FACULTAD DE EDUCACIÓN

Escuela de Investigación y Postgrado

PROPUESTA PARA LA ENSEÑANZA DE LA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA DESDE LA PRÁCTICA DE MEDICIÓN TOPOGRÁFICA EN LA ENSEÑANZA TÉCNICO PROFESIONAL

Tesina para optar al grado de Magíster en Educación Matemática

Autora: María José Grancelli Cancino

Profesor Guía: Dr. Eduardo Andrés Carrasco Henríquez

Marzo, 2020

SANTIAGO – CHILE

Resumen

La siguiente investigación surge desde la crítica hecha por profesores de un colegio técnico profesional, de la especialidad de dibujo técnico, en relación con los aprendizajes matemáticos necesarios para resolver los problemas propios de la especialidad. Desde sus perspectivas, existe poca o nula relación entre la matemática escolar y la matemática que los estudiantes necesitan para desempeñarse en algunas áreas técnicas de su disciplina., en particular en el calculo planimetrico de distancias. Debido a esto los docentes de la especialidad se ven obligados a invertir tiempo en abordar la enseñanza de los contenidos matemáticos requeridos para abordar sus temáticas. Por lo anterior, surge la necesidad de abordar en la asignatura de matemática acciones que permitan cumplir con uno de los requerimientos fundamentales en el currículum escolar chileno. Este es la contribución de la matemática a otras disciplinas y que esta logre tributar de tal manera que se potencien las competencias en diversas áreas del conocimiento (Mineduc, 2015; 2016)

Para lograr articular ambas áreas, y utilizando la ingeniería didáctica como metodología de investigación, este trabajo se propone construir una secuencia interdisciplinaria que permita a los estudiantes usar conceptos matemáticos y topográficos para resolver problemas propios de la especialidad de dibujo técnico. Para lograrlo, se inicia con el análisis de la práctica del cálculo de distancias horizontales en la topografía. Para ello se realiza una revisión bibliográfica y una entrevista semiestructurada a un especialista topógrafo, para identificar la matemática escolar que ellos significan, reconociendo las intenciones, herramientas, procedimientos y argumentos de la práctica del cálculo de distancias horizontales. De esta manera se configuran dos dipolos modélicos que permiten la creación de puentes entre la práctica del cálculo planimétrico de distancias y la matemática escolar involucrada. Con este análisis se construye una secuencia didáctica interdisciplinaria, la que contribuye a la imbricación entre la esfera de la matemática escolar y la esfera del cálculo de distancias horizontales. Esta relación, permite resignificar objetos matemáticos en herramientas funcionales en la práctica de distancias topográficas. Es así como los dipolos modélicos permiten operacionalizar los nodos interdisciplinarios que aportan a la enseñanza interdisciplinar.

Palabras claves: Dipolo modélico, interdisciplina, enseñanza técnico profesional.

Abstract

The following research arises from the critics made by teachers of a technical professional school, specialist in technical drawing, in relation with the mathematical learning needed to resolve the own problems of the specialty. From this perspective, there are few or nothing agreement between the scholar mathematical teaching and technical mathematics matters required by the students to perform deeper in this discipline. Therefore, the specialist teachers must invest time in order to teach mathematical contents required to accomplish the goals of the class. Thus, a question arises that if the subject complies with one of the fundamental requirements of the Chilean scholar curriculum that is the mathematical contribution in other disciplines to achieve the abilities and competences in several knowledge areas. (Mineduc, 2015; 2016)

In addition, to achieve an articulation in both areas and using didactic engineering as a methodology of research, it begins with the analysis from the characterization of the practice of horizontal distance calculation in the topography with a bibliographic checking and a semi-structured interview to a topography specialist to identify the scholar mathematics inside the practice. In this way, both model poles are configured to create important bridges between the planimetric calculation practices of distances and the scholar mathematics involved. Inside of this analysis is built an interdisciplinary didactic sequence which contributes the imbrication between the scholar mathematics and horizontal distance calculation. This relation allows us to generate model practices highlighting mathematical objects in functional tools in the topographical distance. Finally, these model practices are interdisciplinary nodes that contribute knowledge to this area.

TABLA DE CONTENIDO

Resumen **1**

Abstract **3**

Capítulo 1: Planteamiento del problema ***10***

1.1. Antecedentes teóricos. **10**

1.2. Problemática **14**

1.3. Objetivos **17**

1.4. Justificación **18**

1.5. Limitaciones **19**

Capítulo 2: Marco teórico ***21***

2.1. Marco socioepistemológico. **21**

2.2. Interdisciplina **22**

2.3. Dipolo Modélico: herramienta para la construcción de aprendizajes interdisciplinarios. **25**

Capítulo 3: Marco metodológico ***28***

3.1. Análisis Preliminares **28**

3.2. Concepción y Análisis a Priori de las Situaciones Didácticas. **29**

3.3. Experimentación **30**

3.4. Análisis a posteriori y evaluación. **30**

Capítulo 4: Análisis de la información ***31***

4.1. Análisis Preliminar. **31**

4.1.1. Análisis de práctica de topógrafo y configuración de los dipolos modélicos. 32

4.2. Dificultades y obstáculos en el aprendizaje de la trigonometría **43**

4.3. Enseñanza tradicional. **44**

4.4. Propuesta de secuencia didáctica **49**

Capítulo 5. Analisis de resultados ***76***

5. Descripción y análisis de las producciones de los estudiantes 76
5.1. Fase 1 76
5.2. Fase 2 88
5.3. Fase 3 93
5.4. Fase 4 103
5.5. Configuración de los dipolos modélicos 117
5.6. Contraste 130
5.7. Consideraciones para el rediseño 137

Capítulo 6. Conclusiones 139

Bibliografía 143

Anexos 146

Plano del establecimiento educacional: 146

Consentimiento informado del estudiante: 147

Consentimiento informado para el apoderado: 148

Consentimiento informado del director. 150

Consentimiento informado especialista topógrafo: 151

Entrevista al topógrafo: 153

Secuencia didáctica 154
Fase 1 154
Fase 2 158
Fase 3 164
Fase 4 171

Trascripción entrevista del especialista topógrafo. 181

Transcripción de las reproducciones estudiantiles 185
Fase 1 185
Fase 2 197
Fase 3 217
Fase 4 233

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ILUSTRACIÓN 1 INTERDISCIPLINA. FUENTE: MENKEN Y KEESTRA 2016.23

ILUSTRACIÓN 2. DIPOLOS MODÉLICOS. FUENTE: GALICIA, (2014)26

ILUSTRACIÓN 3. INSTRUMENTO TOPOGRÁFICO. FUENTE: BALLESTEROS (2011)33

ILUSTRACIÓN 4. MIRAS TOPOGRÁFICAS. FUENTE: BALLESTEROS, J. (2011)33

ILUSTRACIÓN 5. DISTANCIA REDUCIDA. FUENTE: BALLESTEROS, J. (2011)........................... 32

ILUSTRACIÓN 6. TEODOLITO Y THALES. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.............................. 34

ILUSTRACIÓN 7. TEODOLITO Y THALES 2. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA........................... 35

ILUSTRACIÓN 8. PRIMER DIPOLO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA41

ILUSTRACIÓN 9. ENTREVISTA. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA 36

ILUSTRACIÓN 10. MATEMÁTICA DEL TOPÓGRAFO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA41

ILUSTRACIÓN 11. SEGUNDO DIPOLO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.43

ILUSTRACIÓN 12. LA TRIGONOMETRÍA EN LA ESCUELA. FUENTE MINEDUC 201745

ILUSTRACIÓN 13. LA TRIGONOMETRÍA EN LA ESCUELA 2. FUENTE: MINEDUC 2017.............. 42

ILUSTRACIÓN 14. LA TRIGONOMETRÍA EN LA ESCUELA 3. FUENTE: MINEDUC 201746

ILUSTRACIÓN 15. TEOREMA DE THALES. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.52

ILUSTRACIÓN 16. TEOREMA DE THALES 2. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA52

ILUSTRACIÓN 17. TEOREMA DE THALES 3. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA54

ILUSTRACIÓN 18. TEODOLITO ARTESANAL. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA58

ILUSTRACIÓN 19. TEODOLITO ARTESANAL 2. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA58

ILUSTRACIÓN 20. TEODOLITO ARTESANAL 3. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA59

ILUSTRACIÓN 21. TEODOLITO ARTESANAL 4. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA59

ILUSTRACIÓN 22. TEODOLITO ARTESANAL 5. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA60

ILUSTRACIÓN 23. FUNCIÓN DEL TEODOLITO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.63

ILUSTRACIÓN 24. DISTANCIA CON DESNIVEL. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.67

ILUSTRACIÓN 25. TRIGONOMETRÍA. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA68

ILUSTRACIÓN 26. TRIGONOMETRÍA 2. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA69

ILUSTRACIÓN 27. TRIGONOMETRÍA 3. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.71
ILUSTRACIÓN 28. DISTANCIA CON DESNIVEL 2. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.72
ILUSTRACIÓN 29. DISTANCIA CON DESNIVEL 3. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.74
ILUSTRACIÓN 30. MINI PLANO DEL ESTABLECIMIENTO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.76
ILUSTRACIÓN 31. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 1. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.89
ILUSTRACIÓN 32. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 2. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.89
ILUSTRACIÓN 33. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 3. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.89
ILUSTRACIÓN 34. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 4. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.90
ILUSTRACIÓN 35. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 5. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.90
ILUSTRACIÓN 36. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 6. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.91
ILUSTRACIÓN 37. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 7. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.91
ILUSTRACIÓN 38. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 8. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.91
ILUSTRACIÓN 39. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 9. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.92
ILUSTRACIÓN 40. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 10. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.93
ILUSTRACIÓN 41. ESQUEMA DE THALES 1. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.97
ILUSTRACIÓN 42. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 11. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA. 83
ILUSTRACIÓN 43. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 12. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA 83
ILUSTRACIÓN 44. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 13. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA 84
ILUSTRACIÓN 45. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 14. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA 84
ILUSTRACIÓN 46. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 15. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA100
ILUSTRACIÓN 47. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 16. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA100
ILUSTRACIÓN 48. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 17. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA101
ILUSTRACIÓN 49. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 18. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA101
ILUSTRACIÓN 50. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 19. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA101
ILUSTRACIÓN 51. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 20. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA101
ILUSTRACIÓN 52. DISTANCIA CON DESNIVEL. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.104
ILUSTRACIÓN 53. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 21. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA104
ILUSTRACIÓN 54. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 22. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA104
ILUSTRACIÓN 55. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 23. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA106
ILUSTRACIÓN 56. REPRODUCCIÓN ESTUDIANTIL 24. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA106

Ilustración 57. Avanzando hacia lo trigonométrico. Fuente: elaboración propia109
Ilustración 58. Reproducción estudiantil 25. Fuente: elaboración propia109
Ilustración 59. Reproducción estudiantil 26. Fuente: elaboración propia109
Ilustración 60. Avanzando hacia lo trigonométrico 2. Fuente: elaboración propia110
Ilustración 61. Reproducción estudiantil 27. Fuente: elaboración propia110
Ilustración 62. Reproducción estudiantil 28. Fuente: elaboración propia111
Ilustración 63. Reproducción estudiantil 29. Fuente: elaboración propia111
Ilustración 64. Reproducción estudiantil 30. Fuente: elaboración propia111
Ilustración 65. Reproducción estudiantil 31. Fuente: elaboración propia112
Ilustración 66. Reproducción estudiantil 32. Fuente: elaboración propia112
Ilustración 67. Reproducción estudiantil 33. Fuente: elaboración propia112
Ilustración 68. Reproducción estudiantil 34. Fuente: elaboración propia112
Ilustración 69.Reproducción estudiantil 35. Fuente: elaboración propia114
Ilustración 70. Esquema distancia con pendiente. Fuente: elaboración propia.114
Ilustración 71. Reproducción estudiantil 36. Fuente: elaboración propia115
Ilustración 72. Reproducción estudiantil 37. Fuente: elaboración propia115
Ilustración 73. Reproducción estudiantil 38. Fuente: elaboración propia116
Ilustración 74. Reproducción estudiantil 39. Fuente: elaboración propia116
Ilustración 75. Reproducción estudiantil 40. Fuente: elaboración propia116
Ilustración 76. Reproducción estudiantil 41. Fuente: elaboración propia117
Ilustración 77. Esquema del teorema de Thales. Fuente: elaboración propia118
Ilustración 78. Funcionamiento del teodolito. Fuente: elaboración propia120
Ilustración 79. Reproducción estudiantil 42. Fuente: elaboración propia121
Ilustración 80. Esquema de Thales 2. Fuente: elaboración propia.123
Ilustración 81. Dipolo modélico 3. Fuente: elaboración propia.124
Ilustración 82. Distancia con desnivel. Fuente: elaboración propia.124
Ilustración 83. Distancia con desnivel 3. Fuente: elaboración propia.126
Ilustración 84. Dipolo modélico 4. Fuente: elaboración propia.129
Ilustración 23. Función del teodolito. Fuente: elaboración propia.133

ILUSTRACIÓN 23. FUNCIÓN DEL TEODOLITO. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.134

ÍNDICE DE TABLAS.

TABLA 1. LA PRECISIÓN DE LA MEDIDA. FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA. 38
TABLA 2. TRIGONOMETRÍA. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA. 56
TABLA 3. TRIGONOMETRÍA 2. FUENTE ELABORACIÓN PROPIA. 58

CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. Antecedentes teóricos.

La formación técnico profesional se entiende como aquellos programas diseñados con el fin de que los estudiantes desarrollen habilidades, destrezas, saberes prácticos y el conocimiento necesario para desempeñarse en un trabajo u oficio determinado. La misión de la formación técnico profesional es facilitar la obtención de empleo y facultar a las personas en un aprendizaje para toda la vida. (Unesco, 2013, 2015). En los últimos años esta formación ha logrado nuevamente visibilidad, toda vez que organismos internacionales destacan que esta modalidad de enseñanza es fundamental para el progreso económico, la equidad social y la sostenibilidad ambiental (OCDE, 2010; Unesco, 2012; Cedefop, 2014). En particular OCDE (2012) señala que la enseñanza técnico profesional es beneficiosa para los estudiantes, ya que mejoran sus oportunidades de empleos y salarios. Así también, para las empresas y el estado, pues mejoran sus índices de productividad y desempeño, fortaleciendo el sistema económico.

En Chile, la formación técnico profesional es parte del sistema nacional de educación, y es impartida tanto en el nivel terciaro de formación como en el nivel medio. A esta última se le denomina enseñanza media técnico profesional (EMTP) y según datos del Mineduc, en el año 2018 un 42% de los estudiantes matriculados en la enseñanza media, ingresaron a esta modalidad. La preferencia e importancia que los estudiantes y sus familias manifiestan hacia la EMTP se sustenta en la preparación que esta ofrece. Por ejemplo, al decir de Arroyo y Pacheco (2018) "fortalece el desarrollo humano y mejora la empleabilidad de jóvenes y desempleados" (p.3). A lo anterior, se suma lo señalado por la Agencia de la calidad de la educación (2016), en cuanto a que no solo los estudiantes la prefieren por ser una opción temprana al campo laboral, sino que en la actualidad la EMTP se vuelve un apoyo en la obtención de estudios terciarios. Esto último, se debe a que esta formación dota a los estudiantes de conocimientos en ciertas especialidades y además facilita el acceso a determinados apoyos económicos por parte del Estado chileno.

El currículum escolar chileno, señala que la EMTP está constituida por tres grandes áreas: la primera, se denomina área de formación general y considera las asignaturas de lenguaje y comunicación, inglés, matemática, historia, geografía y ciencias sociales; la segunda, es el área de formación diferenciada. En esta área, se abordan contenidos propios de cada especialidad. Y, por último, el área de libre disposición cuya característica es otorgar a la institución educativa, un tiempo disponible, en el que ellos decidan qué áreas son importantes fortalecer en sus estudiantes. Por ejemplo, en algunos casos se opta por robustecer algunas áreas del currículum, como pueden ser la educación física, la educación musical, la educación artística, entre otras.

La EMTP en Chile, que como se señaló, constituye un espacio de preparación inicial para la vida laboral, "se construye articulando el dominio de los aprendizajes propios de la especialidad [área de formación diferenciada] con aquellos comprendidos en los objetivos de aprendizaje genéricos y en los objetivos y contenidos de la formación general de la educación media [área de formación general]" (Mineduc, 2015 p. 6). Por lo que la formación general en conjunto con la formación diferenciada tiene el desafío de potenciar competencias necesarias para desempeñar y desarrollar de forma óptima su trabajo en el medio, permitiendo que el estudiante acceda a su primer trabajo con mayor facilidad, pero, también en función de sus intereses y capacidades.

En esta misma línea, la Agencia de la calidad de la educación (2016) en su informe panorama de la educación media técnica profesional en Chile, también hace referencia a la importancia de la articulación entre las disciplinas. Más aún, menciona la relevancia de que las metodologías educativas contribuyan a esta articulación, de modo que la formación general logre aportar significativamente al aprendizaje de las asignaturas propias de las especialidades técnicas. Por tanto, las metodologías y las estrategias didácticas que se utilicen al interior del aula deben tener una estrecha relación con los contextos en cual se desempeñaran las estudiantes al egresar.

En consonancia con lo anterior, las bases curriculares de matemática en el área de formación general también enfatizan en la importancia de que la asignatura se convierta en una herramienta útil en la sociedad y que logre contribuir a otras disciplinas de manera que, utilizadas en conjunto, puedan resolver diversas problemáticas cotidianas. En ese sentido, Mineduc (2016) plantea que los estudiantes deben aprender haciendo. Para tal fin, deben experimentar fenómenos reales con el objetivo de institucionalizar el objeto matemático. Es primordial que la matemática escolar se conecte con otras disciplinas, ya que evita la fragmentación y logra una interacción entre las diferentes áreas del conocimiento. Así como una mayor comprensión de los contenidos, pues “con las conexiones, los conocimientos toman sentido, relevancia y utilidad” (p.44).

