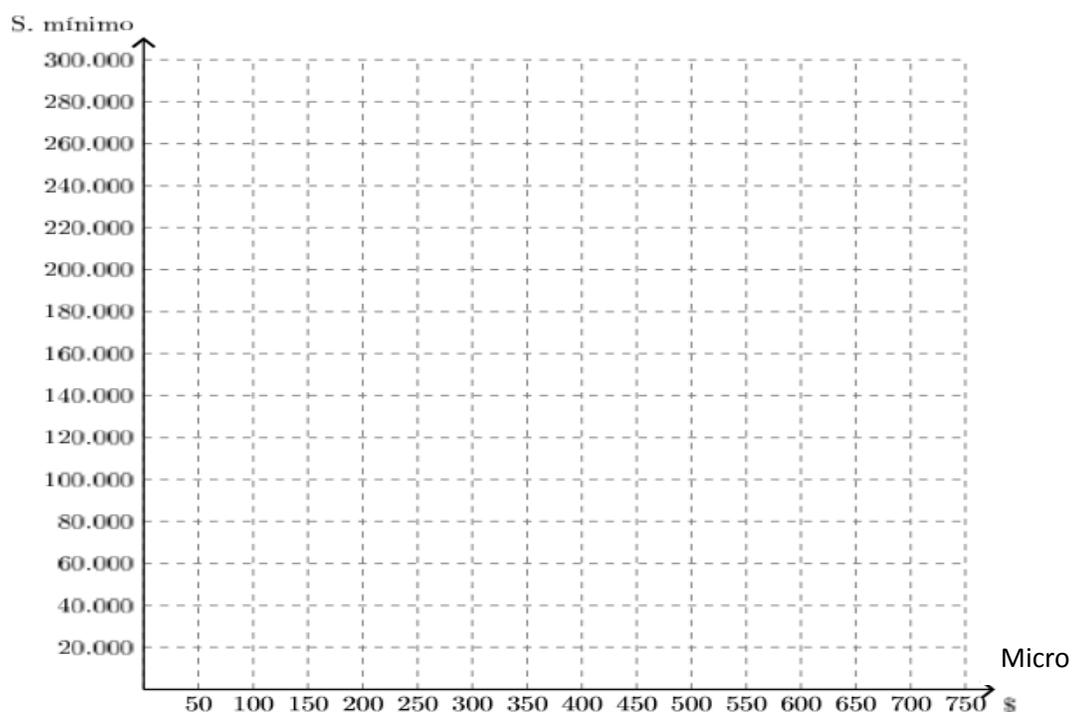
Educación Matemática crítica

Problema práctico: A continuación se entregan la evolución del sueldo mínimo y el pasaje promedio de la micro desde el año 2007 a la fecha:

| AÑOS | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|----------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Tarifas micro | 380 | 390 | 400 | 450 | 540 | 580 | 600 | 620 | 640 | 640 | 680 |
| Salarios mínimo (en miles de pesos) | 144 | 159 | 165 | 172 | 182 | 193 | 210 | 225 | 241 | 257 | 270 |

(Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Anexo:Tarifas_del_transporte_p%C3%BAblico_en_Santiago_de_Chile). En base a la información entregada se pide:

- a) Realizar un gráfico poligonal utilizando la representación cartesiana entregada:



- b) Calcula el cambio porcentual de la tarifa de la micro y el sueldo mínimo entre los años 2013 y 2016.
- c) Si el año 2016 una persona realiza viajes en micro 2 veces al día, 5 días a la semana ¿Qué porcentaje del sueldo mínimo se utiliza en el transporte de la micro?
- d) Pensar en los gastos que se generan mensualmente en una familia promedio (canasta familiar, cuenta de la luz, agua, gas, servicios básicos, etc.)

TRABAJO PRÁCTICO

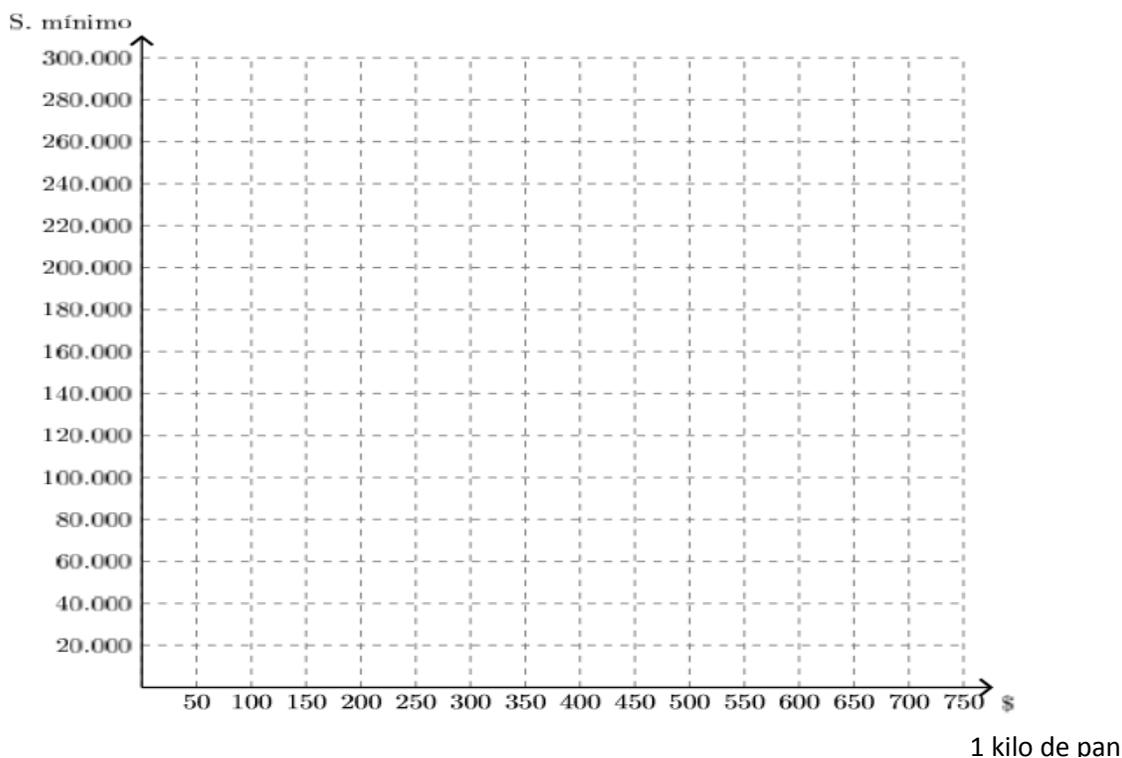
Educación Matemática crítica

Problema práctico: A continuación se entregan la evolución del sueldo mínimo y el precio promedio de 1 kilo de pan desde el año 2007 a la fecha:

| AÑOS | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|----------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Precio kg de pan | 745 | 790 | 857 | 782 | 820 | 885 | 966 | 980 | 1050 | 1090 | 1166 |
| Salarios mínimo (en miles de pesos) | 144 | 159 | 165 | 172 | 182 | 193 | 210 | 225 | 241 | 257 | 270 |

(Fuente: http://www.indupan.cl/wpcontent/uploads/2015/10/serie_historica_pan_corriente2.jpg, En base a la información entregada se pide:

- a) Realizar un gráfico poligonal utilizando la representación cartesiana entregada:



- b) Calcula el cambio porcentual del precio del pan y el sueldo mínimo entre los años 2012 y 2017.
- c) Si el año 2017 una persona compra 1 kilo de pan al día, 5 días a la semana ¿Qué porcentaje del sueldo mínimo se utiliza en la compra de este producto semanalmente?
- d) Pensar en los gastos que se generan mensualmente en una familia promedio (canasta familiar, cuenta de la luz, agua, gas, servicios básicos, etc.)

Anexos: 2.2 Clase 2: Actividades educación matemática crítica
Tasas de mortalidad y natalidad

1. Preguntas.

- a) ¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de la tasa de natalidad?
- b) ¿Por qué puede ser perjudicial tener un gran aumento en la tasa de natalidad?
- c) Definan con sus palabras en qué consiste en fenómeno del baby boom y en qué época se produce.
- d) ¿Por qué creen que África es el continente que tiene mayor natalidad?
- e) ¿De qué manera se les ocurre que se podría controlar la natalidad?
- f) ¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de la tasa de mortalidad?
- g) ¿Qué países son los que tienen mayor tasa de mortalidad infantil y a qué factores atribuirían esto?

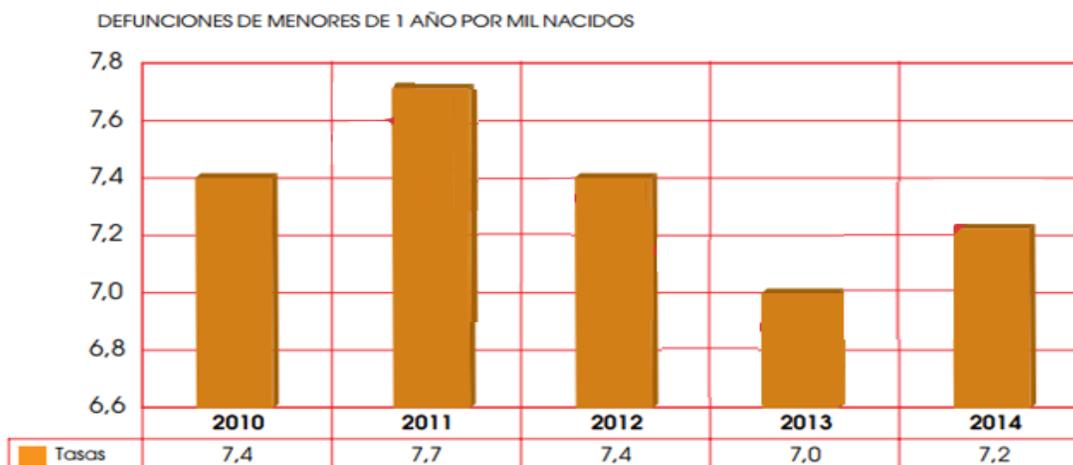
2. La siguiente tabla muestra los datos de la población, los nacidos vivos y las defunciones globales e infantiles, en Chile desde el año 1975 al año 2010.

| Año | Población Estimada | Nacidos Vivos | Defunciones | Defunción infantil (menores de 1 año) |
|------------|---------------------------|----------------------|--------------------|----------------------------------------------|
| 1975 | 10.413.000 | 266.513 | 74.481 | 14.427 |
| 1980 | 11.174.000 | 262.030 | 74.109 | 8.158 |
| 1985 | 12.102.000 | 263.039 | 73.534 | 5.105 |
| 1990 | 13.179.000 | 309.220 | 78.434 | 4.915 |
| 1995 | 14.395.000 | 275.760 | 78.531 | 3.107 |
| 2000 | 15.398.000 | 252.155 | 78.814 | 2.336 |
| 2005 | 16.165.000 | 232.092 | 86.102 | 1.911 |
| 2010 | 17.066.000 | 251.199 | 97.930 | 1.862 |

- a) Calculen las 3 tasas (natalidad, mortalidad, mortalidad infantil) para cada año.
- b) Realizar un gráfico lineal para cada tasa.
- c) ¿Cuál es la variación en las 3 tasas desde 1975 hasta 2010?

3. Observen el siguiente gráfico y respondan las preguntas:

Defunciones de menores de un año, nivel país en número y tasa, 2010 - 2014



La población total el año 2010 en Chile fue de 17.066.000 personas
La población total el año 2011 en Chile fue de 17.256.000 personas
La población total el año 2012 en Chile fue de 17.445.000 personas.
La población total el año 2013 en Chile fue de 17.632.000 personas
La población total el año 2014 en Chile fue de 17.819.000 personas.

- Calculen el número de defunciones por año.
- Calculen el promedio de las tasas de mortalidad.
- ¿Cómo podrían interpretar el resultado obtenido del promedio? ¿Qué quiere decir este valor?
- Calculen el promedio de la cantidad de defunciones entre los años 2010 a 2014.

Nota: La información presente en tablas y gráficos del instrumento, se ha extraído de <http://www.ine.cl/docs/default-source/publicaciones/2016/anuario-de-estad%C3%ADsticas-vitales-2014.pdf?sfvrsn=18>, adaptado a la propuesta curricular del establecimiento.

