FACULTAD DE EDUCACIÓN
Escuela de Educación en Matemáticas
e Informática Educativa

UNA PROPUESTA DIDÁCTICA CON APOYO DE TECNOLOGÍAS MÓVILES PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE REQUIERAN EL USO DEL TEOREMA DE EUCLIDES. EXPERIENCIA APLICADA EN UN INSTITUTO COMERCIAL EN LA COMUNA DE SANTIAGO CENTRO

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA EN MATEMÁTICA E INFORMÁTICA EDUCATIVA

INVESTIGADORES:

MURILLO MUÑOZ, MARÍA JOSÉ

VÁSQUEZ ARÉVALO, RAÚL MAXIMILIANO

VIDELA CÁCERES, PATRICA ALEXANDRA

PROFESOR GUÍA:

JORGE AVILA CONTRERAS

SANTIAGO, CHILE

2018

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación está dedicada a mi pequeña Julieta, me diste la energía y aliento para continuar hasta el final.

Agradezco a mi familia por su apoyo incondicional, por cada atención y paciencia; en especial a mi madre que lucha día a día para que sus hijos persigan sus sueños y por ese amor incondicional que entregas. A mi pareja Álvaro, por ser ese motor y pilar que armabas con cada detalle y gotita de amor. Y esa personita especial que escribirá abajo, tu amor, apoyo y confianza me hizo terminar este proceso.

Amo a cada persona que forma parte de mi vida, aquellos que aportaron con un granito de arena en estos cinco años de carrera.

MI SUEÑO ESTÁ COMENZANDO!!

María José Murillo Muñoz

En primer y más importante lugar, quiero agradecer a mis padres y hermana, por su apoyo incondicional, por haberme dado una palabra de aliento cada vez que la necesité, por acompañarme a lo largo de este camino, ayudándome a sortear los obstáculos y superar mis propias metas.

También quiero agradecer a cada una de las personas que de manera directa o indirecta, formaron parte de este proceso constructivo y formador, lleno de aventuras y momentos inesperados.

Por último agradecer al destino por haber puesto en mi camino, a la personita que escribió arriba, esa persona que le da luz a mi vida, amor a mi existencia y compañía a mi soledad, amor eterno para ti y para ese regalito que viene a alegrar nuestras vidas

Gracias totales Universo Matemático…

Patricia Videla Cáceres

Agradezco a la vida por darme esta instancia de poder realizar uno de mis sueños, terminando mi carrera de pedagogía en matemáticas, con el fin de poder seguir avanzando en lo académico entregando siempre lo mejor de mi sin importar las barreras que se crucen en el camino, también agradezco a mi familia que siempre estuvo ahí apoyándome al máximo sin importar lo que sucediera, con altos y bajos siempre estuvieron para mi…

Raúl Maximiliano Vásquez Arévalo

RESUMEN

Según los resultados del SIMCE 2014-2017 el eje de Geometría ha sido uno de los items con evaluaciones más deficientes, es por esto que la finalidad de este estudio fue proponer una solución a los obstáculos que se presentan al momento del proceso de enseñanza y de aprendizaje para los teoremas de Euclides, particularmente cuando son llevados a aplicar los Teoremas en ejercicios con contexto y sin contexto, para así lograr una mejora en este eje de las matemáticas.

Esta propuesta se desarrolló en un grupo de estudiantes de Tercer año medio, pertenecientes a un Instituto Comercial de niñas de la comuna de Santiago Centro, mediante un enfoque cualitativo experimental, utilizando como metodología la ingeniería didáctica.

Se realizó un proceso de diagnóstico a estudiantes de Tercer año medio. A partir de los resultados obtenidos se crea la propuesta didáctica con apoyo de tecnologías móviles dentro de un marco teórico que considera modelos educativos de dos autores, lo que brinda un sustento confiable y validan la propuesta.

Consideramos la “Teoría de las situaciones didácticas” por Guy Brousseau, enfocada en las situaciones de devolución, acción, formulación, validación e institucionalización; y para la implementación de las tecnologías dentro del aula nos enfocamos en la modelo de TPACK desarrollado entre el 2006 y 2009 por los profesores Punya Mishra y Mattew J. Koehler, basado en los conocimientos hacia la tecnología del docente.

Los resultados observados fueron la mejora en la comprensión, análisis y aplicación de los teoremas de Euclides. Se pudo evidenciar que las alumnas al verse enfrentadas a la actividad con material didáctico concreto y apoyadas con la aplicación móvil, fueron capaces de realizar un análisis y aplicación con un resultado positivo donde a medida que iban realizando las actividades, comprendían de mejor manera la utilización de dichos Teoremas.

Siendo una actividad innovadora donde las estudiantes pudieron hacer uso de la tecnología a su favor, se mostraron muy motivadas y con muy buena disposición a su realización, con una participación constante, que les permitió desarrollar habilidades relevantes, como argumentar y comunicar todo lo aprendido en la propuesta.

Palabras clave: Geometría, propuesta didáctica, Ingeniería Didáctica, Teoremas de Euclides, obstáculo, tecnologías móviles.

ABSTRACT

According to SIMCE 2014-2017 results, the axis of Geometry has been one of the items with the most deficient evaluations. The aim of this study was to propose a solution to the obstacles that arise during the teaching process and learning for Euclid's theorems, particularly when they are led to apply the Theorems in exercises with and without context, in order to achieve an improvement in this axis of mathematics.

This proposal was developed in a group of students of the third year, from a Commercial Institute for girls located in the district of Santiago Centro, in an experimental fashion based in a qualitative approach, using didactic engineering as a methodology.

A diagnostic process was carried out and the didactic proposal is created based on the results obtained, with the support of mobile technologies within a theoretical framework that considers educational models of two authors, which provides a reliable sustenance and validates the proposal.

We consider the "Theory of didactic situations" by Guy Brousseau, focused on the situations of devolution, action, formulation, validation and institutionalization; and the TPACK model developed between years 2006 and 2009 by Professors Punya Mishra and Mattew J. Koehler, based on knowledge of teacher technology for the implementation of technologies within the classroom.

As results we observed the improvement in understanding, analysis and application of Euclid's theorems. It was possible to demonstrate that the students, faced with the activity with concrete didactic material, and supported by the mobile application, were able to perform an analysis and application with a positive result where as they carried out the activities, they acquired a better understanding of the Theorems.

Being an innovative activity where students could make use of technology in their favor, they were very motivated and very willing to do it, with constant participation, which allowed them to develop relevant skills, such as arguing and communicating everything they learned.

Keywords: Geometry, didactic proposal, Didactic Engineering, Euclid Theorems, obstacle, mobile technologies.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas no solo se basa en el conocimiento disciplinar y curricular, más bien es una mezcla entre ellos y el conocimiento didáctico matemático, con el fin de poder establecer los contenidos a enseñar. Esto es importante en el trabajo como docente, ya que, con los elementos de análisis adecuados de un punto de vista de la didáctica de las matemáticas, se podrá entender y planificar de mejor manera el trabajo en el aula. Por lo que al docente le es necesario ampliar y conectar las diferentes perspectivas sobre el currículo entregados para la asignatura, de tal manera que no solo se considere el conocimiento a partir de la lógica interna de la disciplina, más bien aparte del razonamiento matemático y didácticos, el docente debe ser capaz de combinar los conocimientos teóricos de la matemática disciplinar y curricular, para poder llevarlas a cabo en la práctica y así poder generar aprendizajes por parte de los estudiantes. Esta es la razón para que el docente sea capaz de diseñar, evaluar, confeccionar, modificar y desarrollar las programaciones curriculares que son entregados por el MINEDUC y así lograr un aprendizaje duradero en los estudiantes.

La problemática de esta investigación nace debido a las experiencias de dos de los seminaristas en un Instituto Comercial de mujeres de la comuna de Santiago Centro, basado en un contexto de Práctica Profesional I, de la carrera de Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa de una Universidad privada selectiva. En dicho establecimiento se evidencia que existe un obstáculo educativo tanto en el aprendizaje como en la aplicación de los teoremas de Euclides. Debido a esto, nace la motivación para el estudio, diseñar y aplicar una propuesta didáctica con apoyo de Tecnología Móvil, a un grupo de alumnas de Tercer año Medio del mismo establecimiento.

Con base en los conocimientos de didáctica de las matemáticas, se cree que es necesario abordar la problemática desde la participación activa de las estudiantes para lograr el proceso de adquisición del aprendizaje, a fin de que puedan comprender y entender la importancia que conlleva la continuidad de los saberes matemáticos.

Como una recopilación de datos para la propuesta didáctica, se considera pertinente los aprendizajes previos de las estudiantes, para ello se realiza un test diagnóstico, donde se evidencian los obstáculos observados.

Para llevar a cabo la propuesta didáctica, el estudio se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), ya que cuenta con fases que generan un ambiente propicio para las estudiantes que favorece la construcción del aprendizaje. Como apoyo se confecciona una aplicación para móviles con sistema operativo Android, con base en las etapas de Bork, las cuales plantean un desarrollo adecuado y contextualizado, dependiendo de las necesidades que tenga el docente, así como también del objetivo que tenga la creación de la aplicación móvil. Para contextualizar el saber del docente se utiliza el modelo de TPACK, para concretar de forma exitosa los principios básicos de la ingeniería de software educativo.

El desarrollo de la investigación se compone de dos partes. La primera, hace referencia a los antecedentes teóricos y empíricos, que dan sustentabilidad y validez a la investigación. La segunda, es el desarrollo de la ingeniería didáctica donde se realizan todos los procesos de confección, aplicación, comparación, conclusiones y análisis.

El capítulo I desarrolla aspectos relacionados con la teoría, el planteamiento del problema, la definición, limitaciones, justificación y los objetivos de la investigación. En cuanto al marco teórico, en el capítulo II, se expone lo que compete a Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), al desarrollo de software (Bork, 1986) y al modelo TPACK (Koehler & Mishra, 2006). En el capítulo III, se explica la opción metodológica de la investigación, correspondiente a la ingeniería didáctica y sus características.

En el capítulo IV, se desarrollan en primera instancia el análisis preliminar de la propuesta didáctica, abarcando componentes epistemológicos, cognitivos y didácticos, con relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los Teoremas de Euclides. Luego se da a conocer el análisis a priori donde se definen los comportamientos esperados y el diseño paso a paso de la propuesta. Luego, se expone la fase experimental, donde se da a conocer la experiencia vivida por los estudiantes y los seminaristas durante la aplicación de la actividad. Y, posteriormente, el análisis a posteriori, que expone un contraste entre los comportamientos esperados vistos en el análisis a priori y lo que realmente sucedió en la experimentación, considerando la idea de rediseñar la actividad para mejorar algunas dificultades que puedan surgir en la aplicación de ésta. Finalmente, en el último capítulo, se establecen las conclusiones de esta investigación con relación a los objetivos planteados en un comienzo.

CAPITULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes empíricos observados y/o teóricos

La experiencia como estudiante en la carrera de Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa, de una universidad privada selectiva de Santiago de Chile, da cuenta que la geometría y sus múltiples aristas, aportan una visión y un respaldo frente al espacio tangible o intangible, con lo cual se puede dar una explicación a los objetos que observan los estudiantes en su entorno. La geometría esta vista como una herramienta para describir y medir figuras, como base para construir y estudiar modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real (Hernandez & Villalba, 2001). Es por esto que su correcto manejo y enseñanza les aportan conocimientos paulatinos a los estudiantes, que se desarrollan y complejizan a lo largo de su vida, los cuales serán utilizados en su diario vivir, con o sin intención. Darle sentido al estudio de la Geometría, mostrar lo que brinda, lo lúdico y poco rígido que puede ser su estudio, los invita a generar una simpatía por los nuevos conceptos. La geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del individuo, dada su aplicación en diversos contextos; su capacidad formadora del razonamiento lógico (Báez & Iglesias, 2007).

A continuación, se da a conocer dos tipos de antecedentes con relación a la investigación, una de estas considera las experiencias vividas por parte de los seminaristas a cargo de este estudio, a partir de sus prácticas y/o experiencias previas, por otro lado, se relaciona con investigaciones realizadas con anterioridad en el área abordada.

1.1.1. Antecedentes empíricos a partir de prácticas y experiencias previas

Dentro de la Práctica profesional I de la carrera antes mencionada, los investigadores, identificaron varios problemas asociados a la enseñanza y aprendizaje de la Geometría, específicamente en el segundo semestre del año 2017, se pudo observar que para el caso de los Teoremas de Euclides, gran parte de las estudiantes de segundo año medio de un Instituto Comercial de mujeres en la comuna de Santiago, trabajaban bien con este teorema cuando solo se les daban datos numéricos, sin embargo, presentaban dificultades al trabajar con problemas de aplicación de dicho teorema.

Por otro lado, se observó un escaso uso del libro de matemática del docente, este solo era utilizado para recopilar ejercicios, sin tomar en cuenta el aporte que puede brindar, como los “errores frecuentes”, nombrados por el texto, que pueden cometer los estudiantes durante la resolución de problemas, así como también, las sugerencias didácticas propuestas en él (Jiménez & Rupin, 2015).

En la Guía Didáctica del docente podemos encontrar los siguientes errores frecuentes, como se mencionó, es posible que los estudiantes piensen erróneamente que las relaciones dadas por los teoremas de Euclides siempre corresponden a los elementos dados por las letras **a, b, c, p y q**, sin analizar que dichas letras están cumpliendo un papel, en tanto c es la hipotenusa del triángulo (Jiménez & Rupin, 2015) y cuando se trabajaba con figuras semejantes pero ubicadas de diferente manera en el plano (cambio de posición en la figura), a las alumnas les costaba reconocer relaciones algebraicas y/o numéricas con relación a estos triángulos (ver *Figura 1*):

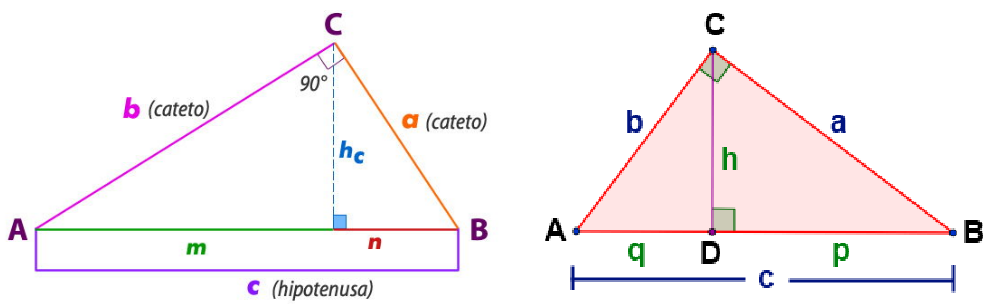
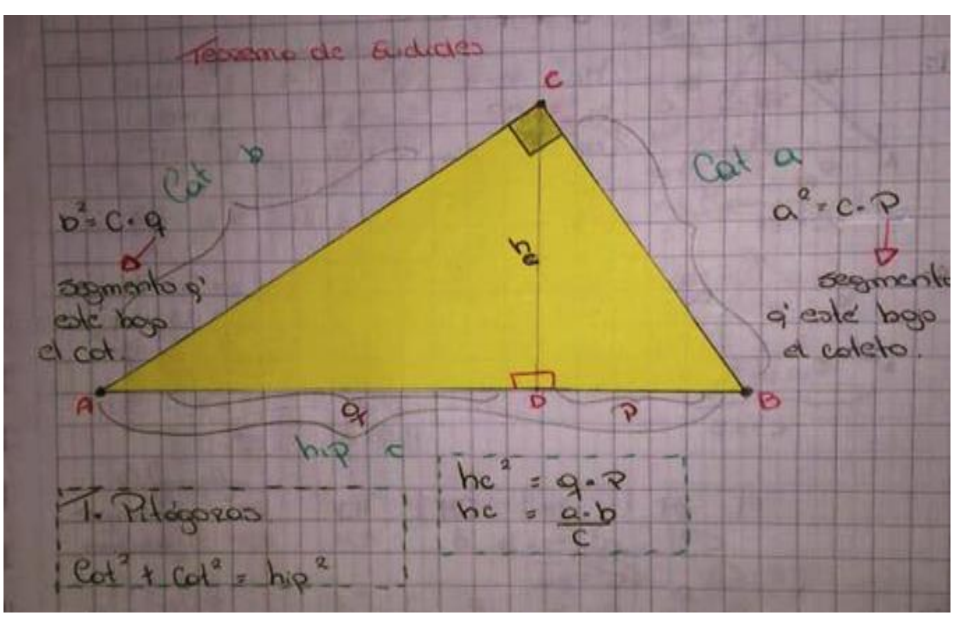
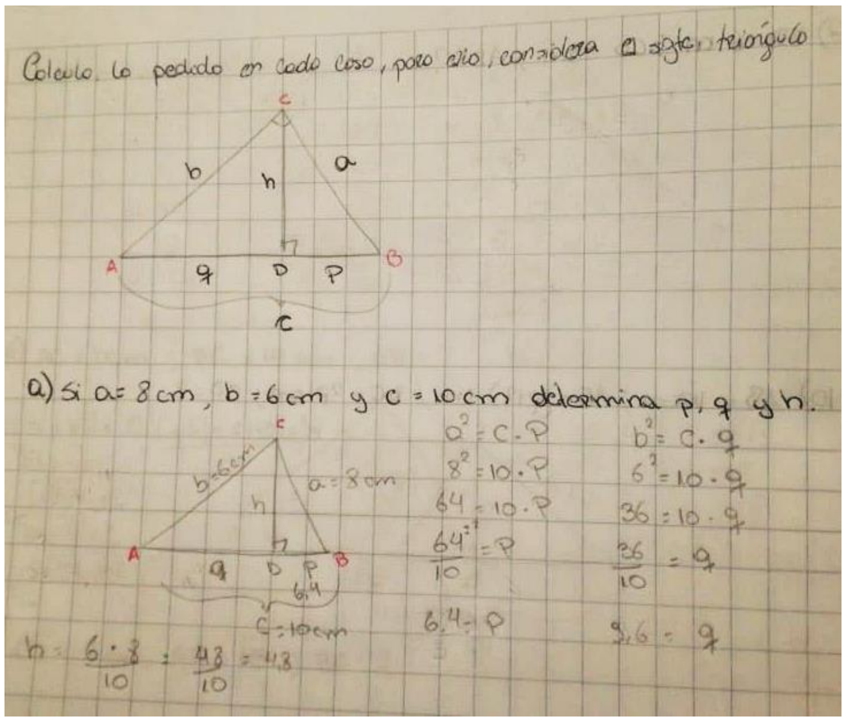


Figura 1. Imagen obtenida de la web (P.Educativo, 2015)

En una situación de aula cuando el profesor incorpora a las estudiantes en una actividad con el teorema de Euclides, dibuja en la pizarra (*Figura 1)* el triángulo de la derecha en tanto que en el libro de clases, las propiedades constitutivas del teorema aparece enunciado como el triángulo de la izquierda. Ante ello, las alumnas exclaman ¡Pero profe, eso no lo pasó! ¡No es lo mismo!

A continuación se presenta la imagen del cuaderno de una estudiante de segundo año medio (2017) observado, como evidencia del obstáculo antes mencionado, donde no se hace diferencia entre contenido y actividad al momento de la posición o variable (letra) del triángulo.





Imágenes 1: Se enseña y se aplica con la misma posición y variables (Instituto Comercial, 2017)

Otro obstáculo epistemológico observado hace referencia al trabajo con problemas de planteo, observado en el aula (Práctica I), donde se espera que las estudiantes sean capaces de interpretar la información que proporciona el enunciado, como por ejemplo el siguiente problema:

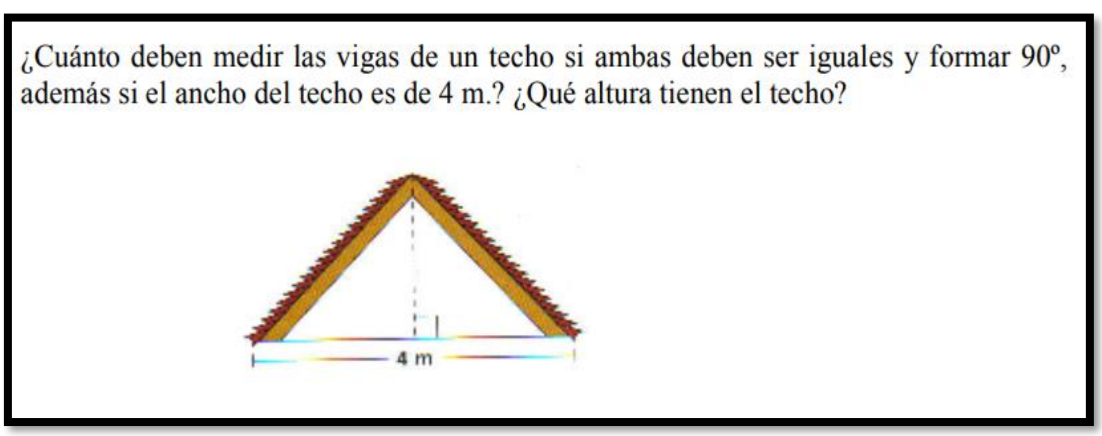

¿Cuánto deben medir las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar 90º, además si el ancho del techo es de 4 m.? ¿Qué altura tienen el techo?

Imagen 2: Ejercicio obtenido de guía en la web (Solorza, 2011)

En la *Imagen 2*, se expone lo mencionado anteriormente, se enuncia el problema donde la ilustración debería ser algo similar a la imagen de referencia. Sin embargo, a menudo las estudiantes no lograban dibujarlo o, en algunos casos lo hacían, pero imitando la imagen que proporciona la propiedad del teorema, como se observa en la *Figura 2*.

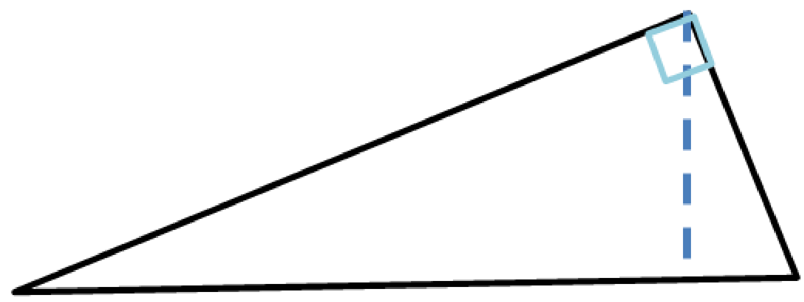


Figura 2: Elaboración propia.

A pesar que el enunciado dice que ambas vigas miden lo mismo, se deduce que dicho error surge porque las estudiantes tienden a dibujar el triángulo como se aprecia en la *Figura 2,* por tratarse de la forma con que usualmente se trabajan los teoremas de Euclides en los libros de texto, lo cual no hace hincapié en que existen figuras semejantes con catetos iguales como la imagen mostrada en la *Imagen 2*.

Por otro lado, se evidenció el poco o limitado uso de TIC por parte de los profesores, al momento de realizar sus clases. Dentro del desarrollo de estas, los recursos tecnológicos, solo se limitaban al uso de un computador y un proyector. No existía una finalidad pedagógica en el trabajo con estas herramientas, simplemente eran utilizadas para mayor comodidad de los profesores. Lo mencionado anteriormente fue observado por los investigadores en la experiencia de Práctica Profesional I en el año 2017, siendo esto un punto importante, ya que se espera que el trabajar con TIC o recursos tecnológicos, sea en post y para el beneficio de los estudiantes. En ninguna instancia se trabajó incluyendo, directamente, este tipo de herramientas en la enseñanza de los teoremas de Euclides.

El mal o inadecuado uso de TIC, dentro de lo vivenciado y observado, durante la Práctica profesional I, por los investigadores, en conjunto con los dos ejemplos de los obstáculos que tenían las estudiantes frente al trabajo con los teoremas de Euclides, da pie al surgimiento del tema a investigar, planteándose como propósito diseñar una propuesta didáctica con apoyo de TIC, que pueda ayudar a las estudiantes a superar dichos obstáculos.

1.1.2. Antecedentes teóricos y/o investigaciones realizadas con anterioridad

Una de las razones que inspira a investigar la aplicación de los teoremas de Euclides, es que a través de una revisión bibliográfica efectuada de abril de este año a la fecha, se dio cuenta de la poca existencia de indagaciones sobre dicho tema. Al buscar diversas investigaciones relacionadas al tema, se encontraron principalmente trabajos con teoremas fundamentales de la Geometría Plana, estudios como el Teorema de Pitágoras y/o de los tres Teoremas juntos (Pitágoras, Thales y Euclides) o referido a la teoría euclidiana. Esta ausencia de trabajos relacionados con una mejor utilización del Teorema de Euclides, junto con los antecedentes empíricos expuestos, nos lleva a desarrollar una propuesta didáctica en la aplicación de los teoremas de Euclides, con la intención de mejorar los errores frecuentes que cometen las estudiantes al momento de utilizar dichos teoremas en ejercicios con y sin contexto.

Al buscar estudios relacionados a los teoremas de Euclides, se encontró una investigación basada en la enseñanza didáctica de los tres teoremas notables “Pitágoras, Thales y Euclides” (Arellano, 2016) realizada en Venezuela en el nivel tercer año medio general, en sus conclusiones se pudo evidenciar que la factibilidad de la implementación de una propuesta didáctica debe ser diseñada bajo parámetros de la realidad, esto quiere decir que debe ser de una redacción acertada, con fácil manipulación y manejo, con una metodología muy accesible para las estudiantes, un orden de las ideas acorde a la teoría del teorema y a la resolución de ejercicios y problemas, donde logren aplicar paso a paso las metodologías de esta para poder comprender adecuadamente, logrando una aplicación en situaciones de la vida diaria, resaltando la importancia de las matemáticas.

Mediante la búsqueda entre las diferentes investigaciones que existen sobre los tipos de errores y como afectan en el aprendizaje de los estudiantes se encontró el siguiente artículo (Jaime, Chapa, & Gutiérrez, 1992) realizado en España donde uno de los errores en los que se enfoca es la presentación visual lo cual dice, que con frecuencia nos encontramos con muy pocos ejemplos de figuras no estándar o en posición no estándar. En este caso, no se trata de un error matemática, pero si de un serio error didáctico.

Se evidencia dentro del artículo, los textos que son entregados para el apoyo de los docentes dentro de la enseñanza de la geometría, la diferencia entre la posición de triángulos, donde los estándar son más comunes en comparación a los no estándar (Ver *imagen 3*).

*Imagen 3: e*xtraída del articulo (épsilon n° 23, 1992)

Los autores mencionan que basándose en las teorías de Van Hiele y Vinner los estudiantes comienzan por construir su imagen mental de un concepto de una manera global, esto quiere decir que el primer paso para comenzar con el aprendizaje de un concepto geométrico es lo visual, por lo cual es evidente que un estudiante que solo vea triángulos en una posición estándar constantemente, asociara que el triángulo debe estar en esta posición solamente para poder concretar el conocimiento, por lo cual produce un error didáctico dentro del aprendizaje del concepto.

Para comprender un poco más sobre a qué se refiere con la teoría de Van Hiele, se mencionara los niveles por los cuales deben ir cursando los estudiantes para poder ir construyendo un razonamiento geométrico. Estos niveles son:

Nivel 1 (reconocimiento): en este nivel es donde el estudiante reconoce las figuras solo por su forma sin ningún tipo de análisis matemático, solo se basa en su forma y aspecto.

Nivel 2 (análisis): en este nivel se comienzan por reconocer los componentes matemáticos de un concepto o figura, donde se pueden relacionar los objetos y sus componentes de forma experimental, sin poder relacionarlas mediante una deducción lógica ni descripciones formales.

Nivel 3 (clasificación): en este nivel se establecen relaciones lógicas y se puede seguir el razonamiento deductivo lógico simple, pero no se comprende la función de los elementos de un sistema axiomático, por tanto no pueden manejarlo.

Nivel 4 (deducción): en este nivel se puede comprenden y realiza razonamiento deductivo y demostraciones formales, pues ya se entiende el significado de axioma, hipótesis, etc.

Por lo anterior mencionado cabe señalar que el primer nivel es uno de los más importante ya que este es donde los estudiantes hacen el primer contacto con el concepto en forma general por lo que al verse reflejado o estandarizado de una forma esta influirá en gran medida dentro del aprendizaje y el razonamiento de las estudiantes al momento de analizar y comprender el concepto fundamental de los Teoremas de Euclides.

1.2. Definición del problema y pregunta de investigación

La problemática detectada que surge a partir de los antecedentes antes mencionados, hace referencia a los obstáculos y la manera en que enfrentan las estudiantes los ejercicios de aplicación con o sin contexto, y el reconocimiento de elementos constitutivos de las propiedades de los teoremas de Euclides.

A través de búsquedas, se encontró una investigación titulada “Las TIC y el aprendizaje de la geometría”, donde nos relata la importancia de las tecnologías.

> La integración de TIC en el aula de Matemática no solo mejora, en relación a la metodología tradicional de enseñanza-aprendizaje en matemáticas de los alumnos, sino que es evaluada por los alumnos y profesores como una metodología eficaz y satisfactoria, y constituye una mejora sistemática independiente del nivel educativo del alumno. (Argudo, 2013, p. 5)

Lo anterior, sumado a los aspectos de contexto mencionados en los antecedentes empíricos que tienen relación con lo tecnológico, hacen que el propósito del estudio sea generar una propuesta didáctica con apoyo de tecnologías móviles para la resolución de problemas que requieran el uso del Teorema de Euclides.

Lo tecnológico, de acuerdo a lo que indican las actuales Bases Curriculares, se declara como una habilidad importante a considerar hoy en día para el aprendizaje en educación media, y en matemáticas en particular esto cobra especial relevancia. Entre los objetivos generales de Educación Media, en el ámbito del conocimiento y la cultura.

> **e.** Usar tecnología de la información en forma reflexiva y eficaz, para obtenerla, procesarla y comunicarla (…) **g.** Comprender y aplicar conceptos, procedimientos y formas de razonamiento matemático para resolver problemas numéricos, geométricos, algebraicos y estadísticos, y para modelar situaciones y fenómenos reales, formular inferencias y tomar decisiones fundadas. (MINEDUC, 2015, p. 14)

Más específicamente, para el caso de la resolución de problemas que requieran el uso del Teorema de Euclides, se considera que generar actividades con recursos tecnológicos favorecería el desarrollo de habilidades que tienen que ver con modelar situaciones y fenómenos reales.

Así mismo, existe bibliografía que alerta sobre las características de los estudiantes contemporáneos, los cuales tienen al alcance de su mano las tecnologías e inclusive, en algunos espacios de desarrollo científico y académico se ha dado en denominar a las actuales generaciones con nombres y características particulares que hacen notar esa característica importante de relevar en los espacios formacionales, algunas de las cuales son por ejemplo la de Nativos Digitales (Prensky, 2010) y Millennials.

Una problemática hacia las tecnologías móviles, es el debate entre docentes sobre el uso de estos en aula. Sus razones, la distracción que generan los aparatos electrónicos en el desarrollo de la clase. Es por esto, que el propósito de la investigación es utilizar como apoyo al contenido que se desea enseñar, en este caso, los teoremas de Euclides. Un artículo, nos indica lo anteriormente mencionado, mostrando ventajas, retos, oportunidades, aspectos positivos y negativos del uso de Smartphones, entre otras.

> Con todo, es importante que tengamos en cuenta que podemos aprovechar parte de las ventajas del uso de los Smartphones que muchos menores poseen también fuera del aula, es decir, como docentes podéis realizar actividades a través del móvil recomendando acciones, actividades o aplicaciones. (Gaona, 2016)

La relevancia de esta investigación es poder encontrar una solución hacia la problemática, detectada comúnmente en los estudiantes al momento en el que se les presentan los contenidos de geometría en específico los teoremas de Euclides, ya que se aprecia que existe un déficit dentro de la unidad de geometría, lo cual es respaldado por los bajos puntajes obtenidos en pruebas estandarizadas como el SIMCE.

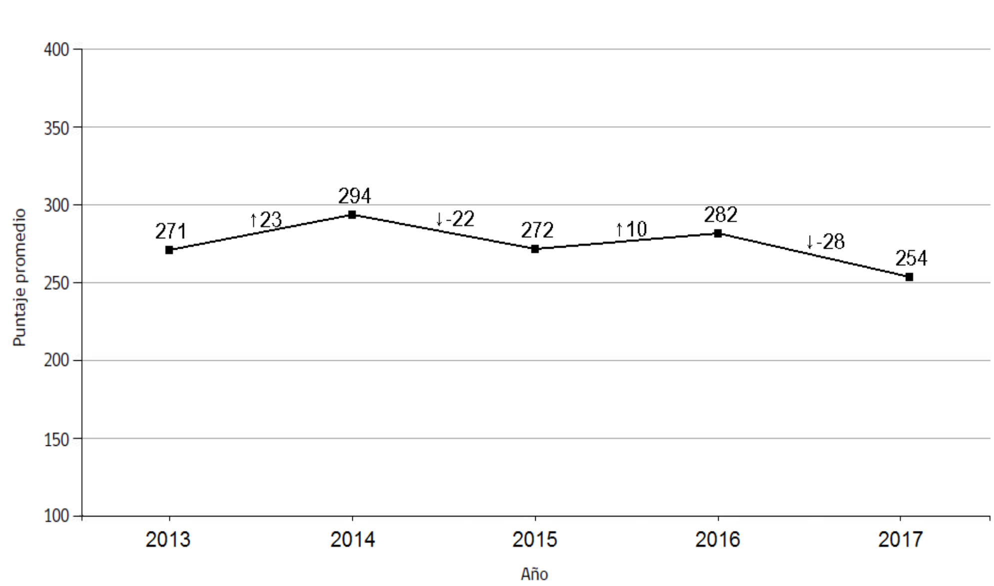
Tabla 1

Datos recolectados de resultados SIMCE 2017, donde compara resultado y luego se centra en los ejes.

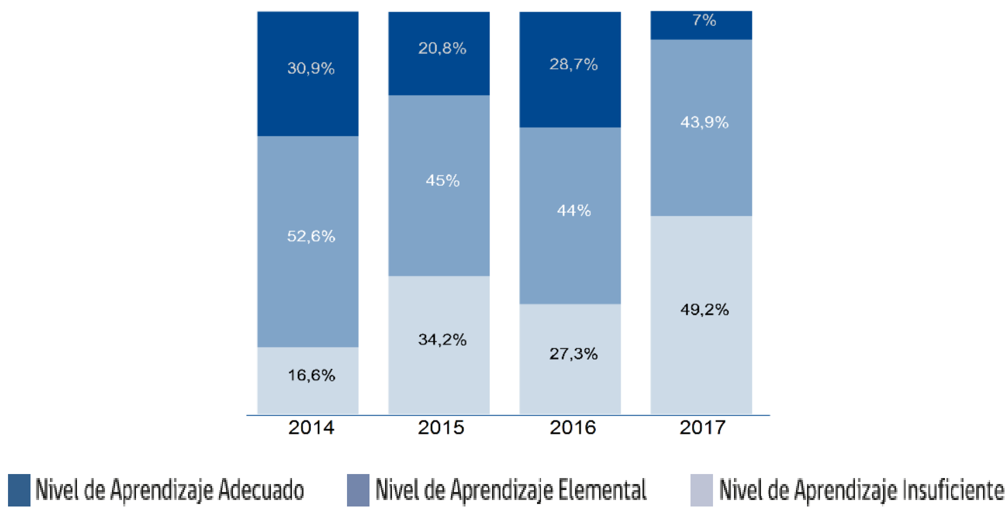
Puntajes promedio: 2013-2017

	Matemática
Puntaje promedio	254
El promedio 2017 del establecimiento comparado con el obtenido en la evaluación anterior es	más bajo (-28 puntos)
El promedio 2017 del establecimiento comparado con el promedio nacional 2017 de establecimientos de similar GSE es	más bajo (-29 puntos)

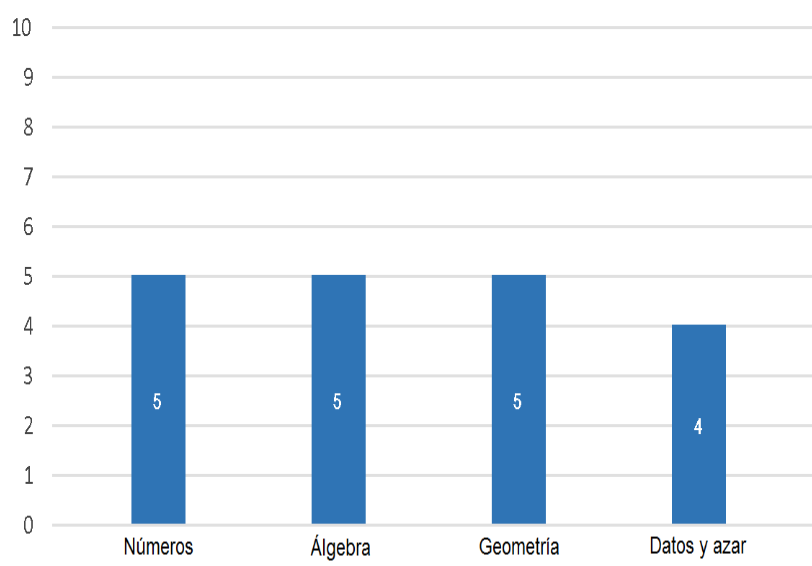
Puntajes promedio SIMCE Matemática II medio 2013-2017 y su variación



Porcentaje de estudiantes en cada Nivel de Aprendizaje en SIMCE Matemática II medio



Puntaje promedio en cada eje de Matemática SIMCE II medio 2017



Fuente: Elaboración propia y SIMCE 2017

Durante los últimos años y de manera periódica, el rendimiento en matemática, específicamente en el área de geometría, dentro del Instituto Comercial ha ido en disminución. Dato relevante dentro de la presente investigación, ya que sustenta la idea de realizar una propuesta didáctica que pueda ayudar a las estudiantes.