Este interés por una enseñanza de la matemática integrada a otras áreas no es nuevo, ya en la década de los 90’ Wadegg, Vilaseñor y García (1998) aseguraban que es imperante que la matemática sea enseñada y aprendida bajo diferentes contextos, considerando y relacionando otras disciplinas de manera que la resolución de problemas abarque temas intramatemáticos y extramatemáticos. Para ello, es indispensable que los contenidos sean abordados desde un contexto, por lo que el saber debe ser estudiado desde una perspectiva funcional, obligando a que los estudiantes utilicen sus capacidades orientadas a situaciones de contexto real (Espinoza, Matus, Barbe, Fuentes y Márquez, 2016). Lo anterior es más necesario en la EMTP, dado que su foco es la formación en un área profesional, que la matemática sea enseñada en los contextos propios de cada especialidad.

Sin embargo, la experiencia escolar histórica no se condice con esta necesidad y hay autores que han dado cuenta de ello: según Galicia, Landa, Sotelo, Peláes y Hernández (2018) la perspectiva que se tiene de una educación formal considera al sistema educativo completamente alejado de su contexto social, pensando en el conocimiento y el aprendizaje como una actividad que solo se realiza a interior de la sala de clases, lejos de las comunidades sociales, técnicas y profesionales.

Para Arrieta y Díaz (2015) la escuela y su entorno crean una separación que es causada por el uso del conocimiento en la matemática del aula y la que se usa fuera de ella, ya que difieren en las intenciones, herramientas y procedimientos, “cobra sentido entonces proponer prácticas que se desplacen desde ambientes escolares a no escolares, que funcionen como puente entre las esferas de prácticas” (p. 28)

Por su parte Milián, Gato y Sánchez (2017) critican a la matemática escolar que necesita la enseñanza técnica profesional para el desarrollo profesional de los estudiantes debido a que “los ejercicios planificados no siempre se relacionan con el desarrollo de las habilidades profesionales” (p.127). Por lo que no se logra potenciar el contenido matemático en función a las habilidades profesionales que poseen los estudiantes. Lo anterior “impide en los alumnos, identificar los puntos de coincidencia entre los elementos esenciales de la matemática y la profesión” (op. cit, 2017 p. 127).

En virtud de lo expuesto, se entiende que la problemática de este estudio emerge desde la necesidad de avanzar de una enseñanza tradicional y desvinculada a una enseñanza interdisciplinaria entre la formación general y la formación diferenciada, con la finalidad de dar el mayor cumplimento a las bases curriculares y proveerle a la enseñanza de la matemática escolar un constructivo sentido trascendente.

1.2. Problemática

Mi experiencia laboral en un colegio politécnico de la comuna de Cerrillos, el cual tiene dos modalidades de formación. Por una parte, tiene la modalidad científico humanista donde se promueve el ingreso al sistema terciario (universidad, institutos profesionales o centro de formación técnica) y, por otra la modalidad técnico profesional, cuyo objetivo primordial es formar técnicos de nivel medio en área como dibujo técnico; mecánica; y electricidad. En las tres especialidades de la modalidad técnico profesional, existen módulos cuyo desarrollo requiere que los estudiantes apliquen saberes matemáticos específicos, lo que deriva en exigencias de los profesores del área profesional, a los profesores de matemática, del área general, respecto de aprendizajes que consideran no logrados. Una crítica usual de los profesores del área técnica refiere al trabajo con problemas en matemática, los que no consideran los contextos en los que se enmarcan las actividades del área técnica de formación profesional que ellos imparten. Esto se refrenda en el trabajo de Venturas, Obregón, Pérez, y López (2013), que señala la pobre preparación para enfrentar la resolución de ejercicios y problemas de aplicación en los estudiantes de la EMTP. Los autores constatan diversas dificultades en los estudiantes para la búsqueda de una vía de solución de cualquier tipo de ejercicio, así como una pobre preparación para argumentar y llegar a conclusiones como resultado de la idea de la solución escogida. Luego al no existir la “correcta relación interdisciplinaria”, el estudiante de Dibujo Técnico del establecimiento carece del “conocimiento sistémico integrador”, puesto que la matemática que ha aprendido no es una herramienta útil y mucho menos le sirve como parte de las habilidades profesionales básicas necesarias para el aprendizaje de las mediciones planimétricas.

Ante este problema, Milián, et al. (2017) destacan la importancia de que la enseñanza – aprendizaje del contendido matemático debe entregar una visión útil en el área técnica, lo que puede ser logrado por “una correcta relación interdisciplinaria, donde tome mayor peso el tributo de cada asignatura y se le de mayor importancia a las habilidades profesionales y rectoras de cada especialidad, sin renunciar a sus métodos y procedimientos en función de lograr en el alumno un conocimiento sistémico e integrador” (p. 131). Es así como lograr conectar diversas áreas del conocimiento al interior de aula se vuelve crucial. Luego, el concepto de interdisciplinaridad surge con fuerza, y es entendida como la integración de métodos, conocimientos, habilidades, competencias y teorías provenientes de diversas áreas del conocimiento con el fin de dar soluciones a diferentes problemas a través de numerosas disciplinas (Klassen 2018).

Este trabajo, por tanto, asume este desafío de integrar áreas, en particular se aborda la asignatura de topografía que tiene el área de dibujo técnico, la que implica el cálculo de distancias horizontales con el uso de herramientas topográficas. Esta actividad es considerada central en el hacer del topógrafo (Santamaría y Sanz, 2005). Actividad que recurre a herramientas trigonométricas, las cuales son enseñadas en la clase de matemática. Surge aquí, en mi experiencia en la escuela, reclamos de los docentes del área profesional quienes afirman que los ejercicios que se plantean en la clase de trigonometría siempre son ideales y que en la realidad los terrenos tienen relieves y no son cuadrados o rectángulos perfectos, por lo que falta realmente contextualizar las clases y no solo pretender crear un problema en el que se modela la realidad, cuando la verdad es que solo es uno más de los problemas matemáticos mecánicos y algorítmicos.

Lo anterior se condice con lo señalado por Montiel y Jácome (2014) el conocimiento trigonométrico del profesor y por ende su enseñanza está relacionado con encontrar el valor faltante de algunos de los lados del triángulo rectángulo, usando razones trigonométricas, lo que no le permite modelar la realidad.

Por su parte, para Cantoral, Montiel y Reyes (2015) la presentación del contenido de trigonometría en los textos escolares se basa en la algebratización del objeto matemático generando ecuaciones, en triángulos rectángulos sin unidades de media, "el estudio del triángulo rectángulo es realizar operaciones aritméticas y hacer despejes algebraicos" (p.21). En esta misma línea Maldonado y Miranda (2009) afirman que la trigonometría que se plantea en los textos escolares es mecanicista y fuera de un contexto real, se centra en la aplicación y el reconocimiento de razones trigonométricas en triángulos rectángulos, por lo que la labor del estudiante es resolver una ecuación, "el plan afirma que el alumno debe adquirir seguridad y habilidad, capacidad de predecir y generalizar resultados, desarrollar gradualmente su razonamiento deductivo. Sin embargo, en los libros de texto los ejercicios orientan a quedarse en la algoritmización" (p. 117).

Frente a una realidad tan evidente, se hace necesario, por tanto, repensar la enseñanza de la trigonometría para estos estudiantes, ya que dentro de la asignatura de topografía y pensando en el cálculo de distancias inaccesibles, la trigonometría juega un rol fundamental en la resolución de problemas en esta área específica. En particular se requiere avanzar en una relación interdisciplinaria entre el contenido matemático y el contenido de dibujo técnico de forma que ambos contenidos contribuyan a la realización de una tarea específica por parte de los estudiantes.

Sin embargo, al pensar en esta problemática surgen varias interrogantes que necesitan ser resueltas: ¿cómo logramos articular matemática con dibujo técnico?, ¿qué adecuaciones en la enseñanza de la trigonometría se deberían hacer, para que esta en realidad contribuya a otra disciplina? ¿Cuáles son los procedimientos que utilizan los estudiantes para lograr esta articulación?, ¿Qué herramientas de trigonometría utiliza y necesita para el cálculo de distancias?

En particular, este problema de la EMTP es el que se abordar en el presente trabajo. En específico, la investigación se enmarca en la búsqueda de una secuencia de enseñanza que promueva la articulación eficiente, desde la interdisciplinariedad de la actividad que desempeña el topógrafo para el cálculo de distancias inaccesibles y la actividad matemática, en especial la trigonometría que permite resolver problemas al interior de la disciplina de dibujo técnico.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Validar una secuencia de aprendizaje interdisciplinaria que articula el cálculo planimétrico de distancias, del área de topografía, con el uso de razones trigonométricas del área de formación general matemática.

1.3.2. Objetivos específicos.

- Sistematizar elementos de la práctica del topógrafo para el hallazgo de nodos interdisciplinarios con la asignatura de matemática.
- Creación de dos dipolos modélicos como operacionalización de los nodos interdisciplinarios.
- Validar una secuencia de aprendizaje interdisciplinaria, desde la práctica del cálculo de distancias inaccesibles.

1.4. Justificación

En la educación chilena, los establecimientos técnicos profesional y polivalente son liceos con una alta matrícula y son los que tienen mayor presencia en sectores municipales y particulares subvencionados. Es decir, los sectores menos acomodados del país prefieren esta modalidad de educación (ACE, 2016).

Bajo los títulos anteriores, se señaló las cualidades de rápida empleabilidad y de medio para acceder a la educación terciaria que posee esta modalidad de enseñanza, por las cuales este sector de la población opta por la EMTP. Si a esto se le suma la relevante importancia que tiene para la economía de un país en vías de desarrollo. La formación de técnicos especializados y competentes para enfrentar los desafíos de permanente actualización, se hace urgente pensar y diseñar un enfoque educacional que les provea dichas competencias.

Por esta razón, es que una intervención dentro de las asignaturas propias de cada especialidad es de suma importancia, más aún si esta intervención se logra vincular con un área como es la matemática y que permita que ambas trabajen en conjunto con un objetivo común.

Esta investigación busca contribuir a dos áreas de la educación secundaria chilena. Por una parte, a la formación general, en específico a la asignatura de matemática. Por otra a la formación diferenciada, en este caso a la especialidad de dibujo técnico. Ya que la propuesta didáctica desarrolla en ambas áreas competencias que permiten resolver problemas en conjunto, lo que transforma a la matemática en una herramienta para otras disciplinas. Y los conceptos de topografía ayudan a los estudiantes a visualizar la utilidad de la matemática en diversos contextos.

1.5. Limitaciones

Las limitaciones presentes en esta investigación tienen relación con los siguientes aspectos. El primero hace alusión al tipo de investigación debido a que según Artigue (1995) este escrito se enmarca en una micro ingeniería de cuyos resultados se obtiene un análisis cualitativo, lo que no permite obtener conclusiones generalizadas que sean válidas en diversos contextos educativos. Más aun, por ser una investigación realizada a un nivel local y particular, para replicar esta investigación y obtener resultados similares se tendría que utilizar un grupo de estudiantes muy parecido al que se plantea en este estudio, sin soslayar el contexto en el cual ellos están inmersos.

Se debe tener en consideración que esta investigación se realiza a un curso de segundo medio de la especialidad dibujo técnico, característica que ya presenta limitaciones para su aplicación. Por ejemplo, si se quisiera replicar este estudio en cursos científico humanista o técnicos de nivel medio de otras especialidades, sería necesario realizar ciertas adecuaciones a la secuencia didáctica, lo que podría resultar en incompatibilidades y discrepancias con los objetivos y conclusiones de este estudio.

El segundo aspecto tiene relación con el saber matemático involucrado, dado que, programáticamente, quedan fuera las funciones trigonométricas por no ser parte del currículum escolar de segundo año medio. Por otra parte, con el fin de lograr una secuencia que logre crear una relación interdisciplinaria entre topografía y los objetivos propuestos por el ministerio de educación chileno en matemática, no se abordó la conversión de unidades de grados sexagesimales a gradianes; si bien es importante para la topografía, debido a que ellos utilizan los gradianes como unidad de medida, los objetivos de la asignatura de matemática en segundo medio no los consideran.

El tiempo escolar, también es considerado una limitancia. Debido a que este estudio está focalizado en innovar una adaptación curricular. Donde el tiempo queda normado por el currículum chileno y la institución escolar en el cual se aplique.

Por último, hay una expresión que utiliza el topógrafo para calcular la distancia horizontal de un terreno con desnivel, esta expresión no es posible demostrarla o lograr que los estudiantes la construyan debido a que se necesita mayor comprensión del contenido trigonométrico lo que sale de los márgenes establecidos por el Mineduc para el contenido de razones trigonométricas.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1. Marco socioepistemológico.

Esta investigación considera la construcción del conocimiento matemático desde su uso en la práctica del topógrafo, intentando develar cómo el conocimiento matemático se transforma en una herramienta para otra disciplina.

La socioepistemología, se ocupa de la construcción del conocimiento matemático validando toda forma de saber, ya sea, popular, técnico o culto. Lo que en conjunto conforman la sabiduría humana (Cantoral, 2016a). Por lo tanto, se entiende que el conocimiento es construido fuera del aula, en las diversas actividades humanas que lo requieren. Es por esta razón que, al querer integrarlo a la escuela, requiere una serie de modificaciones en su estructura y funcionamiento (Chevallard, 1999; Cantoral y Farfan, 2003).

La socioepistemología sustenta su mirada en cuatro fundamentos principales, los cuales permiten la observación de fenómenos tanto dentro como fuera de la escuela. El primero de ellos es la práctica social. Esta entendida como un elemento que está a la base de la construcción social del conocimiento. Emerge desde los procesos de difusión e institucionalización de prácticas asociadas. Principio de racionalidad contextualizada, que refiere a la relación entre un individuo o un grupo con el saber en función del contexto en que se usa. Por lo tanto, la racionalidad con la cual se construye un conocimiento está dada desde su significancia y uso dependiendo del contexto. Relativismo epistemológico, en el cual se asume que el conocimiento se constituye en saber, cuando este es puesto en uso, por lo que su validez y significancia es relativa al individuo o grupo que lo construyo. Principio de resignificación progresiva: Es así, como la interacción del saber en diversos contextos a lo largo de la evolución humana, le va entregando un nuevo significado, es decir, los significados son construidos a partir de la acción de quien construye. Por lo tanto, el significado dependerá del contexto en donde sea desarrollada la acción. (Cantoral, 2011; Reyes-Gasperini, 2016; Cantoral et al, 2014).

Para organizar esta construcción social del conocimiento. Utiliza el modelo de anidación de prácticas. La que permite tener una categoría o práctica, la que está sujeta al contexto en cual se encuentra ubicado el estudio. Además, permite explicar de manera empírica y teórica la construcción del conocimiento. Este modelo de anidación de prácticas, parte de la premisa de que la primera interacción entre el sujeto y el objeto de manera no consiente se denomina acción. Es lo que Cantoral y Hernández (2018) denominan "una forma encarnada de conocer" (p.181). Cuando estas acciones son mediadas por el contexto, ya se es consciente del actuar se denomina actividad. Esta se caracteriza porque permite construir argumentos. Cuando estos argumentos se exponen y defienden ante otros, se escucha el punto de vista y se reconoce al otro, se observa una práctica socialmente compartida. Es aquí donde las acciones ya se encuentran reguladas por el contexto y el quehacer del sujeto está definido y es intencionado. (Cantoral et al, 2018). Este trabajo se centra en este nivel de la práctica, entendiendo como un "hacer algo, pero no simplemente hacer algo en sí mismo y por sí mismo; es algo que en un contexto histórico y social otorga una estructura y un significado a lo que hacemos" (Arrieta, 2003. p.63).

En este sentido, reconocer que la construcción de saber matemático se da, al ejercer una actividad intencionada por la práctica. Esto implica que no buscamos que el estudiante acceda a un conocimiento, sino que se busca insertarlo en situaciones que requieren una práctica específica para resolverlas, para lo cual deberá construir el conocimiento necesario para ejercerla.

La socioepistemología, advierte que al interior del aula existe una desarticulación de las prácticas escolares con las prácticas profesionales. Por lo tanto, lograr vincular estas prácticas, utilizando diseños que se enriquezcan de herramientas, procedimientos, argumentos, intenciones y saberes previos ayudaría a fortaleces esta articulación entre prácticas (Galicia, 2014).

