

**“Conceptualizaciones de los Modelos de Enseñanza
del concepto de fracción y su aplicación en el aula
por docentes de NB3”**

Seminario para optar al grado de
Licenciado en Educación y al Título de
Profesora en Educación Básica con
Mención en Matemática.

Integrantes:

Ávila Moraga, Marcela Alicia.

Delgado Bravo, Cynthia Lorena.

González Sánchez, Natalia Andrea.

Melo Contreras, Lisette Antonia.

Rodríguez Chávez, Pamela Eileen.

Valenzuela Vargas, Fernanda Andrea.

Profesor Guía:

Salazar Aburto, Marta.

Santiago, Chile

Año, 2009

Agradecimientos

“Gracias Señor por darnos la fuerza y energía de emprender cada desafío, ser nuestro apoyo en momentos de tristeza y angustia, por habernos dado todas las condiciones para estudiar y terminar nuestra carrera de la mejor forma”.

Al finalizar un trabajo arduo y reconfortante como es el desarrollo de una tesis, quiero expresar mis agradecimientos. Principalmente a Dios, por estar conmigo en cada paso que doy, por guiarme e iluminar el camino que he recorrido en mi vida y por enviarme a la maravillosa familia que amo con todo mi corazón.

Agradecer hoy y siempre a mi hijo Tomás, por su paciencia, comprensión, por sus infaltables palabras de ánimo y amor que me entregó día a día. Porque sólo con una sonrisa llenas mi corazón de energías que me permiten dar el máximo de mí, te quiero y te amo hijo por las fuerzas que me das.

Agradecerles infinitamente a mi Madre Mirtha, Padre Froilán y Hermana Marianne, quienes me han dado todo lo que soy como persona; mis valores, principios, perseverancia y empeño. Todo ello con una gran dosis de amor y apoyo constante. Sin ellos no podría haber concretado el sueño de ser una profesional.

Un agradecimiento especial a Eduardo, por su apoyo y motivación para que comenzara esta etapa que hoy culmina con éxito en mi vida. A todos ustedes, con amor y cariño les dedico mi Tesis. Muchas Gracias.

Marcela Alicia Ávila Moraga.

Un importante paso que pude dar en mi vida, ocurrió el día que decidí optar por el camino de la docencia, un trayecto de cuatro años iluminado por mi preciosa lucecita que hoy brilla en el cielo.

He llegado al final de esta primera etapa, logro que he conseguido con sacrificio y perseverancia, con la suerte de contar siempre con una mano de apoyo que sin duda formaron un pilar fundamental en la consecución del éxito. Son tantas las personas a quienes debo agradecer y dedicar este triunfo.

Agradezco a mis padres Ana y Nivaldo, por su amor, comprensión y apoyo incondicional que me han otorgado durante este tiempo, decirles que su labor ha sido imprescindible en mi formación como profesional.

Agradezco a mi novio, que con su amor y apoyo pude lograr el equilibrio emocional en los momentos difíciles.

Mi principal agradecimiento, va dedicado a ti preciosa mía, gracias por guiar mis pasos en este desafío que juntas hemos logrado, gracias por otorgarme la fortaleza para seguir creciendo con vocación y tratar de ser cada día mejor. Desde hoy, con la frente en alto y con el mejor orgullo de una madre, te dedico este importante logro.

A mi equipo de tesis, gracias por la confianza que depositaron en mí, y juntas alcanzar este sueño que ahora es una realidad.

Finalmente, agradezco a todos aquellos que de una u otra forma influyeron en este logro tan importante en mi vida.

Cynthia Lorena Delgado Bravo.

Dudosa de escoger la profesión que quería ejercer, opté por la que hoy no me arrepiento y por la que llena completamente las expectativas que tenía para el resto de mi vida.

He llegado al final de un proceso que con esfuerzo y perseverancia he logrado, además del amor y confianza de las personas que día a día estuvieron presentes, demostrando preocupación por cada uno de los pasos que daba.

Agradezco profundamente y mis padres Guillermo y Myrella, que pasivamente estuvieron acompañándome con sus consejos cada vez que los necesite y que con paciencia toleraron los malos ratos que viví en el proceso.

Agradezco a mis hermanos y familiares, que siempre mostraron preocupación y cada vez que necesité de su ayuda no dudaban en otorgármela; a mi tía Pita, que era capaz de dejar su trabajo de lado por imprimirme los documentos necesarios para este proceso y a mi prima Viviana que me facilitó la herramienta más útil cuando esta etapa se terminaba.

A mis amigos que siempre me consultaban como iba mi acercamiento a la docencia y por la ayuda que recibí de los que cada día me apoyaron y me vieron afligida cuando se acortaban los tiempos; de la persona que a pesar de no estar siempre conmigo, contaba con él cada vez que lo necesite.

Jamás olvidaré la ayuda, comprensión, paciencia y discusiones que me hicieron crecer junto a mi grupo de seminario, que entre risas y disgustos, hicimos este sueño realidad.

Natalia Andrea González Sánchez.

En esta etapa que hoy finalizo, doy gracias principalmente a Dios por acompañarme en cada una de las metas que me he propuesto a lo largo de la vida y por darme una maravillosa familia de la cual me siento agradecida de todo corazón.

En especial agradezco a mis padres Eliana y Eduardo, mi abuela Eliana, mi hermana Loreto, mis sobrinos Diego y Mateo y mi ahijado Agustín por darme las fuerzas necesarias para luchar por mis sueños y jamás rendirme, también agradezco a mi tía Lucila y mis primos Andrea y Cristóbal por acompañarme en este proceso.

Es por esto, que nunca olvidaré el apoyo incondicional entregado por cada uno de ustedes en todos los momentos en que lo necesité, sobre todo en aquellos en que me sentí agotada y necesite de su apoyo para salir adelante sin dificultades.

Los amo demasiado y les doy las gracias por todo lo que me han entregado en estos años de vida, por sobre todo los valores enseñados y los consejos dados, que hacen que sea la persona que hoy soy.

Lisette Antonia Melo Contreras.

Después de tener varios estudios, decidí optar por esta hermosa profesión el cual no me arrepiento y orgullosamente hoy finalizo después de 4 años de sacrificio y esfuerzo sin cerrar las puertas, ya que si Dios me lo permite seguiré perfeccionándome aún más.

Quiero agradecer la confianza, amor incondicional, paciencia, disciplina y apoyo brindado por mis padres, por darme la oportunidad de estudiar y así poder terminar mi carrera sin problemas, porque sin su esfuerzo nada hubiera sido posible. Mamá y papá, quisiera decirles una vez más cuanto los amo y que mi vida es corta para agradecer lo que hacen cada día por mí.

A mi hermana Tammy por ser mi compañera de toda la vida, cómplice de mis sueños y por tantos momentos de felicidad juntas, gracias por el apoyo brindado cuando lo he necesitado y el amor a distancia.

Le doy las gracias a mi hijo Kevin por ser el pequeño hombrecito que llena mi vida de amor y felicidad, por el cual tengo motivos de sobra para sonreír cada día y sobreponerme a cada tropiezo para ser cada día mejor y su ejemplo a seguir.

A Claudio por ser el hombre que quiero para mi vida, por el amor inmenso que me ha demostrado durante tantos años, por su compañía en momentos de alegría y tristeza, por su paciencia, su incondicional apoyo en todo, por estar cada vez que lo necesito, gracias mi amor por enseñarme a ver el mundo con otra perspectiva y por demostrarme que con esfuerzo y sacrificio todo se hace más fácil, te amo con todo el corazón.

En general, doy las gracias a toda mi familia, a mi grupo de tesis que a pesar de aquellas alegrías y disgustos hemos finalizado exitosamente nuestra meta.

Por último agradezco aquellas personas que me han acompañado durante esta etapa de mi vida, ya que de todas ellas he podido obtener alguna enseñanza.

Pamela Eileen Rodríguez Chávez.

Esta meta cumplida si bien ha requerido de esfuerzo y mucha dedicación por parte de nuestro grupo de seminario, no hubiese sido posible su finalización sin la cooperación de muchas personas que siempre estuvieron presentes durante todo este proceso.

Agradecer a mi familia, específicamente a mi madre, Erika quien siempre creyó en mí y me otorgo todo su apoyo, esforzándose cada día de manera desinteresada, para lograr finalizar mi carrera. También a Roberto quien siempre estuvo dispuesto a ayudar en lo que necesitara, tiempo, materiales, etc. A mi hermana Francisca quien me ayudo con cada uno de esos trabajos manuales, quien también me escucho en la preparación de cada exposición. A mi padre y a mi abuelo, que a pesar de que no se encuentran físicamente junto a mí, han sido mis ángeles de la guarda, ellos me han protegido y acompañado durante los años de carrera, principalmente en este proceso final.

A mi pololo Nicolás quien me ha acompañado y dado ánimo en los momentos más difíciles y cuando más lo necesite, gracias por ser paciente y comprenderme, te amo. A mi abuela Lidia, ya que siempre quise que ella estuviera presente en el día de mi titulación, creando en mí las ganas de luchar cada día y cumplir con ese sueño. Los quiero mucho a cada uno de ustedes.

Muchas gracias por ese apoyo incondicional y por compartir mi felicidad de ser una gran profesional y comprometida docente. Prometo nunca defraudarlos.

Fernanda Andrea Valenzuela Vargas.

Finalmente agradecemos a todas aquellas personas que colaboraron, de una u otra forma, para poder haber hecho posible esta tesis.

Índice de Contenidos

Agradecimientos	2
Resumen	9
Abstract	10
1. Planteamiento del problema.	
1.1 Antecedentes del problema de investigación.....	11
1.2 Justificación e importancia.....	13
1.3 Definición del problema.....	14
1.4 Limitaciones.....	16
2. Supuestos de Investigación.....	17
3. Objetivos de investigación.....	18
3.1 Objetivo General.....	18
3.2 Objetivos Específicos.....	18
Marco Referencial.	
4.1 Noción de concepto.....	19
4.2 Origen de la fracción.....	19
4.3 Creencias sobre las fracciones.....	20
4.4. Dificultades en el aprendizaje de las fracciones.....	21
4.5. Modelos de enseñanza del concepto de fracción.....	23
4.5.1. Modelo Parte – Todo.....	23
4.5.2. Modelo De Medida.....	25
4.5.3. Modelo de Cociente.....	27
4.5.4. Modelo de Razón.....	28
4.5.5. Modelo de Operador.....	29
4.6. Planes y Programas.....	30
4.7. Texto escolar como recurso didáctico.....	31
4.8. Propuestas y/o sugerencias otorgadas por diversos autores.....	32
Marco Metodológico.	
5.1 Enfoque de Investigación.....	36
5.2 Fundamentación y descripción del diseño.....	37
5.3 Escenario y Actores.....	38
5.4 Fundamentación y descripción de Técnicas e Instrumentos.....	40
5.5 Modelos e instrumentos a emplear.....	42
5.6 Validez y confiabilidad.....	49
6. Recogida de información.....	51
Análisis de datos.	
7. Análisis de datos.....	53
8. Discusión bibliográfica.....	87
9. Conclusión.....	90
10. Bibliografía.....	93
Anexos.....	95

Resumen

La presente investigación pretende distinguir cómo conceptualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción, docentes del subsector de educación matemática de NB3 correspondiente a establecimientos de dependencia particular subvencionada, pertenecientes a centros de prácticas de observación de estudiantes involucradas en la investigación.

Para la recolección de la información se realizaron estudios de casos con la finalidad de indagar y realizar un análisis detallado, sistemático y profundo del objeto de interés, seleccionando como técnicas de recolección de información: la entrevista semi-estructurada y la observación no participante a docentes y estudiantes pertenecientes al mismo escenario de estudio.

Los datos fueron analizados bajo los cinco modelos de enseñanza siendo estos parte-todo, medida, cociente, razón y operador del contenido de fracción, que permitieron deducir la tendencia que poseen los docentes sobre la conceptualización de enseñanza de la misma y la que aplica dentro del aula.

A partir de los objetivos propuestos en el estudio, se realizó un levantamiento de categorías, posterior a ello, los datos recolectados fueron analizados mediante triangulaciones, que proporcionaron información de diversas fuentes, con la finalidad de contrastar sus resultados, permitiendo deducir cómo conceptualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción los docentes de NB3.

Finalmente los resultados de esta investigación revelan que existen diversas dificultades presentes en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones a través de los instrumentos aplicados, la cual priorizan un modelo de enseñanza implementado por las dos docentes, que es el parte-todo, a pesar que una de ellas además de éste conceptualiza otro modelo de enseñanza que no lo aplica en el aula; por lo tanto, no presenta una coherencia entre su conceptualización y su aplicación del concepto de fracción.

Abstract

This research seeks to distinguish how teaching models and math teaching subsector for NB3 particular-subsidized schools concerning to observation internships of students involved in this research, are conceptualized and implemented.

Concerning to all data gathering, studies were conducted in order to investigate and make a detailed, systematic and deep analysis dealing with the subject matter, by selecting as data collection techniques: semi-structured interviews and non participant observations focused on teachers and students concerning to the same stage of study.

The data was analyzed under five teaching models, which are; part-whole, measure, ratio, reason and operator content fraction, which allowed us to deduce the trend that teachers have on the conceptualization of teachers teaching and how is applied inside the classroom.

Based on the objectives proposed in the study, categories were modified. After the scales were modified, data collected was analyzed using triangulation, which provided information from various sources which helped to compare the results, allowing us deducing how teachers conceptualized and implemented teaching models concerning the concept of NB3 fractions.

Finally, the results of this investigation reveal that there are several difficulties related to teaching and learning of fractions through the instruments applied, which prioritizes a teaching model implemented by two teachers, which is *part-whole*. Although another teaching model, besides this one, conceptualizes but there is no implementation in the classroom. Therefore, there is no coherence between its conceptualization and implementation of the concept of fraction.

1. Planteamiento del problema.

1.1 Antecedentes del problema de investigación.

Diferentes estudios (Kieren, 1993; Freudenthal, 1994; Escolano y Gairín, 2005), señalan que las fracciones son uno de los contenidos de la matemática que presentan dificultades para la enseñanza - aprendizaje, principalmente, en los niveles básicos de educación. Esto se evidencia en los resultados obtenidos en diferentes pruebas rendidas, tanto a nivel nacional como internacional.

A nivel nacional, el sistema de medición de la calidad de la educación chilena es el SIMCE, el cual evalúa si los estudiantes han alcanzado los Objetivos Fundamentales (OF) y los Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO) del currículo nacional.

En el subsector de educación matemática, en relación al contenido de fracción, el SIMCE mide el conocimiento y las habilidades desarrolladas durante el primer ciclo básico a través de categorías de desempeño, tales como: Nivel avanzado, intermedio e inicial.

- Nivel Inicial: Aquí los estudiantes aún no han consolidado los aprendizajes de identificar las fracciones.
- Nivel Intermedio: Aquí los estudiantes son capaces de reconocer las fracciones.
- Nivel Avanzado: Aquí se agrupan los estudiantes que utilizan las fracciones para cuantificar partes de una unidad.

Los estudiantes que rinden la prueba SIMCE (2008), obtienen resultados que siguen siendo altamente preocupantes, puesto que, sólo el 59% de los estudiantes de 4º año Básico se distribuyen en los Niveles de Logro Intermedio o Avanzado y el 41% restante no alcanza el Nivel Intermedio, siendo clasificado en el Nivel Inicial¹.

En cuanto a nivel internacional, los resultados obtenidos en la prueba PISA en el año 2003, los estudiantes chilenos obtuvieron un promedio de 384 puntos, los cuales se encuentran por debajo del promedio (500 puntos) de la Organización para

¹ <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article4912>.

la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Es así como el 5% de los estudiantes alcanzó un puntaje inferior a 222 puntos y el 95% logró un puntaje superior a éste².

Así también en la prueba TIMMS los resultados son alarmantes, puesto que el 0% de los estudiantes se encuentra en nivel avanzado, 3% en nivel alto, 12% intermedio, 26% bajo y 59% nivel inferior, siendo estos últimos estudiantes los que muestran un conocimiento inferior al mínimo que permite describir la prueba TIMMS³.

Los resultados confirman lo que diversos autores investigaron sobre la enseñanza de la matemática. Particularmente Escolano y Gairín (2005), señalan en su investigación que en el currículum oficial de España, la instrucción sobre los números racionales positivos ocupa un lugar muy destacado en la aritmética. Debido a esto se realizó un estudio a niñas y niños españoles de sexto curso de educación primaria arrojando así que, tres de cada cuatro estudiantes tienen dificultades para comprender el concepto de fracción.

Investigadores como Kieren (1993), Freudenthal (1994) y Behr (1992), admiten cinco significados o modelos para enseñar el contenido de fracción, señalando que uno de estos modelos no permite la construcción del concepto de fracción en los estudiantes.

A partir de las diversas investigaciones en este ámbito, se señala que los estudiantes no comprenden dicho concepto, debido a que estos son tratados de una sola manera. De acuerdo a los antecedentes planteados es posible determinar que la situación de la incomprensión del concepto de fracción durante estos últimos años revela un escenario de resultados preocupantes, así lo evidencian los datos obtenidos de las pruebas nacionales e internacionales como el SIMCE, TIMMS y PISA.

Estos antecedentes permiten construir una mirada objetiva, desde el punto de vista conceptual y empírico, de lo que ocurre realmente en la educación chilena, marcada por el bajo rendimiento en educación matemática y principalmente en la enseñanza del concepto de fracción, siendo así una problemática actual y relevante que busca sus respuestas en este trabajo de investigación.

² http://www.mineduc.cl/biblio/documento/nota_tecnica_pisa.pdf

³ http://www.sectormatematica.cl/articulos/TIMSS_perich.pdf

1.2 Justificación e importancia.

Se considera que dentro de la matemática, es relevante el contenido de fracción, puesto que éste se utiliza en las diversas situaciones de la vida cotidiana, así también es de gran relevancia dentro del currículum escolar, presentándose desde tercer año básico hasta cuarto año medio. Sin embargo, las diferentes pruebas como SIMCE, TIMMS y PISA han demostrado que los resultados obtenidos por parte de los estudiantes no alcanzan los niveles avanzados.

Estas dificultades se deben, principalmente, a que los docentes básicos, de matemática, no reciben en la teoría la información necesaria para enseñar el concepto de fracción a sus estudiantes, más bien se establece en la teoría de la física (Rouche, 1994).

Se declara que la presente investigación tiene un valor pedagógico relevante, debido a que a través de ésta se dará a conocer qué conceptualización de los modelos de enseñanza del concepto de fracción hay detrás de los docentes investigados, elemento que complementa y respalda a otros estudios que indican que los modelos de enseñanza que poseen y aplican los docentes forman un vacío e incomprensión del concepto en los estudiantes (Rouche, 1994).

Las estrategias utilizadas para la recolección de información fueron la entrevista semi-estructurada, que fue aplicada a dos docentes y a seis estudiantes, y la observación no participante, que se realizó dentro del escenario de estudio, posteriormente con los resultados obtenidos se realizaron triangulaciones.

Esta investigación aporta un valor en la construcción de conocimientos sobre las fracciones, puesto que se centra en la descripción de los modelos de enseñanza, es decir, no se realiza una propuesta para mejorar las condiciones educacionales, sino que se analiza la relación entre la conceptualización y aplicación de dichos modelos, con el fin de que puede ayudar a resolver la labor de los profesores en el aula con respecto a la interpretación de las fracciones, además de lograr que el docente las adapte a los intereses y necesidades de los estudiantes para que sean capaces de utilizar conocimientos adquiridos para resolver diversos problemas cotidianos, así llegando a poseer elementos indispensables que auxilien a mejorar su aprovechamiento escolar.

Con este estudio se pretende dar a conocer la relevancia de los diversos modelos de enseñanza del concepto de fracción, con el fin de que los actuales y futuros docentes conozcan las dificultades que han venido surgiendo durante años al enseñar el concepto de fracción y así mejorar el rendimiento en el proceso de enseñanza – aprendizaje en educación matemática y optimizar los resultados que se obtienen de las diversas pruebas a nivel nacional e internacional.

1.3 Definición del problema.

En la sociedad moderna al iniciar el proceso de enseñanza de la fracción, se pretende que el estudiante internalice el concepto en los primeros niveles de estudio, puesto que, las fracciones además de enfocarse en lo cognitivo, desarrollan destrezas importantes que se aplican en diversas situaciones de la vida cotidiana. Situación que se ve afectada según las investigaciones realizadas con anterioridad, dando cuenta de los obstáculos actuales que impiden el desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje en el concepto de fracción.

Como lo señalan diversas investigaciones, la comprensión de las fracciones se ve afectada debido a que gran parte de los docentes enseñan las fracciones a partir de un sólo modelo de enseñanza, sin considerar la existencia de los otros cuatro, los cuales permiten que el estudiante internalice el concepto de fracción como número racional.

Es por esto que se procura investigar sobre la conceptualización de los modelos de enseñanza de la fracción y la aplicación de estos por parte de los docentes, prestando un especial interés a lo que ellos piensan sobre su propio actuar, en este caso sobre las fracciones y su proceso de enseñanza-aprendizaje, puesto que en cierta medida la manera de actuar determina como se transforma la información teórica.

Pregunta de investigación.

¿Cómo conceptualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción dos docentes del subsector de educación matemática de NB3 correspondiente a establecimientos de dependencia particular subvencionada?

Interrogantes de investigación.

1. ¿Cuál o cuáles son los modelos de enseñanza que conceptualizan dos docentes del subsector de educación matemática?
2. ¿Cuál o cuáles son los modelos de enseñanza de fracción que utilizan dos docentes en el aula?
3. ¿Existe coherencia entre el o los modelos de enseñanza de fracción que conceptualizan los docentes y el que aplican en el aula?
4. ¿Cuál o cuáles son los modelos de enseñanza de fracción que se priorizan en los textos escolares utilizados por dos docentes en el contenido de fracción?

1.4 Limitaciones.

Es apropiado precisar los límites del estudio y considerar las restricciones propias del problema investigado.

Una de las razones que limita la investigación, es su carácter no generalizable, debido a que las conclusiones sólo se adjudican a dos docentes que fueron partícipe del escenario estudiado, aunque existían docentes con características similares en segundo ciclo, específicamente en quinto año básico, pertenecientes a centros de prácticas de observaciones en años anteriores.

No se pretende dar cuenta de todos los aspectos que influyen en el proceso de enseñanza - aprendizaje del contenido de fracción, sólo abordar uno de los factores que intervienen: los modelos de enseñanza utilizados por dos docentes al impartir el concepto de fracción.

El tiempo es un factor que restringe el proceso de estudio de la investigación, puesto que existe un período limitado para realizar una investigación con mayor cantidad de actores que ejercen en quinto año básico, debido a que el contenido de fracción se encontraba cursado en la mayoría de los establecimientos.

2. Supuestos de investigación.

La construcción de la fracción como número racional, se logra a través de la utilización de los cinco modelos de enseñanza del concepto de fracción, los cuales son: razón, cociente, medida, parte-todo y operador.

Dentro del subsector de Educación Matemática los docentes dan prioridad a la utilización del modelo parte-todo al enseñar el concepto de fracción.

El modelo de enseñanza parte-todo no permite que el estudiante construya el concepto de fracción como un número racional.

3. Objetivos:

3.1 Objetivo General.

Distinguir la conceptualización y aplicación de los modelos de enseñanza del concepto de fracción dos docentes del subsector de educación matemática de NB3 correspondiente a establecimientos de dependencia particular subvencionada.

3.2 Objetivos Específicos.

- I. Identificar el o los modelos de enseñanza que conceptualizan dos docentes del subsector de Educación Matemática de NB3.
- II. Evidenciar el o los modelos de enseñanza que utiliza cada docente dentro del aula al enseñar el concepto de fracción.
- III. Verificar la coherencia entre el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que conceptualizan los docentes y el que aplican en el aula.
- IV. Visualizar el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que priorizan los textos escolares de NB3.

4. Marco Referencial.

Antecedentes.

Para sustentar el tema en estudio, se investigó y analizó diversos referentes teóricos que permiten encausar la interrogante planteada en la investigación. Por esta razón, en los siguientes apartados se presentarán las ideas, conceptos e investigaciones que ayudan a fundamentar el estudio realizado.

4.1. Noción de concepto.

Los conceptos matemáticos son elaboraciones sociales que existen objetivamente, la necesidad de éstos, al igual que las proposiciones matemáticas surge y se basan en convenciones socialmente compartidas.

Vergnaud (1990) vincula el significado con las prácticas que realiza el estudiante enfrentado a la resolución de problemas: *“es a través de la resolución de problemas como un concepto cualquiera adquiere sentido para un alumno.”*

Desde la perspectiva etimológica, el concepto de fracción proviene del latín *frāctus*, que significa roto o quebrado. Según la RAE (Real Academia Española) este significado se presenta con diversas definiciones tales como: división de algo en partes, expresión que indica una división, número quebrado, entre otras. Sin embargo, se consideró el concepto entregado por María Sánchez y Salvador Llinares (1997): *las fracciones se consideran como la división de un todo de sus partes, de este modo señalan que dentro de la aritmética es entendido como un número quebrado o expresión que indica la división que no puede efectuarse.*

4.2. Origen de la fracción.

En la historia de las matemáticas se ha logrado identificar que los números son parte importante en la evolución del ser humano. Por consiguiente, Rouche (1994), señala, que las fracciones son consideradas como un factor primordial e influyente en el desarrollo del hombre. En la sociedad actual se encuentran insertas expresiones fraccionarias, utilizadas para representar una determinada medida, en donde se pueden mencionar los siguientes ejemplos: media torta, media pizza, entre otras.

Rouche (1994), menciona que las fracciones han estado presentes en la historia de diversas culturas, tales como, en la de babilonios y egipcios. Cabe mencionar que en aquellos tiempos la fracción se consideraba dentro de las medidas de una magnitud en una unidad dada. Esta modalidad perduró hasta mediados del siglo XX, período en el cual se produce una separación del concepto de medida con la matemática, debido a la constante búsqueda de números más satisfactorios, estos comenzaron a tomar más importancia que las magnitudes. En el libro V de Euclides como lo menciona Rouche (1994), se representa la independencia de los números y la geometría de las magnitudes de medida, siendo éstas utilizadas finalmente sólo en la física.

En la actualidad, el aprendizaje de las magnitudes ha tenido un bajo desarrollo, puesto que, fenómenos destinados a conducir la construcción de fracciones y de números racionales, no han sido considerados en el proceso de enseñanza. La medida no está presente en el sistema educativo como eje, sino como herramienta, ya que es más fácil y variado el acceso que ofrecen los medios tecnológicos, de manera que existe conformidad de verificar mediante instrumentos tecnológicos las cifras que queremos saber (Rouche, 1994).

4.3. Creencias sobre las fracciones.

En variadas ocasiones hemos sido partícipes de como una determinada información es interpretada de distintas maneras por personas de ideologías diferentes. Parece lógico que en un proceso tan complejo como el que se desarrolla en una clase las teorías subjetivas del docente, sus actitudes, creencias y expectativas, cumplan un rol fundamental.

Hoy en día se da énfasis a lo que piensa el docente sobre su propia actuación como profesor/a de matemática en general y su opinión sobre el proceso enseñanza - aprendizaje relacionado con las fracciones, ya que de alguna manera éstas ideas actúan como filtro a la hora de transformar la información teórica en recursos prácticos (Brommer y Brophy, 1986).

Los conceptos organizan los conocimientos que tiene la persona, cuyo uso son de incidencia significativa porque interactúa con el medio social. En este sentido, las ideas del docente condicionan sus decisiones, en relación al contenido, como su selección, planificación y en la evaluación del proceso (Sánchez y Llinares, 1997).

4.4. Dificultades en el aprendizaje de las fracciones.

En España, Escolano y Gairín (2005), investigaron el por qué los estudiantes de primaria poseían tan bajos resultados al trabajar con los números racionales y descubrieron que la gran dificultad que tenían era que no comprendían el concepto de fracción. Esto se debía al conjunto de procedimientos, relaciones y operaciones de la propia estructura numérica de los números racionales.

El conjunto de dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el contenido de la fracción, es en los niveles básicos de educación. Estas dificultades se producen principalmente, porque se trata de conseguir un manejo de símbolos relacionados a las fracciones y las operaciones de éstas, con reglas de carácter algebraicas, sin antes haber creado o desarrollado en los estudiantes un esquema conceptual a partir de situaciones concretas.