Anexos: 2.3 Clase 3: Actividades educación matemática crítica

Rúbrica trabajo grupal

| Indicadores/Puntaje | 3 | 2 | 1 | 0 | Puntaje Obtenido |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Contribución individual a la actividad | El estudiante participa activamente, escuchando las sugerencias de sus compañeros y trabajando cooperativamente durante toda la lección. | El estudiante fue un participante activo, pero tuvo dificultad al escuchar las sugerencias de los otros compañeros y al trabajar cooperativamente durante la lección. | El estudiante trabajó con su(s) compañero(s), pero necesito motivación y/o llamado de atención para mantenerse activo. | El estudiante no pudo trabajar efectivamente con sus compañeros/as. | |
| Contribución colectiva a la actividad | El grupo curso mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de los demás grupos, además realiza al menos 2 preguntas a otros grupos. | El grupo mantiene una actitud de respeto frente al trabajo de los demás grupos, a pesar de no realizar pregunta(s) a otros grupos. | El grupo realiza pregunta(s) a otros grupos, sin embargo interrumpe en reiteradas ocasiones las presentaciones. | El grupo no mantiene una actitud respetuosa frente al trabajo de los demás grupos, además no realiza pregunta alguna a las otras presentaciones. | |
| Orden y organización | El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara que es fácil de leer. El grupo cumple con el tiempo establecido entre 3 a 5 minutos. | El trabajo es presentado de una manera ordenada que es, por lo general, fácil de leer. Superan el tiempo asignado por 1 o 2 minutos. | El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer. Superan el tiempo asignado por 3 o más minutos. | El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada. El grupo no está preparado al momento de presentar | |

| | | | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Comprobación Del ejercicio | El trabajo ha sido comprobado por dos compañeros de clase. | El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase. | El trabajo no ha sido comprobado por un compañero de clase. | No se realizó el trabajo de comprobación. | |
| Conceptos Matemáticos | La explicación demuestra completo entendimiento del concepto (identificación de coeficientes, cálculo del discriminante, aplicación de fórmula general) matemático usado para resolver los problemas. | La explicación demuestra entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas, sin embargo requiere observación del curso y/o docente. | La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas. presentando | La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita. | |

Pauta co-evaluación

Marca con una X según el nivel de logro que consideren más representativo de acuerdo a lo observado en el grupo que expone.

| | |
|------------|---|
| Logrado | 3 |
| Suficiente | 2 |
| Deficiente | 1 |
| No Logrado | 0 |

Nombre integrantes del grupo evaluado:

| Indicadores/Puntaje | 3 | 2 | 1 | 0 | Observaciones |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------------------|
| Se aprecia dominio del tema en el grupo observado | | | | | |
| El grupo asigna roles de manera equitativa para cumplir con el objetivo en el tiempo establecido | | | | | |
| El grupo expone con actitud de respeto y recibe de buena forma las observaciones del profesor y/o compañeros | | | | | |
| El grupo argumenta claramente los errores encontrados en los ejercicios | | | | | |
| Luego de exponer, el grupo mantiene actitud de respeto frente al trabajo de sus compañeros. | | | | | |

Puntaje: _____ Nota: _____

Anexos: 3 Reflexiones grupales

Anexos: 3.1 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 1

1. Discute con tu grupo acerca de lo trabajado en clases y juntos respondan las siguientes preguntas:

| |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?</p> <p>Creo, creemos que para un buen trabajo se necesita confiar en el trabajo del otro, es decir, no opacarlo y siempre aportar con comentarios coherentes y positivos.</p> |
| <p>b) ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo?</p> <p>Que es bueno porque nos ayudara a poder comunicarnos y repartir el trabajo con un compañero y así todos tener una parte del trabajo y poder trabajar en equipo.</p> |
| <p>c) ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?</p> <p>La disposición que tiene cada integrante para interactuar con el grupo es un aspecto que tiende a mejoría.</p> |
| <p>d) ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> <p>Sí, porque nos ayudó a poder comunicarnos mejor para poder hacer el trabajo en equipo y a poder tener una planificación bien hecha.</p> |

Anexos: 3.2 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 2

1. Discute con tu grupo acerca de lo trabajado en clases y juntos respondan las siguientes preguntas:

| |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?</p> <p>Un fracaso, ya que no todas las personas del equipo no aportaron. También hubo una mala comunicación.</p> |
| <p>b) ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo?</p> <p>Creemos que hubo muy poco apoyo a la hora de resolver.</p> |
| <p>c) ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?</p> <p>Que todos aporten, que haya más comunicación y más crítica.</p> |
| <p>d) ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> <p>No, ya que no resultó como queríamos, hubieron muchos enredos.</p> |

Anexos: 3.3 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 3

1. Discute con tu grupo acerca de lo trabajado en clases y juntos respondan las siguientes preguntas:

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?</p> <p>El trabajo en grupo sirve si tiene de base una buena coordinación. Entre nosotros fue más individual pero llegamos a un consenso.</p> |
| <p>b) ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo?</p> <p>Es bueno saber trabajar colectivamente siempre y cuando todas las personas del grupo estén comprometidas y dispuestas a organizarse de buena forma.</p> |
| <p>c) ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?</p> <p>El tiempo de realización debería ser de un poco más de tiempo. Para evitar confusiones al realizar el ejercicio.</p> |
| <p>d) ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> <p>Sí, porque es una actividad colaborativa en la que deben funcionar todos los participantes del grupo.</p> |

Anexos: 3.4 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 4

1. Discute con tu grupo acerca de lo trabajado en clases y juntos respondan las siguientes preguntas:

| |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?</p> <p>Creemos que es una buena forma de unir a las personas, y de compartir todos los conocimientos que como individuos poseemos.</p> |
| <p>b) ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo?</p> <p>A veces se hacía complicado organizarnos en grupos, pero con esfuerzo se puede hacer.</p> |
| <p>c) ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?</p> <p>La relación entre miembros del equipo y la manera de compartir nuestros conocimientos es lo que más hay que mejorar.</p> |
| <p>d) ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> <p>Sí, porque pudimos entre todos ayudarnos a completar el ejercicio.</p> |

Anexos: 3.5 Reflexiones grupales elaboradas por grupo 5

1. Discute con tu grupo acerca de lo trabajado en clases y juntos respondan las siguientes preguntas:

| |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?</p> <p>Creo que es bueno porque cada persona aporta con lo que más sabe y se trabaja mejor en conjunto.</p> |
| <p>b) ¿Qué piensan de la organización en el trabajo colectivo?</p> <p>Pienso que si la organización es buena en un trabajo colectivo da muy buenos resultados.</p> |
| <p>c) ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?</p> <p>Creo que se debería mejorar en que cambien a los grupos y deberían dejarlos como están si es que funcionan mejor.</p> |
| <p>d) ¿Fue significativa la actividad para ustedes? (Sí o No) y ¿Por qué?</p> <p>Sí fue significativa esta actividad, porque nos sirvió para afiatarnos entre nosotros.</p> |

Anexos: 4 Transcripción Focus Group

Diseño del instrumento

Objetivos

Esclarecer aspectos relevantes de:

1. Etapas que involucran el acto de aprender matemáticas desde sus experiencias
2. Diferencias entre la educación tradicional y la educación alternativa (distintos proyectos educacionales)
3. Apreciaciones del trabajo realizado durante la asignatura
4. Influencias de las actividades grupales e individuales
 - c) Si responden que sí: ¿de qué manera influyó?
 - d) Si responden que no: ¿Por qué? Argumente brevemente
5. Relación contenido y temas de contingencia nacional en la asignatura de matemáticas
6. Recomendaciones para fomentar estas instancias el trabajo grupal y la actitud crítica

Diseño de la aplicación

Tamaño de los grupos: **de 5 a 8 integrantes.**

Número de moderadores: **2 moderadores.**

Dentro del rango de 5 a 8 integrantes, se conto con la participación de 6 integrantes. Si bien se consideraba necesaria una mayor cantidad de participantes, con este número es suficiente para cumplir con los objetivos planteados.

Numero de grupos: **1 sesión**

Solo se efectuará una sesión de focus group, lo que es suficiente para cumplir con los objetivos.

Duración de la sesión: **60 minutos**

El tiempo destinado a la sesión es de 60 minutos, tiempo suficiente para que los 6 miembros (representantes de 5 grupos que trabajaron en clases) den sus apreciaciones y comentarios respecto a los temas que se trabajaran.

Se da inicio al focus group, con un cordial saludo a los integrantes de cada grupo participante y se comentan las características e instrucciones del cómo se llevará a cabo la actividad (finalidad única y exclusiva para la realización de la tesis; se les solicita sinceridad, libertad y autonomía al responder, y los ejes bajo los cuales gira el focus group).

Moderador1: listo, ya está grabando. ¡Buenas tardes! Primero que todo agradecer por su disposición a participar en nuestra tesis, por lo que todo lo que se hable, comente y diga será de uso exclusivo de los investigadores.

Estimados, ¿cómo se va a realizar la dinámica? Vamos a hacerles unas cuantas preguntas, la idea es que respondan con total naturalidad, sin divagar, lo más objetiva y completamente posible, y siéntanse libre de responder, son sus experiencias lo que nos interesa.

Lo primero será mencionar sus nombres y el grupo al que representan. Empezamos por el grupo n°1.

Grupo 1: Mauricio, representó al grupo 1.

Grupo 2: Felipe, grupo 2.

Grupo 3: Emmanuel, representó al grupo 3.

Grupo 4: Darío y César, del grupo 4.

Grupo 5: Ignacio.

Moderador1: Muchas gracias. Lo primero que se busca perfilar es ¿Cómo aprenden matemáticas en el aula?, desde sus experiencias durante el transcurso del semestre, o del año, incluso años anteriores. Dense un tiempo para pensar y responden...

Grupo 4: ¿a qué te refieres desde la experiencia?

Moderador1: desde lo vivido, desde sus experiencias en la educación tradicional antes del Freire, desde sus experiencias educacional en el colegio Paulo Freire (en adelante PF), del como aprendieron matemáticas, distintas actividades en aula...

Grupo 4: el tradicional era como una mecanización, porque solamente te hacían hacer ejercicios que tenían como una sola solución, y como que era puro cálculo. Cuando llegue al PF era diferente, como más de pensar la matemáticas, cómo más abiertamente que solo hacer pruebas, la metodología de las clases cambiaron caleta igual, como más lúdica se podría decir.

Grupo 2: Yo creo que en el PF, ahí la matemática se lleva un poco más a la realidad, porque en lo que son los colegios tradicionales, es leer un libro, tarea-copiar, hacer ejercicios y al final no aprendí nada, en cambio el Freire como que se aprende desde lo que puede uno...

Grupo 1: desde todo lo que he pasado en la educación tradicional, la verdad a mí nunca me fue bien en matemáticas... pero es más que nada porque encuentro que es algo tan cuadrado al momento de enseñar la matemática en educación tradicional. Nosotros antes de llegar al PF, hemos participado en otros tipos de métodos como el Montessori, y eso nos ha ayudado mucho más ya que el profesor está "más atento" si se puede decir a tus problemas, o si estás entendiendo bien la materia. Ayuda mucho más.

Grupo 3: En el ámbito tradicional, el colegio es más sesgado. En el sentido de si tú no aprendes de una forma, no te enseñan otra, tienes que hacerlo como te lo enseña el profesor. Uno generalmente dice: "Profe, no entiendo". El respondía "no importa, con lo que te enseñé puedes calcularlo". Por otro lado en el Montessori el método de enseñanza es distinto. Frente a lo mismo "profe, no entiendo", éste respondía "no importa, existe otra posibilidad de ver la

matemática" por ejemplo "esto puede ir acá, esto allá (en ecuaciones)" entonces uno lo ve de otra forma.

En el PF fue un repaso general de todo donde me ayudó a aclararme un poco más.

Grupo 5: En matemática se enseña de una sola forma, son más estrictos. En educación formal no te contestan las dudas, si no que generan más preguntas. Cuando comencé a trabajar en el PF, aprendí otra matemática, una que puedo solucionar y los profesores están interesados en ayudarte, que tu aprendas.

Moderador 1: Eso es en cuanto al contexto general, me gustaría que hablaran de instancias en el aula, que ustedes vivieron.

Grupo 4: En los colegios tradicionales la educación no es personalizada, vengo del Liceo de Aplicaciones donde los cursos son numerosos -40 y tantos estudiantes por sala- un solo profesor y es lo tradicional, el profesor entrega su materia y luego algunos minutos de ejercicios, para posteriormente resolverlos, así eran todas las clases. En lo personal, ni siquiera me atrevía a preguntar cuando tenía dudas, ya que era tediosa la enseñanza, no quería arruinar su estructura de clase o sentirme observado.

En el PF son menos estudiantes en la sala, el profesor se da el tiempo de explicar personalmente y de manera integral, utilizando ejemplos más cercanos y entendibles.

Grupo 3: Yo creo que el PF te entrega más opciones, porque en un liceo tradicional el profesor se encuentra adelante, pide que utilicen el libro en la pagina XX y luego a resolver. En el caso de que tengas dudas, generalmente se escucha "revisa el libro", "presta atención para la próxima", etc.

En el PF hemos tenido más opciones de trabajo, tales como uso de diapositivas, trabajo grupal, presentaciones o podemos acercarnos más al profesor para consultar.

Grupo 1: Yo encuentro que es súper rígido estar en el aula de educación tradicional, puesto que acá en el PF podemos conversar con el profesor como si fuera un amigo, nos sentimos apoyados a preguntar como si estuviésemos en otro contexto, cosa que no se puede hacer en educación tradicional. Además en el aula convencional, en ocasiones se nota que los profesores deben tratar los contenidos en una determinada fecha y se apresuran muchas veces a terminar por cumplir.

Moderador 2: Desde su experiencia y lo que comentaron, ¿Cuáles consideran que son las principales diferencias entre la educación tradicional y la vivida en este año?

Grupo 3: Es súper competitiva la enseñanza tradicional

Grupo 4: Buscan a alguien de la primera clase, si un tipo obtuvo un 6,5 buscan que ese se mantenga y los que tienen un 2,0, repiten.

Grupo 4: En mi colegio veintitantos alumnos tenían notas rojas y solo 2 tenían buenas notas, entre 6 y 6,5. El profesor mencionaba si ellos podían, como los demás no lo iban a poder hacer.

Moderador 1: De acuerdo a lo observado en el análisis de sus preguntas, en relación a la actividad grupal que se realizó de ecuaciones cuadráticas mencionaron o destacaron que la comunicación, el respeto, el apoyo, entre otros conceptos son relevantes. Nos gustaría saber ¿Por qué creen que estos fueron influyentes en el trabajo en equipo?

Grupo 4: El respeto porque cada uno avanza de acuerdo a sus mejores capacidades, uno comparte sus conocimientos y todos ponen de su parte. En los colegios tradicionales es mucha la competencia y en este tipo de trabajos se observa como pisan a los compañeros, se preocupan de destacar. Por esto es importante la colaboración con respeto y apoyo, el trabajo grupal sale mucho mejor de manera colectiva que en solitario, ya que existen distintos puntos de vista para el mismo trabajo.