Por otra parte, el escaso dominio y utilidad que los docentes le dan a las TIC, ya sean Software Educativos o Tecnologías Móviles, al momento de realizar sus clases, es preponderante. El poco involucramiento que tienen las estudiantes dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, podría ser revertido si, dentro de la práctica docente, el profesor motivara a las estudiantes mediante el uso de estas herramientas.

Las TIC configuran nuevos entornos y escenarios para la formación con unas características significativas. Por ejemplo: amplían la oferta informativa y posibilidades para la orientación y tutorización, eliminan barreras espacio-temporales, facilitan el trabajo colaborativo y el autoaprendizaje, y potencian la interactividad y la flexibilidad en el aprendizaje (Domingo & Marqués, 2011).

El trabajo complementario y con ayuda de TIC o nuevas tecnologías, propician la participación de los estudiantes, lo que también depende del profesor y su postura. Lo que el docente piensa sobre el potencial didáctico de las TIC condiciona su uso en la práctica docente (Domingo & Marqués, 2011).

Atendiendo a todo lo descrito anteriormente, la pregunta de investigación propuesta es:

¿De qué manera contribuye la implementación de una propuesta didáctica en tercero medio, con apoyo de Tecnologías Móviles, para favorecer la resolución de problemas que requieren del uso de los Teoremas de Euclides?

1.3. Objetivos generales y específicos

1.3.1. Objetivo General

- Aplicar una propuesta didáctica que favorezca el aprendizaje de los teoremas de Euclides en la resolución de problemas con apoyo de Tecnologías Móviles, para estudiantes de tercer año medio de un Instituto Comercial de la comuna de Santiago Centro.

1.3.2. Objetivos Específicos

- Caracterizar los obstáculos que surgen en un diagnóstico acerca del uso del teorema de Euclides en la resolución de problemas.
- Efectuar un análisis preliminar de los obstáculos que surgieron en la aplicación diagnóstica de los teoremas Euclides.
- Diseñar y planificar una propuesta didáctica con apoyo de Tecnologías Móviles, para favorecer el aprendizaje de los teoremas de Euclides en la resolución de problemas.
- Validar una propuesta didáctica mediante la Ingeniería didáctica, para favorecer el aprendizaje de los teoremas de Euclides en la resolución de problemas.

1.4. Hipótesis o supuestos

- Supuesto 1: Al momento de la aplicación del diagnóstico se espera que las estudiantes tengan dificultades para:

1. Relacionar los cambios de letra o posición del triángulo o la figura en cuestión, ya sea solo con la figura o representada como objeto cotidiano.

2. Interpretar los contextos sin apoyo de elementos, esto quiere decir que no logren hacer la representación pictórica de acuerdo al enunciado que se propone.

3. Relacionar el teorema de Euclides con el teorema de Pitágoras al momento de aplicar las propiedades de este en algún ejercicio que requiera de ambos.

- Supuesto 2: Después de la aplicación de la propuesta didáctica, se espera que las estudiantes logren comprender y manejar los teoremas de Euclides y sus propiedades, esperando que lo relacionen con la cotidianidad y sean capaces de desarrollar ejercicios de planteo, utilizar el apoyo de otros teoremas (Pitágoras) o el uso de Tecnologías Móviles.
- Supuesto 3: Esperar que las alumnas relacionen la modalidad en cómo trabajan y su desempeño en la resolución de ejercicios de planteo, cambios de variables, de posición o ilustrar un enunciado, con aprendizaje matemático utilizando tecnologías móviles complementarias.

1.5. Justificación e Importancia

De acuerdo a los antecedentes anteriormente mencionados de tipo empíricos y teóricos, se considera pertinente la realización de la investigación, ya que se debe tener en consideración que, no basta con generar algún tipo de propuesta didáctica en post del aprendizaje de los estudiantes, sino que también es importante que los docentes los motiven a través del diseño de estas mismas, así como también una continua formación docente que proporcione herramientas necesarias en el desarrollo intelectual y personal de los estudiantes, brindándoles una visión contextualizada de los conceptos a trabajar, adaptando el tema a la realidad, permitiendo que los estudiantes interioricen de mejor manera los contenidos, potenciando así sus procesos de enseñanza y aprendizaje.

Los investigadores consideran que es importante generar una propuesta didáctica, que tome en cuenta las distintas dificultades del establecimiento educativo que se vieron reflejadas en los antecedentes empíricos, los cuales fueron ratificados al momento de realizar un test de diagnóstico dentro de los cursos mencionados anteriormente.

La relevancia de esta investigación tiene como fin otorgar a los profesores de enseñanza media, una propuesta didáctica adaptada con los nuevos contextos y niveles educativos. Ya que se puede evidenciar que día a día es más difícil cubrir las exigencias en cuanto a condiciones didácticas y tecnológicas en las que se ven inmersos los estudiantes al momento de ser partícipes de las clases que imparte el establecimiento, lo cual lleva a creer que es de suma importancia poder realizar clases, en las cuales la forma de abordar los contenidos que serán aprendidos por los estudiantes sean modernas y donde puedan producir o construir sus conocimientos.

En educación es de suma importancia utilizar como apoyo las TIC, hay que dejar que la tecnología muestre qué puede ser realizado para que los educadores determinen qué debe aplicarse, cómo debe utilizarse y de qué forma resulta más ventajosa para el desarrollo y el aprendizaje de la persona (Gros, 2004). Así también, enseñar los contenidos de tal forma que las estudiantes puedan producir o construir su conocimiento mediante la didáctica, abordando problemáticas como la interculturalidad, la sociedad de la información, las TIC, la ética y la socialización del conocimiento (Oliver et al., 2010).

Lo que referencian estos estudios cobra mucha relevancia hoy en día, ya que los jóvenes, y en particular, las estudiantes que se consideran para este trabajo tienen las tecnologías al alcance de la mano, más aún las tecnologías móviles que como se ha dicho, servirán de apoyo para la propuesta didáctica que se busca desarrollar. En este sentido, el estudio tiene pertinencia y coherencia con lo que se informa desde lo científico-teórico y lo que se observa y vivencia en la sociedad en la cual nos hallamos inmersos actualmente.

La importancia de generar instancias donde el rol del estudiante sea más protagónico aludiendo al pensamiento autónomo dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje, permite desarrollar actividades que apunten a las necesidades que en particular pueda tener cada uno de ellos, e incluir herramientas que les permitan superar los obstáculos dentro del estudio de nuevos contenidos. Con el transcurso del tiempo se poseerán los elementos necesarios para emprender nuevas actividades o rediseñar otras atendiendo fines como el mejoramiento del aprendizaje de una asignatura y la búsqueda de la promoción de pensamiento crítico autónomo (Mejía, Orduz, & Peralta, 2005).

Por esta razón la investigación toma un rol de gran importancia a tal punto que se requiere de buscar una solución a esta problemática, dando pie a la creación de una propuesta didáctica con apoyo de Tecnologías Móviles, con el fin de solucionar dicho problema.

1.6. Limitaciones

1.6.1. Niveles cognitivos de los estudiantes

En el libro "Teorías del aprendizaje" del autor Schunk (2012), se da cuenta de que el conocimiento se construye, que no es sometido y, además, está sujeto a la edad evolutiva del estudiante. Por tanto, las representaciones del conocimiento se dan de manera independiente, respecto a su edad o físico.

Dicho lo anterior, a la hora de realizar las actividades, se evidenciarán estudiantes con distintos niveles cognitivos, esto dificulta la comprensión y la realización del problema planteado.

1.6.2. Complejidad emocional humana

El ser humano, al ser un ente multifuncional, dependerá mucho de los factores psicológicos, por lo que las respuestas emitidas por las estudiantes puedan variar según los estados de ánimos en que se encuentren. Esto podría provocar, el no querer responder las preguntas o actividades por situaciones personales en las que se encuentren. Limitante, ya que, no será por falta de conocimientos o saberes errados respecto al tema, sino a situaciones externas que tengan.

1.6.3. Número de estudiantes como muestra

La investigación está dirigida a un grupo no muy grande de estudiantes (aproximadamente 18 alumnas), pero debido al término de semestre o exámenes del establecimiento (evaluaciones finales de las asignaturas), la cantidad de alumnas disminuye, es decir, la muestra puede no representar en su totalidad la condición que se vive realmente en el nivel señalado.

CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO O CONCEPTUAL

A continuación se describe y da a conocer algunos aspectos fundamentales acerca de la teoría de situaciones didácticas propuesta por Guy Brousseau, metodología de Bork y el modelo TPACK, la cual se utiliza para dar sustento al marco teórico e investigaciones relacionadas con los obstáculos de los jóvenes estudiantes en el aprendizaje y aplicación de los teoremas de Euclides, la importancia que tiene la didáctica y el uso de tecnologías móviles en el aula, la comprensión que adquiere el estudiante ante problemas de planteamiento y la motivación.

2.1. Fundamentos teóricos

Para la presente investigación se reunirán los aportes de dos autores que referenciarán sobre las significantes necesarias para la creación y aplicación de la propuesta didáctica que se lleva a cabo, y los autores necesarios que complementen las dificultades que presenten las estudiantes frente al Teorema de Euclides dentro de la geometría.

Kaput (1987; citado en Rico, 2009), hace referencia a la dualidad que existe entre el símbolo (en este caso letra) y el concepto asociado (propiedades del Teorema), y muestra las dificultades que de ella se derivan para las matemáticas:

> El concepto de representación da por supuesta la consideración de dos entidades relacionadas, pero funcionalmente separadas. Uno de estos entes se denomina el objeto representante (símbolo o representación), el otro es el objeto representado (concepto), también está implícita cierta correspondencia entre el mundo de los objetos representantes y el mundo de los objetos representados. (Rico, 2009, p. 6)

Lo anterior le da sentido a los errores cometidos por las alumnas, al momento de trabajar directamente con las propiedades constitutivas del Teorema de Euclides en ejercicios sin contexto, donde el sentido del objeto representante es confundido y poco entendido, lo que repercute directamente en la comprensión del concepto estudiado.

Por otra parte, para darle un mayor sentido hacia la problemática de la investigación existe una situación que se presenta dentro de esta, la cual es el Tránsito de la geometría sintética hacia la geometría analítica (Henríquez-Rivas & Montoya-Delgadillo, 2016, p. 45-66), dentro de esta investigación se define lo que es Geometría Sintética y Geometría Analítica donde menciona que la diferencia según lo que planteaba Klein (1908, p. 73) que dice "Geometría sintética, aquella en la cual se estudian las figuras en sí mismas sin intervención alguna de fórmulas, mientras que en la analítica, estas se aplican constantemente mediante el uso de los sistemas de coordenadas". A raíz de esto Klein menciona también que más bien la diferencia que existe entre las dos geometrías no será más que una diferencia cuantitativa, qué quiere decir esto, que según predominen las fórmulas o las figuras se definirá el tipo de geometría, ya que una geometría analítica no puede existir sin la representación geométrica, y por otro lado la geometría sintética no puede avanzar más allá de lo pictórico, por lo cual necesita una explicación formal, a través, de fórmulas que den un sentido a la existencia de esta.

El aporte que brinda lo mencionado a la investigación, da sentido a que la problemática encontrada en el Teorema de Euclides, puede darse por una falencia en este tránsito entre las geometrías, es decir, según lo mencionado en el párrafo anterior es primordial que la relación que el estudiante logra a través de la geometría sintética y analítica sea optima, ya que una mala relación entre estas puedan producir que estos tiendan a cometer o incurrir a los errores presentados en el primer supuesto mencionado en el capítulo anterior de la investigación.

Con relación a lo mencionado anteriormente es necesario definir error y en que nos ayuda a la investigación, dentro de las variadas definiciones que existen sobre error en matemáticas, Franchi y Hernández (2004) sistematizan los errores desde el punto de vista de diferentes autores, lo cual se sintetiza en la Tabla 2 que se expone a continuación.

Tabla 2:

Definición y tipología de errores.

Autor	Definición	Tipos de errores
Socas M. (1997)	El error es la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente una consecuencia de una falta específica de conocimiento o despiste.	• Errores que tienen su origen en un obstáculo. • Errores que tienen su origen en la ausencia de sentido. • Errores que tienen su origen en actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.
Guy Brousseau (1997)	El error además de ser un efecto de la ignorancia, de la inseguridad, del azar, puede surgir como resultado de un conocimiento anterior, que tenía su interés, su éxito, pero que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos e imprevisibles, son originados por los obstáculos.	• Error a un nivel práctico. • Error en la tarea • Error de técnica • Error de tecnología • Error de nivel teórico.
Movshovitz (1987)		• Errores debidos a datos mal utilizados • Errores debidos a una interpretación incorrecta del lenguaje. • Errores debidos a inferencias no válidas

		lógicamente. • Errores debidos al uso de teoremas o definiciones deformados. • Errores debidos a la falta de verificación en la solución. • Errores técnicos
Radatz (1979)		• Errores debidos a la dificultad del lenguaje. • Errores debidos a dificultades para obtener información espacial. • Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. • Errores debido a rigidez del pensamiento. • Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes
Astolfi (1999)	Este autor establece una tipología para los errores que constituye una perspectiva general de los errores, la cual pretende romper con las categorías tradicionales adoptadas para hablar sobre ellos.	• Errores debidos a la comprensión de las instrucciones de trabajo dadas. • Errores que provienen de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas. Los errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos. • Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas. • Errores debidos a los procesos adoptados. • Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad. • Errores que tienen su origen en otra disciplina. • Errores causados por la complejidad del contenido.

Fuente elaboración propia, con base en Franchi y Hernández (2004)

Para efecto de esta investigación se utiliza la definición de Brousseau (1997) que habla del error desde un punto didáctico y Socas (1997) que habla del error desde el procedimiento, de la lectura, tipificando el error hacia la forma. Ello, debido a que estos tipos de errores mencionados por estos autores son los que fueron evidenciados por los investigadores durante la experiencia ya mencionada en los antecedentes empíricos.

2.2. Teoría de situaciones didácticas

En este siguiente punto, se desarrollan aspectos básicos sobre la Teoría de las situaciones didácticas fundada por el investigador francés Guy Brousseau (2007), la cual será utilizada como base para la creación y desarrollo de la presente investigación.

En el libro Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas nos propone un enfoque de interacciones sociales entre alumnos, docentes y saberes matemáticos que se dan en el aula, y condicionan a los alumnos a aprender y cómo hacerlo, para estos se utilizan distintos medios, ya sea, material concreto o instancias de aprendizaje. Por su parte, la ingeniería didáctica estudia y produce estos medios, para así generar la situación didáctica acorde a la problemática que se presente.

Se define situación como un entorno diseñado y manipulado por el docente que la considera como una herramienta. Y propone el medio, como un subsistema autónomo del sujeto (Brousseau, 2007, p. 17).

Principalmente se hablaba de una situación didáctica como todo el entorno del alumno, incluido el docente y el sistema educativo. Luego se considera la evolución de las situaciones donde nos presentan el aprendizaje logrado por medio de la adaptación del sujeto que aprende al medio, habiendo o no intervención del docente en el proceso, donde los conocimientos se manifiestan como instrumentos de control de las situaciones (Brousseau, 2007, p. 18).

El siguiente esquema (*Imagen 4)*, recopilado del libro anteriormente mencionado, se asocia a una concepción de la enseñanza donde el profesor organiza el saber enseñar en una serie de mensajes, de los cuales el alumno toma lo que debe adquirir. El propósito de estos mensajes es principalmente, la enculturación del alumno por parte de la sociedad (Brousseau, 2007, p. 13):

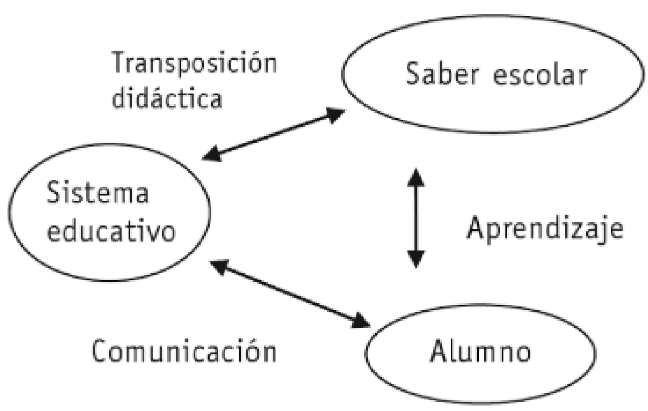


Imagen 4: Imagen obtenida de la web (Brousseau, 2007)

Por otro lado, se identifica una situación matemática como aquella que provoca una acción matemática en el alumno, sin ser intervenida por el docente, pero considerando su manipulación previa a la aplicación.

Respecto de los fenómenos de aprendizaje y desde diferentes perspectivas, psicólogos han demostrado la tendencia natural de los sujetos a adaptarse a su medio.

> Skinner estudia el papel de los estímulos y respuesta de los sujetos, proponiendo construir un modelo de sujeto; Piaget se ocupa esencialmente de la génesis no escolar de los conocimientos y, para ello, concibe desde su formación científica, dispositivos experimentales donde

> el niño revela sus modos de pensamiento y el investigador reconoce, en sus comportamientos, las estructuras y los conocimientos matemáticos a elección; Vygotsky estudia las modalidades de la influencia del medio sociocultural en el aprendizaje de los alumnos y el estudio del medio en sí mismo da lugar, en consecuencia, a un ámbito ideológico o científico.
>
> (Brousseau, 2007, p. 14)

Conceptos básicos de la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007):

a) Situación didáctica: Una situación es didáctica cuando el docente tiene la intención de enseñar al alumno un saber matemático dado explícitamente dentro de un medio.

b) Contrato didáctico: Es lo que espera el alumno del profesor y viceversa, son las expectativas que se hacen presente en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es la relación entre el alumno y el profesor a la hora de enseñar un saber concreto.

c) Situación-problema: Se puede presentar de dos maneras; una de *control*, donde se solicita la aplicación del propio saber para asegurar que el alumno ha adquirido el aprendizaje que se pide. Y, la otra, de *aprendizaje* donde se debe plantear un problema al alumno y este debe encontrar una estrategia para resolverlo, debe tener diversas estrategias y no basado en el conocimiento que se quiere enseñar.

d) Situación adidáctica: Es la parte de la situación didáctica donde la intención de enseñanza no aparece explícita para el alumno.

e) Situación no didáctica: Es aquella situación en la que no hay intención de enseñar nada, sin embargo, se enseña. Aunque se practiquen matemáticas, no se hacen explícitamente.

f) Situación de comunicación: El medio de aprendizaje comprende un sistema receptor y/o emisor, con el cual, el alumno va a intercambiar una serie de mensajes, siendo la base de la comunicación.

Las 4 fases que Brousseau distingue son:

Fase 1, Situación de acción (Panizza, 2003): El alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólica); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos.

Fase 2, Situación de formulación (Panizza, 2003): Un alumno o grupo de alumnos debe formular explícitamente en mensaje destinado a otro alumno o grupo, que debe comprender el mensaje y actuar sobre un medio material o simbólico, en base al conocimiento contenido en el mensaje.

Fase 3, Situación de validación (Panizza, 2003): Dos alumnos o grupo de alumnos deben enunciar afirmaciones y ponerse de acuerpo sobre la verdad o falsedad de las mismas, cada grupo son sometidos a consideración del otro grupo, que deben tener la capacidad de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras afirmaciones.

Fase 4, Situación de institucionalización (Brousseau, 1994): Es la consideración oficial del objeto de enseñanza por parte del alumno, y el aprendizaje del alumno por parte del docente, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización. Aquí se debe recapitular, concluir y establecer la relación entre lo que se produjo a través de cada una de las fases anteriores de la situación y el saber cultural.

La teoría de Brousseau nos permite en la presente investigación diseñar y analizar la secuencia didáctica ideada por los investigadores a cargo, con la intención de conseguir un ambiente propicio para la producción del conocimiento por parte de las estudiantes en el área de geometría, específicamente en el aprendizaje del Teorema de Euclides en los distintos contextos matemáticos abordados contextualizando esta situación en niñas de tercero medio. Es esto lo que le da sustento a la presente investigación y a la propuesta didáctica que se busca diseñar. De acuerdo a lo anterior la tarea docente es idear situaciones matemáticas que puedan experimentar los estudiantes y provoque en ellos la concepción del conocimiento.

2.3. Concepto y caracterización de las tecnologías móviles

Hoy en día las tecnologías móviles son un medio de comunicación que ha superado a la telefonía fija, esto quiere decir que ya no solo hablaremos de telefonía fija, sino más bien de las redes de telefonía móvil y artefactos como Tablet, IPad, entre otros, que son más fáciles y baratos de desplegar.

El uso de las tecnologías móviles entre los habitantes de una población, ayuda a disminuir la brecha digital existente entre cada lugar, ya que muchos usuarios utilizan este medio tecnológico para el desarrollo de sus actividades.

Dentro de estas tecnologías móviles las de mayor acceso en la actualidad son las plataformas con sistema Android, la cual puede definirse de la siguiente forma:

a. Android

Sistema operativo utilizado para dispositivos móviles inteligentes con pantalla táctil, una plataforma ideal por ser de código abierto y elegida por muchas empresas que fabrican teléfonos.

Para su desarrollo consta de una gran comunidad especializada en extender su funcionalidad. Para conseguir las aplicaciones existen tiendas virtuales como Google Play o Samsung Apps. La estructura de Android se compone de Apps que se ejecutan en Java.

Las tecnologías móviles pueden ser usadas en un ambiente educativo, ya que un gran porcentaje de estudiantes posee celulares con este sistema operativo.

b. App inventor

Es una plataforma virtual que permite desarrollar aplicaciones para dispositivos con sistema operativo Android, para lo cual solo se necesita tener un navegador y un teléfono, Tablet con este sistema operativo, en el caso de no poseer uno de estos artefactos con esa característica, app inventor tiene un emulador el cual se puede descargar para poder probar cada proceso que se va desarrollando mediante la creación de esta aplicación. Otra funcionalidad que tiene es que permite almacenar el trabajo y contiene ayudas para poder realizar un seguimiento de sus proyectos.

Esta plataforma virtual se trata de una herramienta visual que es muy fácil de usar, no es necesario ser un programador experto para poder desarrollar sus aplicaciones. Al construir aplicaciones en la plataforma de app inventor se trabaja con dos herramientas fundamentales para el diseño y creación de la aplicación, App Inventor Designer y App Inventor Blocks Editor. La primera herramienta es donde se construye todo lo que se refiere a visualización de la aplicación, es decir, fondo de pantalla, color de letras, los distintos interfaces que se pueden utilizar, entre más detalles visuales de la aplicación. Por otro lado se encuentra el Block Editor, en esta herramienta se proporcionan todos los comportamientos de cada uno de los componentes que fueron agregados en la primera herramienta, a través de los bloques que son entregados por la plataforma, quienes brindan funcionalidad a cada componente.

Con relación a las tecnologías móviles como herramienta de apoyo en la propuesta didáctica que se implementará en este estudio, se hará uso de un dispositivo celular con sistema operativo Android, debido a que este es de libre acceso para los usuarios y sus aplicaciones. Para el diseño y creación de la aplicación de un nivel básico para el apoyo docente se hizo uso del sitio web “App Inventor”, especializado en este sistema operativo.

2.4. Metodología de Bork: Etapas para el diseño o construcción de software

Para el diseño y construcción de la aplicación móvil, se utilizó los estados de Bork. Hoy en día uno de los principales problemas en la construcción de un software educativo es seguir ciertas etapas que aseguren algo concreto y aplicable. Se requiere incluir la comprensión de contenidos por parte de los alumnos, es decir, deben apoyarse tanto en la psicopedagogía del aprendizaje como en los principios básicos de la ingeniería de software educativo, que hagan concretar la aplicación de este en forma exitosa (Abud, 2009).

Para la presente investigación se utilizó la Metodología de Bork, que nos presenta una ingeniería didáctica definida en cinco estados, no secuenciales, necesarios para la construcción del software, que se implementó en la propuesta didáctica. Los estados definidos son:

Estado 1, Diseño pedagógico: Es en este estado donde se establecen los lineamientos pedagógicos y parámetros, que serán la base de la aplicación o software, que se desarrollará. Dentro del diseño pedagógico se pueden distinguir dos niveles: Planificación temprana del material o, desarrollo de la estrategia general del software de acuerdo a los objetivos y metas, y descripción detallada de las estrategias a utilizar en el material de aprendizaje.

Estado 2, Diseño gráfico: Aquí presenta la parte grafica que tendrá la aplicación, así como también el diseño en particular con el cual constarán cada una de las pantallas que forman parte de esta. La estructuración del contenido, la intencionalidad, la aparición visual del material de aprendizaje y su estructura en espacio y tiempo.

Estado 3, Implementación: En la implementación se realiza la codificación lógica del material pedagógico, en este caso, de la aplicación referente al Teorema de Euclides, así como también se desarrolla la programación y estructuración de esta.

Estado 4, Evaluación: Se trata de mejorar la aplicación o software desarrollado, de manera constante, a través de evaluaciones formativas y sumativas. Existe una retroalimentación constante. En el caso de la presente investigación, por cosas de tiempo, no fue posible someter, en reiteradas ocasiones, a evaluación la aplicación.

Estado 5, Mejoramiento: En este estado la evaluación formativa puede ser aplicada por los autores o pares en las diversas etapas del proyecto, repitiéndose varias veces en algunas etapas. El ciclo evaluación-mejoramiento tiene sentido para los investigadores, si es aplicado inmediatamente después de cada estado de diseño pedagógico y gráfico, así como también luego del diseño de códigos, la estructuración y programación del diálogo. La evaluación sumativa es aplicada al producto final, determinando la efectividad en términos de mejoramiento del aprendizaje.

2.5. Modelo TPACK

La presente investigación, también tiene bases teóricas en el modelo TPACK (Koehler & Mishra, 2006) el cual ayuda a entender la integración de tecnología en educación desde el punto de vista de la formación docente y cuando el objetivo es la enseñanza de contenidos curriculares (Rossaro, 2013), es por esto que proporciona sustento a la integración de la Tecnología Móvil como herramienta de apoyo en la enseñanza de los teoremas de Euclides, dentro de la propuesta didáctica.

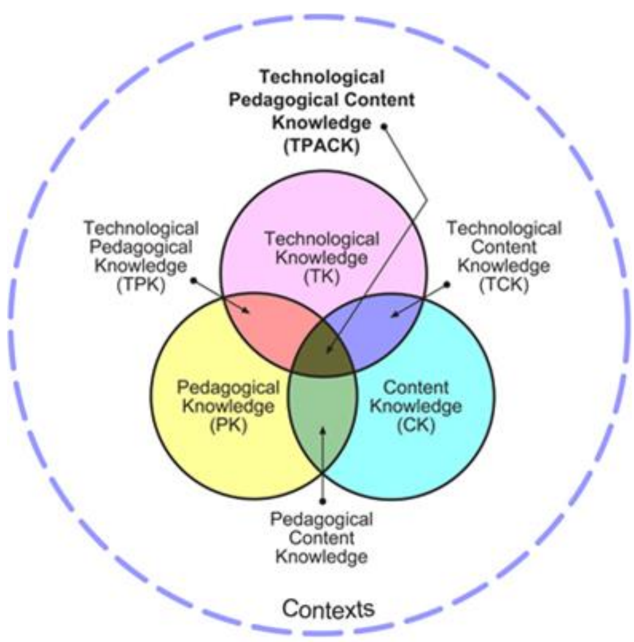


Imagen 5: Imagen obtenida de la web (Rossaro, 2013)

El esquema propone un tipo de conocimiento que aparece con la inclusión de tecnologías en el aula.

Apartando el conjunto de saberes no formales del docente y haciendo exclusivamente referencia al saber formal de este, sabemos que la formación docente es una combinación entre el conocimiento disciplinar (content knowledge) y el conocimiento pedagógico (pedagogical knowledge). Dentro de la intersección de estos dos saberes surge un saber específico del docente: el conocimiento pedagógico disciplinar (pedagogical content knowledge), esto es: saber qué enseñar y cómo enseñarlo.

Dominar los contenidos curriculares, así como también algunas habilidades pedagógicas que permiten transmitir estos contenidos a los estudiantes dentro de determinado contexto; no es nada nuevo. Cada docente debe dominar adecuadamente los contenidos de su disciplina en particular, así como los métodos de indagación y enseñanza de estos.

Tras la llegada avasalladora de la tecnología a nivel global, el contexto y el mundo llamado “sala de clases” se ve intervenido, complejizando el conocimiento pedagógico y todo lo que el implica, puesto que se ve enfrentado a un nuevo elemento: el conocimiento tecnológico (technological knowledge).

Tabla 3:

Conocimiento y componentes

El conocimiento tecnológico	Componentes del saber docente
• Comprender el lugar de las TIC en la vida cotidiana, el trabajo y el aprendizaje. • Dominar habilidades digitales tales como saber buscar, seleccionar, compartir, gestionar y producir contenidos. • Conocer herramientas y entornos digitales con potencial educativo. • Dominar el uso de dispositivos tales como la computadora, tabletas o pizarras.	1. Conocimiento disciplinar 2. Conocimiento pedagógico 3. Conocimiento tecnológico

Fuente: Elaboración propia (Rossaro, 2013)

Para el docente, el nuevo desafío es integrar y complementar los tres tipos de conocimientos, lo que da pie al surgimiento de un cuarto conocimiento: El conocimiento tecnológico pedagógico disciplinar, siendo este el conocimiento necesario que un docente necesita para poder integrar, de manera consistente y adecuada, la tecnología en la enseñanza. Este tipo de conocimiento es versátil, ya que se adapta y contextualiza según se requiera.

El proceso de profesionalización docente implica una reflexión sobre su propia práctica, así como sobre los propios saberes. Los docentes no sólo deberían dominar este tipo de saberes integrados, sino además comprender la relación entre ellos, su complejidad y necesidad (Rossaro, 2013).

2.6. Enfoque o tipo de uso de las tecnologías

El avance de la tecnología genera impacto en la sociedad, está abierto a todo público y el acceso a internet también, por tanto, en la educación es impensable que no genere cambios. Una referencia web da cuenta de esto, refiriendo a las TICs en el ámbito educativo (Fernández, 2010), donde las nuevas bases curriculares permiten crear realidades virtuales, haciendo posible la adaptación y modificación del contenido. Si se habla de un protagonismo de las tecnologías, entonces la sociedad no se puede negar la entrada de estas a la educación, ya que cada vez son más accesibles a los estudiantes.

> En la actualidad, muchos maestros y maestras solicitan y quieren contar con recursos informáticos y con Internet para su docencia, dando respuesta a los retos que les plantean estos nuevos canales de información. Sin embargo, la incorporación de las TIC a la enseñanza no sólo supone la dotación de ordenadores e infraestructuras de acceso a Internet, sino que su objetivo fundamental es: integrar las TIC en los procesos de enseñanza-aprendizaje, en la gestión de los centros y en las relaciones de participación de la comunidad educativa, para mejorar la calidad de la enseñanza.
>
> (Fernández, 2010)

A pesar de que el uso de tecnologías pueda ser un debate entre docentes, no se puede negar el avance importante que tiene la tecnología. Cada día son más las personas que se ven inmersas en el mundo de las TICs, pero en aula no se están incorporando por diversos motivos (bajos recursos, escuelas tradicionales, docentes negados a esto, etc.), es por eso la importancia que se le da a su uso en la investigación.

Desde el colegio se debe dar la importancia de la utilización de estas como recurso para favorecer el estímulo a la creación, experimentar y manipular, respetar ritmos de aprendizaje, trabajo en equipo y por último la curiosidad y espíritu de investigación. El manejo de TICs favorecerá la competencia en el manejo de la información, y esto se dará porque a los niños les gusta todo en la virtualidad, de hecho, ellos lo demandan.

Según Fernández (2010), las ventajas del uso de TICs tanto para el alumno como para el profesor serán:

Motivación, le permite aprender la materia de forma más atractiva, amena, divertida, investigando de una forma sencilla.

Interés, a través de las TIC aumenta el interés del alumnado indiferentemente de la materia.

Interactividad, la actitud del usuario frente a la interactividad estimula la reflexión, el cálculo de consecuencias y provoca una mayor actividad cognitiva.

Cooperación, es más fácil trabajar juntos, aprender juntos, e incluso enseñar juntos, si hablamos del papel de los docentes.

Iniciativa y creatividad, el desarrollo de la iniciativa del alumno, el desarrollo de su imaginación y el aprendizaje por sí mismo.

Comunicación, mayor comunicación entre profesores y alumnos/as (a través de correo electrónico, chats, foros) en donde se pueden compartir ideas, resolver dudas, etc.

Autonomía, los alumnos aprenden a tomar decisiones por sí mismos.

Continua actividad intelectual, con el uso de las TICs el alumno/a tiene que estar pensando continuamente.

Alfabetización digital y audiovisual, se favorece el proceso de adquisición de los conocimientos necesarios para conocer y utilizar adecuadamente las TICs.

Por tanto, el enfoque o tipo de uso de recursos tecnológicos en la enseñanza, no sólo despierta el interés por aprender en el estudiante, también prepara al docente para incorporarse en la sociedad en la que vive, sea cual sea la metodología de aplicación de las TIC al aula, debe prevalecer en todo caso una formación que permita: alfabetización digital, competencia digital y educación integral.

2.7. Papel que juega el material didáctico

Cuando el docente planifica una clase, debe decidir que materiales son pertinentes para su buen desarrollo, lograr que el estudiante obtenga las habilidades, conocimiento y niveles cognitivos, necesarios y esperados, que estén enmarcados dentro de un sistema educativo. Pero saber distribuir estos materiales es esencial para sacar el mayor provecho del proceso de aprendizaje, siempre buscando la colaboración de los estudiantes.

Una de las funciones del material didáctico que beneficia el aprendizaje de los estudiantes, es:

- Motivar a los estudiantes que lo utilizarán
- Entregar información acerca de la actividad que deben realizar
- Facilitar y contextualizar a los estudiantes a la actividad
- Sirve como guía en el proceso enseñanza-aprendizaje

La utilización del material didáctico en la presente investigación, busca motivar y estimular la participación en el aula, así lograr que las alumnas apliquen el aprendizaje según su conveniencia, que se apropien y organicen los contenidos y así ser partícipes de una enseñanza activa y concreta.

Como docente se debe tener en cuenta los riesgos que implica la incorrecta manipulación del material didáctico, como:

- Material no utilizado en su totalidad y debido a eso no se obtienen los resultados esperados.
- Exceso de información en el material.
- No saber la calidad y beneficios que proporciona la utilización del material
- Utilizar como centro el material didáctico y no el conocimiento que se espera con este.

CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque de la investigación

La presente investigación adscribe a un enfoque de tipo cualitativo. De acuerdo a Niño (2011) en este enfoque se recolecta y analiza información en todas sus formas, y "tiende a centrarse en la exploración de un limitado pero detallado número de casos o ejemplos que se consideran interesantes o esclarecedores, y su meta es lograr \`profundidad´ y no \`amplitud´" (p. 30).

