



*Salesiana*

**FACULTAD DE EDUCACIÓN**  
**Escuela de Educación en Matemáticas**  
**E Informática Educativa**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS TIPOS DE  
CONOCIMIENTO Y OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS  
PRESENTES EN EL EJE DE PROBABILIDADES, EN  
ESTUDIANTES DE UN COLEGIO CIENTÍFICO HUMANISTA Y  
DE UN LICEO COMERCIAL**

SEMINARIO PARA OPTAR AL GRADO DE LICENCIADO EN  
EDUCACIÓN Y AL TÍTULO DE PROFESOR DE EDUCACIÓN MEDIA  
EN MATEMÁTICAS E INFOMÁTICA EDUCATIVA

INTEGRANTES:  
CORRALES BARRAZA, NICOLÁS MATÍAS  
PIÑA AYALA, BETZABÉ PATRICIA

PROFESOR GUÍA:  
FRANCISCO JOFRÉ VIDAL

SANTIAGO, CHILE  
2018

## **Agradecimientos**

A nuestro profesor guía Francisco Jofré, por orientarnos y aconsejarnos en esta etapa que a ratos se tornó densa, por resolvernos dudas y motivarnos a que continuemos perfeccionándonos.

A nuestras familias y seres queridos, por creer en nuestras capacidades y brindarnos la oportunidad de recorrer este camino, y que con una palabra de aliento nos impulsaron a no bajar los brazos y poder conseguir aquello que tanto anhelábamos.

A nuestros compañeros y amigos, que estuvieron y están, por los grandes momentos compartidos y que con sus muestras de apoyo demostraron preocupación en este largo proceso.

Por último a los establecimientos educacionales por su plena disposición y acogida, y por abrirnos las puertas de sus aulas para realizar la investigación.

*Betzabé Piña y Nicolás Corrales.*

*“Defiende tu derecho a pensar,  
porque incluso pensar de manera errónea  
es mejor que no pensar”  
Hipatia (Alejandría 355-415)*

*“El poeta debe ser capaz de ver lo que los demás no ven,  
debe ver más profundamente que otras personas.  
Y el matemático debe hacer lo mismo...”  
Sofía Kovalevskaya (1850-1891)*

## Índice

<b>Resumen</b> .....	<b>6</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>7</b>
<b>1) CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b> .....	<b>10</b>
1.1 Antecedentes teóricos .....	10
1.2 Definición del problema y pregunta de investigación.....	12
1.3 Objetivos .....	12
1.3.1 Objetivo General .....	12
1.3.2 Objetivos específicos .....	12
1.4 Supuestos.....	13
1.5 Justificación e importancia.....	13
1.6 Limitaciones .....	13
<b>2) CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL</b> .....	<b>16</b>
2.1 El dominio del conocimiento matemático.....	17
2.1.1 Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics - KoT) .....	18
2.1.1.1 Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático .....	18
2.1.1.2 Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático .....	18
2.1.1.3 Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático .....	19
2.1.1.4 Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático .....	19
2.1.2 Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM).....	19
2.1.2.1 Conocimiento de la complejización de un contenido matemático	20
2.1.2.2 Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático ..	20

2.1.2.3	Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos.....	20
2.1.2.4	Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.....	21
2.1.3	Conocimiento de la práctica matemática (Knowledge of the Practices in Mathematics – KPM) .....	21
2.2	Obstáculos .....	22
2.3	Conceptos matemáticos en el curriculum chileno .....	23
<b>3)</b>	<b>CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO .....</b>	<b>24</b>
3.1	Paradigma o enfoque de investigación .....	24
3.2	Diseño de investigación.....	24
3.3	Universo y muestra o escenario y actores .....	24
3.4	Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos .....	25
3.5	Validez y confiabilidad .....	26
<b>4)</b>	<b>CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....</b>	<b>27</b>
4.1	Trabajo de campo o recogida de información .....	27
4.2	Análisis de información.....	27
4.2.1	Análisis Generalizado de los tipos de conocimientos observados en el establecimiento Técnico Profesional .....	29
4.2.2	Análisis Generalizado de los tipos de conocimientos observados en el establecimiento Científico Humanista .....	37
4.2.3	Análisis específico de sujetos seleccionados por establecimiento .....	48
4.2.3.1	Técnico Profesional .....	48
4.2.3.2	Colegio Científico Humanista .....	61
4.2.4	Caracterización según tipo de conocimiento.....	81
4.2.4.1	Liceo Técnico Profesional .....	81
4.2.4.2	Colegio Científico Humanista .....	82
4.2.5	Tablas de Resumen General.....	84

4.2.6	Identificación de obstáculos epistemológicos.....	86
<b>5)</b>	<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES .....</b>	<b>90</b>
5.1	Conclusión con respecto a la caracterización del conocimiento matemático 91	
5.2	Conclusión en base a la tabla general.....	92
5.3	Conclusión con respecto a la identificación de Obstáculos Epistemológicos 93	
5.4	Recomendaciones .....	93
<b>6)</b>	<b>CAPÍTULO VI: BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>95</b>
<b>7)</b>	<b>CAPÍTULO VII: ANEXO .....</b>	<b>101</b>

## **Resumen**

El propósito de la siguiente investigación es caracterizar y evidenciar los tipos de conocimiento y obstáculos presentes en el eje de probabilidades, de un colegio técnico profesional y uno científico humanista, comparándolos para describir cuáles predominan en cada uno de ellos. Para realizar esta categorización de los conocimientos se utilizó el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Mathematics Teacher's Specialised Knowledge, MTSK) (Carrillo, Contreras y Flores, 2013), y para identificar los obstáculos se emplea la definición que Brousseau (1986) entrega sobre éstos de acuerdo a su origen. En cuanto a la metodología, se realizó una investigación descriptiva con un enfoque cualitativo, en la cual se aplicó un instrumento de evaluación que permitió la categorización, tanto a nivel general del curso, como una más específica con tres sujetos de cada uno de ellos; se trata de un estudio de caso. El análisis realizado indicó que, en ambos tipos de establecimientos educacionales el conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático obtuvo una mayor prevalencia, seguido por el conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.

## **Abstract**

The purpose of the following research is to characterize and highlight the types of knowledge and obstacles present in the axis of probabilities, of a professional technical school and a humanistic scientific one, comparing them to describe which ones predominate in each one of them. To carry out this categorization of knowledge, the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) was used (Carrillo, Contreras and Flores, 2013), and to identify the obstacles the definition that Brousseau (1986) gives about these according to their origin. Regarding the methodology, a descriptive research was carried out with a qualitative approach, in which an evaluation instrument was applied that allowed the categorization, both at the general level of the course, and a more specific one with three subjects of each of them; It is a case study. The analysis performed indicates that, in both types of educational establishments, the knowledge of the mathematical procedures associated with a mathematical content obtained a higher prevalence, followed by knowledge of the registration of representations associated with a mathematical content.

## Introducción

En las últimas décadas, la probabilidad ha sido insertada en el curriculum escolar en diversos países, entre los cuales se encuentra Chile. Es por esta razón, que han surgido investigaciones en dicho ámbito. Sin embargo, se evidencia que estas siguen siendo escasas dentro de la literatura científica, por lo cual se hace trascendental realizar estudios que aborden dicha área de conocimiento. Entregando además herramientas que permitan a los docentes comprender, entender y evidenciar como es que los y las estudiantes aprenden las probabilidades.

Es por este motivo que la siguiente investigación pretende realizar un análisis comparativo entre los tipos de conocimientos y obstáculos que presentan estudiantes de distintas instituciones educativas de la Región Metropolitana. Para categorizar los tipos de conocimientos se utilizará un modelo de matemática especializado, el cual establece distintos dominios y sub-dominios de conocimiento matemático, que además permite identificar el conocimiento del profesor que moviliza hacia el estudiante, pudiendo ser reconocidos a través de las argumentaciones y respuestas de los estudiantes. Asimismo, es posible reconocer los obstáculos que presentan los y las estudiantes al momento en que responden equívocamente un problema matemático, estos se analizaron y clasificaron de acuerdo a su origen, ya sea epistemológico, ontogenético o didáctico. El contenido en el cual se centra dicho análisis, será la regla de Laplace, principio combinatorio y regla de adición y multiplicación.

El interés que motivó la realización de este tipo de investigación, es el hecho de poder generar una comparación entre los tipos de conocimientos de las y los estudiantes y evidenciar además los obstáculos presentes dentro del concepto de la regla de Laplace. Ya que esto permitirá generar una herramienta que le otorgará a los y las docentes la posibilidad de evidenciar qué tipos de conocimientos y qué tipo de obstáculos, presentan los y las estudiantes de un colegio científico humanista y un liceo técnico comercial. Dentro de esta misma línea, se pretende identificar que cuando se esté en la presencia de un error, este no implica la ausencia de conocimiento, por el contrario, existe un conocimiento, pero no el apropiado o indicado para resolver el problema presentado a las y los estudiantes.

Por lo tanto los objetivos de este estudio se basan principalmente en analizar y evidenciar, tipos de conocimientos y obstáculos que presentan los y las estudiantes de tercero medio con respecto al eje de probabilidades en estos dos tipos de colegios.

En el marco de la metodología, se generó un instrumento validado por dos expertos, el cual fue aplicado a estudiantes de 3° medio de un colegio Científico Humanista y un Liceo Comercial, ambos de la Región Metropolitana y de la comuna de Santiago. Cabe destacar que la presente investigación posee un enfoque cualitativo, de tipo descriptivo. Esto permite aportar información a futuros estudios que tengan relación con la temática investigativa, además al ser un estudio de casos, este busca analizar la información entregada por los y las estudiantes y no a los y las estudiantes en sí.

En una primera instancia, se exponen los antecedentes teóricos que van dando sentido al porqué de esta investigación y que además dan origen a la pregunta de investigación. Por otro lado, es posible evidenciar el objetivo general del estudio y los objetivos específicos que permiten la ejecución de la presente investigación. Del mismo modo se expone el supuesto de investigación junto con la justificación y relevancia del porqué se realiza este estudio, informando por último las limitaciones que se presentaron durante la investigación.

A su vez, en el segundo capítulo se encuentran las definiciones sobre los tres conceptos centrales que son las bases principales de esta investigación, primero el conocimiento y su posterior categorización con la utilización de un modelo matemático especializado, y que en cada definición se encontrará un ejemplo enfocado en las probabilidades. A continuación de esto, se encuentran los obstáculos, además de la identificación de su origen y de un ejemplo contextualizado para cada obstáculo sobre probabilidades. Por último se encuentra la regla de Laplace, principio combinatorio y regla de adición y multiplicación. Todos los conceptos anteriores presentan las fundamentaciones teóricas que sustentan el análisis a realizar, luego de la recogida de datos.

En el tercer capítulo se menciona la metodología a utilizar, indicando el enfoque y diseño de investigación, definiendo universo y muestra donde situaremos el estudio y, por último, la técnica de recolección de datos e instrumento evaluativo que les serán aplicados a los y las estudiantes junto con su respectiva validación.

En el cuarto capítulo se encuentran las tablas de análisis tanto a modo general, como de un grupo en específico de estudiantes seleccionados tanto del colegio científico humanista como del liceo comercial. También se encuentra la caracterización de los conocimientos de cada establecimiento educacional y, por último, una

identificación y descripción de los obstáculos epistemológicos. De este se desprenden las conclusiones que se exponen en el quinto capítulo.

Por último se encuentra la bibliografía utilizada, y los anexos donde se exhibe el instrumento de evaluación utilizado para la recolección de los datos y las tablas de análisis.

## 1) CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Antecedentes teóricos

De acuerdo a Vásquez, Pincheira y Díaz-Levicoy (2016), en los últimos años el eje de probabilidad ha sido incluido firmemente en las bases curriculares de distintos países alrededor del mundo, dentro de los cuales se encuentra nuestro país (MINEDUC, 2012; 2013). Esta situación ha provocado la realización de diversas investigaciones en este ámbito, pero aun así estos estudios son insuficientes para un contenido de esta envergadura, lo cual nos manifiesta “la necesidad de desarrollar investigaciones vinculadas a la naturaleza semiótica de la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad” (Nilsson y Li, 2015, p. 440). Es necesario realizar investigaciones que permitan a los docentes enseñar el contenido de manera eficiente y eficaz, dentro del nivel correspondiente de acuerdo al programa de estudio establecido, considerando además que un alto porcentaje de ellos no ha recibido durante su formación las herramientas necesarias para enseñar de manera óptima esta área del conocimiento.

De este modo, Osorio (2016) menciona que la estadística fue adherida al sistema educativo con el fin de desarrollar un razonamiento lógico, interpretativo y analítico en los estudiantes, además de permitir analizar e interpretar informaciones que les permitan entender la realidad y sus transformaciones sociales. La probabilidad es fundamental dentro de los estudios estadísticos, y a la hora de su enseñanza, se suelen observar dificultades al resolver problemas que la involucran. Por lo que resulta importante que los y las estudiantes puedan visualizar sus errores para así lograr un correcto aprendizaje. Para Pajares y Tomeo (2009), en la actualidad la estadística ha tomado una gran importancia en torno a la educación de los y las estudiantes, especialmente por la utilidad que se le da a esta, que está evidenciada en otras asignaturas y además por estar presente en multitudinarios ámbitos de la cotidianidad. Las numerosas apariciones de nociones estadísticas en los medios de comunicación, es un claro ejemplo de la evolución de esta rama de la matemática, y que pone en la palestra la importancia que conlleva su conocimiento para poder entender la realidad.

En 2012, Del Pino y Estrella mencionan en cuanto a la estadística y la probabilidad, que esta posee un carácter de tipo conceptual más que operacional, por lo que preciso iniciar su enseñanza desde el nivel preescolar, abarcando y minimizando la dificultad de los conceptos. Para poder abordar esta problemática, es necesario considerar el nacimiento y evolución del razonamiento estadístico, además de cómo

comprenden y asimilan sus conceptos. En gran parte de los casos se tiende a minimizar los inconvenientes que presentan los y las estudiantes al momento de aprender las ideas elementales de probabilidad y estadística, dichos impedimentos suelen ser complejos y completamente opuestos al concepto de intuición, lo que lleva a cometer errores a los y las estudiantes. Por otro lado tanto profesores como estudiantes igualan la estadística con la matemática, a nivel de respuesta, ya que esperan que al trabajar algebraicamente o aritméticamente, se llegue a una única solución y esta sea la correcta. Algo totalmente contrario al eje que propone la estadística, la cual centra su foco en la escritura y las capacidades que tienen para comunicarse tanto profesores como estudiantes.

Considerando lo anterior es necesario comprender que según Batanero (2005), los y las estudiantes construyen el conocimiento en el área de probabilidades por medio de un proceso paulatino, a partir de sus equivocaciones y empeño. Si él o la docente quien es el encargado de la enseñanza de este contenido no es capaz de visualizar esta situación, se tornará complejo identificar obstáculos que aquejan a sus estudiantes, los cuales “se encuentran a lo largo de su aprendizaje con las mismas paradojas y situaciones contraintuitivas que surgieron durante el desarrollo histórico del cálculo de probabilidades” (Batanero, 2005, p. 249). Por lo que resulta trascendental realizar investigaciones que le permita al profesorado visualizar cómo es que los estudiantes construyen el conocimiento en probabilidades, y los tipos de obstáculos que se pueden encontrar en esta área, para así poder llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje considerando sus tiempos y dificultades.

Como se puede observar, son muchos los inconvenientes que se pueden encontrar a la hora del aprendizaje significativo de las probabilidades y la estadística en general, es por esto que se hace rotundamente necesario contar con profesores capacitados que permitan llevar a cabo este proceso de la mejor manera posible. Por lo que, con respecto a la práctica docente, tomaremos la relevancia que le da la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), a los conocimientos que el profesor debe tener para poder desempeñarse como docente. Estos indican que no es suficiente tener las ganas de enseñar, por el contrario, aquellos que desean incorporarse a esta profesión deben haber tenido una formación de calidad. Además de haber completado sus estudios secundarios suficiente y apropiados, con el fin de que tengan una base sólida de conocimiento sobre las materias que enseñarán obteniendo así la posibilidad de conseguir las competencias para lograrlo (UNESCO, 2014).

Por último, mencionar que de acuerdo a Farías y Carrasco (2012), las investigaciones referidas a las diferencias existentes en los resultados académicos en la enseñanza científico humanista y técnico profesional, son insuficientes. Además, según la Agencia de Calidad de la Educación (2017) los estudiantes de colegios técnicos profesionales obtienen en promedio hasta 5 puntos menos en el Sistema de Medición de la calidad de la educación (SIMCE) de matemáticas, con respecto a estudiantes de colegios científico-humanista. Entendiendo que estas pruebas son netamente cuantitativas, y que solamente consideran resultados correctos, es que surge la necesidad de realizar un estudio comparativo entre estos dos tipos de establecimientos educacionales, que busque caracterizar los conocimientos de sus estudiantes, más allá de comparar cantidad de respuestas correctas o incorrectas, o definiendo qué tipo de establecimiento es mejor que el otro.

## 1.2 Definición del problema y pregunta de investigación

Por lo tanto, resulta trascendental responder a la siguiente pregunta de investigación ¿cuáles son las diferencias que existen en los tipos de conocimientos y obstáculos epistemológicos en el área de las probabilidades entre los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y un liceo técnico profesional?

## 1.3 Objetivos

### 1.3.1 Objetivo General

Comparar el conocimiento matemático e identificar tipos de obstáculos epistemológicos presentes dentro de la resolución de problemas que involucren la regla de Laplace, principio combinatorio y la regla de adición y multiplicación, de los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y de un liceo comercial.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- Caracterizar los tipos de conocimientos matemáticos de tercero medio de ambos tipos de establecimiento educacionales en la enseñanza y aprendizaje de la regla de Laplace, principio combinatorio y la regla de adición y multiplicación.
- Identificar qué tipo de conocimiento predomina en cada uno de los establecimientos educacionales.

- Identificar obstáculos epistemológicos de las y los estudiantes de ambos tipos de establecimientos educacionales en la enseñanza y aprendizaje de la regla de Laplace, principio combinatorio y la regla de adición y multiplicación.

#### 1.4 Supuestos

Según Arum y Shavit (1995), establecen que la educación TP podría provocar una disminución en el nivel de enseñanza de los estudiantes causado por una serie de factores, tales como: programas de estudio con un nivel de exigencia menor, docentes con bajo rendimiento, bajas expectativas y prejuicios. Es por que se establecen los siguientes supuestos de investigación:

- Los y las estudiantes del colegio CH presentarán un mayor conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático y conocimiento de la complejización de un contenido matemático en cuanto al área de probabilidades, y las estudiantes del liceo TP demostrarán un mayor conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático y conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático.
- Los y las estudiantes de tercer año medio del colegio científico humanista (CH) presenta menos tipos de obstáculos epistemológicos que las estudiantes del liceo técnico profesional (TP).

#### 1.5 Justificación e importancia

Gran parte de nuestra vida se rige por números, por lo que aquellos estudiantes graduados del sistema escolar deben razonar estadísticamente para hacer frente de forma perspicaz a las solicitudes que propone el mundo moderno. Para lograr entender ciertos datos y transformarlos en información útil, tienen que estar capacitados para formular preguntas interesantes que se puedan responder sobre la base de estos datos, así como preguntar sobre cómo fueron obtenidos. Esta información está en general sujeta a variabilidad e incertidumbre y tomar decisiones en este contexto es un tema puramente estadístico (Araneda, Del Pino, Estrella, Icaza y San Martín, 2011).

De acuerdo a Osorio (2016), las publicaciones sobre los errores que logran ejecutar los y las estudiantes en el área del conocimiento probabilístico, resulta ser clave para la enseñanza de resolución de problemas además de perfeccionar los métodos de aprendizaje y los procesos de enseñanza. Por otro lado, es importante

mencionar que el obstáculo “no siempre implica un resultado positivo y por ello se hace aún más necesario su análisis y estudio cuando el objetivo es el de establecer las implicaciones pedagógicas pertinentes” (Osorio, 2016, p. 233-234).

Además, Alsina y Vásquez (2013) mencionan lo importante que es contar con profesores capacitados para lograr que sus estudiantes manipulen enfoques apropiados, para enseñar los contenidos últimamente asociados, como lo es en el caso de la probabilidad. Además, en general los docentes no contaron durante su formación con disciplinas que les permitan conseguir una enseñanza eficaz de la probabilidad. Bajo este aspecto, es preciso contar con investigaciones sobre la enseñanza de la probabilidad y más concretamente vinculados a los conocimientos matemáticos y didácticos que los docentes deben aplicar a la hora de enseñar estos contenidos, sobre todo en países como Chile en el que tales estudios son aún muy escasos. Es por esto que la investigación sirve para categorizar los tipos de conocimiento e identificar obstáculos presentes en el área de la probabilidad, lo cual permitirá a los docentes contar con una herramienta pedagógica que les entregará nociones sobre los posibles tipos de conocimientos y sobre los obstáculos de tipo epistemológico, al momento de enseñar la regla de Laplace, principio combinatorio y la regla de adición y multiplicación.

Podrán acceder además a una evidencia empírica donde se analiza y evidencia las respuestas de cada estudiante, generando patrones de tipos de saber, y barreras o dificultades en esta área del conocimiento.

## 1.6 Limitaciones

Una de las principales limitaciones del estudio, es que no se realizó una evaluación diagnóstica que permitiera identificar y seleccionar cursos que presentaran similares características en cuanto a rendimiento académico en esta área de conocimiento, es por esto que la elección de los cursos de cada colegio se realizó en base a la recomendación de parte de las profesoras encargadas de la asignatura de matemáticas en conjunto con la jefa de Unidad Técnica Pedagógica (UTP) de cada establecimiento educacional. Fueron ellas quienes tomaron en consideración los siguientes aspectos: comportamiento, rendimiento académico y colaboración. Bajo estos criterios y los aspectos mencionados, fue que ambos establecimientos consideraron que el nivel que más información podría entregar con respecto al tópico del estudio era el tercero medio.

Otra limitación de la investigación se basa en el concepto de obstáculo, el que va acompañado del Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas, este es parte del dominio del conocimiento didáctico del contenido. Debido a que el tiempo para desarrollar la investigación es acotado, no será abordado ni analizado en los instrumentos de recolección de información. En consecuencia no se trabajarán los obstáculos desde la mirada propia del modelo del conocimiento a utilizar, si no que desde una visión más focalizada en la definición de obstáculo entregada por Brousseau.

## 2) CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL

Dado que la investigación se centra en la comparación e identificación de los conocimientos de las y los estudiantes, y del obstáculo epistemológico que estos manifiestan en el área de probabilidades, más específico aún: la Regla de Laplace, principio combinatorio, y la regla de adición y multiplicación, es fundamental definir cada uno de los conceptos que son el eje principal del estudio.

Schoenfeld (2010) contribuye con una definición de conocimiento que resulta utilizable por la amplitud que comprende: “Yo defino el conocimiento de un individuo como la información que tiene disponible para usar para resolver problemas, alcanzar metas, o desarrollar cualquier tarea. ¡Nótese que, de acuerdo a esta definición, el conocimiento no ha de ser necesariamente correcto!” (Schoenfeld, 2010, p. 25).

De acuerdo a esto, Schoenfeld nos indica que un sujeto puede no llegar a la respuesta correcta, pero es posible observar conocimientos empleados para la resolución del problema. Por lo que, entender las características que presentan estos conocimientos aplicados en el desarrollo, nos podrían indicar la forma en que los estudiantes adquieren aprendizaje.

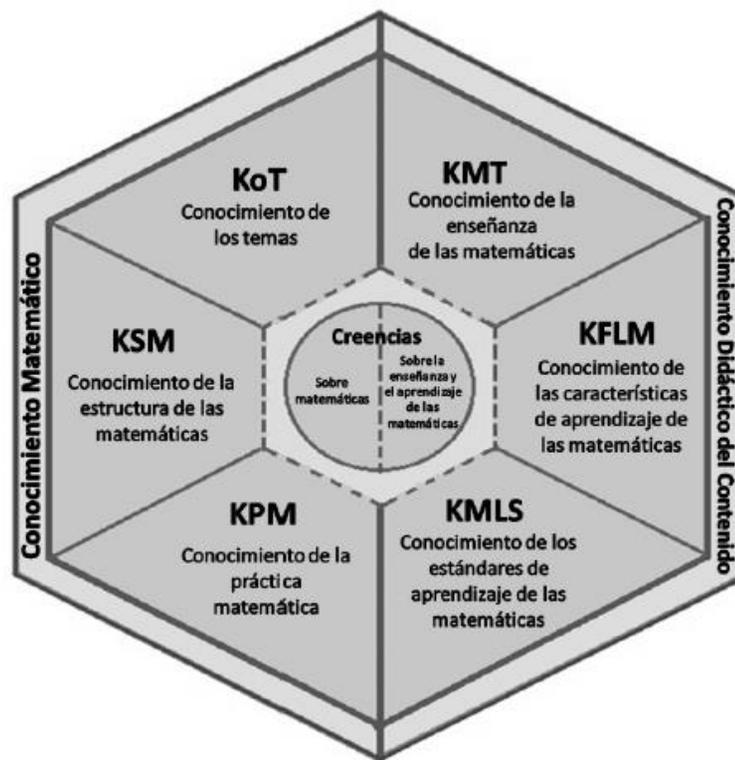
Conforme a esto, Sosa, Flores-Medrano y Carrillo (2015), indican que conocer el cómo aprenden matemática los estudiantes es imprescindible para que los docentes comprendan cómo es que estos piensan y razonan al realizar tareas y actividades que se les presentan. Se deben tener en cuenta “los conocimientos que están normados por el contenido matemático, centrando así su atención en el conocimiento que tiene el profesor acerca de los procesos de aprehensión de los objetos matemáticos y de los fenómenos derivados de esto” (Sosa, Flores-Medrano y Carrillo, 2015, p.176), fenómenos como errores y obstáculos que estos puedan presentar.

A partir de lo anterior, resulta trascendental categorizar y caracterizar los conocimientos, es para esto que se utilizará el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Mathematics Teacher’s Specialised Knowledge, MTSK) (Carrillo, Contreras y Flores, 2013) el cual es un modelo que tiene como uno de sus cimientos teóricos la definición de conocimiento realizada por Schoenfeld. Este, fue creado como una “herramienta teórica y analítica que permite identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo” (Escudero y Carrillo, 2015, p.27). Este es un modelo de conocimiento para el profesor que además

permite identificar los conocimientos de éste y que moviliza hacia las y los estudiantes, pudiendo así categorizar según los dominios y subdominios los tipos de conocimientos presentes en cada uno. De acuerdo a Carrillo, Contreras y Flores (2013), el MTSK se divide en dos dominios: Conocimiento Matemático (Mathematical Knowledge, MK) y Conocimiento Didáctico del Contenido (Pedagogical Content Knowledge, PCK), pero para efectos de esta investigación, solo se hará uso del dominio de MK, ya que lo que se busca con este estudio es poder caracterizar los conocimientos matemáticos que poseen los estudiantes y no otros, además que el dominio de conocimiento PCK solo es posible evidenciarlo en el o la docente. Este dominio se organiza en tres subdominios:

### 2.1 El dominio del conocimiento matemático

Es fundamental que los contenidos matemáticos sean conocidos en profundidad por el profesor que los enseñará, es decir saber qué enseña, y porqué lo enseña. Dentro de este dominio de conocimiento existen 3 subdominios:



**Figura 1.** Subdominios del MTSK (Escudero, y Carrillo, 2015).

### 2.1.1 Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics - KoT)

Al hablar del conocimiento de los temas, se hace referencia a todos los componentes de los grandes ejes de la matemática, que en el caso de las bases curriculares y programas de estudio presentes en nuestro país, estos son: números, álgebra y funciones, geometría y probabilidad y estadística. El profesor debe conocer en profundidad, entender y comprender los contenidos matemáticos escolares, en cuanto a propiedades, procedimientos, representaciones, fenomenologías asociadas y epistemología (Escudero, y Carrillo, 2015). Este subdominio del modelo se divide en cuatro categorías, para así poder profundizar sobre sus características:

#### 2.1.1.1 Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático

En esta categoría se considera el conocimiento práctico matemático, en el cual el profesor debe conocer los procedimientos matemáticos estándar y no estándar que se utilizan para abordar un contenido específico (Escudero, y Carrillo, 2015). Un ejemplo de procedimiento estándar sería pedir a los y las estudiantes que calculen la probabilidad de obtener el número 1 en el lanzamiento de un dado utilizando la regla de Laplace  $P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$ , por otro lado un procedimiento alternativo, es pedir a los estudiantes que prueben mediante un software educativo 50 lanzamientos y que aproximen la probabilidad.

#### 2.1.1.2 Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático

Es el conocimiento de las propiedades y fundamentos específicos del contenido matemático los cuales permiten darle sentido y definir un objeto específico (Escudero, y Carrillo, 2015). Un ejemplo de esto sería el hecho de conocer una propiedad fundamental de las probabilidades, la cual indica que la suma de la probabilidad de cada uno de los posibles resultados de un evento o suceso suman 1. Otro ejemplo, sería el de reconocer que solo se puede aplicar la regla de Laplace cuando los sucesos sean equiprobables.

### 2.1.1.3 Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático

Dentro de esta categoría, se hace referencia tanto al conocimiento de la existencia de los diversos tipos de registro de representación en los cuales se puede expresar un contenido matemático, como al conocimiento de la notación y vocabulario adecuado asociados a estas representaciones. Se inspira en los trabajos de Duval y los tipos de registro de representación semiótica (e.g. Duval 1995). Un ejemplo de este tipo de conocimiento, son los tipos de representaciones en cuanto a la probabilidad de que ocurra un evento; es decir, si la pregunta fuera ¿cuál es la probabilidad de que el lanzar una moneda obtengamos una cara? en el registro aritmético, la escritura fraccionaria del evento sería  $\frac{1}{2}$ , la escritura decimal sería 0,5 y la escritura porcentual 50%, en el registro pictórico se podría trazar una figura geométrica (rectángulo, cuadrado, círculo) pintada por la mitad, el registro en lenguaje natural sería que la probabilidad es "un medio" o "uno sobre dos", entre otros.

### 2.1.1.4 Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático

Hace referencia al conocimiento de la fenomenología de los contenidos matemáticos, es decir manifestaciones que caracterizan y dan forma a los conceptos (Freudenthal, 1986), por ejemplo, contextos y epistemologías asociadas que permiten conocer y comprender los contenidos, además de fenómenos o modelos que posibilitan para generar contenidos o entenderlos desde su origen (Carrillo, Flores, Climent, Contreras, Aguilar, Escudero y Montes, 2013). Un ejemplo de esto sería el siguiente: “Miguel desea dejar de trabajar, para esto ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41”. Ya que la respuesta a esta interrogante va a estar sujeta a las vivencias que él o la estudiante tenga con respecto a estos juegos de azar.

### 2.1.2 Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)

Este segundo dominio de conocimiento engloba la matemática desde una mirada integral y estructurada; esto hace referencia al hecho de reconocer y comprender que

los contenidos matemáticos son elementos totalmente relacionados entre sí, y que poseen un sistema de conexiones (Escudero, y Carrillo, 2015). De esta manera se pueden comprender conceptos anteriores o posteriores a cierto contenido, conociendo conceptos de nivel superior desde una mirada básica, y viceversa. Además, se realiza una distinción entre los tipos de conexiones existentes en esta relación entre contenidos.

#### 2.1.2.1 Conocimiento de la complejización de un contenido matemático

La definición expuesta por Carrillo y Escudero (2015) dice que “estas conexiones relacionan los contenidos enseñados con contenidos que se abordarán en niveles posteriores” (Carrillo y Escudero 2015, p32). Lo que hace referencia a que un profesor mira la matemática más básica o elemental desde una visión más desarrollada, es decir, se realiza una proyección de los contenidos matemáticos con respecto a los que serán vistos con posterioridad. Un ejemplo de este conocimiento sería el uso de la propiedad condicional, como una complejización de la regla de Laplace para la ocurrencia de eventos dadas ciertas condiciones.