Grupo 3: Eso pasa también por el apoyo de los demás compañeros, en otros colegios se preocuparían de buscar al más mateo para trabajar, todos se lo pelean. Pero si uno sabe trabajar o sabe cómo resolverlos, tener un compañero al lado apoyando sirve para rectificar tus pasos o corregir en el instante si estás haciendo algo mal, siempre entorno al respeto y compañerismo.

Grupo 1: Hay más empatía presente en el grupo, si alguien no sabe se tratan de ayudar todos en conjunto para potenciar esa debilidad. Es importante que exista la responsabilidad, todos deben cumplir su rol para que el trabajo funcione de manera correcta.

Moderador 1: De acuerdo a lo observado en el análisis... mismas categorías (comunicación, respeto, apoyo). ¿Creen que estas influyeron en el trabajo grupal?

Grupo 5: Fue importante que nos ayudáramos como grupo y entre grupos, me explico: Nuestro grupo en algún momento tuvo muchas complicaciones y miembros de otro grupo, sin siquiera solicitar ayuda, nos la brindaron para poder completar nuestro trabajo. Lo cual es muy diferente a lo que vivimos en educación tradicional, como lo hemos mencionado.

Moderador 1 : Entonces, si les pregunto: ¿Fue relevante o significativo el exponer su trabajo grupal frente al curso, para aprender matemáticas?

Grupo 4: Fue muy bueno y lúdico realizar este ejercicio, ya que uno debía enfrentar el ejercicio y además explicar paso a paso como se realizó. A medida que se realiza uno puede cometer errores y un compañero puede corregirte o hacer entender el error, además de explicarte si no comprendieras algo.

Grupo 1: Fue bastante significativo la verdad, porque es muy distinto a que te enseñen tus propios compañeros a que un profesor, a veces uno les pone más atención a los amigos porque te llevas mejor o conviven más. Fue bastante lúdico aprender de esta forma.

Moderador 2: Ustedes se pueden referir a la exposición del trabajo grupal por una parte, y por otra al rol que tuvieron ustedes durante la preparación.

Grupo 3: En ese sentido, la dinámica buscaba -bajo mi parecer- 3 cosas: Empatía, respeto y apoyo.

El respeto en el sentido de coordinar con tus compañeros, que hará cada uno, los papeles que debíamos asumir eran: planificar lo que se hará, el qué debía resolver, explicar, validar el ejercicio. El apoyo para el compañero que tenía dificultades o se equivocaba resolviendo el ejercicio otra tarea, además de la empatía entre nosotros ya que, cualquier persona puede cometer un error y como grupo debemos apoyarnos.

Grupo 4: Fue significativo porque en la actividad, la organización fue lo que más se mostró. Debíamos tomar decisiones para asignar los roles y aprender todos de cada uno fue lo más interesante, el relacionarse para lograr la meta y que cada uno entregara algo.

Intervención Moderador 1: Me gustaría que en breves palabras describieran como vivieron la organización grupal: cómo la percibieron, de qué manera se dio.

Grupo 5: Fue de forma natural en mi grupo, con mi compañera resolvimos el problema y otra se ofreció para explicar en la pizarra y exponer.

Grupo 4: Buscamos en las cualidades de cada uno, quién era mejor en cada tarea. Eso facilitó bastante la asignación de roles.

Grupo 1: Se nos dio bastante fácil, nuestra premisa era que ningún compañero estuviera incómodo en el papel que se le asignaba.

Grupo 3: En la actividad se mostró natural con el grupo, ya que cada miembro en primera instancia resolvió el ejercicio, para luego comparar los resultados. Nos dimos cuenta que alguien tenía resultados distintos, entonces revisamos de manera conjunta y buscamos hasta identificar el error.

Luego de eso nos concentramos en la repartición de roles para que también, nadie estuviera incómodo en su rol. Definimos acorde a las facilidades de cada uno, exponer, explicar, escribir, etc.

Moderador 2: La aplicación de estas actividades, particularmente la exposición de ecuaciones cuadráticas. ¿Influyeron de alguna forma en su trabajo en clases?

Grupo 4: Anteriormente no acostumbraba a trabajar así, no veíamos otras visiones respecto al mismo trabajo. En los colegios comunes te entregan pruebas y estás solo con ella, no hay muchas opciones para trabajar. No habíamos visto ni participado en este tipo de evaluaciones anteriormente.

Grupo 2: A pesar que de que hayamos trabajado mucho anteriormente en grupo, nunca nos habíamos involucrado de esta forma. No nos poníamos mucho en el lugar del otro y veíamos como realizaban sus tareas, si no que solo resolvíamos el problema.

Grupo 5: La diferencia entre el PF y los otros colegios es que los profesores te alientan mucho en el transcurso del año para que todos salgan bien al final del proceso, con buen entendimiento de la materia.

Grupo 2: En la enseñanza tradicional la dinámica es muy monótona e individualista, porque cada uno trabaja en su ejercicio y si lo resuelves bien, cumpliste tu trabajo. De lo contrario no aprendiste.

Con este tipo de trabajos uno se relaciona, se involucra con el otro y del otro, así se avanza juntos.

Grupo 3: En las escuelas tradicionales si uno no estudia y va a la prueba, le va a ir mal siempre, evalúan distintas cosas.

En la dinámica del PF en algunos trabajos de este semestre hemos recibido las formulas en la misma prueba y uno se da cuenta que prefieren que las sepamos utilizar en lugar de memorizarla.

Moderador 2: Tu hablabas del trabajo "de este tipo" en otras asignaturas, ¿cómo se realizaba en otras asignaturas?

Grupo 1: Nunca realizamos este tipo de actividades en otros establecimientos, es muy "sesgado" en ese sentido.

Moderador 1: Me gustaría un poco más de detalles respecto a si este tipo de actividades cambia su disposición o su postura respecto a la asignatura?

Grupo 4: Lo cambia mucho, ya que antes tenía otro pensamiento desde la educación tradicional. En el PF he cultivado la honestidad y la empatía frente al trabajo y con mis compañeros.

Grupo 1: Esta actividad cambia para bien mi disposición frente al trabajo, me ayuda a compartir mi conocimiento y recibir lo mismo de parte de mis compañeros.

Moderador 2: Lo anteriormente mencionado se refería respecto al trabajo grupal. Este tipo de actividades les influye de alguna forma en su disposición frente a la asignatura de matemáticas?

Grupo 5: Pienso que con el trabajo grupal, al menos en mi caso, me facilitó aprender matemáticas. Con este tipo de trabajo logré conocimientos que antes no había podido adquirir, como lo es el contenido de ecuaciones cuadráticas, la actividad de tasas y el contenido de estadística.

Grupo 4: A mí me cambió la perspectiva esta actividad, fue entretenida y lúdica. Me gustó trabajar así, porque escapa de lo tradicional donde todos están sentados resolviendo ejercicios. Dan ganas de realizar la actividad.

Grupo 3: Nos gustó este tipo de actividad, en lo cotidiano se resuelven ejercicios y al final de la clase el profesor resuelve las dudas. Generalmente se da que aquellos que si tienen dudas

no las resuelvan por inseguridad o para no recibir respuestas como "revisa tu libro". Pero en este caso todos se involucran para resolver el problema, se toman ejercicios o ejemplos cotidianos para trabajarlos. Nos preguntaron sobre nuestros intereses y luego vimos ejercicios en ese ámbito.

Moderador 2: ¿Podría relacionarlo con alguna actividad del semestre?

Grupo 3: Al calcular cuánto se gastaba en una semana viajando dos veces en micro por día y lo comparamos con el sueldo mínimo, notamos como ocupaba una parte importante del sueldo.

Grupo 1: Me ayudó a mantener el interés en la asignatura. El haber trabajado con un grupo que me puede demostrar en que me equivoco y que yo no lo puedo ver, me hace estar más expectante para la clase, preguntarme que pasará la próxima clase o si podremos resolver la situación con el grupo.

Moderador 2: Recordando el trabajo de estadística, la clase de trabajo práctico, ¿recuerda algún episodio crítico o relevante?

(silencio pensativo)

Grupo 1: Recuerdo que al realizar el cálculo de la variación porcentual, logramos identificar un cambio que antes era invisible, como la variación del aumento del sueldo mínimo y otros, como el precio de la micro, por dar un ejemplo.

Grupo 5: Cuando tuvimos que hacer el gráfico, fue otra forma de ver cuánto crecía el sueldo y los precios. Primero fue en una tabla y luego vimos otra representación de lo mismo.

Moderador 1: Recordando el trabajo de las tasas, ¿les gusta trabajar con datos reales? ¿generó algún cambio?

Grupo 4: Primero genera conciencia, ya que entendemos de lo que se nos está hablando. Por mi parte me impactó la tasa de mortalidad en niñas y me hace reflexionar frente a la actualidad.

Hemos trabajado con datos cercanos a la realidad, entonces nos involucramos y podemos tomar conciencia.

Por ejemplo, cuando nos preguntaron por el aumento del sueldo, yo lo creí y en verdad creció, pero todos los costos suben, entonces no es un cambio tan significativo, debido a que es mayor el alza de todo lo demás y uno siempre sale perjudicado.

Grupo 2: El alza del sueldo mínimo no lo consideramos para nada significativo, ya que si sumamos cuánto se gasta en una semana en dos pasajes de micro, la compra de pan a diario y otros alimentos, el costo del gas, electricidad y agua, te das cuenta de que el sueldo mínimo es muy poco, por lo que llegas sin nada a fin de mes o te debes endeudar.

Moderador 2: Trabajar con datos reales o ejemplos más contextualizados, ¿generó algún cambio hacia la asignatura?

Grupo 2: En mi caso, antes en la educación tradicional cuando no entendía algo o no quería trabajar simplemente asumía las consecuencias, pero como estaba viendo los contenidos de otra forma no le tomaba la importancia.

Con los trabajos que hemos realizados este semestre es completamente lo contrario, nos sentimos más cercanos a los contenidos y como están siendo tratados con la realidad genera mucho más interés. Si uno no aprende o no entiende queda intranquilo, ya que sabe que hay cosas que no podrá entender y así dan ganas de seguir aprendiendo, te genera una expectativa.

Grupo 5: En matemática, los problemas en la educación tradicional te ponen problemas de situaciones poco reales o que cuesta imaginarlas, quieren que vivamos en el mundo de "bilz y pap" como se dice.

En la educación como la hemos vivido, se presentan problemas mucho más reales, que nos abren la mente y nos hacen cuestionar muchas cosas de las que actualmente ocurren, como pasó con el trabajo de las tasas.

Grupo 4: Es mucho más interesante trabajar con datos reales, cuando uno por ejemplo ve noticias o lee información sobre tasas u otras cosas, reaccionamos como "yo entiendo esto, sé de qué me están hablando".

Grupo 1: En cambio cuando a uno le entregan ejercicios inventados que son muy ficticios o no le encuentra el sentido, tiene a no prestarles importancia y cambia la disposición, no dan ganas de resolverlo.

Moderador 2: Existen algunos conocimientos o temas matemáticos que hayan sido más fácil tratarlos ahora con estos trabajos que antes en la educación tradicional?

Grupo 4: porque encontraba "pajero" tener que ocupar formulas para ordenar los datos, y después realizar gráficos, que si ya no te hacían sentido los datos, su interpretación te decía menos. En cambio "aquí" (refiriéndose al PF), al realizar ejercicios con datos más reales y cercanos, el contenido te hacía más sentido.

Grupo 1: En lo personal, todo me ha sido más fácil de tratar. En la enseñanza tradicional no sabía mucho de matemática. Si me pongo a comparar lo que sabía antes de llegar v/s lo de ahora, la brecha es muy alta y todo gracias a este tipo de actividades que despiertan la atención o enseñan de manera más cercana los contenidos. Yo creo que fue por la motivación al principio y esta, hizo que prestara mayor intención en la sala y me involucrara más.

Moderador 2: ¿Qué elementos creen ustedes que deben estar presentes para que haya una buena organización o se pueda posibilitar el trabajo de manera efectiva?

Moderador 1: en esta oportunidad, vamos a comenzar por el grupo 5.

Grupo 5: Encuentro que debe haber afinidad, una disposición no competitiva, si no que más bien ayudar al amigo o compañero que tiene problemas o no entiende. Explicarle los pasos a seguir o el método que se utiliza, corregir sus errores y preocuparse de que entienda.

Moderador 1: ¿ayudar de que manera?

Grupo 5: ayudándolo, no indicando la respuesta, o haciéndole el ejercicio, sino diciéndoles “*tú puedes, hermano con calma...tu error esta aquí...*”, y cosas así.

Grupo 1: Tiene que haber una habilidad del profesor, para organizar la actividad. El grupo también debe tener disposición para trabajar así, Por ejemplo, si uno de los participantes no está interesado en participar en grupo, “embarra” el ambiente, y no se genera empatía entre todos los integrantes. Y por sobretodo la responsabilidad que es lo más importante para este tipo de actividad, tanto con el grupo y con el curso.

Moderador 2: Grupo 2 había levantado la mano

Grupo 2: En nuestro grupo falló la comunicación, entonces consideramos que es un elemento importante para que el trabajo funcione. Debemos aprender a comunicarnos con nuestros compañeros y hacerles saber cuando está mal ayudándole, sin criticarlo, que se entienda que es para avanzar en el trabajo. Buscar la manera de que pueda aprender también. Y la comunicación para organizarse, creo que es un elemento de partida.

Grupo 4: el apoyo y el respeto, creemos que son pilares fundamentales. En el caso de nuestro grupo, como que nadie sabía o manejaba bien la materia, pero todos sabían algo, y en conjunto se intentó llegar al resultado... el tomar un rol por ejemplo requería responsabilidad, hace que uno se compromete con el trabajo, forja algunas actitudes, como la empatía, el respeto,

Moderador 2: Respecto al mismo tema del trabajo grupal, ¿este influyó en el entendimiento de los contenidos matemáticos que se trataron durante el semestre?