3.2. Diseño de la investigación

Esta investigación tiene un diseño de tipo experimental, siguiendo la metodología de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) y su estructuración, se genera un contraste entre la información inicial y los resultados obtenidos luego de implementar la propuesta que se detallará a continuación. A continuación se describen las partes que conforman una Ingeniería Didáctica.

3.2.1. Ingeniería didáctica

La Ingeniería didáctica tiene un análisis macro estructural en el marco conceptual, curricular y didáctico para la enseñanza del teorema, además de contrastar los aspectos formales y curriculares. Y un análisis micro estructural para identificar los elementos relevantes para el diseño de actividades a implementar y la identificación de variables que influyen, para nuestro caso, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los Teoremas de Euclides.

La ingeniería didáctica es una metodología de investigación en didáctica de las matemáticas surgida en Francia a principio de los años 80. El término ingeniería didáctica se utiliza con una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje (Artigue, Douady, Moreno, & Gomez, 1995). Esta consta de cinco fases:

1. Estudio preliminar

En esta fase se toman en cuenta un determinado número de análisis preliminares, los cuales son base fundamental para la fase de concepción, estos son:

a) Entendimientos estudiantiles

b) Estudio histórico-epistemológico del saber matemático erudito

c) Elementos didácticos (de carácter documental: textos matemáticos, institucionales y legales, pensamiento del profesorado, reflexiones de la práctica)

d) Estudio sociocultural: Prácticas y saberes cotidianos

e) Y, por supuesto, todo lo anterior se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación (Artigue, Douady, Moreno, & Gomez, 1995, p. 38).

2. La concepción y el análisis a priori

En esta segunda fase se diseña la secuencia didáctica y se levantan las conjeturas. Artigue (1995) asigna las siguientes características a esta fase:

Primero: Comprende una parte descriptiva y una predictiva, nos describe las características de la situación.

Segundo: Analiza que cosas podrían ocurrir, considerando las distintas posibilidades una vez puesta en práctica a la propuesta, viendo que está en juego para los estudiantes.

Tercero: Predice los comportamientos posibles y asegura los cambios que existen en el conocimiento adquirido; y el desarrollo de la actividad por parte de los estudiantes es consecuencia de la ejecución de la propuesta didáctica. Se considera al estudiante como el protagonista y al profesor como guía, sin intervenir directamente hasta la fase de institucionalización.

Por lo tanto, el objetivo del análisis a priori es determinar en qué las selecciones hechas permiten controlar pos comportamientos de los estudiantes y su significado. Por lo anterior, este análisis se basa en un conjunto de hipótesis. La validación de las mismas está indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis a priori y el análisis a posteriori. Artigue (1995) argumenta que tradicionalmente este análisis a priori comprende una parte descriptiva y una predictiva.

3. Experimentación

En esta fase se ejecuta y lleva a cabo lo diseñado con anterioridad, con lo cual se puede realizar la recogida de datos sobre los fenómenos identificados en el análisis a priori. Es en esta fase, donde se registra todo lo observado durante la implementación de la secuencia didáctica.

4. Análisis a posteriori y evaluación

En esta fase se ve en conjunto los datos recogidos en la experimentación. Su análisis se fundamenta en una síntesis de contenido de los datos obtenidos en la implementación de la propuesta didáctica, para la confrontación con el análisis a priori. Como metodología de investigación, la ingeniería didáctica se caracteriza por estar basada en las realizaciones didácticas en el aula, la concepción, observación y análisis de las secuencias de enseñanza, se caracteriza también por el registro de los estudios de caso, como es el caso de la presente investigación y su tipo de validación interna.

3.3. Escenario y sujetos

Escenario

Las estudiantes en las que se enfoca la investigación están inmersas bajo el contexto de un Instituto Comercial municipal de la comuna de Santiago Centro. Los niveles de enseñanza comienzan en Pre kínder hasta cuarto medio, de Pre kínder a sexto básico es mixto (hombres y mujeres) y de octavo básico a cuarto medio es solo de mujeres. Tienen jornada escolar completa, las matrículas totales del establecimiento son 757 estudiantes, el número promedio de matrículas por nivel es de 45 alumnos, cuenta con 28 docentes y 8 asistentes de educación.

Sujetos

Para la aplicación de esta investigación se tomó un conjunto de sujetos de tres terceros medios (40 alumnas por curso aproximadamente) y un subconjunto de los mismos sujetos de aproximadamente 18 alumnas, todos miembros del contexto descrito anteriormente. La muestra es escogida con base al conocimiento de la población; para la elección de las 18 alumnas se tomaron en consideración los resultados obtenidos en el test diagnóstico, donde los criterios de elección fueron definidos a partir de la rúbrica (ver anexos).

3.4. Fundamentación y descripción de técnicas de instrumentos

Para comenzar la investigación se diseñó un instrumento utilizado como evaluación diagnóstica (ver anexos), que se aplicó a tres terceros medios para observar y analizar la manera en que trabajan los teoremas de Euclides, y tiene como objetivo principal identificar las dificultades que presentan las estudiantes al interpretar las propiedades del teorema (como letra o posición), la manera de relacionar el teorema de Euclides con el teorema de Pitágoras o la manera de representar pictóricamente los datos que se entregar (ejercicios de planteamiento).

Luego de analizar dicho diagnóstico se diseñó y aplico a las estudiantes una propuesta didáctica con uso de tecnología móvil, siguiendo las distintas fases de la ingeniería didáctica (Artigue, 1995). Una vez aplicada, se recopiló evidencia por grabación de video, recolección de actividades físicas en papel e imágenes del encuentro.

La ingeniería didáctica será la metodología de investigación, siendo esta importante para la recopilación de identificación, clasificación, creación y validación de la propuesta didáctica que se aplicará.

3.5. Validez de los instrumentos

Para la aplicación del test diagnóstico y la secuencia didáctica de la presente investigación, se acude a la validación de los instrumentos por parte de expertos en el área de la educación matemática, para asegurar la concordancia y utilidad de estos. Los expertos que analizaron estos instrumentos son:

a) Validadores del test diagnóstico

Tabla 4:
Información de los validadores (diagnóstico)

Nombre	**Título(s) profesional(es) y/o grado(s) académico(s)**	**Principal(es) área(es) de trabajo o de investigación**	**Institución y cargo de donde labora**
Marco Antonio Rosales Riady	Profesor de matemática Magíster en didáctica de las matemáticas Doctor en educación matemática	Formación de profesores Educación Didáctica de las matemáticas	Universidad del Bío-Bío y se desempeña como académico Director de la escuela de educación matemática.
Francisco Javier Jofré Vidal	Profesor de Estado en Matemáticas y Computación Magister en Ciencias área Matemática Educativa	Formación de profesores Conocimiento del profesor de matemáticas y el formador Didáctica de las matemáticas	Universidad Católica Silva Henríquez y se desempeña como académico adjunto.
Eduardo Carrasco Henríquez	Magister en Ciencias en Matemática Educativa Doctor en Matemática Educativa	Pensamiento Variacional Pensamiento Geométrico Visualización Matemática	U. Metropolitana de ciencias de la Educación y se desempeña como Coordinador de Investigación del Departamento de Educación Básica.

b) Validez de la Secuencia didáctica

La construcción de la propuesta didáctica y la aplicación móvil fue dialogada con una Profesora de Estado en Matemática y Computación, quien efectúa asignaturas de la especialidad de Informática Educativa en la Universidad en donde se forman los seminaristas investigadores de este trabajo, y revisada y aprobada por el profesor tutor del estudio que se presenta, **Jorge Ávila Contreras**, Licenciado en Matemática, Magister en Ciencias en Matemática Educativa y Candidato a Doctor en Educación Matemática.

Además, una vez ya elaborada, se somete a un segundo tipo de validación, a saber, una aplicación piloto a una muestra de cuatro estudiantes de tercero medio de un colegio ubicado en la comuna de Peñalolén. Luego de esa aplicación piloto se toman pareceres y opiniones para ajustar la propuesta y aplicarla al grupo definitivo que forma parte del estudio.

Tabla 5:
Datos de muestra aplicación piloto

NOMBRE	**RUT**	**MAIL**
Francisca Ortega	20.573.176-8	franshiskaa.ortega@gmail.com
Paloma Sarzosa	20.807.148-3	paloma.sarzosa@gmail.com
Cristal Contreras	20.782.887-4	cristalcontreras016@gmail.com
Romina Cerda	20.694.060-3	romycerda@gmail.com

CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1. Aplicación y análisis de un diagnóstico en el lugar de estudio

Para mayor objetividad en cuanto al análisis de los contenidos previos de las estudiantes objeto de estudio, se consideró exponer la aplicación y posterior análisis del test diagnóstico aplicado a estos, lo que se muestra en detalle en los anexos de la investigación.

Para la aplicación del test diagnóstico (ver anexo 1), se tomó una muestra de 98 alumnas correspondiente a tres terceros años medio.

Se tuvo en consideración preguntas alusivas a la problemática de las estudiantes, considerando el uso de los teoremas de Euclides, como la ubicación de las variables o la posición de la figura, y la interpretación pictórica y matemática de ejercicios con y sin contexto. El test diagnóstico expone ideas para observar qué tipo de dificultades tienen las alumnas del Instituto Comercial y en qué grado, arrojó bajos resultados, similares a nuestros supuestos planteados.

Las estudiantes responden de acuerdo a lo esperado, utilizan las propiedades constitutivas del Teorema de Euclides, en su mayoría de manera correcta, logran dar sentido a las variables, utilizando el recordatorio que se entrega al principio del test (Ver *Figura 5*):

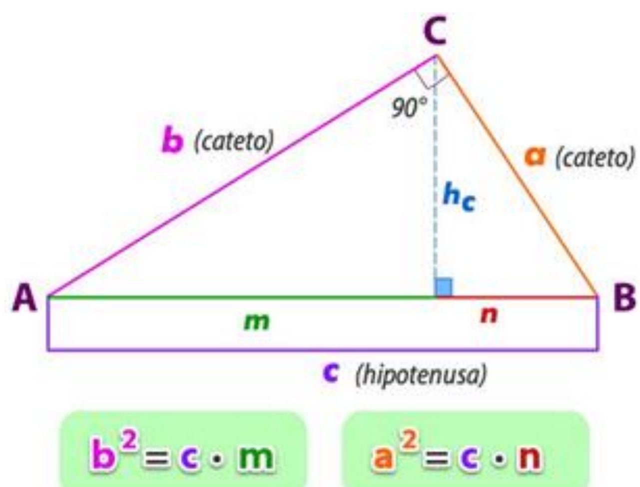
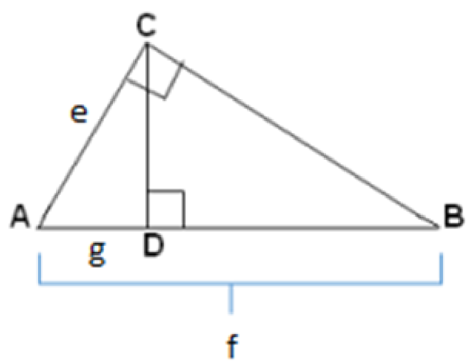
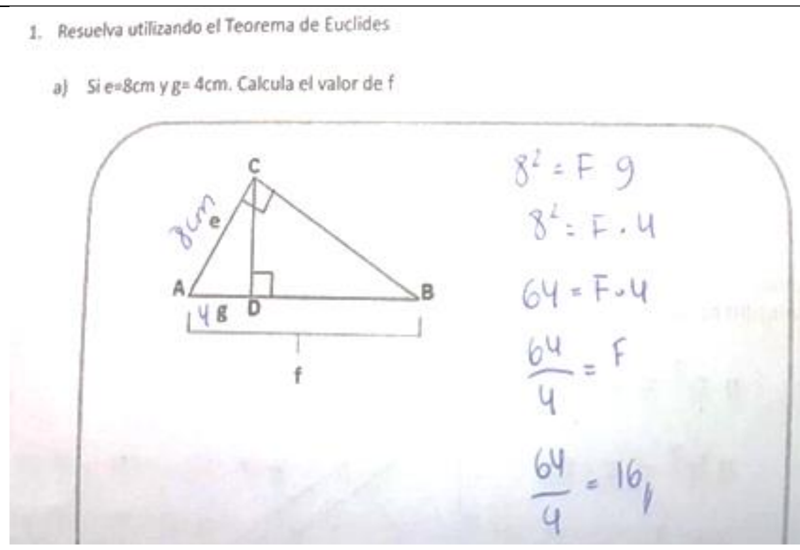
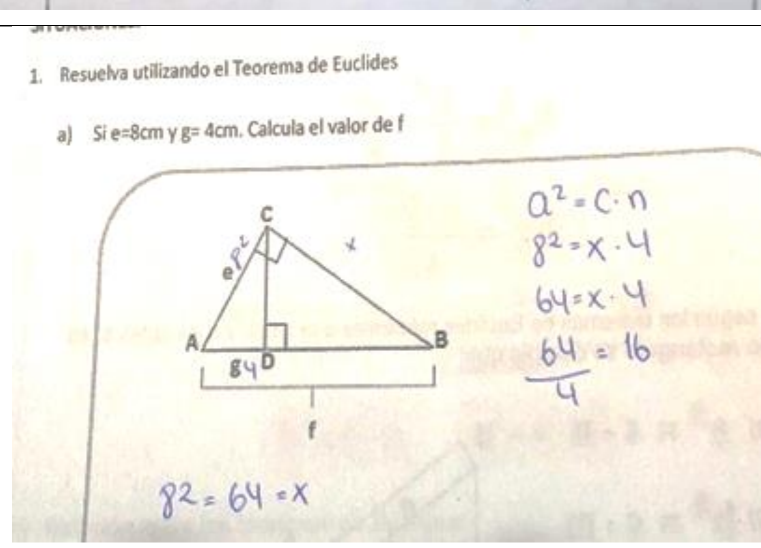
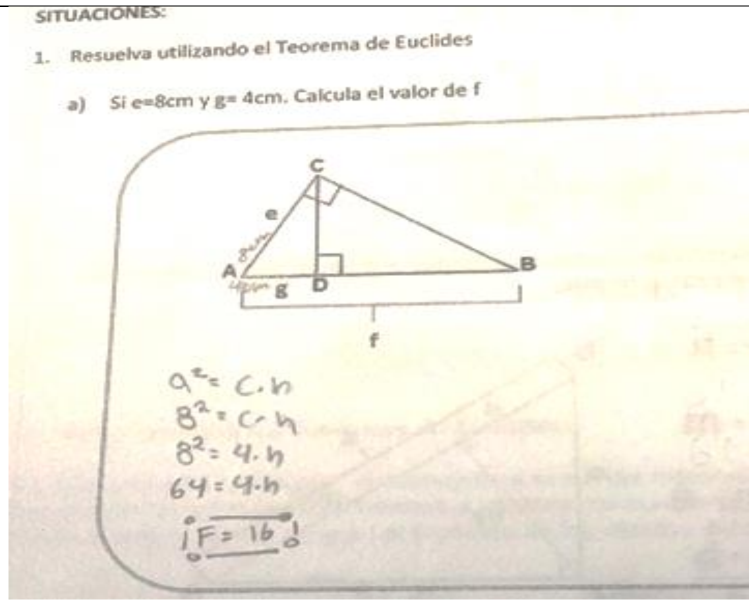


Figura 5: Imagen obtenida de la web (P.Educativo, 2015)

Tabla 6:

Respuestas test diagnóstico, pregunta 1

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta 1:
Resuelva utilizando el Teorema de Euclides
a) Si e=8 cm y g=4 cm. Calcula el valor de f

</td></tr>
<tr><td>Alumna</td><td>Resolución de pregunta</td></tr>
<tr><td>E1-3°B</td><td>
</td></tr>
<tr><td>E1-3°D</td><td>
</td></tr>
</table>

E1-3°E	

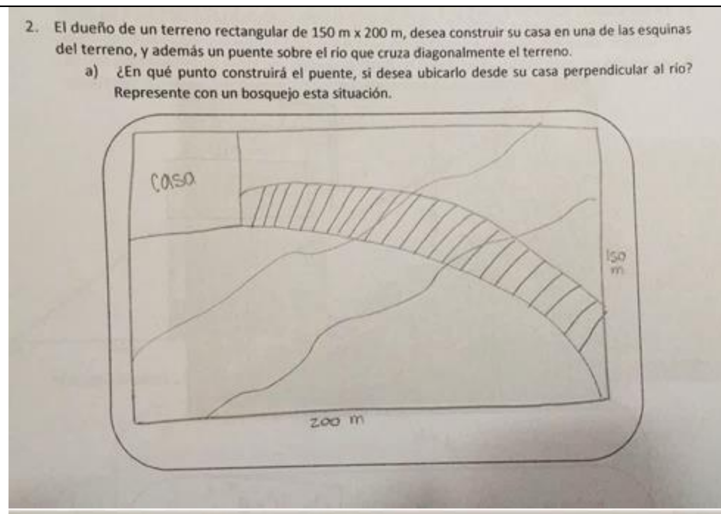
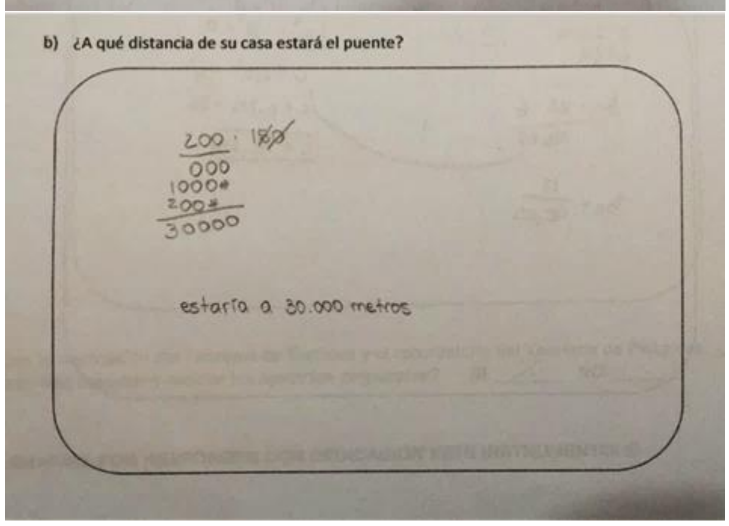
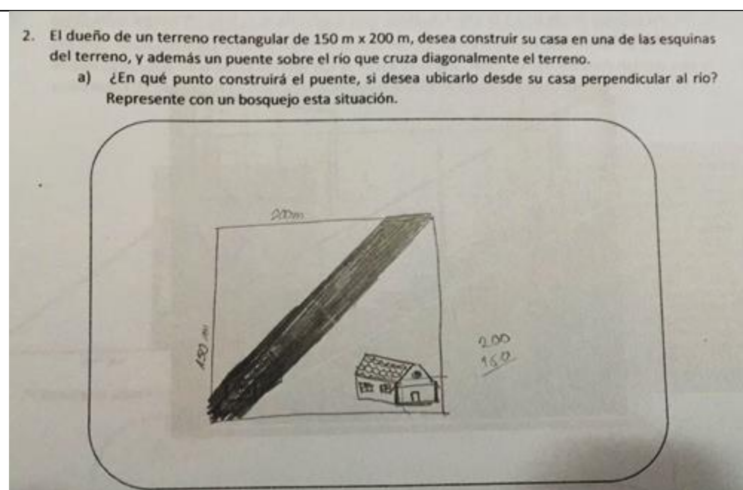
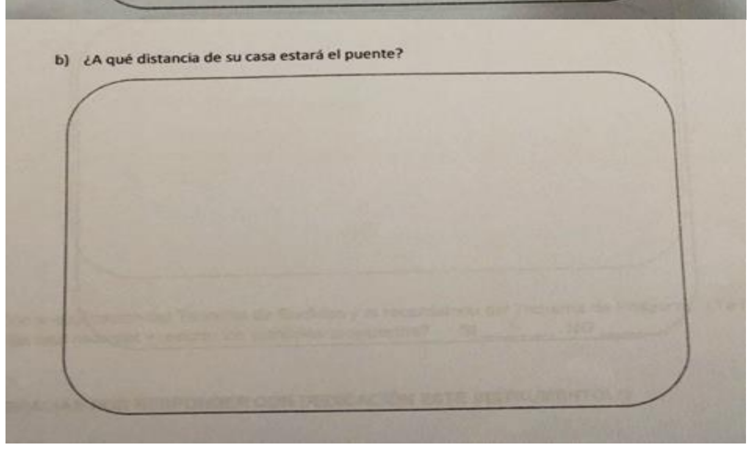
Al relacionar la imagen de la pregunta con la respuesta de las tres estudiantes (una de cada curso), se pudo evidenciar que solo la estudiante del tercer año medio B, logró darle sentido a la propiedad correspondiente para el desarrollo del ejercicio, utilizando las variables asociadas a la figura, en cambio las otras dos estudiantes, reemplazaron las letras de las variables. A pesar de que solo se muestran los resultados de tres estudiantes del total, lo mencionado ocurre con todas las estudiantes de la muestra, donde la mayoría decide trabajar con las variables que habitualmente se utilizan y no con las presentes en el ejercicio.

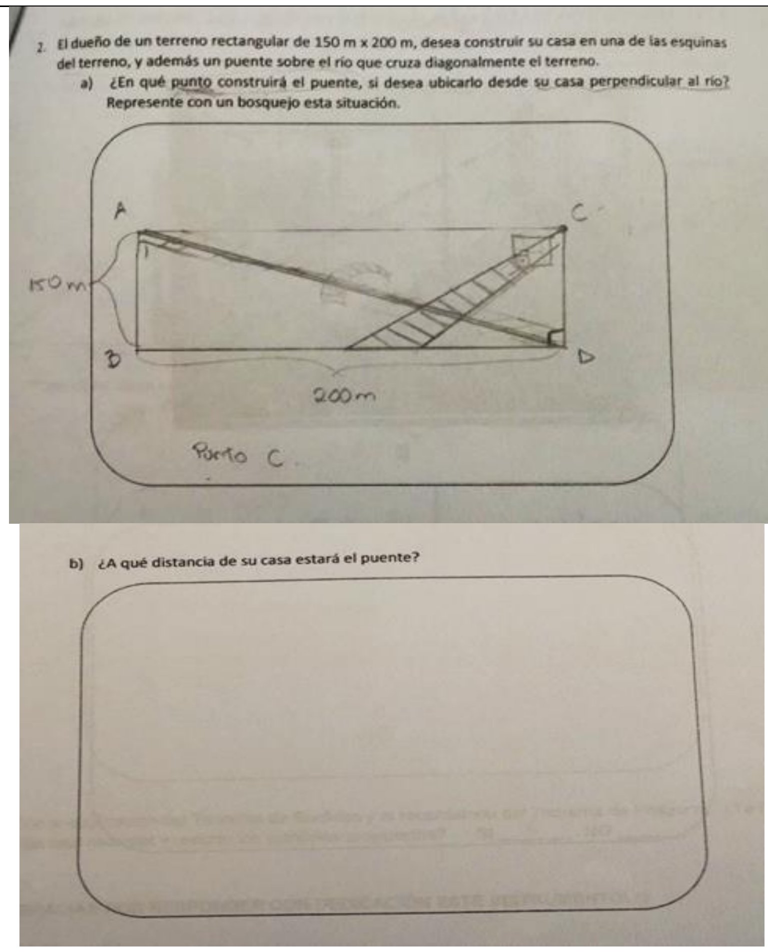
Las siguientes imágenes dan cuenta de la poca comprensión que tuvieron otras estudiantes, al momento de interpretar pictóricamente el enunciado de la pregunta 2 y la resolución matemática, donde debían relacionar el Teorema de Euclides con el Teorema de Pitágoras:

Tabla 7:

Respuestas test diagnóstico, pregunta 2

Pregunta 2: El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno. a) ¿En qué punto construirá el puente, si desea ubicarlo desde su casa perpendicular al río? Represente con un bosquejo esta situación. b) ¿A qué distancia de su casa estará el puente?

Alumna	Resolución de pregunta
E2-3B	 2. El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno. a) ¿En qué punto construirá el puente, si desea ubicarlo desde su casa perpendicular al río? Represente con un bosquejo esta situación.  b) ¿A qué distancia de su casa estará el puente?
E2-3D	 2. El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno. a) ¿En qué punto construirá el puente, si desea ubicarlo desde su casa perpendicular al río? Represente con un bosquejo esta situación.  b) ¿A qué distancia de su casa estará el puente?

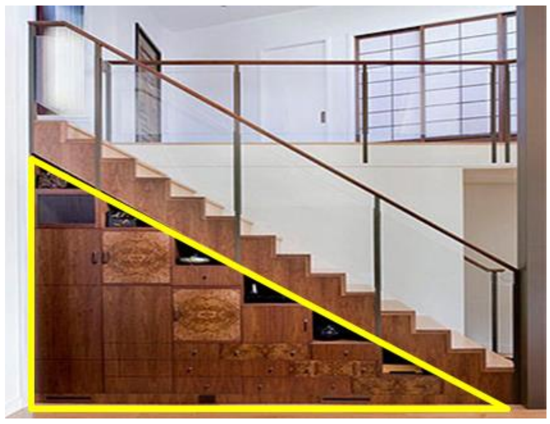
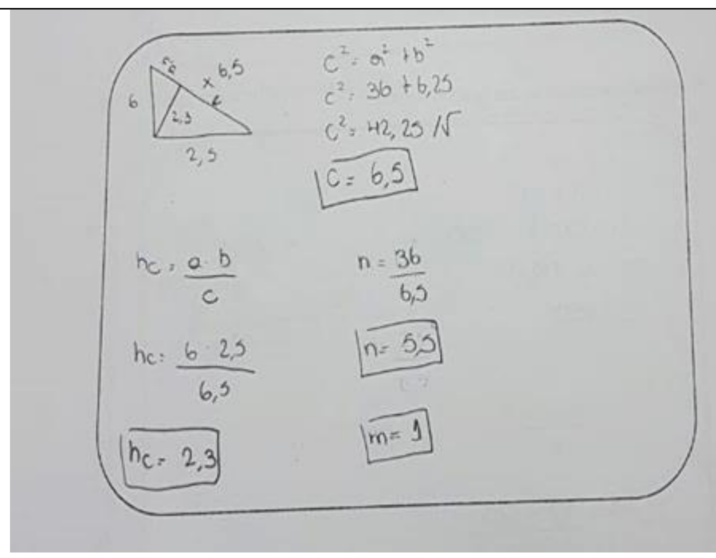
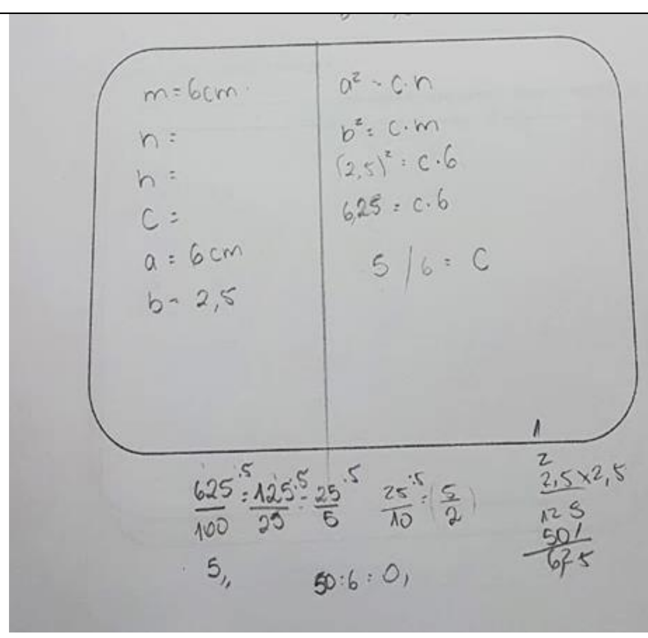
E2-3E	

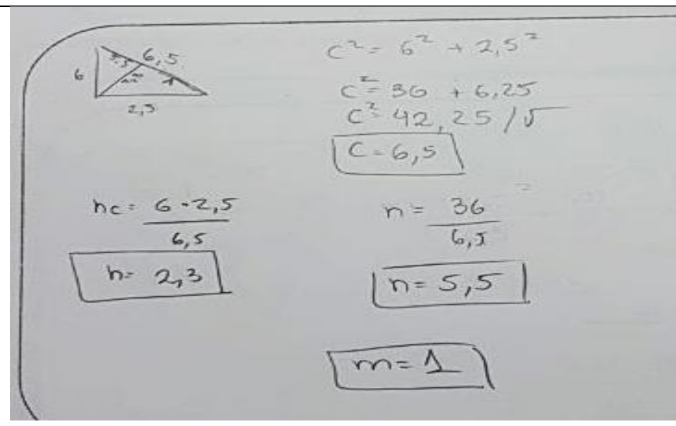
En cada uno de los casos anteriores (estudiantes de los tres Terceros años medios) no logran el propósito (se cumple el Supuesto 1), ya que no logran representar pictóricamente el enunciado propuesto (pregunta 2.a)) donde se pedía realizar un bosquejo de la ubicación de la casa y su distancia al río que cruza diagonalmente el terreno, claramente las alumnas no logran visualizar como se expone en las imágenes de arriba. Además, en el ejercicio 2.b) no comprenden la relación de dos Teoremas fundamentales, principalmente no lo hacían porque anteriormente no imaginaron el bosquejo, pero de las pocas alumnas, que si visualizaron no relacionaron el teorema de Euclides con el teorema de Pitágoras.

Otro hallazgo presente en el diagnóstico en las preguntas tres y cuatro, expuesto con anterioridad en la investigación, es la poca comprensión de los enunciados y el poco interés observado, al momento de aplicar el instrumento, hacia la asignatura, la unidad y teorema de Euclides, ya que se vieron sobrepasadas al enfrentar problemas de planteo con contexto cotidiano.

Tabla 8:

Respuestas test diagnóstico, pregunta 3

<table>
<tr><td colspan="2">Pregunta 3:
En una escalera, donde b=2,5 m y a=6 m. ¿Cuál sería el valor de m,n,h y c? Represента los datos con la siguiente imagen.
</td></tr>
<tr><td>Alumna</td><td>Resolución de pregunta</td></tr>
<tr><td>E3-3B</td><td>
6 ; 2,5 ; 6,5 ; x ; 2,3
$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = 36 + 6,25$
$c^2 = 42,25$ /√
$\boxed{c = 6,5}$
$hc = \frac{a \cdot b}{c}$
$hc = \frac{6 \cdot 2,5}{6,5}$
$\boxed{hc = 2,3}$
$n = \frac{36}{6,5}$
$\boxed{n = 5,5}$
$\boxed{m = 1}$</td></tr>
<tr><td>E3-3D</td><td>
m = 6cm
n =
h =
c =
a = 6cm
b = 2,5
$a^2 = c \cdot n$
$b^2 = c \cdot m$
$(2,5)^2 = c \cdot 6$
$6,25 = c \cdot 6$
5 / 6 = C
$\frac{625}{100} = \frac{125}{25} = \frac{25}{5}$; $\frac{25}{10} = \left(\frac{5}{2}\right)$
2,5 × 2,5 ; 125 ; 50 ; 6,25
5,,   50 : 6 = 0,</td></tr>
</table>

E3-3E	

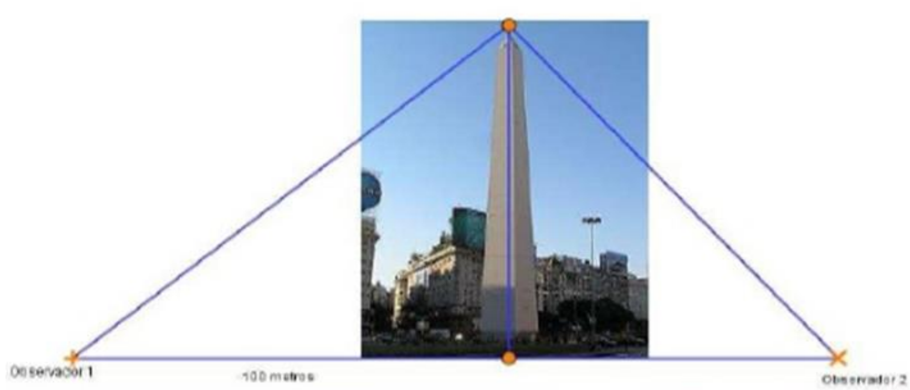
En los casos anteriores se muestra la pregunta tres realizada por una alumna de cada curso. En la búsqueda de desarrollos de dicha pregunta, se da cuenta que solo dos alumnas del tercer año medio E y una alumna del tercer año medio B, respondieron el ejercicio. Aquí se pedía interpretar el teorema de Euclides inserto en un contexto de cotidianidad, donde debían situar las variables entregadas en la figura, sin embargo, como se menciona anteriormente, solo tres alumnas lograron visualizar el ejercicio y desarrollarlo, aunque solo dos de las tres alumnas llegaron a la respuesta correcta.

Tabla 9:

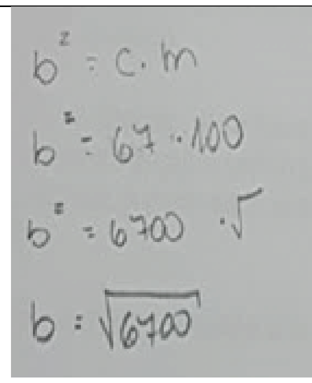
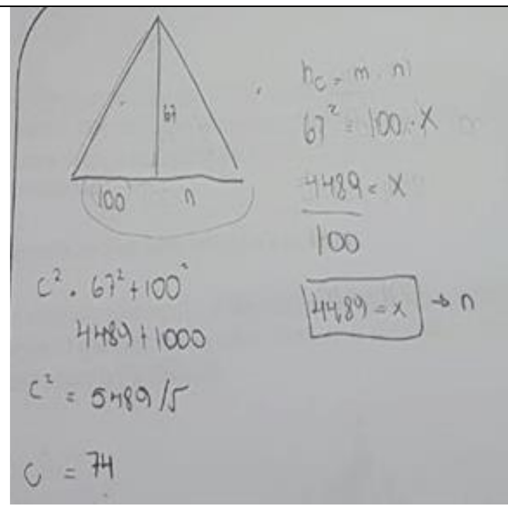
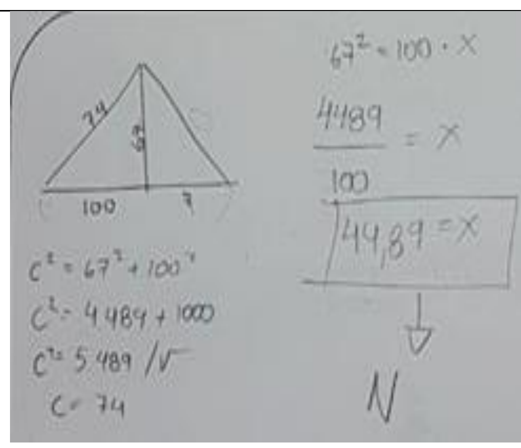
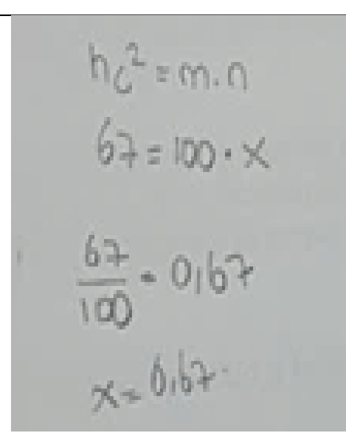
Respuestas test diagnóstico, pregunta 4

Pregunta 4:

Imagina que un observador 1 se encuentra a 100 metros del pilar central en la base del Obelisco estando en uno de los extremos de la Plaza de la República. En el otro extremo se encuentra un segundo observador que está en línea con la base del obelisco y el primer observador. Al mirar ambos observadores la punta del obelisco se forma un ángulo recto, ¿a qué distancia debería está el observador 2? (Aproxime su respuesta si es que el resultado es con decimal)



*Considerar altura como 67 m

Alumna	Resolución de pregunta
E4-3B	
E4-3D	
E4-3E	
E5-3E	

Las cuatro respuestas que se muestra en la parte superior evidenciaron, que a pesar de que en la generalidad de los terceros medios que realizaron el diagnostico, existe un ínfimo grupo de estas (las cuatro estudiantes expuestas en las imágenes) que lograron realizar algún tipo de desarrollo dentro de las preguntas, ya sea teniendo un resultado correcto como incorrecto, el cual demostró que existe una gran dificultad al momento de comprender y aplicar el teorema de Euclides en problemas con contextos en la vida cotidiana.