#### 2.1.2.2 Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático

Este subdominio se refiere a la relación que existe entre los contenidos enseñados y otros contenidos que ya fueron vistos con anterioridad. Al contrario de la categoría de conocimiento anterior, en este caso se realiza una retrospección de los contenidos matemáticos con respecto a los ya abordados (Escudero, y Carrillo, 2015). Por ejemplo, el uso de fracciones que es un contenido que se aborda en niveles más básicos, es utilizado como idea intuitiva para abordar propiedades fundamentales de la probabilidad.

#### 2.1.2.3 Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos

Son conexiones que se dan entre distintos contenidos que tienen alguna característica en común, y, debido a los razonamientos que entre estos temas se relacionan, es que contemplan una particularidad en ellos (Escudero, y Carrillo, 2015). Un ejemplo de aquello sería, utilizar la definición de la regla de Laplace, para definir probabilidad.

#### 2.1.2.4 Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos

Se trata de conexiones en el cual un contenido se vuelve un auxiliar que permite trabajar otro. En este conocimiento es imprescindible nombrar tres tipos de posibles conexiones: las interconceptuales entre conceptos matemáticos diferentes, las intraconceptuales hacia el interior del concepto mismo, y las temporales entre conocimientos previos y futuros (Escudero, y Carrillo, 2015).

Por ejemplo, que un alumno relacione  $\frac{1}{2}$  con 50% o con 0,5, significan la mitad de algo, pero no son matemáticamente iguales. El estudiante puede recurrir a uno de estos conceptos matemáticos para poder expresar la mitad de un objeto, se considera este tipo de relación como interconceptual. No podría tratarse de una conexión interconceptual, debido a que la fracción no es una característica de la expresión porcentual ni de los números decimales, tampoco cumple con ser un conocimiento de tipo complejización ni simplificación entre fracciones, porcentajes y decimales. La relación de este tipo se denomina conexión auxiliar, ya que bajo la necesidad de expresar la mitad de algo se utilizan elementos auxiliares.

#### 2.1.3 Conocimiento de la práctica matemática (Knowledge of the Practices in Mathematics – KPM)

Son los conocimientos que tiene un docente acerca del proceder y razonamiento matemático, sobre todo de la matemática a nivel escolar y de sus diferentes tipos de razonamientos, además de saber cuándo éstos son más o menos adecuados dependiendo del contexto. Es de suma importancia diferenciar los conocimientos de tipo relacional o de conexión entre conceptos, que son subdominios del conocimiento de la estructura, del conocimiento que permite generar dichas relaciones (Escudero, y Carrillo, 2015).

Si bien el MTSK centra su atención en los conocimientos que debe saber y poner en práctica el profesor, éste permite además alizar los tipos de conocimientos del profesor al estudiante mediante problemas matemáticos en los cuales los y las estudiantes deban reconocer conceptos, propiedades, su definición, si utilizan procedimientos estándar o no estándar, si es que son capaces de conectar conocimientos previos o posteriores al problema que están enfrentando. Debido a esta posible movilización que se genera entre los conocimientos del profesor y de los y las estudiantes, es que es posible aplicar y categorizar los conocimientos en estos últimos.

## 2.2 Obstáculos

Recogiendo nuevamente la definición que establece Schoenfeld (2010) sobre el conocimiento, es que supone ser una base de datos de información que cada individuo dispone para solucionar problemas, llevar a cabo labores o conseguir metas. Además, establece que este conocimiento puede no ser obligatoriamente correcto, esto sucede cuando él o la estudiante no es capaz de contextualizar el conocimiento o cuando los conocimientos de los y las estudiantes no son los suficientes para resolver algún tipo de problema matemático.

Estos conocimientos descontextualizados Brousseau (1986) los define como obstáculos, que se pueden reconocer a través de los errores que manifiestan los y las estudiantes. Además, define tres tipos de obstáculos:

- Los de origen ontogenético: en ocasiones es llamado como psicogenético, que es debido a las características propias del desarrollo de los estudiantes. Por ejemplo, *“inmadurez para aprender un determinado concepto, deficiencias, condiciones personales...”* (Autino, Digion, Llanos, Marcoleri, Montalvetti y Soruco, 2011)
- Los de origen didáctico: son producto de una opción o de algún proyecto del sistema educativo, como también de una inadecuada manera de enseñar un contenido matemático. Por ejemplo, en el caso de nuestro país podría ser la sobrepoblación de contenidos matemáticos presentes en el curriculum escolar vigente, o la existencia de un plan único con sugerencias didácticas que no considera la diversidad contextual en la cual serán aplicados los programas de estudio.
- El de origen epistemológico: aquel que se relaciona con la propia construcción del concepto matemático, que también puede manifestarse como un conocimiento que en un determinado momento ha sido correcto para resolver algún tipo de problema matemático, pero que cuando es replicado en otro ejercicio este falla (Brousseau, 1998). Por ejemplo, cuando se enseña la multiplicación de dos números naturales, se entiende que el producto no puede ser menor que los factores, en cambio, cuando se aplica una multiplicación a números racionales, el resultado si puede ser menor, por lo que este fenómeno que ocurre con los naturales, se transforma en un obstáculo para esta operatoria en racionales (Barrantes, 2006).

Asimismo, Sierpinska (1992) expone que los obstáculos epistemológicos no son consecuencia de una manera de enseñar, y tampoco una particularidad de ciertos sujetos, están más bien relacionados con el alcance de los propios conceptos. Estos deben ser evidenciados o reconocidos en un grupo, para poder ser categorizados como un obstáculo con este origen. Es decir, cuando se encuentra un error recurrente, por ejemplo en un curso, el obstáculo que lo provoca sería epistemológico.

### 2.3 Conceptos matemáticos en el curriculum chileno

Con el fin de contextualizar los contenidos matemáticos de acuerdo a nuestro sistema escolar vigente, se utilizarán como base los textos escolares para los niveles de octavo básico a tercero medio, junto con los planes y programas de estudio presentes en el curriculum nacional del sistema curricular propuesto por el MINEDUC, en los cuales se definen los Objetivos de Aprendizaje (OA) para cada uno de los niveles, y propuestas didácticas para poder alcanzar estos aprendizajes, específicamente para el eje de probabilidades y estadística, el cual “responde a la necesidad que todos los y las estudiantes aprendan a realizar análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos” (MINEDUC, 2015, p.100), y que además “espera formar alumnos críticos y alumnas críticas que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones” (MINEDUC, 2015, p.100). El eje que convoca la investigación es Datos y Azar, ubicándonos en la aplicación de la regla de Laplace, principio combinatorio y regla aditiva y multiplicativa, que están presentes en los objetivos de aprendizaje de los cursos de octavo básico, primero medio y segundo medio respectivamente:

- OA17: “Explicar el principio combinatorio multiplicativo:
  - A partir de situaciones concretas
  - Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo
  - Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto” (MINEDUC, 2015, p. 115)
- OA14: “Desarrollar las reglas de las probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, en el contexto de la resolución de problemas” (MINEDUC, 2015, p. 120)
- OA11: “Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas” (MINEDUC, 2015, p. 125)

### 3) CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO

En esta sección se abordarán los fundamentos metodológicos que se utilizarán para realizar el estudio, en cuanto a análisis, organización e interpretación de los datos que serán recogidos con la aplicación de nuestro instrumento de evaluación.

#### 3.1 Paradigma o enfoque de investigación

De acuerdo al objetivo general de la investigación, el cual busca caracterizar tipos de conocimientos e identificar obstáculos, es que el tipo de investigación a realizar será descriptiva, ya que estas “miden, evalúan o recolectan datos sobre diversos aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar” (Hernández, Fernández y Baptista, 2006, p.102).

A su vez, el enfoque a utilizar será cualitativo, el cual se define como “Los estudios cualitativos intentan describir sistemáticamente las características de las variables y fenómenos... así como el descubrimiento de relaciones causales, pero evita asumir constructos o relaciones a priori” (Quecedo y Castaño, 2002, p.12), ya que este estudio realiza una categorización de los conocimientos de cada sujeto y los obstáculos que estarán presentes en el eje de probabilidades específicamente en los contenidos de, regla de Laplace, principio combinatorio y regla de adición y multiplicación.

#### 3.2 Diseño de investigación

Lo que se realizará es un estudio de casos donde interesa ver qué tipo de información entregan los y las estudiantes para lograr generalizar qué tipo de conocimiento y qué tipo de obstáculo están presentes en la resolución de ejercicios que involucren la regla de Laplace. Este tipo de estudio se puede identificar en lo que establece Stake (1995) como estudio de caso tipo instrumental ya que, el estudio de caso instrumental es aquel “cuyo objetivo es lograr una mejor comprensión del objeto de estudio y no del caso, es decir, no interesa el caso por sí mismo, sino la información que este pueda aportar para la generación de teoría”. Ya que lo que se busca analizar es la información entregada por los estudiantes y no estos propiamente como sujetos.

#### 3.3 Universo y muestra o escenario y actores

El tipo de muestreo que se empleará en esta investigación es de origen no probabilístico, de tipo intencional por conveniencia, ya que esta permite escoger la

muestra, que facilitará la información requerida. Otra denominación que se le da, es el de muestreo por seguimiento, debido a que la muestra es solo una parte o fragmento de la población (Gallardo y Moreno, s.f.)

El instrumento de evaluación que será aplicado para la recolección de datos y su posterior análisis, será empleado a estudiantes de tercer año medio de dos colegios de la Región Metropolitana, uno científico humanista "Colegio Santa María", y el otro comercial "Liceo Comercial Blas Cañas", ambos ubicados en la comuna de Santiago centro. El universo corresponde a 86 estudiantes, 44 del colegio científico humanista Santa María y 42 del Liceo Comercial Blas Cañas, y la muestra con la que se realizarán los análisis son 19 estudiantes de cada colegio, los cuales se escogieron debido a que presentaron una mayor cantidad de evidencia. Por último se escogió a 6 estudiantes 3 por establecimiento que pertenecen a los 19 ya seleccionados a los cuales se les realizó un análisis más específico, hay que mencionar que el criterio para realizar esta selección se basa en el hecho de que sus respuestas entregaron una mayor cantidad de información a nivel de conocimientos y obstáculos, permitiendo una mejor descripción y categorización de éstos.

Si bien es cierto que existen evidencias empíricas y científicas que hablan de la diferencia en las capacidades de aprender matemáticas entre hombres y mujeres, hay que destacar que dichas investigaciones son de un carácter evaluativo, donde miden cantidad de conocimiento que adquieren los individuos. Por otro lado la investigación no busca medir conocimientos ni menos evaluarlos, por el contrario, lo que se busca con esta investigación es caracterizar los conocimientos de los y las estudiantes, sin importar su sexo, ya que no buscamos saber cuál es mejor o peor, sino que caracterizar el origen de su conocimiento. Y es por esto, que no se realizó una distinción de género al momento de aplicar el instrumento, ni menos en su análisis.

### 3.4 Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos

Lo que menciona Sandin (2003), es que los instrumentos de investigación son un medio que facilita la obtención de datos. Es por esto que se decide formular esta prueba dirigida a los y las estudiantes que a continuación se define y especifica.

- Pruebas a los estudiantes (ver Anexo A): Se aplicó un instrumento de evaluación, en este caso una prueba individual que consta de 8 ítems de desarrollo, las cuales se han confeccionado de manera intencionada con la

finalidad de rescatar la mayor información posible con respecto a tipos de conocimiento se pueden encontrar en ellas y a la visualización de obstáculos para la resolución de los problemas.

- Audiograbación: se realiza una grabación de voz durante la aplicación del instrumento evaluativo, para así rescatar toda la información posible sobre datos que pueden no ser visibilizados en el papel, como preguntas que realizan los estudiantes mientras realizan la evaluación sobre redacción o cómo proceder en la resolución de los problemas.

### 3.5 Validez y confiabilidad

Para la realización del instrumento, las preguntas fueron orientadas y construidas bajo el marco del MTSK, ya que lo que se necesita es lograr identificar los tipos de conocimientos que poseen los y las estudiantes. Por otro lado los obstáculos se podrán evidenciar al momento de que los y las estudiantes contesten de manera errónea algún problema del instrumento.

Con respecto a la validez que estaba sujeta el instrumento, este fue validado por una Profesora de Matemática y computación, Licenciada en Educación Matemática y Computación, Magister en Docencia para la Educación Superior y Doctora en Educación, y también por un Doctor en educación matemática, Licenciado en Matemática, Magister en Ciencias en Matemáticas, los cuales lo establecieron como pertinente la implementación de éste para lograr los objetivos de nuestra investigación.

## **4) CAPÍTULO IV: PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**

### **4.1 Trabajo de campo o recogida de información**

En una primera fase, se realizó un acercamiento a los establecimientos para poder hablar con UTP, de esta forma explicar y mostrar en qué consistía nuestro estudio y los hallazgos que se espera encontrar mediante éste, y la información que luego puede ser utilizada por el establecimiento para los fines que éstos estimen convenientes. En una segunda instancia se acordó cuáles serían los cursos elegidos para aplicar el instrumento y el día.

La manera en que se efectuó la recolección de los datos, fue mediante un instrumento de evaluación previamente validado por los dos expertos, aplicándose a dos terceros medios, uno de un colegio Científico Humanista y el otro de un Liceo Comercial.

Uno de los facilitadores, fue la plena disponibilidad de los establecimientos educacionales, para la aplicación del instrumento y en facilitar los cursos respectivos. Con respecto a los obstaculizadores, primero es que la impresión de la evaluación fue en blanco y negro, lo que llevó a que surgieran ciertas dudas en dos ejercicios, los cuales se tuvieron que explicar anotando ciertos datos en la pizarra. Otro factor que obstaculizó la muestra fue que, al aplicar el instrumento de evaluación en los primeros bloques de clase, más de la mitad del curso fue llegando después de la hora establecida para el comienzo de la clase, lo que provocó la pérdida de concentración de los y las estudiantes que se encontraban rindiendo la evaluación cada vez que ingresaba un estudiante a la sala, además de restarle tiempo para el desarrollo a quienes llegaban atrasados.

### **4.2 Análisis de información**

La manera en que se organizan las respuestas de los estudiantes, es mediante tablas de doble entrada en las cuales se analizan los tipos de conocimientos identificados, y los obstáculos presentes en la resolución de los ejercicios propuestos. Se realizaron dos tipos de tablas, en una de ellas se encuentra de manera general la categorización de los conocimientos y el de los obstáculos observados de cada uno de los 19 sujetos seleccionados por colegio, y en la otra, se analiza de manera específica a 6 estudiantes,

3 por colegio, con la intención de evidenciar las respuestas de estos sujetos, y el cómo se realizó esta categorización.

Es importante destacar que existen tres ítems, los números 6, 7 y 8, que no aparecen en las tablas mencionadas, ya que la información entregada por los y las estudiantes en el desarrollo de estos fue insuficiente para categorizarlas dentro de los subdominios, identificar obstáculos y realizar una generalización del comportamiento del grupo curso. Esta situación, no afecta el cumplimiento de los objetivos planteados, debido a que lo que busca esta investigación es reconocer y caracterizar conocimientos y tipos de obstáculos de los y las estudiantes, y esta información puede ser obtenida también de los cinco ítems restantes, permitiendo realizar la generalización.

Con respecto al ítem 1, al tratarse de preguntas conceptuales en las cuales los estudiantes debían definir ciertos conceptos asociados al contenido, este no fue tabulado, sino que se realizó un análisis de las definiciones y conceptos encontrados en lo escrito por los y las estudiantes.

Por otro lado, como se mencionó anteriormente, se realizó una tabulación de los ítems 2, 3, 4 y 5, de acuerdo a los tipos de conocimientos y obstáculos observados en las respuestas de cada uno de los y las estudiantes, y en este punto cabe destacar que el desarrollo de un ejercicio de uno de los sujetos, puede ser categorizada en más de un tipo de conocimiento; por ejemplo, puede estar categorizada tanto dentro del conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, como en el conocimiento de conexiones auxiliares entre estos contenidos, por lo que esta estaría sumada dentro de los porcentajes de ambas categorías de los subdominios.

Por último, se elaboró una tabla de resumen en la cual se encuentran los porcentajes de evidencias por cada categoría de conocimiento.

Un aspecto importante a destacar es que las audiograbaciones realizadas durante la aplicación del instrumento de evaluación, no entregaron datos relevantes que aportaran información más allá de lo obtenido por medio del análisis de este instrumento. Por lo que no serán consideradas dentro del análisis y posteriores conclusiones.

#### 4.2.1 Análisis Generalizado de los tipos de conocimientos observados en el establecimiento Técnico Profesional

Con respecto a la pregunta: **¿Qué entiendes por probabilidad?**

- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, expresaron que la probabilidad es “*la posibilidad de que ocurra algo*” (STP 12), es posible categorizar esta definición dentro del conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático, ya que las respuestas de los sujetos son en base a la experiencia.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, expresaron el concepto de “porcentaje” dentro de la definición de probabilidad, ejemplo “*la cantidad de porcentaje para que algo suceda*” (STP 18). Es posible categorizar este tipo de definición dentro de los conocimientos de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.
- 1 estudiantes que corresponden al 5,26%, expresa la definición de probabilidad, acercándose a una definición más laplaciana ya que dice “*es cuando una persona piensa que puede ser una opción correcta entre varias opciones*” (STP 3). Sería posible categorizarla dentro de un conocimiento de conexiones transversales entre contenido matemático.
- 6 estudiantes que corresponde 31,58%, no contestaron la pregunta o entregaron una definición inadecuada, lo cual no permitió categorizarlas dentro de un tipo de conocimiento.

En el ítem 1 pregunta “a)”, el tipo de conocimiento que predomina es el de fenomenología asociadas a un contenido matemático, seguido por el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, y luego el Conocimiento de conexiones transversales entre contenido matemático.

Con respecto a la pregunta: **¿Qué es para ti el espacio muestral?**

- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, demuestran conocer la definición de espacio muestral, entregando una descripción apropiada para el concepto solicitado, ejemplo “*los posibles resultados*” (STP 19). Es por esto que se categoriza como un conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, también demuestran un tipo de conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático, en cuanto al hecho de que conocen que el espacio muestral es una cantidad de algo, pero no especifican qué es ese algo, por ejemplo “*es tomar cierta cantidad de algún lugar*” (STP 15)
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, presenta conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, debido a que utiliza el concepto de porcentaje para definir el espacio muestral, ejemplo “*donde se comprueba y muestra los porcentajes sacados*” (STP 5).
- 12 estudiantes que corresponden 63,16%, no contestaron la pregunta o entregaron una definición inadecuada, lo cual no permitió categorizarlas dentro de un tipo de conocimiento.

En la pregunta b) del ítem 1, la categoría del conocimiento que destaca, es la del Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático, seguido muy por debajo por el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Con respecto a las preguntas: **¿Qué es para ti la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuándo piensas que se aplica?**

- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, reflejan un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, aún que solo responde a la pregunta “¿Cuándo se aplica?”, y no a “¿Qué es?” o al “¿Cómo se aplica?”, ejemplo “*cuando tienes muchos resultados posibles*” (STP 8).
- 5 estudiantes que corresponden al 26,32%, expresaron un tipo de conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de carácter estándar, y respondiendo solo a la primera interrogante, que refiere al “¿Qué es?” y no al “¿Cómo se aplica?” o al “¿Cuándo se aplica?”, ejemplo “*Analizar la cantidad de probabilidades dividiendo los casos posibles en el total de casos*” (STP 6).
- 1 estudiante que corresponden al 5,26%, reflejan un tipo de conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos,

ya que definen la regla de Laplace, como una proporción o fracción, ejemplo “*Probabilidad expresada en fracciones, en casos donde se necesita saber la posibilidad de que un suceso ocurra*” (STP 19).

- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, no fue posible analizar no categorizar sus respuestas debido a que sus respuestas fueron incompletas o simplemente no contestaron.

Referente al ítem 1, pregunta “c)”, el Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, fue el que más se manifestó en las estudiantes, seguido solo por el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos. No se identificaron más categorías.

Con respecto a las preguntas: **¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?**

- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, demostraron un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, junto con un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, ejemplo “*si se podría ya que contiene la parte de arriba los casos posibles y abajo los totales que tengan y eso se relaciona a una fracción*” (STP10). Es posible hablar de conocimiento de simplificación de un contenido matemático, ya que reconocer a la regla de Laplace como una fracción, implica relacionar este conocimiento con uno anterior.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05%, respondieron solo “*si*”, por lo cual solo es posible categorizar este conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 9 estudiantes que corresponden al 47,37%, no fue posible categorizarlos debido a que dejaron en blanco la respuesta a la pregunta planteada.

Con respecto a la pregunta d) del ítem 1, prevaleció el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, seguido luego por el Conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático.

Tabla 1

Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 2 pregunta “a”).

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	57,89
Propiedades	5,26
Representación	21,05
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	21,05
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo B.

Como se puede observar la Tabla 1, en el ejercicio “a)” del ítem 2 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 11 estudiantes que corresponden al 57,89%, presentan conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, evidencia conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 4 estudiantes que corresponden 21,05%, demuestra conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05%, muestran poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

Los estudiantes demostraron una clara prevalencia del Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguido tanto por Conocimiento de registros de representación asociada a un contenido matemático y Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

Tabla 2

Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 2 pregunta “b”).

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	52,63
Propiedades	0
Representación	21,05
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	10,53
Conexiones Transversales	0

Conexiones Auxiliares	5,26
-----------------------	------

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo C.

Como se puede observar la Tabla 2, en el ejercicio “b)” del ítem 2 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 10 estudiantes que corresponden al 52,63%, presentan conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo estándar.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, muestra poseer conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05, evidencia conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, manifiestan conocimientos de la simplificación de un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, revela conocimiento de conexiones auxiliares entre contenido matemático.

Con respecto a este ítem se evidenció una dominancia del Conocimiento de procedimientos, seguido por el Conocimiento de registros de representación, terminando con el Conocimiento de simplificación de un contenido matemático

Tabla 3

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 3 pregunta.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	47,37
Propiedades	0
Representación	0
Fenomenología	26,32
Complejización	0
Simplificación	0
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo D.

Como se puede observar la Tabla 3, en el ítem 3 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 9 estudiantes que corresponden al 47,37%, evidencian conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo estándar.
- 5 estudiantes que corresponden al 26,32%, manifiestan conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático.

El conocimiento que predomina para este ítem es el Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguido por el Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático.

Tabla 4

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 4 pregunta “a)”*.

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	78,94
Propiedades	0
Representación	42,11
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	15,79
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	10,53

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo E.

Como se puede observar la Tabla 4, en el ejercicio “a)” del ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 15 estudiantes que corresponden al 78,94%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, presenta conocimientos de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo no estándar.
- 8 estudiantes que corresponden al 42,11%, evidencian conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático es posible encontrar que:
  - 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, manifiestan poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
  - 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, revelan conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.

El conocimiento que predominó en el desarrollo de este ítem, fue el de Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguido por el Conocimiento de los registros de representación y por último el Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

Tabla 5

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 4 pregunta “b)”.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	57,89
Propiedades	31,58
Representación	21,05
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	15,79
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	5,26

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo F.

Como se puede observar la Tabla 5, en el ejercicio “b)” del ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 11 estudiantes que corresponden al 57,89%, muestran un tipo de conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, evidencian un tipo de conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 4 estudiantes que corresponde al 21,05%, presenta conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, manifiestan poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponden al 5,26%, revelan conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.

Se reconoce la una mayor evidencia sobre el conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguido por el conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático y Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Tabla 6

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 4 pregunta “c)”.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	31,58
Propiedades	10,53
Representación	10,53
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	21,05
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo G.

Como se puede observar la Tabla 6, en el ejercicio “c)” del ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, muestran conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, evidencian conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponde al 10,53%, presenta conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05%, manifiestan poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

El conocimiento que prevaleció por sobre los otros fue el de Conocimientos de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguidos por Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, y luego el Conocimiento de registros de representación junto con el Conocimiento de las propiedades y fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

Tabla 7

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 5.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	89,74
Propiedades	5,26
Representación	68,42
Fenomenología	0

Complejización	0
Simplificación	31,58
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	10,53

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo H.

Como se puede observar la Tabla 7, en el ítem 5 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 17 estudiantes que corresponden al 89,74%, demuestran un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, presenta conocimientos de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 13 estudiantes que corresponden al 68,42%, evidencian conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, manifiestan poseer un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, revelan un conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.

El conocimiento que prevalece en este ítem es el conocimiento de Conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático y Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, destacando en ese orden.

#### 4.2.2 Análisis Generalizado de los tipos de conocimientos observados en el establecimiento Científico Humanista

Con respecto a la pregunta: **¿Qué entiendes por probabilidad?**

- 13 estudiantes que corresponden al 68,42%, evidencian un tipo de conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático debido a que responden de acuerdo a su experiencia y creencia sobre la definición de probabilidad, ejemplo “*la posibilidad de que ocurra tal suceso*” (SCH 12).
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, demuestra un conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, ya que, utilizan el concepto de “porcentaje” como un auxiliar para definir la

probabilidad, ejemplo *“probabilidad es el porcentaje que plantea la posibilidad de que ocurra o no un suceso”* (SCH 10)

- 2 estudiantes que corresponde a un 10,53%, presentan un conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos, ya que utilizan otro concepto con similares características en este caso “azar”, el cual les permite definir la probabilidad, ejemplo *“cuándo quieres saber cuál es la probabilidad de escoger algo que quieres al azar”* (SCH 5).
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, expresa la definición de probabilidad, acercándose a una definición más laplaciana ya que dice *“es una forma de cálculo para saber cuándo pueden ser los casos posibles en una cantidad de casos totales”* (SCH 3). Sería posible categorizarla dentro de un conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos.

Para este ítem se demuestra una prevalencia de Conocimiento sobre fenomenologías asociadas a un contenido matemático, continuando con Conocimientos de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos y finalmente Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos.

Con respecto a la pregunta: **¿Qué es para ti el espacio muestral?**

- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, mostraron un conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático, ya que expresan que el espacio muestral se compone por una cantidad de elementos específico, y que para este caso son los posibles resultados de un evento, ejemplo *“son como todos los resultados que pueden dar una situación que se esté estudiando”* (SCH 9).
- 5 estudiantes que corresponden al 26,32%, presentan un tipo de conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos, ya que utilizan los conceptos de “muestra” y de “datos” para definir el espacio muestral pero sin lograr una definición apropiada, ejemplos *“la muestra de personas o objetos para sacar la probabilidad”* (SCH 7), y *“los datos de lo que estas investigando”* (SCH 15).
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, evidencia un tipo de conocimiento de conexiones transversales entre contenido matemático,

ya que utiliza la definición de otro concepto, para darle sentido a espacio muestral, ejemplo “*lugar o situación donde se obtienen los datos*” (SCH 8).

- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, no respondieron o su respuesta no fue posible categorizarla.

Se evidencia dos tipos de conocimientos, el que predomina es el Conocimiento de las conexiones transversales entre contenidos matemáticos y en segundo lugar se encuentra el Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

Con respecto a la pregunta: **¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?**

- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, demostraron un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo estándar, respondiendo a la pregunta ¿qué es la regla de Laplace? y a ¿cómo se aplica? o ¿cuándo se aplica?, escribiendo su fórmula dentro la definición, por ejemplo “*es una regla para saber cuál es la probabilidad de que algo suceda se aplica de forma:  $\frac{\text{casos posibles}}{\text{casos totales}}$ ,” (SCH 2) y “*es una forma de sacar una probabilidad  $\frac{c. \text{ posibles}}{c. \text{ totales}}$ , se aplica cuando necesitas sacar una probabilidad*” (SCH 4)*
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05% evidencian un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo no estándar, debido a que responden el ¿qué es la regla de Laplace? y ¿cuándo se aplica? de manera verbal, sin escribir su fórmula de manera textual como una fracción, ejemplo “*es la regla la cual plantea la probabilidad de que ocurra algo, hay que dividir los casos que queremos obtener en la totalidad de casos posible, se puede aplicar siempre que exista más de una opción*” (SCH 4).
- 1 estudiantes que corresponden al 5,26%, presenta un tipo de conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos y un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático ya que utiliza el concepto “fracción” para lograr responder ¿qué es la regla de Laplace? y ¿cómo se aplica?, ejemplo “*para mí, ésta demuestra las*

*veces en que podría pasar algo, graficándolo. Se aplica en las probabilidades para expresar en fracción” (SCH 6).*

- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, no respondieron a la interrogante planteada.

El conocimiento que destaca en este ítem es, Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, el segundo lugar lo comparten tanto el Conocimiento de simplificación de un contenido matemático como el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Con respecto a la pregunta: **¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?**

- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, indican que si es posible reconocer la regla de Laplace como una fracción, y además entregan una explicación del porqué, ejemplo *“sí ya que al expresar una división 2: 4 se puede expresar como  $\frac{2}{4}$ ”* (SCH 9). Lo que lleva a categorizar esto como un conocimiento de de la simplificación del contenido matemático y también dentro de los conocimientos de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo estándar.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, responden que si se puede relacionar la regla de Laplace con la fracción, pero solo utilizan el “si” como respuesta, ejemplo *“s”* (SCH 6). Por lo que es posible categorizar este tipo de conocimiento solo como simplificación del contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponde al 10,53%, exhiben un tipo de conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático de tipo no estándar y un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, a que son capaces de reconocer la regla de Laplace como una fracción,
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, muestran un tipo de conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, ya que reconocen la regla de Laplace como una fracción, pero presenta un obstáculo frente a su respuesta,
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, presenta un tipo de conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un

contenido matemático y de conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, ya que es capaz de reconocer las propiedades de del objeto matemático además de reconocerlo como una fracción, que para este caso el valor del numerador no puede superar el valor del denominador, ejemplo “*sí, ya que la fracción es una parte nada mas de algo, no su totalidad al igual que es como se establece en la regla*” (SCH 4)

- 8 estudiantes que corresponden al 42,11%, no respondieron a la interrogante planteada.

Se destaca una predominancia de Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, seguido de los procedimientos asociados matemáticos asociados a un contenido matemático, y finalmente el Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

Tabla 8

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 2 pregunta “a”.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	100
Propiedades	21,05
Representación	89,47
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	26,32
Conexiones Transversales	10,53
Conexiones Auxiliares	15,79

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo I.

Como se puede observar la Tabla 8, en el ejercicio “a)” ítem 2 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 19 estudiantes que corresponden al 100%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 4 estudiantes que corresponde al 21,05%, presenta conocimientos de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 17 estudiantes que corresponden al 89,47%, muestran conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.

- 5 estudiantes que corresponden al 26,32%, manifiestan poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, evidencian conocimiento de conexiones transversales entre el contenido matemático.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, revelan conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.

Se demuestra una prevalencia del Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, en segundo lugar se evidencia Conocimiento de registros de representación asociado a un contenido matemático, y en tercer lugar el Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

Tabla 9

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 2 pregunta “b)”*.

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	63,15
Propiedades	15,79
Representación	68,42
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	5,26
Conexiones Transversales	26,32
Conexiones Auxiliares	5,26

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo J.

Como se puede observar la Tabla 9, en el ejercicio “b)” ítem 2 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 12 estudiantes que corresponden al 63,15%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, manifiesta tipo de conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo no estándar.
- 3 estudiantes que corresponde al 15,79%, presenta conocimientos de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 13 estudiantes que corresponden al 68,42%, presentan conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático es posible encontrar que:

- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, revelan que poseen conocimiento de la complejización de un contenido matemático.
- 5 estudiantes que corresponden al 26,32%, manifiestan conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 1 estudiantes que corresponden al 5,26%, evidencian conocimiento de conexiones transversales entre el contenido matemático.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, revelan conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.

Se muestra una mayor cantidad de evidencia a nivel de Conocimiento de registros de representación, situando en segundo lugar el Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático y en tercer lugar se encuentra el Conocimiento de conexiones transversales.

Tabla 10

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 3.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	57,89
Propiedades	0
Representación	5,26
Fenomenología	26,31
Complejización	5,26
Simplificación	10,53
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	10,53

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo L.

Como se puede observar la Tabla 10, en el ítem 3 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 11 estudiantes que corresponden al 57,89%, demuestran un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 1 estudiantes que corresponde al 5,26%, presenta conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático es posible encontrar que:
- 5 estudiantes que corresponden al 26,31%, evidencian un conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, revelan que poseen un tipo de conocimiento de la complejización de un contenido matemático.

- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, manifiestan poseer un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, revelan un conocimiento de conexiones auxiliares de un contenido matemático.
- 12 estudiantes que corresponden al 63,15%, demuestran un tipo de obstáculo de origen epistemológico.

Se observa la predominancia del Conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a contenidos matemáticos, y en segundo lugar, fue el de Conocimiento de fenomenologías asociadas a un contenido matemático.

Tabla 11

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ejercicio “a)” del ítem 4.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	63,15
Propiedades	0
Representación	36,84
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	10,53
Conexiones Transversales	5,26
Conexiones Auxiliares	5,26

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo L.

Como se puede observar la Tabla 11, en el ejercicio “a)” de ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 12 estudiantes que corresponden al 63,15%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 7 estudiantes que corresponden al 36,84%, reflejan conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, manifiestan poseer conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, evidencian conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, presenta un conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Se evidenció que el conocimiento que destacó por sobre los otros fue el de procedimientos matemáticos. Este fue seguido por el Conocimiento de registros de representación, y luego el de simplificación asociada a contenidos matemáticos.

Tabla 12

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ejercicio “b)” del ítem 4.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	73,68
Propiedades	63,15
Representación	15,79
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	10,53
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo M.

Como se puede observar la Tabla 12, en el ejercicio “b)” de ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 14 estudiantes que corresponden al 73,68%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 12 estudiantes que corresponden al 63,15%, manifiestan poseer conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%; evidencian conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 2 estudiantes que corresponden al 10,53%, manifiestan conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

La prevalencia en este ítem se evidencia acerca de Conocimientos de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguidos por el conocimiento de las propiedades, terminando con el Conocimiento de registros de representaciones asociados a un contenido matemático

Tabla 13

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ejercicio “c)” del ítem 4.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	73,68
Propiedades	21,05
Representación	42,11
Fenomenología	0
Complejización	0
Simplificación	15,79
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo N.

Como se puede observar la Tabla 13, en el ejercicio “c)” de ítem 4 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 14 estudiantes que corresponden al 73,68%, demuestran conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05%, revela conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 8 estudiantes que corresponden al 42,11%, evidencian conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 3 estudiantes que corresponden al 15,79%, manifiestan conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

Se demostró en esta pregunta principalmente un conocimiento, sobre procedimientos matemáticos, este fue proseguido por el conocimiento de registros de representación, y luego el de propiedades y fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

Tabla 14

*Porcentaje de estudiantes que presentan tipos de conocimientos en el ítem 5.*

Categorías del conocimiento	%
Procedimiento	89,47
Propiedades	21,05
Representación	78,95
Fenomenología	5,26
Complejización	0
Simplificación	31,58
Conexiones Transversales	0
Conexiones Auxiliares	0

*Nota.* Para ver categorización de cada sujeto ir al Anexo N.

Como se puede observar la Tabla 14, en el ítem 5 del instrumento de evaluación, se tiene que:

- 17 estudiantes que corresponden al 89,47%, demuestran un conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, de tipo estándar.
- 4 estudiantes que corresponden al 21,05%, manifiestan un tipo de conocimiento de las propiedades y fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- 15 estudiantes que corresponden al 78,95%, evidencian conocimiento de registro de representaciones asociados a un contenido matemático.
- 1 estudiante que corresponde al 5,26%, muestra un conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático.
- 6 estudiantes que corresponden al 31,58%, manifiestan poseer un conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.

En este ítem se observó una mayor cantidad de evidencia Conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático y Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático, destacando en ese orden.

4.2.3 Análisis específico de sujetos seleccionados por establecimiento

4.2.3.1 Técnico Profesional

• Sujeto 1

Tabla 15

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 1 en el ítem 2.

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p>2.a) Se evidencia un conocimiento procedimental estándar, ya que el sujeto 1 realiza el cálculo sumando casos favorables, y dividiéndolo por casos posibles o totales para cada caso (regla de Laplace)</p> <p>2- a- Pedro debe lanzar el dado estando este en un número par, para que le salga uno igual, para que le salga uno mayor debe tirar el dado en un número en 1, 2, 11, 10, 9 ó 8</p> <p><math>\frac{6}{12} = \text{Par}</math>      <math>\frac{4}{12} = \text{mayor a 8}</math></p>
	<p>2.b) Se evidencia un conocimiento procedimental estándar, el error está en que realiza un conteo de la cantidad de lanzamientos realizados, pero no en todas las posibles combinaciones que permiten que la suma de los números obtenidos en los lanzamientos resulte mayor a 12.</p> <p>b- lo que debe hacer maría es saber que números le deben salir para que la suma de los dados sea mayor a doce</p> <p><math>\frac{4}{8} = \text{posibilidades de la suma}</math></p>
<b>Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático</b>	<p>2.a) Como podemos observar existe un conocimiento sobre distintos tipos de representación, en este caso se evidencia registro verbal del procedimiento que debería, según el estudiante, realizar Pedro. También existe representación pictórica de la situación, por el hecho de que expresa de manera simbólica los resultados favorable de la situación (1, 12, 11, 10, 9 ó 8).</p> <p>b- lo que debe hacer maría es saber que números le deben salir para que la suma de los dados sea mayor a doce</p> <p><math>\frac{4}{8} = \text{posibilidades de la suma}</math></p>
	<p>2.a) Como podemos observar existe un conocimiento sobre distintos tipos de representación, en este caso se evidencia registro verbal del procedimiento que debería, según el estudiante, realizar Pedro. También existe representación pictórica de la situación, por el hecho de que expresa de manera simbólica los resultados favorable de la situación (1, 12, 11, 10, 9 ó 8).</p> <p>b- lo que debe hacer maría es saber que números le deben salir para que la suma de los dados sea mayor a doce</p> <p><math>\frac{4}{8} = \text{posibilidades de la suma}</math></p>

Tabla 16

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 1 en el ítem 3.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático	<p>Se observa conocimiento procedimental estándar debido al uso de la regla de Laplace, favorables divididos en posibles.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{14}{25} = \text{KONO}</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{6}{41} = \text{lato}</math> </div> </div>

Tabla 17

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 1 en el ítem 4.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático	<p>4.a) Se evidencia un conocimiento procedimental estándar al aplicar casos favorables sobre casos posibles, el error está en cuanto a la comprensión del enunciado, ya que eran 20 las pelotas.</p> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{10}{24}</math> </div>
	<p>4.b) Se observa procedimiento estándar sobre regla de Laplace, identificando probabilidad de sacar una pelota verde (6/20) y una roja (2/20).</p> <p>una pelota verde segun el enunciado;</p> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\frac{6}{20} \text{ verde ; } \frac{2}{19} = \text{rojo ; } \frac{15}{20} = \text{negras}</math> </div>
	<p>4.c) Se identifica conocimiento de procedimiento estándar, debido a que aplica casos favorables sobre casos posibles para representar probabilidades.</p>

Es ob =  $\frac{6}{20}$  para que sea mayor que 12 para que sea rojo  $\frac{2}{20}$  y para que salga ambos

$$\frac{6}{20} - \frac{2}{20} = \frac{120 - 40}{20} = \frac{80}{20}$$

$$\frac{4}{20}$$

4.b) Se observa conocimiento de propiedades de la probabilidad, en este caso de la posibilidad de que **no** ocurra un suceso, que sería la suma de las probabilidades de sacar un color diferente al negro, o restarle a 1, la probabilidad de obtener negro.

$$\frac{6}{20} \text{ verde}; \frac{2}{19} = \text{rojo}; \frac{15}{20} = \text{negras}$$

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

4.c) Se identifica conocimiento de las propiedades, debido a que entiende que debe realizar una operatoria para calcular la probabilidad de que se cumplan ambas condiciones, pero utiliza la operatoria incorrecta.

Es ob =  $\frac{6}{20}$  para que sea mayor que 12 para que sea rojo  $\frac{2}{20}$  y para que salga ambos

$$\frac{6}{20} - \frac{2}{20} = \frac{120 - 40}{20} = \frac{80}{20}$$

$$\frac{4}{20}$$

Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
	4.c) Se observa simplificación ya que el cálculo de la probabilidad, provoca una retrospcción al trabajar con un contenido más simple, en este caso la operatoria de racionales.
Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático	<p>Es ob = <math>\frac{6}{20}</math> para que sea mayor que 12 para que sea rojo <math>\frac{2}{20}</math> y para que salga ambos</p> $\frac{6}{20} - \frac{2}{20} = \frac{120 - 40}{20} = \frac{80}{20}$ $\frac{4}{20}$

Tabla 18

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 1 en el ítem 5.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
	Se evidencia conocimiento de tipo procedimental estándar al aplicar regla de Laplace para calcular probabilidad de que salga rojo, y luego probabilidad de que salga un múltiplo de 3.
Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático	<p>Es ob = <math>\frac{6}{20}</math> para que sea mayor que 12 para que sea rojo <math>\frac{2}{20}</math> y para que salga ambos</p> $\frac{6}{20} - \frac{2}{20} = \frac{120 - 40}{20} = \frac{80}{20}$ $\frac{4}{20}$

---

Se observa conocimiento de propiedades, por el hecho de sumar las probabilidades de ambos sucesos, la cual sería propiedad de unión (o) en la que deben realizar adición de probabilidades, aunque en este caso no es la propiedad adecuada para la situación.

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

$$\begin{aligned}n3 &= 5 \\ N &= 16 \\ R &= 5\end{aligned}$$

$$\frac{5}{16} = \text{Roja}$$

$$\frac{5}{16} = \text{multiplo de 3}$$

La posibilidad es de  $\frac{10}{16}$  ya que como son 5 rojas y 5 multiplos de 3 se suman y dan  $\frac{10}{16}$  de posibilidades de que salga una así

---

Se identifica conocimiento de los registros de representación, en este caso pictórica, al representar mediante simbología la cantidad de casillas por color.

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**

$$\begin{aligned}n3 &= 5 \\ N &= 16 \\ R &= 5\end{aligned}$$

- **Sujeto 2**

Tabla 19

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 2 en el ítem 2.

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p>2.a) Como se evidencia en el desarrollo de la pregunta, se realiza un procedimiento de tipo estándar, ya que utiliza la regla de Laplace para obtener la probabilidad de suceso, para el primer caso solicitado.</p>
	<p><math>\frac{6}{12} = 2</math> tiene una probabilidad de 2 de sacar un número par</p> <p>2.b) Se reconoce un procedimiento de tipo estándar, debido a que utiliza la regla de Laplace para calcular la probabilidad de lo que desea saber María.</p> <p><math>\frac{8}{24} = 3</math> tiene una probabilidad de 3 para sacar 3 números pares</p>
<b>Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)</b>	
<b>Tipos de Conocimiento</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b>	<p>2.a) Se observa que el estudiante recurre a la división que está presente en las fracciones.</p>
	<p><math>\frac{6}{12} = 2</math> tiene una probabilidad de 2 de sacar un número par</p> <p>2.b) Lo mismo que para el caso anterior el sujeto para expresar la probabilidad, recurre a dividir la fracción presente.</p>

$$\frac{8}{24} = 3$$

Tiene una posibilidad de 3 para sacar 3 números pares

Tabla 20

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 2 en el ítem 4.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
	<p>4.a) En este caso se evidencia un tipo de procedimiento estándar, ya que el sujeto reconoce los casos posibles, y casos totales dentro de la regla de Laplace.</p> 
<p>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</p>	<p>4.b) En este ejercicio se evidencia un tipo de procedimiento no estándar debido a que el sujeto no utiliza la fórmula de Laplace para representar la probabilidad que se le solicita.</p> <p>Probabilidad de que saque verde  <math>24 : 6 = 4</math>  <math>0 //</math>  <math>1</math></p> <p>Probabilidad de que saque rojo  <math>24 : 2 = 12,5</math></p> <p>Probabilidad de NO sacar negro <math>\frac{13,7}{26}</math>  <math>24 : 5 = 4,8</math>  <math>40 //</math></p>

4.a) Se logra observar como el sujeto presenta conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, fraccionaria y decimal.

$$\frac{7}{24} = 3,427 \quad 24 : 7 = 3,427$$

<sup>30</sup><sub>20,60</sub>

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**

Además demuestra conocimiento de registros pictóricos asociados al contenido matemático ya que escribe los números que son impares dentro del rango 5-24, para así poder identificarlos y cuantificarlos.

$$5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23$$

**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

Tipos de Conocimientos	Evidencia
<b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b>	<p>4.a) En este caso se reconoce un tipo de conocimiento de la simplificación ya que utiliza la división presente en las fracciones.</p>
	$\frac{7}{24} = 3,427 \quad 24 : 7 = 3,427$ <p style="text-align: right; margin-right: 100px;"><sup>30</sup><sub>20,60</sub></p>
	<p>4.b) En este ejercicio se evidencia un tipo de conocimiento de la simplificación debido a que, utiliza la división de que está presente en las fracciones.</p>
	<p>Possibilidad de que saque <i>cuando</i></p> $24 : 6 = 4$ <p style="margin-left: 20px;">0//</p> <p style="margin-left: 20px;">1</p> <p>Possibilidad de que saque <i>cuando</i></p> $24 : 2 = 12,5$ <p>Possibilidad de NO reconocer <i>cuando</i></p> $24 : 5 = 4,8$ <p style="margin-left: 20px;"><sup>20</sup><sub>40//</sub>      <math>\frac{13}{26}</math></p>

4.c) Al igual que en los casos anteriores, el sujeto utiliza la división para encontrar la probabilidad solicitada.

$$\begin{array}{l} \text{Posibilidad de sacar} \\ \text{roja.} + 12 \\ 24 : 12 = 2 \end{array}$$

Tabla 21

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 2 en el ítem 5.

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p>Se logra observar que el sujeto realiza un procedimiento de tipo estandar, ya que explícitamente utiliza la regla de Laplace.</p> $\frac{3}{16} = 16 : 3 = 5, \bar{3}$
<b>Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático</b>	<p>Se logra observar que el sujeto presenta un conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, fraccionaria y decimal.</p> $\frac{3}{16} = 16 : 3 = 5, \bar{3}$
<b>Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b>	<p>El sujeto reconoce que la regla de Laplace es una fracción y que además esta es una división.</p> $\frac{3}{16} = 16 : 3 = 5, \bar{3}$

- **Sujeto 5**

Tabla 22

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 5 en el ítem 3.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático	<p>Se observa conocimiento sobre fenomenologías asociada a un contenido, debido a que el sujeto comprende desde el origen cómo es que funciona un juego de azar, y que entre más veces lo juegue tiene más posibilidades de ganarlo.</p> <p>• aconsejar que juegue 2 veces el keno ya que le da más probabilidad de ganar.          • El keno ganaría ya que tiene menos números entre elegir y ganar.</p>

Tabla 23

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 5 en el ítem 4.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático	<p>4.a) Se observa conocimiento procedimental estándar, en el cual aplica regla de Laplace identificando casos favorables sobre casos totales del suceso indicado.</p> <p><math>\frac{7}{20} = 0,35</math></p>

---

4.b) Se evidencia conocimiento procedimental estándar en el cual identifica casos favorables, en este caso de no sacar negra, sobre casos totales del evento.

$$\frac{15}{20} = 0,75\% \text{ de no sacar una negra}$$

4.c) Se identifica conocimiento procedimental estándar en el cual aplica casos favorables que son los mayores a 12, sobre el total de pelotas.

$$\frac{4}{20}$$

---

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

4.b) Se identifica conocimiento sobre las propiedades, ya que aplica propiedad de las probabilidades que indica que la probabilidad de que no ocurra un evento es igual a 1 menos la probabilidad de que este suceda, o sumando todas las probabilidades de que sucedan las otros casos posibles.

$$\frac{15}{20} = 0,75\% \text{ de no sacar una negra}$$

---

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**

4.a) Se observa conocimiento de distintos tipos de registros de representación: registro pictórico debido a que representa de manera simbólica los números primos del rango indicado. Además, se identifica registro aritmético en lenguaje fraccionario, el que luego expresa en lenguaje decimal intentando representar porcentajes.

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7$$
$$5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,$$
$$0,35\% \text{ de probabilidad}$$

---

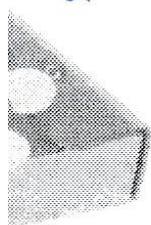
4.b) Se observa conocimiento sobre registro aritmético al utilizar tanto lenguaje fraccionario, como lenguaje decimal (intentando representar el porcentaje) para expresar la probabilidad de no obtener una negra y de sacar una verde o una roja.

$$\begin{aligned} \text{verde} &= 0,3\% \text{ de probabilidad} \\ \text{roja} &= 0,1\% \end{aligned}$$

$$\frac{15}{20} = 0,75\% \text{ de no sacar una negra}$$

4.c) Se identifica conocimiento de distintos tipos de representación, ya que expresa la probabilidad de obtener un número mayor a 12 tanto en lenguaje fraccionario como en decimal intentando representar porcentajes. De igual manera indica de manera en lenguaje decimal la probabilidad de sacar una pelota roja.

$$\begin{aligned} \text{pelotas} \\ \text{mayor} \\ \text{a } 12 &= \frac{4}{20} = 0,2\% \\ \text{rojas} &= 0,1\% \end{aligned}$$



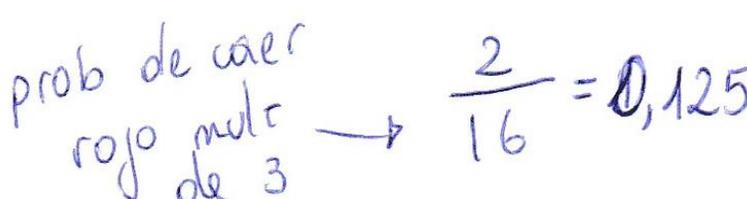
$$\begin{aligned} \text{prob} \\ \text{de} \\ \text{sacar} \\ \text{num} + 12 \\ \text{rojo} &= 0,3\% \end{aligned}$$

Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático	<p>4.b) Se observa conocimiento de la simplificación, debido a que realiza una retrospección al utilizar un contenido más simple, en este caso la división, para expresar la probabilidad.</p> <p>verde = 0,3% de probabilidad roja = 0,1%</p> <p><math>\frac{15}{20} = 0,75\%</math> de no sacar una negra</p>

Tabla 24

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 5 en el ítem 5.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático	<p>Se observa conocimiento procedimental estándar, al indicar casos favorables (2) sobre casos posibles (16), aunque no identificó que el número 3 también es un múltiplo del mismo.</p> <p>prob de caer rojo mult de 3 <math>\rightarrow \frac{2}{16} = 0,125</math></p>
Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático	<p>Se observa conocimiento sobre representación, ya que expresa la probabilidad obtenida en registro aritmético, tanto en lenguaje fraccionario, como lenguaje decimal.</p> <p>prob de caer rojo mult de 3 <math>\rightarrow \frac{2}{16} = 0,125</math></p>

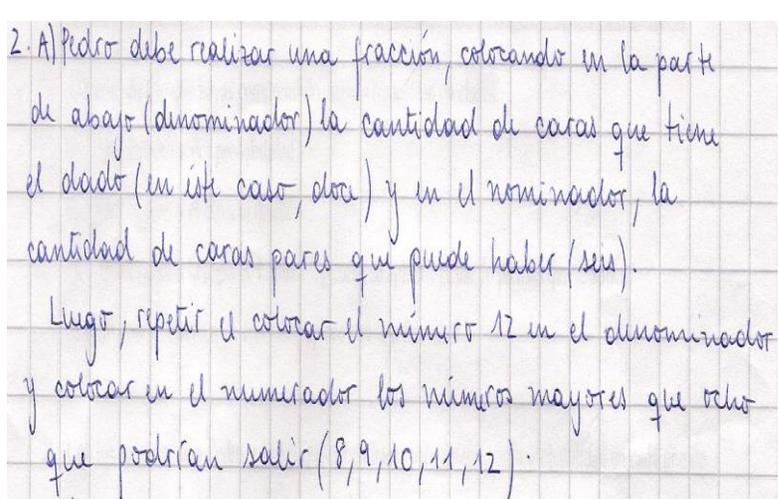
<b>Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b>	<p>Se identifica conocimiento sobre la simplificación, debido a que realiza una retrospección de contenidos, al utilizar fracción para expresar en otro lenguaje la probabilidad obtenida.</p> 

#### 4.2.3.2 Colegio Científico Humanista

- **Sujeto 6**

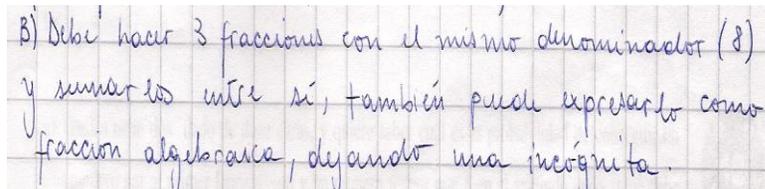
Tabla 25

*Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 6 en el ítem 2.*

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p><b>2.a)</b> Se evidencia que el sujeto utiliza un tipo de procedimiento estándar, debido a que utiliza la regla de Laplace para encontrar la probabilidad solicitada en el ejercicio, a pesar de que nombra todo los pasos que debe hacer, pero no los ejecuta.</p> 

---

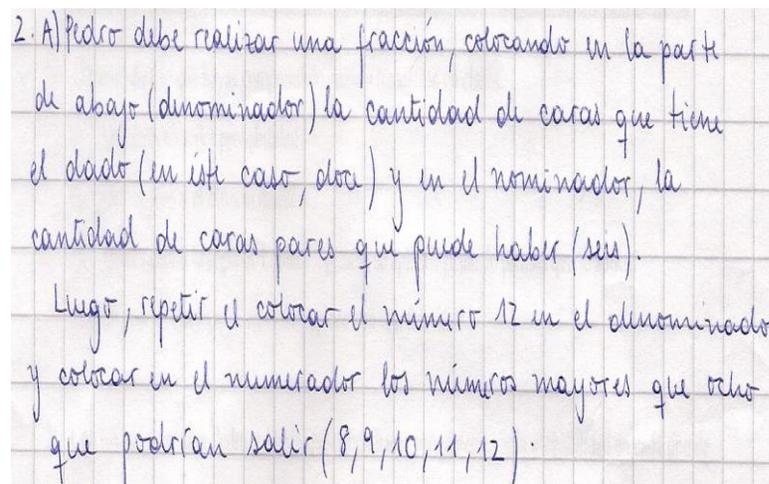
**2.b)** Se observa para este caso y al igual que en el anterior, el sujeto describe el proceso por el cual obtendra la probabilidad solicitada, sin aplicar ningun tipo de calculo u operatoria, es por esto que se categoriza dentro de este conocimiento.



---

**2.a)** En este caso el sujeto reconoce las propiedades y características de una fracción, nombrando el denominador como aquel que corresponden a los casos totales y ubicando en el nominador los casos posibles de suceso.

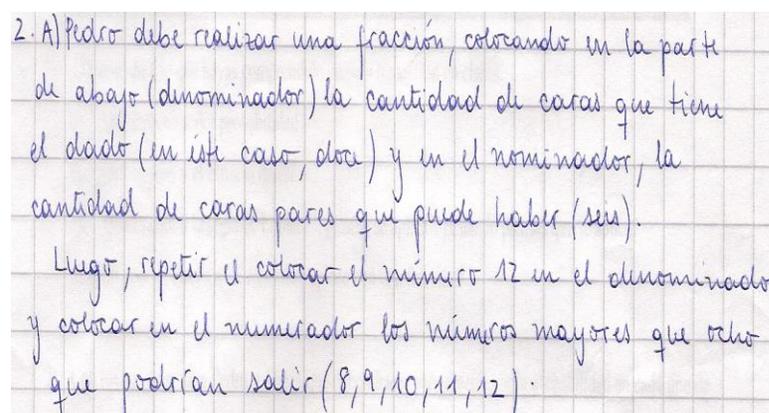
**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**



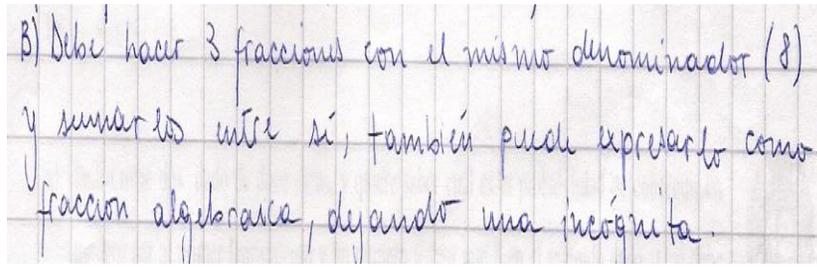
---

**2.a)** En este caso el sujeto utiliza dos tipos de representación, demuestra conocimiento de registros pictóricos asociados al contenido matemático y un conocimiento de registro de lenguaje verbal.

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**



2.b) De la misma forma que en el caso anterior, utiliza conocimientos de registros pictóricos asociados al contenido matemático y un conocimiento de registro de lenguaje verbal.




---

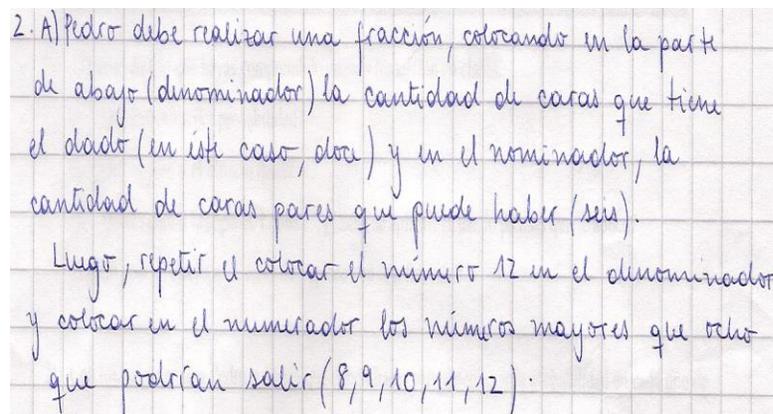
**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

---

**Tipos de Conocimientos**

**Evidencia**

2.a) Se reconoce un conocimiento de conexiones auxiliares, ya que el sujeto recurre a la fracción para ubicar los casos posibles y los casos totales.



**Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos**

2.b) Para este caso el sujeto menciona que para poder encontrar la probabilidad solicitada se “puede dejar expresado como una fracción algebraica, dejando una incógnita”.

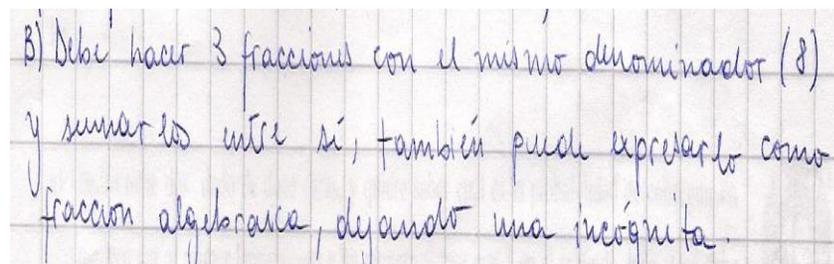


Tabla 26

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 6 en el ítem 3.

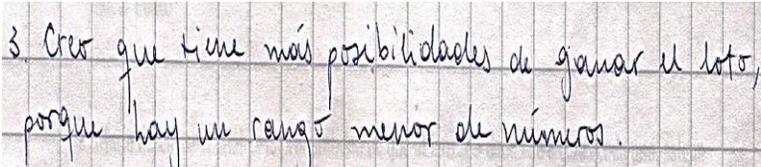
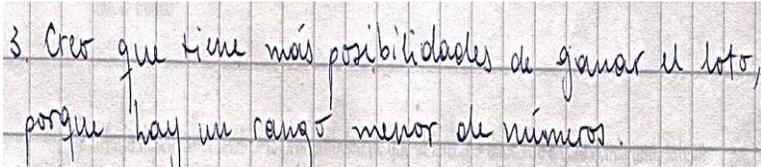
<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido</b>	<p>En este caso, se puede evidenciar que el sujeto responde bajo las creencias personales.</p> 
<b>Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la complejización de un contenido matemático</b>	<p>Es posible categorizarlo dentro de este conocimiento debido a que el sujeto reconoce que el echo de ser una rango o número menor de acierto implica mayor posibilidad de ganar..</p> 

Tabla 27

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 6 en el ítem 4.