Grupo 1: influyó bastante, porque es distinto realizar una actividad grupal de resolver ejercicios y entregarlos, que validarse y defender junto con tus compañeros el desarrollo, encuentro que es más gratificante

Grupo 2: el aprendizaje grupal no es tan cerrado, ya que interactúan distintas formas de aprender.

Moderador 2: ¿Podría relacionar ese comentario con la actividad de tasas?

Grupo 2: Según recuerdo, debíamos calcular el número de defunciones por año y luego promediarlos. Después de realizar el ejercicio, comparamos la cantidad de muertos y el crecimiento en la población, para darnos cuenta que en el periodo del golpe, hubo un aumento notable de muertos.

Grupo 5: Al principio cuando ocupamos la fórmula, no entendíamos muy bien por qué se multiplicaba por 1000. Luego entendimos que la tasa se calculaba cada 1000 personas. Además cuando hicimos los gráficos de las tasas de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil, nos ayudó a ver de otra manera lo que no entendíamos numéricamente.

Grupo 3: igual tiene distintas posibilidades de cómo sacar o responder un ejercicio, los distintos métodos de resolver (refiriéndose a la actividad de ecuaciones), genera empatía, enseñándole al otro de la forma que sabe, otro compañero puede saber de otra forma, viendo si se facilita más el ejercicio, y validándonos entre nosotros, en vez del profesor. Recuerdo que en un colegio tradicional, no recibía tanto apoyo, yo creo que, porque se generan rivalidades entre los compañeros, por las notas quizás. El trabajo colaborativo genera que todos se apropien del aprendizaje.

Moderador 2: ¿Lo podría relacionar con la actividad de tasas?

Grupo 3: Como cuando vimos los gráficos de las tasas de natalidad en otros países y los comparamos con los índices chilenos, fue más comprensible que si lo hubiésemos visto solo con números y todos opinamos acerca de por qué creíamos que sucedía esto en el mundo.

Moderador 1: bueno chicos, y respecto a la actitud en clases, ¿ustedes notaron si hubo algún cambio durante el transcurso del semestre?

Grupo 4: ¿al trabajar con los temas relacionados desde la realidad dices tú?

Moderador 1: en todo lo relacionado al trabajo realizado en matemáticas, incluso no solo en la asignatura de matemáticas, sino que otras instancias también...

Grupo 4: el tema de las reflexiones y el contenido llevado a la realidad, me fue importante porque me sentí integrado al grupo, y las opiniones si fueron tomadas en cuenta. Nos sentimos participe de la sociedad. La empatía, no solo en el trabajo en clase, sino con los que presentan, porque es difícil presentar y que de por si te presten atención, ese fue un cambio de actitud notable. A demás el tener que calificar a tus pares, fue interesante porque se necesitaba prestarle mucha atención al compañero, y hacia que todos estuvieran más tranquilos en clases.

Moderador 1: algún otro grupo que quiera compartir sus respuestas. Recuerden que estamos conversando de las actitudes que se desarrollaron en estas dinámicas de clases.

Grupo 3: bueno, yo no estuve el primero semestre, y cuando me integré al curso, solo algunos participaban de las clases, y al resto parecía darle lo mismo. Después me di cuenta que semana tras semana, estas personas que no prestaban atención se preocupaban de la clase, y participaban, yo creo porque de alguna manera comprendieron que necesitaban aprender matemática ya que esta en todos lados, hasta para estudiar gastronomía, incluso hasta lo más básico es necesario.

Grupo 1: se genera una mayor disposición, que te hace más cercano al profe, y ocurre que de la empatía con el profesor, los compañeros empiezan a controlarse entre ellos, con

comentarios como: “¡oye... yapo!”, “déjate de lesear”, “oye, el profe está hablando,” nos hace ser más independientes en el transcurso de la clase, por lo que note.

Moderador 1: grupo 2, 4 y 5, en relación a uno de los roles de la actividad de ecuaciones, uno de ellos era el de “observador” hacia otros grupos, ¿de qué manera influyo en ustedes en la clase?

Grupo 2: el observar a nuestros compañeros, fue importante, porque así nos dimos cuenta, de algunos errores o cosas que estábamos haciendo mal (como grupo), lo que se podía mejorar. Fue importante para generar esa crítica y cuestionamiento hacia uno mismo, hacia el grupo y hacia los demás, en cuanto a nuestro comportamiento, para encontrar las fallas también.

Grupo 5: es difícil evaluar al compañero, no caer en los sentimientos de amistad o los que no te caen bien, ni a ellos se les quiere evaluar de mala forma. Al fin y al cabo entendimos que era por el bien del otro, y tratamos de ser objetivos.

Grupo 4: es interesante observar, porque la dinámica que se genera en el grupo, de compartir opiniones de lo que hicieron los demás, se hizo con respeto. Y después nuestra forma de relacionarnos dentro del aula se mantuvo igual, nos escuchábamos más, cosa que antes no sucedía, y creo que es porque uno presenta, molesta que no te tomen en cuenta a ti.

Grupo 3: en mi caso, sirvió para darme cuenta de los compañeros que tenía en mí alrededor, y de que la información que estos entregan me puede servir a mí, por lo que me intereso en prestarle atención. Y al momento de yo presentar, me molestaba que no me prestaran la misma atención, y tener que pedir silencio. El respeto para aceptar toda la información de alguna u otra manera tiene que estar.

Grupo 1: la auto crítica de; que lo que uno hacia le podía molestar, sin darnos cuenta, al compañero me quedo bien grabada.

Moderador 2: influye entonces, desde lo que ustedes nos están diciendo, ¿el tomar un rol protagónico o titular, es un aporte cuando ustedes están exponiendo?

Grupo 1: todos ayudan a generar un ambiente de respeto, y es obvio que si uno quiere que respeten el trabajo que estás haciendo, hay que respetar al otro, para que no pase algo que no te guste, como que hagan desorden

Moderador 2: en base a lo que acaban de mencionar usted, ¿Cuáles piensan que son las diferencias entre exponer de los primeros y exponer al final de la actividad?

Grupo 5: yo creo que la tensión que genera el presentar de los primeros que sintió el grupo 1 no era la misma que sentía el grupo 2 (último en presentar), ya que si prestaron atención a las exposiciones, ya sabrían en que se pueden equivocar.

Grupo 4: los últimos grupos se comprometen más con la actividad, ya que toman las cosas buenas de los demás grupos, e intentan hacerlas mejor, o que les salga bien la presentación.

Grupo 2: en nuestro caso, al exponer al final, prestamos atención a todos los grupos, y vimos algunos que presentaron y después no pescaron más la clase, y nosotros no queríamos que nos sucediera lo mismo,

Grupo 3: yo creo, que el prestar atención debe estar siempre. Porque a veces sucede, que aquellos que no prestan atención después preguntan en las pruebas comentando: “*esto no lo vimos en clases*”, siendo que si lo vimos, entonces, uno se vuelve más crítico con su propia participación.

Moderador 2: ustedes podrían decir, si este tipo de trabajos, ¿afectó sus conductas cuando terminan de trabajar?, ¿les deja algo?

Grupo 4. Deja varias cosas. Desde la empatía por con los profes, ya que son ellos los que están ahí parados al frente, y la sensación de que no te escuchan que uno sintió cuando presentábamos, no quisiéramos transmitirla. También el respeto al que tenga la palabra, y a uno decir las cosas con respeto.

Moderador 2: ¿están de acuerdos los otros grupos, con que solo se genera un cambio de actitud hacia el profesor?

Grupo 3: no del todo. Ósea sí, porque igual es difícil ser profesor, pararte frente a un curso, y que no te pesquen, sabiendo que igual es persona, eso es “*charcha*”, y te da para pensar en el tiempo que demoró el profe en hacer la clase para que lo escuche menos de la mitad. Como que ahí uno entiende las ganas que dan de echar a un estudiante de la sala, lo cual en el PF, los profes primero piden silencio y rara vez los sacaban. También se genera un cambio de actitud con los compañeros.

Grupo 4: yo creo que la empatía y respeto que se genera, no es solo con los profesores y compañeros, sino que es con cualquier situación que se presente. Si uno no está interesado con la clase, esta la facilidad de retirarte de la sala, pero si el compañero o compañera no quiere, hay que intervenir como estudiantes, porque se está metiendo en nuestro espacio de aprendizaje, y eso nos involucra a todos, no solo a los profes.

Moderador 1: grupo 2 o grupo 5, ¿algún comentario que quieran emitir?

(...Silencio...)

Moderador 2: ustedes que vivieron estas dinámicas de clase distintas, ¿qué recomendarían para que se sigan generando estas instancias?, o ¿para seguir trabajando de esta forma?

Grupo 1: yo creo que eso depende de la forma de trabajo del profe, y la disposición a generar instancias de trabajo como estas. En matemáticas, depende igual del contenido, porque no creo que se pueda aplicar a toda los contenidos, ni con todo los grupos de curso.

Grupo 2: que si se puede aplicar a todo las materias, pero va depender mucho del grupo curso, y del horario también, ya que no va hacer igual de lúdica la actividad a las 9 am, que a la salida del colegio en la ultima hora.

Grupo 1: si, tienes razón. Además de las dificultades que se presentan al momento de trabajar solo, con dudas acerca de si lo que uno hace esta bien o no. En grupo también surgen problemas, en escucharse y ordenar toda la información que se tiene, mantener un ambiente de respeto, y todos los compañeros se van auto regulando.

Grupo 5: pueden repetir la pregunta

Moderador 2: ¿qué recomendarían para que se sigan generando estas dinámicas grupales?, a favor o en contra, o ¿para seguir trabajando de esta forma en la asignatura de matemáticas?

Grupo 4: yo creo que debe haber compromiso. Ya que si perteneces a un colegio distinto, con un programa distinto que involucra mucho a sus estudiantes, debe haber un mínimo de esfuerzo y este es el compromiso.

Grupo 3: El respeto también es necesario para aprender, en el área de matemáticas por lo menos, porque exponer de algo que uno no maneja o no esta cien por ciento seguros es difícil, y en un ambiente de respeto el temor al error es menos.

Grupo 2: la intensión del contenido, en las clases de matemáticas, me refiero a que sea un tema de interés igual para los estudiantes

Grupo 1: ¡sí!

Moderador 2: grupo 1 a que se refiere ¿por interesante?, ¿interesante en lo personal para ti?, o ¿interesante para el grupo curso?

Grupo 1: interesante de las dos maneras. Si el aprendizaje puede generarse desde un tema polémico de interés de muchos, y que puede ser llevado a la realidad está bien, pero si se puede profundizar en un tema de mi interés o más personalizado, yo después puedo compartir esa información, creo que igual trabajaría de manera eficiente, y aprendería mejor.

Moderador 2: bueno, para ir finalizando, podrían emitir comentarios generales respecto de las actividades, ¿cómo se sintieron durante el semestre?

Grupo 3: más empoderados, porque no íbamos a dar pruebas o a clases, no pensando en que iba a ser puro contenido, y que los que más hablábamos éramos los estudiantes.

Grupo 4: las experiencias del año sirvieron caleta, para no sentir que daba la asignatura solo, y que todos pasaríamos si participábamos.

Moderador 1: para no tener que responder la misma pregunta, grupo 1 y 2, podrían responder a si ¿distinguen alguna mejora en la comprensión de los contenidos matemáticos trabajando en parejas y de manera grupal, opinando y reflexionando? O ¿aprenden más con el ejercicio directo?

Grupo 5: si, en total acuerdo, ya que el trabajar en parejas me ayudó a exponer mi punto de vista sin temor a equivocarme

Grupo 2: hay un cambio, ya que se genera el interés por aprender, distinto al aprender por necesidad, y se hace más directo cuando es con el compañero, o con el grupo, porque estamos en un nivel cercano del conocimiento, y ayuda eso a nuestra comprensión.

Grupo 4: el hacer de la clase, un espacio dinámico, con roles y no tan tradicional, hace que la hora pase más rápido, y que el rato que estamos en clase prestemos atención. También el trabajo en grupo, nos hace socializar de otros temas, en los que algunos son más cerrados, te ayuda para abrirte a los compañeros.

Grupo 1: hay un cambio significativo, y este se ve reflejado en el desempeño del grupo y rendimiento al final, porque hay varios compañeros que tienden a subir las notas, y han mejorado su rendimiento de notas y se mejora el ambiente de la clase.

Moderador 2: ¿Por qué crees que mejora el ambiente de la clase?

Grupo 1: porque se genera unidad en el grupo curso, hay un flujo de conocimientos, que hacen conocer a tus pares, y después no los ves por lo que saben, sino por lo que son.

Grupo 4: mejora porque el foco de la clase no está en el contenido, sino que en los estudiantes, eso más que nada.

Moderador 2: ¿el reflexionar de manera individual sobre el trabajo matemático aporta algún tipo de conocimiento para otras asignaturas? O ¿para la vida?

Grupo 3: me queda, que la información que puedo traspasar es importante, y que cuando pueda ayudar a un compañero que tenga mala base, o no entienda, pueda comunicar lo que se, y no confundirlo más.

Grupo 1: quedan muchas experiencias, que pueden servir más adelante, en la U por ejemplo, expresar opinión pero no desde la nada.

Grupo 4: el comunicarte, o saber cómo comunicarte, para al estar en contacto con otras personas poder enseñarle lo que se, y de forma segura.

Grupo 2: uno aprende a darse a conocer con las personas, ya que en un ejercicio matemático, pocos estarán realmente seguros, y siempre se puede pedir ayuda, o darla, y que el compañerismo no te deja quedarte ahí, con la duda.