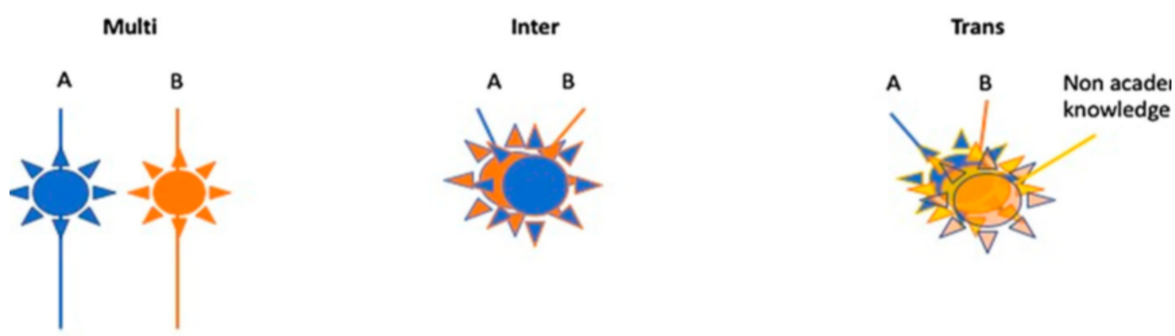
2.2. Interdisciplina

Debido a esta fragmentación del conocimiento escolar y considerando los nuevos requerimientos de la sociedad actual, dado que no es posible encontrar todo el conocimiento acumulado en un solo sujeto, es que la interdisciplina surge en el ámbito educacional. (Rojas y Graus 2016)

Cuando se habla de interdisciplinaridad es importante hacer la diferencia entre conceptos que por lo general tienden a confundir la relación de interacción de diversas disciplinas. Para Klassen (2018) existen diferentes niveles de integración, donde el primer nivel es la multidisciplinaridad, en la cual cada disciplina aporta con su conocimiento para resolver el problema; esta contribución se hace por separado uno del otro, es decir, “cada disciplina aporta con una pieza para armar el rompecabezas” (p. 844).

En el caso de la interdisciplinaridad el autor define el trabajo interdisciplinario como una verdadera integración entre diversas áreas, mezclando forma de trabajo y propuesta de soluciones frente al problema. Por último, se menciona el concepto de transdisiplinaridad que, en este nivel, las relaciones van más allá del experto en el área y se caracteriza por la participación de los entes involucrados, los que en algunos casos son personas no expertas y que se encuentran fuera de la comunidad científica. (Klaassen 2018)

La siguiente imagen ilustra las diferencias entre los conceptos mencionados.



Resultados no integrados desde las disciplinas A y B	Resultados integrados desde las disciplinas A y B	Resultados integrados.

Ilustración 1 Interdisciplina. Fuente: Menken y Keestra 2016.

En esta misma línea, Llano, Gutiérrez, Núñez, Masó y Rojas (2016) definen el concepto de interdisciplinaridad como un proceso de correlación entre diversas áreas del conocimiento, en la que cada disciplina involucrada mantiene su independencia, pero que logra vinculación con otras disciplinas con el fin de resolver un problema.

Por su parte, Soler, Soler y Peña (2006) consideran que la interdisciplinaridad permite la resolución de problemas de forma integral, creando conexiones entre los objetivos de diversas áreas de conocimiento creando nuevos objetivos comunes, fomentando la interrelación y la cooperación. Afirman que “hace aparecer nuevas cualidades integrativas, no inherentes a cada disciplina aislada, sino a todo el sistema que conforman y que conduce a una organización teórica más integrada de la realidad” (p. 17).

Para Rojas et al (2016) una relación interdisciplinaria no se presenta solo por la integración entre dos o más áreas, lo ven más allá, afirmando que “cualquier tratamiento interdisciplinario, serio y respetuoso es una forma de enriquecimiento a través del intercambio recíproco y la colaboración inteligente” (p. 136)

La creación de nuevos objetivos desde esta relación interdisciplinaria se denominan nodos interdisciplinarios. Para Llano et al (2016), éstos “se producen al interpretar los sistemas de saberes de las diferentes disciplinas y obtener puntos de contacto, a partir de la lógica interna de cada una de ellas” (p.324). Ello proporciona un conocimiento más profundo que el de la propia disciplina.

Para lograr un nodo interdisciplinario es necesario considerar el conocimiento de cada disciplina y el análisis del objeto matemático en estudio de manera que se logre articular un nodo interdisciplinario (Llano et al, 2016).

Por lo tanto, la interdisciplinaridad es considerada una forma de reorganizar el proceso de enseñanza aprendizaje, centrando el protagonismo en los estudiantes, lo que promueve la motivación y la vinculación de la enseñanza escolar con su vida, lo que permitirá que la enseñanza interdisciplinar traspase los límites del contexto escolar. Para Rojas et al (2016) “es necesario organizar coherentemente los currículos y pasar a acciones concretas, sistémicas, contextualizadas y científicamente fundamentadas para el ejercicio de la interdisciplinariedad en la práctica pedagógica” (p. 138)

Para que un problema sea interdisciplinario debe considerar diferentes aspectos: por una parte, debe ser un problema de la vida real y por otra parte su solución debe está más allá de una sola disciplina; este debe ocupar nuevos conocimientos en los que una sola disciplina no sea capaz de resolver por si sola. (Klaassen, 2018)

En esta misma línea Menken et al (2016) mencionan que la interdisciplinaridad se da en un contexto en el cual el problema necesite de otras disciplinas creando nuevas definiciones y palabras, entregando un significado nuevo.

2.3. Dipolo Modélico: herramienta para la construcción de aprendizajes interdisciplinarios.

Dado lo anteriormente, respecto del hecho que para lograr una relación interdisciplinaria es necesario conectar nodos disciplinarios, de manera que en conjunto logren formar un nodo interdisciplinarios. Sin embargo, esto no ocurre en la escuela, como se señaló, la enseñanza de la matemática esta desarticulada de otras áreas de la actividad humana. En este sentido, Arrieta y Díaz (2015) proponen las causas que provocan esta desarticulación mencionan que "las esferas de las prácticas del uso no escolar de las matemáticas y de las prácticas escolares difieren en intenciones, herramientas, argumentos y procedimientos, configurando así la separación de la escuela respecto de su entorno". Bajo esta causa es que se vuelve ventajoso la propuesta de prácticas de desplazamiento de ambientes no escolares a ambientes escolares, de manera que funcionen como puentes entre esas dos prácticas. (p.28)

Una de estas prácticas de desplazamiento es la modelación, entendida como "una práctica que articula dos entidades para actuar sobre uno de ellos, llamado lo modelado, a partir del otro, llamado modelo" (Arrieta y Díaz, 2015, p. 35). Esta definición se vuelve coherente con los nodos disciplinarios, en particular cuando un nodo es la matemática, y el otro la práctica profesional (para esta tesis, la actividad de medición planimétrica), y permite avanzar en una mejor descripción de los elementos que concurren a su construcción por parte de los estudiantes. Descripción, que avanza en quien articula, al establecer prácticas a partir de caracterizar las intenciones, procedimientos, herramientas y argumentos que justifican el actuar.

Luego en la EMTP, la articulación de los conocimientos matemáticos que propone el currículum con las herramientas propias de la comunidad técnica (en este caso los topógrafos), se articularán desde las prácticas de modelación reconocidas en la comunidad profesional. Estas son descritas a partir de las intenciones de quien modela (para qué hacen lo que hacen), los procesos que utilizan y la caracterización de las herramientas, materiales y los argumentos que les permiten desarrollar su trabajo.

La articulación entre el modelo y lo modelado "constituye una nueva entidad para la vivencia de quien modela y que nominamos dipolo modélico (DM)" (Arrieta y Díaz, 2015, p. 35)

Galicia (2014), por su parte, caracteriza el concepto de dipolo modélico y lo aplica en su investigación respecto de prácticas Químicas de Disolución. La autora presenta el siguiente esquema que configura un dipolo modélico:

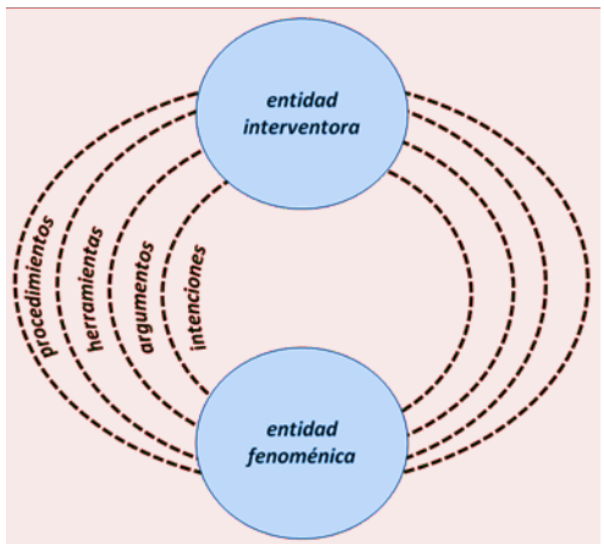


Ilustración 2. Dipolos modélicos. Fuente: Galicia, (2014)

Es decir, se forman dos polos el modelo y lo modelado, los cuales están relacionados y atraídos por los procedimientos, herramientas, argumentos e intenciones que emergen desde esta práctica de modelar. Por lo tanto, la articulación entre los polos es concebida bajo prácticas de modelación (Galicia, 2014).

Las dimensiones que permiten la articulación entre los polos, y que por tanto configuran al dipolo son: herramientas, argumentos, intenciones y procedimientos. Las herramientas, pueden ser físicas o abstractas y son consideradas como aquello que utiliza el sujeto para poder actuar sobre el fenómeno. Los argumentos, tienen relación con la justificación o interpretación particular sobre un hecho. Estos, permiten develar lo subjetiva y diversa que puede llegar a ser la práctica. Junto con lo anterior es importante analizar los procedimientos con los cuales actúan los sujetos y la intencionalidad que los lleva a actuar como lo hacen (Galicia, 2014).

Es de esta manera, que la caracterización del dipolo modélico, en las variables señaladas permite la construcción y validación de una secuencia interdisciplinar. Debido a que entrega orientaciones sobre las actividades que promueven la construcción de las herramientas que les son útiles para llevar a cabo procedimientos que les permitan resolver el problema del cálculo de distancias horizontales en diversos tipos de terrenos. Donde estos procedimientos sean argumentados desde la práctica topográfica. Cuya intencionalidad es el cálculo de distancias horizontales a pesar de que el terreno tenga desniveles.

Dado que el dipolo explicita la forma en la que puede lograr articular dos prácticas, develando los puentes de atracciones que hacen posible la relación entre dos disciplinas.

CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO

La ingeniería didáctica se caracteriza por la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Artigue, 1995). Esta metodología ha sido usada en variadas investigaciones socioepistemológicas (Hernández, 2019), en su calidad de marco metodológico para el diseño de situaciones de enseñanza.

La ingeniería didáctica utilizada como metodología se representa por dos niveles denominados micro ingeniería y macro ingeniería. A nivel de micro ingeniería las investigaciones son locales y no logran describir por completo la complejidad de los fenómenos asociados en la investigación (Artigue, 1995; García, 2014; Vides y Riveras, 2015). En esta línea "el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase creadas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos" Douady (1996, p. 241)

A diferencia de otras metodologías de investigación la ingeniería didáctica se caracteriza por tener una validación interna, en la que existe una confrontación entre el análisis a priori con el análisis a posteriori. (Artigue, 1995)

Artigue (1995) define 4 fases para utilizar la ingeniería didáctica como metodología:

3.1. Análisis Preliminares.

Los análisis preliminares consideran cuatro dimensiones: en una primera instancia se encuentra la dimensión epistemológica, en la cual se analiza la epistemología de los contenidos de enseñanza; la segunda dimensión es el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, donde se consideran los planteamientos del currículum escolar; la tercera fase es el análisis de las concepciones de los estudiantes, donde se observan las dificultades y obstáculos que presentan los estudiantes en su proceso de construcción del conocimiento y por último se analiza el campo restrictivo donde se va a realizar la intervención didáctica.

En esta investigación, en la dimensión epistemológica, se analizará la epistemología de prácticas de uso topográfico, develando formas de actuar frente a la actividad del cálculo distancia horizontal. Desde lo realizado comúnmente en su trabajo y la matemática curricular que se encuentra de manera implícita o explícita en esta labor.

Para declarar las prácticas del topógrafo en torno al cálculo de distancia horizontal de un terreno, se realizará un análisis bibliográfico de textos de topografía para identificar la forma en la cual se aborda esta actividad. Lo que permitirá realizar una entrevista semiestructurada a un especialista topógrafo, con el fin de conocer las características necesarias que definan su práctica en torno a la actividad de medida de distancia horizontal. Posteriormente se analizará la matemática que está involucrada en esta actividad realizada por el especialista, considerando aquella matemática planteada en el currículum educacional chileno.

De esta manera se tendrá un primer acercamiento sobre la forma en la que se está resignificando la matemática en la práctica topográfica, identificando herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones que están involucradas en esta relación, ya sea de manera implícita o explicita entre la matemática escolar y la matemática funcional en la actividad planimétrica del cálculo de distancias horizontales.

Para la segunda dimensión se realizará un análisis documental, para encontrar las dificultades, obstáculos y errores que los estudiantes cometen al momento de enfrentarse al contenido de trigonometría. Y por último en la dimensión didáctica, se analizará la forma en que se está enseñando hoy en día la trigonometría en Chile, considerando los objetivos que los planes y programas actuales proponen y lo expuesto en los textos de estudio que se entrega a los estudiantes.

Todo el análisis realizado en esta fase permitirá configurar los primeros dipolos modélicos, los que permitirán la construcción y posterior validación de una secuencia interdisciplinaria entre la actividad del cálculo de distancia horizontal topográfica y la matemática escolar.

3.2. Concepción y Análisis a Priori de las Situaciones Didácticas.

Es considerada la segunda fase de la ingeniería didáctica, es donde se organiza una secuencia. Para Artigue (1995) "el objetivo del análisis a priori es determinar en qué, las selecciones hechas, permiten controlar los comportamientos de los estudiantes y su significado" (p. 45). El análisis a priori está conformado por una parte descriptiva y otra predictiva en la cual se consideran los posibles comportamientos, intentando mostrar que se puede controlar su significado cerciorando que estos comportamientos deseados sean el resultado de la puesta en práctica de un conocimiento dado por el aprendizaje. El análisis a priori se basa en la creación de una secuencia didáctica y la determinación de una serie de conjeturas de predicción en torno a la aplicación de esta secuencia. Considerando los análisis preliminares, se diseñará una secuencia de aprendizaje, la cual involucre un trabajo interdisciplinario entre la asignatura de topografía y el área de formación general en este caso matemática.

3.3. Experimentación.

Es en esta fase, donde se explican los objetivos de la investigación a los estudiantes que participarán en ella, se aplica el instrumento de investigación y se registran las observaciones durante la experiencia. La muestra escogida para la aplicación de la secuencia tiene las siguientes características:

- Estudiantes de segundo medio de un colegio politécnico de la comuna de Cerrillos que cursan la especialidad de dibujo técnico.
- La edades de los participantes están entre los 15 y 17 años.
- El genero es masculino, debido a que el colegio es solo de varones.
- El curso consta de 40 estudiantes.

Para registrar las producciones estudiantiles se utilizarán: grabaciones de audios, guías escritas de trabajo y fotografías de las actividades realizadas por el alumnado. Cabe señalar, que estas formas de registro serán usadas, siempre y cuando las condiciones en el establecimiento así lo permitan.

3.4. Análisis a posteriori y evaluación.

Es considerada la última fase de la ingeniería didáctica. En esta fase se utilizan los datos recolectados durante la observación de la aplicación de la secuencia creada más las producciones de los estudiantes dentro y fuera de aula.

El análisis será realizado desde una descripción y reproducción de las producciones estudiantiles. Donde el foco del análisis será develar segmentos de actividad, producciones y textualidades que permitan evidenciar las categorías de análisis: las herramientas, procedimientos, argumentos e intencionalidades que emergen desde la actividad de los alumnos. Para luego, configurar los dipolos modélicos que lograron construir los estudiantes.

Posteriormente se realizará el contraste entre las conjeturas de la secuencia y las reproducciones de los estudiantes. Confrontado el análisis a priori con el posteriori con objetivo de validar o refutar las conjeturas formulada en la investigación. Mencionando las correcciones y mejoras de la secuencia de aprendizaje. Las que surgen desde la observación de la experimentación y desde el análisis de los resultados.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

4.1. Análisis Preliminar.

El análisis preliminar comienza con una revisión bibliográfica de dos textos topográficos. el Manual para el auxiliar de topografía (Ballesteros, 2011) y en segundo lugar el Manual de prácticas topográficas (Santamaría y Sanz, 2005). La razón por la cual se escogen, es debido a que ambos muestran nociones básicas del cálculo de distancias horizontales y principalmente son los textos utilizados en el establecimiento educacional como bibliografía complementaria a la clase de topografía.

Posteriormente se realizará una entrevista semiestructurada a un técnico topógrafo, que ejerce profesionalmente como tal, sin experiencia en docencia. Esto permite un acercamiento más detallado y certero de la práctica del topógrafo en el cálculo de distancias horizontales. En estos textos y en la entrevista se realiza un análisis de contenido, que busca observar y explorar los procedimientos institucionalizados para el cálculo de distancias horizontales en terrenos planos y en terrenos con desnivel.

La estructura organizacional para el análisis de estos textos se centra en develar las intenciones del cálculo de distancia, las herramientas necesarias para poder determinar la distancia horizontal entre dos puntos, los procedimientos que muestran para lograr las intenciones descritas y los argumentos que justifican estos procedimientos. Por lo tanto, estas categorías que permitirán organizar y analizar la información recolectada para extraer conceptos claves de la práctica del cálculo de distancias horizontales serán: las intenciones, herramientas, procedimientos y argumentos que permitirán la configuración de dipolos modélicos con el objetivo de develar la relación entre la matemática escolar y la práctica del cálculo de distancias planimétricas.

4.1.1. Análisis de práctica de topógrafo y configuración de los dipolos modélicos.

Se analizan dos textos. El primero, el Manual para el auxiliar de topografía (Ballesteros, 2011) y en segundo lugar el Manual de prácticas topográficas (Santamaría y Sanz, 2005). En estos textos se analizan los capítulos sobre el cálculo de medidas planimétricas. Es decir, que se hace para obtener la medida de una distancia.