En la enseñanza-aprendizaje de la matemática se debe considerar la existencia de un equilibrio entre el significado de las fracciones en contextos concretos (situaciones problemáticas) y en situaciones abstractas sin contexto (cálculo algebraico), como lo señala Dickson (1984). Esta teoría es confirmada por Streefland (1993) y Freudenthal (1994), señalando que la enseñanza debe ser significativa para el estudiante, siendo necesario apegarse a la realidad y al contexto de éstos, como también, antes de comenzar con los conceptos matemáticos, se debe otorgar prioridad al nivel de conceptos mentales que presentan los estudiantes. Esta labor según Freudenthal (1983), pertenece a la enseñanza empleada por los docentes, la cual sería uno de los factores determinantes en el aprendizaje de los estudiantes.

Sin embargo, la principal problemática de por qué los estudiantes no comprenden el concepto de fracción, se debe a que el contenido es trabajado a través de una sola interpretación, es decir, a partir de un único modelo de enseñanza del concepto de fracción, denominado parte-todo (Freudenthal, 1983).

A consecuencia de cómo se presentan los conceptos matemáticos, se originan los obstáculos didácticos que se producen al priorizar la enseñanza de la fracción bajo el modelo parte-todo (Brousseau, 1983). A continuación se hará referencia a tres de los obstáculos que tienen relevancia en la construcción de las fracciones.

1º Se obstaculiza la formación de concepciones adecuadas:

- No existen las fracciones impropias. El estudiante se crea la idea de que el número de partes que se toman debe ser menor o igual que las partes del “todo” (Bonotto, 1993).
- Las fracciones son números, no medidas. Las fracciones se presentan al margen de las magnitudes, a modo de ejemplo, ante representaciones gráficas de medio cuadrado, o de medio círculo o de media tarta, el estudiante escribirá simplemente $\frac{1}{2}$.
- El “todo” o unidad no es un número. En el proceso instructivo no se explicita el sentido y funciones de la unidad, lo que provoca la identificación de las fracciones del tipo $\frac{a}{a}$ de la unidad, pues los estudiantes tienden a señalar que este tipo de fracciones representa el todo, o que han tomado a elementos (Gairín, 2001).

2º Se obstaculiza la separación conceptual del número racional y del número natural.

- La fracción está formada por dos números naturales. La fracción describe una situación estática en la que hay involucrados dos números naturales; por lo tanto, ni la fracción, ni la expresión decimal se entienden como un sólo número de naturaleza diferente a la de los números naturales.
- Las relaciones y operaciones con números racionales tienen el mismo significado que los números naturales.

3º Se obstaculiza la formación de ideas abstractas.

- Los contenidos útiles son los procedimentales. Los estudiantes memorizan las técnicas de cálculo sin preocuparse de sus fundamentos teóricos.

La comprensión del concepto de fracción como número racional, debe otorgar fundamentos en las que se apoyen las operaciones algebraicas, que en los niveles más avanzados desarrollarán. Realizar un trabajo óptimo con las fracciones puede contribuir a que el estudiante consiga una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, proporcionándole al estudiante la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones (Kieren, 1976; Dienes, 1972).

Lo señalado implica un proceso de aprendizaje a largo plazo, debido a la variedad de interpretaciones que poseen las fracciones. Por lo tanto, se concluye que en una primera instancia el concepto global de fracción no puede ser comprendido, puesto que la complejidad del megaconcepto de fracción, como lo señala Llinares y Sánchez (1988), provee incompreensión a los estudiantes.

4.5. Modelos de enseñanza del concepto de fracción.

Los números racionales han sido objeto de estudio por investigadores prestigiosos como Kieren, (1976, 1980); Freudenthal, (1983); y Behr, (1983, 1992). Los cuales han demostrado en sus estudios cinco significados o bien, como se ha denominado en esta investigación, modelos de enseñanza del concepto de fracción, los cuales son: medida, cociente, razón, operador y parte-todo. No obstante, al analizar los estudios realizados por estos investigadores se puede observar que interpretan de diferentes modos los determinados modelos de enseñanza. Así, por ejemplo, Behr (1983), identifica los significados de medida y parte-todo al considerar que el modelo de medida del número racional representa una reconceptualización de la noción parte-todo de la fracción; Freudenthal (1983) separa estos dos significados porque considera que provienen de fenomenologías diferenciadas; sin embargo, Kieren (1980) identifica parte-todo, razón, y medida con recta numérica.

Según las interpretaciones reconocidas por éstos autores, el enfoque de ésta investigación, prioriza describir los cinco modelos de enseñanza del concepto de fracción.

4.5.1. Modelo Parte – Todo.

La interpretación de las fracciones como modelo de enseñanza parte-todo, según Escolano y Gairín (2005), señalan que se produce cuando un todo se divide en partes iguales, pero sólo algunas de estas partes se encuentran pintadas, sombreadas o diferenciada de alguna manera. El enunciado de las tareas suele decir: expresa con una fracción la parte pintada de la figura, lo cual obliga a que el estudiante realice transferencias gráficas y representaciones simbólicas, para esto el estudiante debe realizar un doble conteo en la figura, una es el total de partes que tiene dicha figura y luego sólo las que están pintadas, una vez que ya han contado y obtienen dos números naturales separados por una línea horizontal, el número que va sobre la línea que separa es la parte y bajo la línea representa el todo.

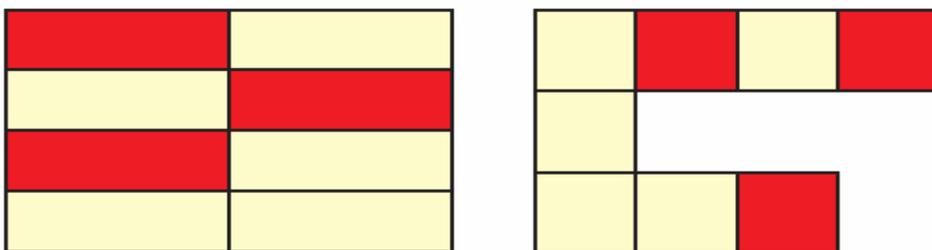
Desde la perspectiva cognitiva, de la construcción del significado parte-todo, Escolano y Garín (2005) señalan lo siguiente:

- 1.- Gran parte del conocimiento se adquiere de forma visual.
- 2.- Se ignora la medida de magnitudes, en donde se producen los siguientes hechos:
 - Omisión de la magnitud utilizada: En el enunciado de las tareas se suele utilizar la magnitud superficie, pero no se hace mención de ella porque la actividad se resuelve sin realizar la medida de ninguna cantidad de superficie, simplemente hay que hacer dos recuentos.
 - Indefinición de la unidad: El todo o unidad no necesita que se muestre de forma explícita. Por este motivo las figuras suelen presentarse superpuestas y claramente diferenciadas según el atributo del color, de modo que el estudiante no tiene la necesidad de reconocer la unidad para resolver la tarea.
 - Irrelevancia de la igualdad de cantidades de magnitud: El estudiante debe reconocer el número de regiones que conforman dos figuras planas, pero el énfasis se pone en la cardinalidad, no en la igualdad de las superficies de las regiones que aparecen en el fraccionamiento.
- 3.- Se refuerza el sentido del número natural.
- 4.- La fracción no tiene status de número, la fracción aparece como la relación simbólica de dos números naturales.
- 5.- Promueve el aprendizaje pasivo.

Con el modelo de enseñanza parte-todo el estudiante no ve la necesidad de introducir ninguna estructura numérica superior a la del número natural, ya que lo único que hace es un doble recuento, lo que conlleva a que éste sólo relacione dos números naturales (Escolano y Gairín, 2005).

Con respecto a ellos, la relación parte – todo, se considera como un todo (continuo o discreto) subdividido en partes iguales, indicando como fundamental la relación que existe entre el todo y un número designado de partes (Kieren, 1980).

Ejemplo de este modelo de enseñanza:



4.5.2. Modelo de Medida.

La fracción como medida es reconocida por Kieren (1980), Freudenthal (1994), Dienes (1970) y Bert (1983); como la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, de dos o de tres dimensiones), producto de la participación equitativa de una unidad.

Entendiendo como tal modelo de aprendizaje, un entorno físico con el que se esquematiza y recrea una parte del mundo real con variables bien definidas, se establece frente a interacciones con el mundo exterior, y que permite las acciones de los sujetos. En este caso de los modelos de medida, las cuatro variables tomaron los siguientes valores:

a.- Magnitudes medibles: Se utilizan las de longitud, superficie y cardinalidad. Se eligen éstas, ya que son las que aparecen en el currículum oficial, y porque éste tipo de magnitudes facilitan al escolar la obtención del resultado de la medida.

b.- Objetos en los que resulta perceptible una cantidad de magnitud: Utilizan material concreto, que se pueda manipular fácilmente y agradables al tacto.

c.- Acciones realizadas sobre los objetos: Se propone a los escolares la medida de cantidades de magnitud en diferentes situaciones.

d.- La técnica elegida para realizar la acción es la de medir en una sola fase: Fraccionar la unidad de medida con la finalidad de crear una sub unidad que está contenida con un número entero de veces en la cantidad a medir. La elección de esta sub unidad se logra mediante un proceso de ensayo y error, existiendo múltiples sub unidades para medir una misma cantidad. El resultado de la medida se expresa mediante una fracción.

Consideraciones sobre los contenidos:

Una vez concretados los modelos de medida que utilizaron en la propuesta, justifican las decisiones tomadas para organizar y secuenciar los contenidos de las propuestas, estos son:

- Comenzar con la notación fraccionaria.
- Trabajar inicialmente con la longitud.
- Incorporar la magnitud cardinalidad.
- Anteponer la enseñanza de las fracciones a la del Sistema Métrico Decimal.
- La instrucción se limita a tres bloques de contenido

Para finalizar, se ejemplifica una actividad de medida trabajada con niños y los resultados que obtuvieron, enunciados a continuación:

- Comprensión de los estudiantes.
- Potencialidades de la propuesta didáctica.
- Limitaciones de la propuesta.

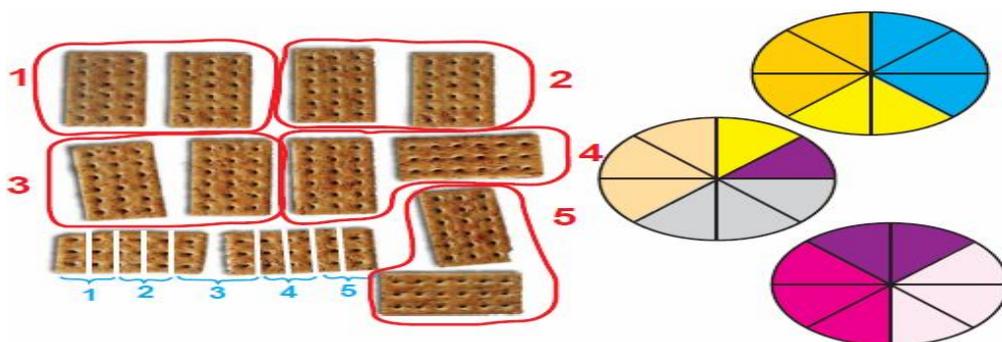
4.5.3. Modelo de Cociente.

La fracción como cociente según Kieren (1992), la refiere como el resultado de la división de uno o varios objetos entre un número determinado de personas o partes

La fracción está compuesta por dos números naturales (a / b) y el cociente es el resultado de la división de estos. Por ello recibe este nombre, ya que se asocia a aquella definición. Como señala Kieren (1980), más que una definición, es la interpretación que le da un estudiante que está conociendo las fracciones, ya que para éste es muy distinto dividir la fracción y representarla como cociente, que dividir un entero por un número natural y considerar sólo algunas partes en las que se dividió el entero, aunque el resultado esté enunciado de diferentes formas, pero sea el mismo resultado. Un ejemplo claro de este modelo de enseñanza es:

$$1) \frac{4}{5} = 0.8 \qquad 2) \frac{4}{5} = \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{}$$

En ambos casos, como indica el ejemplo, las fracciones son las mismas pero el resultado esta expresado de distintas maneras. Por ello cada vez que se está enseñando el contenido de fracción, por primera instancia, se hace relación con el parte-todo, porque la fracción está siendo demostrada como dos números naturales partidos por la línea fraccionaria, y en el primer caso está manifestada como número racional, el cual no es conocido por los estudiantes. Un ejemplo gráfico de éste modelo de enseñanza es el siguiente:



4.5.4. Modelo de Razón.

La fracción como razón es considerada por Kieren (1980), Freudenthal (1994), Dienes (1970) y Bert (1983); como la comparación numérica entre dos magnitudes. En éste modelo no existe de forma natural una unidad (“un todo”) como ocurría en los otros modelos de enseñanza, más bien, éste alude al reconocimiento de una parte del número entero, o sea, se realiza la multiplicación del numerador con el número natural del cual se quiere saber esa parte y luego se divide el resultado obteniendo como resultado otro número natural que indica la equivalencia de la fracción.

Es importante mencionar que éste modelo de enseñanza no tiene relación con el modelo de enseñanza parte-todo. En la interpretación de razón, la noción de par ordenado de números naturales es muy importante ya que si uno compara dos razones debe haber una relación lineal entre ambas cantidades.

Ejemplo:

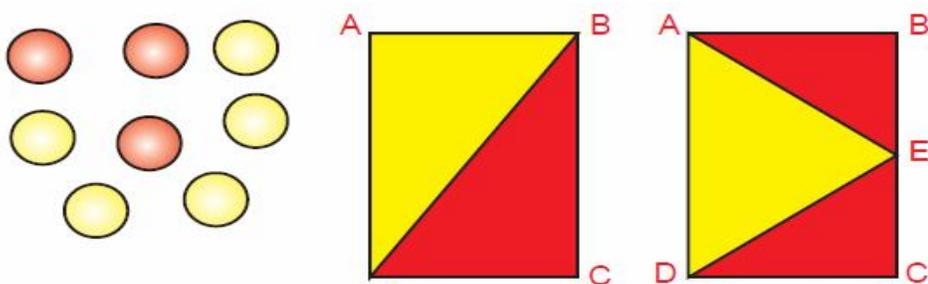
- Calcular los $\frac{2}{3}$ de 60

$$2 \cdot 60 = 120$$

$$120 : 3 = 40$$

Claramente en el ejemplo está demostrado lo que indica la concepción fraccionaria como razón, el resultado, que es 40, es $\frac{2}{3}$ de 60.

Un ejemplo gráfico de este modelo de enseñanza es la siguiente:



4.5.5. Modelo de Operador.

La acción desde una perspectiva del modelo de operador, toma un papel de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente. Esta transformación se puede pensar como amplificación o reducción de una figura geométrica en otra figura a/b veces más grande o a/b veces menor (Kieren, 1980; Freudenthal, 1994; Dienes, 1970 y Bert, 1983).

Por ejemplo:

- Por 3 chocolates pago 15 pesos, ¿cuánto pago por 7? ¿Con cuánto dinero compraré 12? ¿Y 2?

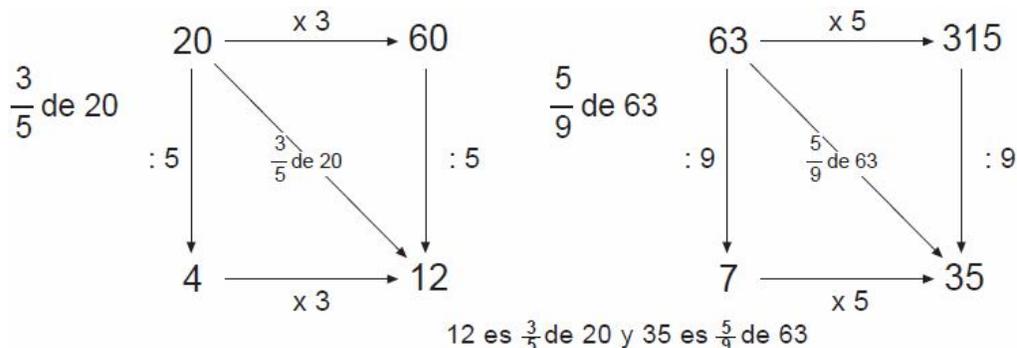
Si se completa la tabla, tenemos que:

Chocolates	3	7	12	2
Pesos	15	35	60	10

En éste ejemplo se puede expresar claramente la constante de proporcionalidad por medio de una fracción. Si por 3 chocolates pago \$15, entonces la razón numérica es de $3/15$. La razón 3 de cada 15 expresa una relación entre cantidades de distinto tipo.

Otro ejemplo:

- Para preparar arroz, se agregan 2 tazas de agua por 1 taza de arroz.
- El arroz preparado es con la relación, por cada 1 taza de arroz será el mismo que el realizado con la relación 2 o por cada 3. En estos casos las razones numéricas son $1/2$, $2/4$, $3/6$.



4.6. Planes y programas.

En Matemática uno de los factores importantes y necesarios en el proceso de enseñanza – aprendizaje es un currículum coherente, en el cual los contenidos y conceptos entregados deben tener una estrecha relación, formando una secuencia lógica a través de los años de escolaridad.

Nacionalmente la iniciación al contenido de las fracciones es a partir de NB2 específicamente cuarto año básico. Este contenido pertenece al eje de números dentro del subsector de Educación Matemática, entregado por el Ministerio de Educación de Chile en los diferentes instrumentos curriculares: Planes y Programas, Ajuste Curricular y Mapas de Progreso. Estos presentan diversos contenidos, Aprendizajes Esperados, Objetivos Fundamentales e Indicadores referidos a las fracciones.

En la educación chilena no se presenta un análisis en profundidad del concepto de fracción, por esta razón se genera la incompreensión del mismo por parte de los educandos. Streefland (1991), señala que al reflexionar sobre la construcción mental del concepto de fracción, manifiesta que la enseñanza de las fracciones carece de un eficiente análisis del mismo, tanto en el sentido matemático como en el didáctico.

La incompreensión que se genera en los estudiantes es debido a que la medida de magnitudes no está inserta en el currículum escolar como proceso de socialización. Las magnitudes han sido poco desarrolladas en los niños y aún en las personas adultas debido al tratamiento libresco y descontextualizado que se le da a la medición dentro de la matemática escolar.

Por lo mencionado anteriormente y debido a que el contenido de fracción es trabajado en un total de cinco a siete semanas dentro del año académico, priorizando en sus instrumentos curriculares los modelos de enseñanza del concepto de fracción parte-todo y medida, otorgándole mayor relevancia al modelo parte-todo, se genera la incompreensión del concepto por parte de los educandos.

4.7. Texto escolar como recurso didáctico.

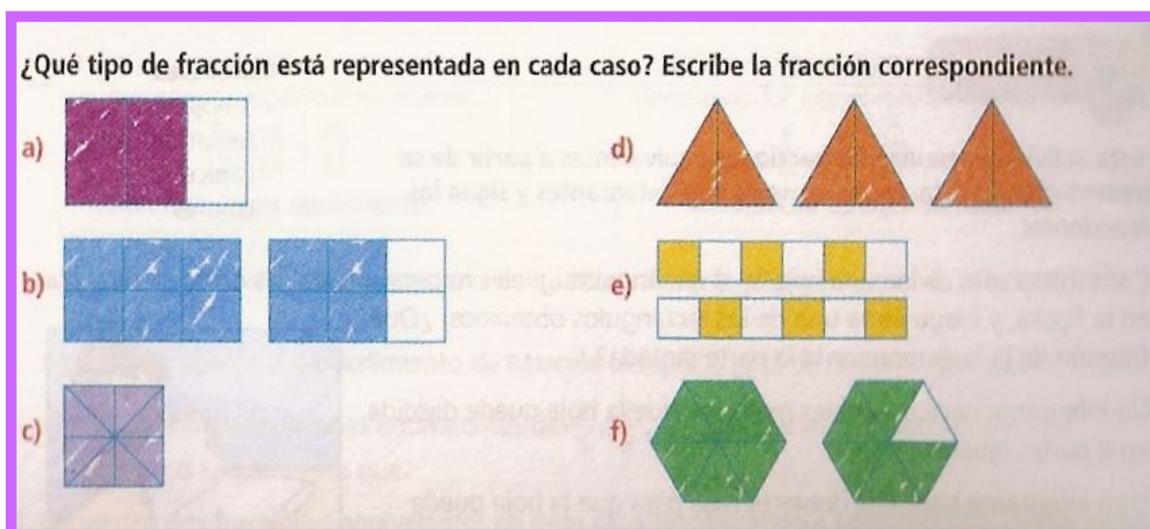
En el proceso de enseñanza de las fracciones, existe como recurso didáctico la utilización de textos escolares.

En esta ocasión se analizó el texto escolar “Educación Matemática” 5º básico, texto para el estudiante, año 2009, Editorial Cal y Canto, otorgado por el Ministerio de Educación de Chile, con la finalidad distinguir cómo contextualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción los docentes de NB3.

Rafael Escolano en el año 2004, señala dos razones que justificarían la introducción y consolidación del texto escolar como recurso didáctico:

- Eludir el proceso de medida con objetos tangibles.
- Abreviar los periodos de instrucción: el modelo parte-todo permite una introducción rápida de la representación simbólica de la fracción y además con elevados niveles de éxito a corto plazo.

El texto escolar que otorga el Ministerio de Educación a diversos establecimientos educativos del país, priorizan en sus actividades el modelo de enseñanza Parte-Todo, como se presentan en las siguientes imágenes obtenidas del libro de quinto año básico de educación matemática de la editorial Cal y Canto.

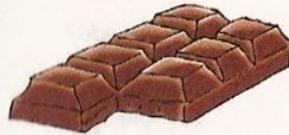


Lectura y escritura de fracciones

Muchas veces hablamos de fracciones o las vemos escritas en algún lugar. Lo importante es saber qué representa cada fracción en determinados contextos.

Observa las siguientes situaciones, en cada una aparece la misma fracción.

Marcela se comió
 $\frac{1}{8}$ del chocolate
que le regalaron.



Un ramo de 8 flores
tiene una amarilla,
es decir, $\frac{1}{8}$ de ellas
es amarilla.



4.8. Propuestas y/o sugerencias otorgadas por diversos autores.

En cuanto a las definiciones que da Kieren (1993), a los constructos intuitivos, presenta un modelo recursivo para la comprensión de las matemáticas. Este modelo de comprensión es un proceso dinámico, en forma de espiral que conlleva involucrarse en sí mismo para crecer y extenderse. Dicho modelo está integrado por ocho niveles incrustados de conocimientos o acciones eficientes, los cuales son: hacer primitivo, hacer imagen, tener imagen, notar propiedad, formalizar, observar, estructurar e inventar. Considerando destacar los tres primeros niveles que corresponden al pensamiento intuitivo y elemental del sujeto, es decir; la partición como “actividad primitiva”, “hacer imagen” como problemas de reparto que se anticipan en el uso de diferentes particiones y fracciones para representar la misma cantidad, “tener imagen” como fracciones equivalentes generadas a través de una fracción dada.

La propuesta fenomenológica didáctica que señala Freudenthal (1983), en donde critica la enseñanza impartida a través del desarrollo de conceptos, pues ésta manera de instruir acentúa el aspecto formal de las definiciones. Así mismo, señala que ésta forma de enseñar fragmenta las relaciones con otros contenidos matemáticos y no se fundamenta en la experiencia del estudiante, propiciando que los conceptos queden aislados en la mente de éstos, lo que impide que los aplique en la resolución de problemas asociados a la vida cotidiana.

En la revista Unión Iberoamericana de la Educación Matemática, Escolano y Gairín (2005), ofrecen propuestas alternativas, de tal manera que se eluda al significado parte-todo y que ayude a superar las dificultades de comprensión de las fracciones que se señalan. Este proceso se basa en 3 objetivos:

1. Favorecer la construcción de conceptos adecuados.
2. Potenciar la idea de número racional.
3. Facilitar la construcción de ideas abstractas.

Los modelos de aprendizaje tienen potencialidades y limitaciones, que definen su utilización en el proceso educativo. Escolano y Gairín (2005), optaron por utilizar tres modelos distintos con intencionalidades educativas diferenciadas, con el fin de que los estudiantes logren construir el concepto de fracción. Estos modelos son los siguientes:

✓ *Modelo de medida para introducir las fracciones (4º básico)*. En estos modelos la representación fraccionaria aparece desde la necesidad de comunicar el resultado de una acción de medida de una cantidad de magnitud.

✓ *Modelo de cociente para fortalecer las conexiones entre las notaciones fraccionaria y decimal (5º básico)*. Estos modelos permiten introducir la notación decimal y conectarla con la fraccionaria.

✓ *Modelo de razón para construir ideas sobre proporcionalidad aritmética (6º básico)*. Estos modelos vinculan el número racional con las ideas de proporcionalidad.

La metodología de las propuestas que se señalan, toman como referente el paradigma constructivista del aprendizaje, ya que tienen como objetivo que los estudiantes luego de trabajar individualmente o en grupo sean capaces de reflexionar sobre los ejercicios erróneamente realizados y que el docente sea un mediador para encontrar las soluciones reales. Una vez que terminan deberán colocar en su cuaderno el concepto que han aprendido y el procedimiento utilizado.

Freudenthal (1983), da sugerencias amplias para la enseñanza de las fracciones. Al referirse a la relación parte-todo, indica que enfocar dichos números con ese único significado es bastante limitado, tanto fenomenológica como matemáticamente, ya que este tipo de acercamiento sólo produce fracciones propias. Así mismo, este autor exhibe ejemplos didácticos para la enseñanza de las fracciones, sugiriendo tomar en cuenta las magnitudes de área y longitud como medios para visualizar las relaciones de equivalencia. Además, recomienda el uso de otros materiales como la balanza y el reloj para percibir las equivalencias en los pesos y tiempos respectivamente. El modelo que propone para operador - razón es la amplificación o reducción de una figura.

Streefland (1991), a través del diseño de un curso enriquece la enseñanza de las fracciones. Su objetivo es proporcionar una didáctica al manejo constructivo y productivo de materiales concretos eficaces. Las actividades del curso se centran en situaciones de la vida real. Emplea algunos acontecimientos que se desarrollan en espacios reales. También menciona que el maestro puede guiar a la luz los conocimientos que tienen los educandos sobre cierto contenido matemático, propiciando confrontaciones entre los estudiantes en situaciones relevantes.

Desde su enfoque particular, Goffree (2000), menciona el marco de una educación matemática realista, brindando numerosos fundamentos didácticos a la enseñanza, dentro de los cuales están:

- a) Diseñar situaciones problemáticas concretas para que el niño pueda dar sus propios significados.
- b) Crear un modelo de una situación real, permitiendo al estudiante investigar la situación, induciéndolo a que use el modelo para solucionar otros problemas.
- c) Tomar en cuenta cualquier conflicto cognitivo que el niño haya pensado por sí mismo, para incluir la reflexión en la clase.
- d) Propiciar en el aula la interacción entre los estudiantes de manera natural.
- e) Basar la enseñanza de las matemáticas en problemas del mundo real, como fuentes de ideas y situaciones para poder aplicarlas.

Si es que se pretende que los estudiantes comprendan el concepto de fracción, se debe proporcionar a estos una adecuada experiencia con las diversas interpretaciones o modelos que presentan las fracciones, evitando priorizar el modelo parte - todo para enseñar dicho concepto (Kieren 1976; Streefland 1978).

La sociedad del tercer milenio en la cual vivimos, es de cambios acelerados en el campo de la ciencia y la tecnología: los conocimientos, las herramientas y las maneras de hacer y comunicar la matemática evolucionan constantemente; por ésta razón, tanto el aprendizaje como la enseñanza de las matemáticas, deben estar enfocados en el desarrollo de las destrezas necesarias para que el estudiante sea capaz de resolver problemas cotidianos y a la vez que fortalezca el pensamiento lógico y creativo, pero no todos los estudiantes al finalizar su educación básica desarrollarán las mismas destrezas y gusto por la matemática, sin embargo, todos deben tener las mismas oportunidades y facilidades para aprender conceptos matemáticos significativos, bien entendidos y con la profundidad necesaria para que puedan interactuar equitativamente en su entorno.

5. Marco Metodológico.

A continuación se presenta la metodología utilizada en la investigación, dando cuenta de los elementos primordiales, tales como la elección del escenario y de los actores, el tipo de diseño que avala los objetivos anteriormente propuestos, descripción del instrumento que permitió recolectar la información necesaria para responder la pregunta central y por último se dará a conocer cuán válido y confiable, es la herramienta utilizada según los expertos.