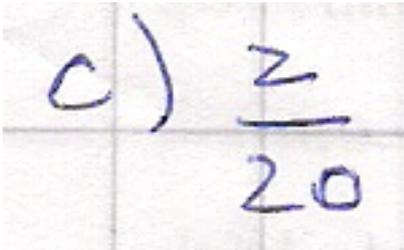
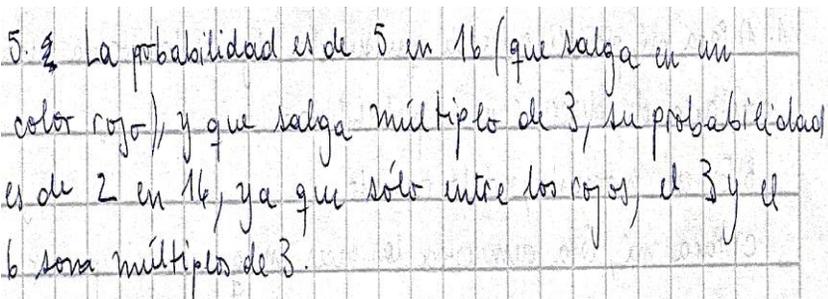
<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de los procedimientos asociados a un contenido matemático</b>	<p>4.c) Se reconoce un conocimiento procedimental de tipo estándar debido a que el sujeto reconoce los casos posibles y los casos totales pero de solo una probabilidad, la de sacar una pelota roja.</p> 

Tabla 28

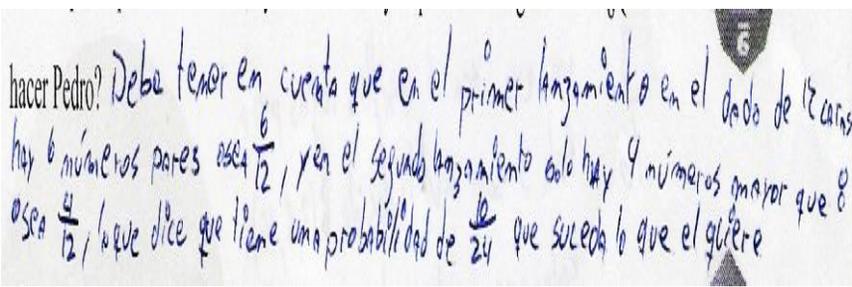
Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 6 en el ítem 5.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
<p><b>Conocimiento de registros de representación asociado a un contenido matemático</b></p>	<p>Se logra evidenciar que el sujeto realiza una representación de registro de lenguaje verbal.</p> 

- **Sujeto 8**

Tabla 29

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 8 en el ítem 2.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
<p><b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b></p>	<p>2.a) Se presenta conocimiento de tipo procedimental estándar al aplicar regla de Laplace, casos favorables sobre casos posibles para representar las probabilidades.</p> 

---

2.b) Se observa procedimiento estándar asociado a la aplicación de la regla de Laplace de casos favorables sobre casos posibles, para el cálculo de las probabilidades que el sujeto considera debe obtener para resolver el ejercicio propuesto.

que salga número par es  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$   
que sea la suma es  $(\frac{14}{20})$  }  $\frac{26}{44}$

---

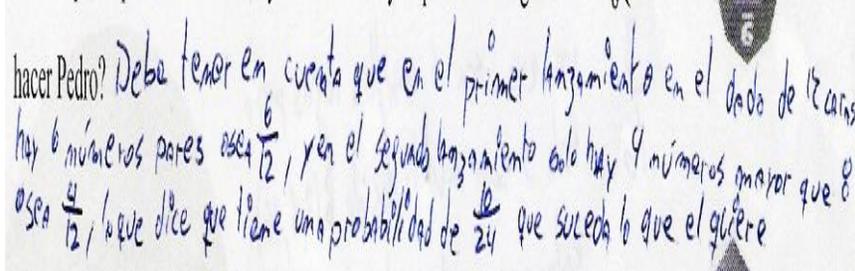
2.a) Se observa conocimiento con respecto a las propiedades ya que realiza la operatoria correspondiente a la unión de las probabilidades, que, según el sujeto se debe realizar para resolver la actividad, aunque lo correcto sería haber aplicado multiplicación ya que es una intersección “y”.

hacer Pedro? Debe tener en cuenta que en el primer lanzamiento en el dado de 12 caras hay 6 números pares sea  $\frac{6}{12}$ , y en el segundo lanzamiento solo hay 4 números mayor que 8 sea  $\frac{4}{12}$ , lo que dice que tiene una probabilidad de  $\frac{1}{6}$  que suceda lo que el quiere

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

2.b) Se observa conocimiento de las propiedades al intentar realizar una suma de acuerdo a la unión de las probabilidades, aunque en este caso, esta incorrecta ya que se debía multiplicar debido la intersección de probabilidades

que salga número par es  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$   
que sea la suma es  $(\frac{14}{20})$  }  $\frac{26}{44}$

<b>Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático</b>	2.a) Se observa conocimiento sobre diversas representaciones, ya que se encuentra registro aritmético en lenguaje fraccionario y en lenguaje verbal, al explicar cómo calcula la probabilidad.
	 <p>hacer Pedro? Debe tener en cuenta que en el primer lanzamiento en el dado de 12 caras hay 6 números pares sea <math>\frac{6}{12}</math>, y en el segundo lanzamiento solo hay 4 números mayor que 8 sea <math>\frac{4}{12}</math>, lo que dice que tiene una probabilidad de <math>\frac{10}{24}</math> que suceda lo que el quiere</p>

**dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

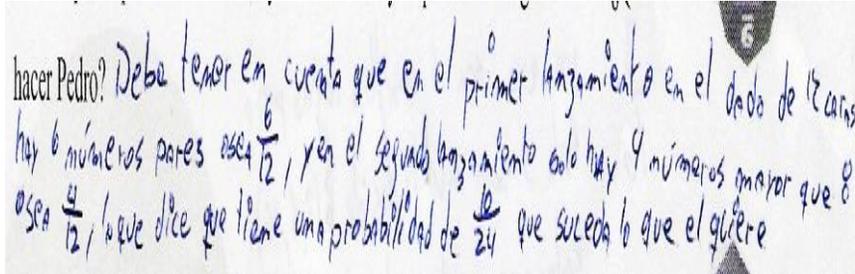
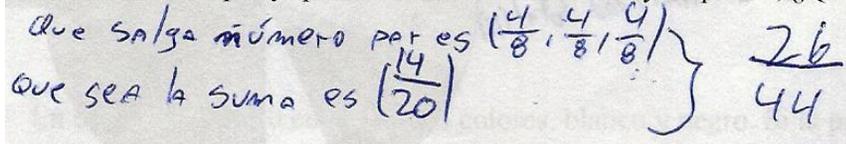
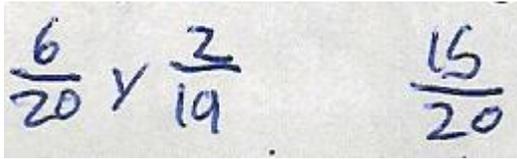
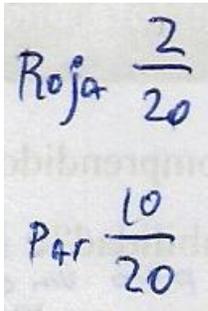
<b>Tipos de Conocimiento</b>	<b>Evidencia</b>
<b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b>	2.a) Se observa conocimiento de simplificación, ya que realiza un retrospección hacia contenidos previos, en este caso la operatoria de racionales.
	 <p>hacer Pedro? Debe tener en cuenta que en el primer lanzamiento en el dado de 12 caras hay 6 números pares sea <math>\frac{6}{12}</math>, y en el segundo lanzamiento solo hay 4 números mayor que 8 sea <math>\frac{4}{12}</math>, lo que dice que tiene una probabilidad de <math>\frac{10}{24}</math> que suceda lo que el quiere</p>
	2.b) Se aprecia conocimiento simplificación, debido a que utiliza un contenido previo, la suma de fracciones, para resolver el ejercicio propuesto.
	 <p>que salga número par es <math>(\frac{4}{8}, \frac{4}{8}, \frac{0}{8})</math> } <math>\frac{26}{44}</math>  que sea la suma es <math>(\frac{14}{20})</math></p>

Tabla 30

*Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 8 en el ítem 4.*

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimientos</b>	<b>Evidencia</b>
	<p>4.a) Se utiliza procedimiento de tipo estándar en la aplicación de la regla de Laplace, en este caso 7 casos favorables sobre 20 casos totales.</p> 
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p>4.b) Se observa conocimiento sobre procedimiento estándar de la regla de Laplace, la cual es aplicada para calcular las probabilidades de cada uno de los sucesos de manera independiente.</p> 
	<p>4.c) Se observa conocimiento procedimental estándar de Laplace, para calcular cada una de las probabilidades de los sucesos que salga rojo o que salga número par, de manera independiente.</p> 

4.b) Se identifica conocimiento sobre propiedades de las probabilidades, al calcula la probabilidad de que no ocurra un suceso sumando la probabilidad de que ocurran todos demás, o restándole a 1 la probabilidad de que este ocurra. También demuestra conocer el hecho de que, si no existe reposición, se debe restar 1 a los casos totales del suceso posterior asociado.

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

$$\frac{6}{20} \text{ y } \frac{2}{19} \quad \frac{15}{20}$$

4.c) Se observa conocimiento de las propiedades de la probabilidad con respecto a la suma de probabilidades para calcular unión se sucesos.

$$\begin{array}{l} \text{Roja } \frac{2}{20} \\ \text{Par } \frac{10}{20} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Roja } \frac{2}{20} \\ \text{Par } \frac{10}{20} \end{array}} \right\} \frac{12}{40}$$

---

**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

---

**Tipos de Conocimientos**

**Evidencia**

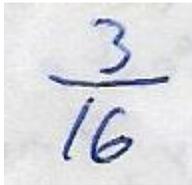
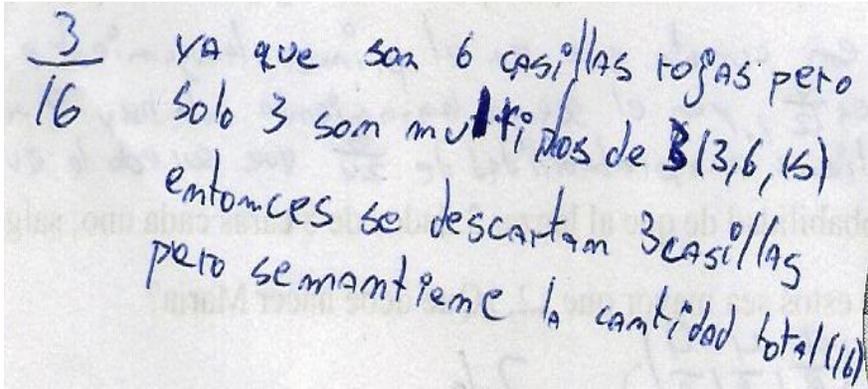
4.c) Se observa conocimiento de simplificación, al utilizar operatoria de fracciones, el cual es un contenido previo para intentar resolver el ejercicio.

**Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático**

$$\begin{array}{l} \text{Roja } \frac{2}{20} \\ \text{Par } \frac{10}{20} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Roja } \frac{2}{20} \\ \text{Par } \frac{10}{20} \end{array}} \right\} \frac{12}{40}$$

Tabla 31

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 8 en el ítem 5.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
<p><b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b></p>	<p>Se observa conocimiento procedimental estándar al escribir mediante regla de Laplace, el resultado de la probabilidad de que ocurriera el suceso.</p> 
<p><b>Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático</b></p>	<p>Conocimiento de registros de representación, debido a que se presenta representación aritmética en lenguaje fraccionario, y luego representación verbal del suceso.</p> 

- Sujeto 12

Tabla 32

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 12 en el ítem 2.

---

**Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)**

---

Tipos de Conocimientos	Evidencia
------------------------	-----------

**2.a)** Se observa que el sujeto realiza un procedimiento de tipo estándar, ya que utiliza la regla de Laplace para desarrollar y encontrar la probabilidad solicitada:

acer Pedro? En el primer lanzamiento del tener en cuenta que su preferencia tiene un 50% de éxito y que en el segundo tiene 30%.

$$60 = 12 = 0,5$$

$$\frac{6}{12}$$

$$\frac{4}{12}$$

$$40 = 12 = 0,3$$

$$4$$

**Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático**

**2.b)** Al igual que en el caso anterior, el sujeto realiza un procedimiento de tipo estándar, ya que utiliza la regla de Laplace

Hay muchos casos en los que María podría obtener dichos resultados, uno de ellos es:  $\frac{6}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{4} = 0,25$  o 25%. (Los números dentro de la probabilidad son el 6 y el 8)

**Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático**

2.b) Es posible observar que el sujeto es capaz de reconocer la simplificación como una propiedad que se enseña junto con las fracciones

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

2.a) Se observa que el sujeto es capaz de presentar un conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, fraccionaria, decimal, y porcentual y un conocimiento de registro de lenguaje verbal.

acer Pedro? En el primer lanzamiento del dado tener en cuenta que su preferencia tiene un 50% de éxito y que en el segundo tiene 30%.

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**

$$60 = 72 = 0,5$$

$$\frac{6}{72}$$

$$\frac{4}{72}$$

$$40 \cdot 72 = 0,3$$

2.b) Es posible observar que el sujeto presenta un conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, ya que representa de manera fraccionaria, decimal, y porcentual, y un conocimiento de registro de lenguaje verbal.

Hay muchos casos en los que María podría obtener dichos resultados, uno de ellos

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

(Los números dentro de los paréntesis son el 6 y el 8)

---



---

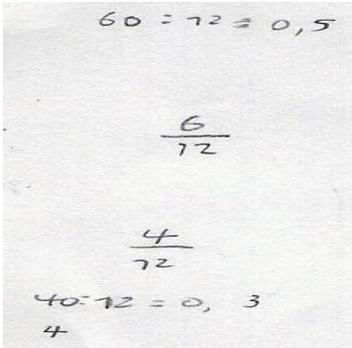
**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

---

Tipos de Conocimientos	Evidencia
------------------------	-----------

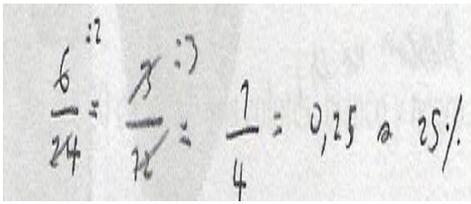
---

	<p><b>2.a)</b> Es posible evidenciar que el sujeto recurre a la división de fracciones.</p>
--	---



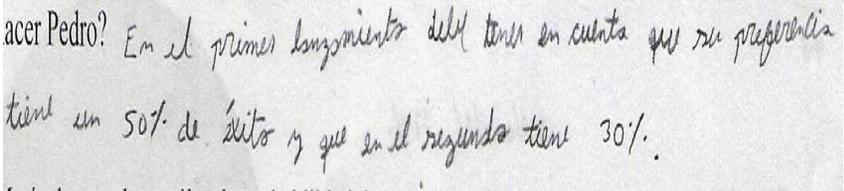
**Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático**

	<p><b>2.b)</b> Es posible reconocer un conocimiento de tipo simplificación, debido a que el sujeto recurre a un conocimiento previo que es de la simplificación de fracciones.</p>
--	--



**Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos**

	<p><b>2.a)</b> Es posible evidenciar que el sujeto realizar conexiones de tipo auxiliar, ya que expresa valores de tipo fraccionario, decimal y porcentual.</p>
--	---



$$60 = 72 = 0,5$$

$$\frac{6}{72}$$

$$\frac{4}{72}$$

$$40 \cdot 72 = 0,3$$

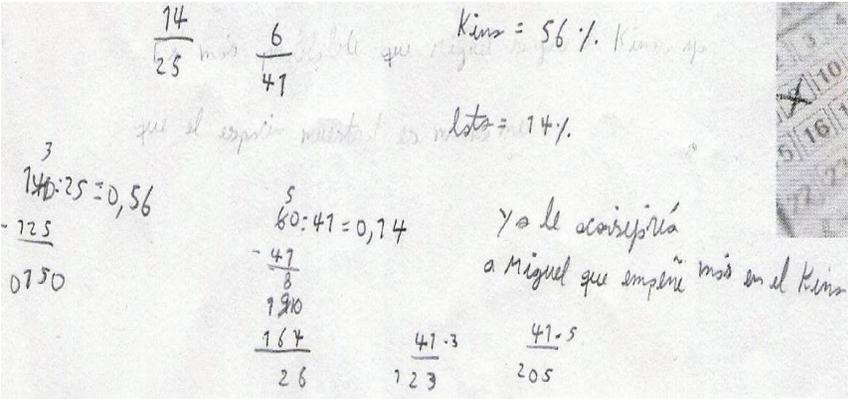
$$4$$

**2.b)** Al igual que en el caso anterior, es posible evidenciar que el sujeto recurre a realizar conexiones de tipo auxiliar, ya que expresa valores de tipo decimal, porcentual y fraccionario, entendiendo que todos expresan lo mismo.

$$\frac{6}{24} = \frac{8}{72} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

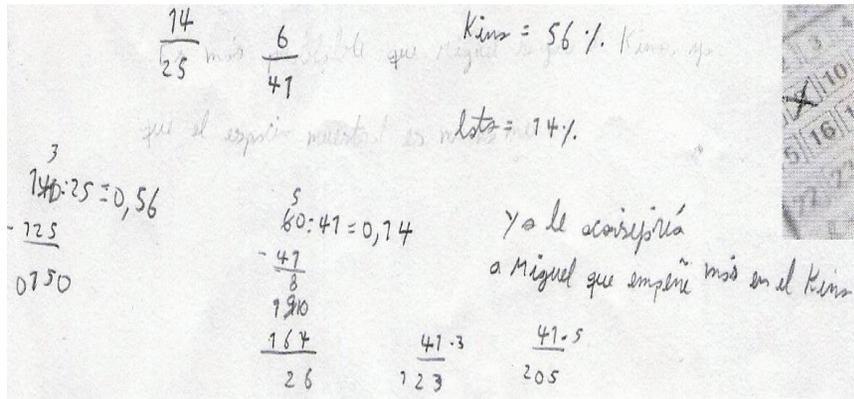
Tabla 33

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 12 en el ítem 3.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipos de Conocimientos	Evidencia
	Es posible reconocer un procedimiento de tipo estándar, ya que el sujeto utiliza la regla de Laplace para encontrar las probabilidades y responder a la pregunta.
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	 <p> <math>\frac{14}{25}</math> más <math>\frac{6}{41}</math> posible que Miguel = 56%. Kimo, ya que el espacio muestral es más = 14%.  <math>\frac{14}{25} = 0,56</math>  <math>\frac{6}{41} = 0,14</math>  <math>\frac{1}{4} = 0,25</math>          Ya le aconsejaría a Miguel que empere más en el Kimo.       </p>

Es posible reconocer un conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, fraccionaria, decimal.

**Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático**



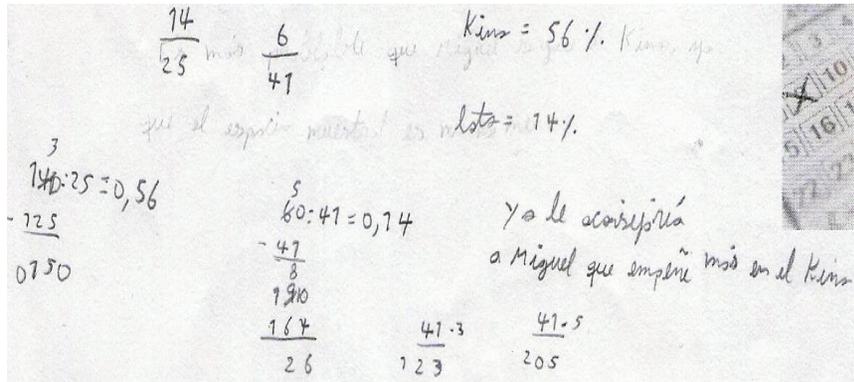
**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

**Tipos de Conocimientos**

**Evidencia**

Se evidencia un tipo de conocimiento de simplificación, ya que recurre a las a la division de fracciones.

**Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático**



El sujeto realiza conecciones de tipo auxiliar, ya que es capaz de reconocer una fracción como un numero decimal, a su vez, como un porcentaje.

**Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos**

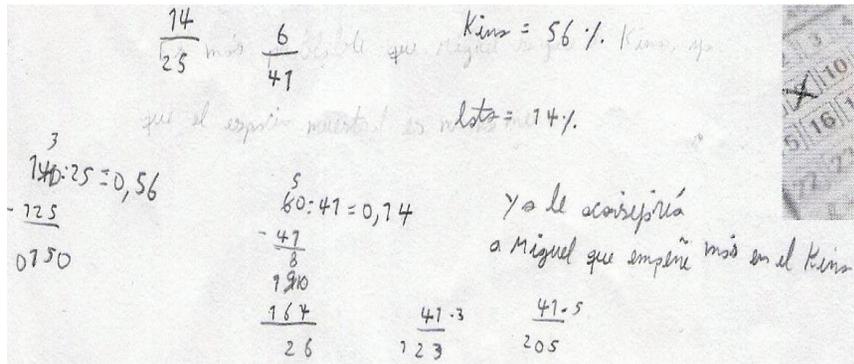
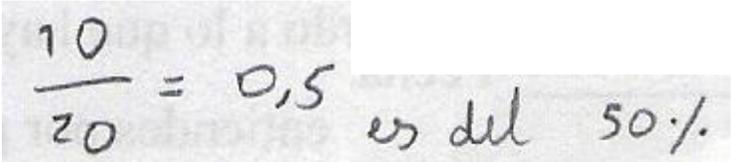
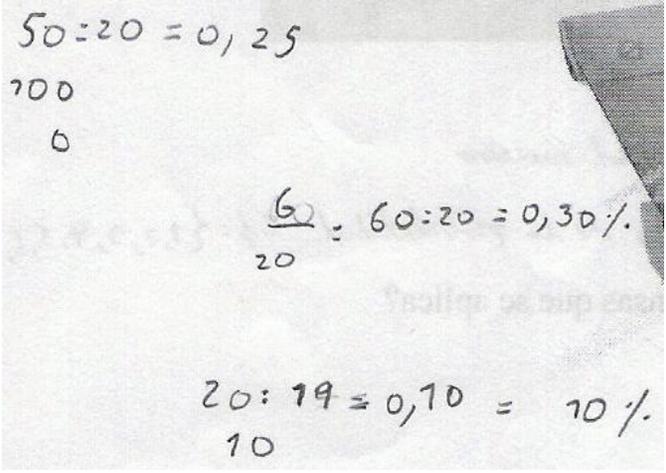
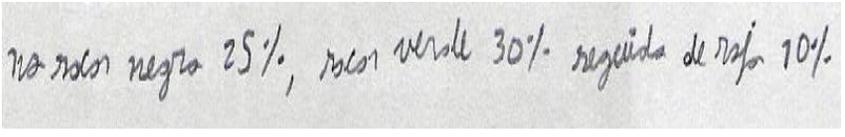
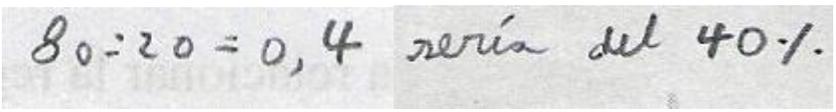


Tabla 34

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 12 en el ítem 4.

<b>Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)</b>	
<b>Tipos de Conocimiento</b>	<b>Evidencia</b>
	<p><b>4.a)</b> Es posible evidenciar que el sujeto realiza un proceso de tipo estándar, ya que utiliza la regla de Laplace para encontrar la probabilidad solicitada.</p> 
<b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b>	<p><b>4.b)</b> El sujeto utiliza un procedimiento de tipo estándar ya que utiliza la regla de Laplace para encontrar la probabilidad solicitada</p> 
	
	<p><b>4.c)</b> Se evidencia un conocimiento procedimental de tipo no estándar, ya que el sujeto reconoce los casos totales y los casos posibles, pero no los ubica dentro de la fórmula sino que procede a dividir y calcular la probabilidad.</p> 

4.a) Es posible evidenciar que el sujeto utiliza distinto tipos de registros aritméticos en sus escrituras fraccionaria, decimal, y porcentual.

$$\frac{10}{20} = 0,5 \text{ es del } 50\%$$

4.b) Se observa que el sujeto utiliza registros aritméticos en sus escrituras fraccionaria, decimal, y porcentual.

na color negro 25%, color verde 30% seguida de rojo 10%.

Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático

$$50:20 = 0,25$$

$$60:20 = 0,30\%$$

$$20:10 = 0,10 = 10\%$$

4.c) Es posible observar que el sujeto realiza registros aritméticos en sus escrituras fraccionaria, decimal, y porcentual.

$$80:20 = 0,4 \text{ sería del } 40\%$$

**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

Tipos de conocimiento	Evidencia
Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático	<p>4.a) Se puede evidenciar que el sujeto recurre a la división de fracciones.</p> $\frac{10}{20} = 0,5$

---

**4.b)** Es posible observar este tipo de conocimiento ya que el sujeto realiza la división de fracciones.

Handwritten calculations on a piece of paper:

$$\begin{array}{r} 50 : 20 = 0,25 \\ 700 \\ 0 \end{array}$$
$$\frac{60}{20} = 60 : 20 = 0,30 \%$$
$$\begin{array}{r} 20 : 19 = 0,10 = 10 \% \\ 10 \end{array}$$

---

**4.a)** Es posible observar que el sujeto realiza conexiones entre las fracciones, números decimales y los porcentajes, para darle sentido a su respuesta.

Handwritten calculation on a piece of paper:

$$\frac{10}{20} = 0,5 \text{ es del } 50 \%$$

**4.b)** Es posible observar que el sujeto realiza conexiones de tipo auxiliar entre las fracciones, los números decimales y con los porcentajes.

**Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos**

Handwritten text on a piece of paper:

na rdon negro 25%, rdon verde 30% seguida de rdon 10%.

Handwritten calculations on a piece of paper:

$$\begin{array}{r} 50 : 20 = 0,25 \\ 700 \\ 0 \end{array}$$
$$\frac{60}{20} = 60 : 20 = 0,30 \%$$
$$\begin{array}{r} 20 : 19 = 0,10 = 10 \% \\ 10 \end{array}$$

4.c) Es posible observar que el sujeto realiza conexiones de tipo auxiliar entre las fracciones, los números decimales y con los porcentajes.

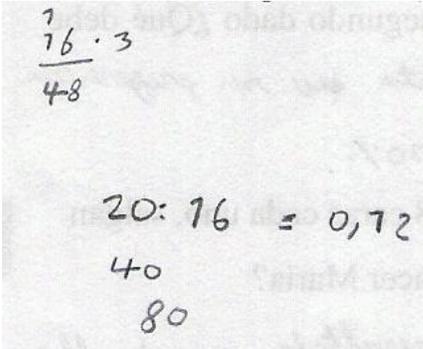
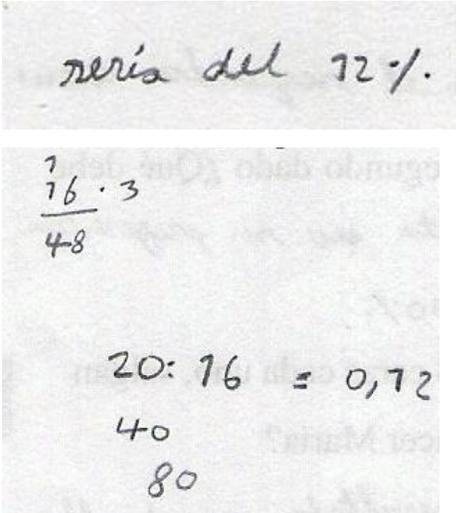
$80:20 = 0,4$  sería del 40%.

Tabla 35

Análisis específico de los tipos de conocimientos para el sujeto 12 en el ítem 5.

Conocimiento de los temas (Knowledge of Topics – KoT)	
Tipo de Conocimiento	Evidencia
<p><b>Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático</b></p>	<p>Se logra observar que el sujeto realiza un procedimiento de tipo no estándar, ya que explícitamente no utiliza la regla de Laplace, pero si es capaz de reconocer tanto los casos favorables o posibles, versus los casos totales.</p> <p> <math>20:16 = 0,72</math>            40            80            sería del 72%.            ya que la posibilidad de que salgan solo 2 números frente a los otros 14 que no se descomponen no es, pero nada, alta.         </p>
<p><b>Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático</b></p>	<p>Se logra evidenciar que el sujeto es capaz de representar presentar un conocimiento de registros aritméticos en sus escrituras, fraccionarias, decimal, y además un conocimiento de registro de lenguaje verbal.</p> <p> <math>20:16 = 0,72</math>            40            80            sería del 72%.            ya que la posibilidad de que salgan solo 2 números frente a los otros 14 que no se descomponen no es, pero nada, alta.         </p>

**Dominio de Conocimiento de la Estructura de la Matemática (Knowledge of the Structure of Mathematics – KSM)**

<b>Tipo de Conocimiento</b>	<b>Evidencia</b>
<p><b>Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático</b></p>	<p>El sujeto es capaz de reconocer la division como parte de las fracciones</p> 
<p><b>Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos</b></p>	<p>Se reconoce que el suejto realiza conexiones entre las fracciones, los numeros decimales y los porcentajes.</p> 

#### 4.2.4 Caracterización según tipo de conocimiento

La siguiente caracterización se genera de las tablas expuestas anteriormente en los análisis generalizados tanto del Liceo Técnico Profesional y del Colegio Científico Humanista.

##### 4.2.4.1 Liceo Técnico Profesional

Con respecto al conocimiento de los procedimientos matemáticos, en cuanto a los procedimientos estandarizado, el liceo TP se caracteriza por aplicar regla de Laplace de manera convencional: casos favorables sobre casos posibles expresados en lenguaje fraccionario. Los procedimientos no estándar se caracterizaron por expresar de manera verbal el procedimiento que se debía realizar, expresando que el resultado era una cantidad “*dividida*” en el total, en lenguaje natural.

En relación al conocimiento de las propiedades y sus fundamentos, este se caracteriza principalmente por dos aplicaciones: primero, el utilizar las propiedades de suma y multiplicación, que corresponden a la unión e intersección de probabilidades respectivamente. En segundo lugar, se pudo evidenciar el conocimiento de la propiedad que indica que la suma de todas las probabilidades de un suceso suma 1, la que fue utilizada para responder a la pregunta sobre la probabilidad de que no ocurriera un suceso.

Acercas del conocimiento de registros de representación, el liceo TP se caracteriza por presentar tanto registro aritmético, como pictórico y verbal. En relación al registro aritmético fue posible observar que los estudiantes representaban las probabilidades de los sucesos de manera fraccionaria, y luego realizaban la división respectiva para obtener su representación en lenguaje decimal, y finalmente en lenguaje porcentual. Referente al registro pictórico, este se caracteriza por estar presente en la representación de manera simbólica de los posibles resultados dada una cierta condición. Por ejemplo, números pares en el ítem 2.a) (2,4,6,8,10,12), números primos en el 4.a) (5,7,11,13,17,19,23) y número par mayor a 12 en el 4.c) (14, 16, 18, 20 ,22, 24), en los cuales los estudiantes escribieron de manera simbólica (números) los resultados favorables, los que luego sumaron como cantidad para expresar la probabilidad. Acercas del registro verbal, este se caracterizó por representar la regla de Laplace de manera verbal, es decir, expresar el resultado del procedimiento, pero no de manera fraccionaria sino que en lenguaje natural, es decir, en vez de escribir que el

resultado de la probabilidad era  $5/16$ , este fue expresado: *“la probabilidad es que salgan 5 de 16 porque hay 5 casillas de color rojo en la ruleta”* (STP 9).

Referente a los conocimientos de la fenomenología asociada a un contenido matemático, en el colegio TP se caracterizó por respuestas en las cuales los y las estudiantes responden en base a la experiencia que poseen respecto al problema en cuestión, ejemplo: *“ninguno porque juega mucho gente pero si llegara a ganar sera mas facil ganar el loto por que son menos números a elegir que el kino”* (STP 8).

En cuanto al conocimiento de la Simplificación de un contenido, el liceo TP se caracteriza por el uso de operatoria de fracciones para resolver cálculos sobre probabilidades, como en la regla de adición y multiplicación, en la cual deben sumar y multiplicar probabilidades expresadas mayoritariamente en lenguaje fraccionario. También fue recurrente observar conocimiento sobre simplificación, debido a la realización de divisiones con resultado decimal tanto finitos como infinitos periódicos, los cuales fueron expresados como tal, multiplicación de números con diversa cantidad de dígitos, y suma de números en lenguaje decimal. Estos contenidos fueron vistos con anterioridad en niveles más bajos, pero que debieron ser aplicados para resolver la actividad propuesta.

Con respecto al conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, el establecimiento TP se caracteriza por utilizar el lenguaje porcentual para responder a las preguntas planteada, luego de obtener las probabilidades en lenguaje fraccionario. Por lo que utilizan el contenido de porcentajes y su conversión como un auxiliar para representar la probabilidad de que ocurra un suceso o evento.

#### 4.2.4.2 Colegio Científico Humanista

Con respecto al conocimiento de los procedimientos matemáticos, en cuanto a los procedimientos estandarizado, el colegio CH se caracteriza por aplicar regla de Laplace de manera convencional: casos favorables sobre casos posibles expresados de manera fraccionaria. Referente a los procedimientos no estandarizados, estos se caracterizaron por una representación verbal del procedimiento de Laplace, en el cual se expresó la división que se debía realizar, pero con lenguaje natural.

Acerca del conocimiento de las propiedades y sus fundamentos, el colegio CH se caracterizó principalmente por la utilización de las propiedades de suma y

multiplicación, que corresponden a la unión e intersección respectivamente, para calcular probabilidades cuando fue necesario. Se pudo evidenciar también el conocimiento de la propiedad que indica que la suma de todas las probabilidades de un suceso suma 1, la que fue utilizada para responder a la pregunta sobre la probabilidad de que no ocurriera un suceso, restándole a 1 la probabilidad de que si ocurriera el suceso, o sumando las probabilidades de que ocurrieran los demás casos posibles.

En cuanto al conocimiento de registros de representación, el establecimiento CH se caracteriza por presentar tanto registro aritmético, como pictórico y verbal. En relación al registro aritmético fue posible observar que los y las estudiantes representaban las probabilidades de los sucesos de manera fraccionaria, y luego realizaban la división respectiva para obtener su representación en lenguaje decimal, y finalmente en lenguaje porcentual. Con respecto al registro pictórico, este se caracteriza por estar presente en la representación de manera simbólica de los posibles resultados dada una cierta condición. Por ejemplo, números mayores que 8 en el ítem 2.a) (8, 9, 10, 11, 12), las posibles combinaciones de números que suman más de doce en el 2.b)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 8 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ 4 & 8 & 2 & 6 & 8 & 8 \end{pmatrix}$ , números primos en el 4.a) (5,7,11,13,17,19,23), número par mayor a 12 en el 4.c) (14, 16, 18, 20, 22, 24), y las casillas color rojo (3-6-10-15-16), en los cuales los estudiantes escribieron de manera simbólica (números) los resultados que cumplen la condición de la probabilidad, los que luego sumaron como cantidad para expresar el resultado. En cuanto al registro verbal, este se caracterizó por expresar en lenguaje natural las probabilidades de acuerdo a la regla de Laplace, utilizando términos como “dividido”, “sobre”, “partirlos”, entre otros.

Respecto a la fenomenología se logra caracterizar que los y las estudiantes del colegio CH responden en base a las experiencias y creencias que poseen sobre el objeto de problema, un ejemplo de esto es: *“le aconsejaría que viera los números con más probabilidad de salir comparando los números de ganadores pasados. Creo que primero ganara el loto, ya que tiene que elegir bien solo 6 números. mientras que en el kino no puede equivocarse e 14 números”* (SCH 19).