Intención:

Cálculo de distancia horizontal en un terreno plano o con pendiente. Entendiendo por esta distancia, la distancia imaginaria recta que une los dos puntos, donde se desea saber que tan separados se encuentran. Es decir, la intención es medir la distancia horizontal, ignorando los pliegues, imperfecciones o inclinación del suelo

El texto aborda la tarea empleando las siguientes herramientas:

- Sistema de medición angular:

Los ángulos en topografía siempre se miden en sentido de las agujas del reloj. La unidad de medida más utilizada en instrumentos topográficos es el sistema centesimal. Este sistema divide la circunferencia en 400 grados, que se representa como 400^g, de esta forma se asume que el ángulo recto de 90º equivale a 100^g.

- Herramientas físicas:

El teodolito, está compuesto por un anteojo estadimétrico el cual es un anteojo astronómico normal, al que se le ha colocado, en su interior, un dispositivo especial denominado retículo. Dicho retículo está formado por una lámina de cristal en donde se encuentran grabadas líneas, una vertical y otra horizontal, de forma que su punto de intersección coincide con el eje del anteojo, que es el eje imaginario que une el centro de ocular (lente por cual se observa). Además, lleva dos líneas horizontales más pequeñas equidistantes de la horizontal, que se denominan hilos estadimétricos. Con ellos, se efectúan lecturas sobre la mira estadimétrica, una regla que se ubica en el punto lejano de la medida, determinando sobre ella el segmento AB, (ilustración 3) y que permitirá obtener la distancia geométrica entre el punto de estación y el punto donde se encuentre la mira.

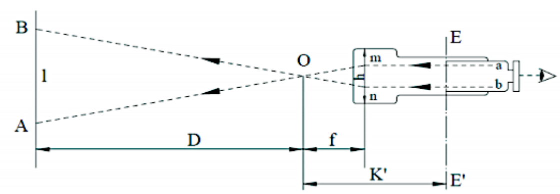


Ilustración 3. Instrumento topográfico. Fuente: Ballesteros (2011)

Para obtener la medida de una distancia, se emplearán miras estadimétricas verticales, las cuales son reglas graduadas en metros, decímetros, centímetros. Suelen ser de 4 metros de altura, y vienen divididas en tramos plegables que facilitan su transporte y almacenamiento. Para facilitar la lectura, la mira se dispone dividida en decímetros. La numeración se va alternando en dichos decímetros. La unidad que indica los metros se encuentra rotulada en rojo. Justo encima se encuentra la unidad que indica los decímetros, que se rotula en negro (Ilustración 4).

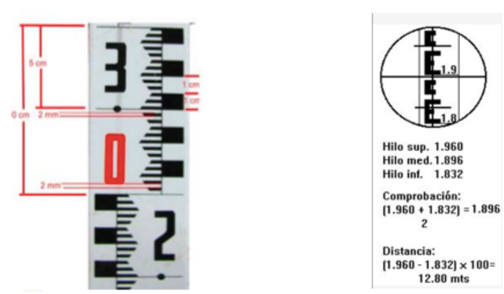


Ilustración 4. Miras topográficas. Fuente: Ballesteros, J. (2011)

Es muy importante colocar la mira perfectamente vertical. Para leer sobre la mira, se leerán los tres hilos: el central y los dos hilos estadimétricos horizontales. Por ejemplo, considerando la ilustración 4 (la imagen de la derecha) se observa que el hilo superior es 1.960 metros, para obtenerlo el topógrafo observa que se encuentra a 1.9 metros y cuenta cada cuadrado sumando los 0.06 metros faltantes. El promedio entre el hilo superior y el inferior, si se ha hecho bien la lectura, debe de coincidir con la lectura del hilo medio.

Se necesita construir la disposición de la imagen 3, en la cual se constituye un esquema de secantes cortadas con paralelas, que permite calcular la medida buscada, a partir de las relaciones proporcionales del esquema de Thales. Luego el cálculo de la distancia se hace obteniendo medidas para el esquema. Eso el texto lo aborda desde dos situaciones:

a) Procedimiento del cálculo de distancia de un terreno plano:

Para obtener la medida de una distancia, se emplearán miras estadimétricas verticales. Con un equipo topográfico en el lente se encuentran hilos llamados líneas estadimétricas. Con ellas, efectúan lecturas sobre la mira vertical, determinando sobre ella el segmento AB (ilustración 3), y que permitirá obtener la distancia geométrica entre el punto de estación y el punto donde se encuentre la mira.

l: constante estadimétrica. Su valor, por fabricación, es 100. k: distancia AB (Ilustración 3). Luego, la distancia geométrica será:

$$Dg = k \cdot l$$

Argumento:

Para obtener la medida de una distancia, se emplearán miras estadimétricas verticales. En el anteojo estadimétrico se sitúa, entre el objetivo y el ocular y a una distancia fija del objetivo, una placa de vidrio donde se encuentran grabadas dos líneas, una vertical y una horizontal, que nos definen la llamada cruz filar, que será la que define visualmente el eje de colimación y será la referencia con la que tendremos que hacer coincidir el punto visado en la observación. Paralelamente al hilo horizontal, se encuentran dos líneas horizontales más cortas, a una distancia equidistante del hilo horizontal central, llamadas líneas estadimétricas. Con ellas, se efectuarán lecturas sobre la mira vertical, determinando sobre ella el segmento AB (Ilustración 3), lo que permitirá obtener la distancia geométrica entre el punto de estación y el punto donde se encuentre la mira.

Según la ilustración 3, por semejanza de triángulos se deduce:

$$Dg = l \cdot \frac{f}{h}$$

Donde: f: focal del anteojo; h: separación entre los hilos estadimétricos del retículo; l:longitud de mira interceptada por los hilos del retículo.

En síntesis, se tiene:

La intención es el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano.

Las herramientas son:

- Teodolito.
- Mira vertical.
- Expresión topográfica para el cálculo de distancia $Dg = k \cdot l$

El procedimiento es:

Tomar las medidas necesarias con el teodolito y la mira vertical (hilos estadimétricos) y utilizar la expresión $Dg = k \cdot l$

Los argumentos que validan el procedimiento son:

Tanto mira vertical como teodolito deben estar paralelos y a su vez ambos deben estar perpendiculares a la horizontal terrestre. De esta manera se puede establecer una proporción utilizando el esquema del teorema de Thales $Dg = l \cdot \frac{f}{h}$. Expresión que posteriormente es la fórmula que utiliza el topógrafo.

b) Procedimiento para el cálculo de distancia horizontal de un terreno con pendiente o distancia reducida:

El teodolito ahora, va a entregar una información adicional. Junto con la altura de los hilos estadimétricos, entregará la medida del ángulo cenital (ver ilustración 5). Con esta información se aplica la fórmula para distancia horizontal de un terreno con pendiente:

$$Dr = Dg(sinV)^2$$

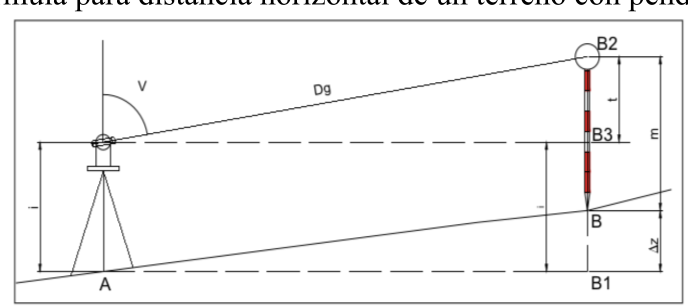


Ilustración 5. Distancia reducida. Fuente: Ballesteros, J. (2011)

Argumento:

Cuando se requiere medir la distancia reducida en un terreno con pendiente, la expresión que lo permite es:

$$Dr = DgsinV$$

Pero se debe considerar el error posible que se produce por la inclinación de la mira, ya que se debe poner perfectamente vertical al calar el nivel auxiliar, cuando la teoría dice que la mira debería quedar perpendicular a la visual. Para tener en cuenta este error, se aplica la siguiente fórmula:

$$Dr = Dg(sinV)^2$$

En síntesis:

Las herramientas necesarias son:

- Teodolito
- Mira estadimétrica.
- Fórmula para el cálculo de distancia horizontal en un terreno plano $Dg = k \cdot l$

El procedimiento es:

Tomar las medidas de los hilos estadimétricos y el ángulo que entrega el teodolito, calcular Dg, la que en este problema se vuelve la distancia inclinada, elemento necesario para utilizar la fórmula de la distancia reducida $Dr = Dg(sinV)^2$.

Los argumentos son:

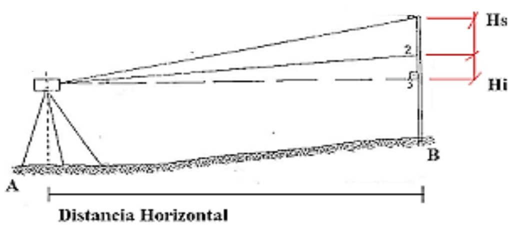
La distancia horizontal calculada en terrenos planos se vuelve la distancia inclinada, es por esto que se utiliza el ángulo de inclinación y este valor para el cálculo de la distancia reducida, mediante la expresión $Dr = DgsinV$, pero esto no considera que la mira debe también estar inclinada, para minimizar este error se utiliza la expresión $Dr = Dg(sinV)^2$.

Entrevista el especialista topógrafo

El análisis anterior, permitió una primera aproximación al proceso topográfico de cálculo de medidas e ir reconociendo en dicha práctica la articulación con herramientas geométricas y trigonométricas. Sin embargo, se consideró necesario una entrevista semiestructurada para profundizar más respecto de la práctica del topógrafo.

La entrevista fue diseñada, con el objetivo de dilucidar qué es lo que realmente el topógrafo realiza en su práctica, comparado con lo que explicitan los textos consultados. Es así como las preguntas que se realizaron son problemas topográficos que emergen de los textos. Son las siguientes:

1. En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas: (Instrumento: Nivel topográfico)



Hs = 1.562 m

Hi = 0.850 m

De acuerdo con esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrico equipo = 100)

Entrevistadora: Si pensamos en este problema, en el cual yo te entrego el hilo superior y el hilo inferior y te pido calcular la distancia horizontal ¿cómo tú lo realizarías?

Topógrafo: este ejercicio que es con un nivel horizontal, la diferencia con el nivel topográfico horizontal que se mueve horizontalmente y no tiene ángulos verticales, al tener estas dos mediciones la fórmula para calcular aquí [piensa] te piden distancia horizontal sería igual al hilo superior que te lo dieron ahí [muestra la imagen presentada] menos el hilo inferior que también te lo dieron y eso multiplicado por la constante 100, te va dar la distancia medida desde ese punto que sería el mismo punto del terreno… Esa distancia es la que te da eso es trasladable. [Aquí se refiere a que la distancia horizontal es trasladable, porque lo que él especialista hace es completar el triángulo, por lo tanto traslada el segmento de la distancia horizontal al segmento Hi de la imagen]

Segunda pregunta realizada al especialista:

En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas y ángulo vertical: (Instrumento: Teodolito Electrónico (Taquímetro).

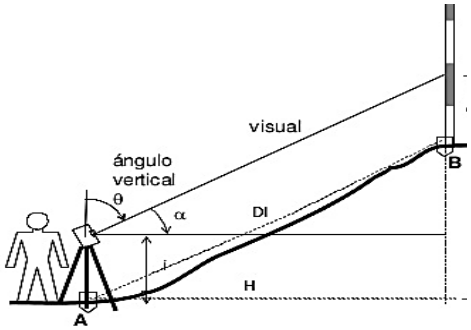


Ilustración 6. Entrevista. Fuente: elaboración propia

< Vertical = 94.2060

Hs = 1.562 m

Hi = 0.850 m

De acuerdo con esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrico equipo = 100)

Topógrafo: Claro esta medición se hace con taquímetro que es lo que te explicaba hace un ratito, que el taquímetro mide ángulos verticales, cuando uno define usar un taquímetro o un nivel horizontal de acuerdo al terreno, si el terreno tiene muchos desniveles te conviene ocupar un taquímetro como el ejemplo de acá. Entonces aquí es lo mismo, solo que la diferencia está en esto, el triángulo que se nos genera acá la distancia horizontal calculada de la misma forma que te dije va a ser esa medida, va a ser la hipotenusa del triángulo, el ángulo que te da el ejercicio dependiendo de la configuración de equipo, que por lo general se mide de 0 hacia arriba va a ser ese ángulo 94 coma algo grados centesimales por lo tanto ahí sacas el ángulo que te falta y te va a dar el ángulo del triángulo para sacar esta medida, que sería la distancia horizontal recta versus esta medida que es la altitud medida en ese punto, entonces es esta distancia, ya pero la fórmula es la misma solo que te da esa y no la recta como en denantes, claro aquí utilizas trigonometría para obtener esa medida o esa medida, para el dibujo planímetro te sirve esta medida y para el dibujo altimétrico te sirve esa medida que sería eso igual a la cota esa es la cota y esta de acá sería la distancia horizontal de la planimetría.

Configuración del primer dipolo metílico.

Intención

La finalidad de estos procesos es la obtención de la distancia horizontal entre dos puntos bajo la condición que esta distancia sea en un terreno plano si niveles o desniveles observables.

Procedimiento

Bajo los supuestos de simplificación de la realidad dado que, es una distancia imaginaria que se crea por trasladar el segmento de la distancia horizontal que se quiere medir al hilo inferior, de esta forma se crea un triángulo perfecto que es trasladable a la realidad. (ilustración 7)

Para calcular la distancia horizontal, el topógrafo utiliza la fórmula de distancia horizontal. Donde es la constante estadimétrica, entregada por el fabricante del equipo nivel topográfico y es el denominado generador que se obtiene por la diferencia entre el hilo superior y el hilo inferior.

Herramientas

Geométricas de representación de la realidad.

- Medida de los segmentos (hilos)
- Esquema de proporcionalidad de Thales

Herramientas propias del topógrafo explicadas en la revisión bibliográfica.

- Fórmula topográfica para el cálculo de distancia horizontal $Dg = k \cdot l$
- Constante k entregada por el fabricante del teodolito.

De esta forma para el topógrafo la herramienta es algebraica ya que este reemplaza los datos entregados por el equipo topográfico en esta expresión funcional que para él es considerando términos propios de su actividad, que vienen entregados de la actividad matemática.

Argumentos

Usando la ilustración 7, se observan las variables correspondientes a:

ΔH: hilo superior menos hilo inferior.

x: distancia horizontal.

$\frac{e}{p}$: constante estadimétrica.

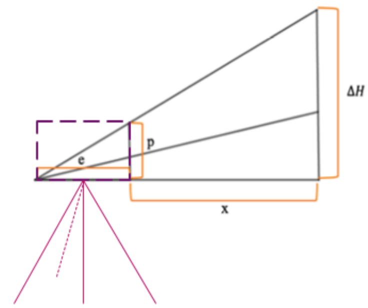


Ilustración 7. Teodolito y Thales. Fuente: Elaboración propia.

Observando la ilustración 8, se afirma que la constante estadimétrica que entrega el equipo topográfico. Es una constante que viene dada de fábrica en los instrumentos de medición topográficos, por esta razón se establece para este cálculo.

$$\frac{e}{p} = \frac{x}{\Delta H}$$

$$x = \frac{e}{p} \cdot \Delta H$$

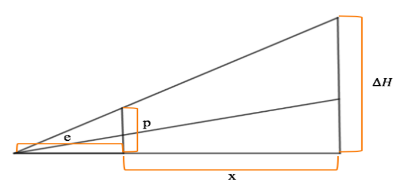


Ilustración 8. Teodolito y Thales 2. Fuente: Elaboración propia

Configuración del primer dipolo modélico

El primer polo (D1) corresponde a la actividad que emerge desde el concepto matemático necesario para dar respuesta a la pregunta planteada en la entrevista, por lo que en este caso el primer polo será el Teorema de Thales.

Configuración del dipolo.

Utilizando la relación entre los dos polos descritos se establece el dipolo modélico, este surge desde la práctica de modelación que se da entre el concepto de proporcionalidad directa que está implícita en el cálculo de la distancia horizontal de un terreno plano.

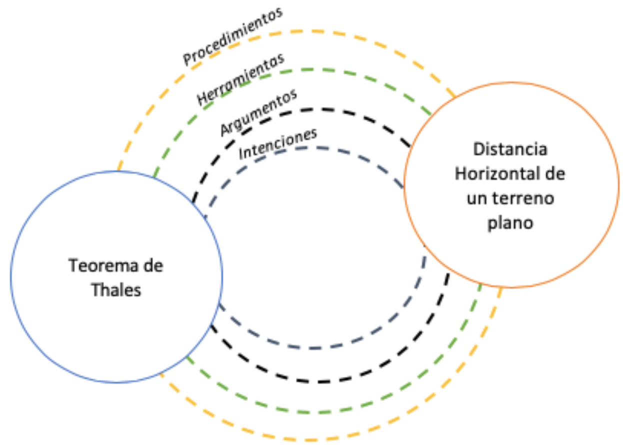


Ilustración 9. Primer dipolo. Fuente: elaboración propia

Procedimiento.

Para el cálculo de la distancia horizontal cuando el terreno no es plano, se debe utilizar otro instrumento topográfico para la obtención de datos, ya que se requiere un ángulo que para el topógrafo se denomina ángulo vertical, si bien se utiliza la misma expresión que se utiliza para calcular la distancia horizontal en un terreno plano, ya no basta solo con eso, ya que este segmento que en el cálculo de una distancia horizontal en un terreno plano queda paralelo al suelo en esta situación no sucede de esta manera, dado que el segmento representa la hipotenusa del triángulo imaginario que se forma para representar la realidad.