5.1 Enfoque de Investigación.

La siguiente investigación es de carácter cualitativo, puesto que se enfoca a estudios de fenómenos sociales, siendo el núcleo principal de estudio la conceptualización y aplicación de los modelos de enseñanza del concepto de fracción de los docentes informantes, de los cuales no se pretende medir o evaluar las prácticas realizadas para enseñar dicho concepto.

También implica, el estudio de los sujetos a investigar (docentes y estudiantes) desde su propia realidad, comprendiendo los motivos y creencias que lo llevan a interpretar de una determinada manera el mundo circundante. Para ello es necesario recoger datos a partir de diversas técnicas cualitativas.

El diseño de la investigación fue de carácter exploratorio y descriptivo (inductivo). Es exploratoria, ya que existen pocas investigaciones que abarcan la importancia de enseñar el contenido de fracción como un concepto amplio que debe ser abordado de diversas perspectivas. Por otra parte es descriptiva, porque se analizaron de forma detallada las entrevistas y observaciones de los actores involucrados, los cuales están insertos en el proceso de enseñanza de las fracciones en NB3, con el fin de analizar la conceptualización y aplicación de los modelos de enseñanza de los docentes. (Taylor y Bogdan, 1987).

5.2 Fundamentación y descripción del diseño.

El estudio de casos permite un acucioso y exhaustivo análisis de los datos, siendo una forma clara y precisa de investigación, debido a características que facilitan el estudio de un suceso o fenómeno concreto que surgen en la cotidianidad de una realidad, tal como es la práctica pedagógica de docentes en el aula. Merriam (1998), señala que dicha especificidad se debe a su carácter particularista, descriptivo, heurístico e inductivo.

Diferentes autores señalan que el estudio de casos implica un proceso de indagación, que se caracteriza por el análisis detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad de los casos u objeto de interés (Rodríguez, 1996).

El carácter cualitativo de esta investigación llevó a seleccionar dos técnicas para la recolección de datos. En primera instancia se aplicó una entrevista semi-estructurada, la que permitió conocer la conceptualización de los modelos de los docentes, y en segunda instancia se realizó una observación no participante, desde una perspectiva holística, para conocer los modelos que los docentes aplican al enseñar el concepto de fracción, considerando a los actores y escenarios como un todo, en donde las propias palabras y la conducta observable de la interacción de los sujetos en estudio, constituyen datos descriptivos que permiten comprender la realidad existente. (Pérez, 1998).

El diseño de investigación fue flexible, puesto que fueron ocurriendo cambios durante el proceso de investigación. Éstos influyen en las posibles interpretaciones y análisis sobre el actuar de los involucrados en el transcurso de la investigación.

5.3 Escenario y Actores.

La muestra de éste estudio fue de tipo intencionada, puesto que los parámetros fueron establecidos con anterioridad, definiendo el escenario y los actores que participarían en la investigación. La elección de este escenario tuvo como finalidad identificar los modelos de enseñanza que utilizan los docentes al enseñar el concepto de fracción en quinto año básico.

Para determinar los escenarios específicos, se utilizaron las instituciones educativas que han sido centros de prácticas de observaciones de los estudiantes pertenecientes a la investigación. Dentro de estos centros educativos se ha seleccionado el tipo de dependencia particular subvencionada, debido a que es un sector poco abordado por las diversas investigaciones que se han realizado. Así también, se consideraron los resultados de la prueba nacional SIMCE, la cual destaca los niveles de rendimiento del Subsector de Educación Matemática, siendo un criterio de selección para los escenarios de la investigación. Según los resultados que otorga este sistema de medición, se decidió trabajar con establecimientos que se encontrasen en el Nivel Intermedio, en donde su puntaje se sitúa en los intervalos 233 y 286 puntos.

Esta investigación se realizó en el escenario predeterminado por los establecimientos de dependencia particular subvencionado, designados como: establecimiento A y establecimiento B.

Descripción de los establecimientos:

Establecimiento A: Ubicado en la Comuna de San Bernardo, en la Ciudad de Santiago. Es un establecimiento a cargo de La Pontificia Universidad Católica de Chile. Este establecimiento obtuvo un total de 266 puntos de promedio en la prueba SIMCE del subsector de matemática del año 2008.

Establecimiento B: Ubicado en la Comuna de Quinta Normal, en la Ciudad de Santiago, que pertenece a la Congregación de Las Hermanas de Lourdes. El establecimiento obtuvo un total de 254 puntos de promedio en la prueba SIMCE del subsector de matemática del año 2008.

La selección de los actores se enfocó a aquellos docentes que se desempeñan en el subsector de Educación Matemática en quinto año básico de los establecimientos anteriormente descritos. Esta elección no se realizó con mayor dificultad, debido a que en cada establecimiento existe sólo un docente encargado de la asignatura de matemática en quinto año básico.

Los actores correspondientes a cada institución educativa han sido denominados como: Docente 1 y Docente 2, correlativos a los escenarios de la investigación.

Descripción de los actores:

Docente 1: Posee un título profesional de Pedagogía en Educación General Básica, Licenciado (a) en Educación, tiene un Pos título en Educación Matemática de Educación Básica. Ha ejercido tres años de docencia en dos establecimientos, de los cuales dos años corresponden al establecimiento A.

Docente 2: Posee un título profesional de Pedagogía en Educación General Básica con mención en Matemática. Ha ejercido diecisiete años de docencia en cinco establecimientos, de los cuales ha estado catorce años en el establecimiento B.

El criterio de selección de los estudiantes que entregaron información a la investigación, fue a través del rendimiento obtenido por los estudiantes en la evaluación del contenido de fracción. Estos criterios fueron: el que ha obtenido la calificación más alta, el que obtuvo la calificación promedio y el que ha obtenido la calificación más baja dentro de la evaluación

5.4 Fundamentación y descripción de la Técnicas e Instrumentos.

Para obtener información en la investigación, se han seleccionado como técnicas de recolección de datos; la entrevista semi-estructurada y la observación no participante.

En primera instancia se aplicó la entrevista semi-estructurada, realizada a dos docentes y a tres estudiantes por cada uno de ellos. Este instrumento es flexible y adaptable a las necesidades del investigador que realiza el estudio, permite obtener información a través de una conversación que tiene una determinada finalidad (Sierra, 1998).

Para la construcción de este instrumento, se utilizaron datos sobre los modelos de enseñanza-aprendizaje del concepto de fracción y sus dificultades, planteándose interrogantes con el fin de obtener información que demuestre el modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente. Estas preguntas se han obtenido a través de un análisis exhaustivo de la recogida de información presente en la investigación. Estas interrogantes están referidas a: modelos de enseñanza de fracción que contextualizan los docentes, textos escolares de educación matemática de quinto año básico, recursos didácticos utilizados por el docente y las dificultades presentes en la construcción del concepto de fracción.

Los elementos a considerar en la entrevista semi-estructurada son:

- Objetivo: Conocer los modelos de enseñanza del concepto de fracción que contextualizan y aplican los docentes en el aula.
- Sujetos:
 - *Entrevistador*: Investigador (a) del tema.
 - *Entrevistados(as)*: Dos docentes de quinto básico de establecimientos de dependencia particular subvencionada. Seis estudiantes, tres de cada nivel.
- Interacción de los sujetos: Conversación con el entrevistado (a), puesto que en el desarrollo mismo de la entrevista surgieron preguntas a partir de las respuestas entregadas por el entrevistado (a).
- Instrumento: Preguntas semi- estructuradas, las cuales se trabajarán a lo largo de la entrevista y que recogerán respuestas relacionadas con el tema a investigar.

En segunda instancia se realizaron observaciones no participantes en el aula, técnica que permite al observador estar presente en el lugar a investigar, no interviniendo en el proceso que se está llevando a cabo. Éste tipo de observación tiene un carácter directo, debido a que existe un contacto inmediato con la realidad a investigar a tiempo real, con el propósito de visualizar el modelo de enseñanza que aplica el docente en el aula, realizando un total de dos observaciones por cada docente, las cuales fueron pertinentes para recabar información necesaria, debido a que se logró percibir que existía una redundancia en el o los modelos aplicados en el aula.

La principal finalidad de utilizar las diferentes técnicas de recolección de datos, es contrastar y verificar la información obtenida de las entrevistas semi-estructuradas realizadas a los docentes y estudiantes con las observaciones no participantes, logrando de este modo un mayor sustento a los datos obtenidos a través de los instrumentos de recolección.

Ambas técnicas se utilizan de un modo preferente en las investigaciones que se desarrollan en el campo de las ciencias sociales y ampliamente aplicadas en las investigaciones de carácter cualitativo.

5.5 Modelo de instrumento a emplear. Las preguntas de las entrevistas realizadas fueron extraídas de las categorías relacionadas con el marco referencial de la investigación.

PAUTA ENTREVISTA SEMI-ESTRUCTURADA

PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN:

¿Cómo conceptualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción dos docentes del subsector de educación matemática de NB3 correspondiente a establecimientos de dependencia particular subvencionada?

OBJETIVO GENERAL:

Distinguir cómo conceptualizan y aplican los modelos de enseñanza del concepto de fracción dos docentes del subsector de educación matemática de NB3 correspondiente a establecimientos de dependencia particular subvencionada.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- I. Identificar el o los modelos de enseñanza que conceptualizan dos docentes del subsector de Educación Matemática de NB3.
- II. Evidenciar el o los modelos de enseñanza que utiliza cada docente dentro del aula al enseñar el concepto de fracción.
- III. Verificar la coherencia entre el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que conceptualizan los docentes y el que aplican en el aula.
- IV. Visualizar el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que priorizan los textos escolares de NB3.

CATEGORÍAS CONSIDERADAS	PREGUNTAS ENTREVISTA SEMI-ESTRUCTURADA	CATEGORIA
<p>a. En la enseñanza de las fracciones prima el modelo didáctico: parte-todo. (Escolano y Gairín, 2005).</p> <p>b. El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador, medida. (Escolano y Gairín, 2005; Kieren 1992 y Berh, 1993).</p> <p>c. Con el concepto parte-todo el estudiante no logra construir el concepto de fracción como número racional. (Escolano y Gairín, 2005).</p> <p>d. En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza: parte-todo. (Ministerio de Educación, 2009).</p>	1. ¿Qué entiende usted por fracción?	a-b
	2. ¿Cómo enseña usted el contenido de fracción?	a-b
	3. ¿Usted considera difícil enseñar el concepto de fracción?, ¿Por qué?	a-b
	4. ¿Los estudiantes tienen dificultad para aprender las fracciones?, y si las hay ¿cuáles son esas dificultades?	c
	5. ¿Usted considera que el contenido de las fracciones es difícil de comprender por los estudiantes?, ¿Por qué?	c
	6. ¿Cuál es su mayor dificultad cuando enseña el concepto de fracción?	a-c
	7. Según su experiencia en la enseñanza. ¿Dónde considera usted que los estudiantes presentan mayor dificultad en la comprensión del concepto o en la operatoria? ¿Por qué?	c
	8. ¿Utiliza algún recurso didáctico dentro de las clases de fracciones?, ¿Cuál o cuáles?	a
	9. ¿Utiliza los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación?	d
	10. Si ocupa el texto escolar, ¿Cómo resuelve los ejercicios de éstos?	d
	11. ¿Utiliza otro texto para trabajar el contenido?, ¿Cuál?, ¿Y qué características tienen?	d
	12. Según lo observado por usted, ¿Cómo se explicarán las fracciones dentro del texto escolar? Me podría señalar un ejemplo.	d
	13. Al evaluar el contenido de fracción ¿Cómo fueron los resultados por parte de los estudiantes?	b
	14. ¿Usted cree que son adecuados los contenidos mínimos que entrega el Ministerio de Educación según la edad de los estudiantes?	a

JUSTIFICACIÓN DE LA ENTREVISTA

1.- ¿Qué entiende usted por fracción?

Ésta interrogante se realizó con el fin de conocer cuál de los modelos de enseñanza señalados por Escolano y Gairín es el que comprende el docente. Ésta es una de las variables más importantes que utilizaremos en todo nuestro proceso de investigación.

2.- ¿Cómo enseña el contenido de fracción?

Ésta interrogante se realizó para obtener mayor información sobre el modelo de enseñanza que el docente utiliza para enseñar el contenido de fracción, considerando el texto Escolano y Gairín. Además de conocer si utiliza los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación de Chile.

3.- ¿Usted considera difícil enseñar el concepto de fracción?, ¿Por qué?

Escolano y Gairín señalan que el concepto de fracción es difícil de enseñar cuando no se manejan en su totalidad los modelos existentes, priorizando la enseñanza a través del modelo parte-todo.

4.- ¿Los estudiantes tienen dificultad para aprender las fracciones?, y si las hay ¿cuáles son esas dificultades?

Esta pregunta se realizó con el fin de verificar si el docente identifica las dificultades que presentan los estudiantes, confrontando con las investigaciones realizadas por Freudenthal, Kieren, Escolano y Gairín (2005) presentados en el marco referencial y comprobar si las dificultades observadas persisten en este escenario.

5.- ¿Usted considera que el contenido de las fracciones es difícil de comprender por los estudiantes?, ¿Por qué?

El documento de Escolano y Gairín señala que el contenido de fracción es difícil de comprender cuando es enseñado bajo el modelo parte-todo.

6.- ¿Cuál es su mayor dificultad cuando enseña el concepto de fracción?

Según la investigación de Rouch (1994), muchos profesores se sienten desorientados cuando se enfrentan a símbolos de magnitudes, como por ejemplo, Kg. (kilógramo), o m (metro), puesto que esta simbología no está prevista en la teoría de la matemática, si no que son tratadas en la física, es por eso que no saben qué

hacer y cómo enseñar el contenido a sus estudiantes.

H Freudenthal (1983) señala “que muchos alumnos no comprenden las fracciones, debido a que estas son tratadas de una sola manera, es decir, a partir de un único modelo, mientras que ellas están estrechamente arraigadas a la realidad y el pensamiento en común”

7.- Según su experiencia en la enseñanza. ¿Dónde considera usted que los estudiantes presentan mayor dificultad; en la comprensión del concepto o en la operatoria? ¿Por qué?

Esta pregunta se realizó con el fin de verificar lo que señalan los autores Streefland y Dickson (1984). Ellos mencionan que en la enseñanza aprendizaje se debe considerar la existencia de un equilibrio entre el significado de la fracciones en contextos concretos (situaciones cotidianas) y situaciones abstractas (cálculo algebraico).

8.- ¿Qué métodos utiliza para la enseñanza de las fracciones?

En diversas investigaciones señalan que los docentes presentan problemas para enseñar el contenido de fracción, ya que se utiliza el modelo parte- todo, como lo menciona Escolano y Gairín (2005), siendo éste modelo un impedimento para la construcción del concepto de fracción.

9.- ¿Utiliza algún material de apoyo dentro de las clases de fracciones?, ¿Cuál o cuáles?

Dentro de los materiales de apoyo complementarios para los subsectores, se encuentran los *textos escolares*, que son utilizados en su totalidad para apoyar el trabajo que se realiza al entregar el contenido de fracción.

10.- ¿Utiliza los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación?

El Ministerio de Educación entrega textos escolares a establecimientos particulares subvencionados, con el fin de complementar el trabajo que realizan los docentes en el aula al entregar los contenidos.

11.- Si ocupa el texto escolar, ¿Cómo resuelve los ejercicios de éstos?

De acuerdo con el modelo de enseñanza que escribe el *Ministerio de Educación* en sus textos escolares de quinto básico, el único modelo que plantea es el parte-

todo, por lo tanto existe diversas maneras de resolver los ejercicios pero conllevan al mismo planteamiento.

12.- Según lo observado por usted, ¿Cómo se explicarán las fracciones dentro del texto escolar? Me podría señalar un ejemplo.

Esta interrogante se realizó con el fin de verificar por parte del docente, las características presentadas en los textos del ministerio de educación para los diversos establecimientos. Deduciendo que estas están trabajadas bajo el modelo parte- todo, impidiendo que los estudiantes comprendan el concepto de fracción (Escolano y Gairín, 2005; Kieren 1992 y Berh, 1993).

13.- ¿Utiliza otro texto para trabajar el contenido?, ¿Cuál?, ¿Y qué características tienen?

Esta interrogante se realizó con el fin de evidenciar si el docente trabaja con otro texto para enseñar la fracción. Ya que los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación se encuentran en el modelo parte- todo, lo que impediría que los estudiantes comprendan el concepto de fracción (Escolano y Gairín, 2005).

14.- Al evaluar el contenido de fracción ¿Cómo fueron los resultados por parte de los estudiantes?

Esta interrogante se realizó con el fin de comparar los resultados de los estudiantes con los bajos resultados entregados por la prueba nacional SIMCE.

15.- ¿Usted cree que son adecuados los Contenidos Mínimos que entrega el Ministerio de Educación según la edad de los estudiantes?

Según el documento escrito por Escolano y Gairín (2005), el modelo de enseñanza parte-parte es aquel que no construye el concepto de fracción en los estudiantes, si no que lo enseña como dos números naturales, realizando un doble conteo, siendo así lo que proponen los textos escolares dados por el ministerio de educación, señalando ejemplos y ejercicios a desarrollar desde diversas perspectivas.

Pauta de Cotejo para la Observación No Participante

- Destinada a las transcripciones de observación de clase.

Pauta de preguntas a considerar en la observación de clases	SI	NO	COMENTARIOS
¿Utiliza materiales didácticos para enseñar las fracciones?			
¿Qué tipo de ejemplos utiliza para enseñar las fracciones?			
¿Realiza dibujos para enseñar las fracciones?			
¿Relaciona las fracciones con la vida cotidiana de los estudiantes?			
¿Utiliza los textos escolares para realizar actividades durante la clase?			
¿Cómo explica las fracciones?			
¿Cuándo entrega el concepto de fracción?			
¿Responde con claridad a las dudas realizadas por los estudiantes?			

¿Qué dudas les surgen a los estudiantes? ¿Qué preguntas realizan?

Pauta Entrevista Estudiantes

Estudiante	
Establecimiento	
Docente	

I. Preguntas a los estudiantes.

II. Representa una fracción.

5.6 Validez y confiabilidad.

El instrumento de recolección correspondió a una entrevista semi-estructurada que se ha validado por medio del juicio de dos expertos, los cuales revisaron el instrumento de recolección de información en función a los objetivos de investigación.

Para dar validez y confiabilidad al instrumento, se elaboraron interrogantes en relación a categorías extraídas de diversos referentes teóricos, las cuales guiaron las respuestas de los informantes con relación a los modelos de enseñanza de las fracciones.

En la segunda parte de la pauta de la entrevista se realizó una justificación a cada una de las interrogantes planteadas a los informantes.

En la validación los expertos indicaron que:

Validador A: profesor/a de Matemática y Física, con Magister en Educación. Se desempeña como académico/a en Escuela de Educación Inicial en una Universidad privada de pedagogía. Consideró que las preguntas planteadas en la entrevista semi-estructurada estaban sesgadas al modelo de enseñanza parte-todo, recomendando incluir interrogantes que permitan visualizar si el docente conoce otros modelos de enseñanza.

Validador B: profesor/a de Biología, con doctorado en Ciencias de la Educación, con mención en Currículum. Se desempeña como docente en la Facultad de Educación de la Universidad Católica de la Santísima Concepción. Director/a de la Revista de Investigación Científica en Educación REXE. Director/a de Grupo de Investigación e Intervención para la Promoción de la Igualdad Educativa (Grupo Enlazador de Mundo). Este validador/a señaló que ciertas interrogantes planteadas se encuentran centradas a evaluar rendimientos académicos y recursos didácticos. Además mencionó que algunas de éstas justificaciones no responde al objeto de estudio propuesto en la investigación.

Validador C: profesor/a de Pedagogía en Educación Básica, con mención en Matemática y Doctorado en Educación, que se desempeña como académico/a en una Universidad privada de pedagogía. Este validador/a sugirió que ciertas interrogantes que responden a dos o más categorías, estén centradas sólo una de éstas, de este modo los datos entregados por los informantes, nos permitiera medir sus respuestas a partir de una sola categoría.

A pesar de las sugerencias realizadas por el experto A, se tomó la decisión de mantener las interrogantes planteadas, debido a que se consideró que éstas eran pertinentes, puesto que no se sesgan a un modelo específico (parte-todo), de modo que estas al igual comprenden los diferentes modelos de enseñanza en estudio.

En relación al experto B, se consideraron las observaciones realizadas, puesto que ciertas interrogantes planteadas no se dirigen principalmente al objeto de estudio propuesto en la investigación.

Finalmente de las observaciones realizadas por el experto C, se tomó la decisión de mantener más de una categoría, debido a que los expertos anteriores han sugerido, en algunos casos, incorporar más de una categoría, para complementar algunas de las interrogantes planteadas.

6. Recogida de información.

La recolección de información se realizó por medio de una entrevista semi-estructurada, con preguntas previamente establecidas e interrogantes que surgieron durante la realización de la misma, con el fin de complementar el tema a investigar.

La entrevista se aplicó en dos docentes que en la actualidad realizan clases de Educación Matemática en quinto año básico, específicamente en el contenido de fracción, y a seis estudiantes, tres de cada establecimiento que fueron seleccionados de acuerdo al promedio obtenido en la evaluación. Las calificaciones seleccionadas fueron: la más alta, la más baja y la que se encuentra en el promedio en la evaluación de fracción realizada por la docente.

Estas entrevistas se respaldaron con una grabación en audio entre el investigador /a y el docente y luego con el estudiante, que se transcribieron para realizar un análisis de lo que el docente y el estudiante mencionan con respecto a los modelos de enseñanza que comprenden del contenido de fracción.

Al realizar las entrevistas semi-estructuradas no se presentaron problemas para ello, ya que, ambos establecimientos estaban previamente informados de ello, así también los docentes y estudiantes. Las entrevistas más complejas se desarrollaron con las estudiantes, debido a que se sintieron nerviosos al enfrentarse a este tipo de entrevistas, para ello se realizó una previa conversación con ellos para crear un ambiente de mayor confianza y poder obtener las respuestas necesarias y útiles para el fin de la investigación.

Para continuar con la recolección de datos, se realizó una observación no participante a cada docente, para verificar si los modelos de enseñanza que el docente comprende los utilizan cuando explica el contenido de fracción, y si en la clase se evidencia otro modelo de enseñanza diferente al que se dedujo durante la entrevista.

Esta observación, se realizó en las clases que se consideraron pertinentes para la entrega de información, debido a que las docentes repetían las características en ambas clases observadas; considerándose una redundancia de contenidos y conceptos tratados en las clases.

Las observaciones se registraron a través de una filmación, con el fin de ser transcritas, y a partir de ellas realizar un análisis de la información obtenida para contrastarla con las entrevistas realizadas anteriormente a cada docente y estudiantes.

7. Análisis de datos.

Categorías

La técnica de análisis utilizada en esta investigación cualitativa es la triangulación, la que se puede definir como una técnica que considera los datos obtenidos, conjunto a las características del contexto y los actores, para realizar el análisis de la investigación. Se debe comenzar recogiendo y analizando datos desde diversos aspectos dentro de la recolección de información, luego comparar o contrastarlos entre sí.

El tipo de triangulación utilizada en ésta investigación es la definida por Bisquerra (2000), quien señala que: la triangulación es de datos personal, esto quiere decir, que se recogen datos de diversas fuentes para su contraste. Se denomina personal debido a que se consideran distintos sujetos o grupos para contrastar los resultados.

Objetivo Específico	Descripción de Categorías	Técnicas de Recolección de Información	Técnicas de Análisis
<p>Objetivo 1:</p> <p>Identificar el o los modelos de enseñanza que conceptualizan dos docentes del subsector de Educación Matemática de NB3.</p>	<p>Prima en la enseñanza de la fracción el modelo parte – todo:</p> <p>Se refiere a que el docente en el momento de enseñar el contenido de fracción, lo hace a través del modelo de enseñanza parte – todo, dejando los otros modelos sin ser utilizados.</p>	<p>Entrevista semi-estructurada a docentes</p> <p>Entrevista semi-estructurada a estudiantes.</p> <p>Observación no participante.</p>	<p>Levantamiento de categorías</p> <p>Triangulación al interior de cada técnica</p> <p>Triangulación entre técnicas.</p>
<p>Objetivo 2:</p> <p>Evidenciar el o los modelos de enseñanza que utiliza cada docente dentro del aula al enseñar el concepto de fracción.</p>	<p>El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador, medida:</p> <p>Se refiere a que el concepto de fracción en los estudiantes es construido a través de los cuatro modelos señalados anteriormente, no considera al modelo parte – todo.</p>	<p>Entrevista semi-estructurada a docentes</p> <p>Entrevista semi-estructurada a estudiantes.</p> <p>Observación no participante.</p>	<p>Levantamiento de categorías</p> <p>Triangulación al interior de cada técnica</p> <p>Triangulación entre técnicas.</p>

<p>Objetivo 3</p> <p>Verificar si existe coherencia entre el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que conceptualizan los docentes y el que aplican en el aula.</p>	<p>El modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula: Se refiera a la correlación que existe entre la contextualización del concepto de fracción por parte del profesor/a, y el modelo aplicado en el aula para la enseñanza del contenido.</p>	<p>Entrevista semi-estructurada a docentes</p> <p>Entrevista semi-estructurada a estudiantes.</p> <p>Observación no participante.</p>	<p>Levantamiento de categorías</p> <p>Triangulación al interior de cada técnica</p> <p>Triangulación entre técnicas.</p>
<p>Objetivo 4:</p> <p>Visualizar el o los modelos de enseñanza del concepto de fracción que priorizan los textos escolares de NB3.</p>	<p>En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza parte – todo: Se refiere a que en los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación, particularmente en la unidad de fracción, están elaborados bajo el modelo de enseñanza parte – todo.</p>	<p>Entrevista semi-estructurada a docentes</p> <p>Entrevista semi-estructurada a estudiantes.</p> <p>Observación no participante.</p>	<p>Levantamiento de categorías</p> <p>Triangulación al interior de cada técnica</p> <p>Triangulación entre técnicas.</p>

Prima en la enseñanza de las fracciones el modelo parte - todo.

Entrevista Docente 1	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>El concepto mismo de fracción lo enseño de forma didáctica, es decir a partir de la repartición de algo, se abstrae primero el término de equitativo, donde se comprende que la fracción aparece cuando se divide un objeto (entero en partes iguales). Ahora lo más abstracto, como se escribe o se representa una fracción con números, se les pregunta ¿En cuántas partes se dividió el entero?, ¿Cuántas partes se ocuparon?, entonces se comienza a expresar que, por ejemplo... se ocuparon dos partes de cuatro.</p>	<p>La docente señala: "Grafiquemos tres cero tercios", "Vamos a graficar ésta fracción (anota 3 enteros) y ésta (anota 3 enteros 0/3)." "Tobías, si acá están los enteros (señala el número 3), ¿Cuántos enteros hay que graficar?" "¿Cómo gráfico el cero tercios?" "Vamos a ir a unos pequeños ejercicios para graficar, para ver si vamos entendiendo." "El tres enteros, un medio, lo vamos a graficar." "Ahora vamos a graficar la fracción."</p>	<p>Primero nos enseñó las fracciones propias e impropias y luego el número mixto. Después nos enseñó a graficar las fracciones, pero nos dijo que era mejor hacerlo mentalmente para no ocupar tanto tiempo dibujando.</p>	<p>Con la fracción impropia, con los dibujos y con la mente.</p>	<p>Con un ejemplo donde aparecía una figura, la cual tenía algunas partes pintadas que era el numerador.</p>	<p>La interpretación de las fracciones como modelo de enseñanza <i>parte - todo</i> se produce, cuando un todo se divide en partes iguales, pero sólo algunas de estas partes se encuentran pintadas, sombreadas o diferenciadas de alguna manera.</p> <p>En España, Rafael Escolano y José María Gairín (2005), realizaron una investigación para dar a conocer las dificultades existentes al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo.</p> <p>La principal problemática del por qué los estudiantes no comprenden el concepto de fracción en la enseñanza de éste, es debido a que el contenido es trabajando a través de una sola interpretación, es decir, a partir de un único modelo de enseñanza del concepto de fracción (Freudenthal, 1983).</p>

En la entrevista realizada a la docente, no menciona la utilización del modelo de enseñanza parte- todo, sin embargo hace referencia a como entrega el contenido, indicando uno de los aspectos relevantes de dicho modelo, por ejemplo: dividir un entero en partes iguales. Lo anteriormente mencionado, destaca que la docente utiliza el modelo parte - todo para enseñar el concepto de fracción.