En lo que respecta al conocimiento de la simplificación, los y las estudiantes del colegio CH se caracterizan por utilizar contenidos vistos en niveles anteriores que fueron utilizados para poder responder las actividades propuestas, estos contenidos son: operatorias relacionadas con el uso de fracciones (suma, multiplicación), como también

la regla de adición y multiplicación en el caso de hablar de unión o intersección, además de realizar la división entre el numerador y el denominador obteniendo como resultado números decimales que luego expresan en porcentajes.

#### 4.2.5 Tablas de Resumen General

La siguiente tabla indica de manera global, un análisis de acuerdo a las categorías de conocimientos observados en la información entregada por los y las estudiantes en los ítems 1, 2, 3, 4 y 5:

Tabla 36

*Tabla de resumen de evidencia según categorías de conocimiento de cada tipo de establecimiento educativo.*

<b>Conocimiento</b>	<b>TP</b>	<b>CH</b>
<b>Procedimental</b>	54,97%	64,91%
<b>Propiedades</b>	12,78%	26,31%
<b>Representación</b>	26,32%	45,86%
<b>Fenomenología</b>	21,05%	33,33%
<b>Complejización</b>	0%	7,89%
<b>Simplificación</b>	18,71%	21,64%
<b>Transversales</b>	1,05%	13,68%
<b>Auxiliares</b>	7,01%	7,60%

*Nota.* Procedimental: Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático; Propiedades: Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático; Representación: Conocimiento de los registros de representación asociados a un contenido matemático; Fenomenología: Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático; Complejización: Conocimiento de la complejización de un contenido matemático; Simplificación: Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático; Transversales: Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos; Auxiliares: Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Esta contiene un resumen, de forma general, del porcentaje de estudiantes que evidenciaron los tipos de conocimiento descritos con anterioridad en el desarrollo del instrumento de evaluación.

Los porcentajes se calcularon en base a los ítems en los cuales fue posible evidenciar cada una de las categorías del conocimiento. Por ejemplo, si el Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido de matemáticos (ver en la tabla como “Propiedades”) fue observado en 7 de las 11 preguntas analizadas, entonces el total de posibles evidencias es de 19 (muestra de individuos) multiplicado por 7, es decir 133 posibles evidencia. De esta manera, debido a que 17 estudiantes del liceo TP demostraron este tipo de conocimiento en alguno de sus procedimientos, entonces este corresponderá a 12,78% del total para esta categoría.

De acuerdo a esto, el Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático fue evidenciado en 54,97% de las respuestas de los y las estudiantes del liceo TP, siendo superada en casi 10 puntos porcentuales por las del colegio CH en el cual, un 64,91% presenta éste tipo de conocimiento.

Referente al Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a los contenidos matemáticos, en el liceo TP un 12,78% de los estudiantes demostraron en sus respuestas poseer un conocimiento de este tipo, muy por debajo del CH, que demostraron esta categoría de conocimiento en un 26,31% de ellas.

Con respecto al Conocimiento de los registros de representación asociada a un contenido matemático, se observa que el liceo TP manifiesta un 26,32% de respuestas referentes a este tipo de conocimiento, un valor que se encuentra por debajo respecto a las evidencias que se encuentran en el colegio CH, ya que estos presentan un 45,86%.

En cuanto al Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático, fue posible evidenciarlo en 21,05% de las respuestas de los estudiantes del liceo TP, en cambio un 33,33% de los estudiantes del colegio CH demostraron poseer este conocimiento.

En relación al Conocimiento de la complejización de un contenido matemático, es posible determinar que no se reconocen evidencias empíricas acerca de éste en las respuestas de los estudiantes del liceo TP, por el contrario en el colegio CH se obtiene un 7,89% de respuestas que manifiestan dicho conocimiento.

Acercas del Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático se observa que el liceo TP evidencia un 18,71% de respuestas relativas a esta categoría del conocimiento, frente a un 21,64% del colegio CH.

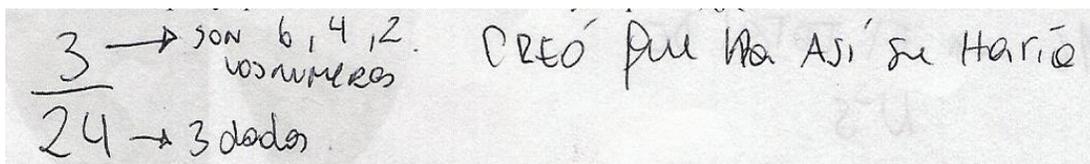
Sobre el Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemático se reconoce un 1,05% de evidencias presentadas por los y las estudiantes del liceo TP, frente a un 13,68% que exhiben los y las estudiantes del colegio CH.

Finalmente, el Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos, se reflejó en un 7,01% en lo desarrollado por los estudiantes del liceo TP, versus un 7,60% obtenido por el colegio CH.

#### 4.2.6 Identificación de obstáculos epistemológicos

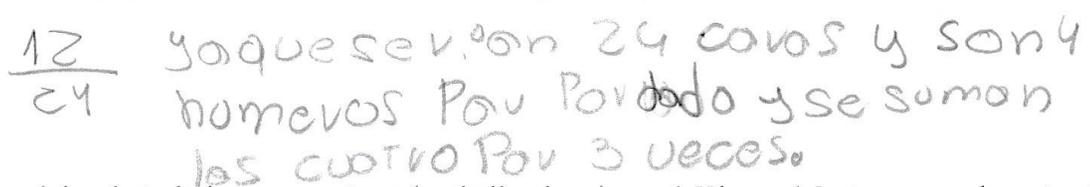
En ambos colegios, en el ítem 2 pregunta b), fue posible identificar obstáculo de origen epistemológico debido a la complejidad del contenido en sí, ya que el cálculo de esta probabilidad abarca conceptos matemáticos como combinatoria y sus respectivos factoriales. Ejemplos:

2.b)



$\frac{3}{24}$  → son 6, 4, 12. los números. CREO que no así se haría.

(SCH 3)



$\frac{12}{24}$  ya que se ven 24 casos y son 4 números por por lado y se suman los cuatro por 3 veces.

(STP 8)

3)

Yo creo que ganaría primero el Kino ya que es menor el rango que le dan aun que la cantidad que le pidieron de números es mayor por lo cual igual hay muchas posibilidades al igual que en el loto.

(SCH 4)

P1: Le aconsejo que renuncie a su trabajo y busque uno que le quite el ánimo a trabajar ya que por el camino que va no es muy buena

P2: no lo sé

$\frac{14}{166} = 11,85$  probabilidad

$166 \cdot 14 = 11,857142$

120  
80  
100  
206040

(STP 2)

En cuanto a la regla aditiva y multiplicativa, correspondientes a la unión e intersección de sucesos respectivamente, fue posible evidenciar obstáculo epistemológico en cuanto a identificar y aplicar la intersección, debido a que esta no fue utilizada en los ítems correspondientes (ítem 2.b), 4.b) y 4.c)), y en su lugar realizaban la adición. Esto fue observado de manera recurrente en las evaluaciones analizadas, y de acuerdo a la definición de Sierpinska (1997), debido a este patrón de recurrencia en ambos establecimientos, es catalogado como un obstáculo con este origen. Ejemplos:

2.b)

que salga número par es  $(\frac{4}{8}, \frac{4}{8}, \frac{4}{8})$   
 que sea la suma es  $(\frac{14}{20})$

26  
44

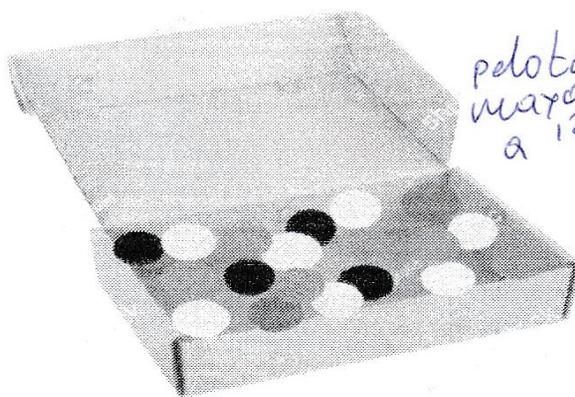
(SCH 8)

4.b)

una pelota verde seguida de una roja, ¿Cuál es la  
B ¿genia la misma probabilidad de sacar n°  
 20 Primo.

(STP 6)

4.c)



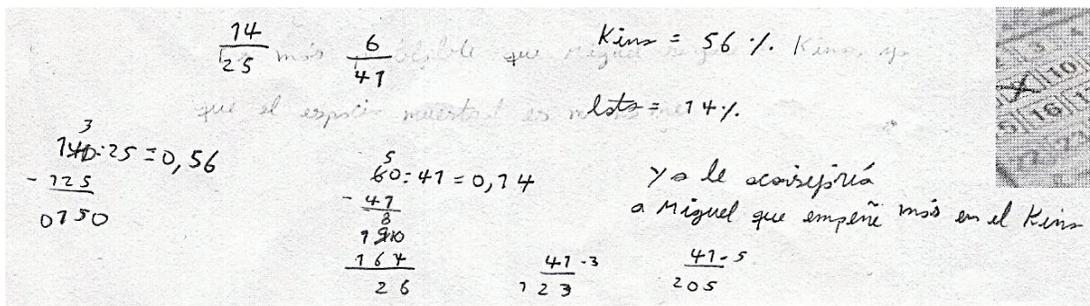
pelotas  
 negras  
 a 12 =  $\frac{4}{20} = 0,2 \%$   
 rojas 0,1 %.

prob  
 de → =  $\frac{4}{12} = 0,3 \%$   
 sacar  
 NUM + 12  
 rojo.

(STP 5)

Referente a la regla de Laplace, este concepto en sí se transforma en un obstáculo epistemológico debido a que es útil en ejercicios anteriores y posteriores, pero que, en el ítem 3 se comporta como un impedimento para la resolución de este, ya que identifican la cantidad de aciertos que se deben tener como los casos favorables (numerador), y la cantidad de números totales entre los que se puede elegir, como los casos posibles (denominador). En consecuencia, debido a este conocimiento previo, no logran resolver el ejercicio planteado aplicando combinatorias, la cual es la forma correcta para llegar al resultado de la probabilidad. Ejemplos:

3)



$\frac{74}{25}$  más  $\frac{6}{41}$  posible que Miguel es 56%. Kira es 74%  
 que el espacio muestral es n° 25 = 74%.

$3$   
 $74 \cdot 25 = 0,56$   
 $- 725$   
 $0750$

$5$   
 $60 : 41 = 0,74$   
 $- \frac{47}{8}$   
 $790$   
 $\frac{167}{26}$

$\frac{41-3}{123}$        $\frac{41-5}{205}$

Ya le aconsejaría a Miguel que empiece más en el Kira

(SCH 12)

Que siga trabajando porque es muy poco probable que se lo gane, aunque con el kino tiene más posibilidades de ganar que con el lotto

$$\frac{14}{25} = \text{Kino}$$

$$\frac{6}{41} = \text{Lotto}$$

(STP 12)

## 5) CAPÍTULO V: CONCLUSIONES

Con respecto a las categorizaciones efectuadas sobre los tipos de conocimiento y obstáculos identificados en el desarrollo del instrumento de evaluación, y que fueron expuestos en el capítulo anterior, se plantean las principales conclusiones que surgen luego de este análisis.

Referente a la pregunta de investigación, fue posible establecer que no se encontraron diferencias significativas entre los conocimientos que poseen una mayor predominancia y que fueron observados en desarrollo del instrumento de evaluación (ver Anexo A). En ambos tipos de establecimientos educacionales se evidencia:

- Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático.
- Conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.
- Conocimiento de registros de representación asociado a un contenido matemático.
- Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático.
- Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- Conocimiento de conexiones transversales entre contenidos matemáticos
- Conocimiento de conexiones auxiliares entre contenidos matemáticos.

Siendo únicamente el Conocimiento de la complejización de un contenido matemático, el tipo de conocimiento evidenciado en el colegio científico humanista y no en el liceo técnico profesional. Estableciendo esta como la única categoría de conocimiento que evidencia una diferencia entre los tipos de conocimientos que poseen los y las estudiantes de ambos centros educativos.

De acuerdo con las evidencias expuestas anteriormente es posible concluir que no existen diferencias con respecto a tipos de obstáculos epistemológicos identificados tanto en los y las estudiantes del colegio CH como en las estudiantes del liceo TP.

Con respecto a los supuestos planteados al inicio de la investigación, se establece que:

- Referente a los conocimientos del colegio CH, este si presento un mayor Conocimiento de los procedimientos y Conocimientos de la complejización de un contenido matemático con respecto al liceo TP. Por otro lado, el liceo TP no presenta un mayor tipo de Conocimiento de la fenomenología y Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático que el colegio CH. Por lo que respecta a los tipos de conocimientos solo se logró comprobar los supuestos referentes al colegio científico humanista.
- De acuerdo a lo que se pudo identificar, los y las estudiantes de ambos tipos de establecimientos educacionales presentaron los mismos tipos de obstáculos epistemológicos en los contenidos matemáticos (Regla de Laplace, Principio Combinatorio y Reglas de Adición y Multiplicación).

A continuación se presentan cuatro apartados, en el primero de ellos se concluye sobre la caracterización de los tipos conocimientos que se evidencia en cada uno de los establecimientos. En el segundo apartado se establecen conclusiones con respecto a la prevalencia de conocimientos en cada establecimiento de acuerdo a la tabla general (ver tabla 36). En el tercer apartado se realizan conclusiones con respecto a los tipos de obstáculos epistemológicos evidenciados en cada establecimiento educacional. Por último se establecen recomendaciones a los establecimientos educacionales, docentes y futuros investigadores.

### 5.1 Conclusión con respecto a la caracterización del conocimiento matemático

Se establece que, en cuanto al Conocimiento de procedimientos, en ambos establecimientos este se caracterizó por la aplicación estándar de la regla de Laplace.

Con respecto al Conocimiento de las propiedades, se evidenció, tanto en el CH como en el TP la utilización de regla aditiva y multiplicativa, y de propiedad que indica que la suma de todos los sucesos suman 1.

En consideración al Conocimiento de registros de representación, también en ambos colegios fue posible observar tres tipos de registros: Aritmético, pictórico y verbal. Dentro del registro aritmético se evidencio lenguaje fraccionario, decimal y porcentual, dentro del registro pictórico de observó la representación simbólica de los casos favorables según la condición dada, y con respecto al registro verbal, se observó la verbalización de la Regla de Laplace.

En cuanto al Conocimiento de fenomenologías asociadas al contenido matemático, las respuestas de los estudiantes de los dos colegios, se caracterizan por evidenciar su experiencia personal o creencias sobre los juegos de azar expuestos.

En relación al Conocimiento de la simplificación, este se caracterizó en ambos centros educativos por el uso de operatoria de racionales, en el cual destacan la suma y multiplicación de fracciones, la conversión de fracción a decimal, la adición de decimales, entre otros. Debido a la cantidad de evidencia, el Conocimiento de conexiones auxiliares sólo fue posible caracterizarlo en el liceo TP, en cual se distingue por la utilización de lenguaje porcentual para responder ciertos ejercicios planteados.

La cantidad de evidencia encontrada en los conocimientos sobre conexiones transversales y complejización no permitieron su caracterización en ninguno de los establecimiento educacionales.

## 5.2 Conclusión en base a la tabla general

En base a los datos expuestos en la tabla de resumen general según tipos de conocimientos, se puede concluir que:

- En el liceo TP predomina el conocimiento de procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, seguido por el Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático, continuando con el Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático y finalmente se reconoce el Conocimiento de la simplificación de un contenido matemático.
- Por otro lado, el colegio CH demuestra también una predominancia de Conocimiento de los procedimientos matemáticos asociados a un contenido matemático, en segundo lugar, se sitúa el Conocimiento de registros de representación asociados a un contenido matemático, continuando con el Conocimiento de la fenomenología asociada a un contenido matemático y finalizando con el Conocimiento las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un contenido matemático.

### 5.3 Conclusión con respecto a la identificación de Obstáculos Epistemológicos

Con respecto a los obstáculos epistemológicos identificados luego de la aplicación del instrumento de evaluación (Ver anexo A), se pudieron identificar principalmente tres tipos obstáculos:

- El primer obstáculo epistemológico se identifica en el contenido matemático de combinatoria y permutaciones, debido a la complejidad del cálculo de los ejercicios propuestos y que requerían de este concepto.
- El segundo, se encuentra en la propiedad de unión y su respectiva suma, la cual se convierte en un obstáculo epistemológico, ya que este conocimiento fue útil al calcular probabilidades en las cuales debía ocurrir un suceso u otro, pero que se vuelve un obstáculo cuando ambos sucesos deben ocurrir, lo cual corresponde a una intersección (“y”) y se debe aplicar multiplicación para encontrar la probabilidad correcta.
- Finalmente encontramos la regla de Laplace, la cual se transforma en un obstáculo epistemológico, ya que es un conocimiento que fue útil en ejercicios como el 2.a) o 4.a), pero se vuelve un impedimento en el cálculo de probabilidades que necesitan otros contenidos como lo es la combinatoria en el ítem 3.

### 5.4 Recomendaciones

Se propone realizar este mismo tipo de estudio aplicando instrumentos de recolección de datos, como entrevistas semi-estructuradas tanto a docentes como estudiantes, con el fin de poder identificar obstáculos de origen didáctico y ontogenético.

Con respecto a los establecimientos que fueron parte del estudio se les recomienda que:

- Potencien en sus estudiantes los conocimientos a nivel procedimental y de registros de representación, ya que fueron las categorías de conocimiento que más se utilizaron para resolver las actividades propuestas.
- Al liceo técnico profesional se le sugiere buscar estrategias didácticas que les permitan incrementar y reforzar Conocimientos de propiedades y fundamentos atribuibles al contenido matemático junto con Conocimiento de conexiones tanto auxiliares como transversales.

- Al colegio científico humanista se le sugiere buscar estrategias didácticas que les permitan incrementar y reforzar Conocimientos de conexiones tanto auxiliares como transversales y Conocimiento de la simplificación del contenido matemático.

Se recomienda a los docentes que tomen en consideración la evidencia empírica presentada en los análisis específicos, con el fin de que puedan generar secuencias didácticas acorde a las categorías de conocimientos presentes en cada tipo de los establecimientos educacionales.

## 6) CAPÍTULO VI: BIBLIOGRAFÍA

- Agencia de Calidad de la Educación (2017). *Factores asociados a resultados educativos* 2016. Recuperado de [http://archivos.agenciaeducacion.cl/Factores asociados a los resultados educativos.pdf](http://archivos.agenciaeducacion.cl/Factores%20asociados%20a%20los%20resultados%20educativos.pdf)
- Alsina, A., & Vásquez, C. (2013). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesor. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 85, 5-23. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos_01.pdf)
- Araneda, A., Del Pino, G., Estrella, S., Icaza, G., & San Martín, E. (2011). Recomendaciones para el currículum escolar del eje de Datos y Probabilidades. Recuperado de <http://www.soche.cl/archivos/Recomendaciones.pdf>
- Arum, R., & Shavit, Y. (1995). Secondary vocational education and the transition from school to work. *Sociology of Education*, 187-204.
- Autino, B., Digion, M., Lydia, L., Marcoleri, M., Montalvetti, P., & Soruco, O. Obstáculos didácticos, ontogenéticos y epistemológicos identificados desde la comunicación en el aula de Matemática. Recuperado de <http://www.lematec.net.br/CDS/XIICIAEM/artigos/738.pdf>
- Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (2). Recuperado de <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6886/6572>
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 8(3), 247-264. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2096616>
- Brousseau, G. (1986) Theorisation des Phenomenes l'Enseignement des Mathematiques. Recuperado de [https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/471995/filename/These\\_GB.pdf](https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/471995/filename/These_GB.pdf)

- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage
- Carrillo, J., Contreras, L. C., & Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 193-200). Granada, España: Comares.
- Carrillo, J., Flores, E., Climent, N., Contreras, L., Aguilar, A., Escudero, D., & Montes, M. (2013). Investigación sobre el profesor de matemáticas en la Universidad de Huelva (España). En C. Dolores, M. García, J. Hernández, & L. Sosa, *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 97 - 116). México: Diaz de Santos.
- Del Pino, G., & Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64. Recuperado de <http://www.pensamientoeducativo.uc.cl/files/journals/2/articles/483/public/483-2227-1-PB.pdf>
- Driessnack, M., Sousa, V. y Costa, I. (2007). Revisión de los diseños de investigación relevantes para la enfermería: parte 3: métodos mixtos y múltiples. *Revista Latino-Americana de Enfermagem*, 15(5), 179-182. Recuperado de [http://www.scielo.br/pdf/rlae/v15n5/es\\_v15n5a24.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rlae/v15n5/es_v15n5a24.pdf)
- Duval R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Peter Lang. Recuperado de [http://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/L\\_Ouvert/n083/o\\_83\\_47-49.pdf](http://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/L_Ouvert/n083/o_83_47-49.pdf)
- Escudero, D., & Carrillo, J. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas secundaria. Recuperado de [rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/11456/Una\\_caracterizacion\\_del\\_conocimiento.pdf?sequence=2](http://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/11456/Una_caracterizacion_del_conocimiento.pdf?sequence=2)

- Escudero, D. & Carrillo, J. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria [Figura]. Recuperado de [rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/11456/Una\\_caracterizacion\\_del\\_conocimiento.pdf?sequence=2](http://rabida.uhu.es/dspace/bitstream/handle/10272/11456/Una_caracterizacion_del_conocimiento.pdf?sequence=2)
- Farías, M., & Carrasco, R. (2012). Diferencias en resultados académicos entre educación técnico-profesional y humanista-científica en Chile. *Calidad en la educación*, (36), 87-121. Recuperado de <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-45652012000100003>
- Freudenthal, H. (1986). *Didactical phenomenology of mathematical structures* (Vol. 1). Springer Science & Business Media. Recuperado de [https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=Ow3KrKYnZLwC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Freudenthal,+H.+\(1983\).+Didactical+Phenomenology+of+Mathematical+Structures.+Dordrecht:+Reidel&ots=VoVYSXf239&sig=DQbPbBFSieeipiiXCQrE-R5NALU#v=onepage&q&f=false](https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=Ow3KrKYnZLwC&oi=fnd&pg=PR7&dq=Freudenthal,+H.+(1983).+Didactical+Phenomenology+of+Mathematical+Structures.+Dordrecht:+Reidel&ots=VoVYSXf239&sig=DQbPbBFSieeipiiXCQrE-R5NALU#v=onepage&q&f=false)
- Fuentes, J., y Guisasola, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. *Educación matemática*, 21(3), 127-162. Recuperado en 15 de abril de 2018, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000300006&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000300006&lng=es&tlng=es)
- Gallardo, Y., & Moreno, A. (s.f.) Aprende a Investigar Modulo 3: RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN. Recuperado de <http://academia.utp.edu.co/grupobasicoclinicayaplicadas/files/2013/06/3.-Recolecci%C3%B3n-de-la-Informaci%C3%B3n-APRENDER-A-INVESTIGAR-ICFES.pdf>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (Vol. 3). México: McGraw-Hill. Recuperado de <https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/38911499/Sampieri.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1531551501&Signature=%2FMpikiuKQ5WGkpeXkH2VO07sIOo%3D&response-content-disposition=inline%3B%20filename%3DSampieri.pdf>

- Larrañaga, O., Cabezas, G., & Dussailant, F. (2013). Informe completo del Estudio de la Educación Técnico Profesional. *Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo-Chile Área de Reducción de la Pobreza y la Desigualdad*. Recuperado de [http://www.undp.org/content/dam/chile/docs/pobreza/undp\\_cl\\_pobreza\\_estudio\\_ETP\\_2013.pdf](http://www.undp.org/content/dam/chile/docs/pobreza/undp_cl_pobreza_estudio_ETP_2013.pdf)
- Lorenzo, O., & Herrera, L. (2011). Fundamentación metodológica. *Exedra: Revista Científica*, (2), 137-146. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/3686006.pdf>
- Ministerio de Educación (MINEDUC). (2012). *Bases curriculares de la educación básica*. Recuperado de [http://www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/1b\\_6b/bases\\_marcos/Bases%20Curriculares%20Educacion%20Ba%CC%81sica%202012.pdf](http://www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/1b_6b/bases_marcos/Bases%20Curriculares%20Educacion%20Ba%CC%81sica%202012.pdf)
- Ministerio de Educación (MINEDUC). (2013). *Bases curriculares de la educación básica*. Recuperado de [http://www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/1b\\_6b/bases\\_marcos/Bases%20Curriculares%20Educacion%20Ba%CC%81sica%202013.pdf](http://www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/1b_6b/bases_marcos/Bases%20Curriculares%20Educacion%20Ba%CC%81sica%202013.pdf)
- Ministerio de Educación. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Recuperado de [www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/7b\\_2m/bases\\_marcos/Bases\\_Curriculares\\_7°\\_básico\\_a\\_2°\\_medio.pdf](http://www.curriculumnacional.cl/wp-content/uploads/7b_2m/bases_marcos/Bases_Curriculares_7°_básico_a_2°_medio.pdf)
- Nilsson, P., & Li, J. (2015). Teaching and learning of probability. In *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 437-442). Springer, Cham. Recuperado de [https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-12688-3\\_36.pdf](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-12688-3_36.pdf)
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), (2014). Enseñanza y Aprendizaje: lograr la calidad para todos. Recuperado de <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002256/225654s.pdf>
- Osorio, C. (2016). Obstáculos epistemológicos en el conocimiento probabilístico. *Revista Ciencias de la Educación* 27 (48), 232-249. Recuperado de <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/48/art14.pdf>

- Pajares, A., & Tomeo, V. (2009). Enseñanza de la Estadística y la Probabilidad en Secundaria: experimentos y materiales. Recuperado de: [http://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXIII/depc/Pajares Tomeo R.pdf](http://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXIII/depc/Pajares_Tomeo_R.pdf)
- Quecedo, R., & Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. *Revista de Psicodidáctica*, (14), 5-39. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17501402>
- Sandín, M. (2003) "Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones". Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana de España (pp.258). *Revista de Pedagogía*, 26(77), 48-58. Recuperado de [http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0798-97922005000300007&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0798-97922005000300007&lng=es&tlng=es)
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, 25, 23-58.
- Schoenfeld, A. (2010). *How We Think: A Theory of Goal-Oriented Decision Making and its Educational Applications*. Recuperado de [https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=oYlaBwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Schoenfeld,+A.+\(2010\).+How+we+think.&ots=SfSR\\_zN2Ph&sig=ArLck3HVQwmBH3uH6OKPKITPqTg#v=onepage&q=Schoenfeld%2C%20A.%20\(2010\).%20How%20we%20think.&f=false](https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=oYlaBwAAQBAJ&oi=fnd&pg=PP1&dq=Schoenfeld,+A.+(2010).+How+we+think.&ots=SfSR_zN2Ph&sig=ArLck3HVQwmBH3uH6OKPKITPqTg#v=onepage&q=Schoenfeld%2C%20A.%20(2010).%20How%20we%20think.&f=false)
- Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*. Vol. 33, n. 2, págs. 173-189. Recuperado de [http://rabida.uhu.es/bitstream/handle/10272/10791/Conocimiento del profesor.pdf?sequence=2](http://rabida.uhu.es/bitstream/handle/10272/10791/Conocimiento_del_profesor.pdf?sequence=2)
- Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Sage. Recuperado de [https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=ApGdBx76b9kC&oi=fnd&pg=PR11&dq=Stake,+R.+\(1995\).+The+Art+of+case+study.&ots=KvIHf0K19u&sig=x8iCqnsQUYVxG6xvjGNnLSWR7Pk#v=onepage&q&f=false](https://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=ApGdBx76b9kC&oi=fnd&pg=PR11&dq=Stake,+R.+(1995).+The+Art+of+case+study.&ots=KvIHf0K19u&sig=x8iCqnsQUYVxG6xvjGNnLSWR7Pk#v=onepage&q&f=false)

Vásquez, C., Pincheira, N., & Díaz-Levicoy, D. (2016). ¿Qué significa enseñar y aprender probabilidad? Un primer análisis desde el currículo de educación primaria. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1165-1182. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/8696/1/V%C3%A1squez%2C Pincheira y D%C3%ADaz-Levicoy.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/8696/1/V%C3%A1squez%2C%20Pincheira_y_D%C3%ADaz-Levicoy.pdf)

## 7) CAPÍTULO VII: ANEXO

### Anexo A: Instrumento de Evaluación

#### INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

El siguiente Test es de carácter formativo, no se realizará ningún tipo de evaluación a las respuestas obtenidas de las y los estudiantes, por lo que no se deben limitar a responder las preguntas, ya que lo que argumenten es lo que nos dará la información que utilizaremos en nuestro trabajo de investigación. Cabe recalcar el hecho de que no se utilizarán sus datos

- 1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.
  - a) ¿Qué entiendes por probabilidad?
  - b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?
  - c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuándo piensas que se aplica?
  - d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?
  
- 2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.
  - a) Pedro tiene dos dado de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado ¿Qué debe hacer Pedro?
  
  - b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12, ¿Qué debe hacer María?

- 3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



- 4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.
- a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?
  - b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 1). Explica el porqué de tu respuesta.

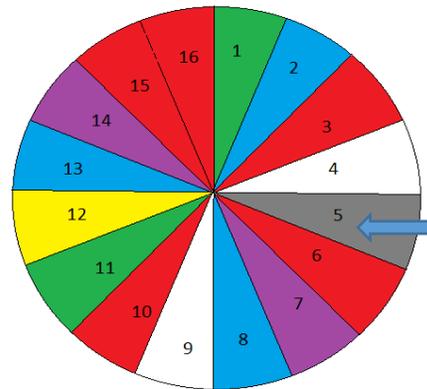


Figura 1

6) En tu curso, ¿Sabes si hay dos compañeros que estén de cumpleaños el mismo día?, ¿Cuál es la probabilidad de que esto suceda?, y ¿Qué elementos matemáticos utilizarías para saberlo exactamente?

7) Una jugadora de la selección chilena suele acertar al 75% de sus tiros al arco. Si pateo 2 veces al arco, ¿Cuál es la probabilidad de acertar los 2 goles?

8) En una bolsa hay 20 cubos de dos colores, blanco y negro. Si la probabilidad de sacar un cubo de color negro es de  $\frac{2}{5}$ , ¿Cuántas bolas blancas hay más que negras?