Grupo 5: si, yo creo que a salir un poco de nuestras zonas de confort, desde lo individual uno actúa por conveniencia en clases, por simpatía o por estrategia, en cambio las dinámicas aquí eran desinteresadas y siempre con alguien distinto, entonces no sabías con que encontrarte y había que saber relacionarse nomas, para lograr la actividad.

Moderador 1: entonces, ¿creen que hubo un cambio de actitud pasiva a una más activa?

Grupo 1: si, porque al principio del año, varios no se atrevían a levantar la mano o participar en matemáticas, por miedo al error, pero después, ya todos querían comentar, y dar sus puntos de vista. Y aunque algunos se equivocaban, no había burlas ni risas, en la mayoría de los casos.

Grupo 4: si, recuerdo que había pocos que se atrevían a salir a la pizarra, y después, por lo menos en mi caso, me atrevía más, ya que sabía que lo hacía en un ambiente de respeto, donde me podía equivocar y explayarme.

Grupo 2: como te decíamos, el salir de nuestra zona de confort, donde si no participábamos la clase sería más rápida y fomes, en cambio participando, pese a que es más lenta, vamos todos a la par.

Grupo 5: claro, se equilibra más la sala, avanzamos todos juntos, y el trabajo se vuelve colectivo, cuando todos tenían algo que aportar o decir. Y quede con más confianza.

Moderador 2: ¿y se atreven a realizar uno de los ejercicios en este momento?

(Risas)

Moderador 1: bueno chicos, nuevamente quisiera agradecerles su tiempo, a nombre de los moderadores, se les agradece su disposición a compartir sus experiencias y el que se hayan traslado hasta aquí, gracias.

(Cierre)

Anexos: 5 Bitácoras reflexivas

Abreviaciones: investigador participante → INP

Investigador observador → INO

Bitácora 1 (del 17 al 31 mes de agosto)

- **Proceso como investigadores**

¿Cómo se inicia el proceso? ¿Qué teorías consideramos utilizar?

Desde que se inició el proceso de seminario, para finalizar lo que han sido los procesos de formación profesional, nuestro interés se ha posicionado en desarrollar aspectos ligados a las teorías sociales y relacionar estas teorías con el aprendizaje de la matemática. Esto por interés de ambos investigadores que tienen como objetivo buscar las formas de cambiar las prácticas educativas tradicionales, por algunas más emergentes y que propicien el aprendizaje de los estudiantes desde sus capacidades o contextos.

En nuestras primeras reuniones de práctica, se expusieron las inquietudes y observaciones acerca de lo que queríamos incluir en nuestra investigación, las teorías que consideramos pertinentes para utilizar, ejemplo: Educación Matemática Crítica (EMC), y lo que creíamos o conocíamos hasta el momento de esta teoría.

Desconocimientos de los investigadores

Es relevante describir los niveles de desconocimientos por parte de los investigadores. Lo primero que se destaca es la poca relación que posee el investigador participante con el grupo curso donde desarrolla su práctica profesional, además de la relación que puedan tener o no con la educación crítica, pese a que el establecimiento declare un proyecto de educación popular. Nuestro foco está en la educación matemática y en cómo podríamos trabajar desde la perspectiva crítica, la enseñanza de la matemática.

Elaboración del diseño de clase n°1

Para un primer acercamiento con el grupo curso en relación a esta teoría (EMC) se diseñó una clase con foco en la colexión, en la cual los estudiantes en grupos debían utilizar el contenido matemático para responder preguntas de aplicación y reflexión en torno a situaciones reales como lo son la variación del sueldo mínimo y otros elementos (tarifa micro, metro y precio del pan) en un rango definido de un año. Para el cierre, se realizaron preguntas con el fin de que los estudiantes reflexionaran de acuerdo a lo trabajado en clases y respondieran preguntas tales como:

¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?, entre otras.

- **Vivencias**

Primeros acercamientos al establecimiento

La práctica profesional de uno de los investigadores, se desarrolla en un establecimiento comúnmente denominado “2x1”, en los cuales las y los estudiantes realizan su proceso educacional equivalente en cuanto a contenidos de dos años (desde el currículo nacional establecido) en uno. Desde esta perspectiva, los contenidos no son tratados en profundidad, y el interés de los educadores y educandos, no se centran en los contenidos propiamente tal, sino que en su desarrollo personal, y su posibilidad de integrarse a la sociedad en la cual están insertos.

Primeros contactos con los estudiantes

Lo primero con lo cual nos encontramos es un establecimiento que acoge aquellos estudiantes que fueron excluidos de los sistemas tradicionales (educación formal) de educación, ya sea por diversos motivos. Estos sujetos, están alejados de la estructura convencional (tanto cognitiva, como actitudinal) que se espera que forjen estudiantes capaces de involucrarse al mundo laboral, y sean sujetos íntegros.

Dicho esto, surgen las primeras dudas, acerca de: ¿Cómo propiciar una adecuada educación para este tipo de estudiantes?

¿Cómo acercar el contenido matemático a sus realidades?

¿Cuál es el enfoque correcto para relacionarme con estos estudiantes?. De los tres grupos curso con los cuales el investigador tiene directa relación, hay dos con características particulares, los cuales son: Segundo nivel medio A y B (2NM A y 2NM B), estos cursos son de último nivel (correspondiente a tercero y cuarto medio). El 2NM A lleva varios años en el establecimiento, por lo cual está más relacionado con su proyecto educativo, se aprecian conductas favorables para la realización de las clases, son participativos en las clases, emiten opiniones y juicios críticos cuando se les requiere, también son buenos realizando trabajos en equipo. Sin embargo, su nivel matemático es bajo, en comparación con el otro grupo curso (2NM B), en el cual se aprecian mayores aptitudes hacia la asignatura, pero que están más alejados del proyecto. Esto se visualiza en su comportamiento y disposición a trabajar en clases, en cómo se enfrentan a los contenidos y a su relación entre pares (discrepan mucho durante las clases, se atropellan cuando hablan, no respetan opiniones de los demás compañeros). Además se distingue un patrón particular en el grupo curso, que es la indiferencia hacia la asignatura.

Es por esto, que este grupo fue escogido para abordar nuestra investigación, ya que se visualiza la problemática descrita anteriormente en el seminario.

Nuestra primera intervención en favor de la investigación fue la implementación de un diseño de clase, con foco en la colexión, la cual trató de relacionar a través de la construcción de un gráfico la evolución del sueldo mínimo en Chile y otras variables (evolución del precio de la micro, metro, y el pan). Se espera que los estudiantes adopten una postura crítica en el sentido de la interpretación de la información, mientras trabajan los contenidos preparados para esa clase.

Se busca que los estudiantes trabajen los contenidos matemáticos preparados para la clase, los cuales son: variación porcentual y elaboración de gráficos poligonales, además de buscar el diálogo y reflexión de manera grupal para responder las preguntas preparadas en la guía de trabajo, dentro de las cuales se encuentran:

“Si el año 2016 una persona realiza viajes en el metro 2 veces al día, 5 días a la semana, entonces ¿Qué porcentaje del sueldo mínimo se utiliza en el transporte del metro?”.

- **Comentarios, reflexión**

Apreciaciones y dudas

Es notable el rechazo que sienten la mayoría de los estudiantes de los cursos donde se realiza la práctica hacia el área de las matemáticas, por lo cual la práctica pedagógica no se puede ejercer de manera conductista tradicional. Es necesario que las clases se desarrollen apuntando hacia el proyecto educativo, el cual busca desarrollar ciudadanos críticos.

Es necesario destacar el trabajo que debe realizar el profesor de matemáticas para realizar este tipo de aplicaciones en clases, ya que implica un buen dominio del contenido, además de revisar bibliografía y diversas fuentes para poder contextualizar el contenido, de manera que al estudiante le sea familiar trabajar la matemática.

De acuerdo a lo conversado con la profesora colaboradora de INP, pese a que el establecimiento declare un proyecto de educación popular, en la asignatura de matemáticas es donde mayor dificultad existe al tratar de vincular los contenidos con tópicos reflexivos o de la vida cotidiana, que resulten significativos para los estudiantes.

Existen contenidos que se pueden tratar con mucha fluidez y contexto, como lo son: Estadística en general, funciones.

Mientras que hay mayor dificultad en algunos otros como: Sistemas de ecuaciones, geometría.

Bitácora 2 (del 01 al 16 de septiembre)

- **Reflexión acerca de la aplicación de la clase 1**

Aspectos favorables observados

Durante la aplicación del diseño de clase 1, el ambiente que se generó durante la clase, fue bastante positivo, se vio interés en los estudiantes (y en los grupos en particular) por mostrar sus desarrollos, y comentar sus opiniones. Además no fue necesaria la intervención de los docentes presentes en aula para el desarrollo de la actividad, puesto que los mismos estudiantes al compartir sus conocimientos, lograron realizar la actividad.

En el cierre de la clase, cuando se les pregunta: ¿Qué creen acerca del trabajo en equipo y del aporte individual?, ¿Qué aspectos podrían mejorar o quisieran mejorar respecto a estas dinámicas?, ¿Fue significativa la actividad para ustedes? , los estudiantes respondieron de manera grata, comentando que *“les agrado trabajar de esta manera en matemáticas”, “sus opiniones fueron escuchadas y tomadas en cuenta”, “facilitó la interpretación de datos”*.

Aspectos negativos observados

Al ser una actividad sin nota, algunos estudiantes entregaban respuestas poco serias y opinaban sin fundamentar sus respuestas. También se observó cómo en distintas instancias algunos estudiantes se cambiaban de puesto, o se dedicaban a conversar y molestar otros grupos, a lo cual fue necesaria la intervención de uno de los docentes para regularizar sus comportamientos. En base a estos aspectos, surgen las siguientes dudas:

¿Será siempre necesaria la intervención de los docentes para que los estudiantes colaboren con el trabajo en clases?, aparte de comunicar y responder en grupo ¿se podrá desarrollar otra habilidad y/o actitud?, ¿cuáles?, ¿las actitudes positivas se mantendrán durante las siguientes clases?

- **Reflexión acerca del P.E.I**

Observaciones del espacio educativo

En lo que va de la práctica profesional, se ha observado que el Colegio Paulo Freire aplica el proyecto educativo casi a cabalidad, ya que constantemente se estimula a las y los estudiantes a desarrollar un pensamiento crítico y reflexivo, potenciando su autonomía en cada uno de los procesos de aprendizaje, reflejado además en que el Colegio busca *“Crear herramientas y metodologías pedagógicas contextualizadas en las realidades del estudiantado y sus necesidades”*, para esto en el ámbito pedagógico, establece los meses temáticos –mes de la cultura popular, mes de la memoria y rebeldía, mes de los pueblos que resisten, entre otros- cuya finalidad es rescatar efemérides del mundo popular, donde cada asignatura se une en un trasfondo común y una transversalidad de los contenidos, esto también incentiva a los educandos a involucrarse con la cultura y la cotidianidad que nos rodea, sin caer en el proceso sistemático de enseñanza – aprendizaje característico de la educación formal.

Se da pie al debate, a la reflexión, a que los educandos den a conocer sus puntos de vistas a favor o en contra de los contenidos que son expuestos. Esta situación propicia que se lleve de óptima manera lo propuesto en la misión y visión del establecimiento en cuanto a que las enseñanzas impartidas pretenden *“Entregar un espacio de trabajo colaborativo, reflexivo y de transformación, a la comunidad escolar”*.

Otro aspecto que se cumple dentro de lo establecido con el PEI, es en el ámbito de

“Operar bajo una estructura decisional horizontal y democrática en donde todos los estamentos de la comunidad escolar participen”, esto se refleja cada viernes en las diferentes asambleas que tienen lugar durante el semestre. Instancia de participación no solo de los trabajadores del establecimiento, sino que de toda la comunidad educativa, tanto de tutores, estudiantes como de toda persona que quiera participar de ellas. Para esto se ha liberado los días viernes, por ende, las clases solo se realizan de lunes a jueves. Este día es de vital importancia para la coherencia del proyecto, puesto que la opinión de cada persona es considerada e incluida en cada propuesta que se establezca.

Dentro de este ámbito de horizontalidad y democracia que se lleva al interior del Colegio, es que los estudiantes asisten con “Ropa de calle”; no se posee una política en cuanto a la utilización de un uniforme institucional, incluso los educandos pueden asistir con diversos accesorios, tales como aros, piercing, pulseras, cabellos largos en los varones, o tinturados en las mujeres. Lo anterior puede encontrar asidero en permitir que el estudiante se muestre de forma autónoma a través de su vestimenta y aspecto, lo que también implicaría un ejercicio de tolerancia para con el otro, ya que al interior del colegio todos podrían expresarse de igual manera, ya sea a través de las ideas o de su aspecto.

Sumado a lo antes mencionado, se destaca que los educadores tienen un trato acogedor, cordial y cercano con los educandos, lo que permite la generación de un ambiente basado en el respeto y en el amor, propiciando una óptima convivencia, y a pesar de las distancias personales que puedan existir entre estudiantes, el clima escolar es de plena camaradería.

- **Observación y registro de situaciones de enseñanza-aprendizaje**

Debilidades

El curso presenta algunos problemas al momento de escucharse, principalmente en la relación entre pares, no así en la relación estudiante – profesor.

Los educandos, muchas veces toman más minutos de la cuenta del recreo, retrasando con ello el inicio de la clase. Existe distancia entre los estudiantes que no son amigos y esta se acentúa cuando se presentan disyuntivas. Hasta el momento se vislumbra una actitud de indiferencia conforme se han realizado más clases con el grupo curso.

Fortalezas

Existe una buena relación entre la educadora y los educandos generando un buen clima al interior del aula en la mayoría de las clases observadas y que se están realizando por parte del investigador participante, aunque sus conductas permitan explicar y realizar actividades, esta no asegura su total participación, ni que fuera la misma en toda la hora.