La observación no participante, muestra con claridad la utilización del modelo parte- todo, puesto que realiza actividades para que los estudiantes grafiquen fracciones, ya sean propias, impropias o número mixto.

En la entrevista del estudiante 1, hace referencia a un contenido determinado de las fracciones, pero luego relaciona la representación de una fracción con la graficación de esta. El estudiantes 2, también menciona la comprensión de las fracciones indicando un contenido específico que se representa graficando, es decir, utilizar el modelo de medida parte- todo. El estudiante 3 expresa en la entrevista un ejemplo que sintetiza el modelo parte- todo, ya que indica que el numerador es aquel que muestra las partes que se deben pintar al graficar una fracción.

De los hallazgos de la categoría, prima en la enseñanza de las fracciones el modelo parte – todo, se sintetiza lo siguiente:

A través de la entrevista la docente no reconoce de forma explícita que utiliza el modelo de enseñanza parte - todo, ya que menciona una vaga definición del concepto, sin embargo se observó que durante una de sus clases, que la docente utiliza en la enseñanza del concepto de fracción el modelo parte – todo. Debido a esto, cada uno de los tipos de fracciones (fracción propia, fracción impropia y número mixto), la enseña a partir de la representación gráfica, donde el estudiante comprende la fracción como un todo dividido en partes iguales, señalando así que lo más abstracto en la enseñanza de ésta, es la escritura o la representación con números.

En las entrevistas realizadas a cada uno de los estudiantes, se concluye que estos comprendieron el concepto de fracción como lo explica la docente, esto quiere decir: la división de un entero en partes iguales, por lo tanto, los estudiantes comprendieron bajo el modelo de enseñanza parte- todo.

En consecuencia, con lo mencionado anteriormente, los estudiantes no construyen el concepto de fracción según el modelo que utiliza la docente, puesto que el contenido es trabajado a través de un sólo modelo de enseñanza, el parte – todo, el cual forma en los estudiantes una respuesta gráfica automática cuando se les preguntan por fracción.

El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador y medida.

Entrevista Docente 1	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>Enseño por medida y parte todo, porque como razón la ocupo a través de resolución de problemas, porque siempre se enseña más en 6º y vienen en los planes y programas. En 6º se hace la diferencia de una razón y proporción, hasta un poco de porcentaje muy bajo.</p>	<p>Problemas a analizar:</p> <p>“Pedro sale a las 7 de la mañana y se demora un entero un medio de hora al llegar a su trabajo. Albert sale a las 7:30 am. a su trabajo y demora siete quintos de hora, ¿A qué hora llega cada uno a su trabajo?, ¿Quién demora menos?”</p> <p>Estudiante: “Lo hice mentalmente”, “¡Ah!, es que como Pedro llega a las ocho y media porque como es un entero y un medio, yo pensaba que un entero sería una hora.”</p> <p>“y el... ¡éste! (indica en el pizarrón $\frac{1}{2}$) es sesenta dividido en dos”. Y por eso yo dije que llegaba a las ocho treinta.”</p> <p>Estudiante: “Ya pero es que aquí, hay siete treinta (señala 7:30 horas) y aquí ya hay un entero (señala $\frac{7}{5}$)”, “sobran dos, dos quintos” Y después para ver cuánto representaba un quinto, dividí sesenta en cinco. “el doce representa un quinto.”, “dos quintos, 24 minutos”</p> <p>Segundo problema: “Ignacio y Benjamín hacen una carrera con hormigas, la hormiga de Ignacio recorre seis enteros tres</p>	<p>El estudiante define la fracción como: “Es una parte de una cosa o un entero”.</p>	<p>El estudiante define la fracción como: “Dos números separados por una línea que tienen un total”.</p>	<p>El estudiante define la fracción como: “Un número partido”.</p>	<p>Si es que se pretende que los estudiantes comprendan en el concepto de fracción se debe proporcionar a estos una adecuada experiencia con las diversas interpretaciones o modelos que presentan las fracciones, evitando priorizar el modelo parte-todo para enseñar dicho concepto (Kieren 1976; Streefland 1978).</p> <p>Realizar un trabajo óptimo con las fracciones puede contribuir a que el estudiante consiga una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de fracción, proporcionándole al estudiante la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones (Kieren, 1976; Dienes, 1972)</p>

	<p>cuartos metros en una hora; la hormiga de Benjamín recorre veinticinco catorceavos de metros de una hora ¿Quién recorre más?”</p> <p>Estudiante señala que transformó el número mixto a fracción impropia.</p> <p>Docente: “Isaías recorre seis enteros un medio de kilómetros en una hora y Firulais recorre quince medios de kilómetros ¿Quién recorre más? entre Firulais o Isaías.</p> <p>“Omar, mi hermano Omar trabaja cuatro enteros tres cuartos de hora en una semana y yo trabajo veinte cuartos a la semana. ¿Quién trabaja menos?”</p> <p>Un estudiante señala que para saber quién recorre más, se debe transformar de fracción impropia a número mixto.</p> <p>Estudiante: “Siete un medio y es más que seis enteros... es que lo pase a fracción.”</p>				
--	--	--	--	--	--

La docente en la entrevista, reconoce en forma explícita que ocupa el modelo de enseñanza: medida y parte-todo, sin aclarar precisamente de qué modo lo hace. Sin embargo, se logra percibir mediante la observación no participante que lo realiza a través del modelo de enseñanza razón, en lugar del modelo de medida, realizando comparaciones numéricas entre dos magnitudes. De éste modo, los estudiantes logran construir el concepto de fracción mediante la resolución de los problemas planteados por la docente.

El estudiante 1 en la entrevista señala al responder, que entiende la fracción a partir del modelo de enseñanza parte-todo, debido a que la define como la parte de una cosa o un entero.

Luego se visualizó que el estudiante 2 comprende desde la misma perspectiva del estudiante 1, pero concreta aún más su respuesta, mencionando que la fracción son dos números partidos por una línea, es decir, modelo de enseñanza parte-todo.

El estudiante 3 no hace relación a un modelo de enseñanza en particular, debido a que la respuesta dada no es concreta.

Los hallazgos en esta categoría, el concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador y medida, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

Se visualiza una contradicción entre lo que la docente menciona y lo que aplica en el aula, puesto que hace referencia a que enseña el concepto de fracción a partir del modelo de enseñanza medida y parte-todo, mientras que en la observación no participante sólo coincide en el modelo de enseñanza parte-todo, sin presenciar así el modelo de medida señalado.

Si bien, la docente señala que el modelo de enseñanza razón es impartido en los Planes y Programas de sexto año básico, éste se ha evidenciado en las clases observadas, en donde la docente enseña el concepto de fracción como la comparación numérica entre dos magnitudes.

Es por esto que al analizar la entrevista y la observación podemos concluir que los estudiantes debieran construir el concepto de fracción, puesto que el único modelo que no permite que los estudiantes adquieran dicho concepto es a partir del modelo de enseñanza parte-todo.

En cambio las estudiantes 1 y 2 señalan que han aprendido bajo el modelo de enseñanza parte-todo, siendo para ellos un entero dividido en partes iguales. Lo cual es contradictorio con lo mencionado en el marco referencial, de este modo, aunque el concepto de fracción se ha enseñado bajo el modelo de enseñanza razón los estudiantes entrevistados no han construido el concepto de fracción como número racional.

El modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.

Entrevista Docente 1	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>Enseño por medida y parte-todo, porque como razón se enseña más en 6° y vienen en los planes y programas. En 6° se hace la diferencia de una razón y proporción, hasta un poco de porcentaje muy bajo.</p>	<p><i>Parte – Todo:</i> La docente señala a un estudiante: “Tobías. ¿Qué tengo que representar ahora?” Tobías: “Un medio”. Docente: Ahora vamos a graficar la fracción...” Estudiantes: “En dos y pintar una”. Docente: “Ahí está graficando un medio”.</p> <p>Docente: Vamos a ir a unos pequeños ejercicios para graficar, para ver si vamos entendiendo... El tres entero un medio, lo vamos a graficar.</p> <p><i>Razón:</i> La docente desarrolla con sus estudiantes el problema: “Pedro sale a las 7 de la mañana y se demora un entero, un medio de hora al llegar a su trabajo. Albert sale a las 7:30 am. a su trabajo y demora siete quintos de hora, ¿A qué hora llega cada uno a su trabajo?, ¿Quién demora menos?”</p> <p>Docente: ¿Noventa? ¿A cuánto corresponde un entero y un medio de hora en minutos? Ignacio: Noventa minutos. Docente: Una hora y media, pero ¿En minutos? (señala a un estudiante). Estudiante: Noventa minutos. Ignacio: (cuánto demora Albert)</p>	<p>Primero nos enseñó la fracciones e impropias y luego el número mixto. Después nos enseñó a graficar las fracciones, pero nos dijo que era mejor hacerlo mentalmente para no ocupar tanto tiempo dibujando.</p>	<p>Con la fracción impropia, con los dibujos y con la mente.</p>	<p>Con un ejemplo donde aparecía una figura la cual tenía algunas partes pintadas que era el numerador.</p>	<p>La interpretación de las fracciones como modelo de enseñanza <i>parte-todo</i> se produce cuando un todo se divide en partes iguales, pero solo algunas de estas partes se encuentran pintada, sombreadas o diferenciadas de alguna manera.</p> <p>La fracción como <i>medida</i> es reconocida por Kieren (1980) como la asignación de un número a una región o una magnitud (de una, de dos o de tres dimensiones), producto de la participación equitativa de una unidad.</p> <p>La fracción como <i>razón</i> es considerada por Kieren (1980) como la comparación numérica entre dos magnitudes. Éste modelo alude al reconocimiento de una parte del número entero, o sea, se realiza la multiplicación del numerador con el número natural del cual se quiere saber esa parte y luego se divide el resultado obteniendo como resultado otro número natural que indica la equivalencia de la fracción.</p> <p>En el caso de un concepto que organiza los conocimientos</p>

	<p>Porque ya hay una hora (indica el entero), y serían las ocho y media y diecinueve, treinta más veinticuatro (realiza la adición en la pizarra), y ahí da ocho, cincuenta y cuatro.</p> <p>Segundo ejemplo de ejercicio para resolver: "Ignacio y Benjam hacen una carrera con hormigas, la hormiga de Ignacio recorre seis enteros, tres cuartos metros en una hora; la hormiga de Benjamín recorre veinticinco, catorceavos de metros de una hora ¿Quién recorre más?"</p>				<p>cuyo uso e incidencia en su medio social es significativo, las ideas del docente condicionan sus decisiones, tanto en relación al contenido, como a su selección, planificación y en la evaluación del proceso. (Brommer y Brophy, 1986).</p>
--	--	--	--	--	--

A través de la entrevista realizada, se evidenció que la docente enseña el contenido de fracción con los modelos de medida y parte-todo, teniendo en consideración que ambos modelos se encuentran en el nivel respectivo dentro de los Planes y Programas, y que las fracciones son abordadas bajo el modelo de razón en sexto básico, relacionándolo con otros conceptos matemáticos.

La docente considera que los modelos que enseña en quinto año básico son coherentes a los Planes y Programas de estudio de Educación básica.

En la observación no participante, se visualizó que la docente plantea problemáticas a los estudiantes desde dos perspectivas: modelos de enseñanza como parte- todo y razón. En el primer problema planteado se hace referencia a parte- todo, debido a que las preguntas de la docente y respuestas de los estudiantes son dirigidas a la realización de una gráfica de fracción. Con el modelo de razón, la docente plantea ejercicios, en los cuales se debe realizar una comparación numérica entre dos magnitudes.

El estudiante 1, menciona que la docente explica las fracciones impropias, propias y número mixto, pero no hace referencia a la enseñanza del modelo parte- todo o razón.

En la entrevista que se realizó al estudiante 2, menciona al dibujo como representación de una fracción, haciendo referencia al modelo de enseñanza parte-todo.

El estudiante 3, sólo hace relación de la fracción con un número (numerador), señalando que éste número indica las partes pintadas del entero, es decir, se centra en el modelo de enseñanza parte- todo.

Los hallazgos de la categoría, el modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula, se puede señalar lo siguiente:

El docente tiene conocimiento de los modelos de enseñanza de las fracciones que se imparten en los distintos niveles de la Educación Básica, puesto que, menciona los modelos de mediada y parte-todo, siendo éste último el que se evidencia en una de las clases. Por otra parte, en otra de las observaciones se visualiza que utiliza el modelo de razón, existiendo una contradicción, debido a que uno de los modelos que dice contextualizar no es aplicado en el aula.

Las respuestas de los estudiantes apuntan hacia un único modelo, el cual es el parte-todo, aunque la docente señale la enseñanza de la fracción con otro modelo.

En consecuencia, es posible develar que el docente utiliza sólo el modelo parte-todo de los dos que dice conocer, y a su vez los estudiantes contextualizan el concepto de fracción bajo dicho modelo.

En los textos escolares se prioriza el modelo enseñanza parte – todo.

Entrevista Docente 1	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>El libro del Ministerio es abstracto, un medio sale un cuadrado, no lo contextualiza no dice mira hay una pizza y todos comen iguales, de la propia experiencia entienden. Y cuando lo llevo a utilizar, lo uso exclusivamente cuando los niños avanzados han terminado, les digo sigan con las actividades del libro, así me preocupó de los niños que están en niveles iniciales e intermedio. Es sólo para complementar.</p> <p>Yo veo como un apoyo el texto escolar, no viene contextualizado, por eso lo ocupo como un apoyo cuando ya el contenido está siendo comprendido abstracto, por ejemplo para fraccionar vienen sólo figuras geométricas.</p>	<p>En las observaciones de clases, la docente no utilizó el texto escolar entregado por el Ministerio.</p>	<p>El estudiante menciona que en los textos escolares sé "Hacer cálculos y luego comprobarlo con dibujos"</p>	<p>No recuerda.</p>	<p>El estudiante menciona que en los textos escolares hay "Una figura y había que resolver"</p>	<p>El texto escolar de 5º básico prioriza la construcción del concepto de fracción mediante el modelo Parte- Todo. Este significado provoca dificultades de comprensión en los escolares, dando origen a los obstáculos didácticos o errores que se originan como consecuencia del modo en que se presentan los conceptos matemáticos.</p> <p>El texto escolar (editorial Cal y canto) que otorga el Ministerio de Educación a diversos establecimientos educativos del país, priorizan en sus actividades el modelo de enseñanza Parte- Todo. (Ejemplo: ¿Qué tipo de fracción está representada en cada caso? Escribe la fracción correspondiente).</p>

Mediante la entrevista realizada a la docente, se evidenció que no complementa las clases realizadas con los textos escolares, debido a que sólo es utilizado como un material de apoyo para aquellos estudiantes que finalizan las actividades anticipadamente, de éste modo, la docente sólo centra su atención en aquellos estudiantes que requieren de mayor preocupación para la realización de las actividades propuestas en clases.

En las observaciones no participantes se visualizó que la docente no utilizó los textos escolares en clases, debido a que las actividades realizadas requerían de un trabajo en conjunto entre estudiantes y docente.

El estudiante 1, menciona que en los textos escolares las fracciones son trabajadas mediante la realización de cálculos y representación gráfica de éstas. En cuanto al estudiante 2, éste menciona que no recuerda las actividades que se trabajan en los textos escolares para el contenido de fracción. El estudiante 3, menciona que sólo se visualizan figuras de fracciones que requieren de un resultado solicitado.

Los hallazgos en esta categoría, en los textos escolares se prioriza el modelo enseñanza parte – todo, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

A través de la entrevista semi-estructurada realizada a la docente y a los estudiantes en cuestión, se evidencia que el texto escolar de quinto año básico entregado por el Ministerio de Educación está relacionado con el modelo de enseñanza parte- todo.

Por lo tanto, es posible que los estudiantes no presenten dificultades para la comprensión del concepto de fracción debido a que la enseñanza de éste no es trabajada a partir del texto escolar, sino mediante problemas relacionados con el contexto de sus estudiantes.

Prima en la enseñanza de las fracciones el modelo parte – todo.

Entrevista Docente 2	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>Bueno como la división de un entero en partes iguales, su esencia está basada en eso, ósea, cómo repartir algo en forma equitativa, es decir, que a todos nos corresponda la misma porción, eso.</p>	<p>“Si yo tomo ésta figura, yo necesito tomar nueve pedazos de los enteros, pero el denominador es el que te dice a ti en cuántas partes se debe dividir el entero, ¿correcto? Y ese denominador es tres, eso significa que el entero se debe dividir en tres partes iguales.”</p> <p>“El denominador dice en cuantas partes se divide el entero, pero si yo tomo aquí (señala las divisiones del entero), solamente alcanzo a tomar tres partes o tres pedazos, uno, dos y tres”.</p> <p>“Estoy diciendo que me represente la fracción tres quintos en un diagrama”.</p> <p>“Resulta que para poder explicar ésta fracción, yo ya sé que lo puedo hacer a través de diagramas o conocidos también como dibujos.”</p>	<p>La profesora primero nos enseñó que existe una fracción, si es impropia el menor debe ir abajo y el mayor arriba, también si es propia el mayor debe ir abajo y el menor arriba y si es mixta hay enteros y es como impropia por ejemplo: dos enteros, un tercio. Luego nos enseñó a dibujarlas todas las fracciones.</p>	<p>La profesora nos enseñó dibujando y pintando, por ejemplo; ella los dibujaba cinco y pintaba tres, sería tres quintos.</p>	<p>Me enseñó con los dibujos, el que está pintado es el numerador y el que no está pintado es el denominador, después nos hacia las fracciones.</p>	<p>En España Escolano y Gairín (2005), realizaron una investigación para descubrir por qué los estudiantes de primaria poseían tan bajo resultado al trabajar con los números racionales y descubrieron que la gran dificultad que tenían era que no comprendían el concepto de fracción, esto se debía a los obstáculos didácticos provocados al priorizar la enseñanza de la fracción como relación parte-todo.</p>

A través de la entrevista semi-estructurada la docente no da a conocer de manera explícita el modelo de enseñanza de la fracción que conceptualiza, pero de las características entregadas en la entrevista, se puede inferir que la docente conceptualiza el modelo de enseñanza parte-todo, debido a que señala que la fracción es una división de un entero en partes iguales.

Dentro de las observaciones no participantes realizadas en el aula, se constata que la docente utiliza el modelo parte-todo para entregar el concepto de fracción a sus estudiantes, enseñándoles que son dos números naturales separados por una línea y no así como un número racional, ya que menciona al denominador de la fracción como el que indica en cuántas partes se divide el entero y al numerador de ésta es el que indica cuántas partes tomó de él, utilizando los diagramas para explicar las fracciones en reiteradas ocasiones durante la clase.

Las entrevistas realizadas a los tres estudiantes manifiestan que la docente enseña las fracciones bajo el modelo parte-todo, puesto que, utiliza los dibujos para explicar la fracción y los diferentes tipos que existen de ésta. Es por esto que la estudiante 1 manifiesta en la entrevista que la docente les enseña las fracciones impropia, propia y número mixto. Así también las tres estudiantes señalan que les enseña dibujando y pintando las figuras que representan fracciones.

Los hallazgos de ésta categoría, prima en la enseñanza de las fracciones el modelo parte–todo, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

Se percibe que existe una correlación entre lo que señala la docente, las estudiantes y lo observado en el aula, de esto se devela que la docente prioriza la enseñanza de las fracción bajo el modelo parte–todo.

A partir de lo señalado en el apartado anterior, se evidencia que la docente al presentar el contenido de fracción bajo el modelo parte-todo, los estudiantes no ven la necesidad de introducir ninguna estructura numérica superior a la del número natural, puesto que lo único que hacen es realizar un doble recuento, lo que conlleva a que sólo relacionen dos números naturales.

El modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.

Entrevista Docente 2	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>La primera parte a través de elementos concretos, trabajamos con, con papel lustre la primera parte, y luego nos pasamos a lo que son las clasificaciones, las representación, he... las transformaciones de fracciones para ir después a la operatoria.</p>	<p>Vamos a ver hoy como se clasifican las fracciones.</p> <p>Fracción propia, es toda fracción cuyo numerador es menor que el denominador. Siempre el numerador es menor que el denominador. Ahora vamos a escribir los ejemplos de la pizarra. Represente la fracción tres quintos en un diagrama.</p> <p>En cuanto a la fracción impropia, el numerador en este caso va a ser mayor que el denominador, o sea va a pasar una situación contraria a la que acabamos de ver.</p> <p>Para representar la fracción impropia vamos a tomar otro ejemplo. ¿Les parece que tomemos nueve tercios? Resulta que para poder explicar esta fracción, yo ya sé que lo puedo hacer a través de diagramas o conocidos también como dibujos.</p>	<p>La profesora primero nos enseñó que existe una fracción si impropia el menor debe ir abajo y el mayor arriba, también si es propia el mayor debe ir abajo y el menor arriba y si es mixta hay enteros y es como impropia, por ejemplo: dos entero, un tercio. Luego nos enseñó a dibujarlas todas las fracciones.</p>	<p>La profesora nos enseñó dibujando y pintando, por ejemplo; ella los dibujaba cinco y pintaba tres, sería tres quintos.</p>	<p>Me enseñó con los dibujos el que está pintado es el numerador y el que no está pintado es el denominador, después nos hacia las fracciones.</p>	<p>La interpretación de las fracciones como modelo de enseñanza parte-todo, se produce cuando un todo se divide en partes iguales, pero sólo algunas de éstas partes se encuentran pintadas, sombreadas o diferenciada de alguna manera, de tal forma que el estudiante no ve la necesidad de introducir ninguna estructura numérica superior a la del número natural.</p> <p>Desde la perspectiva cognitiva, de la construcción del significado parte-todo, Escolano y Gairín (2005), señalan lo siguiente:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.- Gran parte del conocimiento se adquiere de forma visual. 2.- Se ignora la medida de magnitudes. 3.- Se refuerza el sentido del número natural. 4.- La fracción aparece como la relación simbólica de dos números naturales. 5.- Promueve el aprendizaje pasivo.

En la entrevista semi-estructurada la docente da conocer cómo trabaja las fracciones en el aula, mencionando que para comenzar a enseñar el contenido utiliza elementos concretos, como papel lustre, de tal manera que las estudiantes interpreten y representen de forma gráfica una determinada fracción, especificando con colores las partes del todo y las partes destacadas. Luego continúa trabajando mediante la clasificación, representación y transformación de fracciones, finalizando con la operatoria. A partir de éstas actividades, que la docente dice realizar, se ve reflejado el modelo de enseñanza parte-todo.

Así también, en las observaciones no participantes, se identifica el modelo parte-todo, debido a que la docente enseña el contenido cuando indica la clasificación de las fracciones, señalando propias e impropias, otorgando ejemplos por cada una ellas y representando mediante diagramas o dibujos una determinada fracción, de tal forma que el estudiante debe realizar un doble recuento, el de las partes iguales que forman el todo y el de las partes destacadas, actividad que es muy representativa del modelo parte-todo.

Las entrevistas realizadas a las tres estudiantes, manifiestan que la docente les enseña los diversos tipos de fracciones, tales como: propia, impropia y número mixto, señalando que en cada tipo de fracción se le debe asignar un número natural arriba y otro abajo separados por una línea e identificando el numerador y denominador. Una vez construida la fracción, las estudiantes deben representarlas gráficamente, de tal manera que deban pintar y dibujar las partes del todo y las partes destacadas de una determinada fracción.

Debido a esto, se concluye que el modelo de enseñanza comprendido por la docente es el mismo que aplica en el aula, esto se evidencia mediante las observaciones no participantes y las entrevistas otorgadas por las estudiantes, las cuales reafirman mediante sus conocimientos sobre el concepto de fracción lo que lograron percibir y aprender.

Los hallazgos de la categoría, el modelo de enseñanza de fracción que contextualiza el docente coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

A través de las declaraciones de la docente y conjuntamente con las observaciones no participantes registradas en el aula, se evidencia que el concepto de fracción que comprende la docente se ve reflejado cuando ésta presenta el contenido a sus estudiantes.

Según los resultados obtenidos por las entrevistas realizadas a las estudiantes, éstos confirman que el contenido de fracción es trabajado bajo el modelo parte-todo, el cual está presente en lo que la docente manifestó que comprendía por dicho concepto. Así también, el mismo modelo se ve observado en su práctica docente y en el aprendizaje de las estudiantes, quedando de manifiesto que la docente 2 lleva a cabo en el aula lo que ella comprende por concepto de fracción.

En los textos escolares se prioriza el modelo enseñanza parte – todo.

Entrevista Docente 2	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>Había un ejemplo bien concreto en la comparación, en la equivalencia, y el ejemplo era, aparecen dibujos de fracciones, digamos están las fracciones representadas a través de diagramas, donde las alumnas tienen que descubrir, que fracción es la que representan, escribir esa representación y observar si ambos dibujos son equivalentes o no, para ver si las fracciones en sí son equivalentes o no.</p>	<p>Realiza una representación gráfica, de dos enteros divididos en dos partes para explicar denominador</p>	<p>Aparecen figuras donde debo contar las partes de la figura total y escribirlo abajo, luego debo contar sólo las pintadas y colocar el número arriba. Por ejemplo: si tengo un cuadrado dividido en 10 y sólo hay cinco pintados, tengo cinco décimos.</p>	<p>Cuando yo realizo una actividad en el libro sobre las fracciones hago un dibujo y después pinto la que me pida en la fracción y para hacer eso lo resto y cuento.</p>	<p>Nos hacen dibujos y tenemos que completar la fracción.</p>	<p>El texto escolar de 5º básico prioriza la construcción del concepto de fracción mediante el modelo Parte - Todo. Este significado provoca dificultades de comprensión en los escolares, dando origen a los obstáculos didácticos o errores que se originan como consecuencia del modo en que se presentan los conceptos matemáticos.</p>

La docente en la entrevista semi-estructurada señala que en los textos escolares aparecen actividades donde los estudiantes deben descubrir a qué fracción corresponden los diferentes diagramas, lo cual demuestra claramente que en dichos textos encontramos actividades bajo el modelo de enseñanza parte-todo.

En las observaciones no participantes realizadas en el aula, se presenta que la docente utiliza el texto escolar con el objetivo de ejercitar lo enseñado durante la clase y en la explicación que ella da sobre la actividad que deben realizar los estudiantes, en la cual deben identificar el denominador, y para ello la docente representa gráficamente las fracciones para así explicar el contenido de fracción. Esto demuestra claramente la existencia del modelo parte-todo.

Los estudiantes al responder a las interrogantes de la entrevista coinciden al señalar que los ejercicios que se encuentran en el texto escolar, están estrechamente relacionados con el modelo parte-todo, ya que sólo se les pide graficar o ver a qué fracción representan las figuras dadas, es decir, se utiliza un todo dividido en partes iguales, pero sólo algunas partes están sombreadas.

En el marco referencial se señala que los textos entregados por el Ministerio de Educación se prioriza la enseñanza del concepto de fracción bajo el modelo parte-todo, lo cual se ve reflejado claramente en la observación no participante, el cual provoca diferentes obstáculos para la construcción del concepto de fracción en los estudiantes.

Los hallazgos de la categoría en los textos escolares se prioriza el modelo enseñanza parte-todo, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

Se visualiza una clara coincidencia entre la observación no participante, la entrevista al docente y a los estudiantes, al especificar que las actividades que se encuentran en el texto escolar se enfocan principalmente en graficar y hacer un doble recuento, donde el total de partes corresponde al denominador y las partes pintadas o destacadas al numerador.

En consecuencia, queda de manifiesto que el texto escolar prioriza la enseñanza del concepto de fracción bajo el modelo parte-todo, el cual dificulta la construcción del concepto de fracción como número racional y a su vez genera diversos errores u obstáculos didácticos.

El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador y medida.