**Anexo B. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 2 pregunta “a”.**

	Conocimiento de los temas										Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculos		
	Procedimiento		Propiedades	Representación			Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales		C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético		
	Estándar	No Estándar		Afirmética	Pictórica	Verbal				C. transversales	C. transversales						
Sujeto 1	x			x													
Sujeto 2	x							x				x					
Sujeto 3	-	-		-				-				-					
Sujeto 4	x							x				x					
Sujeto 5	-	-		-				-				-					
Sujeto 6	x							x				x					
Sujeto 7	x											x					
Sujeto 8	x											x					
Sujeto 9												x					
Sujeto 10	-	-		-				-				-					
Sujeto 11	x							x				x					
Sujeto 12	x		x									x					
Sujeto 13	x											x					
Sujeto 14	-	-		-				-				-					
Sujeto 15	x											x					
Sujeto 16	-	-		-				-				-					
Sujeto 17	-	-		-				-				-					
Sujeto 18	-	-		-				-				-					
Sujeto 19	x											x					

**Anexo C. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 2 pregunta “b)”.**

Sujeto	Procedimiento		Conocimiento de los temas				Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo			
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales		C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético
				Aritmética	Pictórica				Verbal	C. transversales				
Sujeto 1	x											x		
Sujeto 2	x			x								x		
Sujeto 3	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 4	x				x			x				x		
Sujeto 5	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 6	x							x				x		
Sujeto 7	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 8	x		x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 9	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 10	x											x		
Sujeto 11	x											x		
Sujeto 12	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 13	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 14	x											x		
Sujeto 15	x											x		
Sujeto 16	x			x						x		x		
Sujeto 17	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 18	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 19	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	

**Anexo D. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 3.**

Sujeto	Procedimiento		Conocimiento de los temas					Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo			
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Tipo de Obstáculo				
				Aritmética	Pictórica						Verbal	Epistemológico	Didáctico	Otogenético	
Sujeto 1	x											x			
Sujeto 2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 3												x			
Sujeto 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 5												x			
Sujeto 6	x											x			
Sujeto 7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 8														no hay	
Sujeto 9		x												no se identifica	
Sujeto 10	x													no se identifica	
Sujeto 11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	
Sujeto 12	x												x		
Sujeto 13	x												x		
Sujeto 14	x												x		
Sujeto 15	x												x		
Sujeto 16	x												x		
Sujeto 17													x		
Sujeto 18													x		
Sujeto 19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica	

**Anexo E. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 4 pregunta “a)”.**

	Conocimiento de los temas										Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
	Procedimiento		Propiedades	Aritmética	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético			
	Estándar	No Estándar			Pictórica	Verbal											
Sujeto 1	x										x						
Sujeto 2	x			x				x					no se identifica				
Sujeto 3	x										x						
Sujeto 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			no se identifica				
Sujeto 5	x			x									no hay				
Sujeto 6	x			x				x			x						
Sujeto 7	x										x						
Sujeto 8	x										x						
Sujeto 9		x									x						
Sujeto 10	x												no se identifica				
Sujeto 11	x			x						x			no hay				
Sujeto 12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			no se identifica				
Sujeto 13	x										x						
Sujeto 14	x										x						
Sujeto 15	x										x						
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			no se identifica				
Sujeto 17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-			no se identifica				
Sujeto 18	x			x				x				x	no hay				
Sujeto 19	x												no hay				

**Anexo F. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 4 pregunta “b)”.**

	Procedimiento				Conocimiento de los temas							Conocimiento de la estructura					Tipo de Obstáculo		
	Estándar		No Estándar		Propiedades	Aritmética	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogénico			
			Pictórica	Verbal															
Sujeto 1	x		x											x					
Sujeto 2										x				x					
Sujeto 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 4	x				x									x					
Sujeto 5	x		x		x					x				x					
Sujeto 6	x													x					
Sujeto 7	x														no se identifica				
Sujeto 8	x													x					
Sujeto 9	x														no se identifica				
Sujeto 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 11	x		x		x									x					
Sujeto 12	x		x												no se identifica				
Sujeto 13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 15	x		x											x					
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 18	x		x		x					x		x		x					
Sujeto 19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				

**Anexo G. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 4 pregunta “c”.**

Sujeto	Procedimiento		Conocimiento de los temas					Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Representación			Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético
				Aritmética	Pictórica	Verbal								
Sujeto 1	x		x						x			x		
Sujeto 2									x					x
Sujeto 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 5	x			x					x					
Sujeto 6	x			x					x					
Sujeto 7	x											no se identifica		
Sujeto 8	x											no se identifica		
Sujeto 9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 12	x		x									no se identifica		
Sujeto 13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		

**Anexo H. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Técnico Profesional, ítem 5.**

	Conocimiento de los temas										Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
	Procedimiento		Propiedades	Representación			Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético			
	Estándar	No Estándar		Aritmética	Pictórica	Verbal											
Sujeto 1	x		x			x							no se identifica				
Sujeto 2	x			x					x				no hay				
Sujeto 3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica				
Sujeto 4	x								x				no se identifica				
Sujeto 5	x			x					x				no se identifica				
Sujeto 6	x			x					x				no hay				
Sujeto 7	x												no se identifica				
Sujeto 8	x												no hay				
Sujeto 9									x				no se identifica				
Sujeto 10	x								x				no hay				
Sujeto 11	x			x						x			no se identifica				
Sujeto 12	x												no hay				
Sujeto 13	x												no hay				
Sujeto 14	x												no hay				
Sujeto 15	x								x				no hay				
Sujeto 16	x								x				no hay				
Sujeto 17	x												no se identifica				
Sujeto 18	x			x									no se identifica				
Sujeto 19	x									x			no hay				



**Anexo J. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 2 pregunta “b”).**

	Conocimiento de los temas										Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo					
	Procedimiento		Propiedades	Representación			Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético	Epistemológico		Didáctico		Ontogenético	
	Estándar	No Estándar		Aritmética	Pictórica	Verbal									no se identifica	no se identifica	no se identifica	no se identifica	no se identifica	
Sujeto 1																				
Sujeto 2	x				x										x					
Sujeto 3	x					x									x					
Sujeto 4	x					x									x					
Sujeto 5	x														x					
Sujeto 6	x														x					
Sujeto 7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sujeto 8	x														x					
Sujeto 9	x														x					
Sujeto 10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sujeto 11	x					x														
Sujeto 12	x					x														
Sujeto 13		x																		
Sujeto 14	x																			
Sujeto 15	x														x					
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sujeto 17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sujeto 18	x					x														
Sujeto 19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

**Anexo K. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 3.**

Sujeto	Procedimiento		Conocimiento de los temas					Conocimiento de la estructura					Tipo de Obstáculo		
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético		
				Aritmética	Pictórica									Verbal	
Sujeto 1	x										x				
Sujeto 2	x										x				
Sujeto 3						x					x				
Sujeto 4	x						x				x				
Sujeto 5	x										x				
Sujeto 6						x					x				
Sujeto 7	x										x		no hay		
Sujeto 8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 9	x										x				
Sujeto 10						x					x				
Sujeto 11	x										x				
Sujeto 12	x				x						x				
Sujeto 13	x										x				
Sujeto 14	x										x				
Sujeto 15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica		
Sujeto 18	x							x			-	-	no se identifica		
Sujeto 19						x					-	-	no hay		

**Anexo L. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 4 pregunta “a”).**

	Conocimiento de los temas				Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo				
	Procedimiento		Propiedades	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didático	Ontogenético
	Estándar	No Estándar		Aritmética	Pictórica								
Sujeto 1	x									x			
Sujeto 2	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 3	x							x		x			
Sujeto 4	x										no hay		
Sujeto 5	x									x			
Sujeto 6	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 7		x									no se identifica		
Sujeto 8	x										no hay		
Sujeto 9	x										no hay		
Sujeto 10		x								x			
Sujeto 11	x									x			
Sujeto 12	x					x				x			
Sujeto 13	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 14	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 15	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 16							x				no se identifica		
Sujeto 17	x									x			
Sujeto 18	-		-			-					no se identifica		
Sujeto 19	x					x			x	x			

**Anexo M. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 4 pregunta “b”.**

	Procedimiento		Conocimiento de los temas						Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético		
				Aritmética	Pictórica									Verbal	
Sujeto 1	x		x								x				
Sujeto 2	x		x								x				
Sujeto 3	x											no se identifica			
Sujeto 4	x		x								x				
Sujeto 5	x		x								x				
Sujeto 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica			
Sujeto 7	x		x	x				x			x				
Sujeto 8	x		x								x				
Sujeto 9	x		x		x						x				
Sujeto 10		x	x								x				
Sujeto 11	x		x								x				
Sujeto 12	x										x				
Sujeto 13	x		x									no hay			
Sujeto 14	x		x								x				
Sujeto 15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica			
Sujeto 16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica			
Sujeto 17	x		x								x				
Sujeto 18	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica			
Sujeto 19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	no se identifica			

**Anexo N. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 4 pregunta “c”).**

Sujeto	Procedimiento		Conocimiento de los temas						Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
	Estándar	No Estándar	Propiedades	Aritmética		Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético
				Pictórica	Verbal	Pictórica	Verbal								
Sujeto 1	x											x			
Sujeto 2	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-		no se identifica		
Sujeto 3	x											x			
Sujeto 4	x				x							x			
Sujeto 5	x											x			
Sujeto 6	x											x			
Sujeto 7	x				x				x			x			
Sujeto 8	x				x				x			x			
Sujeto 9	x				x								no hay		
Sujeto 10		x			x								no hay		
Sujeto 11	x					x						x			
Sujeto 12	x											x			
Sujeto 13	x											x			
Sujeto 14	x											x			
Sujeto 15	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-		no se identifica		
Sujeto 16	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-		no se identifica		
Sujeto 17	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-		no se identifica		
Sujeto 18	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-		no se identifica		
Sujeto 19	x				x					x					

Anexo N. Análisis general de los tipos de conocimiento y obstáculos, colegio Científico Humanista, ítem 5.

	Procedimiento Estándar	Conocimiento de los temas						Conocimiento de la estructura				Tipo de Obstáculo		
		Propiedades		Representación		Fenomenología	Complejización	Simplificación	C. transversales	C. auxiliares	Epistemológico	Didáctico	Ontogenético	
		No Estándar	Aritmética	Pictórica	Verbal									
Sujeto 1	x										no se identifica			
Sujeto 2	x										no hay			
Sujeto 3	x										no se identifica			
Sujeto 4	x										no hay			
Sujeto 5	x										no hay			
Sujeto 6											no se identifica			
Sujeto 7	x										no se identifica			
Sujeto 8	x										no hay			
Sujeto 9	x										no se identifica			
Sujeto 10	x										no se identifica			
Sujeto 11	x										no hay			
Sujeto 12											x			
Sujeto 13	x										no se identifica			
Sujeto 14	x										no hay			
Sujeto 15	x										no hay			
Sujeto 16	x										no se identifica			
Sujeto 17	x										no hay			
Sujeto 18	x										no hay			
Sujeto 19	x										no hay			

## Anexo O. Cantidad de evidencias por categorías de conocimiento.

PROCEDIMENTAL		
Pregunta	TP	CH
1.a	0	0
1.b	0	0
1.c	11	11
1.d	6	5
2.a	11	19
2.b	10	12
3	8	11
4.a	14	10
4.b	11	13
4.c	6	13
5	17	17
<b>TOTAL</b>	<b>94</b>	<b>111</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>54,97%</b>	<b>64,91%</b>

PROPIEDADES		
Pregunta	TP	CH
1.a	0	0
1.b	6	7
1.e	0	0
1.d	0	1
2.a	1	4
2.b	1	3
3	0	0
4.a	0	0
4.b	6	12
4.c	2	4
5	1	4
<b>TOTAL</b>	<b>17</b>	<b>35</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>12,78%</b>	<b>26,31%</b>

REPRESENTACIÓN		
Pregunta	TP	CH
1.a	0	0
1.b	0	0
1.e	0	0
1.d	0	0
2.a	4	17
2.b	4	13
3	0	1
4.a	8	7
4.b	4	3
4.c	2	5
5	13	15
<b>TOTAL</b>	<b>35</b>	<b>61</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>26,32%</b>	<b>45,86%</b>

FENOMENOLOGÍA		
Pregunta	TP	CH
1.a	7	13
1.b	0	0
1.e	0	0
1.d	0	0
2.a	0	0
2.b	0	0
3	5	5
4.a	0	0
4.b	0	0
4.e	0	0
5	0	1
<b>TOTAL</b>	<b>12</b>	<b>19</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>21,05%</b>	<b>33,33%</b>

COMPLEJIZACIÓN		
Pregunta	TP	CH
1.a	0	0
1.b	0	0
1.e	0	0
1.d	0	0
2.a	0	0
2.b	0	1
3	0	2
4.a	0	0
4.b	0	0
4.e	0	0
5	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>0</b>	<b>3</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>0%</b>	<b>7,89%</b>

SIMPLIFICACIÓN		
Pregunta	TP	CH
1.a	0	0
1.b	0	0
1.c	0	1
1.d	10	11
2.a	4	5
2.b	2	5
3	0	2
4.a	3	2
4.b	3	2
4.c	4	3
5	6	6
<b>TOTAL</b>	<b>32</b>	<b>37</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>18,71%</b>	<b>21,64%</b>

TRANSVERSALES		
Pregunta	TP	CH
1.a	1	3
1.b	0	6
1.e	0	0
1.d	0	0
2.a	0	2
2.b	0	1
3	0	0
4.a	0	1
4.b	0	0
4.e	0	0
5	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>1</b>	<b>13</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>1,05%</b>	<b>13,68%</b>

AUXILIARES		
Pregunta	TP	CH
1.a	3	3
1.b	1	0
1.c	1	1
1.d	0	0
2.a	0	3
2.b	1	3
3	0	2
4.a	2	1
4.b	1	0
4.e	0	0
5	2	0
<b>TOTAL</b>	<b>11</b>	<b>13</b>
<b>PORCENTAJE</b>	<b>7,01%</b>	<b>7,60%</b>

## **Anexo P, validación del instrumento de evaluación primer experto**

### **SOLICITUD DE VALIDACIÓN**

Estimado(a) Experto(a):

Junto con saludar y por intermedio de la presente, solicitamos a usted, realizar una validación del presente Instrumento de la Tesis de Pre Grado titulada: **“Análisis comparativo de los obstáculos y de la manera en que adquieren el conocimiento en el eje de probabilidades estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y de un liceo comercial”**

#### **1. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Cuáles son las diferencias que existen en los obstáculos y en la adquisición de conocimientos en el área de las probabilidades entre los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y un liceo comercial?

#### **2. OBJETIVO GENERAL:**

Comparar el conocimiento matemático y los obstáculos presentes dentro del eje de probabilidades, de los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y de un liceo comercial.

#### **3. OBJETIVO ESPECÍFICO AL QUE ESTÁ DIRIGIDO EL INSTRUMENTO QUE SE PRESENTA**

Identificar y evidenciar los tipos de conocimientos y obstáculos que están presentes dentro de la probabilidad, más específicamente en la utilización de la regla de Laplace.

#### **4. DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO A EVALUAR**

Se invitará a los y las estudiantes a responder el siguiente Test el cual tiene como propósito evidenciar sus conocimientos, que serán obtenidos a través de la argumentación o solución que le dan a los problemas presentes en el cuestionario relacionados con la regla de Laplace, donde deberán definir su concepto, además de aplicarla a situaciones de la vida cotidiana. Hay que destacar que utilizaremos el Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), que nos orientará en la categorización de los tipos de conocimientos de los estudiantes, además de analizar los obstáculos propuestos por Brousseau. Al momento de realizar el test se guiará a los estudiantes en el desarrollo de este, sin dar las respuestas a los ejercicios, y así obtener lo que estamos buscando.

Los tipos de conocimientos que esperamos identificar ajustándonos al modelo MTSK son los siguientes:

1. Procedimental (Estándar o no estándar)
2. Conceptos
3. Complejización

4. Representación
5. Fenomenología
6. Simplificación

Muchas gracias por la disposición y las observaciones que pueda realizar.

Saluda cordialmente a usted,

Nicolás Matías Corrales Barraza – Betzabe Patricia Piña Ayala  
Estudiantes Seminaristas de Licenciatura en Educación y  
Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa – UCSH

#### INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO

PERSONALES
<p>Nombre:</p> <p><b>JORGE IVÁN ÁVILA CONTRERAS</b></p>
<p>Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s):</p> <p><b>LICENCIADO EN MATEMÁTICA, USACH</b></p> <p><b>MAGÍSTER EN CIENCIAS EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, CIACATA-IPN, MÉXICO</b></p> <p><b>DR © EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, U LOS LAGOS</b></p>
<p>Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres):</p> <p><b>FORMACIÓN DE PROFESORES</b></p> <p><b>EMOCIONES Y PENSAMIENTO COMPLEJO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA</b></p> <p><b>PENSAMIENTO VARIACIONAL Y ALGEBRAICO</b></p>
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
<p>Nombre de la Institución:</p>

UNIVERSIDAD CATÓLICA SILVA HENRÍQUEZ
Cargo o función que desempeña: ACADÉMICO JORNADA COMPLETA COORDINADOR MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

## PAUTA DE VALIDACIÓN

PREGUNTAS	PROPOSITO DE LA PREGUNTA	LA PREGUNTA ¿ES PERTINENTE?		OBSERVACIONES DEL EVALUADOR	
		SÍ	NO		
<b>TEST DIAGNÓSTICO</b>	<b>1.a)</b>	En esta pregunta se desea obtener lo que entienden los y las estudiantes por probabilidad.	X		Ya que lo que buscan explorar es lo que entienden los estudiantes, no lo que recuerdan o no de determinada definición, personalizaría la pregunta.
	<b>1.b)</b>	En esta pregunta se desea obtener la definición que tienen los y las estudiantes por espacio muestral, cuáles son sus características propias.  (Propiedades; Procedimiento)	X		En lugar de:  9) Ítem de definición de conceptos. a) ¿Qué entienden por probabilidad? b) ¿Qué es el espacio muestral? c) ¿Qué es la regla de Laplace?, ¿Cuándo se aplica?
	<b>1.c)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes la definición de la regla de la place, cuando y cómo se aplica, cómo es su procedimiento.  (Propiedades; Procedimiento)	X		Propongo dejar algo como:  1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en el colegio: a) ¿Qué entiendes por probabilidad? b) ¿Qué es para tí el espacio muestral? c) ¿Qué es para tí la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?
	<b>2.a)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean			Un aspecto formal: trata de "usted" o "tutea", pero no ambas.

		<p>capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Intuición)</p>		<p>Dice: “<b>Calcule</b> la probabilidad para los siguientes casos. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, <b>describa</b> que <b>crees</b> que <b>deberías</b>”</p> <p>Está mezclando ambas formas.</p> <p>Me parece que en vez de “describa” debiese ser “explique”... la explicación lo lleva más al procedimiento en sí mismo, la descripción lo puede llevar a un estado más externo, de describir cosas que hace con las monedas o no, en la explicación debiese ir más al cómo procede para usar La Place.</p> <p>Tal como está redactada, si sabe calcular la probabilidad, puede que anote la respuesta y listo, buscaría redactar de modo que en ambos casos tenga cabida la “explicación” ya que el propósito ustedes dicen que apunta al procedimiento, no al resultado. Tal como está, el o la estudiante entraría a explicar solo si no sabe el procedimiento.</p> <p>¿Por qué no dejarlo por ejemplo como:</p> <p>Para los siguientes casos, explica ¿cómo calcularías la</p>
--	--	--	--	---

					<p>probabilidad...? ¿Cuál es el espacio muestral?</p> <p>En mi opinión, el “<b>calcula</b>” lleva a explorar el resultado el producto, el “<b>explica cómo calcularías</b>” lleva a explorar el proceso, el procedimiento.</p> <p>¿Para qué la imagen de la moneda al final del ítem de preguntas? ¿Es relevante?</p>
	<b>2.b)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Intuición)</p>	X		Idem anterior
	<b>2.c)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es avanzado.</p>	X		Idem anterior

	(Representación; Procedimiento; Intuición)			
<b>3.a)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.  (Procedimiento; Intuición)	X		
<b>3.b)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.  (Procedimiento; Intuición)	X		En el enunciado principal “qué deben hacer...” ese “que” va con acento.  Pondría “en cada uno de los casos siguientes”  En cuanto a fondo me parecen bien los ítemes.
<b>3.c)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es avanzado.  (Procedimiento; Intuición)	X		
<b>4.a)</b>	En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.			Redacción: nuevamente veo que mezcla escritura “usted” con escritura “tuteo” (“describa que crees que deberías...”). Homogeneizar en el escrito.  Si el propósito es “reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de

	(Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)			Laplace” no me queda claro cómo reconocerá los procedimientos si el o la estudiante va rápidamente al resultado en caso de saber hacerlo (ya que dice “Calcule la probabilidad...”). Agregaría alguna frase en la pregunta, una consigna que lo obligue a tener que escribir su procedimiento de resolución en caso que sepa calcular la respuesta rápidamente.
<b>4.b)</b>	En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado, además de reconocimiento de propiedad de sea $s$ un evento cualquiera. $P(\bar{S}) = 1 - P(S)$ (Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)	X		Ídem
<b>4.c)</b>	En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado, además de identificar conocimiento sobre intersección de eventos. (Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)	X		Ídem

5.a)	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información entregada de manera gráfica. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Simplificación; Intuición)</p>	X		<p>Similar a lo anterior, para capturar procedimientos agregaría por ejemplo, después de (Ver Figura 1), algo del estilo “explica el por qué de tu respuesta”</p> <p>Cumple bien con la consigna que plantean en el propósito en cuanto a que debe recoger información gráfica.</p>
5.b)	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información entregada de manera gráfica. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Simplificación; Intuición)</p>	X		Idem
6.	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información entregada de manera gráfica.</p> <p>(Fenomenología; Procedimiento; Complejización; Intuición)</p>	X		<p>No obstante que aparece la imagen del kino, no me queda claro que la información se extraiga desde esa imagen gráfica. Aparece más bien como un complemento, no como un medio efectivo del cuál se extrae la información. La información en este caso se extrae más bien de la información numérica que hay en el enunciado con relación al Kino y al loto. Sugiero buscar otro tipo de información gráfica si ese es el propósito de la pregunta.</p>

7.	<p>En esta pregunta se quiere lograr que los y las estudiantes encuentren el algoritmo que entrega la respuesta correcta, se espera que gran parte del curso responda que la probabilidad es baja, lo cual no sería lo correcto</p> <p>(Fenomenología; Procedimiento; Complejización; Intuición)</p>	X		OK
8.	<p>En este ejercicio se pretende que los estudiantes se den cuenta de que la regla de Laplace no es capaz de responder a la pregunta, y tengan que recurrir a la <b>Distrbución</b> de Bernoulli.</p> <p>(Complejización)</p>	X		<p>Me parece que, a propósito de probabilidades, hay una alta probabilidad que esta pregunta no sea respondida o quede a medias... sobretodo si no es respondida entregaría poca información, agregaría alguna consigna para favorecer que aparezca más información de la mirada estudiantil para poder analizar, por ejemplo, algo del estilo:</p> <p>“Es importante que escribas el desarrollo de tu respuesta y en caso de que no sepas cómo desarrollarla por favor explica por qué no puedes resolverla”</p>
9.	<p>En este ejercicio se pretende que los y las estudiantes logren realizar el proceso inverso de calcular la probabilidad, o sea, entregándoles la probabilidad de suceso obtener la cantidad de elementos.</p>	X		<p>Forma: cuidar que la fracción chiquitita que está antes del signo de interrogación sea bien legible.</p>

		(Complejización)			
--	--	------------------	--	--	--

**Observación:** Sugiero mejorar la redacción y acentos en las instrucciones del instrumento que entregarán a los estudiantes (ver lo pintado en color oscuro en la siguiente página)

## INSTRUMENTO PARA VALIDAR

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

El siguiente Test es de carácter formativo, no se le **realizara** ningún tipo de evaluación a las respuestas obtenidas de los estudiantes, por lo **que no deben limitar a responder** las preguntas, ya que lo que argumenten es lo que nos dará la información que utilizaremos en nuestro trabajo de investigación. Cabe recalcar el hecho de que no se **utilizaran** sus datos

- 1) Ítem de definición de conceptos.
  - a) ¿Qué entienden por probabilidad?
  - b) ¿Qué es el espacio muestral?
  - c) ¿Qué es la regla de Laplace?, ¿Cuándo se aplica?
  
- 2) Calcule la probabilidad para los siguientes casos. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describa que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.
  - a) Si se lanza una moneda, ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?, y ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) Si se lanzan dos monedas, ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 caras o 2 sellos?, y ¿Cuál es el espacio muestral?
  - c) Si se lanzan cuatro monedas, ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1 sello y 2 caras?, y ¿Cuál es el espacio muestral?



- 3) Con tus palabras, di a Pedro, Alonso y María que deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los casos.

- a) Pedro tiene un dado de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento, ¿qué debe hacer Pedro?



- b) Alonso lanza dos dados de 6 caras y desea saber cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 4 en el primer dado y un número mayor a 3 en el segundo dado, ¿qué debe hacer Alonso?

- c) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12, ¿qué debe hacer María?



- 4) Calcule la probabilidad para los siguientes casos. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describa que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas..

- a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número primo?
- b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



- 5) Calcula las siguientes probabilidades.

- a) Al girar una ruleta ¿cuál es la probabilidad de que caiga en el color rojo? (Ver figura 1)

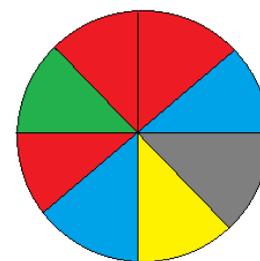


Figura 1

- b) Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2)

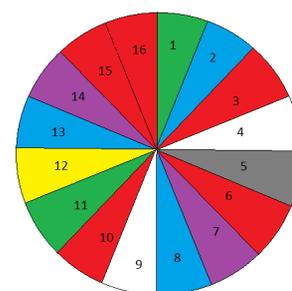


Figura 2

- 6) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero?. Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



- 7) En tu curso, ¿sabes si hay dos compañeros que estén de cumpleaños el mismo día?, ¿cuál es la probabilidad de que esto suceda?, y ¿qué elementos matemáticos utilizarías para saberlo exactamente?

8) Una jugadora de la selección chilena suele acertar al 75% de sus tiros al arco. Si pateo 2 veces al arco, ¿cuál es la probabilidad de acertar los 2 goles?

9) En una bolsa hay 20 cubos de dos colores, blanco y negro. Si la probabilidad de sacar un cubo de color negro es de  $\frac{2}{5}$ , ¿Cuántas bolas blancas hay más que negras?

## **Anexo Q, validación del instrumento de evaluación, segundo experto**

### **SOLICITUD DE VALIDACIÓN**

Estimado(a) Experto(a):

Junto con saludar y por intermedio de la presente, solicitamos a usted, realizar una validación del presente Instrumento de la Tesis de Pre Grado titulada: **“Análisis comparativo de los obstáculos y de la manera en que adquieren el conocimiento en el eje de probabilidades estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y de un liceo comercial”**

#### **5. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Cuáles son las diferencias que existen en los obstáculos y en la adquisición de conocimientos en el área de las probabilidades entre los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y un liceo comercial?

#### **6. OBJETIVO GENERAL:**

Comparar el conocimiento matemático y los obstáculos presentes dentro del eje de probabilidades, de los estudiantes de tercero medio de un colegio científico humanista y de un liceo comercial.

#### **7. OBJETIVO ESPECÍFICO AL QUE ESTÁ DIRIGIDO EL INSTRUMENTO QUE SE PRESENTA**

Identificar y evidenciar los tipos de conocimientos y obstáculos que están presentes dentro de la probabilidad, más específicamente en la utilización de la regla de Laplace.

#### **8. DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO A EVALUAR**

Se invitará a los y las estudiantes a responder el siguiente Test el cual tiene como propósito evidenciar sus conocimientos, que serán obtenidos a través de la argumentación o solución que le dan a los problemas presentes en el cuestionario relacionados con la regla de Laplace, donde deberán definir su concepto, además de aplicarla a situaciones de la vida cotidiana. Hay que destacar que utilizaremos el Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK), que nos orientará en la categorización de los tipos de conocimientos de los estudiantes, además de analizar los obstáculos propuestos por Brousseau. Al momento de realizar el test se guiará a los estudiantes en el desarrollo de este, sin dar las respuestas a los ejercicios, y así obtener lo que estamos buscando.

Los tipos de conocimientos que esperamos identificar ajustándonos al modelo MTSK son los siguientes:

7. Procedimental (Estándar o no estándar)
8. Conceptos
9. Complejización
10. Representación

11. Fenomenología

12. Simplificación

Muchas gracias por la disposición y las observaciones que pueda realizar.

Saluda cordialmente a usted,

Nicolás Matías Corrales Barraza – Betzabe Patricia Piña Ayala

Estudiantes Seminaristas de Licenciatura en Educación y

Pedagogía en Matemáticas e Informática Educativa – UCSH

#### INFORMACIÓN GENERAL DEL EXPERTO

PERSONALES
Nombre: Maritza Silva Acuña
Título(s) Profesional(es) y/o Grado(s) Académico(s): Profesora de Matemática y Computación Ingeniera Informatico Magister en docencia universitaria Doctor © en educacion
Principal(es) Área(es) de Trabajo o de investigación (máximo tres): Prácticas docentes Informatica educativa
INSTITUCIÓN DONDE LABORA
Nombre de la Institución:
Cargo o función que desempeña:

## PAUTA DE VALIDACIÓN

PREGUNTAS	PROPOSITO DE LA PREGUNTA	LA PREGUNTA ¿ES PERTINENTE?		OBSERVACIONES DEL EVALUADOR	
		SÍ	NO		
<b>CONSIGNA</b>					
<b>TEST DIAGNÓSTICO</b>	<b>1.a)</b>	En esta pregunta se desea obtener lo que entienden los y las estudiantes por probabilidad.	SI		Tal vez debiera decir que entiende en lugar de que entienden.
	<b>1.b)</b>	En esta pregunta se desea obtener la definición que tienen los y las estudiantes por espacio muestral, cuáles son sus características propias.  (Propiedades; Procedimiento)	SI		
	<b>1.c)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes la definición de la regla de la place, cuando y cómo se aplica, cómo es su procedimiento.  (Propiedades; Procedimiento)	SI		
	<b>2.a)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una	SI		<b>El ejemplo de lanzar monedas, me parece muy repetido, sin embargo</b>

	<p>respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Intuición)</p>			<p><b>esta bien el tipo de pregunta</b></p>
<b>2.b)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Intuición)</p>	Si		<p><b>El ejemplo de lanzar monedas, me parece muy repetido, sin embargo esta bien el tipo de pregunta y lo que se espera.</b></p>
<b>2.c)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y</p>	Si		<p><b>El ejemplo de lanzar monedas, me parece muy</b></p>

	<p>las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace, que sean capaces de desarrollar de forma pictórica o algebraica el ejercicio, además de definir el espacio muestral del ejercicio. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es avanzado.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Intuición)</p>			<p><b>repetido, sin embargo la pregunta en si es pertinente</b></p>
<b>3.a)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.</p> <p>(Procedimiento; Intuición)</p>	SI		<p>Comenzar la pregunta con mayúscula</p>
<b>3.b)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o</p>	SI		<p>Comenzar la pregunta con mayúscula</p>

	de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.  (Procedimiento; Intuición)			
<b>3.c)</b>	En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes que describan y desarrollen la regla de Laplace ya sea de manera formal o de forma intuitiva. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es avanzado.  (Procedimiento; Intuición)	SI		Comenzar la pregunta con mayúscula
<b>4.a)</b>	En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.  (Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)	SI		Comenzar la pregunta con mayúscula

	<p><b>4.b)</b></p>	<p>En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado, además de reconocimiento de propiedad de sea s un evento cualquiera.</p> $P(\bar{S}) = 1 - P(S)$ <p>(Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)</p>	<p>SI</p>		<p>Comenzar la pregunta con mayúscula</p>
	<p><b>4.c)</b></p>	<p>En esta pregunta se pretende reconocer los procedimientos utilizados para aplicar la regla de Laplace de acuerdo a la información dada en el enunciado, además de identificar conocimiento sobre intersección de eventos.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Complejización; Simplificación)</p>	<p>SI</p>		
	<p><b>5.a)</b></p>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una</p>	<p>SI</p>		

		<p>respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información entregada de manera gráfica. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es básico.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Simplificación; Intuición)</p>			
	<b>5.b)</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información entregada de manera gráfica. El nivel de dificultad que tiene esta pregunta es medio.</p> <p>(Representación; Procedimiento; Simplificación; Intuición)</p>	SI		
	<b>6.</b>	<p>En esta pregunta se desea obtener de los y las estudiantes, una respuesta formal o intuitiva sobre la regla de Laplace de acuerdo a la información</p>	SI		Comenzar la pregunta con mayúscula

	entregada de manera gráfica.  (Fenomenología; Procedimiento; Complejización; Intuición)			
<b>7.</b>	En esta pregunta se quiere lograr que los y las estudiantes encuentren el algoritmo que entrega la respuesta correcta, se espera que gran parte del curso responda que la probabilidad es baja, lo cual no sería lo correcto  (Fenomenología; Procedimiento; Complejización; Intuición)	SI		Comenzar la pregunta con mayúscula
<b>8.</b>	En este ejercicio se pretende que los estudiantes se den cuenta de que la regla de Laplace no es capaz de responder a la pregunta, y tengan que recurrir a la Distribución de Bernoulli.  (Complejización)	SI		Comenzar la pregunta con mayúscula

	9.	<p>En este ejercicio se pretende que los y las estudiantes logren realizar el proceso inverso de calcular la probabilidad, o sea, entregándoles la probabilidad de suceso obtener la cantidad de elementos.</p> <p>(Complejización)</p>	SI		
--	----	---	----	--	--

## INSTRUMENTO PARA VALIDAR

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

El siguiente Test es de carácter formativo, no se le realizara ningún tipo de evaluación a las respuestas obtenidas de los estudiantes, por lo que no deben limitar a responder las preguntas, ya que lo que argumenten es lo que nos dará la información que utilizaremos en nuestro trabajo de investigación. Cabe recalcar el hecho de que no se utilizaran sus datos

- 1) Ítem de definición de conceptos.
  - a) ¿Qué entienden por probabilidad?
  - b) ¿Qué es el espacio muestral?
  - c) ¿Qué es la regla de Laplace?, ¿Cuándo se aplica?
  