A pesar de las respuestas erróneas y omitidas por las estudiantes dentro del diagnóstico, se evidencio que estas consideraron la explicación del Teorema de Euclides y el recordatorio del Teorema de Pitágoras presentado en al comienzo del test diagnóstico, a la gran mayoría le fue más fácil recordar y realizar por lo menos algún tipo de desarrollo en un ejercicio de la evaluación diagnostica (ver *Imagen 6).*

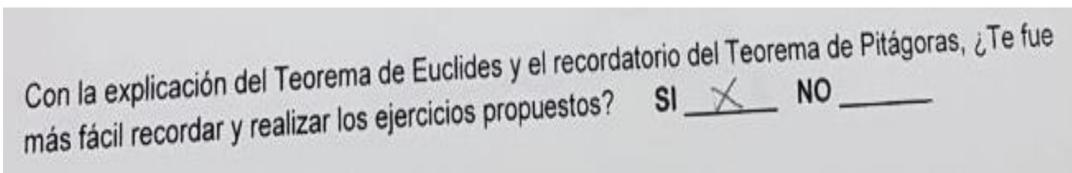
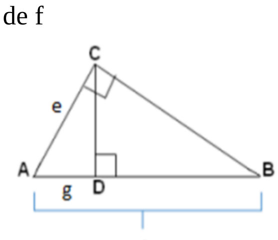
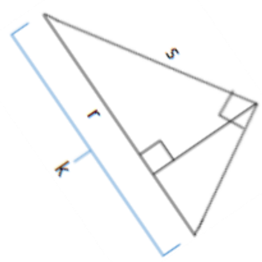

Con la explicación del Teorema de Euclides y el recordatorio del Teorema de Pitágoras, ¿Te fue más fácil recordar y realizar los ejercicios propuestos? SI __X__ NO _____

Imagen 6: Obtenida de test diagnóstico

A continuación, se muestra la justificación de cada una de las preguntas de la evaluación diagnostica:

Tabla 10:
Justificación del test diagnóstico

	PREGUNTAS	**PROPÓSITO DE LA PREGUNTA**
	CONSIGNA Explicación de los teoremas de Euclides y pequeño recordatorio del teorema de Pitágoras.	Que las estudiantes recuerden el "Teorema de Euclides" refiriendo en la ayuda de memoria, a propiedades asociadas a semejanza, relacionados con los catetos (primer teorema) y con la altura trazada del vértice del ángulo recto hacia la hipotenusa (segundo teorema). Ambos teoremas se enuncian a través de las medias proporcionales. Además, se agrega un pequeño recordatorio (para no confundirlas) de la fórmula del Teorema de Pitágoras. Con el fin de que recuerden que se puede aplicar ambos teoremas en un ejercicio.
TEST DIAGNÓSTICO	1.Resuelva utilizando el teorema de Euclides. a) Si e=8 cm y g=4 cm. Calcula el valor de f 	En esta pregunta se busca determinar si las estudiantes reconocen los elementos constitutivos del Teorema de Euclides, es decir, la relación entre catetos, hipotenusa, alturas, y proyecciones de los catetos, y la utilización de una de las ecuaciones formuladas en el Teorema.

	1.Resuelva utilizando el teorema de Euclides. b) Si k=9 cm y r=5 cm. Calcular el valor de s 	Similar a la anterior, pero variando los datos de la misma ecuación, se rota y se refleja el triángulo, de modo de que los rótulos no tengan la misma posición a la pregunta anterior. La idea es que noten que ambas preguntas (1.a) y 1.b)) son casi idénticas y se resuelve de igual forma.
	2. El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno. a) ¿En qué punto construirá el puente, si desea ubicarlo desde su casa perpendicular al río? Represente con un bosquejo esta situación.	En otras palabras, se quiere que las estudiantes construyan la configuración que da cuenta el enunciado del problema geométrico. Pero como se dan medidas, las estudiantes tenderían a determinar las medidas de la hipotenusa (río) y de los segmentos en que se divide. Las medidas son con valores enteros de manera que no complejice el procedimiento al abordar el problema.
	2. El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno. b) ¿A qué distancia de su casa estará el puente?	Para resolver esta tarea, se tienen dos estrategias. La primera, la más adecuada, utilizando la relación cateto por cateto dividida por la hipotenusa, y una segunda, utilizando las proyecciones de los catetos. Cada una de ellas, son válidas, pero también requieren del teorema de Pitágoras, pues el valor de la hipotenusa es requerido.
	3. En una escalera donde b= 2,5 m y a= 6 m. ¿Cuál sería el valor de m, n, h y c? Representa los datos con la siguiente imagen (ver imagen en anexo1).	Se proyecta una escalera, de manera que pueda ser algo familiar de las alumnas, pero para no crear confusión, se dibuja el contorno del triángulo que se espera que resuelvan y se le dan letras familiares que se colocaron al principio en la consigna.
	4. Imagina que un observador 1 se encuentra a 100 metros del pilar central en la base del Obelisco estando en uno de los extremos de la Plaza de la República. En el otro extremo se encuentra un segundo observador que está en línea con la base del obelisco y el primer observador. Al mirar ambos observadores la punta del obelisco se forma un ángulo recto, ¿a qué distancia debería está el observador 2? (Aproxime su respuesta si es que el resultado es decimal) (ver imagen en anexo1).	Para resolver esta tarea se requiere de información extraída del enunciado como del tips histórico, y los cálculos también tendrían que ser aproximados, ya que la altura del obelisco es de “casi” 67m. Es por eso que se tomará la altura como 67 metros, aunque claramente el resultado será un número decimal.

4.2. Implementación de la ingeniería didáctica

Después que se aplicó el test diagnóstico, se verificaron los errores existentes en el uso de las propiedades de los teoremas de Euclides como las letras o posición del triángulo, o los ejercicios con contexto y su interpretación a partir de la visualización, y la relación entre los teoremas de Euclides y Pitágoras. Es por esto que se lleva a cabo la aplicación de una propuesta didáctica para favorecer el uso del teorema, utilizando como metodología la ingeniería didáctica.

Actividad:

La propuesta didáctica, su formulación y diseño, apuntan a que las estudiantes involucren conceptos matemáticos y teóricos, mediante la búsqueda de la solución de determinado problema, donde formule, pruebe y compare diversos modelos que las lleven a generar dicha relación.

Conocimiento:

Para la elaboración de la propuesta didáctica se deben tener en consideración diversos aspectos fundamentales. En relación al conocimiento en sí, se debe tener en cuenta que este surgirá de manera espontánea como respuesta al problema planteado a las estudiantes al inicio de la actividad o como vía para que se genere dicha respuesta.

Papel educativo:

Se plantea la propuesta didáctica de manera que las estudiantes produzcan conocimientos como una respuesta personal adecuada a las necesidades y exigencias que le proporcionen el medio, y que el docente intenciona o provoca a través de la situación de aprendizaje.

Lo mencionado anteriormente hace referencia a lo que nos plantea Brousseau, donde se considera al aprendizaje como una modificación del conocimiento, el cual debe ser producido por el mismo estudiante e intencionado mediante la situación de aprendizaje por el docente.

4.3. Trabajo de campo o recogida de información

Descripción de la actividad:

La actividad consiste en que las estudiantes realicen distintos ejercicios en las dos clases que se realizarán. En la primera clase responden guía 1 (Ver anexo 4), donde utilizaron material didáctico, correspondiente a tres puentes que forman tres triángulos de distintas medidas, pero con la característica de ser congruentes con la figura del teorema de Euclides, que será entregado por los seminaristas; y en la segunda clase responden las preguntas de la aplicación móvil instalada en celulares de las estudiantes (Ver anexo 5).

La actividad está enfocada en trabajar con los teoremas de Euclides y la incorporación de la cotidianidad y apoyo de tecnologías móviles.

Construcción de aplicación móvil (App):

Esta aplicación móvil es creada por los investigadores especialmente para el aprendizaje y aplicación de los teoremas de Euclides.

Hoy en día las tecnologías móviles inundan la población, es por esto que los investigadores quisieron utilizarlo como apoyo al aprendizaje. Se creó una aplicación con sistema operativo Android para móviles y tablets desde un sitio web llamado MIT App Inventor 2 (Google, 2012).

Un estudio (Rederjo, 2011) realizado hacia el uso del sitio web "MIT App Inventor 2" como instrumento hacia la resolución problema, plantea su fácil manejo en lenguaje de programación, donde permite al principiante utilizarlo sin mayor problema, por tanto, podría ser una excelente herramienta para establecimientos educacionales. Además, tiene la opción para el cambio de idioma, y así utilizarlo en español, los otros programadores (por ejemplo, Java) utilizan códigos más complejos y en inglés.

Para la construcción de la aplicación en la parte estructural se basó en la metodología de Bork la cual está dividida en cinco estados, los cuales fueron necesarios para la realización de esta aplicación.

Primer estado Diseño pedagógico todo lo que se ve en el diseño de la aplicación, fue hecho en base a la información recopilada luego de la aplicación del test diagnóstico, donde se pudo evidenciar los obstáculos que las estudiantes muestran al momento de resolver problemas referentes a los Teoremas de Euclides que fueron analizados en el análisis a priori, por lo que esta aplicación pretende ser una herramienta que les proporciona información sobre los contenidos pertinentes, además de darles la oportunidad de ejercitar mediante la solución de los diez problemas insertos dentro de esta.

El diseño grandes rasgos de la aplicación será el siguiente:

- Primera ventana
    a) Pedir nombre
    b) Botón "iniciemos"

- Segunda ventana

    a) Bienvenida “nombre”

    b) Botones

        b.1. Historia de Euclides
        b.2. Propiedades Teorema
        b.3 Ejercicios
        b.4 Solucionario.

- Tercera ventana

    a) Historia la cual será mostrada, a través de un video el cual se agregó en la aplicación con la finalidad de darles una orientación histórica a las estudiantes sobre los Teoremas de Euclides.

- Cuarta ventana

    a) Teoremas de Euclides los cuales serán mostrados, a través de un video que se agregó con el fin de hacer más lúdico la aplicación al momento de presentar los Teoremas de Euclides.

- Quinta ventana

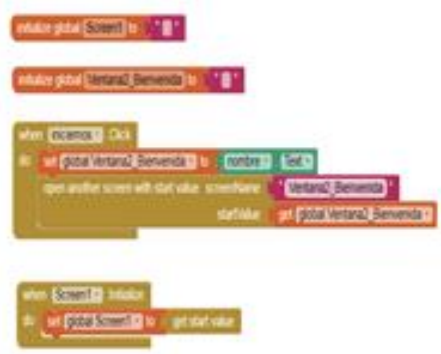
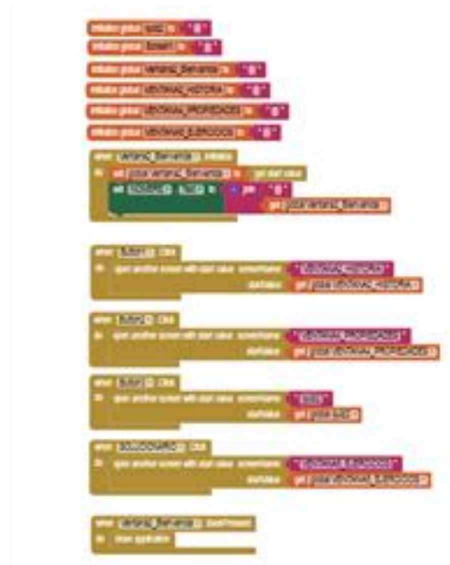
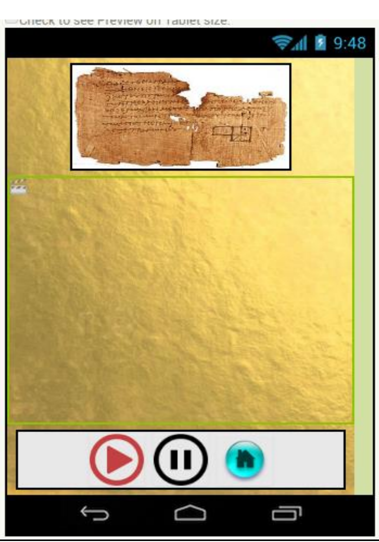
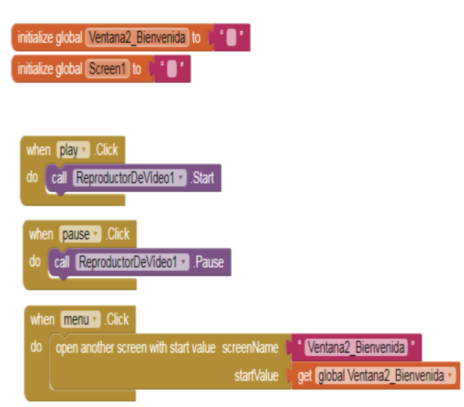
    a) Ejercicios luego de haber revisado los Teoremas de Euclides se realizará un Quiz donde las estudiantes deberán responder cada uno de los ejercicios donde al momento de acertar se moverá hacia la pregunta siguiente y cuando se equivoque se quedara ahí hasta que conteste correctamente.

- Sexta ventana
    a) Solucionario en esta ventana se visualizará diez botones con las soluciones de los ejercicios del Quiz con el paso a paso.

Luego de esto se comenzó por el estado dos y tres de Bork el cual habla sobre el diseño desde lo visual y programación del funcionamiento de la aplicación el cual será mostrado en la Tabla 11.

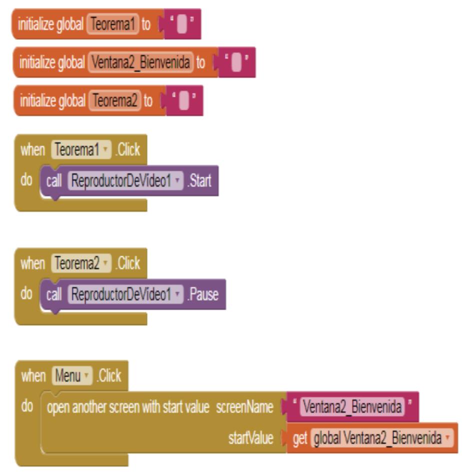
Tabla 11:

Creación por los investigadores de aplicación móvil

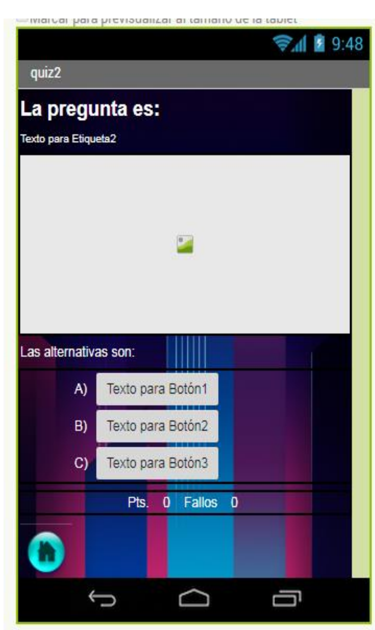
COMO SE VE EN EL CELULAR	PROGRAMACIÓN
En la primera ventana se verá un cuadro de ingreso el cual pregunta el nombre de la persona que está ingresando a la aplicación.  	Aquí se mostraran como están puestos los bloques para que al momento de colocar el nombre y presionar el botón “INICIEMOS”, pueda dirigirse a otra ventana que será la de bienvenida. 
En esta ventana se mostrarán cuatro botones, los cuales contienen las variadas funciones que tiene la aplicación móvil.  	Se mostrará cómo se programa cada botón para que cumpla su función y puedan realizar lo que la aplicación dice. 
Cuando se presiona el botón “Historia de  	Se les presenta como se trabajó dentro de los bloques y el funcionamiento de cada botón perteneciente a la ventana. 

<table>
<tr>
<td>Euclides”, se irá a una nueva ventana que mostrará un video, el cual se puede ver dentro de la misma aplicación móvil sin la necesidad de tener conexión a internet.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Cuando se presiona el botón “Propiedades”, se dirige a una ventana, dónde se muestra otro video, en el cuál se explican los teoremas de Euclides.

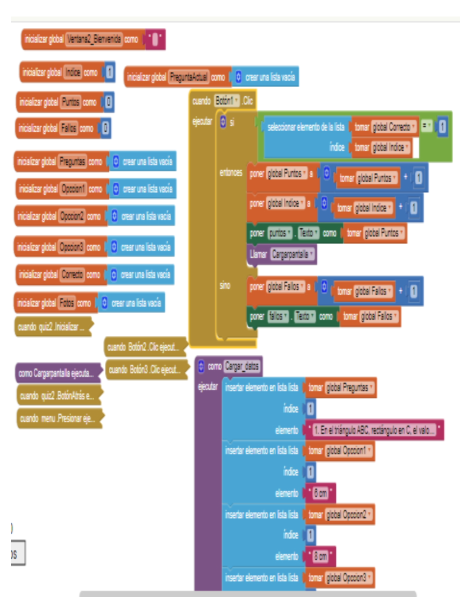
</td>
<td>En esta parte se podrá apreciar la programación y la función que cumple cada botón y como opera dentro de la aplicación.



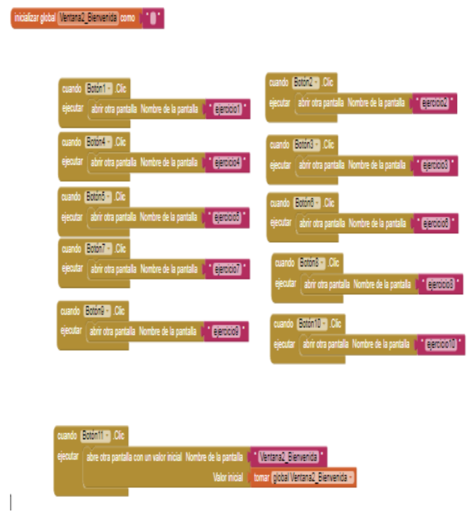
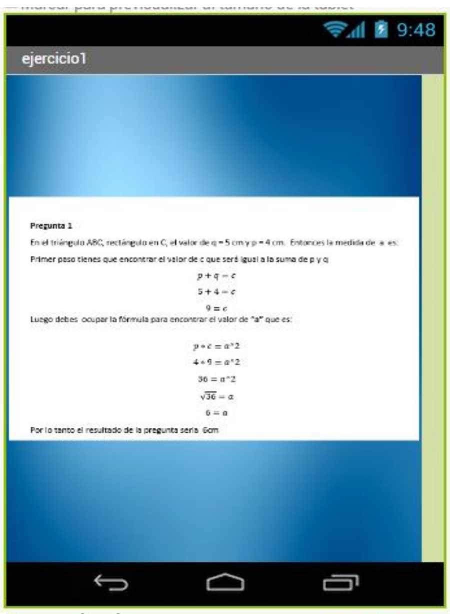
</td>
</tr>
<tr>
<td>Cuando en la bienvenida se presiona el botón “Ejercicios”, se abre una venta que contiene diez ejercicios con sus respectivas alternativas, donde las alumnas podrán ir resolviéndolos para encontrar la alternativa correcta.

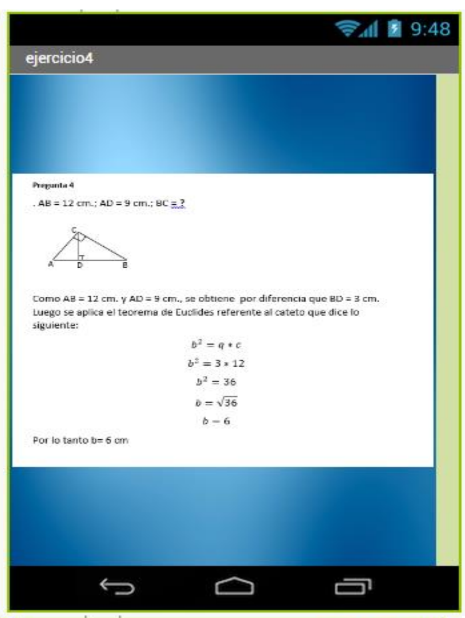


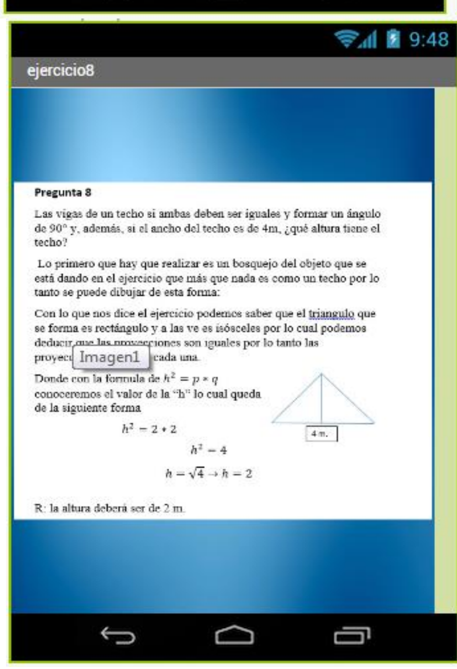
</td>
<td>Se mostrara a gran escala como está compuesta la programación de cada botón y en qué lugares se ubica la pregunta, con sus respectivas respuestas, así como también la respuesta correcta.

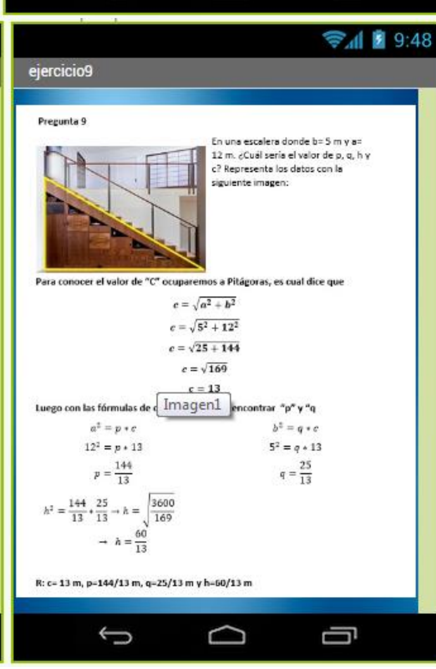

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Presionando en el botón “Solucionario”, encontrarán una nueva ventana donde estarán los botones que conducirán a la solución de cada ejercicio.

</td>
<td>Programación de cada uno de los botones y su función en la aplicación.
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Al presionar cualquiera de los diez botones referidos a los ejercicios, inmediatamente aparecerá una nueva ventana dónde se mostrará la solución del ejercicio escogido.







</td>
</tr>
</table>

Fuente: Elaboración propia

Los estados cuatro y cinco que no fueron logrados debido al tiempo de investigación por lo cual la aplicación fue validada hasta este los estados ya mencionados.

4.3.1. Propuesta didáctica

Objetivos de aprendizaje:

- Comprender y aplicar las propiedades constitutivas del teorema de Euclides, a utilizando material didáctico (concreto) entregado y aplicación móvil.
- Relacionar el teorema de Euclides con objetos presentes en lo cotidiano.

Conocimientos previos:

- Operatoria con números racionales
- Ecuaciones lineales
- Teorema de Pitágoras

Habilidad

- Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.

Actitud

- Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

Indicadores de logro:

- Verifican pictóricamente el teorema de Euclides a partir de un triángulo rectángulo isósceles.
- Comprueban el teorema de Euclides mediante triángulos semejantes dentro del triángulo rectángulo.
- Aplican el teorema de Euclides en problemas geométricos y de la vida cotidiana.

Materiales

- Tres puentes creados por los investigadores donde utilizaron:
    - Cartón piedra
    - Cartulina verde
    - Temperas y pinceles
    - Palos de maqueta

- Palos de helado
- Pegamento

- Aplicación móvil del teorema de Euclides para Android, creada por los investigadores.
- Guía complementaria material didáctico

Instrucciones Actividad 1

Enunciado:

- Para realizar la siguiente actividad utilizaremos el material didáctico entregado por los profesores a cargo de esta investigación.
- Se encontrarán con tres puentes que forman distintos triángulos, que tendrán que relacionar con lo explicado del Teorema de Euclides.
- Esta actividad es individual, sin embargo, la corrección se resolverá con todas las participantes y profesores.

Parte I: Aplicación

A partir de los tres puentes que observas y con las medidas que incluye el material, obtén:

1. Primer puente: Altura y proyecciones

2. Segundo puente: Catetos y proyección de un cateto

3. Tercer puente: Hipotenusa y altura

Parte II: Comparación y análisis

1. Si en el primer puente disminuye la altura a la mitad, ¿Qué sucede con los catetos y la hipotenusa?

2. Si en el segundo puente disminuye a la mitad la hipotenusa, ¿qué sucede con la altura y los catetos?

3. Si en el tercer puente aumentan al triple los catetos, ¿qué sucede con la altura y la hipotenusa?

Parte III: Reflexión

A partir del material didáctico, ¿puedes deducir que el teorema de Euclides lo podemos encontrar en la vida cotidiana? ¿Por qué? Ejemplifique con otro ejemplo que visualices en la vida cotidiana.

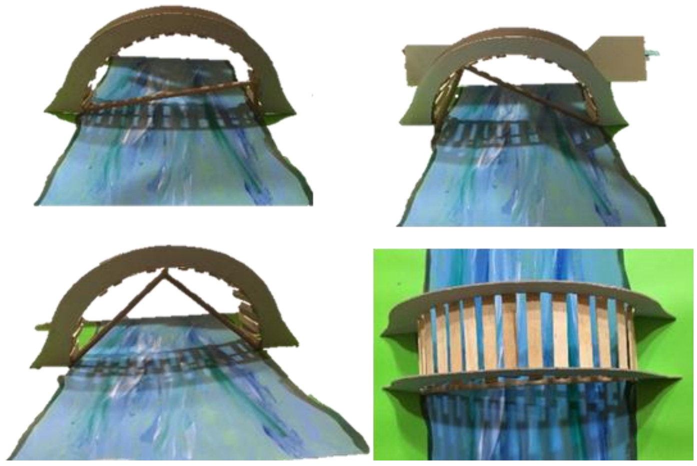
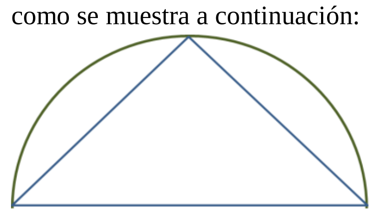
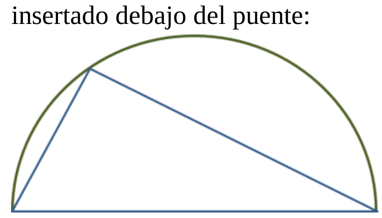
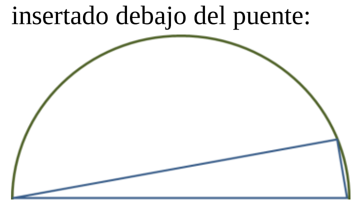


Imagen 7: Material Didáctico utilizado para la propuesta

Tabla 12:

Explicación y propósito para propuesta didáctica, actividad 1(Anexo 4)

PARTES	**PREGUNTAS**	**EXPLICACIÓN Y PROPÓSITO DE LA PREGUNTA**	
Parte I	Pregunta 1	Se espera que la alumna observe, se apropie e interactúe con el material entregado. Luego de esto que relacione el problema contextualizado con los Teoremas de Euclides, con la cotidianidad y así, que puedan elaborar procedimientos que le permitan resolver el problema. Además se espera que puedan manejar las variables con la utilización de cualquier letra que se presente.	En este caso se presenta un triángulo insertado debajo del puente, con lados congruentes como se muestra a continuación:  *Figura 6*: Imagen elaboración propia. Se entrega la medida de los catetos, y el propósito es que encuentren altura y proyecciones. Así concluir su congruencia.
	Pregunta 2		También se presenta un triángulo insertado debajo del puente:  *Figura 7*: Imagen elaboración propia. Se entrega la medida de un cateto, hipotenusa y altura, y el propósito es que encuentren el otro cateto y proyecciones.
	Pregunta 3		También se presenta un triángulo insertado debajo del puente:  *Figura 8*: Imagen elaboración propia.

			Se entrega la medida de las proyecciones y deben encontrar hipotenusa y altura.
Parte II	Pregunta 1	El propósito de las tres preguntas es generar un análisis para cada problema planteado, donde se espera que las alumnas sean capaces de visualizar y conjeturar a partir del trabajo con el material didáctico, así como también se espera que puedan comprobar sus aseveraciones a partir del trabajo con lo teoremas de Euclides.	
	Pregunta 2		
	Pregunta 3		
Parte III	Pregunta 1	El propósito que tiene esta parte de la propuesta didáctica, es determinar si el trabajo (*Imagen 3)* contextualizado con los teoremas de Euclides, le permitió a las alumnas asociar los elementos con los cuales trabajaron, dentro de la cotidianidad, haciendo énfasis en los elementos del diario vivir que tengan relación o puedan estar construidos a partir de este mismo modelo.	

Instrucciones Actividad 2

-Para la realización de esta actividad se hará uso de la aplicación móvil instalada en cada celular Android, ahí se encontrarán con diez preguntas de selección múltiple donde indicará su acierto o error y su desarrollo en otras ventanas.

El propósito del trabajo con esta aplicación móvil, así como también su desarrollo, es involucrar la tecnología dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las alumnas, combinando y asociando esta herramienta tecnológica con los conceptos matemáticos puros, en este caso los teoremas de Euclides. El que las alumnas puedan recurrir a esta aplicación cada vez que lo estimen conveniente, tener al alcance conceptos que les permitan reforzar sus conocimientos frente a los contenidos tratados. Como se menciona en apartados anteriores, tendrán una sección con diez preguntas de selección múltiple y otra sección con su respectiva solución.

4.3.2. Análisis Preliminar

En el presente apartado se hará un análisis del objeto matemático y su relación con los sujetos (objeto de la investigación), relacionándolos y considerando las siguientes dimensiones:

1. Dimensión Epistemológica

   En esta dimensión se dará una breve reseña histórica y se expondrán los fundamentos matemáticos acerca del contenido o conocimientos matemáticos (sujeto de estudio), considerando la construcción de este y el progreso a lo largo del tiempo.

2. Dimensión didáctica

En esta dimensión se analizan las características de cómo se aborda el objeto matemático a través de los año de escolaridad más próximos al considerado como objeto de estudio a lo largo de esta investigación (Tercer año medio), con la finalidad de analizar los recursos didácticos y las estrategias de enseñanza con las cuales se desarrolla o aborda el contenido poniendo el foco de este análisis principalmente en los planes y programas de estudio (texto del estudiante) e investigaciones desarrolladas con anterioridad con respecto al tema.

3. Dimensión cognitiva

En esta dimensión se expone el estudio realizado con relación a las estrategias y habilidades que desarrollan los estudiantes (objetos de estudio) dentro de la investigación dando énfasis también en el análisis de los errores y dificultades durante el periodo en el cual se aborda la incorporación de las letras en el álgebra, dentro de distintos contextos matemáticos.

1. Dimensión epistemológica

En este apartado se hablará de la historia de la geometría, en específico la geometría euclidiana, y los cambios que han ido experimentando con el pasar del tiempo, para esto se realizó una investigación en la cual se recopiló la siguiente información (Sanchez, 2012, p.32):

Tabla 13:

Autores referentes a la geometría y geometría Euclidiana

Autores	Periodo	Acontecimientos
Heródoto	(484-425 a.C.)	La geometría nace en Egipto, por la necesidad de traza los linderos que eran destruidos con la subida del rio Nilo, para esto los geómetras o tensadores de cuerdas como los llamaban en esa época, construían ángulos rectos a través de la división de una cuerda en 3, 4 y 5 puntos, con esto ellos eran capaces de crear nuevamente los linderos, y muchas otras cosas más, como construcciones y reconstrucciones de las fronteras de dichos linderos que eran destruidos por la subida del caudal del rio Nilo. Las impresionantes construcciones de los egipcios demostraban que ellos tenían un arduo conocimiento de la geometría.

Aristóteles y Seidenberg	(384-322 a.C.) 1952	Ellos consideraban que la geometría nace de un origen ritual. El primero dice que el ocio de la clase sacerdotal había desarrollado la geometría para la construcción e templos y altares. De la misma manera el segundo encuentra en trabajos de los hindúes sobre construcción de altares, que será una fuente valiosa para poder sustentar esta posición. Se han encontrado vestigios de que los altares que eran utilizados para los sacrificios eran creados con distintas formas geométricas, cuadradas, circulares, dependiendo del ritual. Seidenberg brinda un ejemplo de un altar en forma de halcón, la cual fue construida por un conjunto de cuerpos rectangulares.
Paulus Gerdes	2001	Destaca que vivimos en un mundo lleno de objetos que tienen forma y tamaños. La luna, y el sol son de forma circular y esférica, las hojas de las plantas, las flores nos muestran formas particulares, las celdas de una colmena de abejas o las telarañas son construcciones extraordinarias de la naturaleza. El Hombre tiene la capacidad de abstraer de esas formas objetos concretos entes ideales que se convierten en objetos de estudio de las geometrías.
Morris Kline	1959	Se preguntaba como los creadores de la geometría pensaron acerca de las líneas perpendiculares, líneas paralelas, figuras similares o congruentes y cuestiones de este tipo. En las civilizaciones egipcia y babilónica hay un testimonio de este paso, lo cual justifica la historia tradicional de los orígenes de la geometría.

Fuente: Elaboración propia

De la tabla anterior se concluye que la geometría en si tiene sus inicios en Egipto, Babilonia y en la creación de altares para rituales, las cuales muestran una vasta información de que la geometría estaba presente dentro de sus construcciones y reconstrucciones.

En el siguiente apartado hablaremos de la enseñanza de la geometría, la cual comienza con lo siguiente:

Geometría como ciencia demostrativa.

Tabla 14:

Autores que relatan la enseñanza de la geometría

Matemáticos	Época	Acontecimientos
Thales de Mileto	Siglo VI a.c.	Tales de Mileto mide la altura de las pirámides de Egipto teniendo en cuenta la longitud de las sombras en el momento en que estas, proyectadas por un palo vertical, eran iguales a sus alturas. Con ello estaba aplicando propiedades de los triángulos semejantes. A él se adjudican los siguientes teoremas de la geometría: • Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto. • Todo círculo queda dividido en dos partes iguales por su diámetro. • Los ángulos de la base en un triángulo isósceles

		son iguales. • Los ángulos opuestos por el vértice en dos rectas que se cortan son iguales. • El teorema de congruencia de triángulos: ángulo, lado, ángulo.
Escuela Pitagórica		La escuela pitagórica, al demostrar la inconmensurabilidad de la diagonal de un cuadrado con respecto a su lado por medio del método de reducción al absurdo. La posible demostración Original, en términos geométricos, puede encontrarse en Vega (1990), la cual dio origen a los números irracionales, así en la época fueran rechazados como tales. La demostración usual que hoy conocemos de "√2 es un número irracional" sigue el mismo tipo de razonamiento de los pitagóricos, pero traducido al Lenguaje algebraico. Este descubrimiento ocasionó una "ruptura" entre aritmética y geometría, pues los pitagóricos consideraban que todo era número o relaciones entre números, entendiendo por número a los naturales mayores que dos, y la existencia de magnitudes a las cuales no se les podía asignar una razón numérica contradecía sus creencias. Este hallazgo hizo que la geometría se privilegiara sobre la aritmética y con ello en Grecia la geometría adquirió el estatus de ciencia por excelencia, por el rigor con que se hacían las demostraciones. Igualmente, a los pitagóricos se debe la primera demostración del teorema de Pitágoras. Difícilmente una persona medianamente educada no ha oído hablar de este teorema, pero, ¿cuál es su historia? Los babilonios dejaron registradas en sus tablillas unas cuantas triplas pitagóricas, esto es, triplas de números enteros positivos (a, b, c) que cumplen la condición $a^2 + b^2 = c^2$. Pero el trabajo fue más de tipo algebraico que geométrico. En particular encontraron que dados dos números naturales cualesquiera, p y q, se podían formar triplas pitagóricas con los números $p^2 – q^2$, 2pq y $p^2+ q^2$.
Euclides		Los elementos de Euclides, sin duda la obra matemática más famosa de todos los tiempos, fue escrita hacia el 300 a.c., como un libro de enseñanza matemática. Este libro marco un antes y después dentro de la influencia en el pensamiento científico y sirvió como textos de enseñanza por más de 2000 años. Su importancia no solo radica en la matemática sino que más bien en el razonamiento al estilo geométrico. La obra está compuesta de 13 libros sobre temas de geometría, aritmética y algebra, las cuales contienen 467 teoremas sobre la geometría plana (libro I a IV), teoría de la proporción (libro V a VI), teoría de números (libros VII a X) y geometría del espacio (Libros XI a XIII) donde cada libro contiene 5 postulados y 5 axiomas.