El que esté presente la profesora colaboradora, ayuda en la mayoría de las instancias a la autorregulación de los estudiantes.

La educadora posee conocimiento de cada estudiante personalmente, los cuales ha ido compartiendo, y esto permite conocer de mejor manera al grupo curso, conocer sus limitaciones y capacidades, habilidades y aptitudes, con el fin de ir caracterizando lo que es el grupo curso, y ayudar a la toma de decisiones.

Oportunidades

Hay varios de los estudiantes que participan activamente en clases, ya sea aportando ideas o preguntando por los contenidos que se abordan u otras interrogantes que son atingentes. Esta actitud es una de las tantas que se busca desarrollar en los estudiantes, por lo que clase a clase se les pregunta tanto individualmente como grupal.

Amenazas

Hay estudiantes que tienden a distraerse fácilmente durante las clases, principalmente por la utilización de celular o por estar escuchando música, mientras que otros directamente se resisten a participar de la clase. Los problemas personales de los estudiantes pueden mermar el rendimiento al interior del aula.

Además de la falta de confianza por parte de los estudiantes con los cuales se está trabajando en el 2NM B, la cual se trabaja a través del diálogo clase a clase y en instancias fuera del aula, como los recreos.

- **Comentarios y reflexiones**

Respecto a las actitudes observadas

La temática de trabajo grupal y el solicitar reflexiones constantes y opiniones respecto al trasfondo que se plantea en cada contenido, ha permitido por un lado, una mayor participación de aquellos estudiantes que se resistían a participar en un comienzo, y a mantener un ambiente más activo y respetuoso durante la clase.

Estas actitudes, se fueron manteniendo en numerosos estudiantes, sin embargo no en la totalidad del grupo curso. Cabe preguntarse, ¿Cuánto más durarán estas actitudes?, ¿Cuáles son las actividades que ayudarán al desarrollo de nuestros objetivos?

Respecto a la colexión

En cuanto al trabajo colaborativo, entre estudiantes y estudiantes-profesor, éste también se vio favorecido con el trabajo realizado anteriormente (clase 1), ya que el interés por la asignatura tuvo un aumento, lo cual se ve reflejado en constantes preguntas antes y durante las clases, incluso en la entrega de tareas que se generaron después de dicha actividad. Más aún, se observa que los grupos son repetitivos en el sentido organizativo, se forman los grupos con mayor afinidad, o con aquellos que se consideran amigos, a lo cual nos preguntamos, ¿Cómo serán las actividades con grupos con menos afinidad?, esto porque se busca que las relaciones interpersonales se generen en todo el grupo curso, sin importar la relación que tengan.

Resulta importante destacar que el trabajar de manera dialógica-reflexiva, permite hacer un seguimiento minucioso en el estudiante, ya que se puede identificar claramente cuáles son los momentos de la clase que se presentan mayores debilidades o en cuanto a contenidos matemáticos se refiere, los estudiantes identifican sus falencias y se atreven a preguntar con mayor fluidez.

En cuanto al proyecto educativo y las oportunidades que se presentan

Por otro lado, el contenido que se trata es también opuesto a lo que impone y demanda el ministerio, se apuesta por la innovación pedagógica, en el sentido de dar a conocer a los estudiantes el contenido lo más aterrizado posible (en términos de dificultad).

Se le permitió además al INP, plantear nuevas temáticas y abordar diferentes contenidos, sin mayores cuestionamientos, como por ejemplo el trabajo práctico de la evolución del sueldo mínimo y otras variables, la actividad de las tasas aterrizadas al contexto nacional.

Preparación para la presentación de anteproyecto/definición de la metodología de investigación

Cuando presentamos el anteproyecto, el cual contenía: la identificación de la problemática a investigar, un bosquejo del marco teórico con los conceptos que consideramos pertinentes para abordar y de manera general el marco metodológico, en el cuál planteamos que nuestra investigación sería un estudio de caso, con un análisis por categoría.

En este último punto, los docentes presentes en la presentación, nos comentaron que era más adecuado realizar la metodología de investigación-acción.

Se investigó más en profundidad respecto a esta metodología, en base a textos otorgados por el docente guía de esta investigación. Conforme a lo cual, decidimos

hacer caso a los comentarios planteados en la presentación, y nos inclinamos a realizar dicha metodología de investigación.

Bitácora 3 (del 17 de septiembre al 02 de octubre)

- **Diseño de clase n°2**

A qué objetivos apunta la actividad

El diseño de la clase n°2 con foco en la colexión, apunta a que se realicen producciones estudiantiles en pareja. Estas parejas deberán responder una serie de preguntas relacionadas a las tasas de natalidad, mortalidad y mortalidad infantil. Estos deberán compartir experiencias, información que conozcan del tema para dar respuestas a preguntas como: ¿Por qué creen que África es el continente que tiene mayor natalidad?, ¿De qué manera se les ocurre que se podría controlar la natalidad en Chile?, entre otras.

Posterior al trabajo en parejas, se piensa dividir al grupo curso en dos grupos, para que compartan sus respuestas y generen otras en relación a las siguientes preguntas: ¿están a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad chilena?, proponer soluciones para disminuir las tasas de mortalidad.

Se espera que las parejas que se generen no tengan mayor afinidad, de manera que las producciones estudiantiles involucren comentarios distintos, para luego levantar otros en grupo.

Para el diseño de esta clase se tomaron en cuenta las preguntas y observaciones de las bitácoras anteriores.

Supuestos, hipótesis y proyecciones del trabajo con foco en la colexión

Las proyecciones para estas clases son altas por parte de los investigadores participantes, ya que se evidenció en la primera clase, que era de su interés el aterrizar o trabajar con contenidos matemáticos relacionados con una realidad cercana a ellos y por otra parte, el que sean ellos los protagonistas, hizo que se participaran de lleno en la clase.

Creemos que esta clase, servirá a los estudiantes para los siguientes cometidos:

- Relacionarse con compañeros con los cuales no están acostumbrados a trabajar.
- Emitir juicios u opiniones respecto a sus creencias en relación al contenido planteado, respetando los turnos de habla y sin interrumpirse.
- Generar una postura grupal respecto a las respuestas que elaboraron de la misma manera.
- Comparar distintos puntos de vista, y sintetizarlos en una postura a nivel de grupo curso.
- Que le encuentren sentido y utilidad al contenido.
- Mayor interés y motivación por la participación en la asignatura

- **Observaciones respecto al ambiente de aprendizaje en matemática**

Observaciones positivas

El grupo curso en general ha aumentado su número de participantes y se percibe como sus temores o rechazos hacia la asignatura de matemática han ido disminuyendo.

Los estudiantes que no participaban al inicio del segundo semestre (que eran considerados además focos de conflicto dentro del aula) se integran a las dinámicas grupales y se atreven a realizar comentarios y opiniones, cosa que no sucedía al inicio.

(INVESTIGADOR PARTICIPANTE) Se aprecia un cambio de actitud en los estudiantes, quienes en un principio del segundo semestre (producto de que no conocían la metodología de trabajo), se mostraban indiferentes a las clases, y no se

lograba generar dinámicas de trabajo en la cual participaran todos. Ahora se logra apreciar como la mayoría trabajan, y el tiempo destinado a que estos trabajen se ha reducido considerablemente, permitiendo realizar cierres de clases (instancias que el primer mes, eran imposibles de realizar).

Observaciones negativas

En las clases posteriores a la implementación del diseño n°1, cuando se les solicitaba trabajar de manera individual, estos no realizaban las tareas ni trabajaban. Situación que ha ido cambiando, no obstante no es consecutiva, ya que varía según sus estados anímicos, mermados por problemas personales o falta de comprensión del contenido. En cuanto al contenido tratado con el grupo curso, estos se resisten a la profundización del contenido, no presentan interés por conocer más allá de lo visto en clases.

Sucedió durante las clases de la semana, que los estudiantes tuvieron que realizar trabajo de otra asignatura, y durante la clase de matemática, éstos no participaron, y se generó una controversia entre dos bandos: aquellos que querían clases, producto de que tenían su trabajo ya listo, y por otro lado, aquellos estudiantes que solicitaban la hora de matemáticas para terminarlo. Cabe mencionar, que el plazo de dicho trabajo se realizaba en clases. La clase fue sometida a un breve debate por parte de los estudiantes, con el docente investigador como mediador, y se expusieron los fundamentos de cada grupo. Finalmente el grupo que ya había realizado el trabajo, cedió el espacio para que sus compañeros terminaran dicha actividad.

Todo este suceso, hizo que los estudiantes pudieran resolver sus diferencias de una manera “civilizada”, sin ofensas ni mayores discusiones.

Pese a que fue un episodio negativo para la clases de matemáticas, consideramos que fue positivo a la vez, para el grupo curso, relacionarse y resolver una situación a través del diálogo con respeto.

- **Reflexiones y comentarios**

Respecto a la pedagogía crítica

Esta modalidad de enseñanza, basadas en el cambio de la realidad donde ocurren las prácticas, para la liberación de los educandos y educadores, nos ha permitido desarrollar en primera instancia un grado de disconformidad respecto a las acciones realizadas durante lo que va del semestre y por otro lado con el orden actual de la educación. En cuanto a las acciones realizadas hasta la fecha, se aprecia una discontinuidad en el trabajo matemático crítico; esto se debe a que por parte de los investigadores, no se logró encontrar la manera de relacionar el contenido matemático de probabilidades con algún problema social o de contingencia nacional. Con respecto al segundo punto; las experiencias en el Paulo Freire, nos conllevan a criticar el autoritarismo y la inequidad en las relaciones laborales de los establecimientos tradicional (en relación a la práctica del INO).

Respecto a la práctica profesional del INO, la cual se desarrolla en un colegio particular subvencionado, todo funciona de muchas veces de manera unilateral. Es frecuente ver a UTP o a la inspectora general dando indicaciones del trabajo que se realizará a lo largo del día, pero en muy limitadas ocasiones el cuerpo docente tiene influencia en alguna actividad o temática a tratar por parte del colegio.

Respecto a la coflexión

En esta etapa, entenderemos por coflexión como el acto de reflexionar en conjunto respecto a diversos puntos, tales como; la toma de decisiones (por parte de los investigadores), los sucesos que acontecen en las clases (por parte de los docentes presentes en aula), y respecto a las actividades y acciones que realizan los estudiantes en favor de su aprendizaje (por parte de los estudiantes). es así como desde la investigación acción y con el uso de la herramienta de triangulación se va materializando un proceso de múltiples cambios y variantes, producto de los tres relatos que se están utilizando para la recogida de información.

Bitácora 4 (del 03 al 18 de octubre)

- **Reflexión acerca de la aplicación de la clase n°2**

Aspectos positivos

Por parte del DII, éste se llevó una grata sorpresa, al ver como el grupo curso, ya más cohesionado, participó de manera activa en la actividad de tasas, más aún, el interés mostrado por los estudiantes, para trabajar en parejas, y generar reflexiones, compartirlas y realizar otras reflexiones como grupo curso, fue una dinámica que se llevo a cabo cumpliendo con los objetivos propuestos para la clase. Se puede destacar que posteriormente a la aplicación, los estudiantes se notaban más interesados por la materia, pese a que esta ya no fuera ligada a la las críticas sociales, sino a contenido matemático “puro”, como lo fue el contenido de probabilidades. Se evidencia participación de estudiantes que no opinaban o no salían a la pizarra a realizar ejercicios, lo cual habla de la mejora que hubo en el ambiente de clases.

Dentro de la actividad, los estudiantes emitieron respuestas que involucraron experiencias y reflexiones propias acerca de sus creencias, las cuales creemos pertinentes rescatar:

- Cuando se les pregunto por *¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de la tasa de mortalidad?*, respondieron: *“Uno de los factores que influyen en la tasa de mortalidad es la mala forma de vida que tienen algunos países mas pobres, bajos estándares de vida, malas políticas públicas entre otros factores y que si comparamos con Chile, es un país que se encuentra en mejor estado por así decirlo”*.
- También, surgió un cruce de ideas, respecto al aborto cuando se les pregunto por *¿están a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad chilena?*, fundamenten sus respuesta. Al hablar de aborto, comentaron que: *“La natalidad se puede controlar dando charlas de métodos anticonceptivos y regalando los métodos anticonceptivos más comunes en consultorios, no es necesario llegar al punto de regalar el aborto”*, mientras que otros dijeron que: *“el tema del aborto es decisión de la mujer finalmente, ya que es su cuerpo y hoy en día, son las mujeres las que se hacen cargo de los bebés”*.
- Respecto a la pregunta *¿por qué puede ser perjudicial tener un gran aumento en la tasa de natalidad?* Se rescataron los siguientes comentarios: *Puede ser perjudicial porque los países en donde nacen más niños terminan teniendo un exceso de población y cada vez menos recursos y oportunidades para asegurarles el bienestar, los cuales son por lo general países tercermundista, ya que los países desarrollados no tienen problemas de este tipo, al contrario, según lo visto en los gráficos, tienen bajos niveles de natalidad*

Aspectos negativos

Más que resaltar los puntos negativos de la clase n°2 y posterior a esta, consideramos más relevante hablar acerca de lo que aun no surge de los estudiantes; aspectos vinculados a la actitud crítica en cuanto a la autorregulación de los aprendizajes que van construyendo como grupo curso (o de manera individual), ya que pocas veces los estudiantes reflexionaron acerca de cómo les serviría aprender tal contenido, más allá de la preparación de la PSU. Este es un aspecto clave a desarrollar por ambos actores presentes en aula, y hacia el cual apuntan los objetivos de la investigación.

La auto-crítica por parte de los estudiantes, aun no se visualiza del todo en el grupo curso, en cuanto al valor “verdadero” que puede significar aprender cualquiera sea el contenido matemático, ya que no todos logran relacionar los contenidos trabajados en clases con su utilidad en la vida cotidiana.