Entrevista Docente 2	Observación No Participante	Entrevista Estudiante 1	Entrevista Estudiante 2	Entrevista Estudiante 3	Marco Referencial
<p>La primera parte a través de elementos concretos, trabajamos con, con papel lustre la primera parte, y luego nos pasamos a lo que son las clasificaciones, las representación, he... las transformaciones de fracciones para ir después a la operatoria.</p>	<p>“Chiquillas en el ejercicio número 12, aparece todo un cuadro, todo un entero pintado pero por efecto de fotocopia no aparecen las líneas de las divisiones del entero”.</p> <p>“Para ver el denominador están contando el total de cuadritos que hay en los dos enteros y eso no se hace, recuerden que el denominador indica la cantidad de partes en que se dividió el entero, no hay que sumar los dos enteros. Por lo tanto el denominador es seis, porque el entero se dividió en seis partes, porque el entero se dividió en seis partes iguales”.</p>	<p>Una división entre los números.</p>	<p>La fracción es una separación en 2 números por las figuras.</p>	<p>Es una fracción que se ven los colores pintados y los no pintados, que uno es numerador y el otro denominador.</p>	<p>Se pretende que los estudiantes comprendan que en el concepto de fracción se debe proporcionar una adecuada experiencia con las diversas interpretaciones o modelos que presentan las fracciones, evitando priorizar el modelo parte-todo para enseñar dicho concepto (Kieren 1976; Streefland 1978).</p>

A través de la entrevista semi-estructurada la docente no explicita la utilización de los cuatro modelos de enseñanza que permiten la construcción del concepto de fracción, solamente señala que trabaja a bases de manera que las estudiantes ejerciten y comprendan los procedimientos para trabajar con las fracciones hasta llegar a la operatorias.

Sin embargo, a través de las observaciones no participantes, se visualiza que el docente trabaja con guías de desarrollo individual, las cuales están confeccionadas bajo el modelo parte-todo, el cual se ejemplifica en diversos ejercicios en los cuales deben visualizar enteros divididos en partes iguales y colocar la fracción correspondiente, así también señala que para poder obtener el resultado del denominador es necesario contar todas las partes en las cuales esta dividió un entero. Las características anteriormente mencionadas dan a conocer que el modelo de utilización en clases de la docente es parte-todo.

A su vez, las entrevistas realizadas a los estudiantes demuestran que la estudiante 1 es quien comprende de mejor manera el concepto de fracción, siendo la estudiante que obtuvo la mejor calificación dentro de la evaluación realizada para éste contenido. Sin embargo, las estudiantes 2 y 3, presentan un concepto erróneo de las fracciones, porque la entienden como dos números separados o también como figuras pintadas que representan un numerador y denominador, no comprendiendo la fracción como un número racional.

Diversos autores señalan, que a través de los cuatro modelos de enseñanza como razón, medida, cociente y operador, los estudiantes construyen el concepto de fracción, de este modo queda en claro que con el modelo de enseñanza parte-todo los estudiantes no alcanzan a construir el concepto de fracción, debido que para ellos es necesario entregar éste contenido a través de los cinco modelos de enseñanza.

Los hallazgos de la categoría el concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador y medida, se pueden sintetizar de la siguiente manera:

Se percibe una relación entre las observaciones no participantes y las entrevistas a las estudiantes, las cuales señalan que existe coherencia entre lo que la docente realiza en sus clases y lo que comprenden las estudiantes como fracción. Esto tiene como consecuencia que las estudiantes no comprenden la fracción, debido a que el modelo utilizado por la docente, el que fue visualizado en las observaciones no participantes, es parte-todo, provocando así la incomprensión por parte de los estudiantes de este concepto.

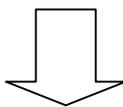
Como lo indica Streefland, si se pretende que los estudiantes comprendan el concepto de fracción se debe enseñar con los diversos modelos, los cuales permiten la construcción del concepto, tales como: cociente, proporción, medida y razón.

Por consiguiente, es posible concluir que los estudiantes del establecimiento B no han construido en su mayoría el concepto de fracción, de modo que la utilización de este modelo de enseñanza, presenta la fracción a través de figuras o bien demostrando dos números naturales, no así un número racional.

Síntesis gráfica de los hallazgos de las categorías docente 1.

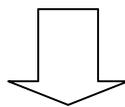
Categorías	Hallazgos	Situaciones relevantes	Coherencia
1.- Prima en la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo.	La docente hace mención del conocimiento de los modelos de enseñanza, a pesar de ello utiliza el modelo parte-todo.	Se observó que la docente utiliza el modelo de enseñanza parte-todo en las actividades solicitadas, en la cual los estudiantes deben interpretar las fracciones expresadas mediante su gráfica.	La docente menciona la utilización del modelo parte-todo, lo cual se visualiza en la observación no participante y en las respuestas de los estudiantes, mencionando como ellos lo comprenden.
2.- El modelo de enseñanza de fracción que conceptualiza el docente, coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.	La docente expresa de forma concreta la utilización del modelo parte-todo y medida, pero no es lo que se logra observar en el aula, ya que además de parte-todo introduce el modelo de razón.	La utilización del modelo parte-todo y de razón, se evidencian en los ejercicios que utiliza en las clases para el curso.	No existe relación cuando dice utilizar el modelo de medida, ya que se observó que emplea el modelo de razón. Parte-todo, es el único modelo que está presente en lo que dice y en lo que ejecuta en el aula.
3.- En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza parte-todo.	Se Indica que en los textos escolares no hay relación con la realidad (modelo como razón), sólo existe la representación gráfica de la fracción.	En ambas clases, no se visualiza la utilización ni mención del texto escolar.	Existe conexión cuando se menciona que no se utilizan los textos escolares. Hay coherencia cuando indica que en ellos no se existe relación con la vida cotidiana.

			No existe relación con la representación gráfica que los libros muestran, puesto que la docente también utiliza esa estrategia.
4.- El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador y medida.	El concepto de fracción se enseña con los modelos parte-todo y razón, de acuerdo al nivel educativo de los estudiantes, pero se visualiza el modelo parte-todo.	Los problemas matemáticos que utiliza la docente para los estudiantes indican claramente la utilización del modelo como razón, pero los estudiantes lo internalizan indicando ejemplos con el modelo de enseñanza parte-todo.	Existe coherencia, puesto que se utiliza el modelo de enseñanza como razón.



En las cuatro categorías se percibe que la docente prioriza el modelo de enseñanza como parte-todo, puesto que al internalizar otro modelo, igualmente ejemplifica con “gráficos”, para que los estudiantes visualicen la palabra mentalmente y la relacionen con la magnitud que se les indica en una problemática (modelo de enseñanza como razón).

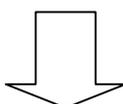
Los textos escolares utilizan el modelo parte-todo para enseñar las fracciones, por ésta razón la docente no lo integra en sus clases, pero los estudiantes comprenden las fracciones con la gráfica de éstas.



En consecuencia, a través del análisis de las categorías se descubre que la docente utiliza un sólo modelo para ejemplificar cualquier tipo de situación, ya sea para realizar un reparto equitativo (parte-todo) o la utilización de magnitudes como un todo (razón).

Síntesis gráfica de los hallazgos de las categorías docente 2.

Categorías	Hallazgos	Situaciones relevantes	Coherencia
1.- Prima en la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo.	La docente prioriza la enseñanza del concepto de fracción bajo el modelo parte-todo, en donde la estudiante refuerza el sentido del número natural y promueve el aprendizaje pasivo.	Enseñanza del concepto de fracción bajo el modelo parte-todo.	El modelo conceptualizado por la docente es el mismo aplicado en el aula.
2.- El modelo de enseñanza de fracción que conceptualiza el docente, coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.	El concepto de fracción que conceptualiza la docente se ve reflejado cuando ésta presenta el contenido a sus estudiantes.	Queda de manifiesto que la docente ejecuta en el aula lo que ella conceptualiza por concepto de fracción.	Existe coherencia entre el modelo conceptualizado por la docente y el modelo aplicado en el aula.
3.- En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza parte-todo.	Las actividades que presenta el texto escolar, se enfocan principalmente en que las estudiantes deben graficar y hacer un doble recuento de las figuras que se muestran.	Las actividades del texto escolar están abordadas bajo el modelo parte-todo.	La docente utiliza el texto escolar para reforzar el contenido, generando coherencia con el concepto que conceptualiza y el que aplica.
4.- El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador, medida.	Las estudiantes no comprenden la fracción, debido a que el modelo utilizado por la docente es parte-todo.	Incomprensión del concepto de fracción por parte de las estudiantes.	No existe coherencia con el modelo parte-todo que es el conceptualizado y aplicado por la docente.



En el análisis de las categorías se percibe que la docente conceptualiza el concepto de fracción bajo el modelo de enseñanza parte-todo, el cual se ve reflejado cuando la docente presenta el contenido de fracción a sus estudiantes y así también cuando utiliza como recurso didáctico el texto escolar otorgado por el Ministerio de Educación, el cual presenta actividades en donde predomina el modelo parte-parte, enunciando tareas tales como: “expresa con una fracción la parte pintada de la figura”.

Priorizar la enseñanza del concepto de fracción mediante el modelo parte-todo, provoca en los estudiantes incompreensión de dicho concepto.

Contrastación de los casos

Síntesis gráfica de los hallazgos encontrados en los dos casos estudiados.

Categorías	Docente 1	Docente 2
1.- Prima en la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo.	La docente prioriza dentro de la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo y razón.	La docente prioriza dentro de la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo.
2.- El modelo de enseñanza de fracción que conceptualiza el docente, coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.	La docente señala que conceptualiza dos modelos, los cuales son: medida y parte-todo, sin embargo, en sus clases aplica los modelos parte-todo y razón. No existiendo una concordancia total de los modelos de enseñanza de fracción conceptualizados y aplicados en el aula.	La docente conceptualiza y aplica en el aula el modelo de enseñanza de la fracción parte-todo.
3.- En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza parte-todo.	Se indica que en los textos escolares se prioriza el modelo parte-todo.	Se indica que en los textos escolares se prioriza el modelo parte-todo.
4.- El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador, medida.	Se indica que a pesar de ser enseñado el contenido de fracción bajo los modelos de razón y parte-todo, los estudiantes no construyen el concepto de fracción, debido a la visualización del concepto bajo el modelo parte-todo.	Se demuestra que las estudiantes no construyen el concepto de fracción bajo el modelo parte-todo.

Síntesis gráfica de los resultados encontrados en los dos casos.

Categoría	Hallazgos	Coherencia
1.- Prima en la enseñanza de la fracción el modelo parte-todo.	Las docentes al enseñar el concepto de fracción priorizan el modelo parte-todo.	Ambas docentes conceptualizan y aplican el modelo parte-todo, pero la docente 1 además utiliza el modelo de razón.
2.- El modelo de enseñanza de fracción que conceptualiza el docente, coincide con el modelo de enseñanza que aplica en el aula.	Existe una concordancia, puesto que ambas docentes conceptualizan y utilizan el modelo parte-todo, sin embargo la docente 1 señala que conceptualiza el modelo de medida, el cual no fue observado, puesto que en el aula trabaja con el modelo de razón.	No existe total coherencia, debido a que la docente 1 en la entrevista semi-estructurada señala que utiliza el modelo de medida, mientras que en la observación no participante se visualiza el modelo de razón.
3.- En los textos escolares se prioriza el modelo de enseñanza parte-todo.	En el texto escolar se evidencia que todas las actividades se basan en el modelo parte-todo, ya que solamente se centra en las representaciones gráficas, y es aquí donde sólo se refuerza el número natural.	Existe una coherencia, cuando se indica que sólo se trabajan representaciones gráficas, alejándose de la realidad de los estudiantes.
4.- El concepto de fracción se construye a partir de cuatro modelos de enseñanza: cociente, razón, operador, medida.	El concepto de fracción no se construye, debido a que la enseñanza se prioriza bajo el modelo parte-todo y aunque la docente 1 utiliza el modelo de razón los estudiantes lo visualizan como parte-todo.	No existe una total coherencia, puesto que las docentes priorizan el modelo parte-todo, el cual no construye el concepto de fracción. Mientras que la docente 1 utiliza el modelo de razón.

8. Discusión Bibliográfica

En los dos casos estudiados, se percibe claramente la priorización por el modelo de enseñanza parte-todo, donde la primera docente investigada, dice conceptualizar el concepto de fracción a través de dos modelos de enseñanza, siendo estos el modelo de medida y parte-todo (Kieren, 1976-1980; Freudenthal, 1983; y Behr, 1983-1992), mientras que la segunda docente observada, no expresa entender el concepto de fracción a través de modelos de enseñanza, simplemente lo define como la división de un entero en partes iguales, siendo la esencia de esta repartir algo de manera equitativa, en la que todos deben quedar con la misma porción, además, se debe representar a través de una figura, en la cual la parte pintada indica el numerador y el total de la figura el denominador (Kieren, 1980). Con estos datos se logra entender que la segunda docente comprende por fracción el modelo parte-todo.

Por otra parte, la primera docente enseña el concepto de fracción a sus estudiantes con dos modelos de enseñanza, de los cuales, solo uno de ellos es el que conceptualiza, este es el modelo parte-todo, mientras que el modelo no conceptualizado y a la vez aplicado en el aula, es el modelo de razón, de esta manera deja fuera el modelo de medida al enseñar el contenido de fracción. En cambio, la segunda docente enseña el concepto de fracción tal cual ella lo conceptualiza.

En relación a lo comentado anteriormente, ambas docentes no logran construir el concepto de fracción como un número racional, ya que según las investigaciones realizadas por Escolano y Gairín (2005), los estudiantes presentan grandes dificultades y bajos resultados con este contenido, puesto que no logran comprender el concepto de fracción cuando es enseñado por el modelo parte-todo, debido a los obstáculos que provoca dicho modelo en los estudiantes.

Los obstáculos y las dificultades que presentan los docentes al enseñar el contenido de fracción, se deben a la separación de las magnitudes de medida con la matemática, esto surge en el siglo XX tras la búsqueda de números más satisfactorios en relación a las medidas, con la finalidad de darle a los números una construcción más sólida e independiente de la medida (Rouche, 1976, 1980). Por esta razón, el aprendizaje de las magnitudes en el proceso de enseñanza no está presente en el sistema educativo como eje de la matemática, ya que actualmente es considerado en la Física.

Como consecuencia de esto, los textos escolares del ministerio de educación presentan solamente ejercicios con el modelo de enseñanza parte-todo correspondiente a la unidad de fracción; los cuales deben ser utilizados y enseñados por los docentes de la misma manera en la que aparecen, esto es otra problemática que provoca en los estudiantes la incompreensión del concepto de fracción, por lo tanto, los docentes deberían buscar otros modos de enseñanza u otros textos para ser aplicados dentro del aula, de esta manera los estudiantes podrían conocer las fracciones con todos sus modelos de enseñanza correspondientes, obteniendo de esta manera buen rendimiento y altos resultados en el contenido de fracción.

Por otro lado, Freudenthal (1983), señala que la principal problemática por la cual los estudiantes no comprenden el concepto de fracción en la enseñanza, es debido a que el contenido se trabaja mediante una sola interpretación, es decir, a partir de un único modelo de enseñanza. En esta investigación se señala claramente que ambas docentes priorizan en la enseñanza de la fracción sólo un modelo, siendo este, el único con el cual no se comprende el concepto de fracción (Escolano y Gairín, 2005).

Kieren, (1976) y Dienes, (1972); revelan a través de sus investigaciones que la comprensión del concepto de fracción como número racional, debe otorgar fundamentos en las que se puedan apoyar las operaciones algebraicas, ya que en los niveles más avanzados, los estudiantes deben conocerlas para poder desarrollarlas. Por otra parte, dicen que los docentes deben realizar un trabajo óptimo sobre el contenido de fracción, con el fin de que los estudiantes consigan una comprensión amplia y operativa de todas las ideas relacionadas con el concepto de éstas, proporcionándole al estudiante la adecuada experiencia con la mayoría de sus interpretaciones.

En cambio, Llinares y Sánchez (1988) señalan que la incompreensión por parte de los estudiantes sobre este contenido, se debe a la complejidad que provoca la variedad de interpretaciones que poseen las fracciones, y que, el concepto global de fracción no se llega de una vez, si no que se requiere de un proceso de aprendizaje a largo plazo.

Los docentes para enseñar el contenido de fracción, deben considerar la existencia de un equilibrio entre el significado de fracción en contextos concretos y además en situaciones abstractas (Dickson, 1984), de esta manera la enseñanza-aprendizaje sería efectiva y los estudiantes podrían llegar a comprender las

fracciones, debido a que si son apegadas a la realidad serán aprendizajes significativos para los estudiantes (Streefland, 1993 y Freudenthal, 1983).

Considerando la importancia y la responsabilidad que deben tener los docentes en el rendimiento de sus estudiantes, deben tener presente lo que señala Freudenthal (1983): “Antes de comenzar con los conceptos matemáticos, se debe otorgar prioridad al nivel de concepto mental que presentan los estudiantes, la cual es una labor que debe ser empleada por los docentes, además de ser un factor determinante en el aprendizaje del estudiante”.

Por estas razones, es de suma importancia crear conciencia en los docentes del subsector de educación matemática, pues ellos deben estar en constante enseñanza-aprendizaje, además de esto, se deben familiarizar con los problemas que se presentan en la actualidad a la hora de enseñar contenidos matemáticos, tal como sucede con el concepto de fracción.

9. Conclusión.

Para concluir esta investigación, es necesario responder a las interrogantes que se presentaron en el proceso inicial de esta exploración.

Es oportuno señalar que la gran dificultad presente en la enseñanza de las fracciones es el modelo implementado por los docentes, de este modo es relevante el estudio de la conceptualización de los modelos de enseñanza de las fracciones que poseen los docentes e investigar si existe una relación coherente en lo aplicado en el aula.

Como fue mencionado en el marco referencial de la investigación, se presentaron cinco modelos de enseñanza del concepto de fracción, uno es el modelo parte-todo, el cual hace referencia al doble conteo que realiza el estudiante, dejando en manifiesto que representa la fracción como dos números naturales. Luego el modelo de medida, que hace referencia a la asignación de un número a una magnitud. El modelo de cociente indica el resultado de la división de uno o varios objetos entre un número determinado de personas o partes. El modelo de razón es la comparación numérica entre dos magnitudes y por último el modelo como operador, se refiere a una transformación multiplicativa de un conjunto hacia su equivalencia en donde se amplía o reduce el número.

En relación a la primera docente, menciona en la entrevista, los modelos de enseñanza parte-todo y medida, este último no se encontró presente en las clases observadas, de todos modos se pudo visualizar otro modelo de enseñanza que permite a los estudiantes construir el concepto de fracción, siendo este el modelo de razón, el cual no hace referencia en ninguna instancia durante la entrevista, por lo tanto no existe una real coherencia entre la conceptualización a este último modelo de enseñanza y su aplicación en el aula.

Con respecto a la segunda docente, dice no conocer un modelo para enseñar el contenido de fracción, pero a través de sus definiciones, se concluye que utiliza el modelo de enseñanza parte-todo. Por lo tanto cabe señalar que existe una coherencia entre lo que conceptualiza y aplica en el aula al instante de impartir el contenido de fracción.

En los dos casos estudiados, a los cuales se les aplicó la entrevista semi-estructurada y la observación no participante, se visualizó la priorización del modelo de enseñanza parte-todo, esto se reflejó en los resultados obtenidos de los instrumentos empleados considerando que existió coherencia entre la conceptualización y la aplicación en el aula.

Finalmente las docentes, aunque presentan ambiguos conocimientos sobre los modelos de enseñanza del concepto de fracción, utilizan el modelo con el cual los estudiantes no construyen dicho concepto como número racional. Esto se deja en manifiesto, en las conclusiones extraídas de las entrevistas que se realizaron a los estudiantes correspondientes a cada docente y en las observaciones realizadas a los mismos.

En cuanto a la proyección e importancia que tiene para el aprendizaje de los estudiantes, es preciso señalar que las conceptualizaciones de los docentes sobre los modelos de enseñanza del contenido de fracción, son relevantes cuando estos las deben aplicar en el aula, puesto que es necesaria la inclusión de más de un modelo para que así se construya el concepto de fracción como número racional y la internalización con el contexto de los estudiante.

Proyecciones.

1. Esta investigación permite comprender la coherencia existente entre la conceptualización y la aplicación de los modelos de enseñanza del concepto de fracción que presentan los docentes, para así lograr una enseñanza efectiva, evitando perjudicar el aprendizaje de los estudiantes.
2. Esta investigación pone en evidencia las dificultades existentes en la enseñanza-aprendizaje del concepto de fracción, entregando información a actuales y futuros docentes sobre la problemática existente.
3. Esta investigación podría constituir un estudio de apoyo destinado a futuros trabajos de campo que pretendan visualizar la conceptualización de los modelos de enseñanza y su aplicación dentro del aula.

Limitaciones y sugerencias

1. Determinar adecuadamente el diseño de la investigación de acuerdo a los objetivos e interrogantes planteados, con el fin de no generar confusiones respecto a la metodología utilizada durante el proceso de investigación.
2. Se utilizaría la entrevista en profundidad y la observación participante como herramienta de recolección de datos, con el fin de obtener respuestas más directas sobre las conceptualización de los modelos del concepto de fracción
3. La cantidad de actores de la investigación no permite una generalización, debido a que los datos obtenidos por tan sólo dos sujetos estudiados no presentan una realidad generalizable.

10. Bibliografía.

- ◆ Bisquerra, R. (2000), *Métodos de investigación cualitativa*. España: Editorial CEAC.
- ◆ Escolano, R. Gairín, J. M. (2005). Modelos de medida para la enseñanza del número racional en Educación Primaria [Versión electrónica]. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (1), 17-35.
- ◆ Hernández, R. Fernández - Collado, C. Baptista, P. (2008). *Metodología de la Investigación* (4a. Ed.). México: Editorial Mc Graw Hill.
- ◆ Llinares, S. Sánchez, M. (1997) *Fracciones. Matemáticas: cultura y aprendizaje* (2a. Ed., Vol 4) Vallehermoso, Madrid.: Editorial Síntesis.
- ◆ Mapas de progreso del aprendizaje (s.f.). Recuperado el 3 de septiembre de 2009, de <http://www.curriculum-mineduc.cl/docs/mapas/mapa-de-matematica-numeros.pdf>
- ◆ Matemática para todos (s.f.). Recuperado el 13 de septiembre, de <http://www.fundacionempresaspoler.org/matematica/fasciculo9.pdf>
- ◆ Niveles de logro 4° Básico para Educación Matemática (s.f.). Recuperado el 3 de septiembre, de http://www.simce.cl/fileadmin/Documentos_y_archivos_SIMCE/Niveles_de_logro/NL_Matematica_2008.pdf
- ◆ Perera, P. Valdemoros, M. *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. México.
- ◆ Pérez, G (1998), *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Madrid: Editorial La Muralla.

- ◆ Programa de Estudio de Quinto Básico (s.f.). Recuperado el 25 de mayo de 2009, de http://www.curriculum-mineduc.cl/docs/fichas/5b09_matematicas.pdf
- ◆ Propuesta Ajuste Curricular (s.f.). Recuperado el 3 de septiembre 2009, de http://www.curriculum-mineduc.cl/ayuda/docs/ajuste-curricular-2/Sector_Matematica.pdf
- ◆ Rodríguez, G. & Gill, J. & García, E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. (2a. Ed.). Málaga: Ediciones ALJIBE.
- ◆ Rouche, N. (1994), *De las magnitudes a los números racionales*. Documento Nro. 2/94.
- ◆ Taylor, S. Bodgan R. (1987) *Introducción a los métodos cualitativos de investigación*. (2a. Ed.). Barcelona: Editorial Paidós.
- ◆ Valdemoros, M. (2004) Lenguaje, fracción y reparto. [Versión electrónica]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 7 (003), 235-256.

Anexos

En las siguientes páginas, se presentan los documentos que hicieron posible la ejecución de la investigación, entre ellos se encuentran: el instrumento de recolección de datos, la validación y análisis de confiabilidad del mismo, las matrices de los datos obtenidos en la aplicación del instrumento, además se presenta la pauta de cotejo utilizada para el análisis de las observaciones no participantes y algunas evidencias de material trabajado en la sala de clases durante las sesiones observadas.

Anexo 1: Entrevistas semi-estructuradas.

- **Docente 1. Establecimiento A.**

Entrevistador: ¿Qué entiende usted por fracción?

Docente 1: Parte de un entero u objeto. Éstas partes deben ser iguales unas con otras.

Entrevistador: ¿Cómo enseña usted el contenido de fracción?

Docente 1: El concepto mismo de fracción lo enseñé de forma didáctica, es decir a partir de la repartición de algo. Se abstrae primero el término de equitativo, donde se comprende que la fracción aparece cuando se divide un objeto (entero en partes iguales). Ahora lo más abstracto, como se escribe o se representa una fracción con números, se les pregunta ¿en cuántas partes se dividió el entero?, ¿cuántas partes se ocuparon?, entonces se comienza a expresar que, por ejemplo... se ocuparon 2 partes de 4.

Entrevistador: ¿Usted considera difícil enseñar el concepto de fracción?, ¿Por qué?

Docente 1: En 3º básico es donde se comienza a revisar el concepto de fracción, de acuerdo a ese nivel, no es complicado que lo aprendan, todo depende de la forma en que se aborde el contenido, los materiales didácticos que se ocupen.

Entrevistador: ¿Y en 5º básico?

Docente 1: No es tan difícil, porque ellos llegan con una noción de lo que es reparto equitativo que no puede ser al azar, hay que fundamentar a los estudiantes el conjunto de elementos que intervienen con división. Lo más difícil es que cuesta la operatoria, pero de suma o resta que está dentro del currículum, especialmente los problemas que tienen diferente denominador, es más difícil por el mecanismo que tiene, por el procedimiento, porque es muy mecanizado. Mayor dificultad.

Entrevistador: ¿Por qué cuesta lo abstracto?

Docente 1: Si le hago repartir o transformar de número mixto a fracción impropia, lo hacen con material concreto y resolver los problemas les cuesta, eso es práctica. Cuando hablo de abstracto, me refiero a la resolución de problemas. En realidad si entienden y lo cognitivo les cuesta, no ejercitan, me caigo en eso.

Entrevistador: ¿Los estudiantes tienen dificultad para aprender las fracciones?, y si las hay ¿Cuáles son esas dificultades?

Docente 1: No de acuerdo a los diferentes tipos de alumnos.

Entrevistador: ¿Entienden de inmediato el concepto?

Docente 1: Generalmente el concepto en si de lo que es una fracción, lo entienden de inmediato. Saben que la fracción es parte de algo, ellos lo saben, pero en el momento de representarlas les cuesta.

Entrevistador: ¿Cómo enseña el concepto de fracción?

Docente 1: Empiezo repartiendo algo. Vamos a partir tal cosa en tantas partes y le incluyo que seguir igual para todos y les enseño una historia. Inculco primero que es parte de algo tomamos una parte de cuatro. Cuando entienden el tema de fracción le enseño como se escribe, después que aprenden que indica el numerado y denominador le enseño los nombres. ej., un medio, entienden porque es la mitad, un tercio, relaciono en conjunto con el curso. Es un proceso muy largo, hay que ver primero la fracción y después lo abstracto.

Entrevistador: ¿Y cómo lo enseña? ¿Hace que los estudiantes grafiquen, que midan objetos, a través de proporciones, que dividan, etc.?

Docente 1: Enseño por medida y parte - todo, porque como razón se enseña más en 6º y vienen en los Planes y Programas. En 6º se hace la diferencia de una razón y proporción, hasta un poco de porcentaje muy bajo.

Entrevistador: ¿Usted considera que el contenido de las fracciones es difícil de comprender por los estudiantes?, ¿Por qué?

Docente 1: Cualquier contenido no es difícil de aprender si el profesor tiene la capacidad de enseñarlo de forma adecuada, tomando en cuenta la contextualización, el material y las diferentes estrategias que se deben utilizar para enseñar el mismo contenido

Entrevistador: ¿Cuál es su mayor dificultad cuando enseña el concepto de fracción?

Docente 1: Lo que más cuesta es que al dividir un objeto o entero debe ser en partes iguales.

Entrevistador: ¿Eso es lo que más les cuesta?

Docente 1: Si sólo dividir, un cuadrado en 4 o en 3 o 5 cuesta a que sea igual y les queda más grande y chicos, entender que tienen que ser iguales, sólo el concepto, la repartición de algo.

Entrevistador: ¿Y por qué cree usted que les cuesta?

Docente 1: Creo que es un tema más mecánico, darse cuenta de que tiene que ser igual, si entienden bien lo que es repartición, en objetos reales les cuesta menos.

Entrevistador: Según su experiencia en la enseñanza. ¿Dónde considera usted que los estudiantes presentan mayor dificultad; en la comprensión del concepto o en la operatoria? ¿Por qué?