Fuente: Elaboración propia

2. Dimensión didáctica

Marco curricular o Planes y programas

Mediante una búsqueda dentro de los planes y programas se puede evidenciar que hasta el año pasado el teorema de Euclides era enseñado en el nivel de segundo año medio, debido a un cambio que realizo el MINEDUC dentro de los planes y programas, se puede evidenciar que el contenido que hasta el año pasado se encontraba en segundo año medio, lo cual es modificado, encontrando estos contenidos dentro del nivel de terceros años medios, donde se trata para luego relacionarlo con trigonometría, se presentan las propiedades básicas de los teoremas de Euclides, más un poco de la historia de este.

Libros de textos

Mediante el análisis de los textos para el docente entregados por el MINEDUC, en el año 2017 nivel de segundo año medio, se puede evidenciar que en la unidad de geometría, referida a la geometría proporcional en los teoremas de Euclides, debe ser estudiado en compañía de los siguientes contenidos previos:

Conviene recordar con los estudiantes qué es un triángulo rectángulo, y sus principales características. Deben ser capaces de observar y/o deducir que la hipotenusa siempre es el lado de mayor medida, que los ángulos agudos siempre son complementarios y que los catetos también son alturas del triángulo. Además, y como parte de la nomenclatura de cualquier tipo de triángulos, sus lados se nombran utilizando la letra minúscula correspondiente al vértice opuesto.

Para luego comenzar con la deducción de este teorema es relativamente sencillo y brinda resultados interesantes que permiten una gran cantidad de aplicaciones. Presente a los estudiantes distintas formulaciones de este teorema, con triángulos rectángulos en distintos vértices, de manera que no siempre los catetos sean a y b sino también a y c, y b y c. Se pueden modificar también los nombres de las proyecciones sobre la hipotenusa, de manera que los estudiantes puedan identificar los elementos y plantear las relaciones no solo de memoria, sino que analizando en cada caso las figuras y los valores dados. No se debe perder de vista que en matemática, si bien suelen reservarse algunos nombres, esto es solo una convención, y lo importante es la relación que muestra el teorema más que los símbolos utilizados para describir los elementos involucrados.

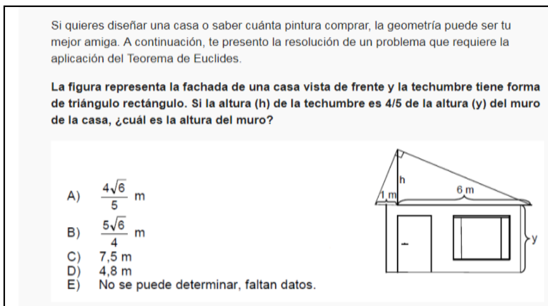
Revisión en espacios de internet, de la aplicación de los Teoremas de Euclides en resolución de problemas

a) Búsquedas relacionadas en evaluaciones de medición

Al revisar las distintas páginas de internet, donde se pueden encontrar una cantidad infinita de ejercicios propuestos que son tipo PSU, SIMCE, entre otras las cuales sirven para la preparación de los estudiantes para estos tipos de prueba, las cuales conllevan un análisis distinto en algunos casos de los ejercicios, ya que la idea de estos ejercicios es que el estudiante demuestre que entiende el procedimiento de realizar un análisis de un ejercicio y el cómo aplicar el teorema en este caso el teorema de Euclides, para esto se mostraran en el siguiente cuadro los distintos tipos de preguntas que se realizan en las distintas pruebas ya mencionadas anteriormente.

Tabla 15:

Ejercicios recopilados de la web.


Si quieres diseñar una casa o saber cuánta pintura comprar, la geometría puede ser tu mejor amiga. A continuación, te presento la resolución de un problema que requiere la aplicación del Teorema de Euclides.

La figura representa la fachada de una casa vista de frente y la techumbre tiene forma de triángulo rectángulo. Si la altura (h) de la techumbre es 4/5 de la altura (y) del muro de la casa, ¿cuál es la altura del muro?

A) $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ m

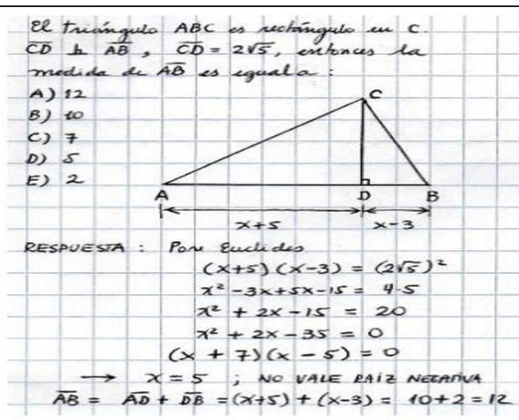
B) $\frac{5\sqrt{6}}{4}$ m

C) 7,5 m

D) 4,8 m

E) No se puede determinar, faltan datos.

PSU


El triángulo ABC es rectángulo en C. $\overline{CD} \perp \overline{AB}$, $\overline{CD} = 2\sqrt{5}$, entonces la medida de $\overline{AB}$ es igual a :

A) 12

B) 10

C) 7

D) 5

E) 2

RESPUESTA : Por Euclides

$(x+5)(x-3) = (2\sqrt{5})^2$

$x^2 - 3x + 5x - 15 = 4 \cdot 5$

$x^2 + 2x - 15 = 20$

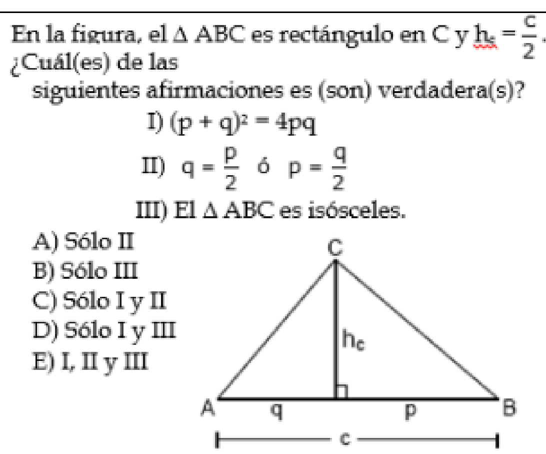
$x^2 + 2x - 35 = 0$

$(x+7)(x-5) = 0$

$\rightarrow x = 5$; NO VALE RAIZ NEGATIVA

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = (x+5) + (x-3) = 10 + 2 = 12$

PSU


En la figura, el Δ ABC es rectángulo en C y $h_c = \frac{c}{2}$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $(p + q)^2 = 4pq$

II) $q = \frac{p}{2}$ ó $p = \frac{q}{2}$

III) El Δ ABC es isósceles.

A) Sólo II

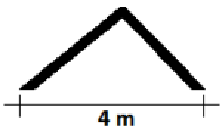
B) Sólo III

C) Sólo I y II

D) Sólo I y III

E) I, II y III

SIMCE

¿Cuánto deben medir las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar un ángulo de 90 grados. Además, si el ancho del techo es de 4 metros?, ¿Qué altura debe tener el techo? 	SIMCE

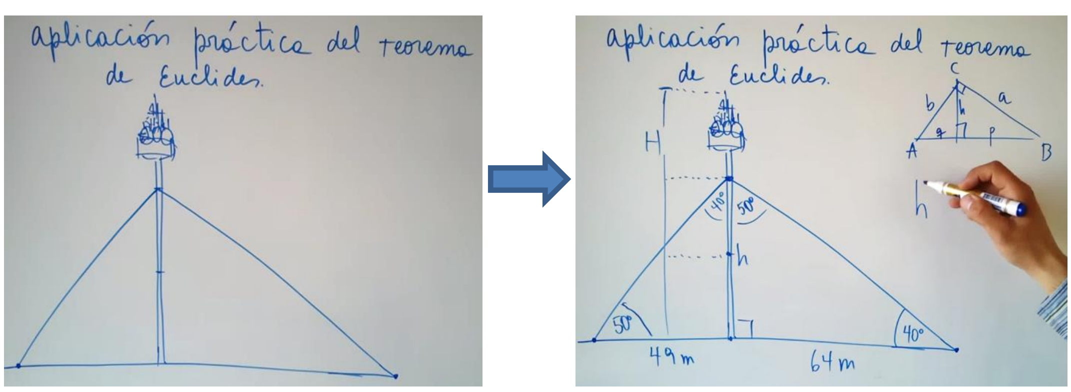
Fuente: Elaboración propia

Se puede evidenciar que cada ejercicio que esta mostrado dentro de la figura 1 son tipo prueba de medición por lo cual si analizamos el tipo de preguntas que se pueden ver dentro del listado, cada una tiene que pasar por un proceso de análisis previo para luego poder aplicar el Teorema correspondiente en este caso el Teorema de Euclides.

b) Búsqueda en YouTube

Al revisar ejercicios de aplicación del T de Euclides por medio de YouTube, un lugar de acceso usual hoy en día que muchas veces es utilizado por los estudiantes para estudiar materias escolares, se hallaron diferentes focos, entre los cuales tenemos:

b.1. Ejercicios en que quien explica tiene dibujada a priori la situación. Lo más escaso en este medio virtual (YouTube). Se encontró uno en el que se va a aplicar el teorema, para posteriormente a través de una explicación de cómo se va utilizando el teorema ir completando con datos que conllevan a la aplicación de éste:



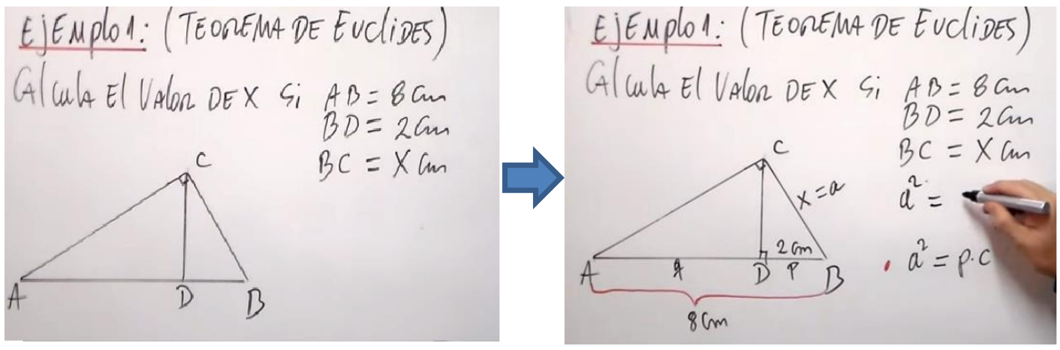
Minuto 1:04 Minuto 5:04

Imagen 8: Teorema de Euclides obtenida de la web (TICaMates, 2013)

Durante la explicación la persona hace uso de supuestos y explicación de procedimientos, que al encontrar la proyección de los catetos, da por sentado que el problema está resuelto:

> “el valor de p, esa proyección ¡la tengo! (…) el valor de q ¡lo tengo!, entonces… ¡el problema está solucionado!” (TICaMates, 2013)

b.2. Ejercicios sin contexto. Fue lo más usual, en general se presentan muchos ejemplos de aplicación donde el docente ya habiendo dibujado un triángulo rectángulo que ayuda a la visualización del ejemplo, completando los datos que son necesarios para poder resolver el ejercicio propuesto por este:



Minuto 0:11 Minuto 2:27

Imagen 9: Teorema de Euclides obtenida de la web (Castro, 2015)

Durante el video muestra un ejercicio donde se realiza una explicación de cómo resolver un ejercicio con relación al Teorema de Euclides. Para esto el docente comienza a evaluar cada parte del triángulo rectángulo, para luego comenzar con la explicación de la realización del ejercicio a través de la utilización de las distintas propiedades del teorema de Euclides, con el fin de demostrar cómo se ejecuta el planteamiento correcto del dicho teorema, el docente ocupa una de las propiedades para resolver el ejercicio y demuestra a los estudiantes la aplicación de este.

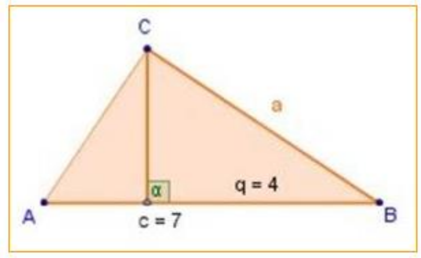
De este mismo tipo de ejemplos existen en gran cantidad dentro de YouTube, siendo unos de los estilos de video más utilizados por los docentes que quieren ayudar a los estudiantes a que comprendan las aplicaciones del teorema de Euclides.

c) Tratamiento en páginas web

En las páginas web que se encuentran en internet, existen variadas formas de planteamiento del teorema de Euclides, por ejemplo en la página “Profesor en Línea” (Querelle y Cia. Ltda., 2015), se da de manera muy sintética una explicación teórica e histórica del teorema, se demuestra y se exponen sus propiedades, finalmente se exponen cuatro ejercicios resueltos de este Teorema (sin contexto). La página es de fácil acceso, ya que es una de las primeras que aparece al momento de buscar tanto información, como ejercicios con resolución y aplicación del Teorema de Euclides. Respecto del modo en que aparecen resueltos los ejercicios, puede observarse que en todos aparece “ya dibujado” el correspondiente triángulo rectángulo y de la manera “estándar”, lo cual como ya se manifestó al inicio de este estudio fue una de los aspectos que se problematizó con relación a la enseñanza de los teoremas de Euclides (ver Imagen 10):

1) En la figura de arriba, determinar **a** , si c = 7 y q = 4

$$a^2 = c \cdot q = 7 \cdot 4 = 28$$
$$a = \sqrt{28}$$
$$a = 5,3$$



2) En la figura de abajo, determinar **b**

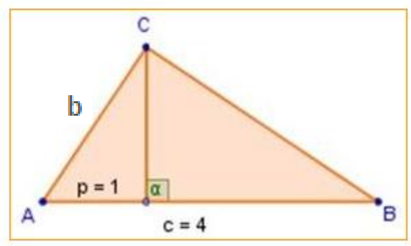
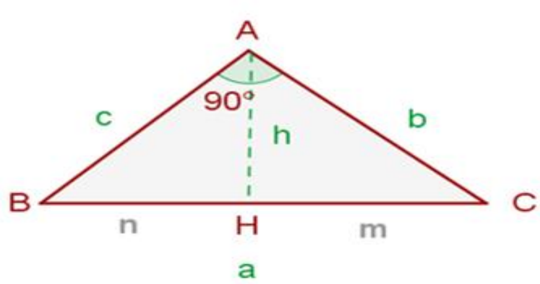


Imagen 10: Obtenida de la web

Otra página (Vitutor, 2012), se pueden obtener distintos tipos de contenidos sobre matemáticas, lo cual presenta el Teorema de Euclides en dos partes, una como dos teoremas fundamentales, uno relacionado a los catetos (*Imagen 11)* y otro referido a la altura el cual (*Imagen 12)*.



- **a** ≫ **hipotenusa**
- **b y c** ≫ **catetos**
- **m** ≫ **proyección del cateto b sobre la hipotenusa**
- **n** ≫ **proyección del cateto c sobre la hipotenusa**

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \qquad b^2 = a \cdot m \qquad \frac{a}{c} = \frac{c}{n} \qquad c^2 = a \cdot n$$

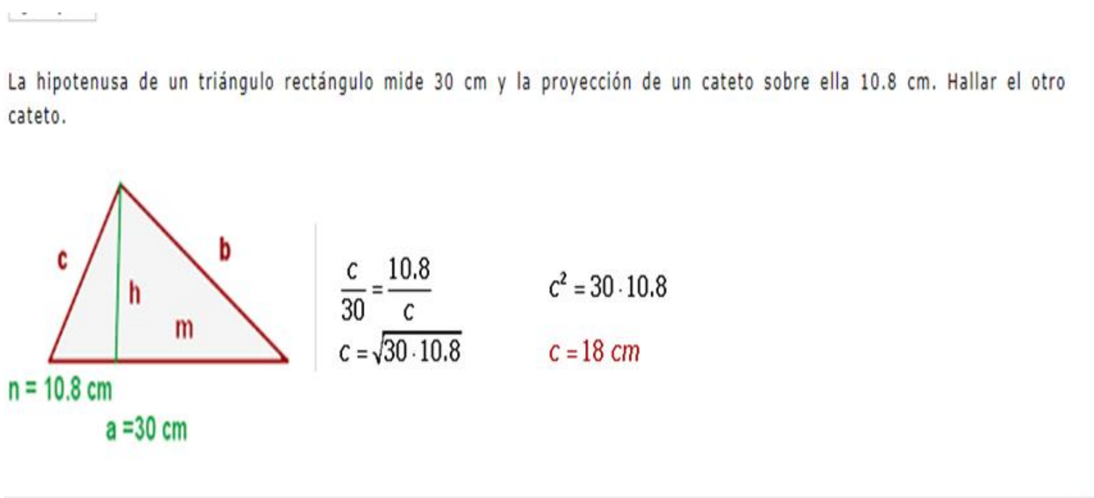


Imagen 11: Obtenida de la web (Vitutor, 2012)

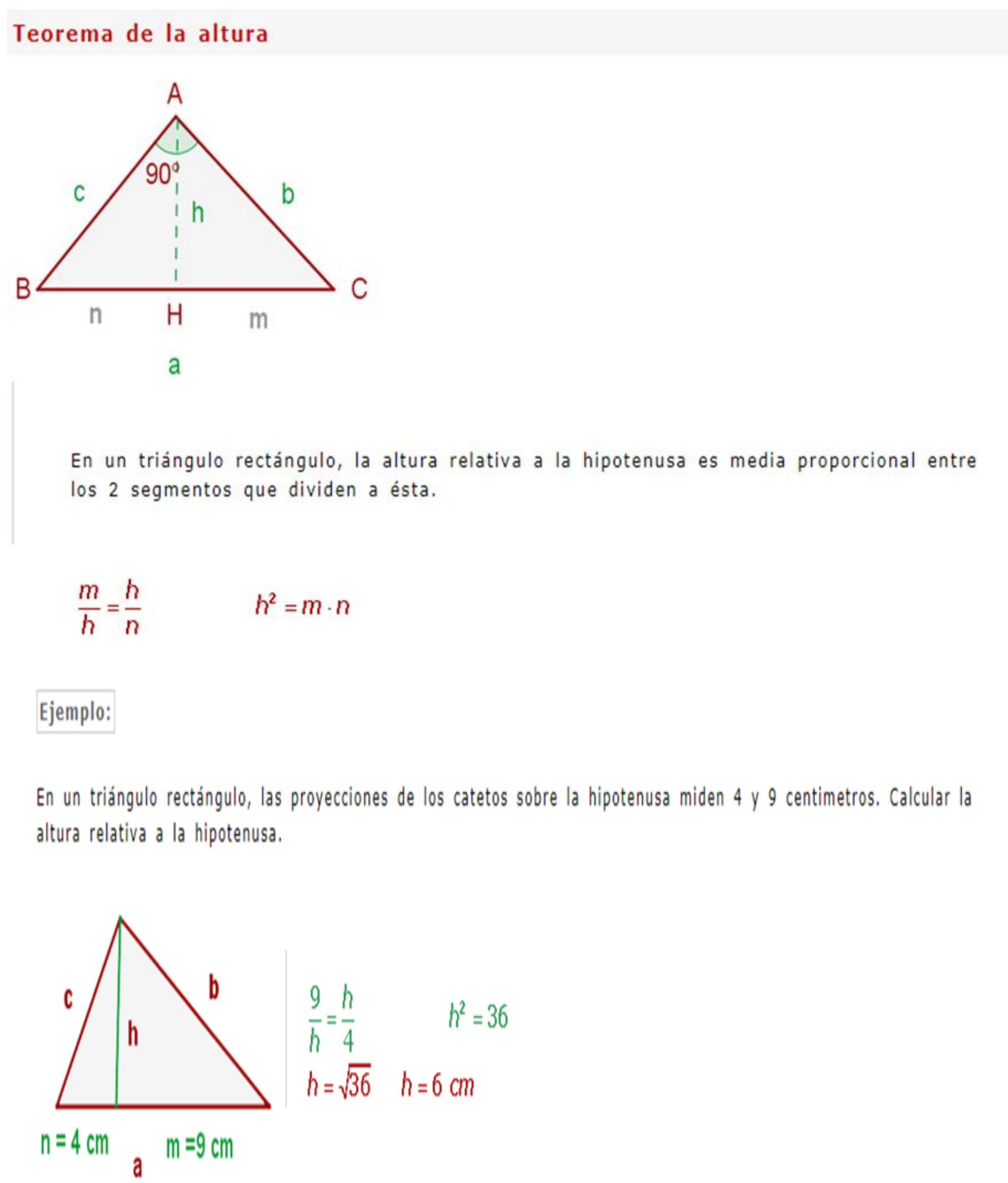


Imagen 12: Obtenida de la web (Vitutor, 2012)

Así mismo existen varias páginas donde los estudiantes pueden buscar como forma de apoyo para tratar de comprender de mejor manera tanto los teoremas como la aplicación de este en ejercicios de la cotidianidad, como ejercicios directamente de aplicación.

Dimensión cognitiva

Un artículo enfocado en los procesos cognitivos de la geometría no define las capacidades geométricas, referida a los procesos cognitivos que evidencia el alumno al resolver un problema de geometría. El conocimiento de dichos procesos y sus relaciones va a servir para diagnosticar al estudiante y dirigir el desarrollo de las nociones y conceptos geométricos asociados; de igual manera, entender su desarrollo, evolución, tratamiento e integración en el currículo escolar puede ayudarnos a conocer el mapa cognitivo de los alumnos, facilitando el aprendizaje (Germán & Humberto, 2007).

Mediante la implementación y aplicación del test diagnósticos a las estudiantes, no sólo se esperaba recopilar información sobre el conocimiento que tenían de los teoremas de Euclides, sino que también reconocer e identificar, algunos factores que pueden influir en la manera que enfrentan los problemas propuestos dentro de este.

Durante la búsqueda y exploración literaria, se da con la investigación de Duval, la cual habla sobre los procesos que intervienen en el aprendizaje de la geometría. Para él, los problemas básicos de la enseñanza de la geometría, son:

- La actividad geométrica involucra tres clases de procesos cognitivos: la visualización, el razonamiento y la construcción.
- Las tres clases de procesos deben ser desarrollados separadamente.
- Es necesario realizar durante el currículo escolar un trabajo que reconozca los diferentes procesos de visualización y de razonamiento, pues no sólo hay varias formas de ver una figura, sino también de razonamiento.
- La coordinación entre visualización y razonamiento sólo puede ocurrir realmente tras este trabajo de diferenciación.
  (Torregrosa & Quesada, 2007)

Los obstáculos evidenciados durante la revisión y análisis del test diagnósticos aplicado a alumnas de tres tercer año medio de un Instituto Comercial, fueron, en su gran mayoría recurrentes en los problemas con contexto pero sin representación pictórica, donde eran ellas las que debían realizar ese tipo de construcción. Se les dificulta interpretar un enunciado y desprender un análisis de él.

Haciendo referencia a lo mencionado con anterioridad, Duval habla sobre la Aprehensión, refiriéndose al proceso de visualización inmerso en el estudio de la geometría, dentro de este plano, hace la diferencia entre tres tipos de Aprehensión:

Tabla 16:

Concepto de Aprehensión según Duval

Aprehensión	
Aprehensión perceptiva	La aprehensión perceptiva se caracteriza como la identificación simple de una configuración. Es la primera en ser usada a lo largo de toda la etapa educativa y también la primera que aparece en el desarrollo cognitivo del alumno. Es la interpretación particular y característica que le da cada alumno a cierta figura.
Aprehensión discursiva	Llamamos aprehensión discursiva a la acción cognitiva que produce una asociación de la configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definiciones, teoremas, axiomas). Se le da una interpretación y asociación matemática a cierto enunciado, donde se identifican las características de la figura y se asocia con algún determinado teorema.
Aprehensión operativa	La aprehensión operativa se produce cuando el sujeto lleva a cabo alguna modificación a la configuración inicial para resolver un problema geométrico. Se trabaja con la figura inicial pero quitando o agregando elementos, cambiando su configuración dependiendo de lo requerido, forzando al estudiante a utilizar conocimientos matemáticos y geométricos.

Fuente: tabla elaboración propia con base en Torregrosa & Quesada (2007)

El trabajo visual y las interpretaciones características, que puedan realizar de manera particular cada una de las estudiantes, da pie para estructurar y desarrollar una propuesta didáctica que las invite a apreciar los teoremas de Euclides, de manera concreta, abstracta y pictórica, facilitando su comprensión y manejo.

4.3.3. Análisis a priori

En el presente apartado se dan a conocer las posibles respuestas formuladas por los estudiantes en las 2 actividades elaboradas en la propuesta didáctica, a partir de un cuadro en el cual se muestran la organización individual, la pregunta, sus posibles respuestas y la argumentación relacionada con la teoría estudiada.

Tabla 17:

Respuesta y argumento de actividad 1

PARTE I: Aplicación
1. Primer Puente: Calcular altura y proyecciones, con a=4 mts. y b=4 mts.
Posibles respuestas: • La altura y proyecciones son las mismas, $2\sqrt{2}$ mts. • h=$2\sqrt{2}$, m=$2\sqrt{2}$ y n=$2\sqrt{2}$ (utilizando esas letras u otras)
Argumentación Se espera que las estudiantes de forma individual, sean capaces a través de la manipulación del material concreto, puedan observar las dimensiones de los catetos (igual medida) que se le entregan y sean capaces de aplicar las propiedades del teorema de Euclides antes explicadas y obtener los datos que se solicitan. Así obtener la altura y proyecciones del triángulo, y sean capaces de concluir la congruencia de ellos.

En cuanto al puente, se espera que puedan utilizar la visualización y familiaridad de aquellos para una mejor aplicación, en este caso que las medidas son congruentes (a simple vista).
2. Segundo Puente: Calcular cateto b y proyecciones, con a=20 mts., h=12 mts. y c=25 mts.
Posibles respuestas: • cateto faltante 15 metros y proyecciones 16 metros y 9 metros. • b=15, m=9 y n=16 (utilizando esas letras u otras)
Argumentación Se espera que las estudiantes de forma individual, sean capaces a través de la manipulación del material concreto, puedan observar las dimensiones de la altura, cateto (a) e hipotenusa que se le entregan y sean capaces de aplicar las propiedades del teorema de Euclides antes explicadas y obtener los datos que se solicitan. Así obtener el cateto (b) y proyecciones del triángulo. En cuanto al puente, se espera que puedan utilizar la visualización y familiaridad de aquellos para una mejor aplicación, en este caso que las medidas son proporcionales a los datos entregados.
3. Tercer Puente: Calcular hipotenusa y altura, con p=8 mts. Y q=32 mts.
Posibles respuestas: • La hipotenusa 40 metros y la altura 16 metros • c=40 y h=16 (utilizando esas letras u otras)
Argumentación Se espera que las estudiantes de forma individual, sean capaces a través de la manipulación del material concreto, puedan observar las dimensiones de las proyecciones que se le entregan y sean capaces de aplicar las propiedades del teorema de Euclides antes explicadas y obtener los datos que se solicitan. Así obtener la hipotenusa y la altura del triángulo, y sean capaces de visualizar si se da la medida de ambas proyecciones, la medida de la hipotenusa será la suma de estas. En cuanto al puente, se espera que puedan utilizar la visualización y familiaridad de aquellos para una mejor aplicación.
PARTE II: Comparación y análisis
1. Si en el primer puente disminuye la altura a la mitad, ¿qué sucede con los catetos y la hipotenusa?
Posibles respuestas: • Los catetos se mantienen y la hipotenusa aumenta • Los catetos disminuyen y la hipotenusa se mantiene
Argumentación Se espera que las estudiantes sean capaces de reflexionar frente a las afirmaciones y sus posibles respuestas, a partir del trabajo con las propiedades constitutivas del teorema, donde podrán comprobar las conjeturas a las que lleguen, dándole sentido a los planteamientos.
2. Si en el segundo puente disminuye a la mitad la hipotenusa, ¿qué sucede con la altura y los catetos?
Posibles respuestas:

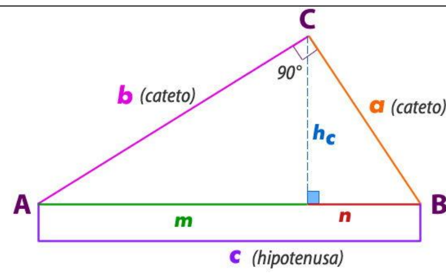
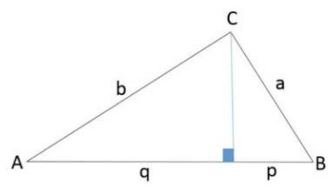
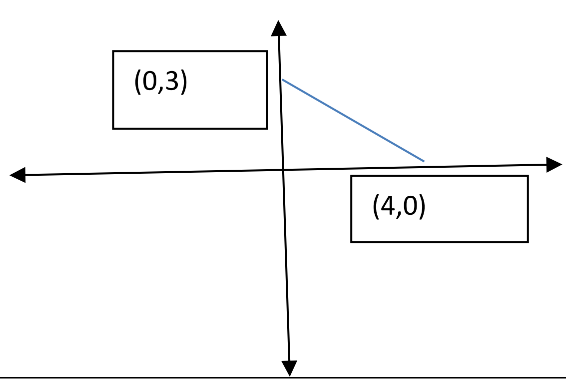
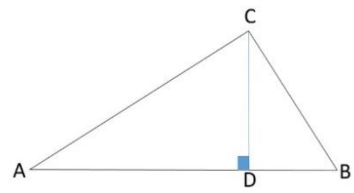
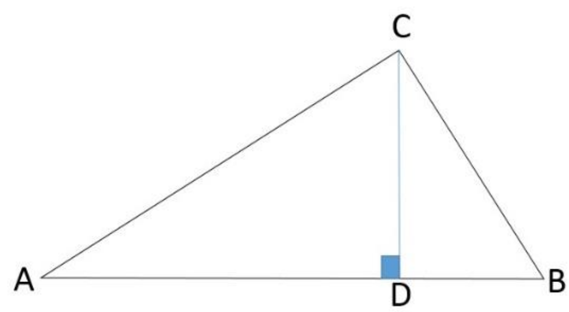
 • Si solo se disminuye del lado del cateto
Argumentación Se espera que las estudiantes sean capaces de reflexionar frente a las afirmaciones y sus posibles respuestas, a partir del trabajo con las propiedades constitutivas del teorema, donde podrán comprobar las conjeturas a las que lleguen.
3. Si en el tercer puente aumentan al triple el valor de los catetos, ¿qué sucede con la altura y la hipotenusa?
Posibles respuestas: • La altura y la hipotenusa también aumentan
Argumentación Se espera que las estudiantes sean capaces de reflexionar frente a las afirmaciones y sus posibles respuestas, a partir del trabajo con las propiedades constitutivas del teorema, donde podrán comprobar las conjeturas a las que lleguen.
PARTE III: Reflexión
A partir del material didáctico, ¿puedes deducir que el teorema de Euclides lo podemos encontrar en la vida cotidiana? ¿por qué? Ejemplifique con otro ejemplo que visualices en la vida cotidiana.
Posibles respuestas:
Argumentación Se espera que las estudiantes luego de haber realizado las actividades de esta clase, sean capaces de reconocer, visualizar y confirmar, a través de ejemplos los lugares de la vida cotidiana donde se podrían encontrar la utilización de los teoremas de Euclides, demostrando con fundamentos que el objeto a estudio ha sido comprendido y adquirido dentro de sus conocimientos.

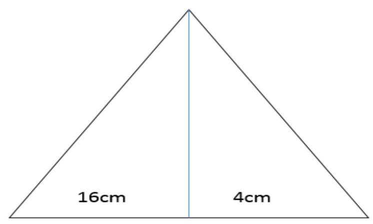
Tabla 18:

Respuestas y argumentación actividad 2

Preguntas de aplicación móvil
1) En el triángulo ABC, rectángulo en C, el valor de q = 5 cm y p = 4 cm. Entonces la medida de a es:  a) 6cm b) 8cm c) 7cm
Posible respuesta • A) 6 cm
Argumentación. Se espera que las estudiantes realicen un análisis de la pregunta reemplazando los datos dados en el ejercicio, luego de haber realizado este proceso deberán analizar los datos entregados para poder a través de las fórmulas que ya fueron entregadas durante la clase anterior desarrollen el ejercicio contestando de manera asertiva.
2) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayor de los catetos sobre la hipotenusa. a) 2,5 cm b) 1,8 cm c) 3,2 cm
Posible respuesta • C) 3,2 cm
Argumentación Se espera que las estudiantes sean capaces de dibujar un triángulo donde ellas puedan reemplazar los datos de cada parte que se les entregan en el enunciado, para luego poder realizar el ejercicio ocupando las formulas entregadas durante las clases que se impartieron.
3) ¿Qué distancia hay entre el origen y la recta que pasa por (0,3) y (4,0)? a) 5/12 cm b) 4 cm c) 12/5 cm 
Posible respuesta • C) 12/5 cm
Argumentación Se espera que las estudiantes sean capaces de dibujar un plano cartesiano, donde puedan a través de los pares ordenados ubicar cada punto que se les entrega en enunciado, para luego formar el triángulo rectángulo y encuentren la distancia que hay desde el centro del plano cartesiano hasta la recta que pasa por los puntos del plano cartesiano mostrados en el enunciado.

4) AB = 12 cm; AD = 9 cm; BC =?  a) 6 cm b) 36 cm c) 5,1961 cm
Posible respuesta • A) 6 cm
Argumentación Se espera que las estudiantes puedan reemplazar cada uno de los datos entregados por el enunciado y realizar una aplicación de las fórmulas de los teoremas de Euclides para poder encontrar el resultado correcto del ejercicio.
5) En un triángulo rectángulo de área 30,4, en donde el producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es 9 cm. Calcula la altura trazada desde C y la longitud de la hipotenusa. a) h=8 cm y c= 3/5 cm. b) h= 5 cm. y c=20 cm. c) h= 3cm. y c= 60,8/3 cm.
Posible respuesta • C) h= 3cm. y c= 60,8/3 cm.
Argumentación Se espera que las estudiantes puedan encontrar los valores de la h solo con la fórmula del Teorema de Euclides que habla de la relación de la h con el producto de las proyecciones, por lo cual utilizando esa fórmula puedan encontrar el valor de h para luego con la fórmula para encontrar el Área de cualquier triangulo puedan encontrar el valor de c.
6) En la figura siguiente, CD = 6 cm.; AD = 3 cm. Determinar el área del triángulo ABC.  a) 18 cm² b) 45 cm² c) 25 cm²
Posible respuesta • B) 45 cm² •
Argumentación Se espera que las estudiantes utilizando los datos del enunciado puedan diferenciar cada parte del triángulo, para luego encontrar los valores necesarios que se utilizaran en la fórmula de Área de un triángulo y así dar con la respuesta correcta del ejercicio.

7) Irma y sus hermanos estaban jugando en un parque, los hermanos deciden subir a un juego que ella encontraba peligroso. Al ver el juego, se imagina un triángulo rectángulo que vio en la clase de Matemática, por lo que decide hacer un bosquejo y calcular la altura de la torre, con los datos que obtuvo, ¿cuál es la medida de esta altura?.



a) 6 cm

b) 18 cm

c) 8 cm

Posible respuesta

- C) 8 cm

Argumentación

Se espera que las estudiantes, a través de lo indicado en el enunciado y el dibujo que se les entrega en el ejercicio sean capaces de encontrar el valor en este caso de la h a raíz de la fórmula de los teoremas de Euclides que hablan de la relación que existe entre las proyecciones con la h y así realicen una correcta aplicación de las formulas entregadas en los Teoremas de Euclides.