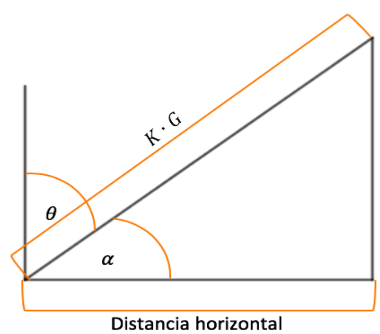


Ilustración 10. Matemática del topógrafo. Fuente: elaboración propia

De esta forma el topógrafo afirma que la forma para calcular la distancia horizontal en este caso se debe utilizar trigonometría, en una primera instancia lo que a él le entregan es el ángulo vertical (θ), por lo que él debe buscar el ángulo complementario, cabe destacar que los equipos topográficos entregan los ángulos en unidades centesimales, por lo que el cálculo del complemento debe ser considerado, de esta forma se obtiene la distancia horizontal por la expresión:

$$dh = \cos(\theta) \cdot (K \cdot G)$$

Herramientas

Geométricas de representación de la realidad.

Herramientas propias del topógrafo explicadas en la revisión bibliográfica.

Expresión funcional para el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano

Razones trigonometrías para calcular la distancia horizontal.

el concepto de ángulo complementario, la media angular en grados centesimales.

Intención

El objetivo es el cálculo de la distancia horizontal de un terreno que presenta desniveles.

Configuración del segundo dipolo modélico.

Para este problema se crea un primer polo (A1) denominado razones trigonométricas el cual emerge desde la actividad matemática que utiliza el topógrafo para dar solución a un cálculo de distancia.

El segundo polo (A2) es la actividad que realiza un topógrafo para dar respuesta al problema, este polo recibe el nombre de distancia horizontal en un terreno con desnivel.

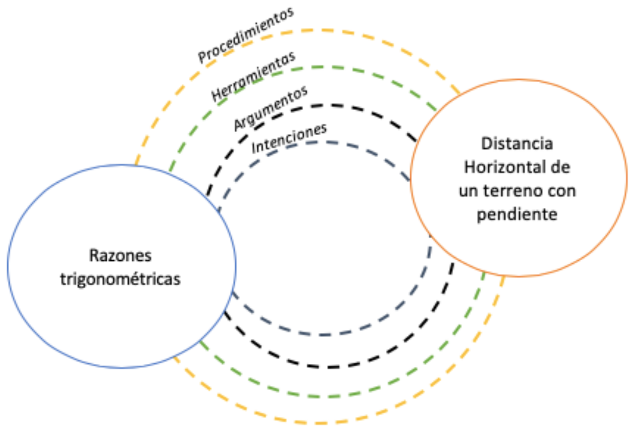


Ilustración 11. Segundo dipolo. Fuente: elaboración propia.

4.2. Dificultades y obstáculos en el aprendizaje de la trigonometría

Diversos autores han documentados los errores y dificultades que presentan los estudiantes al momento de abordar el contenido de trigonometría, para esta investigación se considerarán aquellos relacionados con las razones trigonométricas y sus aplicaciones.

Los errores y dificultades que presentan los estudiantes se dividen en dos grandes grupos, por una parte, se encuentran aquellos relacionados con los conocimientos previos que debe tener el alumno para poder aprender trigonometría y los segundos son aquellos relacionados con el contenido mismo, con sus definiciones o procedimientos.

Errores y dificultades en trigonometría debido a sus conocimientos previos.

Para Becerra, Arenas, Morales, Urrutia y Gómez (2014) los errores que comenten los estudiantes tienen relación con no reconocer triángulos rectángulos y no distinguir correctamente los catetos de la hipotenusa. En Guerrero y Vega (2016) mencionan que los errores que los estudiantes presentan tienen relación con la identificación de ángulos rectos ya que asumen que ciertos ángulos miden 90º solo por visualización y no porque exista evidencia geométrica que así lo compruebe; por otra parte mencionan que los jóvenes no consideran las características de los triángulos, debido a que aplican teoremas sin verificar sobre qué tipo de triángulo están trabajando, por ejemplo, utilizan el teorema de Pitágoras para cualquier tipo de triángulo.

Errores y dificultades de las razones trigonométricas y sus aplicaciones.

Para Becerra et al., (2014) los alumnos presentan grandes dificultades con la identificación de los lados del triángulo con respecto al ángulo, lo que les impide construir las razones trigonométricas; no asignan correctamente los ángulos en la representación gráfica de un problema trigonométrico y no logran establecer correctamente la razón trigonométrica a partir del modelo gráfico de un problema. Sumado a esto, Mora, Nieto, Polanía, Romero y González (2014) opinan que los estudiantes presentan fuertes dificultades al momento de utilizar unidades de medidas angulares (sexagesimal, centesimal y radián). Por último, Fernández y Rico (2011) plantean que los jóvenes presentan dificultades con la representación de ángulos negativos o mayores de 360º en la circunferencia.

4.3. Enseñanza tradicional.

Los planes y programas de educación matemática de segundo medio plantean los siguientes lineamientos para la enseñanza y aprendizaje del concepto de trigonometría.

Conocimientos previos:

- Semejanza de triángulos.
- Teorema de Pitágoras.
- Plano cartesiano.

Objetivos de aprendizaje (OA8).

Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos.
- Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados.
- Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.

Indicadores de evaluación

- Dibujan triángulos rectángulos semejantes y los superponen en uno de sus ángulos para relacionar el ángulo con la proporción del cateto opuesto y la hipotenusa (respectivamente, el cateto adyacente y la hipotenusa).
- Descubren que esta relación se mantiene para varios triángulos semejantes, y que el ángulo se mantiene.
- Explican las razones trigonométricas por medio de dibujos.
- Resuelven triángulos en ejercicios rutinarios; es decir, determinan todos sus ángulos y la medida de todos sus lados.
- Resuelven problemas de la vida cotidiana, de geometría y de ciencias naturales, aplicando las razones trigonométricas.

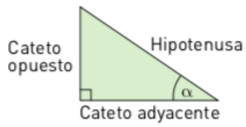
Texto escolar del estudiante (Mineduc, 2017)

Al momento de presentar el contenido de razones trigonométricas el texto hace hincapié en mostrar imágenes donde sean evidentes las pendientes y se solicita a los alumnos que triangulen las situaciones y se les realiza algunas preguntas con el fin de describir las características que cumplen esos triángulos.

Ilustración 12. La trigonometría en la escuela. Fuente Mineduc 2017

Para introducir el nuevo objeto matemático en estudio el texto escolar entrega un glosario con los conceptos necesarios (razones, seno, coseno y tangente), las que luego deben aplicar en diversos triángulos que se presentan y en algunas ocasiones comprueban con la calculadora si cumple el valor obtenido.

Glosario



Algunas **razones trigonométricas** para el ángulo α son:

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

Completa calculando aproximadamente seno, coseno y tangente de cada ángulo agudo del triángulo ABC.

sen(α) = ________

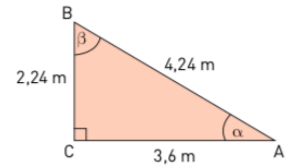
sen(β) = ________

cos(α) = ________

cos(β) = ________

tg(α) = ________

tg(β) = ________



Calcula las otras **razones trigonométricas**. ¿Se cumple lo mismo?

$\text{sen}(\alpha) = \frac{BC}{CA} =$ ______ $\cos(\beta) = \frac{EF}{ED} =$ ______

$\cos(\alpha) = \frac{AB}{CA} =$ ______ $\text{sen}(\gamma) = \frac{GI}{HI} =$ ______

$\text{sen}(\beta) = \frac{DF}{ED} =$ ______ $\cos(\gamma) = \frac{HG}{HI} =$ ______

Ilustración 13. La trigonometría en la escuela 2. Fuente: Mineduc 2017.

Para la aplicación del concepto y como actividades de práctica (denominadas así por el texto escolar) se observan los siguientes problemas:

5. En un instante dado don Pablo observa un cóndor que se encuentra a 120 m de altura. Si su telescopio está en un trípode a 120 cm del suelo, con un ángulo de elevación de 65°, ¿cuál es la distancia entre el cóndor y don Pablo?

6. En un aeródromo, dos conos de seguridad, separados por 20 m, se encuentran en la misma dirección con respecto a la base de una torre. El más cercano a ella está a 17,5 m.

a. Traza un esquema que te permita representar la situación.

b. Si la torre mide 10 metros de altura, ¿cuáles son los ángulos de depresión desde su extremo superior?

Ilustración 14. La trigonometría en la escuela 3. Fuente: Mineduc 2017

.

En síntesis, para la construcción de la secuencia se considerarán los siguientes aspectos:

Revisión bibliográfica de textos de topografía y su comparación con la entrevista realizada al especialista. Debido a que de este cruce emergen las herramientas, procedimientos, argumentos e intenciones en el cálculo de distancias horizontales. De esta manera, se reconocen dos intenciones en la práctica del cálculo de distancias planimétricas para la construcción de la secuencia. Por una parte la intención de calcular distancias horizontales en un terreno plano. Reconociendo como procedimiento la utilización de una expresión funcional para el topógrafo $Dh = k \cdot G$. Donde las herramientas que permiten este cálculo son: un teodolito y una mira topográfica los cuales son cruciales para la obtención de la información necesaria para resolver el problema. Los argumentos que justifican los procedimientos utilizados son el teorema de Thales, debido a que entre el teodolito y el horizonte terrestre se forma un ángulo de 90º de la misma forma sucede con la mira topográfica y el horizonte terrestre. A su vez, las dos herramientas son paralelas entre sí. La segunda intención que se reconoce es el cálculo de distancias horizontales en terrenos con pendientes. Donde las herramientas necesarias son: el teodolito, la mira topográfica, la expresión funcional para el cálculo de distancias horizontales en terrenos planos y las razones trigonométricas. Los procedimientos utilizados son la obtención del ángulo de inclinación del teodolito y la utilización de la razón trigonométrica coseno $Dh = \cos(\theta) \cdot k \cdot G$, si bien los textos plantean otra expresión para el cálculo, esta expresión dada por el especialista se condice con los planes y programas de segundo medio, es por esta razón que se escoge para la secuencia. Por último los argumentos son: debido a la inclinación del instrumento el triángulo que se formaba anteriormente también se inclina, es por esta razón que lo que antes representaba una distancia horizontal entre dos puntos ahora se resignifica como la hipotenusa, de esta manera teniendo el ángulo de inclinación y la hipotenusa se puede obtener el cateto faltante que representa la distancia horizontal que se desea medir con la razón trigonométrica coseno del ángulo de inclinación.

Se considerarán los errores y dificultades que reporta bibliografía, por lo tanto se enfatizará que en la secuencia los estudiantes logren reconocer ángulos al interior de un triángulo para no presentar dificultades al momento de reconocer los catetos y a su vez deben comprobar el ángulo recto en terreno desde la relación de conceptos matemáticos con los topográficos.

Y por último, se tendrá en consideración lo planteado por el Mineduc, en el cual se acotan los contenidos a las razones trigonométricas desde sus relación la semejanza de triángulos. Para terminar en la aplicación de este objeto matemático con otras disciplinas.

4.4. Propuesta de secuencia didáctica

<table>
<tr><th>Fase</th><th>Intencionalidad</th><th>Actividad</th><th>Conjetura</th></tr>
<tr><td>1

Precisión de medición</td><td>Los estudiantes a partir de reconocer la diversidad de medidas para el mismo segmento conjeturan diferentes causas del error: pasando por errores al momento de utilizar la cinta métrica, hasta errores que se producen solo por la manipulación humana del instrumento.</td><td>Actividad 1:

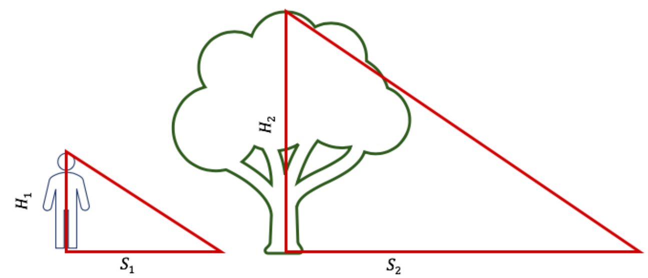
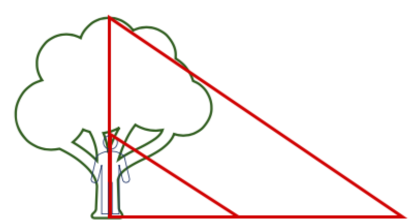
Creando grupos de 4 integrantes y utilizando la cinta métrica, miden el largo y el ancho del patio central. Haz lo mismo con el patio de los talleres de especialidad y con el patio de la enseñanza básica. Deben marcar en qué sector del patio comenzó su medición y donde termino. Realicen dos mediciones por cada sector.

Con la información obtenida completen la siguiente bitácora:

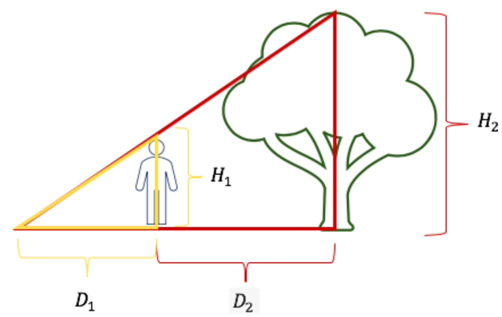
<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Patio central</td><td colspan="2">Patio de talleres</td></tr>
<tr><td></td><td>Largo</td><td>Ancho</td><td>Largo</td><td>Ancho</td></tr>
<tr><td>Medición 1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Medición 2</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Tabla 1. La precisión de la medida. Fuente: elaboración propia.</td><td>Se espera que los estudiantes obtengan diferencias en las medidas registradas entre los grupos y en comparación con la medición del plano de arquitectura del colegio.</td></tr>
</table>

	Minimizar el error humano, desde dificultades para utilizar cinta métrica, hasta errores que se producen solo por la manipulación humana de la herramienta.	Compara los resultados obtenidos con el resto de los grupos y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas: 1. ¿Es normal que existan diferencias en las medidas registradas? 2. ¿Por qué crees que las medidas obtenidas son diferentes en los grupos? 3. ¿Qué propones para minimizar estas diferencias? 4. ¿Consideras que la cinta métrica es una herramienta óptima para medir grandes distancias? ¿Crees que exista otro método? Estas son las medidas registradas en el plano de arquitectura del colegio_________ ¿qué tan parecidas son las medidas obtenidas por tu grupo? ¿Crees que exista alguna forma de minimizar estas diferencias? Junto a tu grupo van a medir (usando la cinta métrica) un sector seleccionado en la granja. Intenten ser lo más precisos posible.	Desde la evidencia de las diferencias en las medidas obtenidas deben emerger argumentos para justificar ¿el porqué de esta diferencia? Tales como: - La cita métrica no es la mejor herramienta. - Se debe comprobar más de una vez la medición para generar más precisión, debido a que existe un error humano de manipulación y registro de datos.

	Plantear la necesidad de una medición que ignore la curvatura del suelo, por mínima que esta sea.	Comparen sus resultados con los obtenidos con los otros grupos. ¿Crees que existen más diferencias en esta medición que en las mediciones de los patios interiores del colegio? ¿A qué crees que se deba esta diferencia? Estas es la medida exacta _______ del sector de la granja que ustedes midieron ¿Cómo sería posible minimizar el error de medición?	Cuando realizan las medidas a un lugar mucho más irregular como es el sector de la granja se espera que los estudiantes logren conjeturar sobre los aspectos que hacen que esta medición se vuelva aún más imprecisa que la anterior. Por lo que debe surgir razonamientos como: Si bien la cinta métrica no tiene errores en su medición ya no es útil debido a que esta mide las longitudes de las curvas que hacen irregular el terreno por esta razón la medida que ellos registran no es la medida lineal que se solicita.

2 Teorema de Thales. Una herramienta útil	Recordar el uso del teorema de Thales como una herramienta para estimar distancias inaccesibles.	Actividad 2: Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho, se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tu altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.  *Ilustración 15. Teorema de Thales. Fuente: elaboración propia.*  *Ilustración 16. Teorema de Thales 2. Fuente: elaboración propia*	Los estudiantes deberían aplicar las razones del teorema de Thales para estimar la altura del árbol. Construyendo una proporción del tipo:

	Representar la realidad usando triángulos rectángulos. Teorema de Thales es una herramienta útil para calcular la distancia horizontal cuando es posible determinar la medida de la altura.	En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado. 1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.  2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros. 3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm. Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros, ¿Cuánto mide Sergio? Es momento de aplicar en tu entorno. Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.	Desde la experiencia del cálculo de alturas

		¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)? Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:  *Ilustración 17. Teorema de Thales 3. Fuente: elaboración propia* 1. ¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales? 2. Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol	inaccesibles y la discusión en torno a las preguntas sobre si el teorema de Thales es útil para el cálculo de distancias horizontales, deben surgir ideas como: - Si se logran obtener las otras medidas como la altura del árbol, la altura de la persona y su sombra es posible obtener la distancia horizontal entre la persona y la base del árbol. - Por lo que para calcular la distancia horizontal es necesaria la medida de los dos segmentos paralelos (en este caso altura del árbol y la altura de la

	Deducir una expresión que permita el cálculo de la distancia horizontal, utilizando el teorema de Thales.	Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared del gimnasio. Diseñe una estrategia para estimar la distancia solicitada, la cual debe dar respuesta a las siguientes preguntas: 1. ¿Qué medidas son necesarias para obtener la distancia deseada? 2. ¿Cómo obtendrás la altura de la pared del gimnasio? 3. ¿Qué piensas al respecto? ¿Es lo óptimo este método en el caso de que la altura se desconozca? Una vez elaborado su diseño y siendo este aprobado por su profesora, salgan a implementarlo. En un plenario los estudiantes muestras sus diseños elaborados para el cálculo de distancia. Actividad.	apersona) y una de las horizontales (para este caso la sombra de la persona). Luego de que los estudiantes analicen y determine que el teorema de Thales es una herramienta útil, la última actividad que se plantea debe nacer en los estudiantes respuestas relacionadas con: - Si bien el teorema de Thales es útil, para estimar la distancia horizontal, al momento que necesitas una altura que se vuelve compleja o inaccesible de obtener (como es el caso de la altura

	Incluir objetos auxiliares para utilizarlos como referencia cuando no se puede o no se tiene la altura necesaria para utilizar el teorema de Thales.	Si se desea medir la distancia horizontal en un terreno donde no hay árboles ni construcciones que sirvan como referencia para la altura, bajo esta condición: 1. ¿Será posible utilizar el teorema de Thales para el cálculo de distancia? 2. ¿Cómo lo harías?	del gimnasio), el teorema de Thales no sirve para determinar la distancia horizontal, debido a que la altura es difícil de medir o directamente esta altura no es posible de medir ya que la figura de referencia no existe. Si bien se espera que por un momento los estudiantes piensen que ya no les sirve lo utilizado anteriormente, debe emerger la necesidad de obtener esta altura, por lo que los estudiantes deben dar luces de incluir un objeto extra.