Docente 1: En la operatoria, ya que el cálculo mismo es difícil de comprender, además si lo contextualizamos y el niño debe ser quien elija que operación a usar, esto está muy ligado a la comprensión de lectura.

Entrevistador: ¿Entonces es más fácil la comprensión del concepto? ¿Por qué?

Docente: Si, es más fácil, porque la operatoria es más abstracta y si no hacen un proceso no llegan al resultado. En cambio en el concepto no se necesita entender que es sumar mínimo común múltiplo, tienen que tener muchos conocimientos previos para resolver. En el concepto no se necesita tener conocimientos previos, es más específico.

Entrevistador: ¿Qué métodos utiliza para la enseñanza de las fracciones?

Docente 1: Primero material concreto, para visualizar la repartición equitativa.

Entrevistador: ¿Qué otros método utiliza?

Docente 1: software a los estudiantes iniciales porque les sirvió para aprender las fracciones en diferentes conceptos.

Entrevistador: ¿Aprender mejor con material concreto? ¿Por qué?

Docente 1: Si, porque vivencian, ocupan todos los sentidos para entender, papel lustre, vivencian ciertas cosas, es más significativo para ellos, les queda internalizado al yo dictárselo, en educación el alumno aprende haciendo, es más constructivista.

Entrevistador: ¿Utiliza algún recurso didáctico dentro de las clases de fracciones?
¿Cuál o cuáles?

Docente 1: Pizzas plastificadas, frutas, papel lustre.etc.

Entrevistador ¿Cómo les resulta la comprensión?

Docente 1: Es más positiva la experiencia con material concreto, ahora si utilizo se nota un beneficio mayor para ellos, en las matemática, si no hay material concreto es difícil que ellos entiendan como uno quiere.

Entrevistador: ¿Utiliza los textos escolares entregados por el Ministerio de Educación?

Docente 1: No mucho.

Entrevistador: ¿Por qué? ¿Qué es lo que más utiliza?

Docente 1: El libro de Ministerio es abstracto, un medio sale un cuadrado, no lo contextualiza, no dice; mira hay una pizza y todos comen iguales, de la propia experiencia entienden. Y cuando lo llego a utilizar, lo uso exclusivamente cuando los niños avanzados han terminado, les digo sigan con las actividades del libro, así me preocupo de los niños que están en niveles iniciales e intermedio. Es sólo para complementar.

Entrevistador: Si ocupa el texto escolar, ¿Cómo resuelve los ejercicios de éstos?

Docente 1: Trabajo con otros textos escolares, y los ejercicios se van resolviendo, primero cada niño y luego se revisa a nivel general, en donde son ellos los que describen como llegaron a las respuestas.

Entrevistador: ¿Como vienen explicadas las fracciones dentro del texto escolar? Me puede dar un ejemplo.

Docente 1: Yo veo como un apoyo el texto escolar, no viene contextualizado, por eso lo ocupo como un apoyo cuando ya el contenido está siendo comprendido abstracto, por ejemplo para fraccionar vienen sólo figuras geométricas.

Entrevistador: ¿Utiliza otro texto para trabajar el contenido?, ¿Cuál?, ¿Y qué características tienen?

Docente 1: con los niños no.

Entrevistador: ¿Y por qué no lo utiliza?

Docente: Porque no me gustan los ejercicios que traen, no vienen contextualizados y los niños necesitan tener ejemplos de la vida real.

Entrevistador: ¿Y para trabajar usted, utiliza otro texto?

Docente 1: si, utilizo ediciones anteriores del Ministerio. Saco guías, preguntas para prueba. Me guían y ayudan a reforzar clases a clase con guías.

Entrevistador: ¿Y qué características tienen?

Docente 1: Los ejercicios vienen más contextualizados, son ejemplos que apuntan a las experiencias que tienen los niños, por eso los utilizo, ejemplo: en 3º vi ejes de simetría y a través del libro relacionaron y vincularon más cosas.

Entrevistador: Al evaluar el contenido de fracción ¿Cómo fueron los resultados por parte de los estudiantes?

Docente 1: El indicador de reconocer fracciones, comparar, escribir, tipos de fracciones está totalmente logrado dentro del curso, ahora las operaciones ocupadas en problemas está más bajo.

Entrevistador: ¿A nivel de todo el curso o son algunos estudiantes?

Docente 1: Solamente en los iniciales, ahí con ellos hay una diferencia en los resultados, aunque ha habido veces que los iniciales han dependido mucho de las explicaciones y constante apoyo de parte mía, y con éxito he logrado que alcancen el nivel intermedio. Pero eso es un arduo trabajo de apoyo, por lo mismo han sido muy pocos los que han alcanzado ese nivel.

Entrevistador: ¿Usted cree que son adecuados los Contenidos Mínimos que entrega el Ministerio de Educación según la edad de los estudiantes?

Docente 1: Creo que el Ajuste Curricular es el adecuado para cada nivel, ya que permite a los estudiantes una exigencia de acuerdo a los tiempos en que estamos.

- **Docente 2. Establecimiento B.**

Entrevistador: ¿Cómo es el rendimiento de sus estudiantes en los contenidos de matemática?

Docente 2: A ver... existe un rendimiento alto, en ejercicios o en contenidos que son relativamente fáciles para ellas como geometría, en la parte de observación de figuras, clasificación; pero a la hora de trabajar en fracciones, por ejemplo, la primera parte que es práctica en el sentido de que recuerden como se representa la fracción, que significa, las partes del numerador y denominador, que representa cada una, esa parte, es hasta ahí es fácil, un alto rendimiento, pero al trabajar las operatoria con las fracciones, con distinto denominador ahí es donde empiezan las complicaciones.

Entrevistador: ¿Considera que el contenido de fracción es difícil de comprender por sus estudiantes?

Docente 2: No, no, yo creo que no, no, no es difícil bajo la perspectiva de que se les enseña lo básico, es decir, estamos hablando de sumas con, con igual y distinto denominador pero de dos fracciones tres fracciones a lo máximo. En quinto se trabaja específicamente suma y resta, pero yo siento que el contenido en si no es difícil, ahora si uno lo ve a relación a porcentajes cerca del 60, 70% diría yo de las alumnas aprueba sin ningún problema y al otro 30 le cuesta así, pero son clásico de las niñas que están con problemas de rendimiento, problemas de aprendizaje, alumnas que están solas de repente, que no tienen mucho apoyo. Pero en el contenido en si yo creo que no, no es difícil...

Entrevistador: Ese 30% ¿Qué es lo que más les cuesta?

Docente 2: Lo que más les cuesta es razonar, para entender que a la hora de sumar fracciones con distinto denominador tienen que buscar un denominador común, el proceso de buscar ese denominador común, es el que más les cuesta.

Entrevistador: En el curso me dijo que tenían diferentes dificultades, me nombro algunas dificultades que tienen, ya sea más allá de la base de entender la fracción en sí, mas como las operatorias dentro de la fracción, pero dentro de esas dificultades, ¿Qué es lo que más les complica a los estudiantes?

Docente 2: Salir un poco de lo concreto a lo abstracto, específicamente cuando uno le hace trabajar con la tabla de doble entrada, o bien con la familia de fracciones equivalentes, como para encontrar el nuevo denominador, es lo que más les cuesta. Como llevar a buscar ese denominador común que les va a permitir hacer esa

operatoria de la suma o de la resta, y eso sin duda es lo que más les cuesta, eso, eso, específicamente.

Entrevistador: ¿Cómo enseña usted el contenido de fracción?

Docente 2: La primera parte a través de elementos concretos, trabajamos con, con papel lustre la primera parte, y luego nos pasamos a lo que son las clasificaciones, las representación, he... las transformaciones de fracciones para ir después a la operatoria.

Entrevistador: Y... ¿Qué método dentro de la fracción utiliza para enseñarlas?

Docente 2: He... Método, bueno yo creo dentro de los métodos, el que, lo que más utilizo es trabajar con ejemplos concretos, he... que ellas vayan entendiendo el procedimiento que uno va utilizando, y después de allí pasar a escribir el concepto, pasar a escribir el procedimiento y de ahí ejercitarlo, eso es como lo mas, lo que yo mas utilizo.

Primero yo parto con ejemplos, que ellas primero observen, que deduzcan que recuerden cosas, porque igual en fracciones hay cosas que ellas van recordando de años anteriores, pero ya en lo nuevo prácticamente el enseñar el procedimiento paso a paso, que es lo que tienen que hacer, como lo tienen que hacer, después de que más o menos lo entienden, paso yo a dictar el procedimiento, para que lo tengan en su cuaderno cosa de que cualquier cosa que se olviden, ellas tengan la oportunidad, digamos en la casa de revisarlo y después ejercitación, ejercitación que es lo más importante, ahora dentro de esa ejercitación trabajo mucho en parejas donde siempre intento poner una monitora con una alumna que tiene dificultades, que en el curso hay varias, son como cinco o seis niñas con dificultades, digamos de su nivel de aprendizaje, están con psicopedagoga y el resto también tienen dificultades producto de factores como que de repente, por ejemplo, cómo te decía de repente están solas en la tarde, no tienen mucho apoyo, no estudian mucho. Eso es como lo que más trabajo de ellas.

Entrevistador: Me podría dar uno de esos ejemplos concretos que utiliza con sus estudiantes.

Docente 2: Por ejemplo, haber estamos pasando en este momento adición de fracciones pero con igual denominador, estamos recién en esa parte adición y sustracción, y empecé recordando lo que era la adición, ellas recordaron específicamente cual era la función del denominador luego yo explique el procedimiento ellas en base a eso lo tenían muy claro, y trabaje con dos ejercicios que ellas tuvieron que desarrollar y luego los revise en la pizarra, y de allí me pase inmediatamente a explicar que es lo que sucede cuando hay fracciones mixtas y

que, como se suman las fracciones, y que es lo que sucede cuando al sumar una fracción mixta con otra, el resultado no se escribe digamos, como una fracción mixta correspondiente y aparece donde la fracción digamos el entero está acompañado de un fracción impropia y producto de ello, obviamente, eso significa que está mal escrita la fracción propiamente tal, por lo tanto, le enseñe el procedimiento para transformar esa fracción, en una fracción impropia, eso es lo que estoy haciendo.

Entrevistador: ¿Utiliza algún recurso didáctico para las clases de fracción?

Docente 2: Solo las primeras clases, y el material didáctico como te digo, a la confección de utilizar el papel lustre específicamente que es más fácil de doblar, de manipular, de cortar, de pegar. En el colegio no hay, no tenemos material didáctico específico, lo que, lo otro cuando ya he pasado la adición y la sustracción, antes de meterme a la multiplicación, existe un programa en Internet de matemática, matemática educativa creo que se llama, y que esta en el colegio, y por lo general vamos unas dos o tres clases para allá y hago que las chiquillas recuerden en el computador, recuerdan sumas y restas de fracciones, recuerdan representaciones y junto con eso después, nos metemos a la base de la multiplicación.

Entrevistador: ¿Utiliza los textos escolares entregados por el ministerio de educación?

Docente 2: Si, siempre, siempre, aun cuando este texto de estudio viene con la reforma y eso a significado que, por que nosotros hasta este año planificamos sin considerar la reforma de los planes y programas, pero a pesar de ello igual estamos ocupando el texto, yo igual lo estoy ocupando, y estoy basándome en el para pasar las fracciones, por eso que como te decía, este año por ejemplo la multiplicación la vamos a ver ahora en quinto, por lo general la multiplicación y división la veíamos en sexto, pero como viene ahora dentro de lo que es estos cambios de la reforma educacional, la estamos viendo ahora en quinto.

Entrevistador: Y... ¿Cómo viene explicada la fracción en los textos escolares?

Docente 2: De una forma bien avanzada, de hecho no parte de lo base, da por hecho que el alumno sabe, lo que es una fracción, como se forma una fracción y parte directamente en la clasificación, ordenamiento en la recta numérica, equivalencia de fracciones y operatorias, pero como que toda la primera parte de cómo se clasifican, como se representan, cuales son las partes que la forman, qué importancia tiene cada una de esas partes, eso no aparece. Pero yo igual lo retomo, yo lo pase por que siempre parto de esa base siempre, a pesar de que en el libro aparezcan de una forma más adelantada, no se a mí siempre me gusta partir de lo

básico, porque yo siento que recordando lo básico, las chiquillas pueden recordar o aprender lo que es más difícil.

Entrevistador: Recuerda algún ejemplo de las fracciones que aparezca en el texto escolar.

Docente 2: Había un ejemplo bien concreto en la comparación, en la equivalencia, y el ejemplo era, aparecen dibujos de fracciones, digamos están las fracciones representada a través de diagramas, donde las alumnas tienen que descubrir, que fracción es la que representan, escribir esa representación y observar, si ambos dibujos son equivalentes o no, para ver si las fracciones en si son equivalentes o no.

Entrevistador: ¿Utiliza otro texto para trabajar la fracción?

Docente 2: Si Santillana, es una guía de estudio que tengo del año 2006, de Santillana

Entrevistador: ¿Qué características tiene este texto?

Docente 2: Didáctico totalmente, ósea muy explicativo, con mucho ejercicio, apuntando muy bien a cada uno de los contenidos, aun cuando bueno, si nos basamos en el cambio que vamos a tener ahora a partir del próximo año, que ya viene fijo se va a quedar igual un poco atrás vamos a tener que ir adelantando en el fondo, voy a tener que trabajar con el Santillana de sexto para trabajar con ejercicios de quinto, este Santillana digamos que se quedo como atrás viniendo la reforma.

Entrevistador: ¿Cómo entiende usted la fracción?

Docente 2: ¿Cómo entiendo yo la fracción?

Entrevistador: Si

Docente 2: ¿En el concepto?

Entrevistador: Claro el concepto de fracción

Docente 2: Bueno como la división de un entero en partes iguales, su esencia esa basada en eso, ósea, como repartir algo en forma equitativa, es decir que a todos nos corresponda la misma porción, eso.

Entrevistador: ¿Considera que es difícil enseñar el concepto de fracción?

Docente 2: No para nada, el concepto en sí de fracción es muy fácil, lo que te digo, lo que complica es cuando uno trabaja las operatorias, pero el concepto en si es fácil.

Entrevistador: Según su experiencia en la enseñanza. ¿Dónde considera usted que los estudiantes presentan mayor dificultad en la comprensión del concepto o en la operatoria?, ¿Por qué?

Docente 2: No, en el concepto no, no ninguna, tienen muy claro que significa, que es lo que representa, lo que sí, uno observa, en las niñas que tienen mayor nivel de dificultad, que tienden a confundir el numerador con denominador. Es decir el concepto la palabra numerador y denominador de repente para ellas es como complicado, para ellas es más fácil decir el de arriba y el de abajo pero cuando uno les dice el numerador yo creo que un problema de concentración o son problemas de aprendizaje, una infinidad de cosas, que de repente hace que las niñas no, no recuerden que significa numerador.

Entrevistador: ¿Cuáles fueron los resultados de las estudiantes al pasar el contenido de fracción?

Docente 2: Mira académicamente hablando, esta yo tome la primera prueba de fracciones en la prueba de nivel y esa prueba tenía dos ítems destinados directamente relacionados con fracciones, y yo diría que el 80% tubo logrado, y un 20% de alumnas tubo dificultades. Digamos que así de 20 preguntas tuvieron alrededor de 10 malas, más o menos un porcentaje, pero eso, eso más o menos, yo creo...

Entrevistador: Y... ¿Qué tipo de dificultades tuvieron?

Docente 2: Específicamente te vuelvo a insistir en el numerador y el denominador, en el concepto, por ejemplo preguntas como una fracción propia es aquella que está formada donde el numerador es mayor que el denominador y de repente ahí se quedaban pegadas, cuál era el numerador cual era el denominador, como lo que más cuesta.

Entrevistador: ¿Usted cree que son adecuados los contenidos mínimos obligatorios que entrega el ministerio de educación?

Docente 2: Yo creo que no, estoy muy de acuerdo con la reforma, que comienza desde el próximo año, siento que se han estado enseñando cosas demasiado básicas, creo que hubo un relax muy grande, en matemática, durante un periodo de tiempo cuando se le dio un gran auge a lo que era la lectura lo que era la comprensión lectora lo que era la rapidez la velocidad lectora un auge en un momento en que a lenguaje se le dio una gran cantidad de tiempo y espacio y trabajo y apoyo y se dejo mucho de lado las matemáticas y sin duda hoy en día nos damos cuenta que los peores resultados del SIMCE los peores resultados de la PSU están en matemática es decir son muy pocos los alumnos que logran tener

buenos resultados en matemática y yo siento que un poco es eso porque nosotros lamentablemente nos dedicamos a pasar lo básico de lo básico y como te digo yo creo que hasta este año los contenidos no, yo siento que eran demasiado básico y ahora viene distinto porque lo que yo ya he visto, porque a nosotros ya nos llegó bueno el libro que nos llegó este año del ministerio para las alumnas ya es el libro con la adecuación de los cambios de los contenidos mínimos obligatorios por ende ya a partir del próximo año todo Chile va a estar en la misma, es decir, vamos a estar trabajando con esos contenidos y obviamente que va hacer mucho mejor.

Entrevistador: ¿Considera que los estudiantes pueden presentar mayores dificultades dentro del contenido de fracción con este nuevo reajuste dentro de la educación?

Docente 2: Quizás a las primeras alumnas sí, a las alumnas de este año a las alumnas del próximo año pero no así ya a las del 2011, por que ya las del 2011 van a venir ya con todo un año de cambios porque esto no significa que en quinto viene, viene más contenido, sino que significa que en primero básico vienen más contenidos, en segundo básico, en tercero en cuarto ósea ya las niñas desde antes van a comenzar a venir más preparadas para llegar a quinto y eso es lo más importante se supone que va a ser todo un esquema que se viene dando donde nada va a estar al azar sino que va a venir todo unido, uno con otro.

Entrevistador: Y... ¿Cómo se presenta la fracción en este nuevo reajuste de la educación?

Docente 2: De una manera quizás más teórica menos práctica pero más avanzada es decir un alumno de quinto ya tiene que saber sumar restar y multiplicar fracciones y no solamente operar con las fracciones sino que resolver problemas que tengan fracciones eso ya implica un nivel mayor que sin duda van a ver niñas con problemas que sin duda van a ver niñas que les va a costar que sin duda van a ver niñas que van a tener que...

Suena el teléfono. (Contesta por unos de 30 segundos)

Docente 2: En donde estábamos

Entrevistador: En la presentación de las fracciones

Docente 2: A ya entonces como te digo yo siento que eso desde una u otra manera se presentan con un mayor nivel de hecho en el texto la parte operatoria se presenta con un mayor nivel porque no solo tiene, no solamente viene el ejercicio directo ejercicio práctico sino que además viene todo aplicado a resolución de problemas y ahí es donde tenemos que hincar mucho el diente es algo que se tiene que hacer desde primero básico lo que es la comprensión para poder resolver problemas matemáticos nosotros yo te diría que el mayor problema que existe a nivel general diría yo de todos los colegios es que los alumnos les cuesta comprender lo que leen y por ende no tienen la fineza para descubrir que, cual es la operatoria que tienen que hacer que tienen que aplicar para resolver el problema por ello sumaran todo pero a veces no, a veces hay palabras que son clave dentro de un problema y que no, que ellas no consideran y por ende no saben resolver el problema, pero se supone que ahora bueno dentro de lo que viene que es el texto viene sin duda con una gran cantidad de problemas aplicados a la vida real cosas concretas del supermercado, de la feria, del almacén, de una fiesta, cosas como bien concretas, así que se ve como muy didáctico muy bueno, atractivo muy buen material así que esperamos que los resultados sean buenos.

Anexo 2: Transcripciones Clases Observadas

- **Observación Docente 1. Establecimiento A.**

Clase Nº 1

Docente 1: Obsérvelo y dígame ¿Qué características tiene el número mixto?

Estudiante: ¿Qué es una fracción?

Estudiantes: (Burlas).

Docente 1: Esta bien, es un tipo de fracción.

Docente 1: ¿Qué características tiene ese tipo de fracción?, ¿Qué elementos tiene?

Estudiante: Tiene una fracción impropia...

Docente 1: Ya, tiene una fracción impropia y un...

Estudiante: Y siempre al lado de la fracción, tiene que ser una fracción propia.

Docente 1: Espérate, espérate, vamos a ver.

Docente 1: Isabel ¿Qué características tiene un número mixto?

Isabel: Que va a tener siempre un número entero y al lado va a tener una fracción propia.

Docente 1: ¿Y cuál es la característica de la fracción propia?, Ignacio

Estudiantes: ¡Yo, yo!

Docente 1: ¿Cuál es la característica de la fracción impropia?

Ignacio: Que el numerador es mayor que el denominador.

Docente 1: ¿Qué él numerador es mayor que el denominador? ¿Es correcto?

Estudiante: ¿Qué?

Docente 1: De que el numerador es mayor que el denominador

Estudiante: No

Docente 1: ¿Por qué?

Estudiante: Porque eso sería una fracción impropia.

Docente 1: Esa sería la fracción impropia.

Estudiantes: ¡Pero usted dijo fracción impropia!

Docente 1: Dije fracción propia, ¿o no?

Estudiantes: Si pero después dijo fracción impropia.

Docente 1: Perdona, perdona.

Docente 1: ¿Dígame usted, cuál es la fracción propia?

Estudiante: El numerador es menor que el denominador

Docente 1: ¡Bien!

Docente 1: Teniendo esto claro, quedamos con el título ¿cierto?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: ¿Cuál era el título?

Estudiantes: Transformar fracciones impropias a número mixto.

Docente 1: ¿Quién me da un ejemplo?

Estudiantes: ¡Yo, yo!

Docente 1: Levanten la mano, ¿Cony?

Cony: Dieciséis quintos.

Docente 1: Dieciséis quintos.

Docente 1: ¿Cuál es el procedimiento?, Felipe.

Felipe: Dieciséis dividido en cinco.

Docente 1: (Escribe $16:5$ en la pizarra) ¿qué significa el dieciséis?, ¿qué representa el dieciséis?

Estudiante: El numerador.

Docente 1: ¿Y el cinco?

Estudiantes: El denominador.

Docente 1: Ok.

Docente 1: ¿Podría hacerlo?

Estudiante: ¿Yo?

Docente 1: Si, venga a hacerlo (realiza la división en la pizarra).

Docente 1: Ya, ¿Está correcta?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: ¿Por qué?

Estudiantes: ¡Porque 3 por 5 es 15 más una 16!

Docente 1: ¡Bien!, porque 3 por 5 es 15 más una 16.

Docente 1: Bien, ¿Que representa el cociente de esta división?

Estudiantes: ¡El denominador!, ¡el entero!

Docente 1: ¿El entero?

Estudiantes: ¡No!

Estudiantes: El denominador.

Docente 1: El entero.

Docente 1: Ya, ¿El cociente representa el...? Martín

Martín: El entero.

Docente 1: ¿Y la fracción impropia la vamos a transformar a número...?

Estudiantes: Mixto.

Docente 1: Número mixto.

Docente 1: ¿El cociente representa al...?

Estudiante: Numerador.

Docente 1: ¿Numerador?

Estudiante: Al número entero.

Docente 1: ¿Y qué representa el resto?

Estudiante: El numerador.

Docente 1: ¿Y qué pasa con el denominador?

Estudiantes: Se mantiene.

Docente 1: ¿Dudas con la transformación?

Estudiantes: ¡No!

Docente 1: Vamos a escuchar al Omar que tiene una duda.

Docente 1: ¿Dígame que duda tiene?

Estudiante: (Señala el ejercicio de la pizarra).

Docente 1: Mira, que indica el 16.

Estudiante: El numerador.

Docente 1: El numerador, cierto. ¿Entonces el numerador qué número lo dividió?

Estudiante: Por el denominador.

Docente 1: Por el denominador.

Docente: ¿Está claro hasta ahí?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: Ya hacemos la división, ¿cierto?, ¿en este caso nos va a dar una división de qué tipo?

Estudiantes: Inexacta.

Docente 1: Inexacta, ¿ya?

Docente 1: El cociente de esa división va a ser el entero.

Estudiante: ¿Y el cinco?

Docente 1: El cinco lo dejo igual y el resto va a pasar a ser el numerador.

Estudiante: Miss ¿Por qué no da un ejemplo?

Docente 1: Veamos, por ejemplo; nueve tercios. Hagamos esa división en el cuaderno.

Docente 1: Esta es la fracción impropia y acá va a ser el número mixto.

Estudiante: (Realiza el ejercicio en la pizarra).

Docente 1: ¿Está bien?, miren tres cero tercios.

Estudiantes: ¿Qué?

Docente 1: ¿Cómo se lee esa fracción?

Estudiantes: Tres cero tercios.

Docente 1: ¿Es necesario anotar esa fracción?

Estudiantes: No.

Docente 1: ¿Sí o no?

Estudiantes: ¡No!

Docente 1: ¿Por qué no?

Estudiante: Para eso pone tres tercios, ¡Ah, no!

Docente 1: Espérate, por parte. ¿El entero está bien puesto ahí?

Estudiante: Sí.

Docente 1: ¿Por qué? Tranquilos.

Docente 1: Joel, ¿Cómo se lee esta fracción Joel?

Joel: Cero tercios.

Docente 1: ¿Alguien la puede venir a graficar?

Estudiantes: ¡Yo, yo!

Docente 1: (Escoge a un estudiante)

Docente 1: Cero tercios.

Docente 1: ¿Es necesario escribir cero tercios?

Estudiante: ¡No! ¡Sí!

Docente 1: (Señala a una estudiante).

Estudiante: Porque no va a ser una fracción impropia, va ser una fracción propia.

Docente 1: ¿Cómo una fracción propia?, ¿puede hacerlo?

Estudiante 1: (No desea salir a la pizarra).

Docente1: ¿Será necesario colocar ésta fracción? (señala $0/3$).

Estudiantes: ¡No! ¡Sí!

Docente 1: ¿Si, por qué?

Estudiante: Porque si no se colocaría, estaría sólo el tres no más poh tía.

Docente 1: ¿Veamos?

Docente 1: Grafiquemos tres cero tercios.

Docente 1: Vamos a graficar ésta fracción (anota 3 enteros) y ésta (anota 3 enteros $0/3$).

Docente 1: Necesito dos voluntarios.

Estudiantes: ¡Yo, yo!

Estudiantes: (Grafican lo escrito en la pizarra).

Docente 1: Tengo recién ahí un entero, ¿cuántos enteros necesito? (le pregunta a la estudiante que se encuentra graficando 3 enteros $0/3$).

Docente 1: ¿Va a ocupar algún tercio?

Estudiante: No

Docente 1: ¿Ninguno?

Docente 1: ¿Tenemos que ocupar los enteros?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: Vamos a necesitar los tres enteros, hay que ocuparlos (le señala a la estudiante).

Docente 1: Tobías si acá están los enteros (señala el número 3), ¿cuántos enteros hay que graficar?

Tobías: (Piensa y no responde).

Docente 1: Tobías, ¿cuántos enteros están ocupados acá? (señala los 3 rectángulos pintados).

Tobías: Uno.

Docente 1: ¿Y cuántos tengo que ocupar?

Tobías: Tres.

Docente 1: ¿Qué falta?

Estudiantes: ¡Otro rectángulo!

Docente 1: Pregunta. ¿Éste entero está ocupado? (señala 3 enteros).

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: Juan Pablo, ¿éste entero está ocupado? (señala 3 enteros).

Juan Pablo: Uno.

Estudiantes: ¡No... tres!

Docente 1: Tres.

Docente 1: ¿Cuántos hay ocupados?

Estudiantes: ¡Uno!

Docente 1: ¿Y cuántos faltan?

Estudiantes: ¡Dos!

Estudiante: (Completa en la pizarra los dos enteros restantes).

Docente 1: ¿Cuántos enteros ocupé?

Estudiantes: ¡Tres!

Docentes 1: ¿Y acá? (señala la otra representación gráfica)

Estudiantes: ¡Tres!

Docente 1: ¿Cómo gráfico el cero tercios?

Estudiantes: El cero no vale nada.

Docente 1: ¡Muy bien!

Estudiantes: ¿Entonces será necesario?

Estudiantes: ¡No!

Docente 1: No es necesario.

Docente 1: ¿Esta fracción es igual a ésta? (señala 3 enteros y 3 enteros $\frac{3}{0}$)

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 1: Si, es igual.

Docente 1: Vamos a ir a unos pequeños ejercicios para graficar, para ver si vamos entendiendo.