8) Las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar un ángulo de 90° y, además, si el ancho del techo es de 4m, ¿qué altura tiene el techo?

a) 2 cm

b) 4 cm

c) 3 cm

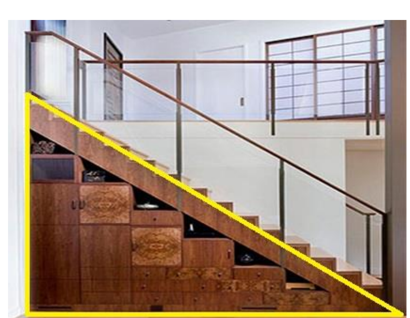
Posible respuesta

- B) 4 cm

Argumentación

Se espera que las estudiantes puedan visualizar el techo de una casa y luego crear un dibujo del cual les servirá como un bosquejo para poder realizar la aplicación de los teoremas de Euclides para encontrar la altura del techo, en este ejercicio se ve involucrado a parte de los Teorema de Euclides, también vemos que la clasificación de los triángulos por los lados es de suma importancia para la realización de este ejercicio.

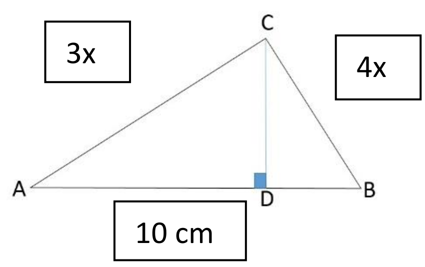
9) En una escalera donde b= 5 m y a= 12 m. ¿Cuál sería el valor de p, q, h y c? Representa los datos con la siguiente imagen:



a) c= 8 m, p=144/8 m.,q=25/8 m y h=60/8 m

b) c= 6 m, p=144/6 m.,q=25/6 m y h=10 m

c) c= 13 m, p=144/13 m.,q=25/13 m y h=60/13 m

Posible respuesta • C) c= 13 m, p=144/13 m.,q=25/13 m y h=60/13 m
Argumentación Se espera que las estudiantes puedan aplicar todas las formulas del Teorema de Euclides para poder realizar el ejercicio que se presenta en el enunciado, donde cada estudiante deberá ser capaz de definir los elementos que son entregados en el enunciado y así aplicar las formulas anteriormente mencionadas.
10) Los catetos de un triángulo rectángulo están en la razón 3:4. Si la hipotenusa mide 10 cm, entonces el cateto menor mide:  a) 8 cm b) 6cm c) 3,2 cm
Posible respuesta • B) 6 cm
Argumentación Se espera que las estudiantes puedan darse cuenta de que en este ejercicio deberán utilizar el teorema de Pitágoras donde podrán encontrar el valor de la incógnita para poder definir cuáles serán los valores de los dos catetos que faltan y con esto encontrar el valor del cateto menor.

4.3.4. Fase de experimentación

En este apartado se hace un análisis de las actividades que fueron creadas para la propuesta didáctica y aplicadas al grupo de alumnas del Instituto Comercial, específicamente a 14 estudiantes de tercer año medio. Se analiza la escena, la información recolectada, los obstáculos y rendimiento de las estudiantes.

La propuesta fue realizada fuera del horario escolar pero en el establecimiento, en dos sesiones de 90 minutos cada una (cuatro horas pedagógicas).

Con la finalidad de obtener evidencia acerca de lo que las estudiantes realizan durante el desarrollo de las actividades, se trabajó con una guía impresa para cada una de ellas, donde podían escribir el desarrollo y las respuestas de los problemas planteados, de manera individual.

Dentro del desarrollo de la propuesta didáctica, no se necesitó el apoyo de ningún docente perteneciente al establecimiento, ya que el ambiente de trabajo fue el adecuado para impulsar el desenvolvimiento de las estudiantes, donde estás se sentían libres de expresar su opinión y puntos de vista frente a la resolución de algún problema propuesto en las actividades. Las dificultades o errores que presentaron las estudiantes, fueron aclaradas y corregidas con énfasis y detenimiento, al final de la aplicación de la propuesta.

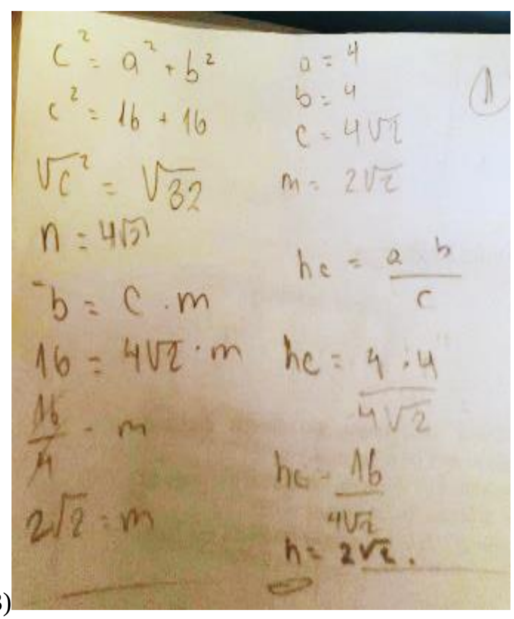
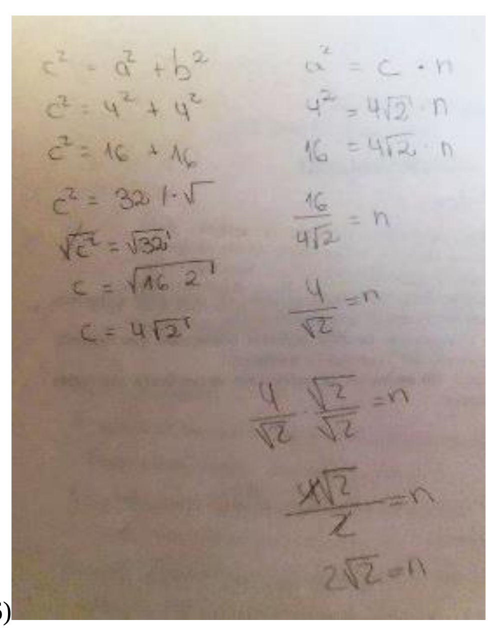
A continuación, se presentan los resultados obtenidos en cada una de las actividades:

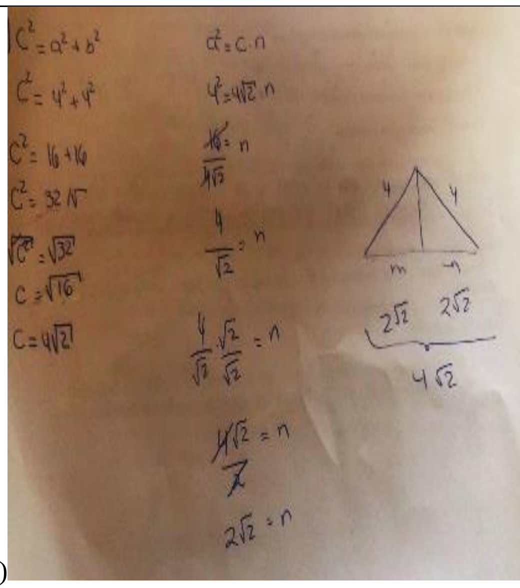
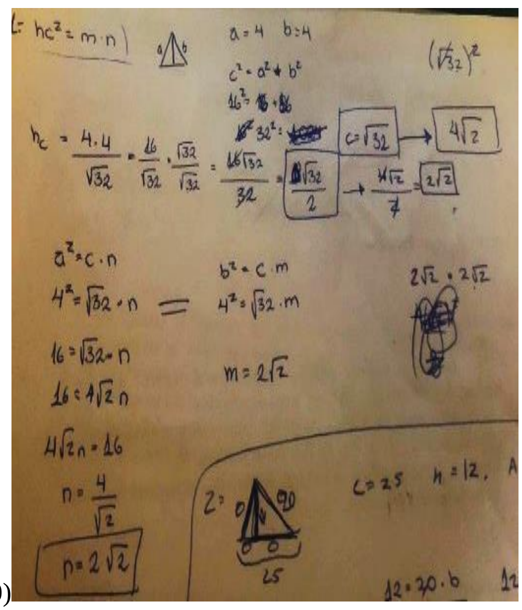
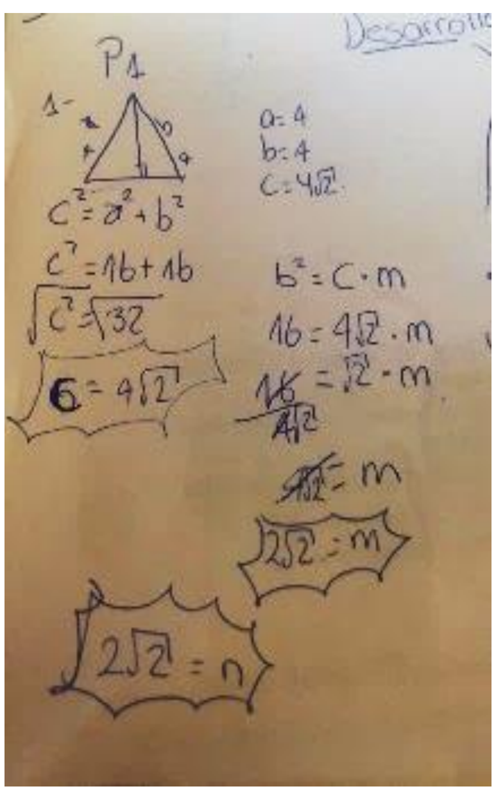
Se dan los resultados de la actividad realizada en la primera clase, profundizando en cada una de las preguntas de forma detallada.

La actividad se da inicio con 14 estudiantes, se les indica las instrucciones y se les aclara que debe ser resuelta de forma individual.

Tabla 19:

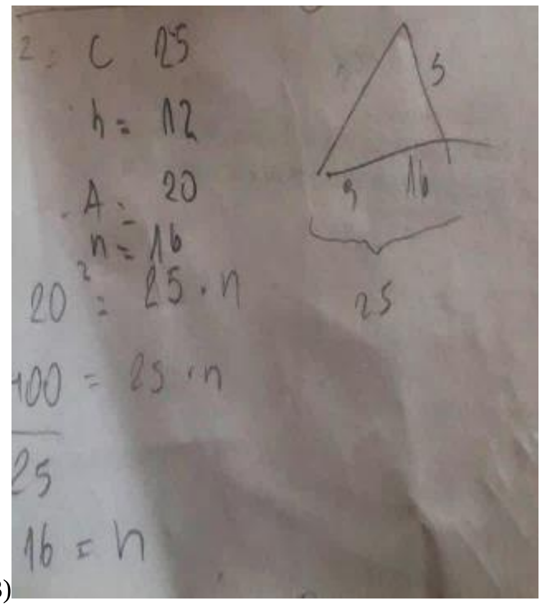
Resultados obtenidos en actividad 1

PARTE I: Aplicación
1. Primer Puente: Calcular altura y proyecciones, con a=4 mts. y b=4 mts.
Respuestas:
E3) 
E6) 

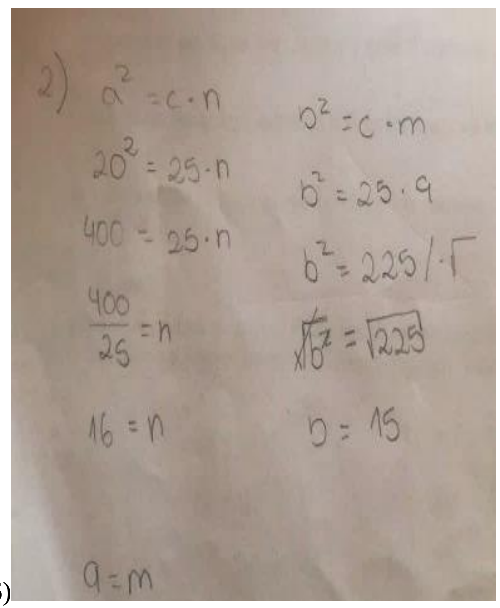
E8) 
E10) 
E13) 
2. Segundo Puente: Calcular cateto b y proyecciones, con a=20 mts., h=12 mts. y c=25 mts .

Respuestas:

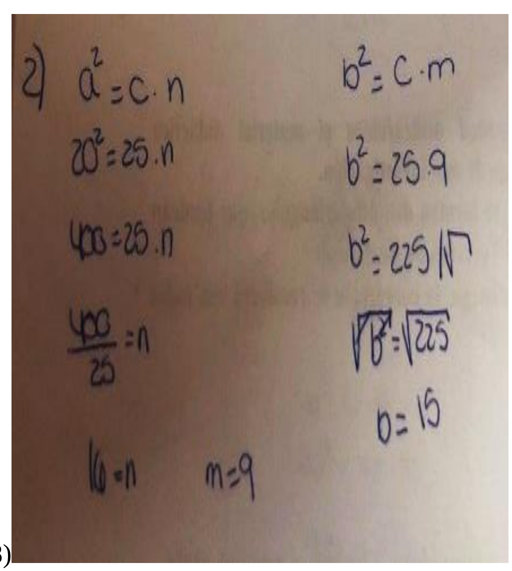
E3)

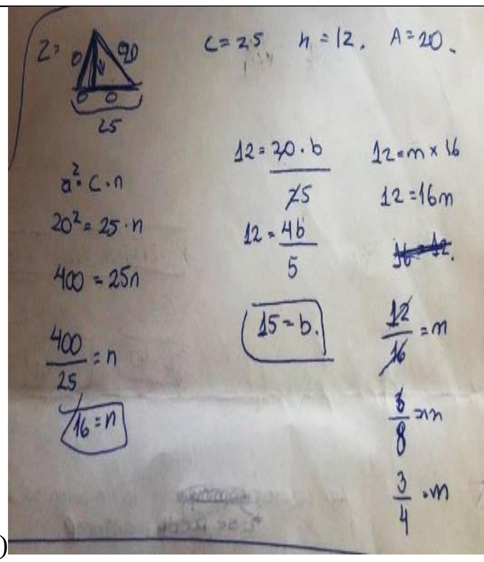


E6)

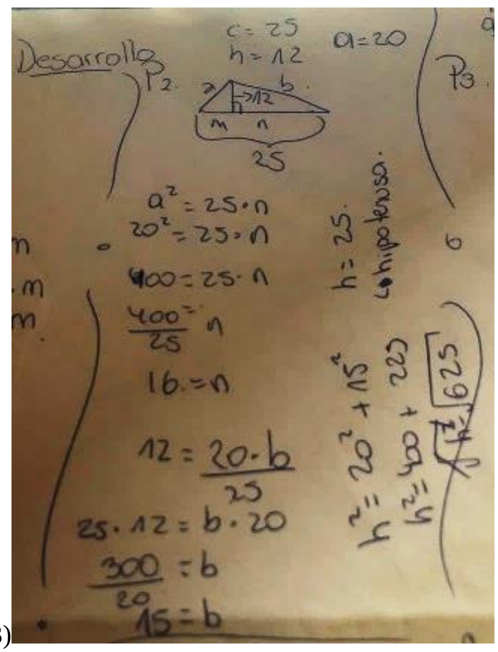


E8)





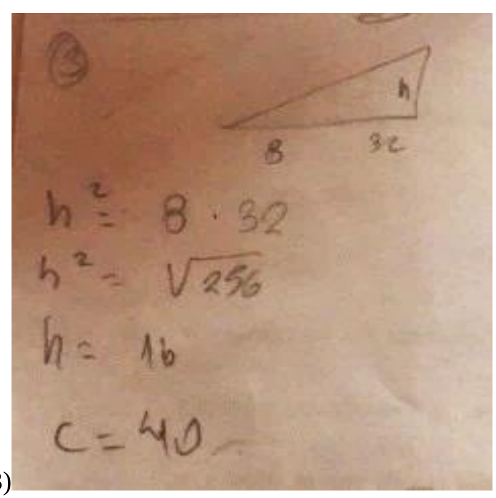
E10)



E13)

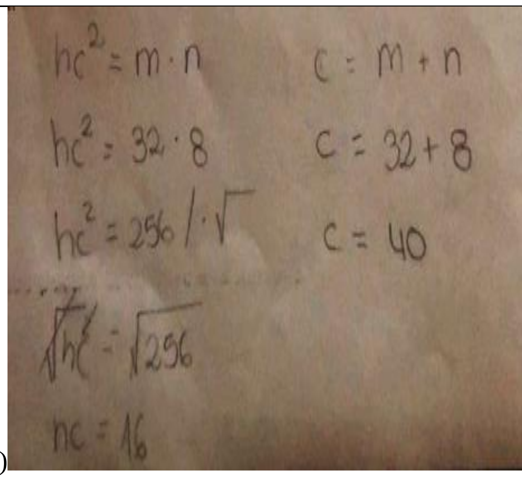
3. Tercer Puente: Calcular hipotenusa y altura, con p=8 mts. Y q=32 mts.

Respuestas:

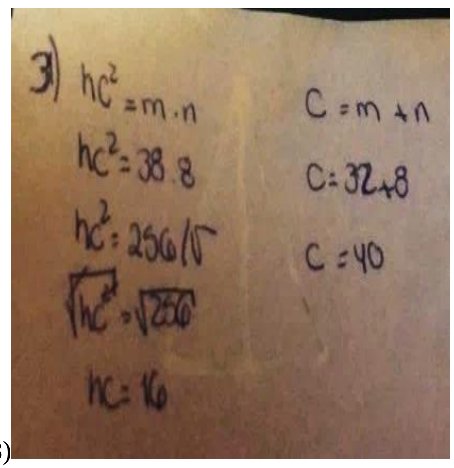


E3)

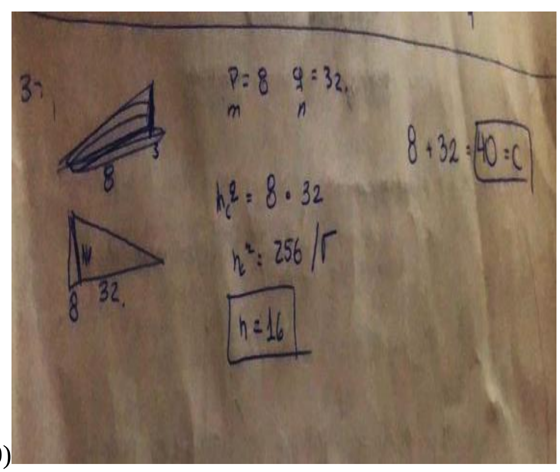
E6)

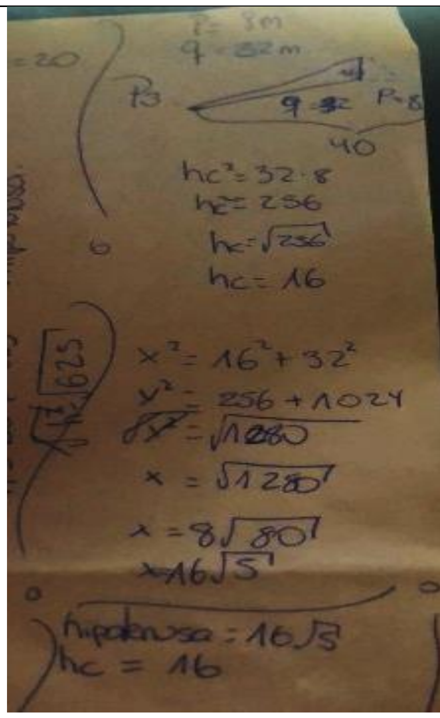

hc² = m · n
hc² = 32 · 8
hc² = 256 /·√
√hc² = √256
hc = 16
c = m + n
c = 32 + 8
c = 40

E8)


3) hc² = m . n
hc² = 38 . 8
hc² = 256 /√
√hc² = √256
hc = 16
C = m + n
C = 32 + 8
C = 40

E10)


3-
P = 8 q = 32
m n
8 + 32 = 40 = C
8
hc² = 8 · 32
hc² = 256 /√
h = 16
8 32

E13) 

PARTE II: Comparación y análisis

1. Si en el primer puente disminuye la altura a la mitad, ¿qué sucede con los catetos y la hipotenusa?

Respuestas:

E1 dijo “los catetos se mantienen, la hipotenusa se alargó”

E2 dijo “los catetos disminuyen y la hipotenusa crece”

E4 dijo “disminuyen a la mitad porque son proporcionada”

E7 dijo “los catetos disminuyen”

E9 dijo “ 1) Disminuyen la altura y loa catetos y se mantiene la hipotenusa.
2) Disminuyen la altura, aumentan los catetos y aumentan la hipotenusa”

2. Si en el segundo puente disminuye a la mitad la hipotenusa, ¿qué sucede con la altura y los catetos?

Respuestas:

E1 dijo “la altura se alarga y los catetos también se mantienen”

E4 dijo “ los catetos disminuyen porque trabajan en función de la hipotenusa”

E8 dijo “ altura disminuye y los catetos igual”

E10 dijo “ 1) si la altura se mantiene los catetos disminuyen
2) si la altura aumenta los catetos se mantienen”

E11 dijo “la altura se alarga y los catetos se mantienen”

3. Si en el tercer puente aumentan al triple el valor de los catetos, ¿qué sucede con la altura y la hipotenusa?

Respuestas:

E1 dijo “la altura aumenta y la hipotenusa también”

E8 dijo “pueden aumentar los catetos, pero se mantiene la hipotenusa”

E10 dijo “ 1) si aumenta hacia arriba la altura aumenta y la hipotenusa no
2) Si aumenta hacia abajo la altura se mantiene y la hipotenusa aumenta”

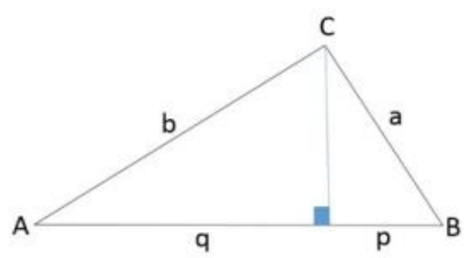
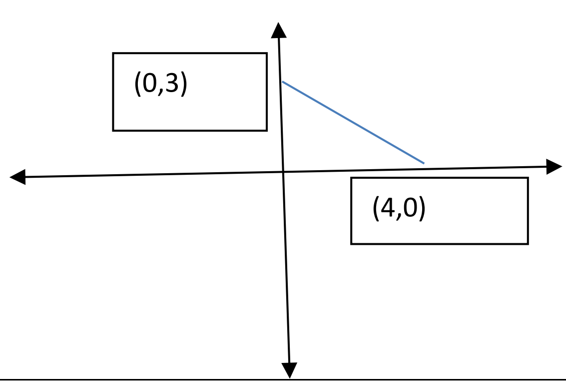
E11 dijo “la altura aumenta y la hipotenusa también aumenta”

Este apartado de la propuesta didáctica, solo fue respondida por cuatro estudiantes.

PARTE III: Reflexión
A partir del material didáctico, ¿puedes deducir que el teorema de Euclides lo podemos encontrar en la vida cotidiana? ¿Por qué? Ejemplifique con otro ejemplo que visualices en la vida cotidiana.
Respuestas: E10 dijo " si, podemos darnos cuenta de que existen los triángulos cuando se construye una escalera" E8 dijo "en los resbalines" E4 dijo "y en los puentes" E10 dijo "cuando construimos una torre de cartas" E11 dijo " la finalidad de ver los triángulos en el puente es para ver que es un soporte o una base donde podemos encontrar y definir una altura"

Tabla 20:

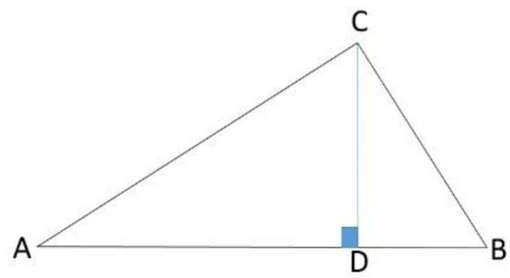
Resultados obtenidos actividad 2

Preguntas de aplicación móvil
1) En el triángulo ABC, rectángulo en C, el valor de q = 5 cm y p = 4 cm. Entonces la medida de a es: a) 6cm b) 8cm c) 7cm 
Respuestas • Un 86% de las estudiantes respondieron correctamente esta pregunta mientras que un 14% la respondió incorrectamente.
2) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayor de los catetos sobre la hipotenusa. a) 2,5 cm b) 1,8 cm c) 3,2 cm
Respuestas • Un 79% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 21% la respondieron incorrectamente.
3) ¿Qué distancia hay entre el origen y la recta que pasa por (0,3) y (4,0)? a) 5/12 cm b) 4 cm c) 12/5 cm 

Respuestas

- • Un 79% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 21% la respondieron incorrectamente.

4) AB = 12 cm; AD = 9 cm; BC =?



a) 6 cm

b) 36 cm

c) 5,1961 cm

Respuestas

- el 100% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta.

5) En un triángulo rectángulo de área 30,4, en donde el producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es 9 cm. Calcula la altura trazada desde C y la longitud de la hipotenusa.

a) h=8 cm y c= 3/5 cm.

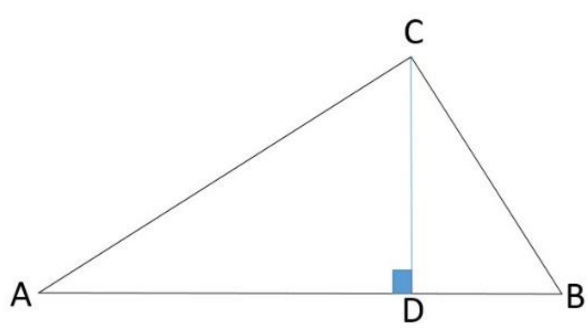
b) h= 5 cm. y c=20 cm.

c) h= 3cm. y c= 60,8/3 cm.

Respuestas

- Un 64% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 36% la respondieron incorrectamente.

6) En la figura siguiente, CD = 6 cm.; AD = 3 cm. Determinar el área del triángulo ABC.



a) 18 cm²

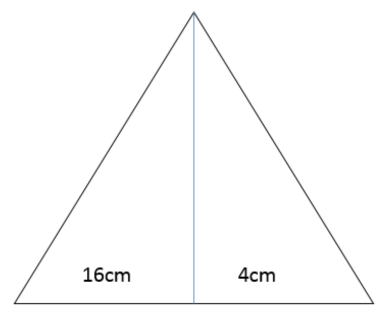
b) 45 cm²

c) 25 cm²

Respuestas

- Un 71% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 29% la respondieron incorrectamente.

7) Irma y sus hermanos estaban jugando en un parque, los hermanos deciden subir a un juego que ella encontraba peligroso. Al ver el juego, se imagina un triángulo rectángulo que vio en la clase de Matemática, por lo que decide hacer un bosquejo y calcular la altura de la torre, con los datos que obtuvo, ¿cuál es la medida de esta altura?.



a) 6 cm

b) 18 cm

c) 8 cm

Respuestas

- Un 71% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 29% la respondieron incorrectamente.

8) Las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar un ángulo de 90° y, además, si el ancho del techo es de 4m, ¿qué altura tiene el techo?

a) 2 cm

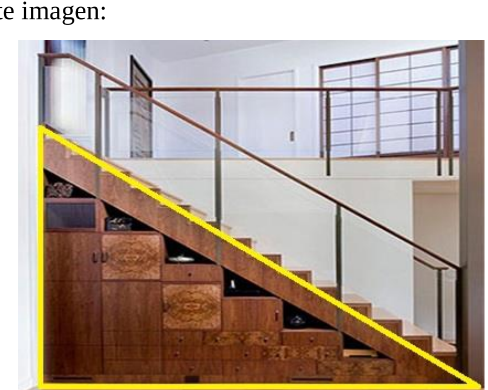
b) 4 cm

c) 3 cm

Respuestas

- Un 79% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta mientras que un 21% la respondieron incorrectamente.

9) En una escalera donde b= 5 m y a= 12 m. ¿Cuál sería el valor de p, q, h y c? Representa los datos con la siguiente imagen:



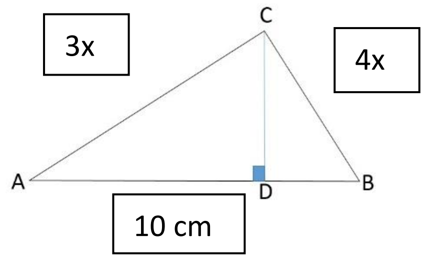
a) c= 8 m, p=144/8 m.,q=25/8 m y h=60/8 m

b) c= 6 m, p=144/6 m.,q=25/6 m y h=10 m

c) c= 13 m, p=144/13 m.,q=25/13 m y h=60/13 m

Respuestas

- el 100% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta.

10) Los catetos de un triángulo rectángulo están en la razón 3:4. Si la hipotenusa mide 10 cm, entonces el cateto menor mide:  a) 8 cm b) 6cm c) 3,2 cm
Respuestas • el 100% de las estudiantes respondieron de forma correcta la pregunta.

Observaciones de experimentación:

Las estudiantes mediante sus respuestas, ya sea escritas (actividad 1) o en la aplicación móvil (actividad 2), dan a conocer sus conjeturas al respecto y formalizan el conocimiento.

Se hace notar en cada momento una institucionalización, ya que las estudiantes tienen la costumbre de responder de forma libre y se olvidan de utilizar el material didáctico entregado.

Las estudiantes hacían muchas preguntas, esperando que los investigadores a cargo validaran sus respuestas y así responder de manera segura.

Otra situación que agrada a los investigadores, es la manera en que debatía un grupo de estudiantes para comunicar el porqué de sus respuestas, con gusto se escuchaba de aquellas. Se estaba cumpliendo el propósito.

4.3.5. Análisis a posteriori

En esta fase de la ingeniería didáctica utilizaremos la información recolectada de la experimentación, donde se presentará la comparación entre los resultados obtenidos por las estudiantes en el desarrollo de las dos actividades, y las expectativas o comportamientos esperados, considerados en el análisis a priori.

Tabla 21:

Comparación y análisis de actividad 1

PARTE I: Aplicación
1. Primer Puente: Calcular altura y proyecciones, con a=4 mts. y b=4 mts.
Comparación y análisis: Se puede evidenciar que las estudiantes a medida que iban realizando las actividades entregadas en la propuesta didáctica, demuestran una comprensión de los contenidos que se les presentaron en esta, realizando un análisis del problema y resolviéndolo correctamente por la mayoría como se puede ver en la tabla 17, lo que nos indica que la propuesta didáctica mostro un avance positivo en las estudiantes
2. Segundo Puente: Calcular cateto b y proyecciones, con a=20 mts., h=12 mts. Y c=25 mts.
Comparación y análisis: Ya que la idea de la propuesta era que las estudiantes no solo se vieran enfrentadas a situaciones donde el triángulo fuera el mismo siempre, en este ejercicio se vio reflejado que comprendieron de manera asertiva y realizando un análisis comprendieron como utilizar los teoremas de Euclides y fueron capaces de resolver el ejercicio aplicando lo visto en la propuesta.
3. Tercer Puente: Calcular hipotenusa y altura, con p=8 mts. Y q=32 mts.
Comparación y análisis: Comparando los resultados esperados y los que dieron las estudiantes queda en evidencia que fueron capaces de resolver el ejercicio sin mayor problema demostrando un mayor manejo en la aplicación de los teoremas.
PARTE II: Comparación y análisis
1. Si en el primer puente disminuye la altura a la mitad, ¿qué sucede con los catetos y la hipotenusa?
Comparación y análisis: En este caso se esperaba que las estudiantes fueran capaces de responder asertivamente, lo que durante la propuesta didáctica que se implanto con las estudiantes y la respuesta que fueron dando se pudo evidenciar que no todas lograron realizar el análisis correctamente, pero si muchas fueron capaces de responder con coherencia y fundamento.
2. Si en el segundo puente disminuye a la mitad la hipotenusa, ¿qué sucede con la altura y los catetos?
Comparación y análisis: En este caso se esperaba que las estudiantes fueran capaces de responder asertivamente, lo que durante la propuesta didáctica que se implanto con las estudiantes y la respuesta que fueron dando se pudo evidenciar que no todas lograron realizar el análisis correctamente, pero si muchas fueron capaces de responder con coherencia y fundamento.
3. Si en el tercer puente aumentan al triple el valor de los catetos, ¿qué sucede con la altura y la hipotenusa?
Comparación y análisis:

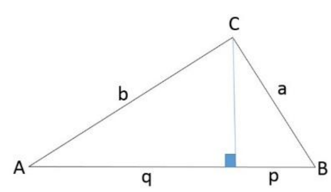
En este caso se esperaba que las estudiantes fueran capaces de responder asertivamente, lo que durante la propuesta didáctica que se implanto con las estudiantes y la respuesta que fueron dando se pudo evidenciar que no todas lograron realizar el análisis correctamente, pero si muchas fueron capaces de responder con coherencia y fundamento.
PARTE III: Reflexión
A partir del material didáctico, ¿puedes deducir que el teorema de Euclides lo podemos encontrar en la vida cotidiana? ¿Por qué? Ejemplifique con otro ejemplo que visualices en la vida cotidiana.
Comparación y análisis: Las estudiantes fueron capaces de responder y visualizar de manera asertiva donde se podrían aplicar los teoremas de Euclides en la vida cotidiana, demostrando un dominio del concepto, corroborando lo aprendido en la propuesta didáctica.

Tabla 22:

Comparación y análisis de actividad 2(App)

Preguntas de aplicación móvil

1) En el triángulo ABC, rectángulo en C, el valor de q = 5 cm y p = 4 cm. Entonces la medida de a es:



a) 6cm

b) 8cm

c) 7cm

Comparación y análisis:

Según lo esperado al cabo de realizar la propuesta didáctica el que existiera una 86% de asertividad dentro de esta pregunta es un avance notorio en la comprensión de los teoremas de Euclides y su aplicación.

2) Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayor de los catetos sobre la hipotenusa.

a) 2,5 cm

b) 1,8 cm

c) 3,2 cm

Comparación y análisis:

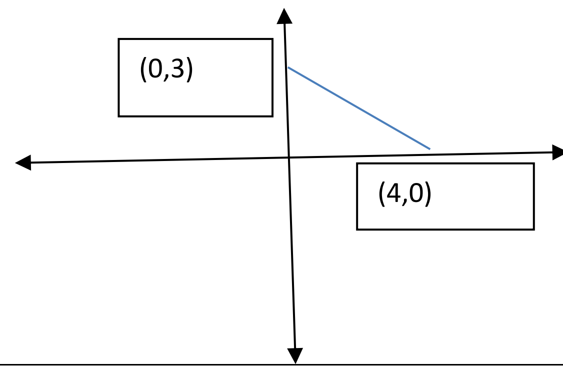
Los resultados que mostraron las estudiantes en esta pregunta fueron de un 79% lo cual indica que fueron capaces de realizar un análisis, comprensión y aplicación del teorema en gran parte de ellas.

3) ¿Qué distancia hay entre el origen y la recta que pasa por (0,3) y (4,0)?

a) 5/12 cm

b) 4 cm

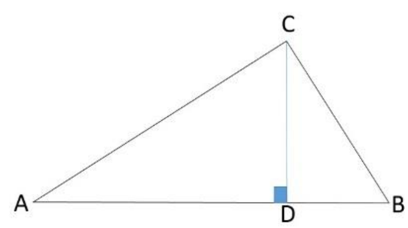
c) 12/5 cm



Comparación y análisis:

Queda evidenciado que existe un análisis y comprensión asertivo por parte de las estudiantes al momento de responder esta pregunta, ya que hubo un 79% de asertividad de la pregunta, demostrando un dominio y manejo de la aplicación de los teorema de Euclides.

4) AB = 12 cm; AD = 9 cm; BC =?



a) 6 cm

b) 36 cm

c) 5,1961 cm

Comparación y análisis:

En esta pregunta se puede evidenciar que las estudiantes lograron un 100% de asertividad al momento de resolver y contestar esta pregunta lo cual muestra que su comprensión de los teoremas ha ido aumentando a medida que las estudiantes van realizando los distintos ejercicios y resolviendo.

5) En un triángulo rectángulo de área 30,4, en donde el producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es 9 cm. Calcula la altura trazada desde C y la longitud de la hipotenusa.

a) h=8 cm y c= 3/5 cm.

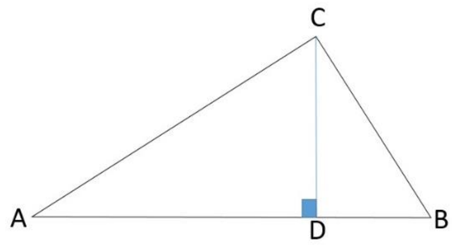
b) h= 5 cm. y c=20 cm.

c) h= 3cm. y c= 60,8/3 cm.