3 Conociendo la máquina	Construyen un teodolito casero, para recoger los datos necesarios para estimar la distancia horizontal.	Los topógrafos, son especialistas cuyo trabajo está centrado en dos grandes áreas, una de ellas es la que se denomina planimetría y es donde el cálculo de distancias horizontales se vuelve un trabajo crucial. Materiales para la construcción de un teodolito. - Un transportador. - Una caja rectangular. (con medidas aproximadas de 15x20x8 centímetros) - Hilo grueso. (Ejemplo hilo de volantín) - Un plomo. - Cinta adhesiva transparente. - Un chinche de cabeza plástica. - Un compás. Pasos para construir el teodolito:	A partir de la construcción de su propio teodolito, se espera que los estudiantes comiencen a entender conceptos que utilizan diariamente los topógrafos, como son los hilos (superior, medio e inferior).

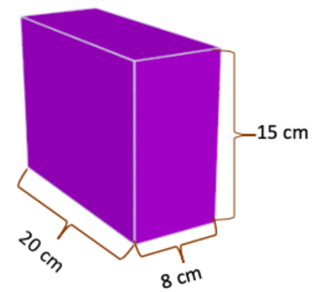


Ilustración 18. Teodolito artesanal. Fuente elaboración propia

Paso 1: Extrae una de las caras que tiene una medida aproximada de 8x15 centímetros.

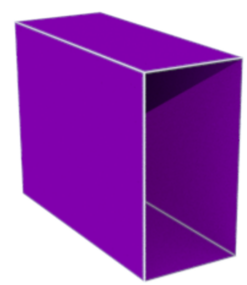


Ilustración 19. Teodolito artesanal 2. Fuente elaboración propia

Paso 2: Extraer un círculo de diámetro 1 centímetro en la cara paralela utilizada en el paso 1.

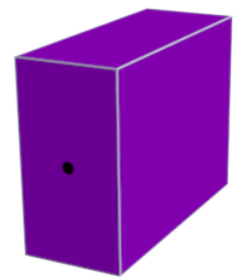


Ilustración 20. Teodolito artesanal 3. Fuente elaboración propia

Paso 3: Ubicar un trozo de hilo por la mitad de la cara extraída en el paso 1. Este hilo se denominará hilo medio (hm)

Paso 4: En la misma cara extraída en el paso 1 a 3 centímetros de los extremos de 8 cm trazar un hilo. Estos hilos se denominarán hilo superior (hs) e hilo inferior (hi).

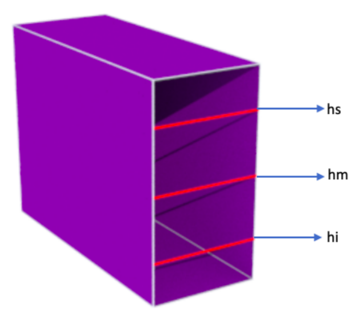
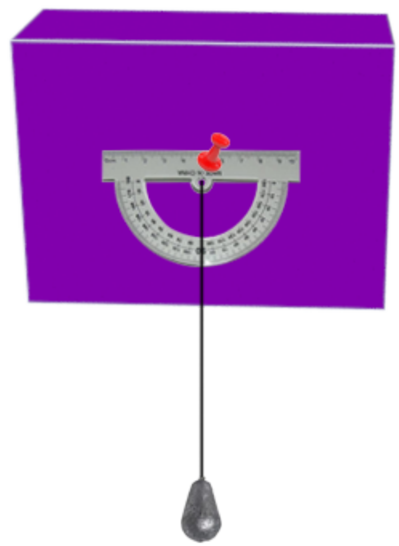
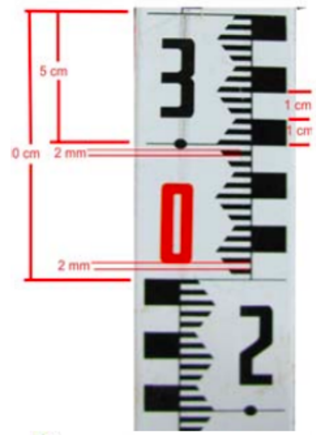


Ilustración 21. Teodolito artesanal 4. Fuente elaboración propia

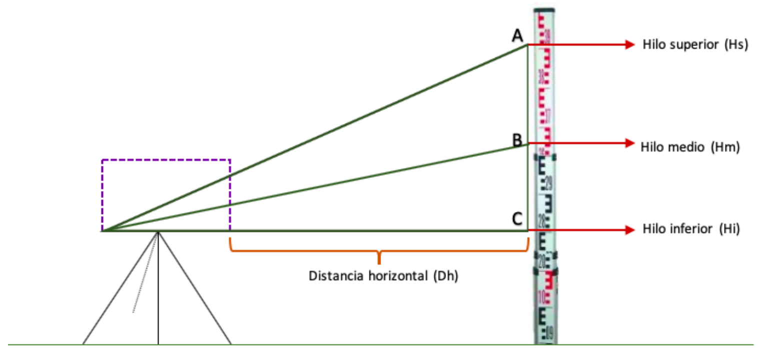
		Paso 5: En una de las caras de 15x20 centímetros ubicar justo en la mitad un hilo de 1 metro que cuelgue afirmado de la chinche. Paso 6: Del extremo del hilo colocar el plomo colgando. Paso 7: Justo donde está ubicado el chinche pegar el transportador, ubicando los 0º donde se encuentra el chinche.  *Ilustración 22. Teodolito artesanal 5. Fuente elaboración propia*	

		Para comenzar a utilizar la máquina que construyeron primero deben conocer el siguiente instrumento que les ayudará en esta labor Miras topográficas: Son reglas graduadas en metros, decímetros, centímetros y dobles milímetros, pudiéndose apreciar el milímetro. Suelen ser de 4 metros de altura, y vienen divididas en tramos plegables para facilitar su almacenamiento y traslado. Para facilitar la lectura, la mira se dispone dividida en decímetros. La numeración se va alternando en dichos decímetros. La unidad que indica los metros se encuentra rotulada en rojo. Justo encima se encuentra la unidad que indica los decímetros, que se rotula en negro (como se muestra e la figura a continuación)	



La máquina que acaban de construir se denomina teodolito la cual es una herramienta que utilizan lo topógrafos para recoger información necesaria para determinar la distancia horizontal.

En pocas palabras tu teodolito y el que utiliza el topógrafo funciona de la siguiente manera:

	Crear una expresión que permita determinar la distancia horizontal de un terreno, utilizando un objeto auxiliar (en este caso una mira topográfica)	 *Ilustración 23. Función del teodolito. Fuente: elaboración propia.* Utilizando la imagen de referencia y el funcionamiento de su teodolito responda las siguientes preguntas. 1. ¿Es posible calcular la medida del segmento AC? Explique. 2. Identifique las medidas que necesitan para calcular la distancia horizontal (Dh). 3. ¿Es posible obtener las medidas necesarias para estimar el cálculo de la distancia horizontal? 4. Determine una expresión que permita obtener la distancia horizontal (Dh). Entregue un nombre a cada variable si fuese necesario.	Cuando se pregunta por la medida del segmento AC se espera que los estudiantes, logren establecer esta distancia desde la diferencia entre los hilos superior e inferior. Se espera que los estudiantes formen una proporción desde las razones entre el teodolito y la distancia horizontal con

	Comprobar la efectividad de instrumento construido comparando con las medidas registradas en el plano del establecimiento.	Calibración de su teodolito. Junto a tus compañeros de grupo van a salir a calibrar su instrumento para esto usted va a utilizar la expresión creada con anterioridad y compararan los resultados obtenidos con las medidas reales que se encuentran registradas en los planos del colegio. 1. Primero van a estimar la medida del patio central, deben realizar un dibujo de referencia donde se visualiza la situación. Se sabe que la distancia solicitada es:_____ 2. Ahora van a estimar la distancia demarcada en la granja, sabiendo que mide: 3. Por último estimen la distancia que existe entre la entrada a la granja y el gimnasio del colegio, dado que esta distancia es:______ 4. ¿Qué condiciones se deben cumplir para obtener la distancia deseada sin errores?	la mira topográfica, por lo que deberían obtener lo siguiente: largo del teodolito ancho del teodolito distancia horizontal. distancia del segmento AC. Desde la calibración se espera que emerja de los estudiantes ideas como: - Para que se pueda utilizar el teodolito es necesario que este forme un ángulo de 90º con la persona que lo sostiene.

	Relacionar la expresión que crearon los estudiantes con la que utilizan los topógrafos en su actividad laboral, donde reconocen sus variables y las comparan con esta expresión funcional de topógrafo. Relacionan la constante del teodolito que se entrega por el fabricante	Una vez que vuelvan a la sala de clases, los estudiantes exponen los resultados obtenidos y qué tan cercanos son al valor real, deben explicar los procedimientos utilizados. Ahora… Para el topógrafo la fórmula que le permite el cálculo de la distancia horizontal es: 1. ¿Cómo se relaciona esta fórmula con la expresión que usted creo? 2. En su expresión ¿qué sería y que sería? 3. Para los topógrafos se denomina como constante estadimétrica y es entregada por el fabricante del equipo topográfico, ¿con qué elemento de su expresión para el cálculo de distancia horizontal se relaciona esta constante estadimétrica? Por lo general los fabricantes de equipos topográficos establecen que la constante estadimétrica es 100 o en algunos pocos casos es 200. Usando esta información ¿qué datos te faltarían para poder calcular la distancia horizontal?	- O, por otra parte, deben deducir que es importante que el teodolito quede horizontal con el suelo, marcando justo 90º en el transportador. - El estudiante que sostenga la regla también debe mantener el ángulo de 90º entre la herramienta y el suelo. Por último, se espera que los estudiantes logren relacionar sus variables con las que utiliza el topógrafo en su actividad laboral. Como:

	del equipo con la constante del teodolito construido por los estudiantes, llegando a la misma expresión que utilizan los topógrafos.	¿Cuál sería la constante en tu teodolito?	Así mismo los estudiantes deben lograr reconocer que el valor de la constante varía según el instrumento.

<table>
<tr>
<td>4

La necesidad de la trigonometría</td>
<td></td>
<td>En grupos de 3 personas analicen la siguiente situación

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.

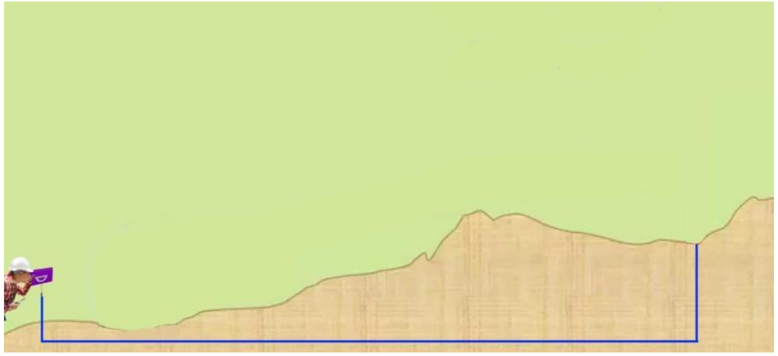


Ilustración 24. Distancia con desnivel. Fuente: elaboración propia.

1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?
2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?
3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?
4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?</td>
<td>Desde la imagen y la discusión entre los estudiantes de cada grupo se espera que emerjan ideas como:

- La regla se debe ubicar en la parte superior del desnivel.
- Para poder recopilar la información necesaria (hilos) se debe inclinar el teodolito.
- Como se inclina el teodolito la regla también debería inclinarse.
- El ángulo de inclinación es lo que se modifica.

Si bien se espera que los estudiantes lleguen a ciertas conclusiones, si no logran</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
Ahora

Consideren la siguiente figura.

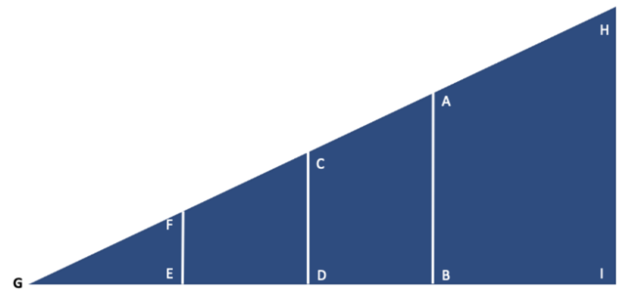


Ilustración 25. Trigonometría. Fuente elaboración propia

Usando una regla completar la siguiente tabla:

<table>
<tr><th>Medida del segmento</th><th>Medida del segmento</th></tr>
<tr><td>GB =</td><td>GA =</td></tr>
<tr><td>GD =</td><td>GC =</td></tr>
<tr><td>GE =</td><td>GF =</td></tr>
<tr><td>GI =</td><td>GH =</td></tr>
</table>
Tabla 2. Trigonometría. Fuente elaboración propia.
</td>
<td>
llegar a todas en este punto no es problema ya que más adelante se vuelve reforzar este análisis.

A partir de la medición de los lados del triángulo y la completación de la tabla, se espera que los estudiantes logren encontrar la regularidad:
</td>
</tr>
</table>

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

Observen y analicen la siguiente imagen

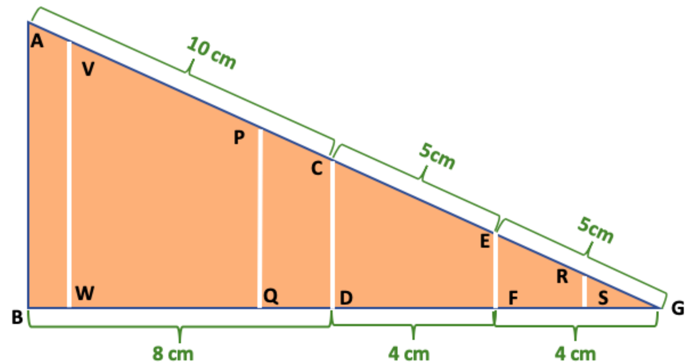


Ilustración 26. Trigonometría 2. Fuente: elaboración propia

Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG

Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF =	GE =

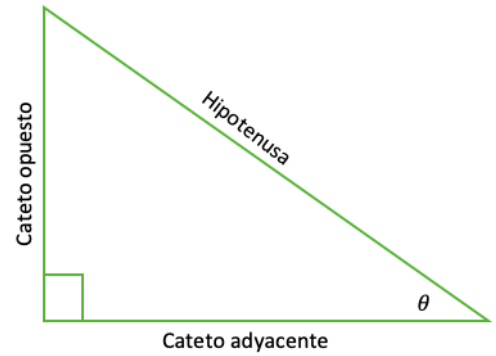
Desde este análisis se espera que los estudiantes logren predecir los valores faltantes en el triángulo, comprobando

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>
<table>
<tr><td>GD =</td><td>GC =</td></tr>
<tr><td>GB =</td><td>GA =</td></tr>
<tr><td>GS = 1 cm</td><td>GR =</td></tr>
<tr><td>GQ = 10 cm</td><td>GP =</td></tr>
<tr><td>GW =</td><td>GV= 9,2 cm</td></tr>
</table>
Tabla 3. Trigonometría 2. Fuente elaboración propia.

¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?
¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?
Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común? Por ejemplo, entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.
Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

Esta relación encontrada recibe el nombre de coseno y se obtiene en un triángulo rectángulo donde:
</td>
<td>que se cumple la regularidad encontrada.

Desde la deducción de la regularidad, debe probar que ésta se cumple. Se espera que los estudiantes escriban una expresión algebraica que exprese este razonamiento.</td>
</tr>
</table>

		 *Ilustración 27. Trigonometría 3. Fuente: elaboración propia.* De donde se deduce que: $$cos\theta = \frac{Catetoadyacente}{Hipotenusa}$$ Y de esta misma forma hay otras dos razones trigonométricas: $$sin\theta = \frac{Catetoopuesto}{Hipotenusa}$$ $$tan\theta = \frac{Catetoopuesto}{Catetoadyacente}$$ Ahora vuelvan al problema inicial.	