- **Observaciones respecto al ambiente de aprendizajes en matemática**

Contenidos tratados a lo largo de las fechas expuestas

Los contenidos que se comenzaron a tratar desde las fechas señaladas, corresponden a la Unidad 4: Ecuaciones cuadráticas.

Se pudo observar que los estudiantes ya estaban más familiarizados con este estilo de trabajo, sin embargo estos comentaron como grupo curso que no tenían la misma base respecto al contenido tratado, presentando muchas dificultades ante el desarrollo de las ecuaciones cuadráticas. Frente a lo cual ellos mismos solicitaron un tipo de evaluación distinto al tradicional.

Actitudes críticas manifestadas por parte de los estudiantes

Según la literatura desarrollada en el marco teórico del seminario, Ennis (2011), citado en López (2012), destacamos las siguientes capacidades del pensamiento crítico que se observaron durante el desarrollo de la clase n°2:

- Analizar los argumentos
- Emitir juicios de valor
- Inferencias inductivas
- Integración de disposiciones y otras habilidades para realizar y defender una decisión
- Ser sensible a los sentimientos, nivel de conocimiento y grado de sofisticación de los otros

Por parte de los estudiantes, tanto analizar los argumentos como emitir juicios de valor fueron capacidades que se observaron en situaciones como; cuando debían dar respuesta a las creencias en preguntas tipo ¿Cuáles son los factores que influyen en el aumento de las tasas de natalidad?, ¿Por qué puede ser perjudicial tener un gran aumento en la tasa de natalidad?, definen con sus palabras en qué consiste el fenómeno del baby boom.

Se observaron discusiones por parte de los grupos de trabajo, donde a través del dialogo establecían puntos en común para responder a las interrogantes planteadas.

Respecto a las inferencias inductivas y la integración de disposiciones para defender una decisión, estas capacidades se desarrollaron en conjunto en el momento en que se separaron las parejas y se formaron nuevos grupos que debían adoptar una postura y defenderla, respecto a si estaban a favor o en contra del aumento de la tasa de natalidad en Chile.

Cuando se les solicitó que propusieran soluciones para disminuir la tasa de natalidad, hubo estudiantes que manifestaban posturas a favor del aborto, mientras que otros mencionaban que este aspecto no era relevante.

Surgieron posturas que delegaban esta responsabilidad al Estado, mientras otros apuntaban a que era un tema de sociedad.

En el momento en que se tocó el tema del aborto, se produjo un ambiente de tensión entre los pro-aborto y quienes descartaban completamente esta opción, sin embargo pese a esta discrepancia de ideas, los grupos en general mantuvieron un clima de respeto hacia el otro y no se interrumpieron al momento de argumentar sus opiniones.

- **Reflexiones y comentarios**

Discusión entre investigadores

Dentro de la literatura revisada, presente en el marco teórico, se destaca que para el desarrollo de una actitud crítica, los estudiantes deben ser capaces de evaluar cómo están aprendiendo en base a determinados aspectos.

Por lo cual, a través de múltiples discusiones surge la idea de realizar una evaluación que involucre la co-evaluación entre grupos de trabajo.

Bitácora 5 (del 19 de octubre al 03 de noviembre)

- **Diseño de la clase n° 3**

¿A qué objetivos apunta la actividad?

El diseño de la clase n°3 surge a partir de la solicitud del grupo curso, de realizar una evaluación no tradicional. Esta actividad apunta al desarrollo de dos ejes: El desarrollo de una actividad con foco en la colexión por parte de los estudiantes y el desarrollo de una actitud crítica para el aprendizaje de las matemáticas y trabajo en clases.

Se diseñó una clase ante la cual los estudiantes debían organizarse en grupos, dar respuesta a un enunciado en particular y luego defender o desarrollar dicho enunciado frente al curso. Los grupos, deberán mantener un ambiente de respeto frente a la actividad, deberán definir roles, manifestar dominio del tema, reflexionar acerca de los aportes del trabajo colaborativo e individual.

Lo descrito anteriormente, responde a los indicadores que se evaluarán en la rúbrica elaborada.

Supuestos, hipótesis y proyecciones del trabajo con foco en la colexión

Los investigadores pensaban que la actividad presentaría diversas dificultades, como lo son las situaciones más recurrentes en el trabajo grupal, dentro de las cuales se encuentra: Delegación de tareas, es decir, que se dividan el trabajo, que no todos trabajen o que un integrante se lleve más trabajo que los demás.

Se espera que los estudiantes utilicen las aptitudes adquiridas a lo largo de las clases anteriormente realizadas y que primen ante el trabajo en clases.

Se buscó que los estudiantes reflexionaran de manera grupal para responder a las diversas situaciones planteadas y demuestren capacidad de argumentar de manera respetuosa el trabajo frente a sus compañeros y a su vez, recibieran las críticas de sus compañeros de la misma forma, de forma que se genere el conocimiento entre los que exponen y los observadores.

- **Vivencias y reflexiones**

Episodios relevantes

Se observó motivación de parte de los estudiantes a lo largo del desarrollo de la actividad. Se generó un ambiente de respeto a lo largo de toda la clase, pese a que hubo momentos de mucha tensión.

También se apreció orden de parte del grupo curso, en cuanto recibieron las indicaciones sobre cómo proceder, se formaron los grupos y acto seguido se apreció como asignaron los roles para el trabajo. Dentro de los criterios frente a los cuales asignaron los papeles de cada uno en la actividad, se encuentra la facilidad que tenía cada uno frente a cada tarea, a mencionar; desarrollo del ejercicio, comprobación, explicación, entre otros.

Hubieron grupo que aceptaron de muy buena manera las críticas de sus compañeros al momento de exponer, también se observó que un grupo presentaba muchas dificultades para proceder en su trabajo, ante lo cual otro grupo los ayudó para realizarla. Se debe mencionar que en ningún momento el grupo con problemas solicitó la ayuda de otro grupo, sino más bien fue espontáneo.

Se evidenciaron momentos de autorregulación por parte de los estudiantes al momento de exponer, ya que en instancias un grupo se desprendió de la actividad, sin embargo no fue necesaria la intervención por parte de los docentes, ya que fueron los mismos integrantes del curso quienes hicieron el llamado de atención, como se evaluaba en la rúbrica.

Que los estudiantes conocieran la rúbrica de cómo serían evaluados, ayudó a que se mantuviera una actitud crítica frente al trabajo en clases, ya que en una situación particular se evidenció que un integrante de un grupo debía evaluar a un amigo que trabajaba en otro grupo, el evaluador separó su vínculo personal y se mantuvo firme en su rol, ya que argumentó “le haría daño si lo evaluó bien, ya que no logró el objetivo”.

Reflexiones y comentarios

Luego de escuchar las audio-grabaciones de la clase, los investigadores quedan conformes y satisfechos con las producciones estudiantiles, ya que 4 de 5 grupos cumplieron con el objetivo de la clase y trabajaron de buena manera.

Respecto al grupo que no logró los objetivos de la clase, esto se debe a que no asistían con regularidad a la clase de matemática, no conseguían sus apuntes con sus compañeros y una de ellas se ausentó 2 semanas, perdiéndose con ello el inicio de la nueva unidad.

Bitácora 6 (del 04 al 13 de noviembre)

- **Reflexión acerca de la aplicación de la clase n°3**

Aspectos relevantes observados

El desarrollo de la clase n°3, la cual trataba de la comprobación grupal de un enunciado respecto a ecuaciones cuadráticas, que además involucraba la asignación de roles específicos por parte de los estudiantes, además de actitudes que debían tener en consideración, las cuales fueron expresadas en la rúbrica de trabajo.

Fue una actividad que se desarrolló de buena manera por parte del grupo curso en general. Surgieron cosas interesantes por parte de los estudiantes, como por ejemplo: diversos diálogos respecto al cómo desarrollar las distintas ecuaciones planteadas, distintas metodologías para corroborar sus producciones. Hubo estudiantes que se dividieron el trabajo y luego comparaban, en otro grupo se evidenció cómo todos realizaban el ejercicio y después comparaban, en síntesis, los estudiantes se empoderaron de la actividad y la desarrollaron acorde a sus gustos y capacidades. Lo cual habla de la compenetración que tuvieron los estudiantes con la actividad.

Se destacan los siguientes comentarios, rescatados de las audio-grabaciones del diseño de clases n°3:

al momento de finalizar la presentación, el grupo n°1, cierra con su presentación con lo siguiente: *“al aplicar la formula general, se encontraron dos soluciones $x_1=0$ y $x_2=-1,6$, por lo que el enunciado es falso, ya que la ecuación no posee una única solución ($x_1, 2=-2$), sino que dos y distintas, como lo indica el discriminante”*(grupo 1), lo cual da cuenta de un buen manejo del contenido.

Similar respuesta emite el grupo n°4: *“(…) el discriminante nos dio 9, por lo que hay dos soluciones distintas y reales.... Al aplicar la formula general, vimos que una de las soluciones propuestas tenía el signo cambiado ($x_1=-3$), la solución correcta era igual a 3”* (grupo 3). El grupo de manera correcta identifica el error en el enunciado, el cual estaba en el signo de una de las soluciones.

Respecto al siguiente grupo (grupo n°5), estos finalizan su presentación con la siguiente frase: *“como el discriminante nos dio un valor negativo (-4), y como se vio con el profesor Javier, las raíces con números negativos, no tienen soluciones en los reales”*. Este grupo, pese a mostrarse inseguro durante el desarrollo de su ejercicio, logro resolver el ejercicio, llegando a la solución correcta.

Por último, el grupo n°3, quienes presentaron un claro dominio del tema, finalizan con el siguiente cierre: *“ya que el discriminante es 0, la ecuación posee una única solución, y que al aplicar la formula general nos dio $-2/3$ ”*. Esta presentación en particular fue bastante corta, mas cabe destacar que realizaron la comprobación cuando los compañeros preguntaron por ésta.

Vínculo con lo teórico

Desde las teorías trabajadas a lo largo de la investigación, se desarrolló el diseño de la clase n°3, que tomaba como ejes centrales el desarrollo de una actitud crítica frente al trabajo en clases y la interacción a través de la colexión.

Frente a lo cual se destacan las siguientes observaciones, recogidas en papel al final de la clase:

Respecto al trabajo en equipo y al aporte individual, en los grupos se destacaron apreciaciones positivas. Destacaban que para trabajar en equipo se necesita buena comunicación, disposición y capacidad para llegar a un consenso. Además los estudiantes mencionan que es una buena forma de unir a las personas, donde cada uno comparte los conocimientos que como individuos poseemos.

También dan cuenta a través de la asignación de roles, que cada uno aporta con lo que más sabe en pos del trabajo grupal.

Por otro lado, se debe mencionar que hubo un grupo que no trabajó de manera propicia, ya que tuvo dificultades y no lograron los objetivos propuestos.

Respecto a la organización del trabajo colectivo, los estudiantes mencionan que es imprescindible la disposición, el compromiso para lograr efectivamente el trabajo grupal.

Los grupos debían responder respecto a que aspectos podrían o quisieran mejorar – esta acción responde principalmente a colexión y actitud crítica, ya que se vuelven hacia su propio desarrollo y reflexionan de manera grupal frente a cómo podrían mejorar su aprendizaje, tomando un rol protagónico- respecto a estas dinámicas.

En este punto los estudiantes convergen en que deberían tener buena disposición para la realización de estas actividades, además de comprometerse con el desarrollo grupal y su aprendizaje. Reconocen la importancia de la comunicación y del aporte individual, desde cada uno de los roles asignados.

Finalmente se dejó un espacio para que pudieran expresar si la actividad fue significativa para ellos, donde debían argumentar su respuesta.

En términos generales, para los estudiantes fue significativo desde el punto de vista social, comunicativo, disciplinar y argumentativo, a pesar de que un grupo no pudo completar la actividad.

Respecto de quienes no trabajaron correctamente, se debe mencionar que eran estudiantes que no asistían con regularidad a las clases de la asignatura y una de ellas se había perdido alrededor de 2 semanas de clases, donde se dio paso a la última unidad.

Conclusiones generales

Como investigadores, luego de la lectura y transcripción de las producciones estudiantiles, consideramos que la información recaudada en el diseño de clases fue insuficiente para dar cuenta de los objetivos del seminario.

Por lo cual se considera la elaboración de un focusgroup con estudiantes claves de cada grupo, donde se permita la profundización de las respuestas obtenidas en un ambiente más dialógico.

Creemos que es pertinente, ya que los estudiantes evidencian el trabajo que se quiere alcanzar en los objetivos del seminario, es decir, el desarrollo de una actitud crítica para el trabajo en clases mediante el uso de la colexión, pero las respuestas obtenidas no están lo suficientemente desarrolladas.

Aprovecharemos la instancia para que los estudiantes puedan dialogar y compartir sus experiencias en las actividades realizadas a lo largo del semestre, esto servirá para recoger textualidades, apreciaciones, emociones y conclusiones producto de las reflexiones realizadas por ellos mismos.

- **Comentarios, reflexiones**

Luego de diversos diálogos entre los investigadores, se consideró pertinente reflexionar acerca de las prácticas del docente que ayudaron a los estudiantes a desarrollar la actitud crítica para el trabajo en clases y favorecer la comprensión de los contenidos matemáticos involucrados.

A lo largo del desarrollo de las clases, se ha visto como los estudiantes han realizado modificaciones en sus conductas en la asignatura. Ya no predomina el rol pasivo como al comienzo del semestre. Los estudiantes se involucran de mejor manera en su proceso de aprendizaje, reflexionando acerca de su actuar, de sus compañeros y su vínculo con el medio.