- 2) Calcule la probabilidad para los siguientes casos. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describa que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.
  - a) Si se lanza una moneda, ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?, y ¿Cuál es el espacio muestral?
  - b) Si se lanzan dos monedas, ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 caras o 2 sellos?, y ¿Cuál es el espacio muestral?
  - c) Si se lanzan cuatro monedas, ¿Cuál es la probabilidad de que salga 1 sello y 2 caras?, y ¿Cuál es el espacio muestral?



- 3) Con tus palabras, di a Pedro, Alonso y María que deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los casos.
  - a) Pedro tiene un dado de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento, ¿qué debe hacer Pedro?





b) Alonso lanza dos dados de 6 caras y desea saber cuál es la probabilidad de obtener un número mayor a 4 en el primer dado y un número mayor a 3 en el segundo dado, ¿qué debe hacer Alonso?

c) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12, ¿qué debe hacer María?



4) Calcule la probabilidad para los siguientes casos. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describa que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas..

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula las siguientes probabilidades.

a) Al girar una ruleta ¿cuál es la probabilidad de que caiga en el color rojo? (Ver figura 1)

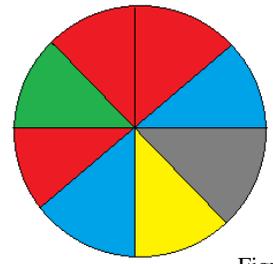


Figura 1

- b) Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2)

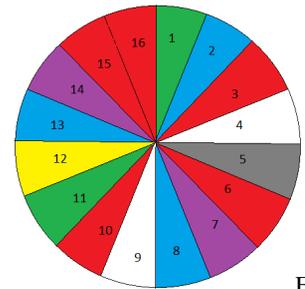


Figura 2

- 6) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero?. Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



- 7) En tu curso, ¿sabes si hay dos compañeros que estén de cumpleaños el mismo día?, ¿cuál es la probabilidad de que esto suceda?, y ¿qué elementos matemáticos utilizarías para saberlo exactamente?

8) Una jugadora de la selección chilena suele acertar al 75% de sus tiros al arco. Si patea 2 veces al arco, ¿cuál es la probabilidad de acertar los 2 goles?

9) En una bolsa hay 20 cubos de dos colores, blanco y negro. Si la probabilidad de sacar un cubo de color negro es de  $\frac{2}{5}$ , ¿Cuántas bolas blancas hay más que negras?

# Anexo R, Respuestas de las estudiantes del Liceo TP

## Sujeto TP 1

ESCUELA DE EDUCACION EN  
PROFESIONALES Y TECNICAS  
INSTITUTO VARIACIONES  
INSTITUTO EDUCACION

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  
 $\frac{10}{24}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  
 $\frac{6}{20} = \text{verde}$ ;  $\frac{2}{20} = \text{rojo}$ ;  $\frac{20}{20} = \text{negras}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  
 $\frac{6}{20} = \frac{2}{20} = \frac{12-10}{20} = \frac{50}{20}$   
 $\frac{4}{20}$

Es obvio = 6 para que sea mayor que 12 para que sea rojo. 2 para que sea negro. 20 y para que sea los otros números.

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explícen el porque de tu respuesta.

$n = 5$   
 $N = 16$   
 $P = B$

$\frac{5}{16} = \text{rojo}$   
 $\frac{5}{16} = \text{múltiplo de 3}$

La probabilidad es de  $\frac{10}{16}$  ya que como son 5 rojos y 5 múltiplos de 3 se suman y dan  $\frac{10}{16}$  de posibilidades de que salga una así

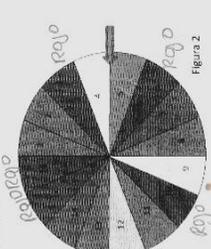


Figura 2

2- Entiendo que es lo que puede ser

b- La cantidad de posibilidades que hay?

c- Si los posibles totales del total de algo de aplicar, P = casos posibles / casos totales

Se debería aplicar cuando cuantas posibilidades hay de algo

10- Derivadamente si, ya que la fórmula "es una fracción"

2- a- Pedro debe lanzar el dado estando este en un número par para que le salga uno igual, para que le salga uno mayor debe tirar el dado en un número en 1, 2, 11, 10, 9, 8

$\frac{6}{12} = \text{par}$       $\frac{4}{12} = \text{mayor a 8}$

b- lo que debe hacer María es saber que números le debe salir para que la suma de los dados sea mayor a doce

$\frac{4}{8} = \text{posibilidades de la suma}$

3- Yo le aconsejaria que es mejor que gaste más dinero en el kino ya que al ser menos números tienes más posibilidades de ganar

$\frac{14}{25} = \text{kino}$       $\frac{6}{41} = \text{loto}$



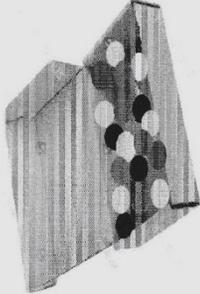
Sujeto TP 3

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{14}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  $\frac{24}{20} = \frac{12}{10}$



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

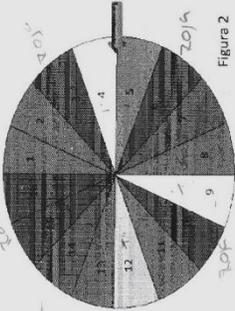


Figure 2

$\frac{10}{37} = \frac{6}{37}$

tenemos 4 múltiplos de 3 (12)  
y 6 rojos son de 3, PERO desconcentrados  
que no nos múltiplos de 3  
y están en rojo los  
sacamos  $\frac{6}{37}$

I  
a) es cuando una persona piensa que puede ser una opción correcta entre otras opciones

b) es la cantidad de objetos o operaciones matemáticas / cuando se saca ese contenido

c) son las probabilidades de obtener algo vis los casos totales  
o si se podria quedar como  $\frac{\text{casos PRO}}{\text{casos totales}}$

II  
a) Pedro debe ver sus probabilidades y sacar una respuesta operada para ver el caso más real

b) María puede hacer lo mismo que Pedro pero María podria tener más probabilidades ya que lanzara más dados (12)

III  
las probabilidades de ganar ese premio es caso de una en su número, pero si compra se gana el 10 por ciento poco más de facilidad ya que 10 por ciento gana con un

Sujeto TP 4

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
 a) ¿Qué entiendes por probabilidad? → *es una posibilidad*  
 b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? → *—*  
 c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? → *—*  
 d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? → *—*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos. *Deben dividir la cantidad de posibilidades con la cantidad total*

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{12}{2} = 6$

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  $\frac{8}{3} = 2,666$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Que no renuncie porque en algún momento se le acaba el dinero.*



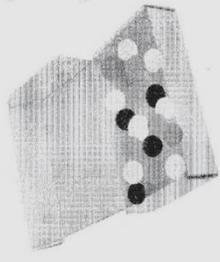
4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

*b)  $\frac{6}{20} = 0,3$  (pelota verde)  
 $\frac{2}{20} = 0,1$  (pelota roja)  
 $\frac{5}{20} = 0,25$  (pelotas negras)*



*c)  $R = 0,2$  probabilidad.*

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porque de tu respuesta.

$\frac{6}{16} = 0,375$

*Porque dividi la cantidad de casillas rojas por el total de casillas.*

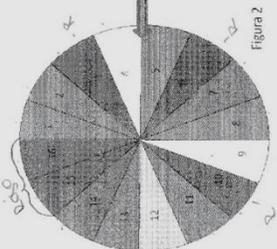


Figura 2

Sujeto TP 5

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

$\frac{4}{20} = 0,2$       1 2 3 4 5 6 7  
5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 1 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $0,35\%$  de probabilidad      verde = 0,3% de probabilidad  
rojo = 0,1% de probabilidad

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{15}{20} = 0,75\%$  de no sacar una negra

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

$\frac{4}{20} = 0,2\%$   
pelotas verdes  
rojo = 0,1%

prob de sacar NUM + 12 rojo = 0,3%

5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explique el porque de tu respuesta.

2

5

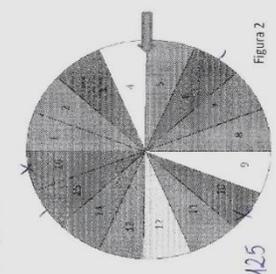


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Un porcentaje de acierto*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *donde se comprueban y muestran los porcentajes sacados.*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *probabilidad de que suceda dividiendo los casos posibles con los totales*

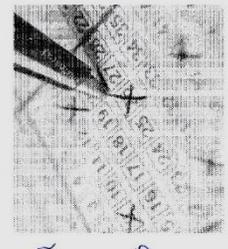
2) Con tus palabras, dí a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Tirar los 2 dados uno después del otro*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María? *si sale mayor quitar un dado si es menor lanzar de nuevo.*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el Loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el Loto 6 del 1 al 41.

*• aconsejar que juegue 2 veces el kino ya que le da más probabilidad de ganar.  
• El kino ganaría ya que tiene menos números entre elegir y ganar.*



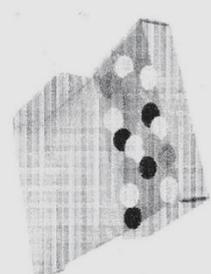
Sujeto TP 6

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *8-9 hay más probabilidad de sacar un n° par que 20 n° primo.*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra? *8 sería la misma probabilidad de sacar n° primo.*

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  *$\frac{12-9+6}{20}$*



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada. ¿Cuál es la probabilidad de que enigen en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

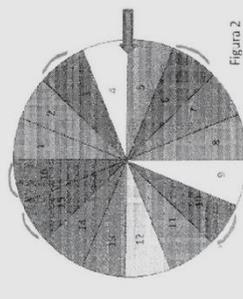


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Predecir cantidad de opciones posibles.*  
b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?  
c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? *Analizar los casos de éxito y los de fracaso. El caso posible con el total de casos.*  
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  *$\frac{6}{12} = 2$  es la probabilidad de conseguir n° par*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  *$\frac{24}{4} = 2$  la probabilidad de que María obtenga 3 n° par es 4.*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Hoy más probabilidad de ganar el kino*  
Kino  $\frac{14}{25}$  Loto  $\frac{6}{41}$   
*Debería dejar de lado el loto y jugar solo kinos para obtener mayor opciones de ganar.*



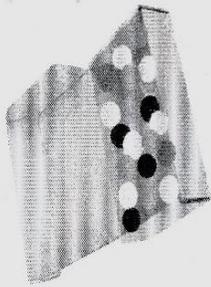
Sujeto TP 7

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{10}{20}$  de que salga un número primo

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{5}{20}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  $\frac{1}{24}$



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

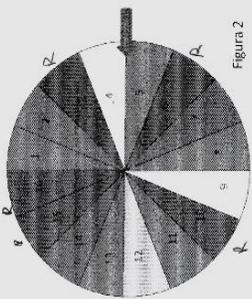


Figura 2

$\frac{5}{16}$  es la probabilidad de que salga un número múltiplo de 3

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Es algo que tiene tanta probabilidad (%) de pasar*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

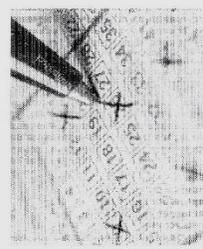
2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{6}{12}$  es la probabilidad que tiene Pedro.

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha decidido a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿Cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Puede que gane el kino ya que tiene 14 números de que salga 2 cartas ganadoras.*



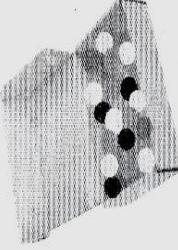
Sujeto TP 8

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 1 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{9}{24}$  Porque hoy 9 no primos  $\frac{11}{24}$   $\frac{11}{24} = \frac{45}{24}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{5}{24}$   $\frac{19}{24}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explique el porqué de tu respuesta.

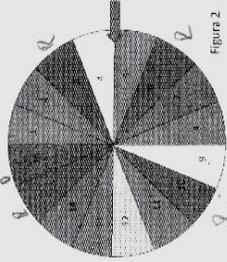


Figura 2

Porque Hoy solo 3 números múltiplo de 3 y son 16 ENTOTON.

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
a) ¿Qué entiendes por probabilidad? Una serie de resultados Posibles.  
b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? No sé  
c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? Cuándo tienes muchas respuestas  
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? Sí para sacar la Prob.

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{6}{12}$  yo que hoy 6 números Par

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  
 $\frac{12}{24}$  yo que se van 24 caras y son 4 números Par Por lo tanto y se suman los cuatro Par 3 veces

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



Ninguna porque juega mucho gente Pero se llega a ganar. Sería más fácil ganar el loto por que son menos números a elegir que el kino.

Sujeto TP 9

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *la posibilidad de que te salga una cosa*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? *es una forma de calcular la probabilidad de algo*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *tiene que lanzar el dado y ver cuántos no hay que son 8 y como son 2 dados hay 8 n.º mayor que 8*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

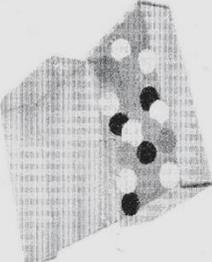
3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar al Kino y al Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41. *creo que podría ganar primero el kino ya que son mas fáciles de ganar en cambio el loto se dirigen menos números*

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *hay 10 n.º primos entre el 5 y el 24*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  *$\frac{5}{20}$*

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? *hay 3 de 2*



5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*la probabilidad es que salgan 5 de 16 porque hay 5 casillas de color rojo en la ruleta*

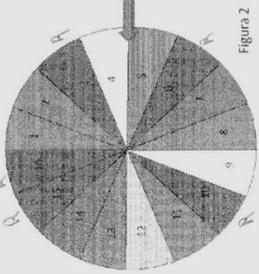


Figura 2

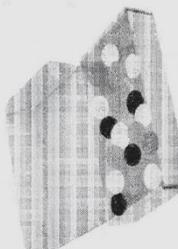
Sujeto TP 10

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 1 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $P = \frac{10}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

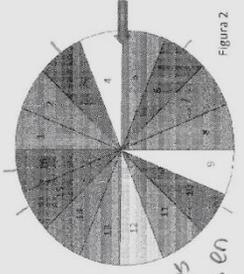


Figura 2

$P = \frac{3}{16}$

*Porque el 3, 6 y 15 son múltiplos de 3 y en la ruleta a 16 casillas en total*

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? - *Es una medida asociada a un suceso futuro*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? *tener casos posibles en un problema, tener un total*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *si se podría ya que contiene la parte de arriba los casos posibles y abajo los totales que tengan y eso se relaciona a una fracción*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Debe saber cuántos números pares hay para el primer lanzamiento y cuántos números mayores que 8 para el segundo*



b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

$$P = \frac{4}{8}$$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el Loto, renunciara a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el Loto 6 del 1 al 41.



*yo creo que Miguel se podría ganar el kino ya que son menos números*

$$P = \frac{14}{25}$$

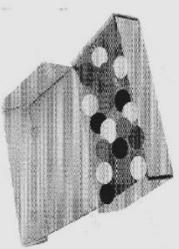
Sujeto TP 11

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  
*→ para que sea así es la cantidad de números primos que hay en la caja. 20 = 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23. Hay 9 números primos.*  
 $\frac{9}{20} = 0,45$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  
 $\frac{6}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{12}{380} = \frac{3}{95}$   
 $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  
*→ Hay 2 números pares mayores que 12: 14 y 16. Hay 2 rojas.*  
 $\frac{2}{20} = 0,1$



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porque de tu respuesta.

$\frac{4}{16} = 0,25$   
 Hay 25% de probabilidad.

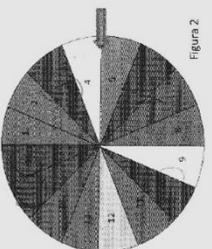


Figura 2

De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad?  
*→ posibilidad que puede pasar algo.*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?  
*→ lo que sale algo.*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?  
*→ no tiene idea.*

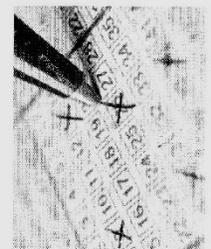
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?  
*→ Ahí no se nos pasa la regla de Laplace.*

Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  
 $\frac{6}{12} = 0,5$   
 $\frac{4}{12} = 0,3$   
*→ tiene que sacar la probabilidad de cada uno para saber que tan posible es.*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  
 $\frac{12}{24}$

Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



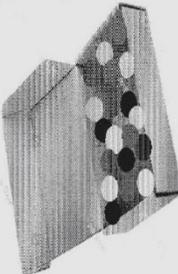
Sujeto TP 12

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{3}{16}$

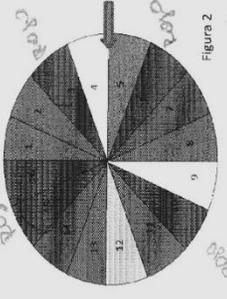


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *posibilidades de que ocurra algo*  
b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *lo que se estudia*  
c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuándo piensas que se aplica? *casos posibles*  
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *casos totales*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

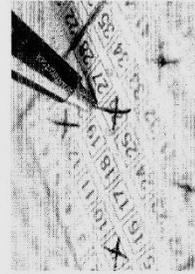
a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$  número par;  $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  número mayor que 8

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Que siga trabajando porque es muy poco probable que se lo gane, aunque con el kino tiene más posibilidades de ganar que con el loto*

$\frac{14}{25} = \text{Kino}$   
 $\frac{6}{41} = \text{Loto}$

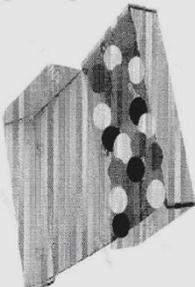


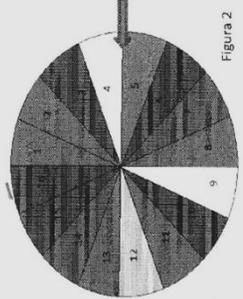
Sujeto TP 13

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
 a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *es la probabilidad de que saque algo*  
 b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *es tomar la probabilidad de algo determinado.*  
 c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuándo piensas que se aplica? *son problemas, se aplica cuando se analiza el tipo de probabilidad total*  
 d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *si... muestra total*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.  
 a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{8}{24}$   
 b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.  
 $K = \frac{14}{25}$        $L = \frac{6}{41}$

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.  
 a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{8}{20}$   
 b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  
 c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  


5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.  
 $\frac{3}{16}$   
  
 Figura 2

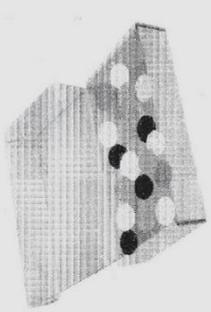
Sujeto TP 14

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{10}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

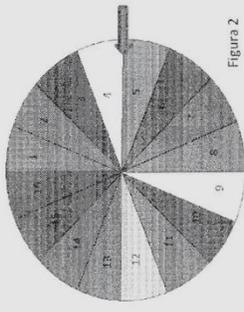


Figura 2

$P = \frac{3}{16}$ , porque el 3, 6 y el 15 son múltiplo de 3 y en la ruleta en total hay 16 casillas

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Es lo medido respecto a un suceso futuro*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? *¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? tener casos posibles en un problema teniendo total*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *o, se podría ya que contiene la parte de arriba los casos posibles y abajo los totales por donde se saca, entonces es una fracción*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María que deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

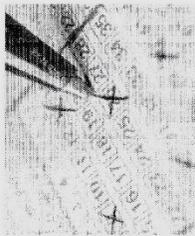
a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Debe saber cuántos números hay para el primer lanzamiento y cuántos números hay para el segundo dado*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María? *lo que María podría hacer es:  $P = \frac{4}{8}$*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*yo creo que Miguel se podría ganar el Kino ya que con la menor cantidad de números*

$P = \frac{14}{25}$



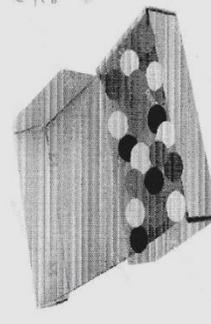
Sujeto TP 15

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  
 $\frac{4}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  
 $\frac{8}{20}$       $\frac{5}{20}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  
 $\frac{0}{20}$



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{3}{16}$  porque de los 5 rojos, solo 3 son múltiplos de 3

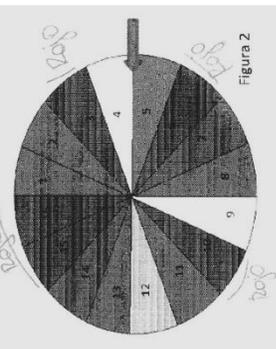


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad?  
 Es la probabilidad de que algo ocurra

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?  
 Es la suma de todas las cosas posibles

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?  
 Es aquella que nos permite calcular las probabilidades

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?  
 casos posibles / casos totales

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado ¿Qué hacer Pedro?  $\frac{8}{24}$

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salga 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  
 $\frac{18}{24}$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 n del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

Kino:  $\frac{14}{25}$      Loto:  $\frac{6}{41}$

Es probable que gane antes en el kino, que en el loto



Sujeto TP 16

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *-> se entiende como*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *-> conjunto de todos los posibles resultados*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? *¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? -> permite simplificar matrices de flechas, dimensiones y como se aplica a los casos favorables*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *y casos posibles.*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*30/6 = 8 -> 2 pares 1357, 4 en 8 por dado 50%*

*me va a ganar = (lo difícil es to)*

$$\frac{14}{25}$$

$$\frac{6}{41}$$

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*5*

$$\frac{3}{16} \rightarrow \frac{\text{casos posibles}}{\text{casos totales}}$$

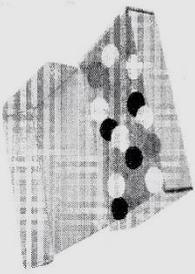
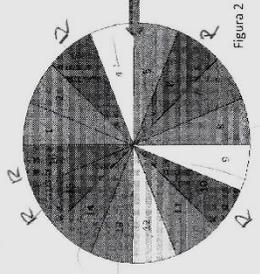



Figura 2

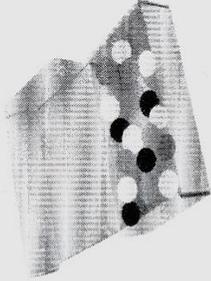
Sujeto TP 17

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$P = \frac{1}{5}$

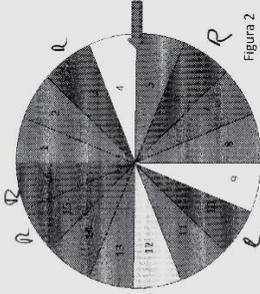


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *no lo se.*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *no lo se. o es q' no recuerdo cual es cada uno de eso.*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? *no se.*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *no se.*

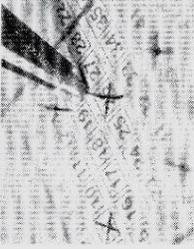
2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*le aconsejaria q' no juegue ya que si solo compra 1 por semana y el trabajo personas que la sujeción (millones) no hay la probabilidad de que se gane el quino ni el loto. Ser q' tenga suerte*



4. C. 03

4) a)  $\frac{4}{20} = 0,2$   $35\%$  de   
 probabilidad   
 para

b) De no nuevo   
  $\frac{15}{20} = 0,75$   $45\%$  de   
 probabilidad   
 para

c)  $\frac{6}{20} = 0,3$   $1\%$    
  $\frac{2}{20} = 0,1$   $4\%$

5)

1) a) La cantidad de puntaje pero que haya nacido   
 b) Habría no parados   
 c) Es la función que se usa para saber probabilidades   
 de No sé.

2) a) Primero tiene que calcular el evento número por   
 hay de la muestra, el evento mayor que se hace en el  $\bar{X}$    
 b)

3) He la conclusión que llegara 2 veces al punto que   
 tiene una probabilidad de que el evento se   
 convierta correcta.

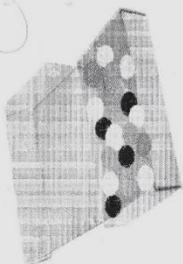
4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

9, 7, 11, 5, 14, 19,

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde segunda de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad. Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porque de tu respuesta.

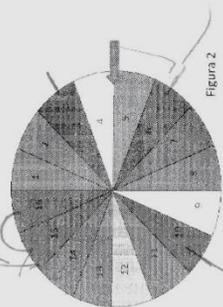


Figura 2

$$\frac{2}{16}$$

$$0,125$$

$$1,25\%$$

Sujeto TP 19

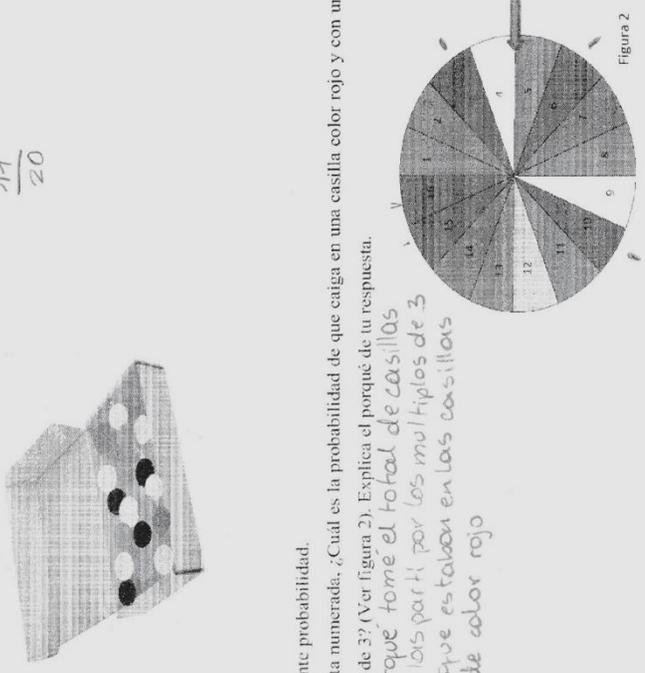
4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

*(2, 3 | 5 > 11 13 17 19 23)*

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  
 $\frac{7}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*porque tome el total de casillas y los parti por los multiples de 3 que estaban en las casillas de color rojo*

$\frac{3}{16}$

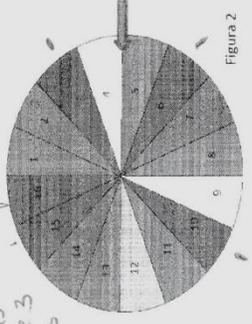


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por "probabilidad"?

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? ¿que un suceso ocurra?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

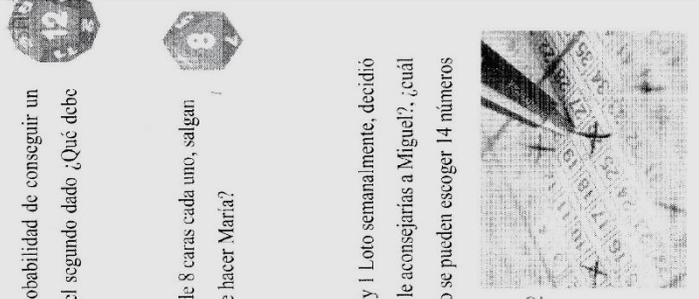
a) Pedro tiene dos dados de dos caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado; ¿Qué debe hacer Pedro?

*1º LANZAMIENTO = 12*  
*DADO 1 = 12*  
*2º LANZAMIENTO = 8*  
*DADO 2 = 12*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Le aconsejaria jugar el kino ya que tiene más probabilidades de ganar.*



# Anexo S Respuestas de los y las estudiantes del Colegio CH

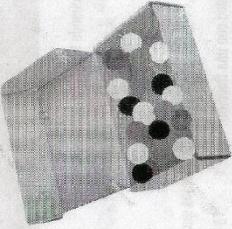
## Sujeto CH 1

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{3}{20} = 0.15$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{6}{20} \cdot \frac{19}{19} = \frac{6}{20} = 0.3$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

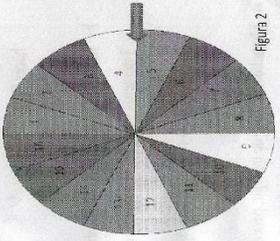


Figura 2

Respuesta:  $\frac{5}{16}$

Explicación:  $\frac{1}{18}$  (rojo)  $\times$   $\frac{5}{9}$  (múltiplo de 3)

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad?  $\rightarrow$  La posible cantidad de veces que podría salir algo

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?  $\rightarrow$  Casos posibles / Casos totales

Si, es parecido pero no igual

2) Con tus palabras, di a Pedro y María que deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\rightarrow$  dividir los casos posibles por los casos totales.

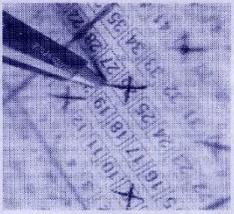
b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

$8 \cdot 8 \cdot 24 \rightarrow$  total

$\rightarrow$  averiguar la probabilidad y luego dividirlas entre si

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

$\frac{14}{2}$  vs  $\frac{6}{41}$



Sujeto CH 2

1a. Es una forma de calculo para saber cuanto pueden ser los casos posibles en una cantidad de casos totales.

b. Es el espacio donde se muestran todos los casos posibles.

c. Es una regla para saber cual es la probabilidad de que algo suceda.  
Se aplica de forma:  $\frac{\text{Casos posibles}}{\text{Casos totales}}$

d. Si, porque con la forma en que se grafica es igual a una fracción.

2. a) Pedro = 2 dados (12 caras)  

$$\frac{\text{Ver lanzamiento} = \frac{6}{12} \quad \text{2do dado} = \frac{4}{12}$$
 P// Pedro debe contar el total de números pares y dividirlo por el número total de las caras del dado y para el otro dado debe contar todos los números mayores de 2 y dividirlo en el número total de caras.

b) Maria = 3 dados (8 caras)  
 P// Maria debe contar primero todos los números pares entre los tres y luego contar solo los mayores de 6 y partirlos en el total de caras de los tres dados.

3. Kino =  $\frac{14}{25}$  Roberto =  $\frac{6}{41}$  P// Elige el ganador primero el kino porque son más números para elegir, o sea, más probabilidad entre ambos números en total.

4. 20 pelotas  
 - numeradas del 5 al 24  
 - 6 verdes, 2 rojas, 7 amarillas y 5 negras.

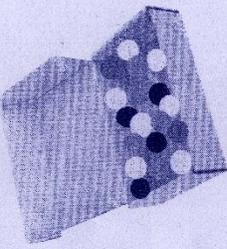
a) Se suman la cantidad de pelotas con número primo.  
 b) Se suman las rojas con las verdes:  $\frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20}$   
 c) Se resta del total las 5 negras.  
 Se cuentan las rojas y se suman con las que son pares y mayores de 12.

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

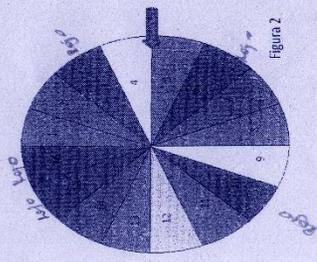
a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porque de tu respuesta.



36 casillas  
 L1 5 color rojo  
 L2 3 múltiplo de 3

$$\frac{5}{36} - \frac{2}{36} = \frac{3}{36}$$

Porque el total de casillas rojas son 5 y de número múltiplo de 3 son 2.

Sujeto CH 3

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? Algo que puede pasar

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? Es la muestra del problema, lo que se toma en cuenta.