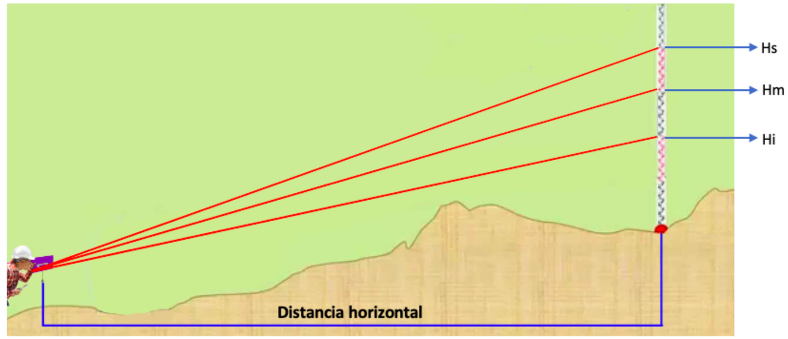


Ilustración 28. Distancia con desnivel 2. Fuente: elaboración propia.

1. ¿Qué elementos serían necesarios para poder calcular la distancia horizontal?
2. ¿Cómo obtendría cada uno de estos elementos?
3. Explica ¿cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?
4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

Junto a tus compañeros

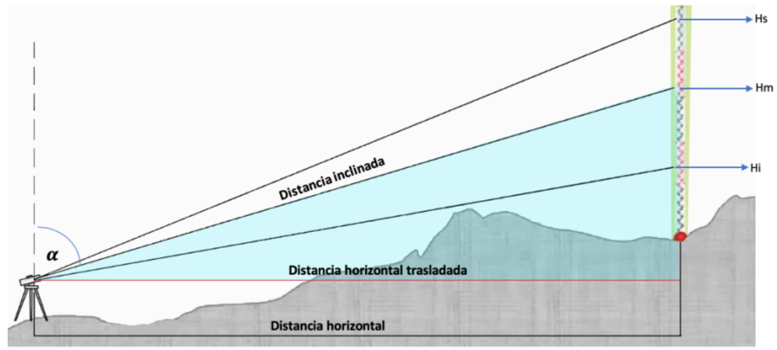
Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que:

$$Hs = 1.564m$$

Cuando se vuelve a presentar el problema inicial es con el propósito que los estudiantes deduzcan lo que no fueron capaces de deducir en una primera instancia.

Cuando los estudiantes ya deben enfrentarse a la aplicación de los conceptos deducidos con anterioridad,

		$$Hm = 1.373m$$ $$Hs = 1.182m$$ El transportador del teodolito marca 120º 1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito? 2. ¿Cuál es el valor del ángulo? 3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada? Estime la distancia horizontal. Ahora… Junto a tu grupo ve a la granja y estima la distancia horizontal demarcada. Para esto tendrás que: 1. Realizar un dibujo que represente la situación. 2. Determinar los tres hilos usando tu teodolito. 3. Determine el ángulo de inclinación del teodolito. 4. Estime la distancia horizontal. Los topógrafos utilizan la siguiente expresión para realizar el cálculo de la distancia horizontal:	se pretende que emerjan ideas como: - Si el transportador marca 120º, esto implica una inclinación de 30º del teodolito. - El ángulo equivale al ángulo de inclinación del teodolito. - La distancia inclinada equivale a la proyección inclinada de la distancia horizontal que calculaban en terrenos sin desnivel.

		$Dh = distanciainclinada \cdot (sin\alpha)^2$ Pero se deben considerar ciertas salvedades:  *Ilustración 29. Distancia con desnivel 3. Fuente: elaboración propia.* El ángulo se denomina ángulo vertical. Junto a tus compañeros: 1. El denominado por los topógrafos ángulo vertical ¿es el mismo ángulo de inclinación de tu teodolito? 2. ¿Por qué razón crees que utilizan la relación seno y no coseno? Explica tu razonamiento. 3. Utiliza la expresión del topógrafo para calcular la distancia horizontal de los dos ejercicios anteriores.	Cuando se les presenta a los estudiantes la expresión que utiliza el topógrafo se espera que desde el análisis emerjan ideas como: - El ángulo vertical del topógrafo no es el mismo ángulo de inclinación del teodolito casero. - El ángulo de inclinación del teodolito casero corresponde al complementario del ángulo vertical. - La razón por la que utilizan el seno es porque el triángulo que forman es el superior aquel formado por la vertical, la distancia inclinada.

		4. ¿Existen diferencias entre los dos valores de la distancia horizontal? 5. ¿Cuál crees que es más cercana a la distancia real? 6. ¿Por qué crees que los topógrafos utilizan seno del ángulo al cuadrado? La profesora debe aclarar que la razón por la que el topógrafo utiliza seno cuadrado es debido a que esta expresión es una aproximación mucho más certera de la distancia horizontal real.	Deben encontrar diferencias en sus resultados.

CAPÍTULO 5. ANALISIS DE RESULTADOS

5. Descripción y análisis de las producciones de los estudiantes

5.1. Fase 1

En esta fase la tarea es la medición de los patios del establecimiento educacional, cabe destacar que uno de los patios tiene una medida que excede los 100m de largo. Para esta labor se les solicitó a los grupos traer una cinta métrica cualquiera para realizar tal medición, de esta forma las herramientas utilizadas fueron variadas, desde huinchas de costura hasta cintas métricas utilizadas en la construcción de un largo de 2,5m. Dadas estas condiciones la estrategia que utilizan los estudiantes para completar esta labor es realizar una serie de mediciones por intervalos, las cuales al final se suman hasta completar la distancia total solicitada. (Plano completo en el anexo)

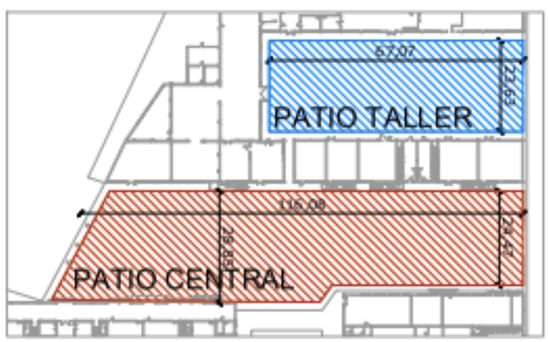


Ilustración 30. Mini plano del establecimiento. Fuente: elaboración propia.

1. ¿Es normal que existan diferencias en las medidas registradas?

Frente a esa pregunta, se puede reconocer dos grupos de respuesta

La primera agrupación hace alusión a si es normal o no las diferencias obtenidas. Frases del tipo:

- Yo opino que no debería ser normal, ya que si mide 116 m debería darnos eso (G1-P1)
- Yo creo que si es normal (G3-P1)

- Yo creo que si y que no (G6-P1)

La frase G1 muestra que para los estudiantes que lo normal debiera ser obtener la medida exacta y eso es lo esperable en una medición bien hecha, sin embargo, reconocen que es natural que existan estas diferencias debido a que hay diversas causas que influyen en las discordancias obtenida, lo que se evidencia en G3 y G6, derivada de los procesos e instrumentos que ellos ocuparon para medir.

Los estudiantes reconocen ciertos elementos los cuales son la causa de las diferencias obtenidas.

Por una parte, señalan la necesidad de una línea recta para minimizar los errores, hay grupos que manifiestan explícitamente esta noción:

- Por la inclinación y como no somos perfectos nos íbamos enchuecando poco a poco y fue disminuyendo. (G1-P1)
- Porque mide en diagonal. (G4-P1)
- Estamos mal porque no seguimos la línea nos desviamos. (G1-P1)

Como se aprecia en las dos primeras textualidades, los estudiantes refieren el hecho que no van siguiendo un camino recto “nos íbamos enchuecando”. La última textualidad, pone como guía una línea recta imaginaria de la cual ellos se desvían.

Pero hay otros grupos que se quedan en una mirada más concreta. Estos grupos proponen cambios en la huincha de medir, de forma que logre cubrir la distancia completa que se desea medir como se evidencia en G2 y G3.

- Debería haber una huincha que cubra todo el largo del patio. (G2-P1)
- A parte de que deben haber cosas más precisas una guincha de 100 m. (G3-P1)

Es decir, a la base de su deseo de una huincha completa, emerge la idea implícita de línea recta como una distancia horizontal.

Por otra parte, otro elemento que se vuelve esencial en los estudiantes es debido a que la huincha no es de un tamaño adecuado, para medir la longitud pedida, se debe realizar la suma de varias mediciones parciales de la longitud, generando una serie de mediciones que han de sumarse, lo que a su vez genera una serie de errores al no ser preciso en la yuxtaposición de la huincha al iniciar la medición con la marca anterior.

En la siguiente imagen, se ve a dos estudiantes midiendo el patio central del establecimiento con una huincha de costura.

Observando, como deben levantar la huincha y realizar otra medición.

Si se mira más de cerca, se observa que los estudiantes utilizan un lápiz como objeto que muestra donde termina y empieza la próxima medición. Esta es una de las causas de los errores en la medición.

Lo que queda en evidencia en las siguientes apreciaciones de los estudiantes:

- No teníamos algo para marcar. (G2-P1)
- Porque cuando están midiendo no ves que ponen la huincha antes de la, primero nadie la pone justo donde termino la última medición (G3-P1)
- Yo creo que las diferencias son si lo pones antes de la medición o un poquito después. (G3-P1)
- Y aparte para calcular la medida con el dedo tampoco íbamos a lograr(G2-P1)
- Como la huincha no siempre da para todo el recorrido, hay que sacarla, hay que ponerla. (G4-P1)
- Una huincha de 50 metros mide más que una de un metro cada uno, eso va creando una pequeña diferencia. (G6-P1)

Por último, los grupos manifiestan de forma reiterada que la cinta métrica no es la herramienta idónea para esta labor, asumen que esta sirve en casos donde la distancia es pequeña.

- Porque si, no tenemos los instrumentos para medir exacto no nos va a salir. (G2-P1)
- Claro que la medida va a ser inexacta si estas midiendo con algo que claramente no está diseñando para medir tanta distancia digo yo. (G5-P1)
- Porque no están diseñadas para medir grandes distancias. (G5-P1)

Las causas que emergen desde las discusiones de los estudiantes de los grupos tiene relación con dos grandes ámbitos, por una parte los estudiantes identifican que el tipo de herramienta y que esta a su vez sea la indicada es fundamental para obtener la medición precisa, es así como ejemplifican que una huincha con poco metraje hace que la medición sea más dificultosa e inexacta, es lo que los estudiantes denominan *sumar diferencias*, ya que afirman que sus mediciones deben ser interrumpidas debido a la corta longitud de la herramienta, por tanto deben realizar varias mediciones interrumpidas lo que hace que al momento de la medición total lineal estos intervalos generen la diferencia en la sumatoria. Por otra parte, evidencian la necesidad de una línea recta que represente la distancia horizontal a medir, dado que diversos grupos plantean la creación de esta recta ya sea de forma imaginaria, dibujada o directamente con algún instrumento que la represente por ejemplo un grupo afirma que sería beneficioso una cuerda de larga distancia para no desviar su medición.

2. ¿Por qué crees que las medidas obtenidas son diferentes en los grupos?

En esta pregunta se pide a los estudiantes conjeturar las razones por las cuales obtuvieron diferencias en las mediciones, algunos grupos ya dieron algunos atisbos de las razones por las cuales se obtenían diferencias, y en este apartado reafirmaron su argumento. Otros grupos que avanzaron en su análisis levantando argumentos al respecto.

El argumento entregado tiene relación con la herramienta utilizada. Los estudiantes destacan los diferentes instrumentos utilizados como causa de las diferencias de las medidas obtenidas. Particularmente refieren las distintas dimensiones de las huinchas utilizadas.

- Porque no tenían todos el mismo instrumento para medir. (G1 – P2)
- Algunos tenían huinchas más grandes y otros tendían esas huinchas que son como para cocer. (G2 – P2)
- No tenemos el equipamiento necesario como para hacerlo tan exacto. (G6 – P2)

Los argumentos evidencian que el tamaño de la cinta métrica es un indicador importante al momento de medir grandes distancias, pero la textualidad de G6 muestra que no solo es necesario aumentar la longitud de la herramienta, sino que tal vez es necesario pensar en otros instrumentos que facilite esta labor.

Por otra parte, se profundizan en el error acumulativo de medida el dedo más gordo implica una separación mayor, otros lo hacen poniendo el pie lo que se mencionó en la pregunta anterior, la suma de diferencias en muchos casos se debe al objeto que utilizaron para demarcar el término de la una medición y el comienzo de la próxima, de esta forma los estudiantes se refieren a elementos como:

- Porque uno tenía el dedo más grande. (G1 – P2)
- Eso implica bastante imagina que uno pone el dedo gordo y después pone el dedo chico. (G1 – P2)
- Porque algunos lo hacían poniendo el pie. (G2 – P2)
- Entonces al ir así y al ir como moviéndose uno iba quitando o sumando más porcentaje en el resultado. (G6 – P2)

3. ¿Qué propones para minimizar estas diferencias?

Cuando emergen las textualidades sobre estrategias para minimizar las diferencias, se hacen presentes las causas de estas, es así como surgen procedimientos para minimizar los errores cometidos al estimar las distancias solicitadas.

Los estudiantes en las preguntas anteriores explicitaron la necesidad de que la medida solicitada, sea representada por una recta imaginaria, los procedimientos o estrategias que ellos describen para minimizar los errores cometidos se evidencian en los siguientes argumentos:

- Arreglar el error en el que te vas enchuecando cada vez, vas zigzagueando por así decirlo, no sé, colocar una regla larga o una tira (G1 – P3)
- Como algo que te guíe de extremo a extremo. (G1 – P3)
- Hacer una línea recta. (G4 – P3)
- Una huincha del tamaño completo sería mejor (G4 – P3)
- Como la que ocupo el profe de educación física ayer, esa guincha larga. (G5 – P3)

De esta forma G1, G4 y G5 reconocen que el desviarse de una recta imaginaria es la causa de las diferencias obtenidas al momento de realizar la medición, para solucionarlo proponen la utilización de diversos objetos que estarían en algunos casos concretizando este concepto de recta imaginaria como: una regla de mayo longitud o una cuerda que cruce de extremo a extremo, pero el grupo G4 ya menciona la opción de dibujar la recta de referencia.

Por otra parte, hay estudiantes que piensan que la cinta métrica no es la herramienta más idónea para esta labor y de esta forma lo explicitan las textualidades de G1, G2 y G4.

- ¿Y si ocupamos otro instrumento? ... Si, eso. Uno que sea más preciso. (G1 – P3)
- Tener un método más exacto. (G2 – P3)
- Primero sería utilizar una herramienta más específica para la función o trabajo. (G4 – P3)
- Hay como unas máquinas que te miden la inclinación… Los de dibujo de cursos superiores tienen de eso… Si, te miden la inclinación y te miden, mmm no ves que tienen un palo… Esas son las que usan los topógrafos (G1 – P3)

Es de esta forma que surge la importancia de encontrar un instrumento que sea realmente idóneo para esta labor emerge la inquietud de G1, G2 y G4, estas afirmaciones muestran su desconformidad con la huincha como herramienta para distancias largas es con estas aseveraciones que brotan ideas como “la que utilizó el profe de educación física ayer”, “la que utiliza el profesor de educación física para el salto largo, que claramente tiene más metros que esta” estas nociones expresan un afán de seguir utilizando el mismo instrumento en esencia, pero debe tener ciertas características que según los estudiantes minimizarían los errores como es la longitud de la cinta métrica, pero ya en otros grupos se evidencia la necesidad de cambiar el instrumento “las que usan los topógrafos”

No solo llegan a la conclusión de que deben utilizar otra herramienta para este problema, sino que G1 hace alusión al instrumento que usan los topógrafos, ellos hacen referencia a que sus compañeros de cursos superiores de la especialidad de dibujo técnico las utilizan para determinar distancia.

Y por último hay estudiantes que hacen referencia a los errores humanos que se comenten, debido a la mala manipulación o a la falta de experiencia con la cinta métrica.

- Yo creo que más tiempo para ser más detallista… Tener cosas para marcar, o sea si terminamos de medir marcarlo con una tiza o lago. (G2 – P3)
- Yo a eso le agregaría los errores humanos igual hay errores humanos por eso si o si nos vamos a equivocar en algo. (G6 – P3)

- Algunos no sabían cómo usar la guincha tampoco, pero así casi nunca usan guincha. (G6 – P3)
- Usarla sin práctica eso igual implica sumarle o restarle cm. (G6 – P3)

Es así como se busca disminuir el error humano.

En síntesis, los estudiantes levantan análisis pertinentes analizando factores de tiempo, expertiz, práctica y por último implementos que le permitan marcar donde termina y comienza la próxima medición.

4. ¿Consideras que la cinta métrica es óptima para medir grandes distancias? ¿Crees que exista otro método?

Todos los grupos de trabajo llegaron a la conclusión de que la cinta métrica no es la mejor herramienta para medir grandes distancias. Bajo este análisis surgen diversas ideas sobre cuál será el óptimo para esta labor:

- Por mapa, como sacar la distancia que hay en cada centímetro… Ah claro hacerlo por razón… Proporciones. (G1 – P4)
- Que la huincha sea más larga… ¿Pero tampoco creo que haya una guincha de 110 m o sí? (G2 – P4)
- Podrías tomar una cuerda bien tensa de extremo a otro y luego mides la cuerda. (G5 – P4)
- Si, lo de los topógrafos. (G1 – P4)
- Los de dibujo de tercero usan algo que creo que es para medir… ¿Esas maquinitas?... Si esas creo que sirven para medir grandes distancias… Llamémoslas cámaras. (G4 – P4)
- La tecnología… Los que usan los constructores. (G6 – P4)

Si bien en la pregunta anterior ya habían surgido ideas sobre la necesidad de utilizar otra herramienta o utilizar una cinta métrica con más metraje es aquí, donde se consolidan estas ideas “si, la de los topógrafos”, “por mapa, como sacar la distancia que hay en cada centímetro, usar razones y proporciones”, “los de tercero usan algo que creo que es para medir, esas maquinitas, que creo que sirven para medir grandes distancias (a ese instrumento los estudiantes lo denominaron como *camaritas*, ya que desconocían su nombre) y "los que usan los constructores", al ser estudiantes de un colegio politécnico es común para ellos ver a estudiantes de cursos más avanzados utilizar equipo topográfico, es por esta razón que se les hace más familiar nombrar estos instrumentos.