Estudiante: (Representa la fracción $\frac{7}{2}$ a número mixto).

Docente 1: Representaste tres enteros (señala los 3 enteros de la pizarra).

Docente 1: Ahora representa $\frac{1}{2}$ (señala $\frac{1}{2}$ de la fracción).

Docente 1: El $\frac{7}{2}$ está representado aquí (señala la representación gráfica de la fracción).

Docente 1: ¿Cuántos enteros ocupé?

Estudiantes: Cuatro.

Docente 1: ¿Cuántos enteros completos ocupé?

Estudiante: Tres.

Docente 1: Y la fracción a número mixto, también está graficado.

Docente 1: ¿Son iguales?

Estudiante: Tres medios.

Docente 1: ¿Cómo tres medios?

Docente 1: Tres medios es esto (escribe $3/2$).

Estudiante: ¡No!, un medio.

Docente 1: Tres enteros un medio.

Docente 1: ¿No entiendes cómo la hizo?

Estudiante: Si, es que no entiendo (señala la pizarra).

Docente 1: ¿Qué no entiende?

Estudiante: No sé por qué hizo tres y abajo otra partida.

Docente 1: ¿Lo explico?

Estudiante: Bueno.

Docente 1: El tres enteros un medio, lo vamos a graficar.

Docente 1: Primero, ¿qué graficamos?

Docente 1: Los... enteros. ¿Cuántos enteros son?

Estudiantes: Tres.

Docente 1: (Grafica los enteros).

Docente 1: ¿Grafiqué los tres enteros?

Estudiantes: ¡Sí!

Estudiante: Tía lo que yo no entendía era...

Docente 1: Ya pero, déjame explicártelo, para que los demás entiendan.

Docente 1: Señor Javier, ¿Representé los tres enteros?

Javier: Si.

Docente 1: Tobías. ¿Qué tengo que representar ahora?

Tobías: Un medio.

Docente 1: Ahora vamos a graficar la fracción.

Docente 1: Voy a hacer otro entero

Estudiantes: Dividirlos.

Docente 1: Dividirlos en...

Estudiantes: En dos y pintar una.

Docente 1: Ahí está graficado un medio.

Docente 1: ¿Dudas?

Estudiantes: ¡No!

Docente 1: Revisemos el otro.

Estudiante: (Representa la fracción $13/7$ a número mixto).

Docente1: ¿Está correcto?

Estudiantes: Si.

Docente 1: ¿Por qué?

Estudiante: Porque seis es lo que sobra y se ocupa para graficar.

Docente 1: ¿Qué representa esto? (señala la representación grafica de la fracción).

Estudiante: El numerador

Docente 1: ¿El numerador? Todo esto (señala un entero de la representación grafica).

Estudiante: Un entero.

Michel: (Representa gráficamente la fracción $21/7$).

Docente 1: ¿Qué fue lo primero que vimos?

Estudiante: Los tipos de fracción.

Docente 1: Geraldo, nómbrame un tipo de fracción.

Docente 1: Vimos tres cosas. ¿Cuál es la primera?

Estudiante: Los tipos de fracción.

Docente 1: ¡Bien! ¿Cuántas había?

Estudiantes: Tres.

Docente 1: ¡Bien!, deme un ejemplo de uno, nómbrame un tipo de fracción.

Estudiante: Tres decimos es una fracción propia.

Docente 1: ¿Por qué tres decimos es una fracción propia?

Estudiante: Porque el numerador es menor que el denominador.

Docente 1: ¡Bien!, ahora una fracción impropia.

Estudiante: La que el numerador es mayor que el denominador.

Docente 1: ¿Cómo por ejemplo?

Estudiante: Ocho quintos.

Docente 1: ¡Bien! El número mixto Michel.

Docente 1: ¿Qué significa qué es número mixto?

Michel: Que tiene un entero y lleva una fracción propia.

Docente 1: ¿Por ejemplo?

Michel: Un entero, un medio.

Docente 1: ¡Bien! ¿Y por último vimos...?

Estudiante: Pasamos de fracción impropia a número mixto.

Docente 1: ¿Cómo se transformaba de fracción impropia a número mixto?

Estudiante: Se dividía en numerador por el denominador y después el cociente se escribía como entero y después el resto se escribía como numerador y el denominador se mantenía.

Clase Nº 2

Docente 1: ¿Quién me lee el primer ejercicio?

Estudiantes: ¡Yo, yo, yo!

Docente 1: ¡Ya!, pero silencio, vamos a empezar y va a ser en silencio como corresponde. Levantando la mano cuando necesiten hablar.

Estudiante: Pedro sale a las 7 de la mañana y se demora un entero un medio en llegar a su trabajo... (Interrumpe la docente).

Docente 1: Espérate que hay murmullo y me molesta (los estudiantes se silencian).
¿Ya?, ahora sí.

Estudiante: (Retoma el problema que estaba leyendo) y se demora un entero un medio al llegar a su trabajo... (Interrumpe la docente).

Docente 1: Un entero y medio, ¿de qué?

Estudiantes: ¡De hora!

Estudiante: (Retoma el problema que estaba leyendo) al llegar a su trabajo.

Docente 1: Ya...

Estudiante: Albert sale a las 7:30 am a su trabajo y demora siete quintos de hora,
¿A qué hora llega cada uno a su trabajo?, ¿Quién demora menos?

Docente 1: ¿Siete quintos...?

Estudiante: De hora

Docente: ¿Alguien puede venir a resolver esto?

Estudiante: ¡Yo!

Docente 1: Venga Ignacio.

Ignacio: ¿Pero puedo salir con el cuaderno?

Docente 1: Si, pero me va a explicar que es esto, para poder entender.

Ignacio: Tía, es que puse las puras respuestas.

Docente 1: ¿Alguien lo hizo con ejercicio?

Estudiantes: ¡Yo no! (menciona un estudiante). Yo lo borré (menciona otro estudiante).

Docente 1: ¿Pero qué hiciste para llegar a la respuesta? (Dirigiéndose al estudiante que explicará el problema en el pizarrón).

Ignacio: Lo hice mentalmente.

Docente 1: ¿Qué hizo mentalmente?

Ignacio: ¡Ah!, es que como Pedro llega a las ocho y media porque como es un entero y un medio, yo pensaba que un entero sería una hora.

Docente 1: Ya, él dice que el entero es una hora.

Ignacio: (Retomando su explicación) y el... ¡éste! (indica en el pizarrón $\frac{1}{2}$) es sesenta dividido en dos.

Docente 1: ¿Treinta...?

Ignacio: Minutos.

Docente 1: ¿Ya?

Ignacio: Y por eso yo dije que llegaba a las ocho treinta.

Docente 1: Entonces, Ignacio mentalmente, a la hora que Pedro salía le sumó.
¿Cuántos minutos en total? (pregunta al curso)

Estudiantes: ¡Sesenta!

Docente 1: ¿Cuántos minutos en total?

Ignacio: Noventa.

Docente 1: ¿Noventa? ¿A cuánto corresponde un entero y un medio de hora en minutos?

Ignacio: Noventa minutos.

Docente 1: Una hora y media, ¿pero en minutos? (señala a un estudiante).

Estudiante: Noventa minutos.

Docente 1: Noventa minutos (repitiendo en voz alta lo que el estudiante dijo).
¿Albert? ¿Quién puede venir a hacer Albert?

Ignacio: ¡Yo!

Docente 1: Parece que lo voy hacer al azar.

Ignacio: ¡Ah! Es que también lo hice mentalmente, poh tía.

Docente 1: ¿Qué hizo?

Ignacio: Ya, es que...

Docente 1: ¿Transformó esta fracción? (señalando $7/5$).

Ignacio: No... Ya pero es que aquí, hay siete treinta (señala 7:30 horas) y aquí ya hay un entero (señala $7/5$).

Docente 1: Ya... hay un entero, ¿y cuántos sobran?

Ignacio: dos, dos quintos.

Docente 1: Entonces aquí tenemos una hora (le señala a Ignacio la pizarra).

Ignacio: Y después para ver cuánto representaba un quinto, dividí sesenta en cinco.

Docente 1: ¡Hágalo!

Ignacio: (Realiza la división)

Docente 1: (Señala al curso) Está dividiendo sesenta minutos, que es el entero (demuestra el entero haciendo un círculo con las manos).

Docente 1: ¿En cuántas partes lo tiene que dividir?

Estudiantes: ¡Cinco!

Docente 1: ¿Michel?

Michel: En cinco

Docente 1: En cinco, eso está haciendo (señalando a Ignacio)

Docente 1: Esto, ¿qué representa entonces? (encierra en un círculo el cociente de la división, $60:5=12$)

Ignacio: El doce

Docente 1: ¿Qué representa en fracción?

Ignacio: Un quinto

Docente 1: Un quinto, uno de cinco (al lado del doce representa la fracción $1/5$)

Docente 1: ¿Pero cuánto buscamos?

Docente 1: Dos quintos

Docente 1: Dos quintos (le solicita a Ignacio que lo escriba)

Ignacio: 24 minutos...

Docente 1: (Escribe en el pizarrón 24 minutos) ¡ya!, ¿A qué hora llegó Albert, entonces?

Ignacio: Ocho cincuenta y cuatro

Docente 1: ¿Cómo sabes que es ocho cincuenta y cuatro?

Ignacio: Porque ya hay una hora (indica el entero), y serían las ocho y media y diecinueve treinta más veinticuatro (realiza la adición en la pizarra), y ahí da ocho cincuenta y cuatro.

Docente 1: Escríbalo ahí arriba (la respuesta completa).

Docente 1: ¡Ya! ¿Cuál eran las preguntas, Omar? , ¿Cuál era la primera pregunta?

Omar: ¿A qué hora llega cada uno a su trabajo?

Docente 1: (señalando a un estudiante) ¿A qué hora llega Pedro, Javier?

Javier: ¿A qué hora llega Pedro?... a las (un ruido externo que no deja escuchar la respuesta)

Docente 1: ¿A qué hora?

Javier: A las ocho y media.

Docente 1: ¡Bien!

Docente 1: Tobías, ¿A qué hora llega Albert?

Tobías: No sé.

Docente 1: ¡Pero ahí está! (indicando la respuesta de la pizarra) ¿a qué hora llega?

Tobías: A las ocho cincuenta y cuatro.

Docente 1: ¿Cuál era la otra pregunta, Omar? ... gracias Ignacio.

Estudiante: ¿Quién demora menos?

Docente 1: ¿Quién demora menos?

Estudiantes: ¡Yo! (levantan la mano para contestar).

Docente 1: (Señala a un estudiante).

Estudiante: Pedro.

Docente 1: ¿Pedro se demora menos?

Estudiantes: ¡Sí!, ¡no!

Docente 1: ¿Cuánto es esto en total? (encierra en un círculo la una hora y veinticuatro minutos), ¿en minutos?

Estudiantes: (Comentan entre ellos la situación para llegar a la respuesta).

Docente 1: ¿Cuánto es esto en total en minutos?

Estudiantes: Ochenta y cuatro.

Docente 1: (Escribe en la pizarra la cifra que dicen los estudiantes), ¿Quién se demora menos?

Estudiantes: ¡Albert!, ¡Pedro!

Docente 1: Pedro, ¿Cuánto se demoró?, Pedro ¿Cuánto se demoró?

Estudiante: Noventa minutos.

Docente 1: ¿Y Albert?

Estudiante: Ochenta y cuatro.

Docente 1: ¿Quién se demora menos?

Estudiante: ¡Albert!

Docente 1: ¡Albert!

Estudiante: Tía, yo lo saqué por la hora.

Docente 1: No, estamos preguntando ¿Quién llegó antes?, si no estábamos preguntando ¿Quién se demoró menos?

Docente 1: El que tenga esta respuesta le coloca un victo.

Estudiante: ¿Y el que tiene dos respuestas buenas y una mala?

Docente 1: (Explica la forma de revisión de la tarea, revisa como están las respuestas de los estudiantes para que las puedan calificar).

Docente 1: Veamos la dos... Felipe léeme la dos... ¿Quién me lee la dos?

Estudiante: ¡Yo, yo!

Docente 1: Ya Juanpi, léeme la dos, pero fuerte si poh.

Estudiante: Ignacio y Benjam hacen una carrera con hormigas, la hormiga de Ignacio recorre seis enteros tres cuartos metros en una hora; la hormiga de Benjamín recorre veinticinco catorceavos de metros de una hora ¿Quién recorre más?

Docente 1: ¿La realizó Fernanda? ¿Cómo lo desarrollo?

Estudiante: ¡Comparando!

Estudiante: ¡Yo quiero salir!

Docente 1: ¿Alguien respondió una operación aparte de Ignacio? (le pregunta a un estudiante si tiene claro cómo se realiza la operación).

Docente 1: ¿Qué se debería hacer para saber quién...? (interrupciones en el curso).

Docente 1: ¿Qué hizo?, ¿transformó algo? (le pregunta a un estudiante).

Estudiante: (Indica que transformó el número mixto a fracción impropia)

Docente 1: ¡Ya!, transformó el número mixto ¿a fracción...?

Estudiante: Impropia.

Docentes 1: ¡Listo!

Estudiante: Pero quién recorre más, te están preguntando ¿Ignacio o Benjamín?, no te están preguntando, es resultado (mientras una estudiante resuelve el problema en la pizarra, sus compañeros observan).

Estudiantes: ¡Está mal tía!, ¡tía yo quiero salir!

Docente 1: ¡Espérate, espérate! (luego de que termina).

Docente 1: Ya, el seis ¿A qué representa el seis?

Estudiante: Al entero

Docente 1: Al entero, ¿el tres?

Estudiante: Tía, pero son seis enteros.

Docente 1: Al numerador, ¿y el cuatro?

Estudiante: El denominador

Docente 1: El denominador, ¿alguien está de acuerdo con lo que hizo?

Estudiantes: ¡No!

Estudiante: (Transforma de número mixto seis enteros tres cuartos a fracción impropia, con la siguiente operación: seis x tres + cuatro = veintidós tercios)

Docente 1: ¿Usted no está de acuerdo con lo que hizo?, ¿qué cambio le haría usted?

Estudiante: Es seis por cuatro más tres.

Docente 1: Porque el entero se multiplica por el denominador.

Estudiante: Y se suma el numerador, por cuatro más tres.

Docente 1: ¿Qué tipo de ejercicio es éste?

Estudiante: ¡Ejercicios combinados!

Docente 1: ¿Cómo se llaman los ejercicios que tiene más de una operación?

Estudiante: Ejercicios combinados.

Docente 1: Ejercicios combinados.

Docente 1: (Señala a una estudiante que está realizando la operación), ¿Cuánto es seis por cuatro?

Estudiante: (Se equivoca en el resultado y sus compañeros hacen burlas).

Docente 1: Vamos a empezar de nuevo, como que no pasó el momento, ¿Julián seis por cuatro?

Julián: Veinticuatro.

Docente 1: Bien, ¿más tres?

Estudiante: veintisiete.

Docente 1: (Ayuda a la estudiante a corregir el ejercicio).

Docente 1: Cuatro ¿de...? metros (escribe en el pizarrón), ¿Quién recorre esto?

Estudiante: Benjamín.

Docente 1: Benjamín, ¿cierto?, ya.

Docente 1: ¿Quién recorre más? Felipe Amigo.

Felipe: Igna.

Docente 1: ¿Quién recorre menos?

Felipe: Benjam

Docente 1: (Refiriéndose a la estudiante) recorre más, más.

Docente 1: ¿Claro hasta aquí, La revisión?

Estudiantes: Si, si.

Docente 1: ¿La revisión?

Estudiante: ¡No!, falta.

Docente 1: No, pero hasta aquí (refiriéndose a los problemas), vamos a ver la...
¿Cuántos ejercicio...?, (hace un gesto de silencio para los estudiantes).

Docente 1: ¿Cuántos ejercicios son?

Estudiante: Cuatro

Docente 1: ¿Uno, dos, tres, cuatro (señala con el dedo a cuatro estudiantes indicando el número de ejercicio que deben realizar en la pizarra; borra el pizarrón y luego se acerca a los estudiantes que indicó y les entrega un plumón a cada uno; uno a uno se dirigen adelante y comienzan a copiar el ejercicio y a resolverlo)

Estudiante A: Seis enteros cuatro quinto = seis multiplicado por cinco más cuatro = treintainueve quintos.

Estudiante B: Veintiséis tercios = veintiséis dividido en tres = ocho, resto dos = ocho enteros dos tercios.

Estudiante C: Cuarenta enteros un quinto = cuarenta multiplicado por cinco más uno = doscientos un quinto.

Estudiante D: Sesentaisiete cuartos = sesentaisiete dividido en cuatro = dieciséis, resto veintisiete = dieciséis enteros veintisiete cuartos.

Estudiantes: (Realizan la revisión del trabajo de sus compañeros en la pizarra).

Docente 1: (Junto con el curso, revisa si los ejercicios se encuentran correctos).

Docente 1: Acá (refiriéndose a la primera) ¿Quién revisó esta?

Estudiantes: El Felipe, el Felipe Amigo.

Docente 1: ¿El Felipe la revisó?, entonces está correcta (hace un victo al lado del ejercicio).

Docente 1: ¿Quién revisó esta? (refiriéndose a la segunda).

Estudiante: ¡Yo, yo! Felipe Urzúa.

Docente 1: ¿Quién la revisó? Y ¿Quién la hizo?

Felipe: Yo.

Docente 1: Entonces esta correcta (hace un visto al lado del ejercicio), Por que éste resultado es igual a éste (encierra en un círculo la fracción veintiséis tercios que dio el resultado después de haber comprobado y la fracción inicial)

Docente 1: La tres, ¿Quién la hizo, y la revisó? (los estudiantes contestan a ambas preguntas que no se alcanza a oír; hace un victo al lado del ejercicio; encierra en un círculo el resultado y el ejercicio inicial demostrando que si da el mismo resultado se considera buena).

Estudiante: ¡Esa la hizo la Antonia!

Docente 1: Y la cuatro que la hizo la Michel y la corrigió el Mauri (los estudiantes logran captar el error).

Estudiantes: ¡Está mal, está mal!

Docente 1: ¿Cuál está mal, la que hicieron o la revisión?

Estudiantes: La revisión.

Docente 1: ¿La revisión está mal?, la voy hacer yo, veamos...

Docente 1: Sesentaisiete partido por cuatro, ¿Qué hago para transformarlo a número mixto?

Estudiantes: Sesentaisiete dividido en cuatro.

Docente 1: (Realiza la operación en la pizarra) sesentaisiete dividido por cuatro ¿el cuatro en el seis?

Estudiantes: Una.

Docente 1: ¿Una por cuatro?

Estudiantes: (Dudan).

Docente 1: De nuevo, ¿una por cuatro?

Estudiantes: Cuatro.

Docente 1: ¿A seis?

Estudiantes: Dos.

Docente 1: Dos, ¿bajo el...?

Estudiantes: Siete.

Docente 1: ¿Qué número multiplicado por cuatro me da veintisiete o cercano a veintisiete?

Estudiantes: Seis.

Docente 1: Seis, ¿seis por cuatro?

Estudiantes: Veinticuatro.

Docente 1: ¿A veintisiete?

Estudiante: Tres.

Docente 1: (Escribe el resto del ejercicio en la pizarra). Cierro. ¿Cuántos enteros hay?

Estudiante: Dieciséis.

Docente 1: ¿Y la fracción propia sería? (escribe el número en la pizarra).

Estudiante: Tres cuartos.

Docente 1: Tres, porque sobran tres ¿y se conserva el...?

Estudiante: Cuatro.

Docente 1: (en la pizarra escribe dieciséis enteros tres cuartos), y ahora ésta la pasamos a fracción impropia para ver si el trabajo que yo hice está bien, ¿Qué se hace?

Estudiante: Dieciséis por cuatro más tres.

Docente 1: Dieciséis por cuatro más tres, (teniendo escrito el ejercicio pregunta)

¿Qué se hace aquí primero?

Estudiante: La multiplicación

Docente 1: La multiplicación. ¿Seis por cuatro?

Estudiante: (Indeciso no responde a la pregunta de la docente).

Estudiante: ¡Veinticuatro!

Docente 1: Ya, ahora sí, ¿seis por cuatro?

Estudiantes: Veinticuatro.

Docente 1: ¿Me reservo...?

Estudiante: ¡Una! ¡Cero!

Docente 1: ¡¿Cero?!

Estudiantes: ¡Dos!

Docente 1: Dos (escribe la cifra arriba del uno, a modo de reserva) ¿cuatro por una?

Estudiantes: ¡Cuatro!

Docente 1: ¿Como uno por cuatro va a ser seis?

Estudiante: Es que con el dos.

Docente 1: (exclama acertando y lo escribe en la pizarra). ¿Qué hago ahora? ¿El sumo él...?

Estudiante: Cuatro.

Estudiante: ¡Tres!

Docente 1: (Junto con el sesentaicuatro le suma el tres) ¿Cuánto es?

Estudiantes: Sesentaisiete.

Docente 1: Sesentaisiete partido por cuatro, un ticket.

Docente 1: (Da instrucciones de la siguiente actividad).

Docente 1: Primero, señor Joel ¿Cuáles son los tipos de fracciones que hay?

Joel: Número mixto, fracción impropia y fracción propia.

Docente 1: ¡Bien!

Docente 1: ¿Qué quiere definir alguna? (refiriéndose a otro estudiante).

Estudiante: Si.

Docente 1: ¿Cuál?

Estudiante: Fracción impropia.

Docente 1: ¿Cuál es la fracción impropia?

Estudiante: Que el numerador es mayor que el denominador.

Docente 1: Bien, ¿Cuál otra hay? (señalando a otro estudiante).

Estudiante: Fracción propia.

Docente 1: ¿Cuál es la fracción impropia?

Estudiante: Que el numerador es menor que el denominador.

Docente 1: Bien (señalado a otro estudiantes) ¿y por último?

Estudiante: Número mixto

Docente 1: ¿Y cuáles son las características?

Estudiante: Que va a tener siempre un entero y una fracción propia.

Docente 1: (Repite lo que dijo el estudiante como definición de número mixto).

Docente 1: El objetivo de hoy va a ser, ¿Cuál va a ser?, repasar procedimiento en la transformación de un tipo de fracción a otro tipo de fracción mediante la resolución de problemas.

Docente 1: (Mantiene diálogo con un estudiante).

Docente 1: Ya, la transformación, hay dos tipos ¿Cierto?

Estudiante: Tres tipos.

Docente 1: De transformación (aclarando que se trata de eso, no de cuantas fracciones hay).

Docente 1: Primero ésta de número mixto a fracción impropia.

Docente 1: (La docente escribe la palabra transformación en el pizarrón con dos flechas hacia abajo, realizando un esquema. Hacia el lado izquierdo escribe: número mixto a fracción impropia. Escribe a/b con entero D).

Docente 1: Cualquier letra, quiere decir que el D representa cualquier número y a y b también cualquier número. ¿Ya? Tenemos el número mixto, ¿estamos claros hasta ahí?

Estudiante: Si, si.

Docente 1: ¿Cuál es el procedimiento para transformarla a fracción impropia?

Estudiante: Yo sé.

Docente 1: (Lo señala con el dedo)

Estudiante: D

Docente 1: D

Estudiante: Multiplicado por b más a = Z

Docente 1: Igual Z, ahora ¿Cómo la transformo la fracción impropia? ¿Qué va hacer? (señalando al mismo estudiante) ¿Cuál va hacer el numerador? ¿Qué letra va hacer el numerador?

Estudiante: La Z

Docente 1: Z (la escribe en la pizarra). (Un estudiante presenta dudas. Hace la línea fraccionaria debajo de Z escribe b).

Docente 1: Z partido por b, ¿Por qué b? porque el denominador se conserva.

Estudiante: Porque b es el denominados de a/b .

Docente1: Bien. Vamos hacer un ejemplo. Señorita allá ¿me da un número mixto por favor?

Estudiante: Un entero.

Docente 1: Uno, que poco.

Estudiante: Seis entero (la docente hace callar al resto del curso para poder escuchar a la estudiante) seis octavos.

Docente 1: Seis octavos, ¿Qué va a pasar aquí?, Michel.

Michel: Seis por ocho más seis.

Docente 1: (Repite lo mismo que menciona la estudiante), ¿Cuánto da? (el curso duda) ¿seis por ocho?

Estudiante: Cuarenta y ocho.

Docente 1: Cuarenta y ocho.

Estudiante: Más seis.

Docente 1: ¿Más seis?

Estudiante: cincuenta y cuatro.

Docente 1: Cincuenta y cuatro (lo escribe en la pizarra). ¿Cómo transformó la fracción? , Juan Pablo ¿A fracción impropia?

Juan Pablo: ¿A fracción impropia?, el resultado tiene que ser el numerador y el denominador se mantiene.

Docente 1: (Escribe lo que el estudiante menciona pero reemplazando los números). Ahí está el algoritmo y un ejemplo. (Hacia el lado derecho) y tenemos de fracción impropia a numero mixto.

Estudiantes: (Dan ejemplos con números pero comenzarán con algoritmos. Los estudiantes dan diversas letras para que la docente la utilice para la demostración del algoritmo).

Estudiantes: U partido por l = la q se divide en l (le pregunta a un alumno distraído) = T y como resto la F.

Docente 1: Ejemplo de fracción impropia.

Estudiante: ¿Con número?

Docente 1: Si, con número.

Estudiante: Diez cuartos.

Docente 1: Diez cuartos, ya, ¿Qué hago? (la estudiante no responde), mira la q es el diez y la i es el cuatro ¿Qué hago?

Estudiante: Diez.

Docente 1: Diez.

Estudiante: Dividido.

Docente 1: Dividido.

Estudiante: En cuatro.

Docente 1: En cuatro, veamos cuando da. Isidora ¿cuántas veces cabe el cuatro en el diez?

Isidora: Dos veces.

Docente 1: ¿Y cuántas sobran?

Isidora: Dos.

Docente 1: Dos, pero ¿Qué me falta aquí, qué procedimiento me falta?

Estudiantes: (Dudan).

Docente 1: ¿Transformar a...?

Estudiante: A número mixto.

Docente 1: Ya, ¿cómo lo transformo?

Estudiante: T, como entero, la F como numerador y la i se mantiene.

Docente 1: ¿Cómo queda Mauricio?... vamos Mauri.

Mauricio: Dos enteros.

Docente 1: Dos.

Mauricio: Dos cuartos.

Docente 1: Dos cuartos (lo escribe en la pizarra para los demás estudiantes del curso lo vean y relacionen el ejemplo con el algoritmo). ¿Ya?, ¿estamos claros?

Estudiantes: Si.

Docente 1: Voy a dejar en la pizarra los algoritmos y vamos a resolver dos problemas.

Estudiantes: (Quejas) ¿con algoritmos?

Docente 1: Y el que tiene correcto le subo la nota del control. (Discusión por el control previamente realizado). ¿Ya?

Docente 1: Ya, ¿Necesito un nombre divertido por favor?

Estudiantes: ¡yo, yo!, (los estudiantes comentan diversos nombres y entre ellos "Firulais").

Docente 1: (Señala a un estudiante).

Estudiante: ¡Firulais!

Docente 1: Firulais.

Estudiantes: (Risas).

Docente 1: (Lo escribe en la pizarra).

Docente 1: (Dicta el problema matemático).

Estudiantes: (Conversan la situación).

Docente 1: Isaías y Firulais... (Da un tiempo para que los estudiantes comiencen a escribir y a quedarse en silencio).

Docente 1: (Le facilita lápiz a un estudiante llamándole la atención) Isaías y Firulais son destacados corredores. Isaías recorre seis enteros un medio de kilómetros (los estudiantes confunden la fracción seis enteros un medio con seis medios, la docente lo ejemplifica en el pizarrón señalado la diferencia) (retoma) ¡ya!, recorre seis enteros un medio en una hora y Firulais recorre quince medios de kilómetros.

Estudiante: ¿Quién recorre más?

Docente 1: ¿Qué pregunta puede ser?

Estudiantes: ¡¿Quién recorre más?!

Docente: ¿Quién recorre más? entre Firulas o Isaías.

Estudiantes: (Hacen chistes con el problema y preguntan los estudiantes que no alcanzaron a copiar).

Docente 1: Dos

Estudiantes: ¡Espere tía, espere!