Comparación y análisis:

Esta pregunta fue una de los porcentajes más bajo de asertividad que hubo, ya que solo un 64% de las estudiantes fueron capaces de responder correctamente esta pregunta, esto puede ser debido a que si bien la aplicación de los Teoremas de Euclides fueron bien utilizados, existe un tema de conocimientos anteriores en específico “Área de Triángulos” que las estudiantes mostraron que no manejaban en su totalidad, por lo cual, les fue más complicado poder responder esta pregunta.

6) En la figura siguiente, CD = 6 cm.; AD = 3 cm. Determinar el área del triángulo ABC.



a) 18 cm²

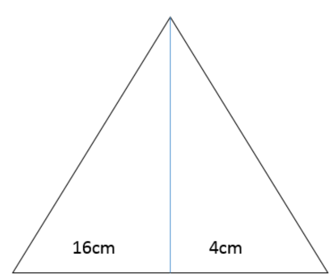
b) 45 cm²

c) 25 cm²

Comparación y análisis:

Como se ve reflejado en los resultados mostrados por las estudiantes solo un 71% de ellas respondió correctamente esta pregunta, demostrando que hubo un aumento en relación a la pregunta anterior, ya que muchas recordaron algunos conceptos anteriores y las cual les sirvió para poder realizar una correcta aplicación de los Teoremas de Euclides

7) Irma y sus hermanos estaban jugando en un parque, los hermanos deciden subir a un juego que ella encontraba peligroso. Al ver el juego, se imagina un triángulo rectángulo que vio en la clase de Matemática, por lo que decide hacer un bosquejo y calcular la altura de la torre, con los datos que obtuvo, ¿cuál es la medida de esta altura?



a) 6 cm

b) 18 cm

c) 8 cm

Comparación y análisis:

Aun siendo esta una de las pregunta con más bajo nivel de asertividad, ya que se obtuvo un 71% de asertividad, se puede evidenciar que las estudiantes son capaces de comprender y responder de una manera asertiva preguntas de este estilo, debido a que la gran mayoría pudo realizar el ejercicio sin equivocarse y se nota una mayor comprensión de los Teoremas de Euclides.

8) Las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar un ángulo de 90° y, además, si el ancho del techo es de 4m, ¿qué altura tiene el techo?

a) 2 cm

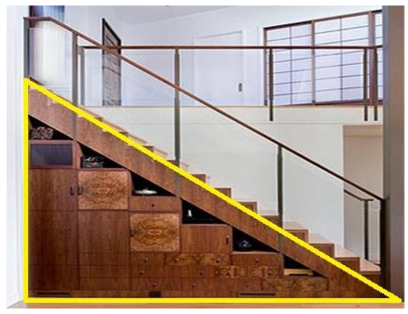
b) 4 cm

c) 3 cm

Comparación y análisis:

Las estudiantes al lograr un 79% de asertividad de esta pregunta, se evidencia que a medida que iban resolviendo los ejercicios en la propuesta logra un aumento considerable dentro de la aplicación de los Teoremas.

9) En una escalera donde b= 5 m y a= 12 m. ¿Cuál sería el valor de p, q, h y c? Representa los datos con la siguiente imagen:



a) c= 8 m, p=144/8 m.,q=25/8 m y h=60/8 m

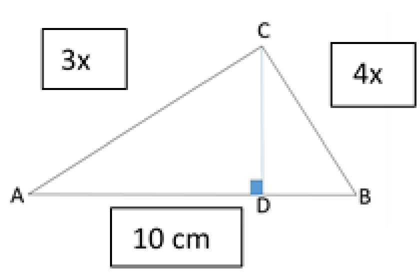
b) c= 6 m, p=144/6 m.,q=25/6 m y h=10 m

c) c= 13 m, p=144/13 m.,q=25/13 m y h=60/13 m

Comparación y análisis:

Las estudiantes comienzan a mostrar ya un dominio mayor de la aplicación de los Teoremas de Euclides, con un análisis y comprensión de esta donde logran un 100% de asertividad en la respuesta de esta pregunta. Evidenciando que los procesos que fueron pasando por la propuesta.

10) Los catetos de un triángulo rectángulo están en la razón 3:4. Si la hipotenusa mide 10 cm, entonces el cateto menor mide:



a) 8 cm

b) 6cm

c) 3,2 cm

Comparación y análisis:

Las estudiantes muestran ya un dominio en gran parte de la aplicación y comprensión de los teoremas de Euclides, demostrando su asertividad en esta pregunta del 100% donde se evidencia que las estudiantes comienzan a comprender y a analizar de mejor manera cada ejercicio mostrado en las actividades.

Análisis y discusión final:

Dado el análisis realizado a la propuesta didáctica, se hacen observaciones generales presentando un breve resumen de semejanzas y diferencias del análisis a priori y a posteriori, así generar en un futuro, un rediseño de los aplicado contextualizándolo en que los futuros docentes quieran aplicarlo y ser un aporte a los agentes relacionados directamente con la educación.

Tabla 23:

Semejanzas y diferencias encontradas de análisis a priori y a posteriori

Semejanzas	Diferencias
• Al inicio existe la misma dificultad al momento del cambio de posición del triángulo o cambio de variables. • Representan el resultado con las mismas letras que fueron dadas. • Consensuan que todos los triángulos propuestos en la actividad poseen las características necesarias para la aplicación de los teoremas de Euclides. • Algunas logran identificar la relación de las fórmulas de los teoremas de Euclides y otras les complica llegar al concepto. • En la primera actividad, en la parte de reflexión todas llegan al mismo consenso, de que si se puede observar los teoremas de Euclides en la cotidianidad. • En la segunda actividad ya conocen el concepto, por tanto, se cumple el análisis esperado por los investigadores.	• Al momento de la utilización del material concreto, tres alumnas no lograban visualizar de inmediato el triángulo que se proyectaba debajo del puente, esto no estaba previsto • Al entregar letras distintas en la primera actividad (PARTE I), a lo explicado desde un comienzo sobre los teoremas de Euclides, algunas alumnas no relacionaron de inmediato el cambio de variables. • En la primera actividad (PARTE II), al momento de pedir a las estudiantes que analicen los cambios que se plantean sobre los tres triángulos, tienen dificultad en visualizar el cómo variarían los lados y medidas de estos. • En la pregunta número 5 de la actividad 2, donde utilizaron la Aplicación Móvil, las estudiantes tuvieron dificultad al momento de resolver, ya que esta involucraba conocimientos previos (Área de triángulos).

Además, a partir de los resultados obtenidos, primero se hará un análisis con dos autores más pertinentes considerados por los investigadores, respecto a los tipos de errores detectados; y segundo, un análisis de las fases de Brousseau.

a) Tipología de errores

Tabla 24:

Análisis y comparación de errores

Errores según autores	Análisis y comparación
Socas (1997)	Basado en lo mencionado por Socas se logró evidenciar que hasta antes de la propuesta este tipo de error que las estudiantes cometían a raíz de las problemática de la investigación las llevaba en generar un obstáculo, por lo cual posterior a la propuesta se pudo comprobar que la existencia de este ya no era tan influyentes para el aprendizaje de los Teorema.
Brousseau (1997)	Basado en los tipos de errores mencionados por Brousseau hasta antes de que las estudiantes fueran participes de la propuesta se evidenciaba que existían un gran abundancia en los errores de tipo teórico debido a que si bien conocían los Teoremas de Euclides no eran capaces de solucionar ejercicios, tecnológico debido a que al no comprender teóricamente no eran capaces de buscar alguna solución dentro de las tecnologías que ellas tienen a su alcance y en nivel práctico debido a que no lograban solucionar ejercicios de aplicaciones del Teorema, por lo cual posterior a la propuesta se evidencio que las estudiantes fueron capaces de solucionar ejercicios superando los obstáculos formados a raíz de la problemática de la investigación.

b) Fases de Brousseau

Tabla 25:

Análisis y comparación fases de Brosseau

Fases	Análisis y comparación
Situación de Acción	A las estudiantes se les hace entrega de material didáctico concreto, donde ellas trabajan de manera intuitiva e implícita con este. Como señala la fase de acción.
Situación de Formulación	A pesar de que el trabajo fue de manera autónoma, se generaba la instancia de

	intercambio de conocimientos o aseveraciones con la compañera de al lado. Además, se da la instancia de compartir respuesta y conjeturas de manera general junto a docentes a cargo de la propuesta. Esto permitió volver actuar sobre el material didáctico concreto.
Situación de Validación	Se vuelve a mencionar el trabajo autónomo, sin embargo se dio la instancia de debate entre el grupo general en determinadas preguntas, donde aceptaban o rechazaban las aseveraciones o conjeturas que compartían las estudiantes. Así obtener la respuesta correcta.
Situación de Institucionalización	La comprensión del objeto de enseñanza se hace notar al recibir las respuestas de las estudiantes, donde se comprueba el aprendizaje obtenido mediante el uso de material didáctico y ejercicios de aplicación móvil. Se formaliza el contenido.

CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

En primera instancia, la aplicación de una ingeniería didáctica como metodología de investigación, cumple con los objetivos y supuestos propuestos. Además, se evidencia que, por parte de la propuesta didáctica aplicada a las estudiantes de tercer año medio, favoreció y contribuyó la comprensión de los teoremas de Euclides tanto con contexto como sin contexto, utilizando material didáctico y tecnología móvil.

Respondiendo a la pregunta de investigación planteada, que hace referencia a como contribuye la implementación de la propuesta didáctica con apoyo de tecnología móvil, se puede concluir que a partir de los resultados, si se observó una mejora en la resolución de problemas con y sin contexto de los teoremas de Euclides. Esto se evidenció en las tablas finales de análisis, donde las estudiantes al trabajar con material didáctico concreto y aplicación móvil pudieron visualizar, comprender y aplicar el contenido dando sentido al objeto estudiado.

A partir del objetivo general y los objetivos específicos, los investigadores concluyen que primero se observó con la aplicación del test diagnóstico, que se cumple el supuesto uno respecto los tres puntos que se plantean, donde hace referencia a que las estudiantes no comprendan cambios de posición o letra, contextualicen problemas de planteo o relacionen teoremas (Euclides y Pitágoras) y con esto se caracterizan los obstáculos que surgieron a través del análisis del test aplicado.

Por otra parte, después de la realización de la propuesta didáctica, las estudiantes conocen y comprenden los teoremas de Euclides. La ventaja de las actividades realizadas (individuales), es que se desarrollan de manera rápida, aclarando dudas a medida que responden, trabajan de manera fluida, exponiendo ideas y puntos de vista, haciendo valer sus posturas.

Es necesario destacar que el trabajo realizado individualmente por parte de las estudiantes, permitió pasar por las fases de la ingeniería didáctica, de formulación y validación, analizando y comparando resultados, para así dar una respuesta.

La manipulación y utilización del material didáctico, aportó una visión más clara de lo que se buscaba investigar, ya que, al trabajar con un aprendizaje más concreto y menos abstracto, permite acercar a los estudiantes a la cotidianidad de las matemáticas.

Durante la aplicación de la propuesta didáctica se evidencio que el uso de tecnologías móviles facilitó el trabajo y comprensión de los teoremas de Euclides por parte de las estudiantes, lo cual es un fuerte indicador de la pertinencia de la incorporación de este tipo de herramientas para el apoyo docente en el desarrollo de clases.

Las ventajas en la utilización de este tipo de herramientas, están dadas por su cercanía hacia las estudiantes y su adaptabilidad al contexto requerido, pudiendo desarrollar y generar un trabajo lúdico que logre captar la atención de estas, hacia el objeto de estudio.

Por otro lado el material didáctico concreto, es fundamental dentro de la creación de propuestas didácticas para poder desarrollar una mejor caracterización de los objetos de estudio, por lo cual va de la mano con las ventajas mencionadas anteriormente a la utilización de estas herramientas para el apoyo docente.

El aprendizaje que brinda la aplicación de la propuesta didáctica, hace recomendar a futuros docentes lo siguiente:

- Utilizar y crear material didáctico para generar ambiente de motivación, los procesos de enseñanza y aprendizaje, y aproximación del contenido por parte de las estudiantes.
- Fomentar el trabajo con tecnologías móviles como vínculo entre lo cotidiano y lo académico.
- Crear ambientes propicios de aula, como en la ingeniería didáctica, puedan a través de las fases de formulación y validación, argumentar y comunicar el objeto matemático, así de este modo, validar sus conocimientos y aprendizajes.

Con los resultados obtenidos, después de la aplicación de la propuesta didáctica, a fututos investigadores que quieran indagar en la misma área, se les recomienda enriquecer e implementar la propuesta realizada. Se considera esta investigación como un aporte y en un futuro obtener una visión distinta del aula, donde a los estudiantes se les dé la oportunidad de participar activamente de su proceso de aprendizaje.

La propuesta didáctica diseñada y aplicada, por los futuros docentes, se reconoce como una manera práctica y efectiva de enseñanza, ya que su desarrollo sustentado en las bases curriculares, fomenta el trabajo de las distintas habilidades, así como también las actitudes y conocimientos de las estudiantes, permitiendo así realizar un trabajo pertinente y coherente en la enseñanza de la matemática, escapando de los procedimientos mecanizados, poco dóciles y estructurados.

Durante el desarrollo de la investigación, se da cuenta que en la actualidad, a pesar de que existe un debate respecto al uso de tecnologías móviles en aula y sus repercusiones, se logró evidenciar que la implementación de una aplicación basado en un sistema operativo Android como herramienta de apoyo, marcó un antes y un después en el proceso de aprendizaje de las estudiantes que fueron participe de la propuesta, demostrando que si puede ser efectivo incluir las nuevas tecnologías, dentro de las planificaciones de clase. Por lo tanto, se da paso a la inclusión de TIC´s e innovaciones al que hacer docente y sin miedo al cambio.

Así, la propuesta didáctica queda a disposición para ser aplicada, o de ser necesario realizar un rediseño, en algún contexto educativo diferente al de la presente investigación.

BIBLIOGRAFÍA

Abud, A. (2009). Metodología de Ingeniería de Software Educativo. *Revista internacional de educación en ingeniería, 2*(1), 10-18.

Arellano, J. H. (2016). *Propuesta didáctica para el aprendizaje de los teoremas notables de pitágoras, tales y euclides en el tercer año de educación media general* (Tesis de Magíster). Universidad de Carabobo, Venezuela. Recuperado de http://mriuc.bc.uc.edu.ve/handle/123456789/4083

Argudo, M. (2013). *Las TIC y el aprendizaje de la geometría* (Tesis de Magíster), Universidad CEU Cardenal Herrera, Valencia. Recuperado de http://dspace.ceu.es/bitstream/10637/5626/1/TFM_Argudo%20Ortiz%2C%20Marta.pdf

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Bogota: Grupo Editorial Iberoamérica.

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gomez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Bogotá: Grupo editorial iberoamérica.

Báez, R. & Iglesias, M. (2007). *Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL "El Mácaro", (*Número extraordinario), 67-87.

Bork, A. (1986). *El ordenador en la enseñanza. Análisis y perspectivas de futuro.* Barcelona: Gustavo Gili.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study (Vol. 7).* Argentina: Libros del Zorzal.

Castro, J. (8 de Septiembre de 2015). *Teorema de Euclides(Ejemplo1).* [YouTube] Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=etQ6wLbXD_I

Chavarría, J. (2006). Teoria de las situaciones didcaticas. *Cuadernos de investigación y formación en eduación matemáticas,* 1(2), s.p. Recuperado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6885/6571

Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado* . Argentina: Aique.

De Faria Campos, E. (2006). Transposición didáctica: definición, epistemología, objeto de estudio. *Cuadernos de investigación y formación en eduación* *matemáticas, 1*(2), s.p. Recuperado de https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6884/6570

Domingo, M. & Marqués, P. (2011). Aulas 2.0 y uso de las TIC en la. *Revista Científica de Educomunicación, 19*(37), 169-175.

Fernández, I. (Abril de 2010). *Las TICs en el ámbito educativo.* Recuperado de http://www.eduinnova.es/abril2010/tic_educativo.pdf

Gaona, F. A. (2016). *Proyecta*. Recuperado de https://www.plataformaproyecta.org/es/recursos-educativos/el-movil-en-el-aula-ideas-ventajas-retos-y-posibilidades

Germán, T., & Humberto, Q. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa, 10*(2), 275-300. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v10n2/v10n2a5.pdf

Gros, B. (2004). *De cómo la tecnología no logra integrarse en la escuela a menos que .... cambie de escuela.* Recuperado de https://cdn.educ.ar/repositorio/Download/file?file_id=5728a709-5aa5-4403-83ca-d282d2c7dd9e

Henríquez-Rivas, C., & Montoya-Delgadillo, E. (2016). El Trabajo Matemático de Profesores en el Tránsito de la Geometría Sintética a la Analítica en el Liceo. *Bolema, 30*(54), 45-66. Recuperado de http://www.scielo.br/pdf/bolema/v30n54/1980-4415-bolema-30-54-0045.pdf

Hernandez, V. & Villalba, M. (2001). *Perspectiva en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI.* Recuperado de http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm

Jaime, A.; Chapa, A. & Gutiérrez, A. (1992). Definicion de triangulos y cuadrilateros: errores e inconsistencias en libros de textos de E.G.B. *Epsilon* (23), 49-62.

Jiménez, L., & Rupin, P. (2015). *Matemática 2°medio, guía didáctica del docente.* Santiago: Ediciones SM Chile S.A.

Koehler, M. & Mishra, P. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054. Recuperado de http://one2oneheights.pbworks.com/f/MISHRA_PUNYA.pdf

Lissette, F., & Ana, H. d. (2004). Tipologia de errores en el área de la geometria plana. *Educere, vol.8, num 24*, 66-71.

Mejía, J., Orduz, M., & Peralta, B. (2005). ¿Cómo formarnos para promover pensamiento crítico autónomo en el aula? Una propuesta de investigación acción apoyada por una herramienta conceptual. *Iberoamericana de Educación, 39*(Número extraordinario 6), 1-15. Recuperado de https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/139042

MINEDUC. (2015). *Bases Curriculares.* Santiago, Chile: Ministerio de Educación.

MIT App Inventor. (2012). *MIT App Inventor 2*. Recuperado de http://appinventor.mit.edu/explore/

Niño, V. (2011). *Metodología de la investigación. Diseño y ejecución.* Bogotá, Colombia: Ediciones de la U.

Oliver et al., C. (2010). *Estrategias didácticas en el aula. Buscando la calidad y la innovación.* Madrid: Uned.

Panizza, M. (2003). *Conceptos básicos de la Teoría de situaciones didácticas*. Recuperado de http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

Portal Educativo. (23 de 10 de 2015). *Portal Educativo: Conectando neuronas*. Recuperado de https://www.portaleducativo.net/segundo-medio/43/teorema-de-euclides

Prensky, M. (2010). *Nativos e inmigrantes digitales.* Chile: SEK, S. A.

Querelle y Cia. Ltda. (2015). *Teorema de Euclides.* Recuperado de http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Teoremas_Euclides.html

Rederjo, J. (Agosto de 2011). *Observatorio Tecnológico*. Recuperado de http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/en/software/programacion/1090-uso-de-appinventor-en-la-asignatura-de-tecnologias-de-la-comunicacion-y-la-informacion

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14

Rossaro, A. L. (2013). *Educación y punto*. Recuperado de http://www.educdoscero.com/2012/04/el-modelo-tpack-el-saber-docente-cuando.html

Sanchez, C. (2012). *La historia como recurso didáctico: el caso de los elementos de Euclides.* TED: Tecné, Episteme y Didaxis.

Solorza, L. (2011). *Guía de ejercicios, tema: Teorema de Euclides.* Recuperado de https://matematicosingles.files.wordpress.com/2011/05/2-3-teoremaeuclides.pdf

Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa.* México: Pearson Educación.

TICaMates. (8 de Octubre de 2013). *Aplicación práctica del teorema de euclides.* [YouTube]. Obtenido de https://www.youtube.com/watch?v=9kWbZEiwO-o

Torregrosa, & Quesada. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *10*(2), 275-300. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000200005

Vitutor. (11 de julio de 2012). *Teoerema del cateto, de la altura y de Pitágoras*. Recuperado de https://www.vitutor.com/geo/eso/s_6.html

ANEXOS

Anexo 1: Test diagnóstico

TEST DIAGNOSTICO

Nombre:

Curso:

Correo electrónico:

A continuación, se encontrará con cuatro preguntas, lo cual debe responder de la manera más sincera posible, con letra clara y legible.

La información recolectada será de uso confidencial y se utilizará para estudiar sus respuestas y buscar mejores formas de aplicación del Teorema de Euclides.

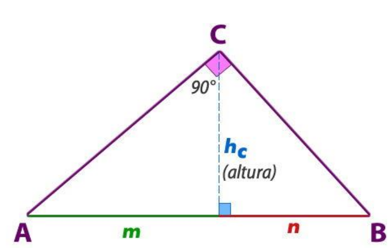
Este instrumento es formativo (sin nota), por lo tanto, responda con la mayor tranquilidad y confianza posible.

Teorema de Euclides:

En esta oportunidad trataremos el teorema de Euclides referente a algunas proporciones en el **triángulo rectángulo**.

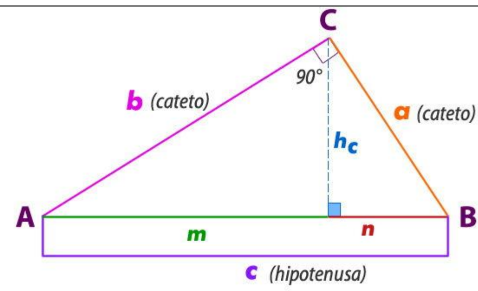
En todo triángulo rectángulo, si se traza la altura correspondiente al vértice del ángulo recto, los dos nuevos triángulos rectángulos son **semejantes entre sí**, y a la vez son semejantes al original. A partir de lo anterior, se extraen las siguientes relaciones de proporcionalidad;

a) **Teorema de Euclides referido a la altura:** En todo triángulo rectángulo, la altura (que se traza desde el ángulo recto), es **media proporcional geométrica** (es decir, la altura al cuadrado), entre los segmentos que determina sobre la hipotenusa.



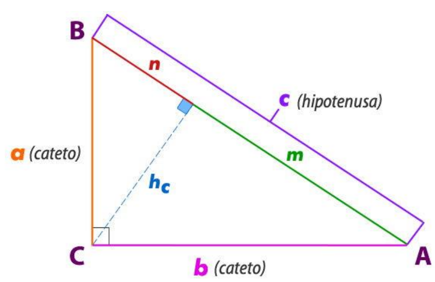
$$h_c^2 = m \cdot n$$

b) **Teorema de Euclides referido al cateto:** En todo triángulo rectángulo, cada cateto es **medida proporcional geométrica** (es decir, cada cateto al cuadrado) entre la hipotenusa entera y su proyección sobre ella.



$$b^2 = c \cdot m \qquad a^2 = c \cdot n$$

c) **Relación entre los teoremas de Euclides:** En todo triángulo rectángulo, si despejamos **m** y **n** del teorema referido a los catetos y lo reemplazamos en el teorema referido a la altura, se cumple que la altura (que se traza desde el ángulo recto), es igual al producto de los catetos dividido por la hipotenusa.



- Despejamos **m** y **n** del teorema referido a los catetos;

$$b^2 = c \cdot m \qquad a^2 = c \cdot n$$

$$m = \frac{b^2}{c} \qquad n = \frac{a^2}{c}$$

- Reemplazamos **m** y **n** en el teorema referido a la altura;

$$h_c^2 = m \cdot n$$

$$h_c^2 = \frac{b^2}{c} \cdot \frac{a^2}{c}$$

$$h_c = \frac{a \cdot b}{c}$$

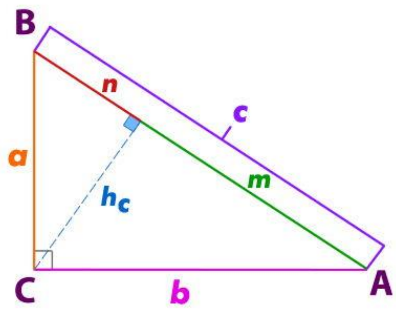
En resumen, según los teoremas de Euclides referentes a la altura y a los catetos, **en todo triangulo rectángulo se cumple que;**

1) $a^2 = c \cdot n$

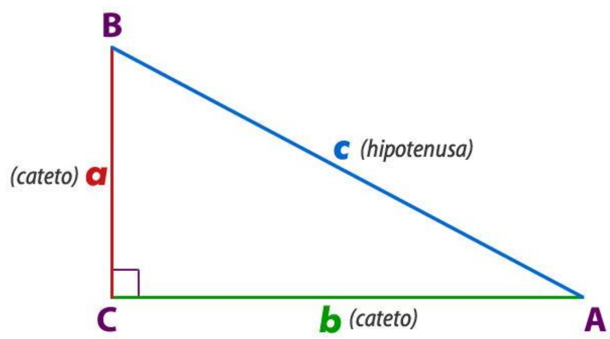
2) $b^2 = c \cdot m$

3) $h_c^2 = m \cdot n$

4) $h_c = \dfrac{a \cdot b}{c}$



Recordando formula Teorema de Pitágoras:



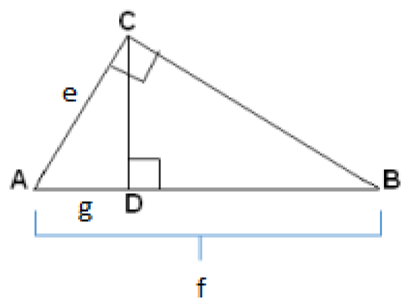
$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$$

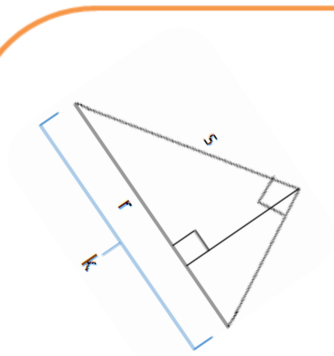
$$c^2 = a^2 + b^2$$

SITUACIONES:

1. Resuelva utilizando el Teorema de Euclides

a) Si e=8cm y g= 4cm. Calcula el valor de f





b) Si k= 9cm y r= 5cm. Calcular el valor de s

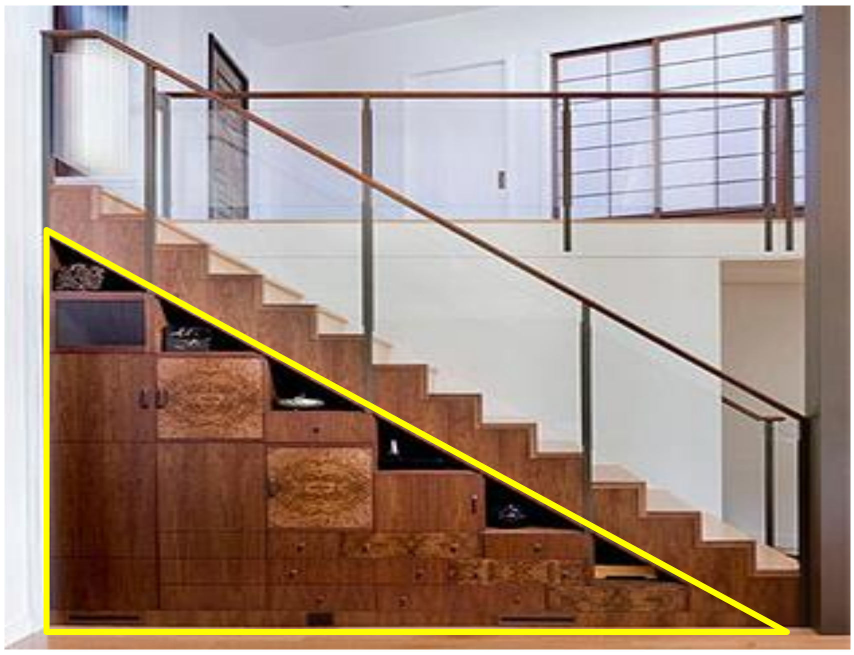
2. El dueño de un terreno rectangular de 150 m x 200 m, desea construir su casa en una de las esquinas del terreno, y además un puente sobre el río que cruza diagonalmente el terreno.

a) ¿En qué punto construirá el puente, si desea ubicarlo desde su casa perpendicular al río? Represente con un bosquejo esta situación.

b) ¿A qué distancia de su casa estará el puente?

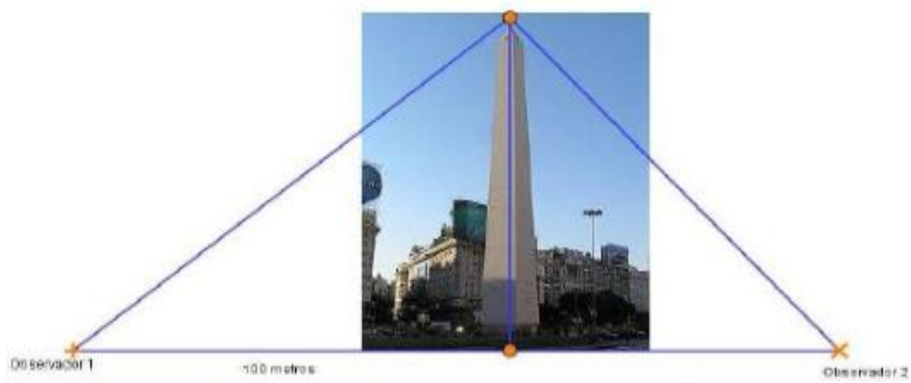
3. En una escalera donde b= 2,5 m y a= 6 m. ¿Cuál sería el valor de m, n, h y c?

Representa los datos con la siguiente imagen:



4. Imagina que un observador 1 se encuentra a 100 metros del pilar central en la base del Obelisco estando en uno de los extremos de la Plaza de la República. En el otro extremo se encuentra un segundo observador que está en línea con la base del obelisco y el primer observador. Al mirar ambos observadores la punta del obelisco se forma un ángulo recto, ¿a qué distancia debería está el observador 2? (Aproxime su respuesta si es que el resultado es con decimal)

Considerar altura como 67 m



La ciudad de Buenos Aires tiene símbolos que la hacen conocida en el mundo. Uno de ellos es el Obelisco, que se ubica en el cruce de las Avenidas Corrientes y 9 de Julio. Con una altura de casi 67 metros y 7 por 7 metros de base, se erige en la Plaza de la Republica, en pleno centro porteño, desde el año 1936. Simboliza las dos fundaciones de Buenos Aires y el izamiento por primera vez de la bandera nacional. Fue obra del arquitecto argentino Alberto Prebish. Son numerosos los obeliscos levantados en épocas remotas que perduran emplazados en distintas ciudades del mundo, pero los más famosos, tanto por su importancia histórica como por sus líneas, apenas superan la media docena. En Egipto, por ejemplo, los obeliscos eran principalmente de carácter religioso y estaban formados de un solo bloque de

Con la explicación del Teorema de Euclides y el recordatorio del Teorema de Pitágoras, ¿Te fue más fácil recordar y realizar los ejercicios propuestos? **SI _______ NO _______**

¡GRACIAS POR RESPONDER CON DEDICACIÓN ESTE INSTRUMENTO! ☺

RÚBRICA DE INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Aspecto a diagnosticar	**0 - 3**	**Observación**
1. La explicación de las propiedades del Teorema de Euclides logra que la estudiante recuerde y aplique de mejor forma este instrumento.		
2. Se logra que las estudiantes reconozcan los elementos constitutivos del Teorema de Euclides, es decir, la relación entre catetos, hipotenusa, alturas, y proyecciones de los catetos, y la utilización de una de las ecuaciones formuladas.		
3. Comprenden los cambios de variables (letras) o de posición de figuras al aplicar la fórmula del Teorema.		
4. Comprenden la relación entre el Teorema de Euclides y el Teorema de Pitágoras, aplicándolos en alguna(s) pregunta(s).		
5. Presentan interés y entusiasmo al realizar y desarrollar los ejercicios propuestos por los investigadores.		
6. Cumplen la realización de este instrumento dentro del tiempo estimado.		
7. Interpretar de forma adecuada la información que se proporciona, ya sea escrita o visual en los problemas de planteo.		
TOTAL		

Anexo 2: Validación de test diagnóstico

SOLICITUD DE VALIDACIÓN

Estimado(a) Experto(a):

Junto con saludar y por intermedio de la presente, solicitamos a usted, realizar una validación del presente Instrumento de la Tesis de Pre Grado titulada: **"Una ingeniería didáctica para la resolución de problemas que requieran el uso del Teorema de Euclides en un colegio técnico comercial de Santiago de Chile"**

1. **PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿De qué manera contribuye la implementación de una secuencia didáctica en tercero medio, para favorecer la resolución de problemas que requieren del uso del Teorema de Euclides?

2. **OBJETIVO GENERAL:**

Validar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje del teorema de Euclides en la resolución de problemas, para estudiantes de tercer año medio de un liceo técnico comercial de la comuna de Santiago.

3. **OBJETIVO ESPECÍFICO AL QUE ESTÁ DIRIGIDO EL INSTRUMENTO QUE SE PRESENTA**

Diagnosticar el conocimiento de las estudiantes en el Teorema de Euclides y su aplicación en problemas de resolución relacionados con éste.

4. **DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO A EVALUAR**

Se invitará a los estudiantes a responder una Consigna y un Test Diagnóstico (ver página 4) cuyo propósito es explorar los conocimientos de las estudiantes, relacionados con la resolución de ejercicios alusivos al Teorema de Euclides sin contexto de aplicación y con contexto de aplicación. En el momento de la aplicación de este diagnóstico, se tiene pensado distribuir primero una hoja con una consigna cuyo propósito es conocer los conocimientos previos que tienen las estudiantes con relación a la enunciación del Teorema de Euclides.

Muchas gracias por la disposición y las observaciones que pueda realizar.

Saluda cordialmente a usted,

Patricia Alexandra Videla Cáceres – María José Murillo Muñoz –Raúl Maximiliano Vásquez Arévalo Estudiantes Seminaristas de Licenciatura en Educación y Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa – UCSH

INFORMACIÓN GENERAL DEL PRIMER EXPERTO

PERSONALES
Nombre: MARCO ANTONIO ROSALES RIADY
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): PROFESOR DE MATEMÁTICA MAGÍSTER EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS DOCTOR EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): FORMACIÓN DE PROFESORES EDUCACIÓN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
Cargo o función que desempeña: ACADÉMICO DIRECTOR DE LA ESCUELA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

INFORMACIÓN GENERAL DEL SEGUNDO EXPERTO

PERSONALES
Nombre: Francisco Javier Jofré Vidal
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): Profesor de Estado en Matemáticas y Computación Magister en Ciencias área Matemática Educativa
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): Formación de profesores Conocimiento del profesor de matemáticas y el formador Didáctica de las matemáticas
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: Universidad Católica Silva Henríquez
Cargo o función que desempeña: Académico Adjunto

INFORMACIÓN GENERAL DEL TERCER EXPERTO

PERSONALES
Nombre: Eduardo Carrasco Henríquez
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): Dr. en Matemática Educativa Mg. en Ciencias en Matemática Educativa
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): Pensamiento Variacional Pensamiento Geométrico Visualización Matemática
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución: U. Metropolitana de ciencias de la Educación
Cargo o función que desempeña: Coordinador de Investigación del Departamento de Educación Básica

Anexo 3: Puntajes según rúbrica de Test Diagnóstico

RÚBRICA
1. La explicación de las propiedades del Teorema de Euclides logra que la estudiante recuerde y aplique de mejor forma este instrumento.
2. Se logra que las estudiantes reconozcan los elementos constitutivos del Teorema de Euclides, es decir, la relación entre catetos, hipotenusa, alturas, y proyecciones de los catetos, y la utilización de una de las ecuaciones formuladas.
3. Comprenden los cambios de variables (letras) o de posición de figuras al aplicar la fórmula del Teorema.
4. Comprenden la relación entre el Teorema de Euclides y el Teorema de Pitágoras, aplicándolos en alguna(s) pregunta(s).
5. Presentan interés y entusiasmo al realizar y desarrollar los ejercicios propuestos por los investigadores.
6. Cumplen la realización de este instrumento dentro del tiempo estimado.
7. Interpretar de forma adecuada la información que se proporciona, ya sea escrita o visual en los problemas de planteo.