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

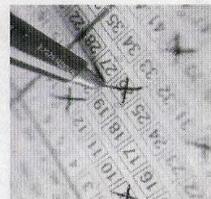
2) Con tus palabras, dí a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $6 \rightarrow$  seis números son pares.  $12$  - MÚLTIPLOS DE 12

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  $3 \rightarrow$  son 6, 4, 7. CREO QUE NO ASÍ SE HARÍA.  $24 \rightarrow$  3 dados

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

CREO QUE SOLO HAY QUE JUGAR SUERTE, YA QUE ES UN "JUEGO DE AZAR" SI ELIPE SIEMPRE LOS NUMEROS IGUALES Y NO GANA VA A JUGAR MAS Cambiarlos. :)

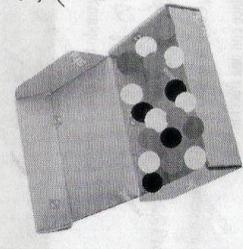



4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  
 $20 \rightarrow$  N° de N° (Primos)  
 $20 \rightarrow$  20 pelotas  $\rightarrow$  ESPACIO MUESTRAL

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$  ES MAS LA PROBABILIDAD

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja, que tenga un número par mayor que 12? y una roja.  
 $2$  PERO PUEDE QUE TENGA 1 y 5 de N°



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{5}{16} \rightarrow$  MÚLTIPLOS de 3  
 $\frac{5}{16} \rightarrow$  EL TOTAL DE N°S.

¿Cuál es rojo?

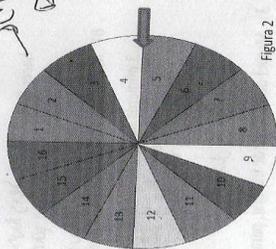


Figura 2

Sujeto CH 4

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? Es que tan posible es que pase cierto caso o la cosa que se te pregunta pero en si es la cantidad de que tan posible es.  
 b) ¿Que es para ti el espacio muestral? El espacio muestral son todos los casos que hay en lo que abarca la pregunta.  
 c) ¿Que es para ti la regla de Laplace? Como se aplica? Cuándo piensas que se aplica? Es una forma de sacar una proporción. Se aplica cuando se aplica cuando se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción. C. posibles necesarios sacar una p.  
 Si ya que la fracción es una parte nada más de algo, no su totalidad, al igual que es como se establece en la regla.

2) Con tus palabras, di a Pedro y Maria qué deberías hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

$P_1 = \frac{6}{12}$     $P_2 = \frac{4}{12}$

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? En los dos casos tiene que dividir la cantidad de casos posibles que tiene entre el total de caras del dado.

b) Maria desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer Maria? Primero yo sacaría la cantidad de caras que hay en total que son 24 después vería cuántos casos posibles hay y ya al último aplicaría la regla.  $p = \frac{6}{24}$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

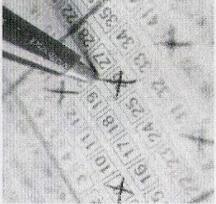
Yo creo que ganaría primero el Kino ya que es menor el rango que le dan aun que la cantidad que le dieron de números es mayor por lo cual igual hay muchas posibilidades al igual que en el loto.

1 7 3 0 5 6  
 4 8 4 6 6 6  
 4 8 8 6 4 2  
 4 8 2 6 0 0 0

8 x 3 = 24

12

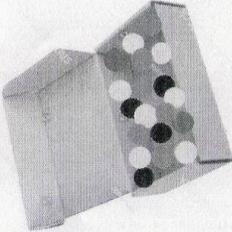
8



4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $p = \frac{7}{20}$   
 12, 13, 15, 17, 19, 23

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $p = \frac{3}{20}$     $p = \frac{19}{20}$   
 19   14   este la pelota verde al total ya que sacamos una  
 14 16 18 20 22 24  
 70   20   número 6  
 color



c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  $p = \frac{3}{20}$

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$p = \frac{3}{16}$

3  
 6  
 15

Ésa es la respuesta ya que los 3 números señalados son múltiplos de 3 y aparte son de color rojo

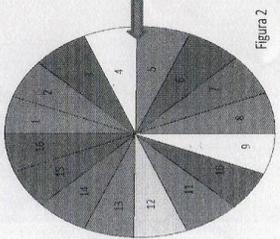


Figura 2

Sujeto CH 5

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que estan numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

b) verde  $\frac{6}{20}$  Roja  $\frac{2}{19}$  no sacara negro  $\frac{15}{5}$  a)  $\frac{3}{20}$

5 Pelotas negras  
7 11 amarillos  
6 11 Verdes  
2 11 Rojas

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{3}{16}$  son que se debe contar todos las casillas, no solo las rojas, al momento de girarla rueda que no caiga en una casilla roja con múltiplo de tres.

3-6-10-15-16 Rojas

Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
a) ¿Qué entiendes por probabilidad? Cuando quieres saber cual es la probabilidad de escoger algo que quieres al azar.  
b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? el total de una cosa que se da a escoger.  
c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?  
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y Maria qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? En el primer lanzamiento tiene una probabilidad de  $\frac{6}{12}$  y en el segundo  $\frac{4}{12}$ .

b) Maria desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer Maria? no contar los 2 ya que en el caso que salgan tres 2's la suma de estos no sería 12.  $\frac{9}{214}$

60:44=0,14  
140  
60

40:25=0,56  
150

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cual premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

Kino  $\frac{14}{25}$  loto  $\frac{6}{41}$  creo que ganara primero el kino, son que la cantidad de la cual se da a escoger es menor, aunque se tenga que escoger mas numeros.

## Sujeto CH 6

1. A) Para mí, posibilidades de que suceda algo es la forma más acertada de describir una probabilidad.  
B) En este momento, no lo recuerdo.  
C) Para mí, ésta demuestra las veces en que podría pasar algo, graficándolo. Se aplica en las probabilidades para expresarlas en fracción.  
D) Sí.

2. A) Pedro debe realizar una fracción, colocando en la parte de abajo (denominador) la cantidad de caras que tiene el dado (en este caso, doce) y en el numerador, la cantidad de caras pares que puede haber (seis).  
Luego, repetir el colocar el número 12 en el denominador y colocar en el numerador los números mayores que ocho que podrían salir (8, 9, 10, 11, 12).  
B) Debe hacer 3 fracciones con el mismo denominador (8) y sumar los entre sí, también puede expresarlo como fracción algebraica, dejando una incógnita.

3. Creo que tiene más posibilidades de ganar el loto, porque hay un rango menor de números.

4. A) Calcular la cantidad de números primos que pueden haber entre las pelotas (a partir del 5 al 24).  
B)  $\frac{6}{2}$   
C)  $\frac{2}{20}$

5.  $\frac{2}{16}$  La probabilidad es de 5 en 16 (que salga en un color rojo), y que salga múltiplo de 3, su probabilidad es de 2 en 16, ya que sólo entre los rojos, el 3 y el 6 son múltiplos de 3.

Sujeto CH 7

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.  
 a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *El porcentaje de que me vaya algo o no de nada voy*  
 b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *El número de personas o objetos para sacar la probabilidad*  
 c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?  
 d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, dí a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos:

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *dividir los números pares por el espacio de muestra*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

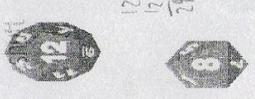
3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el Loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el Loto 6 del 1 al 41.

*24681012*  
*Para 12*  
*Mayor 8 = 24*

*Si tengo un 50% de probabilidad de ganar algo o no de nada voy*  
*El número de personas o objetos para sacar la probabilidad*  
*¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?*  
*Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?*

*11 me muchacho más*  
*probabilidad de ganar el Kino ya que son menos números y se pueden escoger más*

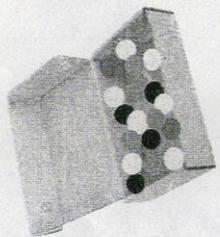
*14 / 25*  
*6 / 41*

*12*  
*21*  
*12*  


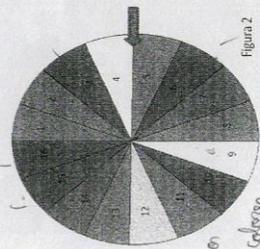
4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *11 me muchacho más*  
 b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 2 de color amarillo y 6 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra? *V = 6/20 = 0,3*  
 c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
 Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*6 / 20 = 0,3*  
*V = 6/20 = 0,3*  


*8 / 16 = 0,5*  
 Porque hay 3 números múltiplos de 3 y 5 colores  
 Pasa y son 16 colores posibles que se pueden salir al girar la ruleta



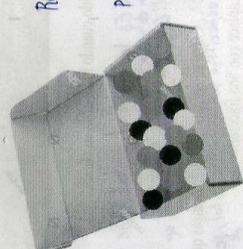
Sujeto CH 8

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberias hacer para responder las siguientes preguntas.

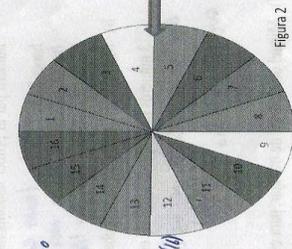
a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{5}{20}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{2}{20}$  y  $\frac{15}{20}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.



$\frac{3}{16}$  ya que son 6 casillas rojas pero sob 3 son múltiplos de 3 (3, 6, 15) entonces se descuentan 3 casillas pero se mantiene la cantidad total

Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? Es la cantidad probable de que suceda algo o de poder sacar información por un dato en específico

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? Lugar o situación donde se obtiene los datos

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? Es una forma de medir la probabilidad, para cada dato específico por la cantidad total, se aplica para saber la posibilidad de encontrar un suceso en un grupo. Ejemplo.

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

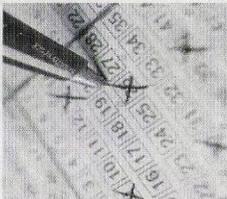
a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? Debe tener en cuenta que en el primer lanzamiento en el dado de 12 caras hay 6 números pares es decir  $\frac{6}{12}$ , y en el segundo lanzamiento solo hay 4 números mayores que 8 es decir  $\frac{4}{12}$ , lo que dice que tiene una probabilidad de  $\frac{2}{3}$  que suceda lo que el quiere

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

Que saque número par es  $\frac{4}{8}$   $\frac{4}{8}$   $\frac{4}{8}$  }  $\frac{26}{44}$  que sea la suma es  $\frac{4}{20}$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

Le aconsejaría que siga sus sueños y lo creo que ganará primero el kino



Sujeto CH 9

Curso: 5º E

El siguiente Test es de carácter formativo, no se realizará ningún tipo de evaluación a las respuestas obtenidas de las y los estudiantes, por lo que no se deben limitar a responder las preguntas, ya que lo que argumenten es lo que nos dará la información que utilizaremos en nuestro trabajo de investigación. Cabe recalcar el hecho de que no se utilizarán sus datos personales, y que quedarán en total anonimato.

c) Es una regla que determina el como calcular una probabilidad, dividiendo el resultado que se desea obtener por todos los posibles resultados cuando se busca una probabilidad de algo.

b) Con los resultados que puede dar una situación que se este estudiando

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? es un valor que determina si un hecho es más fácil que ocurra o más complicado de que pase según el tamaño del que se este midiendo

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace?, ¿Cómo se aplica?, ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? si ya que al expresar una división  $2:4$  se puede expresar también como fracción  $\frac{2}{4}$

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dado de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado ¿Qué debe hacer Pedro?

$\frac{24}{12 \cdot 12}$

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12, ¿Qué debe hacer María?

Calcular el espacio muestral elevando al cubo 8, luego determinar la cantidad de números pares y saber que combinación da un número mayor que 12, en cada combinación pueden dar 3 resultados si van leyendo los números y luego con el valor de los resultados para realizar la regla de Laplace

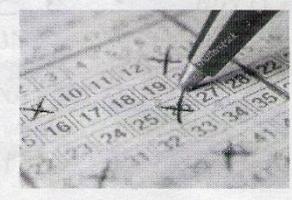
2  
4  
8  
16  
32  
64  
842

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

Le aconsejo que elija una combinación que sea tan específica y que pueda cambiar

$\frac{14}{25}$        $\frac{6}{41}$

es más probable que gane el kino

446

464

2b)  $14 = \begin{matrix} 644 & 824 \\ 844 & 862 \\ 666 & 828 & 648 \\ 668 & 884 \\ 888 \end{matrix}$



5 7 11 13

17 19 23

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

$$\frac{7}{20}$$

R = 2

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

V = 6

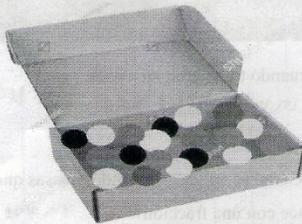
A = 7

N = 5

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

d)  $29 - 15 =$   
5  $\frac{5}{20}$

14 16 18 20  
22 24



$$\frac{6}{10} \cdot \frac{2}{19} = \frac{12}{380}$$

$$c) \frac{2}{20} \cdot \frac{6}{20} = \frac{12}{380}$$

5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

determinar quienes son multiples  
6 y 15, luego ver todos los espacios  
que son 16, cuantos son rojos y  
aplico la regla de Laplace en cada caso  
y multiplico

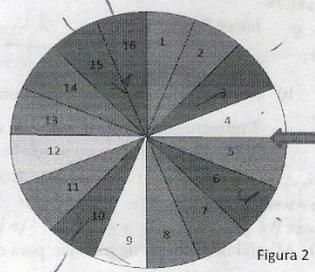


Figura 2

$$\frac{\text{espacios rojos}}{16} \cdot \frac{2}{16} = \frac{10}{256}$$

rojos  
y multiples  
de tres

3  
16  
96  
16  
256

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN HUMANIDADES Y CIENCIAS Pedagógica y Matemática e Informática Educativa

7 13 23  
11 17  
19

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *Primeros 4 de los 20 números, de los cuales se multiplican en la totalidad de pelotas.*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? *¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra? Se divide la cant. de pelotas verdes en la totalidad de pelotas. Se multiplican los resultados por obtener la probabilidad de obtener una roja y una verde.*

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? *Se divide la cant. de pelotas rojas y dividido en la totalidad de pelotas, después calcula la cant. de números pares mayores que 12 (hasta el n° 24) y dividido en la totalidad de pelotas, multiplicar ambos resultados.*

Se dividió la cant. de pelotas (por color) en la totalidad de pelotas (excepto las negras) y después se multiplicaron los resultados.

3 16 16  
3 98  
160  
256

5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{5}{16} \cdot \frac{3}{16} = \frac{15}{256}$

Identificar la probabilidad de que saque una casilla roja y después multiplicar por la probabilidad de caídas rojas con múltiplo de 3 dividido en la totalidad de casillas.

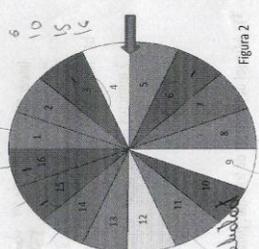


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Probabilidad es el porcentaje que plantea la posibilidad de que ocurra o no un suceso.*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *Es la cantidad de elementos que forman parte de un suceso.*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? *¿Cómo se aplica? ¿Cuánto piensas que se aplica? Se divide la cant. de los resultados de que ocurre algo, luego que dividido los casos que queremos obtener en la totalidad de casos posibles, se puede obtener el porcentaje que existe en cada uno de ellos.*

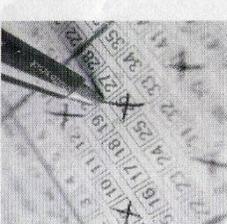
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *Si, ya que para conseguir la probabilidad de obtener los casos deseados en los totales dividimos los casos deseados en los totales.*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Primero debe identificar la cantidad de números que cumplen con su demanda y dividirlo en la totalidad de números posibles, después de dividirlo en la fracción de los números para obtener la totalidad de casos que pueden suceder para María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?*

2 4 6 8

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41. *Se aconseja a Miguel que en lugar de comprar un boleto con 2 números, que que la probabilidad de acertar en los números es mucho mayor que en el loto.*



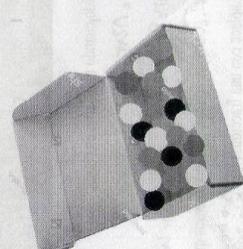
Sujeto CH 11

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?  $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{6}{20} \times \frac{2}{19} = \frac{12}{380}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$



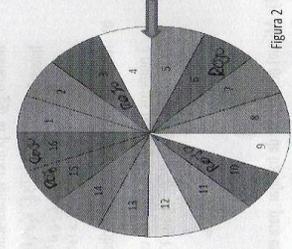
19  
17  
13  
11  
7  
5

6 pares mayores que 12  
12

10 primos  
20 total

13 -> rojo  
18 -> ya saqué 2. Negro

5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explique el porqué de tu respuesta.



6 y 13  
3 -> Rojos con múltiplo de 3  
16 -> total de casillas.

Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad?  $\frac{N}{Z}$

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?  $\Omega$  es la forma de calcular las probabilidades

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? Cuando piensas que se aplica: cuando necesites sacar una probabilidad exacta y 100% muchos variables.

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? Sí, P = casos posibles / casos totales.

2) Con tus palabras, di a Pedro y María que deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

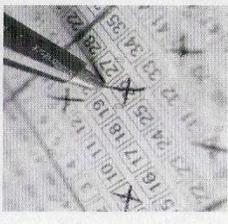
a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?  $\frac{6}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{12}$

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  $\frac{6}{8} \times \frac{6}{8} \times \frac{6}{8} = \frac{27}{512}$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

Kino -> 14 del 1 al 25  
loto -> 6 del 1 al 41

P = le aconsejaría que jugara Kino, por que son más números que elegir y es menor el rango, por lo tanto hay más probabilidades de ganar



Sujeto CH 12

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *es del 50%.*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra? *no sacar negra 25%, sacar verde del 30% seguida de roja 10%.*

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? *roja del 40%.*

5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *La posibilidad de que ocurra el suceso*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *Es el espacio de los resultados de la probabilidad Ej: {1, 2, 3, 4, 5, 6}*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *En el primer lanzamiento él debe tener en cuenta que no puede tener un 50% de éxito y que en el segundo tiene 30%.*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María? *Hay muchos casos en los que no se podría obtener dichos resultados, uno de ellos es: 6:24 = 1/4 = 0,25 o 25%. (los números dentro de la probabilidad son el 6 y el 8)*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciara a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

1)

a) las posibilidades de que algo ocurra

b) las muestras tomadas para llevar a cabo la probabilidad o la cantidad (pueden ser personas)  
Ej: El censo

c) La regla "Laplace" sirve para sacar una cantidad o probabilidad de cosas que pueden ocurrir. Se aplica tomando los casos posibles divididos por los casos totales

$$P = \frac{\text{Casos posibles}}{\text{casos totales}}$$

d) Sí, se puede relacionar.

2) Pedro debe contar las caras mayores a 8 y que sean números pares, en este caso serán 8, 10, 12. Entonces debe dividir los casos posibles por el número de caras que tiene el dado

$$\frac{3}{12} \rightarrow \begin{array}{l} \text{casos posibles} \\ \text{número de caras} \end{array} \quad \text{En este caso son dos dados.}$$

b) Debe buscar los números que sean pares y que la suma de estos de 12 o mayor

3) Le diría que siga participando, ya que en ambos casos la probabilidad es muy pequeña

$$Kino = \frac{14}{25} \text{ (números del 1 al 25)} \quad \text{Loto} = \frac{6}{41} \text{ (números de 1 al 41)}$$

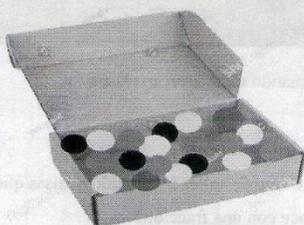
Considerando lo aleatorio que puede ser esto, y en un quinión, él ganará primero el "loto"

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? \_\_\_\_\_

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  $\frac{6}{20} \cdot \frac{2}{14}$  /  $\frac{15}{20}$

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



$\frac{2}{20}$  y  $\frac{1}{2}$

5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

$\frac{3}{16} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14}$

las probabilidades son nulas ya que hay 5 casillas de color rojo y tres de ellas son multiples de 3.

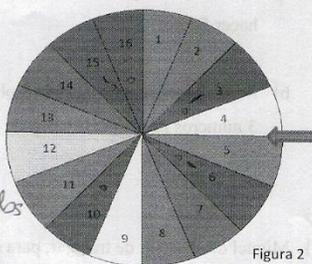


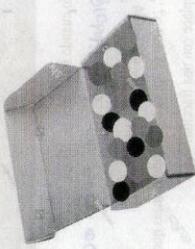
Figura 2

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *se debe dividir los números primos en los números totales*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 7 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?  *$\frac{6}{20} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{5}{20}$*

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explique el porqué de tu respuesta.

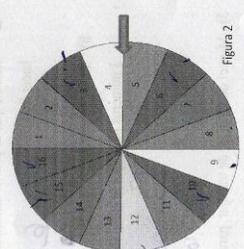


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

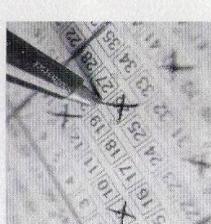
- ¿Qué entiendes por probabilidad? *probabilidad de que ocurra algo*
- ¿Qué es para ti el espacio muestral? *conjunto de resultados*
- ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Como se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?
- ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *si*

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *2D  
12L  
 $\frac{6}{12}$  sea par  
 $\frac{4}{12}$  sea mayor que 8  
el segundo dado*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?  *$\frac{13}{24}$  que sea los 3 par  
 $\frac{9}{24}$  sea mayor que 12*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



*Yo le aconsejaría que eligiera los mismos números siempre hay mayor probabilidad de ganar*

*$\frac{14}{25}$  Kino  
 $\frac{6}{41}$  loto*

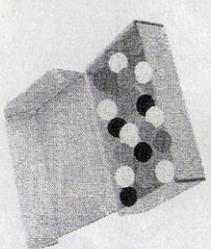
Sujeto CH 15

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, descríbe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja?, ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



5) Calcule la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

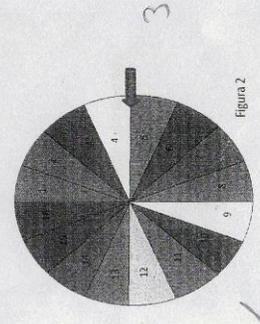


Figura 2

$\left[ \frac{3}{16} \right]$

Porque el total es 16 y 3 son la probabilidad de que gane un color rojo y múltiplo de 3

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *Es como sacar posible cosas y sacar un número exacto*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *La parte de lo que está investigando*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? *¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? ¿Una general de sacar probabilidad, se dice el número que está investigando y total de opciones*

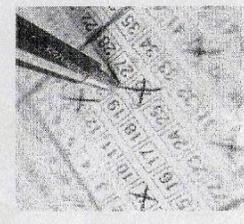
d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *Si pero la fracción no es tan exacta*

2) Con tus palabras, dí a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Primero el total de cada lado que son 12 y después cuando cuente número par en el primer dado que son 6 y por el 6 siendo dividido por el 12 que es el total de opciones y quedamos  $\frac{6}{12}$  y con el segundo dado lo mismo pero ahora María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 6 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?*

b) *cambian las opciones y queda  $\frac{12}{24}$*   
*para por el total de opción entre los dados que son 12 y la probabilidad que tú eliges  $\frac{12}{24}$*   
*no para  $9 = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$  de el de lo mismo cuando todos los caros  $\frac{12}{24}$*

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha decidido a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel?, ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.



*le recomiendo que siga trabajando y que si lo gana ganaría primero el Kino*

ESCUELA DE EDUCACIÓN EN  
HUMANIDADES Y CIENCIAS  
INTEGRACIÓN EDUCATIVA

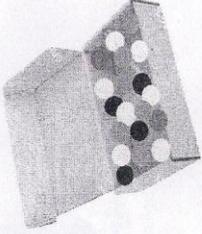
5, 6, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *hay que contar la cantidad de números primos y dividirla por el total de pelotas*

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? *6 números par mayor o 12 / 2 pelotas rojas*



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*3/6  
porque hay 5 casillas rojas y 3 números múltiples de 3 en esas casillas*

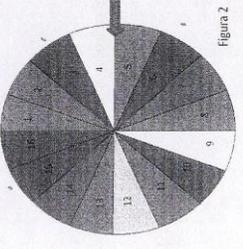


Figura 2

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? *son las posibilidades de que ocurra algo.*

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral? *son los casos totales que se van a estudiar.*

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica? *se aplica para calcular la probabilidad de que ocurra algo y se aplica con total*

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción? *con total*

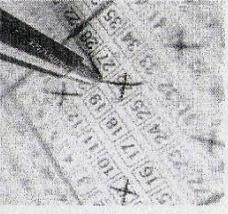
2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Tiene que dividir la cantidad de n° pares de los dos dados con la cantidad de caras de los dos dados, para sacar un n° mayor que 8 divide la cantidad de n° mayores a 8 con la cantidad de caras de los 2 dados.*

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió que cuando logre ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*ganas primero al kino ya que es que hay una mayor cantidad de números digamos una menor probabilidad de que no gane*



Sujeto CH 17

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

- ¿Qué entiendes por probabilidad? *Es un término de probabilidad de un evento porcentual para que algo pase que ocurre entre 50 años. Ceteris paribus.*
- ¿Qué es para ti el espacio muestral?
- ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?
- ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, dí a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

- Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro? *Debe para saber la probabilidad del primer lanzamiento del dado debe que sea un número par que en un caso con 6 lados puede ser 2, 4, 6, 8, 10, 12. Pero que la probabilidad es 1/2 y en el segundo lanzamiento debe que sea el mismo número para repetir la suma. Pero que la probabilidad es 1/2.*
- María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

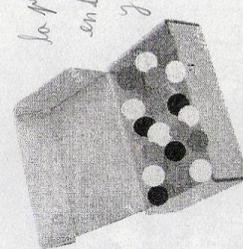
3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha decidido a jugar 1 Kino y 1 Loto semanalmente, decidió que cuando llegue ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo. ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿Cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

*Yo le aconsejaría que escogiera el kino primero, porque son más números que el loto y puede escoger más números mientras que el loto son más escasos que escoger y por ende para ganar el loto y dar los face más difícil de ganar el loto.*



4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, descríbe que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

- En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo? *10/20*
- Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra? *La probabilidad de sacar una verde es 6/20 y la probabilidad de sacar una roja es 2/20. La probabilidad de no sacar una pelota negra es 14/20.*
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12? *La probabilidad es 2/20 porque en la caja hay 6 pelotas rojas y 6 números pares mayores que 12.*



5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

*La probabilidad es de 3/16, porque en la ruleta son 5 casillas de color rojo pero solo 3 son múltiplos de 3 como lo pide.*

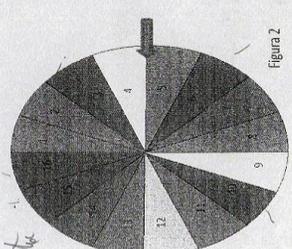


Figura 2

Sujeto CH 18

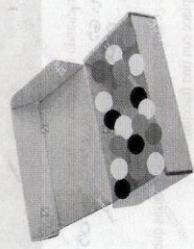
4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que crees que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?

b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?

N: NÚMERO



5) Calcula la siguiente probabilidad.  
Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta.

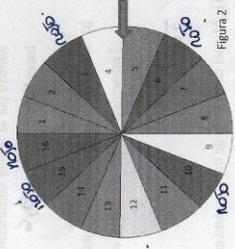


Figura 2

$\frac{5}{16} = 0,3125 \rightarrow$  Probabilidad de sacar 5

$\frac{5}{16} = 0,3125 \rightarrow$  Probabilidad de sacar 3

$\frac{3}{16} = 0,1875 \rightarrow$  Probabilidad de sacar 5 y 3

N: NÚMERO

1) De acuerdo a lo que hayas comprendido cuando trabajaron en clases.

a) ¿Qué entiendes por probabilidad? N: Es la posibilidad de que ocurra algo o de que suceda.

b) ¿Qué es para ti el espacio muestral?

c) ¿Qué es para ti la regla de Laplace? ¿Cómo se aplica? ¿Cuándo piensas que se aplica?

d) ¿Se podría relacionar la regla de Laplace con una fracción?

2) Con tus palabras, di a Pedro y María qué deben hacer para determinar la probabilidad en cada uno de los siguientes casos.

a) Pedro tiene dos dados de doce caras, y quiere saber cuál es la probabilidad de conseguir un número par al primer lanzamiento y un número mayor que 8 en el segundo dado. ¿Qué debe hacer Pedro?

$\frac{6}{12} = 0,5$

$\frac{6}{12} = 0,5$

b) María desea saber cuál es la probabilidad de que al lanzar 3 dados de 8 caras cada uno, salgan 3 números par y que la suma de estos sea mayor que 12. ¿Qué debe hacer María?

$\frac{6}{24} = 0,25$

3) Miguel desea dejar de trabajar, para esto se ha dedicado a jugar el Kino y el Loto semanalmente, decidió dejar de cuando le guste ganar el Kino o el loto, renunciará a su trabajo, ¿Qué le aconsejarías a Miguel? ¿Cuál premio crees que Miguel ganará primero? Considerando que en el Kino se pueden escoger 14 números del 1 al 25, y en el loto 6 del 1 al 41.

$\frac{14}{25} = 0,56$

$\frac{6}{41} = 0,1463$

la cantidad de **Oportunidades** que tienes para que te toque algo en específico.

Los datos o información que se tiene.

c) ~~una~~ **una** fórmula o herramienta que se utiliza para sacar un **Porcentaje de Probabilidad** se aplica: **casos posibles** se podría aplicar **casos totales** por ejemplo, si tienes una bolsa con 3 bolas rojas y 4 bolas azules para saber cuanto es la **Probabilidad** que toque una roja.

2) a) Primero debe encontrar todos los datos necesarios, que en este caso serían **la cantidad de números par** y **la cantidad de números mayores a 8**. Después de identificar esto tendrá que aplicar la fórmula para saber la **Probabilidad** que tendrá en cada dado de la fórmula será:

Fórmula:  $\frac{\text{Casos Posibles}}{\text{Casos Totales}}$  ← números pares o los números impares a 8.

← **Cargos totales del dado (12)**

3) le aconsejaría que viere los números con más **Probabilidad** de salir comparando los números de ganadores pasados.

Que el primero gane el boleto que tiene que elegir bien solo 6 números, mientras que en el kino no puede equivocarse en 11 números.

4) ~~5 4 18 19~~ **5 4 18 19 23** ← **fines**

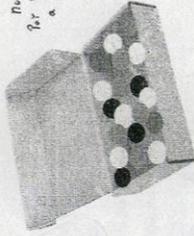
a) Primero identificar la cantidad de casos probables y la de casos totales, y luego aplicar la fórmula.

$$P = \frac{6}{20} = 0.3$$
 la **Probabilidad** es de 0.3.

4) Explica como calcular la probabilidad para los siguientes problemas. En el caso de no saber el procedimiento que se debe utilizar, describe que deberías hacer para responder las siguientes preguntas.

- a) En una caja hay 20 pelotas que están numeradas desde el 5 hasta el 24. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número primo?
- b) Si, además, 6 de esas pelotas son de color verde, 2 de color rojo, 7 de color amarillo y 5 negras, ¿Cuál es la probabilidad de que saque una pelota verde seguida de una roja? ¿Cuál es la probabilidad de no sacar una pelota negra?

c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar una pelota que sea roja y que tenga un número par mayor que 12?



$$\frac{6}{20} = 0,3$$

$$\frac{2}{20} = 0,1$$

$$14 \cdot 16 - 18 - 20 - 22 - 24$$

5) Calcula la siguiente probabilidad.

Al girar una ruleta numerada, ¿Cuál es la probabilidad de que caiga en una casilla color rojo y con un número múltiplo de 3? (Ver figura 2). Explica el porqué de tu respuesta. 16

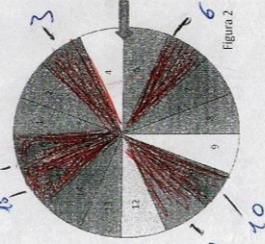


Figura 2

$$\frac{3}{16} = 0,1875$$

$$\frac{16 \cdot 6}{96} =$$

$$\frac{16 \cdot 8}{128} =$$

$$\frac{16 \cdot 9}{144} =$$

Probabilidad es de 0,1875% según la aplicación de la regla Laplace.