Mejóro la comunicación entre el grupo curso y la disposición frente al trabajo en clases, tanto de manera individual como grupal. Respecto al trabajo en grupo, los estudiantes reconocieron que es importante la disposición frente a las actividades, además de ser capaces de trabajar con gente a la cual no están acostumbrados o tienen diferentes puntos de vista.

También hubo un cambio en cuanto a la recepción de críticas entre pares al momento de exponer o situaciones donde se evidenciaba diferencia de opiniones, los alumnos demostraban mayor respeto cuando dialogaban entre ellos o con el docente.

Referente a la mejora de la comprensión de los contenidos matemáticos involucrados:

Los estudiantes afirmaron que el desarrollo de estas actividades resultó beneficioso para la apropiación de contenidos, ya que cada uno aportaba desde lo que dominaba. En el caso de que alguien derechamente no entendiera, el grupo se hacía responsable de explicar el procedimiento y el grupo validaba el proceso.

El acto de validación de los contenidos al interior del grupo representó una formalización de estos, ya que a través de discusiones se dio cuenta de lo que se había tratado en clases anteriores. Por último, el ver a sus compañeros explicar la materia a través de la realización de sus enunciados, facilitó y brindó otros puntos de vista respecto al mismo contenido, las distintas (aunque no muchas) formas de referirse a la discriminante, la forma de utilizar la fórmula general para encontrar las soluciones de las ecuaciones cuadráticas también fue variada, ya que algunos grupos colocaban el valor de la discriminante ya calculada con anterioridad y otros grupos, calculaban todo de manera rápida. Misma situación ocurrió con la identificación de los coeficientes números de las distintas ecuaciones al igualar la expresión a cero.

Todas estas observaciones se pretenden profundizar además de algunas otras referentes a las clases anteriores y el proceso en general que han vivido los estudiantes, en la instancia de focus group.

Bitácora 7 (del 14 al 30 de noviembre)

- **Diseño del focus group**

Objetivos que se buscan con la aplicación del instrumento: el focusgroup, como se ha mencionado en la bitácora anterior, pretenda dar cuenta en textualidades emitidas directamente por los estudiantes, acerca de lo que ha sido su proceso de aprendizaje, particularmente en el trabajo de la asignatura de matemáticas, referentes a las distintas clases elaboradas con el uso de la colexión como herramienta de trabajo, para desarrollar la actitud crítica por parte de los estudiantes, además de facilitar la comprensión de los contenidos matemáticos involucrados a lo largo del semestre. Cabe señalar que éste se realizará con un grupo selecto de estudiantes que participaron en la mayor parte de este proceso.

Se pretende indagar y profundizar en el aprendizaje de los estudiantes, desde sus experiencias en los establecimientos educacionales anteriores y lo que ha sido la experiencia en el Paulo Freire. Eso como iniciación a la conversación, posteriormente nos referiremos a las experiencias en la asignatura de matemáticas y lo que ha sido el trabajo en base a la colexión y las distintas actitudes que han logrado desarrollar los estudiantes, ya sean porque las actividades lo demandaban o surgieran de manera intrínseca. Al mismo tiempo, rescataremos la significancia de estas dinámicas de trabajo para los estudiantes, tanto individuales como colectivas. Por último se busca que los propios estudiantes levanten recomendaciones que surjan de lo vivido en la actividad, para dar pie a lo que consideran como estudiantes que debe estar presente o se deba modificar para posteriores aplicaciones.

- **Aplicación del focus group**

El instrumento en cuestión, fue aplicado en las dependencias de la universidad en la que estudian ambos investigadores. Se realizó a eso de las 17:00 hrs de un día jueves, y se contó con la participación de 6 estudiantes, de los distintos grupos de trabajo (1 al 5) en el diseño de clases n°3.

Se contó con la presencia de ambos investigadores, en un tiempo aproximado de una hora cronológica. Posterior a la aplicación, se preparó un break con botanas para los participantes.

Ambos investigadores formaron parte de la moderación durante el desarrollo, considerando la pauta de las preguntas e indicando qué grupo debía contestar. Pese a la preparación y estructura por parte de los investigadores, durante el transcurso de los primeros 20 minutos los participantes del focus group se comportaron de acuerdo a lo esperado, sin embargo se pudo apreciar cómo la conversación pudo seguir su curso con mayor fluidez y con cada vez menor intervención de parte de los moderadores.

Los investigadores sincronizaron su trabajo, de manera que mientras uno moderaba, el otro registraba textualidades o se encargaba de destacar episodios críticos surgidos durante la reunión.

- **Reflexión acerca del focus group**

De acuerdo a lo observado por los investigadores, durante el desarrollo del focus group se evidenció que los estudiantes han adquirido características que se vinculan con la actitud crítica. Los grupos, cuando expresaban sus opiniones eran capaces de centrarse en la pregunta, analizar los argumentos expuestos por sus compañeros, emitir juicios de valor y respetar los sentimientos del otro.

Cada grupo expuso cómo desarrolló la actividad, desde la asignación de roles hasta la exposición final de los ejercicios. Mencionaron su forma de proceder y cómo emplearon estrategias para la discusión y presentación de los resultados (de manera oral y escrita). De manera general, los grupos respetaron los sentimientos del otro, ya que los roles asignados tenían estrecha relación con las facilidades que cada uno

podía tener en los distintos papeles (observador, expositor, comprobación de ejercicios, entre otros).

Se debe mencionar la confianza y propiedad con la cual los estudiantes se referían a lo vivido y destacaban el aprendizaje que ésta situación les generó. Los grupos mencionaban que el trabajar de manera grupal favorecía la apropiación de contenidos matemáticos, ya que se preocupaban de exponer sus ideas, contrastarlas con la de sus compañeros, apoyar a quienes no alcanzaban la apropiación del contenido y realizar observaciones a quienes estaban exponiendo, en caso de ser necesarias.

El docente participante pudo apreciar cómo los estudiantes transformaron algunas de las cualidades y actitudes observadas al inicio del semestre, por otras más cercanas al proyecto educativo del establecimiento. Algunas de estas transformaciones apuntan a un dominio de la palabra, al momento de referirse a las realidades y sus conflictos. También para sugerir cambios y propuestas para transformar sus realidades y ellos convertirse en sujetos autónomos, críticos reflexivos, capaces de desarrollar aprendizajes afectivos y actitudinales. Respecto a este último punto, la confianza en sus saberes y en que podían realizar aportes al desarrollo de las clases, es un aspecto que se puede movilizar a otras asignaturas e incluso a otras situaciones de sus vidas cotidianas. Ese fue uno de los aspectos que más se trabajó y que tuvo buenos resultados en general.

Respecto a las características de la colexión identificadas en el focus group, es pertinente destacar que los estudiantes construían el diálogo con los moderadores, prestando atención a sus respuestas y la de sus compañeros, afinando detalles en sus opiniones conforme los demás estudiantes respondían en la misma pregunta. Esto se podría considerar como una homogenización de las respuestas, sin embargo los investigadores lo tomaron como un aspecto positivo, en cuanto a que no se repetían las respuestas entre grupos, sino más bien, estas eran complementadas o daban pie a que otro grupo pudiera profundizar aun más en las propias. Además, el orden de las preguntas realizadas a los estudiantes, tenían como objetivo: pensar en las acciones relevantes del semestre, ver si estas fueron un aporte a su aprendizaje o si realizaron algún cambio para bien en los estudiantes y finalizar con recomendaciones o comentarios personales, respecto al trabajo de colexión y sus aprendizajes. Por lo cual, los estudiantes se encontraban constantemente colexionando acerca de sus acciones, los aspectos positivos y negativos de estas, y como podían mejorarlas.

Anexos: 6 Producciones estudiantiles clase n°3 ecuación cuadrática

Emmanuel Núñez
Mauricio Oyarce

25/10/17

Fecha: Matías Núñez

$$6x^2 + 7x - 6 = -3x^2 - 8x - 6$$

$$6x^2 + 3x^2 + 7x + 8x - 6 + 6 = 0$$

$$9x^2 + 15x = 0$$

$$\frac{-15 \pm \sqrt{225 - 4 \cdot 9 \cdot 0}}{2 \cdot 9}$$

$$\frac{-15 + \sqrt{225 - 0}}{18} = \frac{-15 + 15}{18} = 0$$

$$\frac{-15 - \sqrt{225 - 0}}{18} = \frac{-15 - 15}{18} = -1,6$$

$$9 \cdot (-1,6)^2 + 15 \cdot -1,6 = 0$$

$$9 \cdot 2,56 + (-24) = 0$$

$$23,04 - 24 = 0$$

$$\boxed{-0,96 = 0} \rightarrow -0,96 \neq 0$$

$$9 \cdot 0^2 + 15 \cdot 0 = 0$$

$$0 + 0 = 0$$

$$\boxed{0 = 0}$$

La organización y el trabajo en general fue buena y como equipo resolvimos problemas llegando a consenso, solo tuvimos un problema al identificar el error que estaba presente en la pregunta.

Matemáticas

hacer 5 grupos (3)

- Definir: → Comunicar el trabajo realizado
- Desarrolla en pizarra
 - observación hacia los grupos

- * Buena expresión oral
- * errores aritméticos
- * Comportamiento durante la clase

¿Es cierto que la ecuación $24 - 3x + 4x^2 = 3x^2 + 6x + 6$ tiene como solución $x_1 = -3$ y $x_2 = 6$?

$$24 - 3x + 4x^2 - 3x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^2 - 9x - 18 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = 9$$

$$c = -18$$

$$\Delta = 81 - 72$$

$$\Delta = 9; 2 \text{ Sol. } \neq \mathbb{R}$$

$$\text{Sol: } \frac{9 \pm 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{9 - 3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \rightarrow \text{Resp. } 3$$

Respuestas

① La dificultad que nos pasó fue que nos confundíamos con el (entre paréntesis) porque en clases no lo hacemos así y tuvo un poco de dificultad

② Entre las tres colaboramos con el ejercicio y si no entendíamos nos ayudamos a sacar distintas conclusiones.

nos costó hacer el ejercicio en general y nos confundimos con los signos

2B

Francisco T.
Katalina U.
Siomara R.
Jorge F.

$$2x+5 = -3x^2 < \cancel{7+x} - \cancel{11x}$$

$$R = -2P$$

$$2x+11x-x+5+7+3x^2=0$$

$$12x+12+3x^2=0$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot 12$$

$$\Delta = 144 - 12 \cdot 12$$

$$\Delta = 144 - 144 = 0$$

no, la respuesta
es $-\frac{2}{3}$, tiene 2

soluciones reales, ya
que el discriminante
es 0.

$$A: 3$$

$$B: +12$$

$$C: +12$$

$$\frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2 \cdot A = 6}$$

$$\frac{-4}{6} = \boxed{\frac{-2}{3}}$$

Como dificultad recordar en las respuestas
por el cambio de los signos.
Fuera de eso no hubo mayor dificultad

3

PROARTE

R: lo que más nos costó fue el parentesis,
más que nada resuelto y los signos nos
costó un poco.

Grupo: Nacho Durban
cesar leyon
Dario salas
clayna valencia.

(4)

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Lo que nos causó mayor dificultad en el ejercicio fue la segunda fórmula, la ecuación y en el trabajo colectivo nos complementamos bien aunque a dos compañeros que hicieron el ejercicio les dio resultados diferentes y después los dos hicieron el ejercicio juntos y ahí sacamos el resultado

(5)

Anexos: 7 Validación de profesionales

En este proceso se contó con la colaboración de dos profesionales:

Validador 1:

| |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nombre: MARIELA URBINA CERDA |
| Título(s) Profesional(es): PROFESORA DE EDUCACION GENERAL BASICA. Grado(s) Académico(s): LICENCIADO EN EDUCACIÓN. MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN EN CURRÍCULUM E INNOVACIONES PEDAGÓGICAS. DOCTORANTE EN EDUCACIÓN. |
| Principal(es) Área(s) de investigación en las que se desarrolla (máximo 3): DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE. INSERCIÓN PROFESIONAL PROFESORES PRINCIPIANTES. EMOCIONES E IDENTIDAD PROFESIONAL. CONOCIMIENTO DIDACTICO DEL CONTENIDO. CURRICULUM E INNOVACIONES PEDAGÓGICAS. |
| Nombre de la institución donde labora: 1. UNIVERSIDAD SANTO TOMAS. 2. UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ. 3. UNIVERSIDAD LA REPÚBLICA. País: CHILE. Cargo que desempeña: 1. ACADÉMICA ACTIVIDAD CURRICULAR GESTIÓN CURRICULAR PARA LA INCLUSIÓN. 2. ACADÉMICA ACTIVIDAD CURRICULAR GESTIÓN CURRICULAR. 3. ACADÉMICA ACTIVIDAD CURRICULAR DIDÁCTICA GENERAL Y SU COHERENCIA METODOLÓGICA CON EL CURRÍCULO Y LA EVALUACIÓN. Años de experiencia: 2008 A LA FECHA (9 AÑOS EN DOCENCIA UNIVERSITARIA). |

Validador 2:

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Nombre: MAURICIO ESTEBAN MOYA MARQUEZ |
| Título(s) Profesional(es): Profesor de Estado en Matemática y Computación Grado(s) Académico(s): Magíster en Educación, mención innovación didáctica. Universidad de Humanismo Cristiano Máster en Entornos para la Enseñanza y el Aprendizaje, mediados por tecnologías digitales. Universidad de Barcelona. |
| Principal(es) Área(s) de investigación en las que se desarrolla (máximo 3): Concepciones acerca del azar y las probabilidades Competencias digitales en estudiantes de pedagogía en matemática e informática educativa Bases Curriculares/ Textos escolares |
| Nombre de la institución donde labora: UCSH/ MINEDUC País: Chile Cargo que desempeña: Docente/ Desarrollo curricular Años de experiencia: 17 años |