Análisis diagnóstico Tesis: "Tercero medio D"								
Nombre y Apellido	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**TOTAL**
Alejandra Carrasco	3	2	3	0	2	0	1	11
Andrea Toledo	3	2	3	1	2	0	1	12
Sofía Araya	3	2	3	1	2	0	1	12
Valentina Salgado	3	2	3	1	2	0	1	12
Sofía Daizi	3	3	3	3	3	2	3	20
Valeria del Río	2	2	3	0	2	0	1	10
Jazmín Valencia	2	2	3	0	2	0	1	10
Geraldine Marzas	0	0	0	0	0	0	1	1
Sara García	2	2	3	0	2	0	1	10
Victoria Santis	3	2	3	2	1	0	1	12
Miranda Retamal	1	1	2	0	0	0	0	4
Taisi Bizama	1	1	2	0	1	0	1	6
NN	1	1	2	0	1	0	1	6
Isidora Saldias	3	2	3	3	3	2	2	18
Ariadna Madriasa	1	1	2	2	2	1	2	11
Valentina Diaz	3	2	2	2	1	1	1	12
Daniela Carrasco	3	2	3	0	1	0	0	9
Romina Castro	3	2	3	3	2	1	1	15
Constanza Arévalo	2	1	2	2	2	1	0	10
Danae Fournet	0	1	3	0	0	0	0	4
Maura Moya	3	2	2	0	1	1	0	9
Bárbara Avello	3	2	2	0	1	1	0	9
Valentina Lira	3	3	3	0	3	2	2	16
Lissette Sothers	0	0	0	0	0	0	0	0

Carla Muñoz	1	0	0	0	0	0	1	2
Javiera Alarcón	3	3	3	0	1	0	0	10
Catalina Figueroa	2	3	3	2	2	1	2	15
Catalina Muñoz	2	3	3	2	2	1	2	15
Scarlet Cayone	3	3	3	0	1	0	0	10
Francisca Bravo	3	3	3	0	2	1	0	12
Nicole Yañez	0	0	0	0	0	0	0	0
Francesca González	0	0	0	0	0	0	0	0
Scarlett Ortega	0	0	0	0	0	0	0	0
Alison Guzmán	3	3	3	0	1	1	0	11
Gillian Ibarra	3	3	3	0	1	1	2	13
Salomé Ramírez	3	3	3	0	1	1	2	13
Eyleen Paz	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	74	64	82	24	47	18	31	

Análisis de diagnóstico Tesis "Tercero medio E"

Nombre y Apellido	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
Fernanda Concha	3	3	2	2	2	1	2	15
Aranza Bernachea	3	3	2	3	3	2	2	18
Macarena Palma	3	2	2	2	2	1	2	14
Leydi Maldonado	2	2	2	0	2	1	1	10
Arianne Hanao	3	2	3	0	2	1	0	11
Ana Sepúlveda	2	3	2	0	1	1	1	10
Gabriela Jofre	2	3	2	0	1	1	1	10
Thiare Valladares	2	3	2	2	1	1	2	13
Camila Segovia	2	3	2	2	1	1	2	13
Rocío Ramírez	2	3	2	2	1	1	2	13
Claudia Carrasco	3	3	3	3	3	3	3	21
Romina Lufin	3	3	3	3	3	3	3	21
Angelica Varas	2	3	2	3	3	2	2	17
Paola Oses	2	3	2	3	3	2	2	17
Maite Espinoza	1	3	2	0	3	2	2	13
Valentina Zúñiga	3	3	3	3	3	2	3	20
Claudia Quenguan	3	3	3	3	3	2	3	20
Nahomi Venegas	3	3	3	0	2	1	1	13
Paloma Valenzuela	3	3	3	0	2	1	1	13
Rocio Quintanilla	3	3	3	0	2	1	1	13
Camila Ivañez	3	3	3	2	2	1	1	15
Thiare Campos	1	2	2	0	1	1	0	7
Andrea Sanhuesa	1	2	2	0	1	1	0	7
Annais Rojas	1	2	2	2	1	1	0	9
Romina Valdés	1	2	2	0	1	1	0	7
Mayerli Rosado	2	2	3	2	1	1	0	11
Romina Peña	3	3	3	3	3	3	3	21
Francisca Vargas	3	3	3	2	2	2	0	15
Paz Navarrete	3	3	3	2	2	2	0	15
Krisna Parra	3	3	3	0	2	2	0	13
TOTAL	71	82	74	44	59	45	40	

Análisis diagnóstico Tesis: "Tercero medio B"								
Nombre y Apellido	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**TOTAL**
Araya Zuñiga María José	3	2	3	0	2	0	1	11
Barrera Pérez Dominique Estephania	3	2	3	1	2	0	1	12
Christs Barra Camila Fernanda	3	3	2	2	2	1	2	15
Cocha Compiano Camila Francesca	3	3	2	3	3	2	2	18
Conde Viera Fabiana Valentina	3	2	3	1	2	0	1	12
Díaz Valenzuela Katherine Valentina	3	2	3	1	2	0	1	12
Domínguez Veliz Ana Sofía	3	2	2	2	2	1	2	14
Echeverría Galarreta Damaris Nicole	2	2	2	0	2	1	1	10
Faundez Gonzales Catalina Andrea	3	3	3	3	3	2	3	20
Figueroa González Lorena Carolina	2	2	3	0	2	0	1	10
Gómez Cordero Gianinna Skarlett	3	2	3	0	2	1	0	11
Inoztroza Nuñes Camila Belén	2	3	2	0	1	1	1	10
Inzunza Gatica Catalina Maribel	2	2	3	0	2	0	1	10
Jara Díaz Krishna Lissette	0	0	0	0	0	0	1	1
Lagos Maturana Camila Javiera	2	3	2	0	1	1	1	10
Lovera Sánchez Mariany Alejandra	2	3	2	2	1	1	2	13
Maldonado Toledo Scarleth Anais	2	2	3	0	2	0	1	10
Manzano Henríquez Camila Antonia	3	2	3	2	1	0	1	12
Márquez Castillo Ignacia Lourdes	2	3	2	2	1	1	2	13
Mateluna Guzmán Pía Javiera	2	3	2	2	1	1	2	13
Montero Veloz Maitte Andrea	1	1	2	0	0	0	0	4
Morales Ibáñez Andrea Gisel	1	1	2	0	1	0	1	6
Muñoz Frias Blanca Michelle Paloma	3	3	3	3	3	3	3	21
Peña Alarcón Valentina Paz	2	3	2	3	3	2	2	17
Powell Contreras Daniela Gemima	1	1	2	2	2	1	2	11
Quiñones Bugueño Valentina Andrea	3	2	2	2	1	1	1	12
Salvat Pérez Paloma Anaiz	1	3	2	0	3	2	2	13
Segovia Vera Javiera Trinidad	3	3	3	3	3	2	3	20
Seguel Ligena Macarena Andrea	3	2	3	0	1	0	0	9
Vera Espinoza Marcela Joyce	3	2	3	3	2	1	1	15
Solis Palma Marcela Alejandra	3	3	3	3	3	2	3	20
TOTAL	72	70	75	40	56	27	45	

Anexo 4: Planificaciones de propuesta didáctica

Planificación de Secuencia didáctica: Clase 1		
Asignatura: Matemáticas	**Nivel:** Tercero medio	**Semestre:** Primero
Unidad didáctica: Unidad, Geometría.	**Fecha a implementar:**	**Hrs:** Dos pedagógicas

Objetivos de Aprendizaje (OA)	**Habilidad(es)**	**Actitud(es)**
Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas. (OA 10)	Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas (OA l)	Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. (OA B)
Conocimiento(s) previo(s) - Operatoria con números racionales. - Ecuaciones lineales. - Teorema de Pitágoras	**Actividad(es) genérica(s)** - Actividad didáctica con material complementario - Responder un cuestionario con material concreto.	**Objetivo o actividad(es) específica(s)** - Comprender y aplicar las propiedades constitutivas del teorema de Euclides, utilizando material didáctico. - Relacionar el teorema de Euclides con objetos presentes en lo cotidiano.
Contenido(s) - Teorema de Euclides -		

Secuencia didáctica	**Recursos de aprendizaje**	**Indicador(es) de evaluación o logro**
Inicio (20 min.) Se da inicio a la propuesta didáctica, saludando a las estudiantes y comunicando de qué tratará las siguientes dos clases. También se descargará en cada dispositivo celular Android la aplicación destinada, luego se escribe en la pizarra el objetivo, contenido y actividad. Para tener una idea de los conocimientos previos de las estudiantes, los seminaristas harán preguntas como: ¿Les gustan los contenidos relacionados con la Unidad de Geometría? ¿Conocen la palabra teorema? ¿Han escuchado hablar de Euclides? ¿A que figura relacionan lo anterior mencionado? ¿Utilizan tecnología en las clases de matemática?	- Pizarra - Plumones - Dispositivo móvil tipo Android - Material didáctico	- Verifican pictóricamente el teorema de Euclides a partir de un triángulo rectángulo isósceles. - Comprueban el teorema de Euclides mediante triángulos semejantes, dentro del triángulo rectángulo. - Aplican el teorema de Euclides en problemas geométricos y de la vida cotidiana.
Desarrollo (60 min.) Para comenzar, se mostrará un video relacionado a la historia del teorema de Euclides, y se menciona que el video lo pueden encontrar también dentro de la aplicación con la que se trabajará en la siguiente clase. Mediante el material didáctico creado por los seminaristas, el cual será entregado a las alumnas, se les explicará las propiedades constitutivas del Teorema de Euclides, esperando que a través del trabajo con material concreto se facilite la visualización de las variables que se hacen presentes dentro de este.		

Este material concreto consiste en una lámina de cartón piedra el cual será forrado por una cartulina, también tendrá una abertura en el centro que será levantada con la finalidad de simular un puente, para que las estudiantes con un hilo y chinches mariposas puedan ir formando triángulos rectángulos con alturas dadas por los seminaristas, las cuales serán en específico tres alturas distintas. Las estudiantes ya formadas los triángulos tendrán que reconocer cada parte de este, con esto ellas pueden realizar los ejercicios de un guía que será entregada con el material concreto, luego las estudiantes apoyadas con la aplicación tendrán una ayuda anexa que les servirá para poder comprender y asociar de manera didáctica los distintos teoremas pertenecientes a Euclides.		
Cierre (10 min.) Se comenzará por preguntar ¿Cuáles fueron los momentos que más les complicaron al momento de realizar la actividad? ¿Qué dudas quedan sobre el teorema y sus aplicaciones? Para comenzar por resolverlas y respondiendo asertivamente cada una de estos cuestionamientos, dándole paso a la próxima clase.		

Planificación de Secuencia didáctica: Clase 2		
Asignatura: Matemáticas	**Nivel:** Tercero medio	**Semestre:** Primero
Unidad didáctica: Unidad, Geometría.	**Fecha a implementar:**	**Hrs:** Dos pedagógicas

Objetivos de Aprendizaje (OA)	**Habilidad(es)**	**Actitud(es)**
Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas. (OA 10)	Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas (OA l)	Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. (OA B)
Conocimiento(s) previo(s) - Operatoria con números racionales. - Ecuaciones lineales. - Teorema de Pitágoras **Contenido(s)** - Teorema de Euclides	**Actividad(es) genérica(s)** - Resolución de ejercicios con aplicación móvil (app Android)	**Objetivo o actividad(es) específica(s)** - Comprender y aplicar las propiedades constitutivas del teorema de Euclides con apoyo de TIC.

Secuencia didáctica	**Recursos de aprendizaje**	**Indicador(es) de evaluación o logro**
Inicio (20 min.) Se da inicio a la propuesta didáctica, saludando a las alumnas y comunicando de qué tratará la segunda clase. Para tener una idea de los conocimientos previos de las alumnas, los seminaristas harán preguntas como: ¿Recuerdan lo visto en la clase anterior? ¿De qué se trata el teorema de Euclides? ¿Se les ah echo más fácil entender un poco más los conceptos del teorema?	- Pizarra - Plumones - Dispositivo móvil tipo Android	- Verifican pictóricamente el teorema de Euclides a partir de un triángulo rectángulo isósceles. - Comprueban el teorema de Euclides mediante triángulos semejantes, dentro del triángulo rectángulo. - Aplican el teorema de Euclides en problemas geométricos y de la vida cotidiana.
Desarrollo (60 min.) Lo profesores les comunican a las estudiantes la finalidad de la clase, también se les pide que abran la aplicación que se instaló en sus celulares la clase anterior. En conjunto se hace un recorrido por las partes y comandos que esta posee, diferenciando sus utilidades. Una vez terminada la explicación de los elementos y herramientas, que esta posee, se les indica que deberán responder los diez ejercicios referentes al teorema de Euclides, presentes en la aplicación. Cada una de las preguntas posee un total de tres alternativas, donde sólo una es la correcta, la cual deberá ser identificada a través de la utilización de las propiedades constitutivas del teorema. Al finalizar las diez preguntas, se podrá estimar la cantidad de errores y aciertos que tuvieron las estudiantes a la hora de responder, lo cual permitirá visualizar cuales son los errores recurrentes cometidos por estas en determinados ejercicios.		

Se espera que las estudiantes logren comprender los ejercicios, recurriendo a los conocimientos adquiridos la clase anterior, así como también se espera que puedan recurrir a la aplicación y utilizarla como una herramienta de apoyo. En conjunto se corregirán los errores detectados, pudiendo así resolver las dudas existentes por parte de las estudiantes.		
Cierre (10 min.) Se propone un cuórum con el fin de generar una discusión por parte de las estudiantes, en cuanto al aprendizaje y los conocimientos adquiridos referentes al teorema de Euclides. Se les pide que, a partir de lo vivenciado, expongan una reflexión frente a la forma en la que fue planteada la enseñanza del teorema de Euclides y sus propiedades constitutivas, así como también sobre el uso de la aplicación móvil. Por otra parte, se les insta a pensar sobre los conocimientos que aprendieron durante las dos clases.		

Anexo 5: Guía propuesta didáctica

ACTIVIDAD CLASE 1

Nombre:

Curso:

Enunciado:

- **Para realizar la siguiente actividad utilizaremos el material didáctico entregado por los profesores a cargo de esta investigación.**
- **Se encontrarán con tres puentes que forman distintos triángulos, que tendrán que relacionar con lo explicado del Teorema de Euclides.**
- **Esta actividad es individual, sin embargo, la corrección se resolverá con todas las participantes y profesores.**

Parte I: Aplicación

A partir de los tres puentes que observas y con las medidas que incluye el material, obtén:

1. Primer puente: Altura y proyecciones

2. Segundo puente: Catetos y proyección de un cateto

3. Tercer puente: Hipotenusa y altura

Parte II: Comparación y análisis

1. Si en el primer puente disminuye la altura a la mitad, ¿Qué sucede con los catetos y la hipotenusa?

2. Si en el segundo puente disminuye a la mitad la hipotenusa, ¿qué sucede con la altura y los catetos?

3. Si en el tercer puente aumentan al triple los catetos, ¿qué sucede con la altura y la hipotenusa?

Parte III: Reflexión

A partir del material didáctico, ¿puedes deducir que el teorema de Euclides lo podemos encontrar en la vida cotidiana? ¿Por qué? Ejemplifique con otro ejemplo que visualices en la vida cotidiana.

Anexo 6: Preguntas e imágenes aplicación móvil propuesta didáctica

ACTIVIDAD CLASE 2

Las siguientes preguntas se encuentran en la aplicación móvil, aquí se muestra su enunciado y resolución para la validación del instrumento.

Pregunta 1

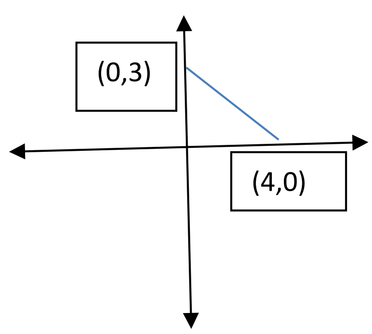
En el triángulo ABC, rectángulo en C, el valor de q = 5 cm y p = 4 cm. Entonces la medida de a es.

Pregunta 2

Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayor de los catetos sobre la hipotenusa.

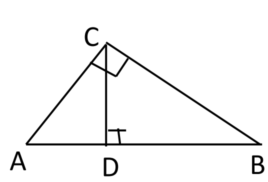
Pregunta 3

¿Qué distancia hay entre el origen y la recta que pasa por (0,3) y (4,0)?



Pregunta 4

. AB = 12 cm.; AD = 9 cm.; BC = ?

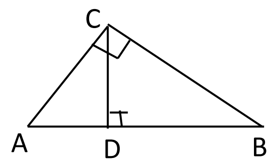


Pregunta 5

En un triángulo rectángulo de área 30,4, en donde el producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa es 9 cm. Calcula la altura trazada desde C y la longitud de la hipotenusa.

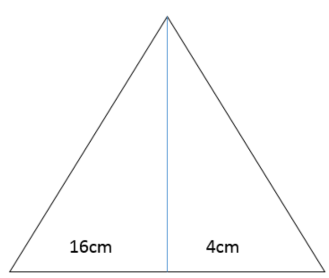
Pregunta 6

En la figura siguiente, CD = 6 cm.; AD = 3 cm. Determinar el área del triángulo ABC.



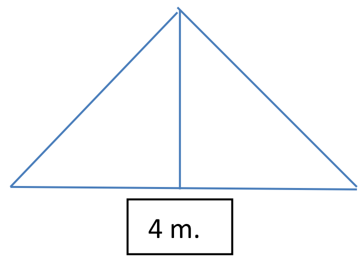
Pregunta 7

Irma y sus hermanos estaban jugando en un parque cuando los hermanos de Irma deciden subirse a un juego el cual Irma encontraba peligrosos. Ella al ver el juego se imagina un triángulo rectángulo de la clase de Matemática. Hizo un bosquejo y decidió calcular la altura de la torre, con los datos que consiguió, mientras sus hermanos se subían a él. Después de todo, ella tenía demasiado susto subirse. ¿Cuál es la medida de esta altura?



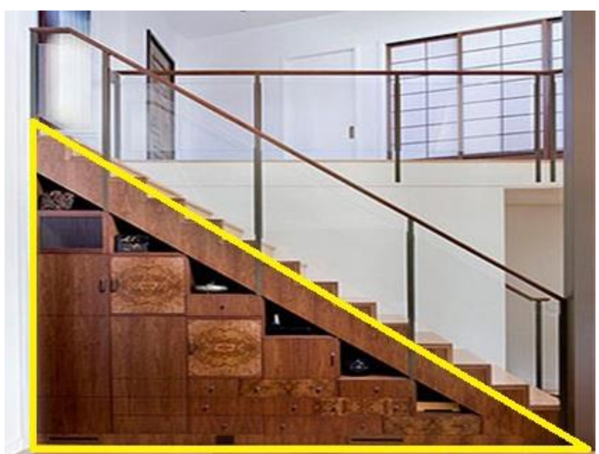
Pregunta 8

Las vigas de un techo si ambas deben ser iguales y formar un ángulo de 90° y, además, si el ancho del techo es de 4m, ¿qué altura tiene el techo?



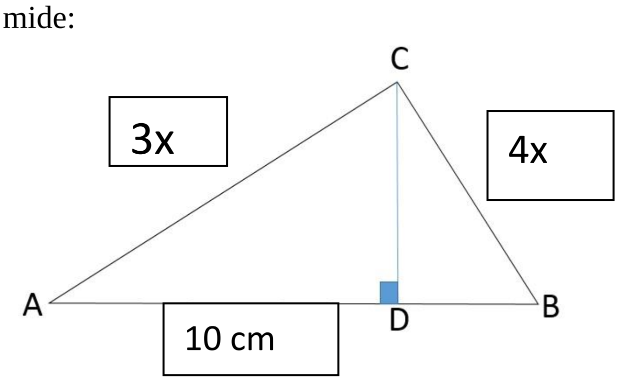
Pregunta 9

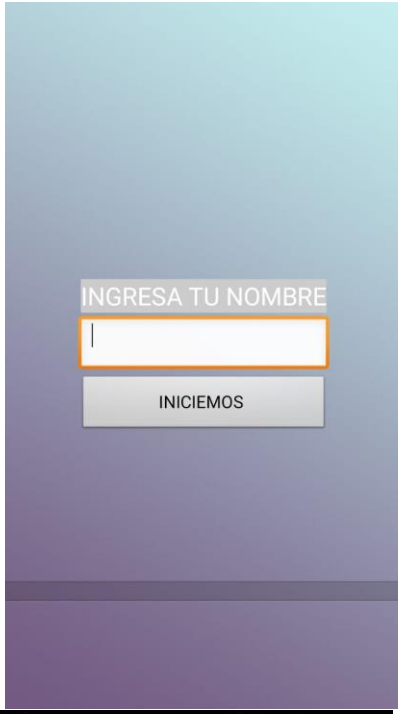
En una escalera donde b= 5 m y a= 12 m. ¿Cuál sería el valor de p, q, h y c? Representa los datos con la siguiente imagen:

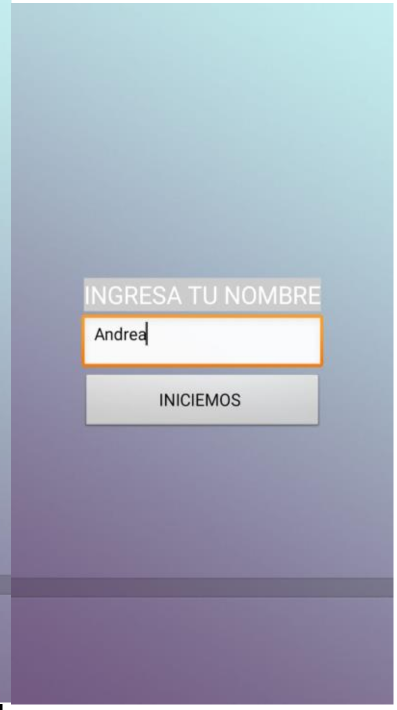


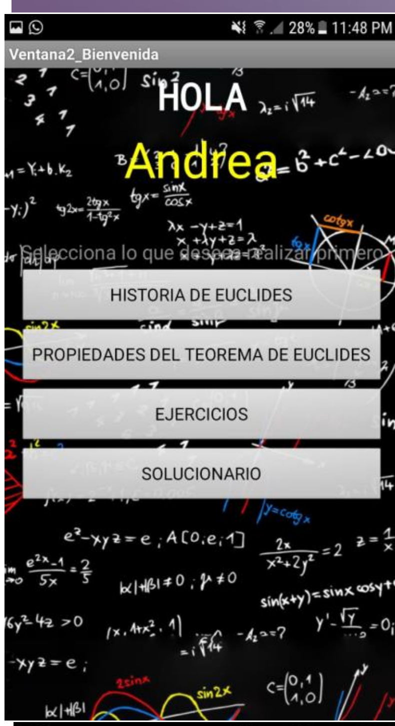
Pregunta 10

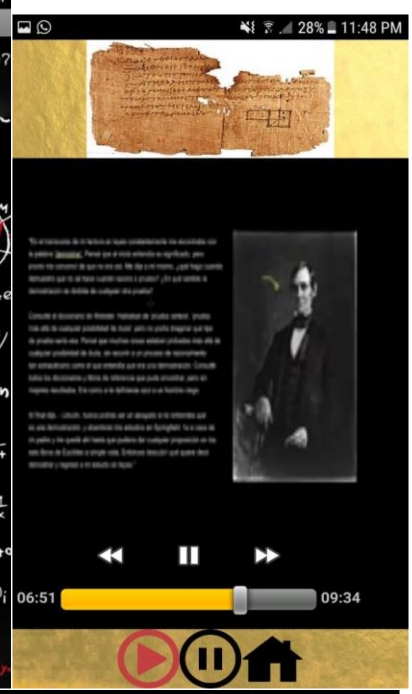
Los catetos de un triángulo rectángulo están en la razón 3:4. Si la hipotenusa mide 10 cm, entonces el cateto menor mide:

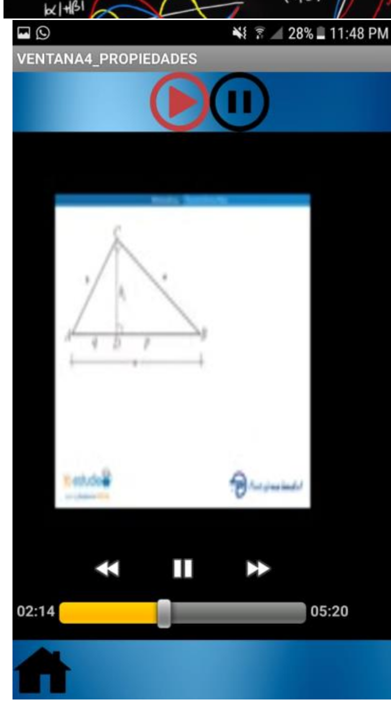


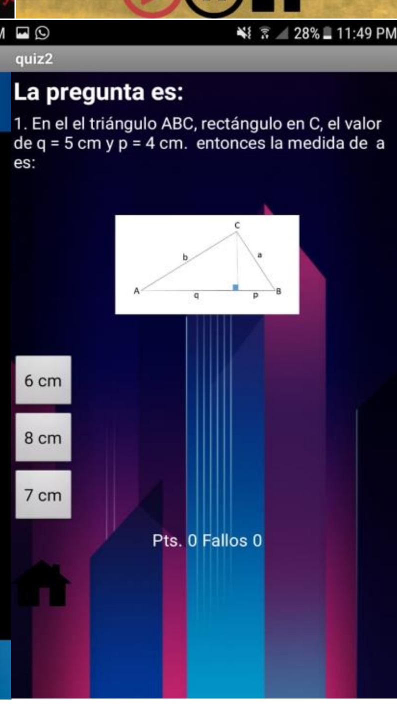

INGRESA TU NOMBRE
INICIEMOS

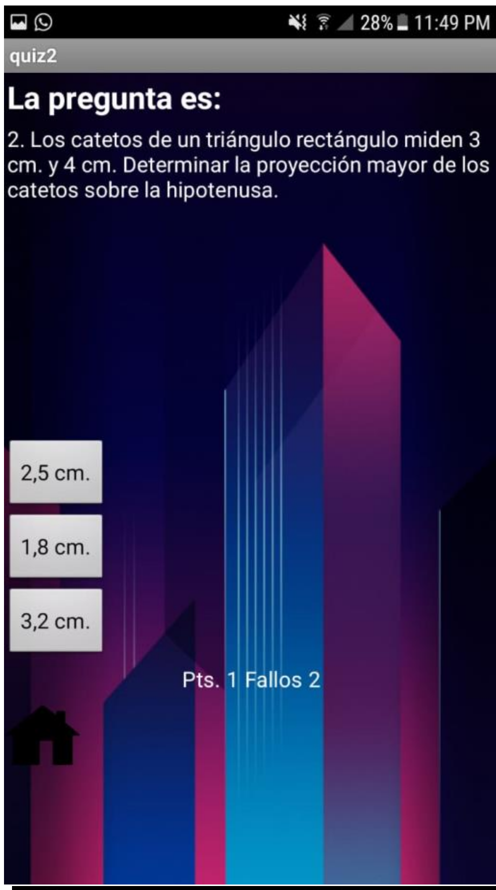

INGRESA TU NOMBRE
Andrea
INICIEMOS


28% 11:48 PM
Ventana2_Bienvenida
HOLA
Andrea
Selecciona lo que deseas realizar primero
HISTORIA DE EUCLIDES
PROPIEDADES DEL TEOREMA DE EUCLIDES
EJERCICIOS
SOLUCIONARIO

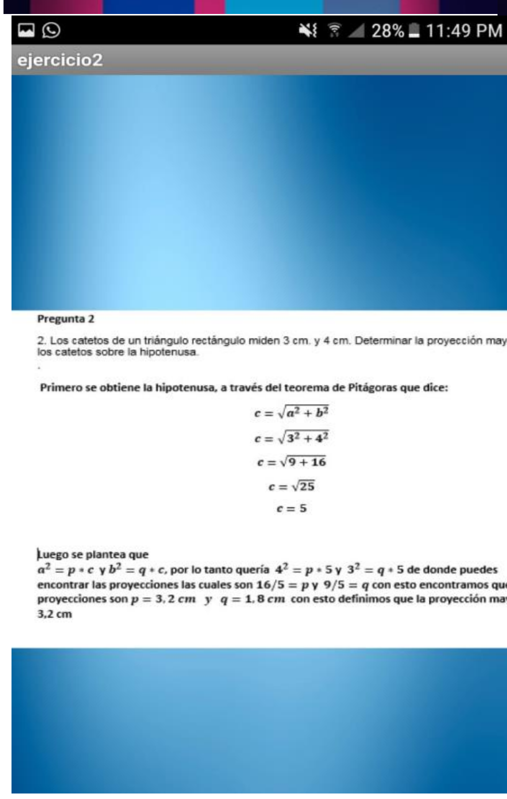

28% 11:48 PM
06:51
09:34

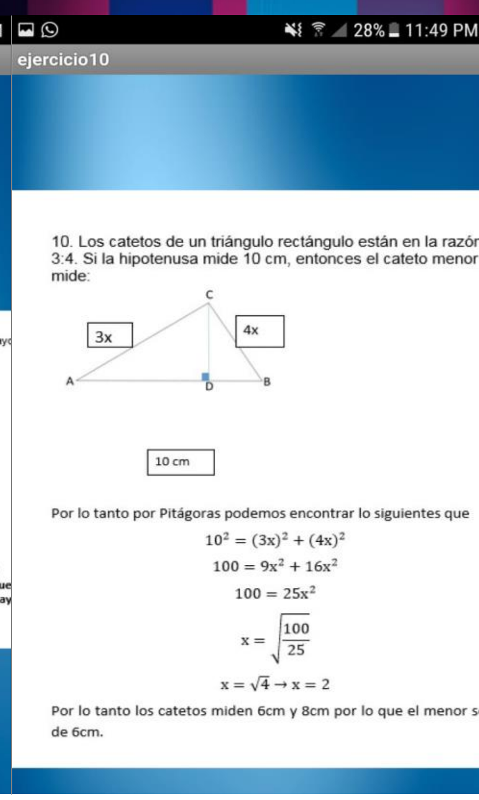

28% 11:48 PM
VENTANA4_PROPIEDADES
02:14
05:20


28% 11:49 PM
quiz2
La pregunta es:
1. En el el triángulo ABC, rectángulo en C, el valor de q = 5 cm y p = 4 cm. entonces la medida de a es:
6 cm
8 cm
7 cm
Pts. 0 Fallos 0


11:49 PM
quiz2
La pregunta es:
2. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayor de los catetos sobre la hipotenusa.
2,5 cm.
1,8 cm.
3,2 cm.
Pts. 1 Fallos 2


11:49 PM
VENTANA5_EJERCICIOS
PREGUNTA 1
PREGUNTA 2
PREGUNTA 3
PREGUNTA 4
PREGUNTA 5
PREGUNTA 6
PREGUNTA 7
PREGUNTA 8
PREGUNTA 9
PREGUNTA 10


11:49 PM
ejercicio2
Pregunta 2
2. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 cm. y 4 cm. Determinar la proyección mayo los catetos sobre la hipotenusa.
Primero se obtiene la hipotenusa, a través del teorema de Pitágoras que dice:
$c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$c = \sqrt{3^2 + 4^2}$
$c = \sqrt{9 + 16}$
$c = \sqrt{25}$
$c = 5$
Luego se plantea que
$a^2 = p * c$ y $b^2 = q * c$, por lo tanto quería $4^2 = p * 5$ y $3^2 = q * 5$ de donde puedes encontrar las proyecciones las cuales son $16/5 = p$ y $9/5 = q$ con esto encontramos que proyecciones son $p = 3,2\ cm$ y $q = 1,8\ cm$ con esto definimos que la proyección may 3,2 cm


11:49 PM
ejercicio10
10. Los catetos de un triángulo rectángulo están en la razón 3:4. Si la hipotenusa mide 10 cm, entonces el cateto menor mide:
C
3x
4x
A
D
B
10 cm
Por lo tanto por Pitágoras podemos encontrar lo siguientes que
$10^2 = (3x)^2 + (4x)^2$
$100 = 9x^2 + 16x^2$
$100 = 25x^2$
$x = \sqrt{\frac{100}{25}}$
$x = \sqrt{4} \rightarrow x = 2$
Por lo tanto los catetos miden 6cm y 8cm por lo que el menor se de 6cm.

Anexo 7: Validación piloto

INFORMACIÓN GENERAL DE APLICACIÓN PILOTO

La propuesta didáctica fue aplicada a cuatro alumnas de tercero medio del Colegio Monteverde Anexo ubicado en la comuna de Peñalolén

NOMBRE	RUT	MAIL
Francisca Ortega	20.573.176-8	**franshiskaa.ortega@gmail.com**
Paloma Sarzosa	20.807.148-3	paloma.sarzosa@gmail.com
Cristal Contreras	20.782.887-4	cristalcontreras016@gmail.com
Romina Cerda	20.694.060-3	romycerda@gmail.com

PAUTA DE VALIDACIÓN PROPUESTA DIDÁCTICA

ÍTEM		PROPÓSITO	¿ES PERTINENTE?		OBSERVACIONES DE APLICACIÓN PILOTO
			SÍ	NO	
PROPUESTA DIDÁCTICA	Planificación: clase 1	Comprender y aplicar las propiedades constitutivas del teorema de Euclides, utilizando material didáctico. Relacionar el teorema de Euclides con objetos presentes en lo cotidiano.	X		Se cumple con el propósito de explicación de los teoremas de Euclides. Entienden con claridad el contenido, para su aplicación en la actividad.
	ACTIVIDAD: clase 1	Responder distintas preguntas utilizando material didáctico. El material didáctico son tres puentes creados por los seminaristas que bajo ellos formarán tres triángulos con distintas medidas. El propósito de esto es que las alumnas visualicen lo cotidiano con el teorema de Euclides y la relación de posición y variables de este.	X		Responden la actividad completa, en la primera pregunta están con dudas, pero ya aclaradas continúan la actividad de la forma que se esperaba. Se cumple el propósito.
	Planificación: clase 2	Comprender y aplicar los teoremas de Euclides con apoyo de Tecnologías Móviles.	X		Al ver la aplicación y su contenido, con videos explicativos de los teoremas, recuerdan el contenido y le es más fácil su aplicación para la actividad 2.
	ACTIVIDAD: clase 2	El propósito de esta actividad es que las estudiantes respondan las preguntas de selección	X		Resuelven sin dificultad y con pequeñas dudas las preguntas propuestas en la

		múltiple propuestas en una aplicación móvil del teorema de Euclides, y puedan obtener su resolución si es que respondieron erróneamente. Al final de la planificación clase 2 se resuelve en conjunto.			aplicación móvil. Cuando cometen un error se dirigen a la sección de solucionario para corroborar en que cometieron algún error.

Imágenes validación piloto:




Anexo 8: Imágenes propuesta didáctica

Anexo 9: Análisis de Tabla 18

ESTUDIANTES/PREGUNTAS	pregunta 1	pregunta 2	pregunta 3	pregunta 4	pregunta 5	pregunta 6	pregunta 7	pregunta 8	pregunta 9	pregunta 10
E1	A	C	C	A	C	B	A	B	C	B
E2	A	C	C	A	B	B	C	B	C	B
E3	A	A	C	A	C	B	C	B	C	B
E4	C	C	C	A	A	B	A	C	C	B
E5	A	C	B	A	C	A	C	B	C	B
E6	A	C	C	A	C	B	C	B	C	B
E7	A	A	C	A	B	B	C	A	C	B
E8	A	C	C	A	C	B	C	B	C	B
E9	A	C	C	A	C	C	B	A	C	B
E10	A	C	B	A	A	B	C	B	C	B
E11	A	C	C	A	C	B	C	B	C	B
E12	A	A	C	A	C	A	B	B	C	B
E13	C	C	B	A	A	B	C	B	C	B
E14	A	C	C	A	C	C	C	B	C	B

CORRECTAS	12	11	11	14	9	10	10	11	14	14
INCORRECTAS	2	3	3	0	5	4	4	3	0	0
% CORRECTAS	86%	79%	79%	100%	64%	71%	71%	79%	100%	100%
% INCORRECTAS	14%	21%	21%	0%	36%	29%	29%	21%	0%	0%