Docente 1: Omar, mi hermano Omar trabaja cuatro enteros tres cuartos de hora en una semana y yo trabajo veinte cuartos a la semana. ¿Quién trabaja menos? (los estudiantes escriben en el cuaderno más lento de los que la profesora dicta y en reiteradas ocasiones debe repetir lo que acaba de decir, también vuelve a construir la pregunta del problema con los estudiantes).

Estudiante: Tía, ¿son dos no más?

Docente 1: dos no más (afirmando). (Conversa con un estudiante a quien le llama “tutor”).

Estudiantes: (realizan el trabajo que dicta la docente mientras ella ayuda a una estudiantes en su lugar de trabajo) (un estudiante la espera a su lado para resolver algunas dudas).

Estudiantes: (Realizan los ejercicios dado por la docente)

Estudiantes: (Dan la respuesta a la docente). Seis enteros un medio.

Docente: ¿Un medio de qué...?

Estudiante: ¡De hora!, ¡de kilómetros!

Docente 1: De kilómetros (lo escribe en la pizarra de bajo del nombre Isaías). ¿Y Firulais?

Estudiante: Quince medios.

Docente: (Escribe la cantidad en la pizarra), ¿Qué debo hacer para saber quién recorrió más?, ¿Qué procedimiento debo hacer? (indica a un estudiante).

Estudiante: Que la fracción impropia la transformó a número mixto.

Docente 1: ¡Ya! puede ser.

Estudiante: ¿Qué dijo?

Docente 1: Que la fracción impropia la transformé a número mixto o el número mixto la transformamos a fracción impropia.

Estudiante: O al revés, que de número mixto la transformemos a fracción impropia.

Docente 1: ¿Cuál hacemos?

Estudiantes: ¡La más corta!, ¡el número mixto!, ¡la fracción!

Docente 1:(Llama a una estudiante la pizarra y le pregunta a ella con cuál desea trabajar, conversa con ella mirando la pizarra para saber qué decisión tomó).

Docente 1: ¡Ya!, la Isidora va a transformar la fracción impropia a número mixto (mientras la estudiante realiza la operación en la pizarra, un estudiante que está sentado adelante ayuda a Isidora, mientras la docente revisa los cuadernos para verificar si el trabajo se está realizando).

Isidora: (La estudiante se acerca a la docente y le entrega el plumón)

Docente 1: ¡Ok!, según lo que hizo (pide al curso que se silencie), según lo que hizo Isidora, señor Ignacio, Firulais... lo transformó (indicando la fracción quince medios) y le dio siete enteros un medio.

Docente 1: Al comparar este número mixto (siete enteros un medio) con éste número mixto (seis enteros un medio), ¿Quién es mayor?

Estudiantes: ¡Firulais!

Docente 1: ¿Cuál era la pregunta?

Estudiantes: ¡¿Quién recorre más?!

Docente 1: ¿Quién recorre más? (preguntándole al curso).

Estudiantes: ¡Firulais!

Docente 1: Firulais, ¿Por qué se dio cuenta que recorrió más?

Docente 1: (Indica a una estudiante)

Estudiantes:), porque al transformarlo a Firulais daba siete medios...

Docente 1: ¿Cómo siete medios?

Estudiante: Siete un medio y es más que seis enteros... es que lo pase a fracción.

Docente 1: ¿Pero quién se da cuenta con los números mixtos? ¿Aquí donde está la diferencia?

Estudiante: En el entero.

Docente 1: En el... entero (con tono de afirmación), el entero es mayor por lo tanto va hacer una mayor fracción, veamos la última.

Estudiantes: ¡Yo, yo!, ¡yo quiero!

Docente 1: Cristel.

Cristel: Mi hermano Omar, trabaja cuatro enteros tres cuartos de hora (docente interrumpe), en una semana y yo trabajo veinte cuartos a la semana.

Docente 1: ¿Qué hacemos para?... ¿Tobías?

Tobías: ¡Dividir!

Docente 1: ¿Qué?, ¿Vamos a transformar de número mixto a fracción impropia o de fracción impropia a número mixto?

Estudiantes: (Opinan de cómo quieren que se solucione el problema).

Tobías: De fracción impropia a número mixto.

Docente 1: ¡Ya!, ¿Qué hacemos?

Estudiantes: (Interrumpen al estudiante indicando cómo se debe resolver).

Docente 1: (Hace un gesto para que se callen), me está explicando Tobías...venga hacerlo.

Tobías: (Divide veinte en cuatro).

Docente 1: ¡Bien!, ¿cuánto da?

Estudiante: Cinco enteros.

Docente 1: ¿Quién trabaja más? ¿Yo o mi hermano?

Estudiantes: (Los estudiantes debaten con la docente ya que la pregunta inicial del problema es: ¿quién trabaja menos?).

Docente 1: Perdón ¿Quién trabaja menos?

Estudiantes: ¡Mi hermano!

Docente 1: Es que por lo general los hombres son un poquito más flojos que las mujeres.

Estudiantes: (Risas).

Docente 1: ¡Ya!, ¿dudas?, sugerencias, denuncias...

Estudiantes: ¡Si, denuncias! (bromean con la docente).

Docente 1: ¡Ya!, eh... si el objetivo de hoy era aprender y repasar y súperaprender y requeteaprender a transformar los tipos de fracciones. Levante la mano quién cree que ha cumplido el objetivo de hoy, ¿estamos todos bien claritos o más o menos encaminados?

Docente 1: ¿Qué operación se utiliza para transformar de fracción a número mixto?

Estudiantes: División.

Docente 1: División, muy bien (felicitando al estudiante), ¿Qué operación se utiliza para transformar de número mixto a fracción?

Estudiantes: ¡Yo, yo!

Docente 1: (Indica a un estudiante del curso).

Estudiantes: Multiplicación y suma.

Docente 1: Multiplicación y suma, ¡muy bien!

Docente 1: (Les entrega a los estudiante una guía de trabajo que la deben realizar en la pizarra y da las instrucciones de las partes de la guía).

- **Docente 2. Establecimiento B.**

Clase N° 1

Docente 2: Las fracciones tienen una lectura especial de acuerdo al denominador que poseen, ¿cierto?

Docente 2: Dijimos que según el denominador es lo que va indicar en cuantas partes se tiene que dividir nuestra fracción, ¿correcto?

Docente 2: Vamos a ver entonces, ¿cuáles son los nombres especiales que reciben?

Docente 2: Vamos a recordarlo.

Docente 2: Ustedes ya lo saben, pero lo vamos a recordar para poder leer y escribir una fracción. ¡Bien!

Docente 2: ¿Listas?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 2: ¡Ya! ahora si chiquillas, anoten.

Docente 2: Al escribir una fracción ocupamos los números naturales, estos reciben un nombre especial en el denominador.

Docente 2: Entre el denominador dos al diez su nombre es... los vamos a escribir todos ¿ya?

Docente 2: Este es (señala $\frac{1}{2}$ en la pizarra)

Estudiantes: Un medio.

Docente 2: ¡Muy bien!

Docente 2: (Señala en la pizarra $\frac{1}{3}$)

Estudiantes: Un tercio...

Docente 2: ¡Bien!

Docente 2: ¡Muy bien! Ahora seguirán ustedes (señala 6 ejercicios más en la pizarra).

Docente 2: ¡Ya! ¿Quién puede venir hacer las siguientes?

Estudiantes: Yo, yo, yo... (Señalan la mayoría de las estudiantes)

Docente 2: ¡Ya! tu $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$. (Señala apuntando a cada estudiante, indicando una fracción)

Docente 2: Cuando el denominador es 11 o mayor que 11, se tiene que escribir el nombre del número con la terminación, hagan comillas "avos".

Docente 2: Por ejemplo como quedaría... (Escribe dos onceavos)

Estudiantes: Dos onceavos...

Docente 2: (Escribe dos quinceavos) ¿Ésta como quedaría?

Estudiantes: Dos quinceavos.

Docente 2: ¡Bien!

Docente 2: Ya las que no han salido.

Docente 2: Tu la primera, la segunda, la tercera, la cuarta (señala apuntando a distintas estudiantes)

Docente 2: ¡Shu!... ¡Ya! vamos hacer la corrección de la escritura.

Docente 2: ¿A ver qué error hay en la escritura de la fracción dos treintaidosavos?

Estudiantes: Es separado...

Estudiantes: El treinta y dos se escribe separado.

Docente 2: ¡Muy bien! ¡Perfecto!

Docente 2: ¿Alguna duda? ¿Alguna pregunta?

Docente 2: A continuación vamos a trabajar en no más de 10 minutos esta guía, para poder corregir. Una vez que se termina se corrige y la pegan en sus cuadernos, si no alcanza de manera vertical, ustedes la pueden doblar y pegar de manera horizontal.

Docente 2: A ver, ¡silencio!, recuerden que el trabajo es individual, si tienen alguna duda levantan la mano.

Docente 2: A ver vamos a hacer un pequeño alcance con respecto a la guía, ya que las fotocopias aparecen en blanco y negro, pero para los últimos ejercicios el 13, 14, 15 y 16 hay que trabajar con colores.

Docente 2: Entonces yo les indicaré que colores deberían aparecer para que ustedes lo apliquen en su guía.

Docente 2: Los tres primeros cuadros son rojos, los dos que siguen son verdes y los cuatro últimos son amarillos.

Docente 2: Por favor, ustedes si quieren pueden pintar el borde del color que corresponde o bien escribir su nombre.

Docente 2: A ver chiquillas en el ejercicio número 12, aparece todo un cuadro, todo un entero pintado pero por efecto de fotocopia no aparecen las líneas de las divisiones del entero.

Docente 2: Entonces este entero debe tener la misma distribución que el del lado.

Docente 2: Entonces para saber en cuantas partes se ha partido fíjense en el del lado.

Docente 2: Ahí... acá tampoco aparece, a ver en el número 8 chiquillas, el entero esta partido en tres, tienen que observar bien cada fracción, lean bien lo que se pide.

Docente 2: ¡Ya! vamos terminando.

Docente 2: Escuchamos, escuchamos.

Docente 2: Tienen que recordar cuál es la función que cumple el denominador dentro de la fracción. Si yo no recuerdo ese concepto, obviamente que al momento de escribir una fracción lo voy hacer mal.

Docente 2: ¿Qué función cumple el denominador?

Docente 2: A ver piensen... lo vimos el viernes.

Docente 2: ¿Qué función cumple el denominador?

Estudiantes: La división, la división...

Docente 2: A ver...

Estudiantes: No...

Estudiante: La cantidad de partes que se tiene que dividir el entero.

Docente 2: Entonces según ese concepto, ¿qué tengo que hacer yo para poder escribir esas fracciones?

Docente 2: ¡Piensen bien!

Docente 2: Observen bien, fíjense bien....

Docente 2: No tan apretados chiquillas por Dios, tienen bastante pizarra.

Docente 2: ¿Haber cuatro quinto o quintos?

Estudiante: Ah... es quintos.

Docente 2: Por favor corrige el número dos, es séptimos, no séptimo.

Docente 2: Ya nadie más, no nadie más.

Estudiantes: Yo, yo, yo...

Docente 2: La pregunta es, hagan las correcciones en su guía fíjense que estén todas bien escritas, si están bien escritas, con lápiz rojo se hace el ticket de que están correctamente bien escritas.

Docente 2: Corrijan su guía, fíjense en la escritura, los tildes.

Estudiante: ¿Tía pueden ser dos resultados?

Docente 2: No sólo es un resultado

Docente 2: Bien. Silencio

Docente 2: Usted la 8, la 9, la 10, la 11, la 12 (señala a estudiantes) y hasta aquí llegamos.

Docente 2: A ver, usted me va a dividir la pizarra para que no se confunda con la compañera de le lado.

Docente 2: Tuvieron que hacer la corrección en su hoja, yo les dije, que el entero estaba dividido en tres, ¿correcto?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 2: Si el entero esta dividido en tres, ¿cuál sería el denominador?

Estudiantes: Tres.

Docente 2: Si tres, porque el entero está dividido en tres partes iguales, por lo tanto el denominador es tres.

Docente 2: ¿Y cuántas partes estaban pintadas?

Estudiantes: Tres.

Docente 2: Si muy bien.

Docente 2: Por lo tanto la fracción quedaba en...

Estudiantes: Seis tercios.

Docente 2: La división es igual a la anterior.

Docente 2: Mira tal cual como está al lado.

Estudiante: Ah de veras.

Docente 2: Ya chiquillas silencio.

Docente 2: Ya ahora pinta el resto de la fracción, pero no es necesario que pintes perfecto en la pizarra, porque el plumón se nos acaba con facilidad.

Clase Nº 2

Docente 2: ¿La división de qué?

Estudiantes: La división de un entero se ubica en partes iguales.

Docente 2: Muy bien.

Docente 2: Hemos visto que toda fracción se puede escribir ¿verdad?, tanto en número como en palabras, donde el denominador recibe un nombre especial, ¿cierto?

Docente 2: ¿El numerador recibe un nombre especial?

Docente 2: ¿El numerador recibe un nombre especial?

Estudiantes: ¡No!

Docente 2: ¡No! se escribe el nombre del número como corresponde como uno, ahí aparece (señalando la pizarra)

Docente 2: ¿El que recibe nombre especial es?

Estudiantes: ¡Denominador!

Docente 2: ¿Cierto?, ¡Muy bien!

Docente 2: Vamos a ver hoy como se clasifican las fracciones.

Docente 2: Porque ustedes el otro día en una guía trabajaron con dos tipos de fracciones distintas y eso es lo que vamos a hacer hoy.

Docente 2: Vamos a clasificar a las fracciones.

Docente 2: Entonces vamos a poner como título “Clasificación de fracciones”.

Docente 2: Fracción propia, es toda fracción cuyo numerador es menor que el denominador

Docente 2: Por ejemplo

Docente 2: ¿Quién me puede dar ejemplos?

Docente 2: Analicen lo que acabo de dictar.

Docente 2: Interpreten lo que yo acabo de dictar.

Docente 2: Hablé de un numerador y un denominador.

Docente 2: ¿Quién me da un ejemplo?

Estudiante: ¡Yo!

Estudiante: Dos treceavos.

Docente 2: Bien ahí hay una fracción propia.

Estudiante: Tres catorceavos.

Docente 2: ¡Uy! Pero estamos súper...

Docente 2: Después diremos cuatro quinceavos y no hay otro.

Docente 2: A ver usemos mas creatividad.

Estudiante: Dieciocho veinteavos.

Docente 2: ¡Muy bien!

Docente 2: No es necesario seguir una secuencia ¿ya?

Estudiante: Eh... Veinte, veinteavos

Docente 2: A ver otro

Estudiante: Dos sextos.

Docente 2: Mire que simple.

Estudiante: Un medio.

Docente 2: ¡Muy bien!

Docente 2: Estos son más fáciles y más simples.

Estudiante: Seis veinteavos.

Docente 2: Muy bien vamos a dejarlos hasta ahí, ya tenemos varios ejemplos.

Docente 2: Estas son fracciones propias.

Docente 2: Siempre el numerador es menor que el denominador.

Docente 2: Siempre el numerador es menor que el denominador.

Docente 2: Daniela, a esta nosotras le vamos a llamar Fracción propia...

Docente 2: ¡Ya!, ahora vamos a escribir los ejemplos de la pizarra.

Estudiante: ¿Cuáles se escriben?

Docente 2: Se escriben todas.

Docente 2: A través de un diagrama, siempre se ocupará un sólo entero.

Docente 2: Por ejemplo.

Docente 2: ¿Quién me puede venir a representar ésta fracción? (señala en la pizarra tres quintos).

Docente 2: ¿Tres quintos es fracción propia?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 2: ¿Por qué?

Estudiantes: ¡Porque el numerador es menor que el denominador!

Docente 2: ¡Muy bien!

Docente 2: Porque el numerador es menor que el denominador, correcto.

Docente 2: Por eso sabemos que es propia.

Docente 2: Su compañera la va a representar.

Docente 2: No, yo no estoy diciendo que me escriba como se lee.

Docente 2: Estoy diciendo que me represente la fracción tres quintos en un diagrama.

Estudiante: Ah... (Realiza un círculo).

Docente 2: Es que tomaste la figura más difícil.

Docente 2: El círculo cuesta...

Estudiante: (Grafica en la pizarra $\frac{3}{5}$ a través de un rectángulo).

Docente 2: ¡Muy bien!, ahí hay tres quintos.

Docente 2: Ahora ustedes en su cuaderno lo dibujan.

Docente 2: En cuanto a la fracción impropia, el numerador en este caso va a ser mayor que el denominador, o sea va a pasar una situación contraria a la que acabamos de ver.

Docente 2: Ya bien, fracción impropia, es toda fracción cuyo numerador es mayor que el denominador, por ejemplo... Claudia, dame un ejemplo de fracción impropia.

Claudia: No sé.

Docente 2: ¿Por qué no sabe ella?

Estudiantes: Porque no está poniendo atención

Docente 2: Recuerden que no se copia bien, después no se puede estudiar.

Estudiante: Cinco tercios.

Estudiante: Ocho cuartos.

Estudiante: Seis quintos.

Estudiante: Nueve tercios.

Estudiante: Doce treceavos.

Estudiante: Diez quinto.

Docente 2: Bien estamos hasta aquí, ya tenemos varios ejemplos.

Docente 2: Bien, veamos entonces.

Docente 2: Una fracción impropia, a través de un diagrama se necesitaran dos o más enteros. Por ejemplo (grafica en la pizarra cinco tercios).

Docente 2: ¿Quién puede venir a hacerme cinco tercios?

Estudiante: (Realiza el ejercicio en la pizarra).

Docente 2: Ya muy bien, correctísimo. Copiamos entonces chiquillas el ejemplo.

Docente 2: Entonces, ¿se entendió, cuál es la fracción impropia?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 2: ¿Dudas, dígame? (señala a un estudiante).

Estudiante: Eh... esa de los números...

Docente 2: La impropia.

Docente 2: Para representar la fracción impropia vamos a tomar otro ejemplo. ¿Les parece que tomemos nueve tercios?

Docente 2: Vamos a tomar nueve tercios para explicar el concepto.

Docente 2: Resulta que para poder explicar esta fracción, yo ya sé que lo puedo hacer a través de diagramas o conocidos también como dibujos.

Docente 2: Puedo tomar cualquier figura geométrica, que en lo general es lo que uno hace para representar la fracción, ¿cierto?

Docente 2: Si yo tomo esta figura, yo necesito tomar nueve pedazos de los enteros, pero el denominador es el que te dice a ti en cuántas partes se debe dividir el entero, ¿correcto? Y ese denominador es tres, eso significa que el entero se debe dividir en tres partes iguales.

Docente 2: Recuerden ustedes que ese es el principal objetivo. El denominador dice en cuántas partes se divide el entero, pero si yo tomo aquí (señala las divisiones del entero), solamente alcanzo a tomar tres partes o tres pedazos, uno, dos y tres

Docente 2: Solamente alcancé a tomar tres, no he podido tomar nueve, ¿qué necesito entonces para poder tomar nueve?

Estudiante: Dibujar.

Docente 2: Necesito sumar o dibujar otro entero, pero como el objetivo es que la división sea en partes iguales, yo tengo que tomar un entero que sea igual al anterior. ¿En cuántas partes debo dividirlo?

Estudiantes: En tres.

Docente 2: En tres, nuevamente lo dividimos en tres ya tengo tomada, un, dos y tres partes, tenemos que llegar a tomar nueve. ¿Pero qué pasa aquí, si yo sigo contando cuatro, cinco, tengo seis?, tengo seis partes, ¿pero cuántas tengo que tomar?

Estudiantes: Nueve

Docentes 2: ¿Es decir qué necesito?

Estudiantes: ¡Otro entero más!

Docente 2: Otro entero más, nuevamente partimos en tres pedazos y de allí lo que me falta para llegar a completar los nueve, siete ocho y nueve.

Estudiantes: Ah...

Docente 2: ¿Se entiende ahora?

Estudiantes: ¡Sí!

Docente 2: ¿No hay ninguna otra duda?

Estudiantes: ¡No!

Docente 2: Ahora trabajaremos unas actividades.

Docente 2: Responde en tú cuaderno los ejercicios de la página 75

Estudiantes: ¡Uh!

Estudiantes: (Trabajan actividad del libro)

Docente 2: (Realiza una representación gráfica, de dos enteros divididos en dos partes para explicar denominador).

Docente 2: Para ver el denominador están contando el total de cuadritos que hay en los dos enteros y eso no se hace, recuerden que el denominador indica la cantidad de partes en que se dividió el entero, no hay que sumar los dos enteros. Por lo tanto el denominador es seis, porque el entero se dividió en seis partes, porque el entero se dividió en seis partes iguales.

Docente 2: Otra cosa es que se hayan tomado diez pedazos. Pero no se olviden que tenemos que fijarnos muy bien lo que indica el denominador.

Estudiantes: (Realizan actividades del libro en la pizarra).

Anexo 3: Entrevistas semi- estructurada a estudiantes.

- **Establecimiento A.**

Estudiante 1

El estudiante 1 obtuvo un 7.0 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 1: Primero nos enseñó la fracciones propias e impropias y luego el número mixto. Después nos enseñó a graficar las fracciones, pero nos dijo que era mejor hacerlo mentalmente para no ocupar tanto tiempo dibujando.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 1: Es una parte de una cosa o un entero.

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

Estudiante 1: Hacer cálculos y luego comprobarlo con dibujos.

Estudiante 2

El estudiante 2 obtuvo un 5.7 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 2: Con la fracción impropia, con los dibujos y en con la mente.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 2: Dos números separados por una línea que tienen un total.

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

Estudiante 2: Mmm... no me acuerdo.

Estudiante 3

El estudiante 3 obtuvo un 2.5 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 3: Con un ejemplo donde aparecía una figura la cual tenía algunas partes pintadas que era en numerador.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 3: Un número partido

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

Estudiante 3: Una figura y había que resolver

- **Establecimiento B.**

Estudiante 1

El estudiante 1 obtuvo un 7.0 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 1: La profesora primero nos enseñó que existe una fracción si impropia el menor debe ir abajo y el mayor arriba, también si es propia el mayor debe ir abajo y el menor arriba y si es mixta hay enteros y es como impropia por ejemplo: dos entero, un tercio. Luego nos enseñó a dibujarlas todas las fracciones.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 1: Una división entre los números.

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

Estudiante 1: Debo hacer multiplicaciones, restas o sumas. Aparecen figuras donde debo contar las partes de la figura total y escribirlo abajo, luego debo contar sólo las pintadas y colocar el número arriba. Por ejemplo: si tengo un cuadrado dividido en 10 y solo hay cinco pintados tengo cinco decimos.

Estudiante 2

El estudiante 2 obtuvo un 4.6 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 2: La profesora nos enseñó dibujando y pintando, por ejemplo ella los dibujaba 5 y pintaba 3 sería tres quintos.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 2: La fracción es una separación en dos números por las figuras.

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

Estudiante 2: Cuando yo realizo una actividad en el libro sobre las fracciones hago un dibujo y después pinto la que me pida en la fracción y para hacer eso lo resto y cuento.

Estudiante 3

El estudiante 3 obtuvo un 2.0 como calificación de la evaluación en el contenido de fracción.

Entrevistador: ¿Cómo te enseñó las fracciones la profesora?

Estudiante 2: Me enseñó con los dibujos, el que está pintado es el numerador y el que no está pintado es el denominador después nos hacía las fracciones.

Entrevistador: ¿Qué es una fracción?

Estudiante 2: Es una fracción que se ven los colores pintados y los no pintados que uno es numerador y el otro denominador.

Entrevistador: Cuando realizadas actividades en el libro de matemática sobre las fracciones. ¿Qué debes hacer?

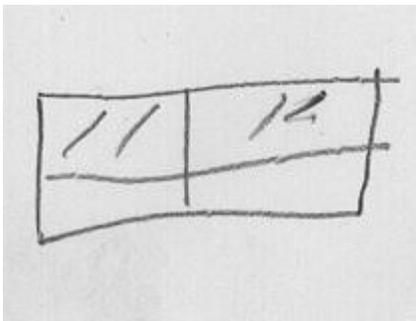
Estudiante 2: Tengo que completar fracciones algunas veces sumarlas, restarlas, algunas veces las fracciones se multiplican cruzado y eso tenemos que hacer y después se multiplica el denominador, después nos hacen dibujos y tenemos que completar la fracción.

Anexo 4: Representaciones de los estudiantes entrevistados.

Pauta Entrevista Estudiantes de Establecimiento A

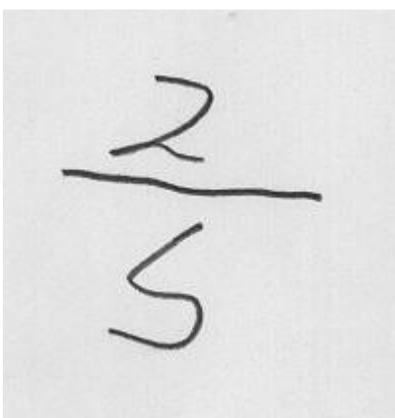
Estudiante	Estudiante 1
Establecimiento	Establecimiento A
Docente	Docente 1

Representa una fracción.



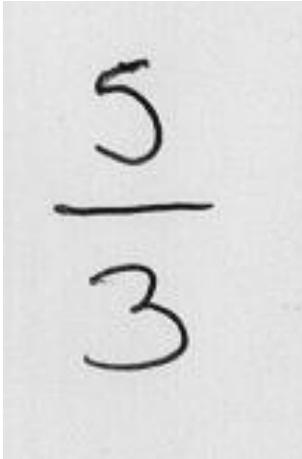
Estudiante	Estudiante 2
Establecimiento	Establecimiento A
Docente	Docente 1

Representa una fracción.



Estudiante	Estudiante 3
Establecimiento	Establecimiento A
Docente	Docente 1

Representa una fracción.

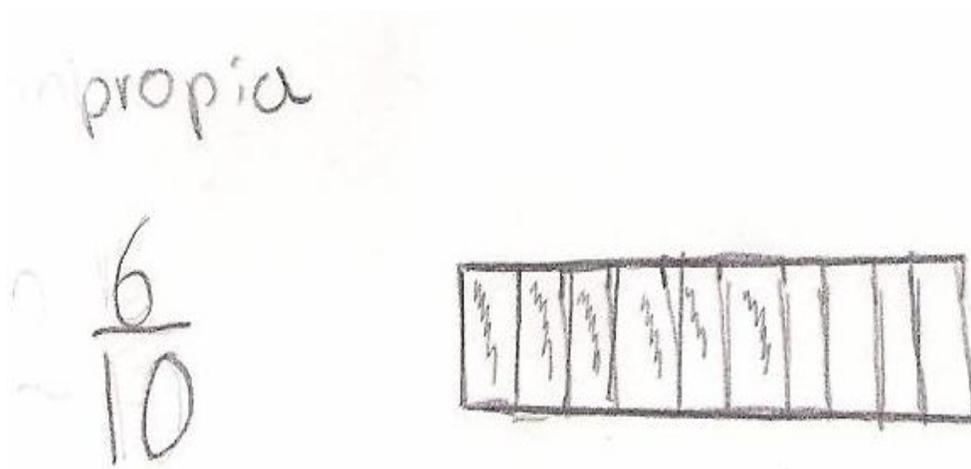


A photograph of a piece of paper with the fraction $\frac{5}{3}$ written in black ink. The numerator is 5 and the denominator is 3, separated by a horizontal line.

Pauta Entrevista Estudiantes de Establecimiento B

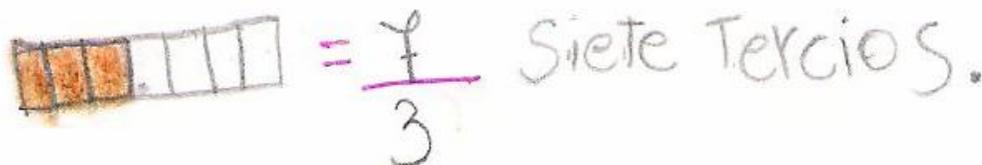
Estudiante	Estudiante 1
Establecimiento	Establecimiento B
Docente	Docente 2

Representa una fracción.



Estudiante	Estudiante 2
Establecimiento	Establecimiento B
Docente	Docente 2

Representa una fracción.



Estudiante	Estudiante 3
Establecimiento	Establecimiento B
Docente	Docente 2

Representa una fracción.

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{4} = \frac{4 \cdot 4 + 2 \cdot 2}{2 \cdot 4} = \frac{18}{8} = 2\frac{2}{8} = 2\frac{1}{4}$$