Junto a tu grupo van a medir (usando la cinta métrica) un sector seleccionado en la granja. Intenten ser lo más precisos posible.

Estudiantes midiendo la granja:

5. Comparen sus resultados con los obtenidos con los otros grupos. ¿Crees que existen más diferencias en esta medición, que en las mediciones de los patios interiores del colegio? ¿A qué crees que se deba esta diferencia?

En esta instancia se pide que los estudiantes comparen las mediciones de un terreno irregular con las realizadas en una superficie plana.

Respecto de las diferencias entre la medición inicial en sector plano y la segunda en sector con desniveles. En general los estudiantes plantean que es más difícil en lugares con terrenos irregulares, pero pudieron ser más precisos porque tenían mejor práctica, aludiendo a que ya no cometieron los mismos errores que en las mediciones anteriores.

Una de las razones por las cuales tuvieron menos diferencias hace referencia a la distancia a medir. Dado que es de menor longitud comparada con la medida de los patios interiores del colegio, implica que hay menos errores acumulados.

- Es más chica [distancia a medir]. (G1 – P6)

- Los errores no suman tanto. (G1 – P6)
- Era más corto, por lo que había que mover menos la huincha. (G2 – P6)
- Es más chico el terreno que teníamos que medir. (G6 – P6)

La segunda razón refiere al aprendizaje respecto de la medición anterior. Ser más precisos, detallistas considerando aspectos que antes parecían irrelevantes, pero que después de las primeras mediciones toman sentido al momento de volver a enfrentarse a este tipo de problemáticas. De esta forma los estudiantes aluden a la diminución del error humano como ajuste a lo mencionado en pregunta 2.

- Debíamos ser más cautelosos y más exactos en la medición final. (G2 – P6)
- Tuvimos menos diferencias que en los patios del colegio, pero fue porque fuimos más cuidadosos. (G4 – P6)
- Medimos con más cuidado, intentando no doblarnos, así como irnos chuecos. (G4 – P6)

Si bien los estudiantes mencionan que obtuvieron menos diferencias en estas mediciones que en las anteriores (por las razones ya expuestas), si mencionan que fue más dificultosa esta labor que la anterior, haciendo referencia a desniveles y obstáculos del terreno:

- Porque partían de un lugar recto y acá era un lugar irregular. (G2 – P6)
- La granja era más difícil de medir porque habían más árboles. (G3 – P6)
- Estaba inclinado. (G3 – P6)
- La diferencia se debe a que el terreno no es plano, cuando subimos o bajamos cambiamos el ángulo. (G5 – P6)
- El terreno del patio central y del patio de talleres es plano, …, en la granja hay pasto y rocas que forman bultos. (G5 – P6)
- Era más difícil de medir, …, porque no era plano. (G6 – P6)

Desde las variaciones existentes en nivel del terreno, es que surgen estrategias para subsanar esta dificultad. Por lo tanto, levantar la cinta métrica se vuelve una manera para lograr la precisión. Aquellos que no lo hacen presentan un mayor error.

- No medimos a ras de suelo. (G4 – P6)

- Los que midieron a ras de suelo se equivocaron más. (G4 – P6)
- En el patio como es plano podíamos pegar al suelo la huincha, aquí en cambio no podíamos pegarla al suelo. (G5 – P6)

En esta imagen se muestra a los estudiantes, que no miden a ras de suelo

Pero no solo compensan las diferencias del nivel del terreno, sino reconocen que si miden a ras de suelo en realidad lo que están midiendo es la pendiente o la diagonal de un triángulo que representa la realidad, la cual es mayo a la distancia horizontal que se desea estimar.

- [Hacen referencia a los otros grupos] No ves que midieron hacia abajo del camino… Lo que midieron realmente fue la pendiente no la distancia y si yo no me equivoco la pendiente es más alta que la distancia. (G4 – P6)
- Porque mides como en vertical más horizontal y nosotros necesitamos solo horizontal (G4 – P6)
- No era recto así que estábamos midiendo como para arriba, no derecho, como que poníamos la huincha en el suelo pero no mediamos la distancia recta si no que la distancia para arriba, … , como la distancia en una pendiente (G6 – P6)

- Mediamos la pendiente y eso hace que sea más que la distancia que necesitábamos (G6 – P6)
- Es como si estuviéramos midiendo la parte de debajo de un triángulo,…, la base, pero notros estuviéramos midiendo la hipotenusa,…, necesitábamos la base, pero nosotros medimos la hipotenusa (G6 -P6)

Estas textualidades evidencian que G6 logra distinguir un triángulo modelo de la situación de medida. Si bien no comprueba el ángulo si hace referencia a la pendiente como la hipotenusa y a la distancia horizontal como la base del triángulo.

6. Estas es la medida exacta _______ del sector de la granja que ustedes midieron. ¿Cómo sería posible minimizar el error de medición?

Cuando los estudiantes analizan las formas que pueden existir para minimizar los errores que se comenten al realizar la medición el sector de la granja, vuelven a aparecer textualidades que hacen alusión a la línea recta como modelo de la distancia horizontal, sumado con un elemento que no era necesario en un terreno plano, la pendiente o inclinación del terreno:

- Midiendo en línea recta, no considerando la pendiente. (G1 – P7)
- Trazar una línea recta para no perderse…. Y que no se encurve. (G2- P7)
- Alguien podría medir derecho, buscando un punto fijo. (G3 – P7)
- Otro tipo de plataforma para que al momento de medir eso sea completamente recto. (G5- P7)
- [Este grupo se refiere a la forma de medir de otro grupo] estaban midiendo como a la altura del hombro,…, así no median la pendiente. (G6 – P7)
- Para minimizar el error hay que considerar la pendiente, ¿cómo? no sé, pero hay que considerarla. (G6 – P7)

Por tanto, consideran que la medición debe realizarse de forma lineal, sin considerar la pendiente o inclinación del terreno. A esto se le suman argumentos sobre características que debe tener la huincha de medir para seguir siendo útil en este tipo de problemática.

- Usar huincha de medir que sea superior al tamaño. (G1 – P7)
- Quizás usando una huincha más larga. (G2 – P7)

- [Este grupo se refiere a la forma de medir de otro grupo] ustedes vieron que ellos no pusieron la huincha en el suelo. (G5 – P7)

Pero hay estudiantes que definitivamente excluyen a la huincha de medir como una herramienta apta. Sus argumentos van en el sentido de encontrar o buscar otro instrumento que sea más preciso para esta labor, si bien no mencionan cual sería el indicado si aparece la convicción de que la huincha deja de ser el elemento idónea para este trabajo.

- Otro sistema de medición más exacto. (G2 – P7)
- Con herramientas más exactas. (G3 – P7)
- Debe existir algo más útil, …, una máquina que lo haga. (G4 – P7)
- Yo creo que con otro instrumento. (G4 – P7)
- Podría ser con un equipo más específico para medir la granja. (G5 – P7)

5.2. Fase 2

El teorema de Thales para trazos proporcionales es un contenido que se aborda en primero medio (un curso antes), por tanto debería ser un contenido matemático manejado por los estudiantes.

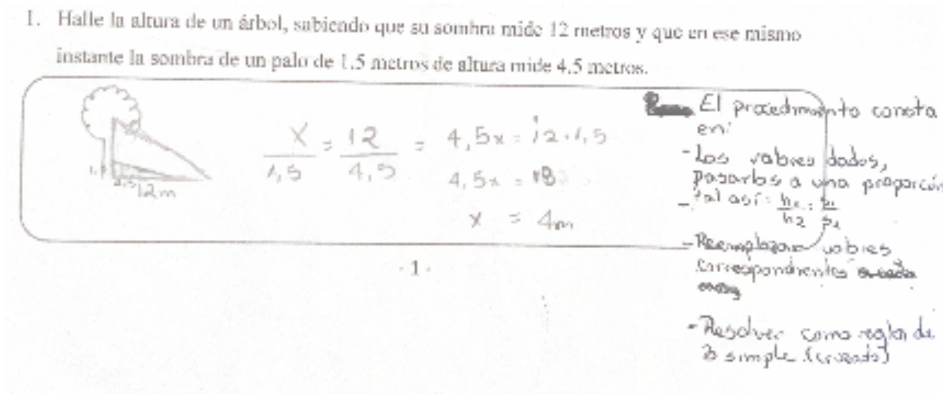
Por lo tanto, la fase 2 tiene como objetivo la verificación de del manejo del teorema de Thales, aplicado al cálculo de distancias inaccesibles.

En una primera etapa, los estudiantes debían aplicar el teorema de Thales en algunos problemas de cálculo de distancias inaccesibles.

Los grupos crearon las proporciones del teorema de Thales, creando una cuarta proporcional geométrica. De esta manera formaban una ecuación para resolver el problema.

Lo que diferencia a ciertos grupos es la utilización de una representación geométrica que acompaña al cálculo algebraico:

- (G1 – P1)


1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

$\frac{X}{1,5} = \frac{12}{4,5}$ = $4,5x = 12 \cdot 1,5$

$4,5x = 18$

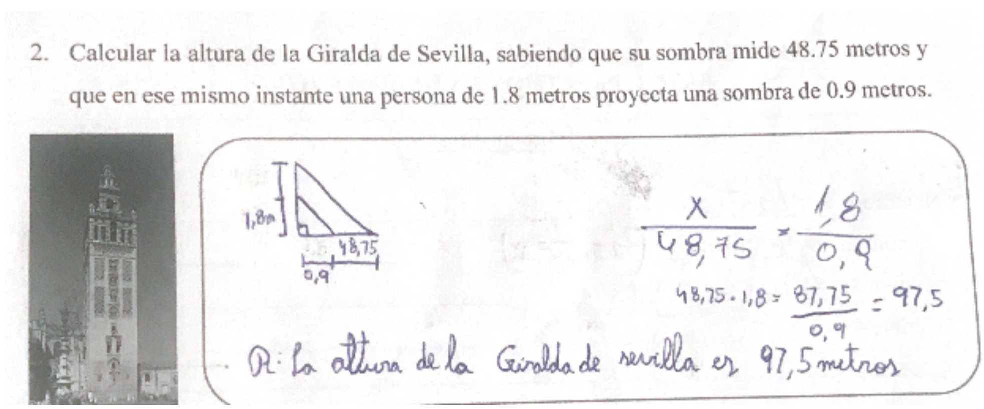
$x = 4m$

El procedimiento consta en:
- Los valores dados, pasarlos a una proporción tal así: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_1}{s_2}$
- Reemplazar valores correspondientes
- Resolver como regla de 3 simple (cruzado)

- 1 -

Ilustración 31. Reproducción estudiantil 1. Fuente: elaboración propia.

- (G2 – P1)


2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.

$\frac{X}{48,75} = \frac{1,8}{0,9}$

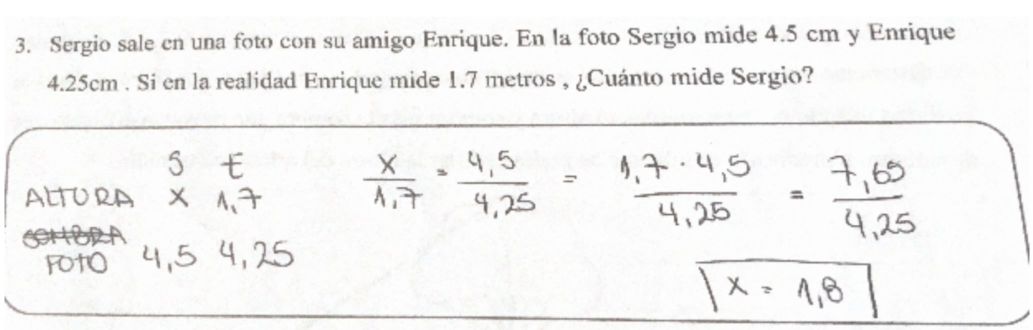
$48,75 \cdot 1,8 = \frac{87,75}{0,9} = 97,5$

R: La altura de la Giralda de sevilla es 97,5 metros

Ilustración 32. Reproducción estudiantil 2. Fuente: elaboración propia.

A diferencia de los grupos G4 y G5, donde ellos utilizaron directo la proporción de Thales:

- (G4 – P1)


3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

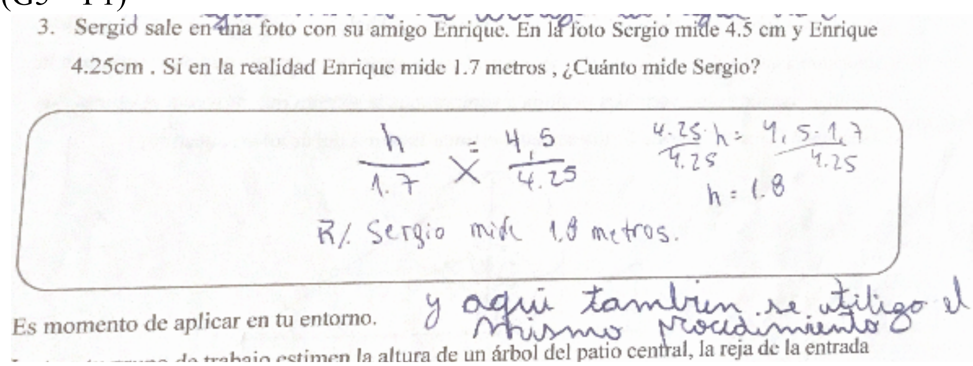
	S	E
ALTURA	X	1,7
~~SOMBRA~~ FOTO	4,5	4,25

$\frac{X}{1,7} = \frac{4,5}{4,25} = \frac{1,7 \cdot 4,5}{4,25} = \frac{7,65}{4,25}$

$\boxed{X = 1,8}$

Ilustración 33. Reproducción estudiantil 3. Fuente: elaboración propia.

- (G5 – P1)


3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Sí en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

$\frac{h}{1.7} \times \frac{4,5}{4.25}$ $\quad \frac{4.25 \cdot h}{4.25} = \frac{4,5 \cdot 1,7}{4.25}$

$h = 1.8$

R/ Sergio mide 1,8 metros.

Es momento de aplicar en tu entorno. y aquí tambien se utilizo el mismo procedimiento

de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada

Ilustración 34. Reproducción estudiantil 4. Fuente: elaboración propia.

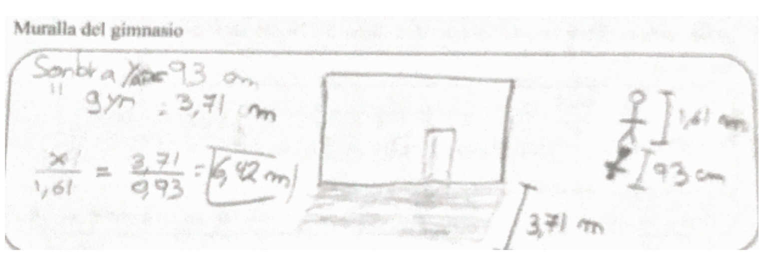
En la siguiente parte, los estudiantes debían medir alturas de objetos que están el en colegio (una reja, un árbol y la pared del gimnasio). Para eso debían medir las sombras para poder hacer la proporción de Thales.

Las siguientes imágenes, muestran a los estudiantes midiendo:

Las representaciones geométricas, se diferencian entre los estudiantes que utilizaron triángulos para representar la situación, mientas otros dibujaban la realidad:

- (G1 – P2) Ellos utilizan dibujos que muestran como es la realidad. No utilizan triángulos


Muralla del gimnasio

Sombra Yo 93 cm
" gym : 3,71 m

$\frac{x}{1,61} = \frac{3,71}{0,93} = \boxed{6,42 m}$

1,61 m
93 cm
3,71 m

Ilustración 35. Reproducción estudiantil 5. Fuente: elaboración propia.

En los otros grupos se observa la necesidad del triángulo, para representar el problema.

- (G3 – P2)

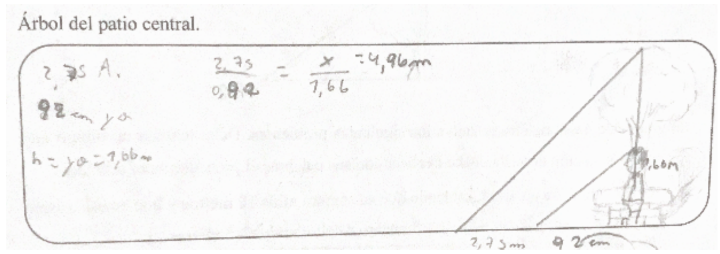


Ilustración 36. Reproducción estudiantil 6. Fuente: elaboración propia.

- (G5 – P2)

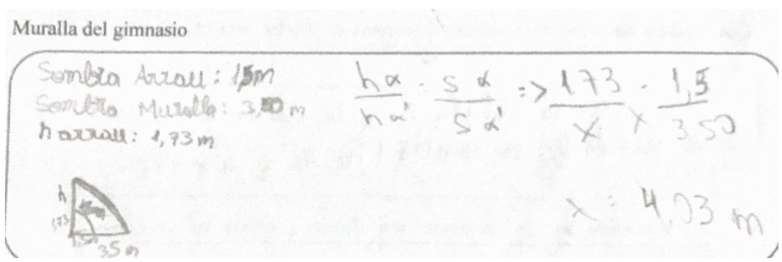


Ilustración 37. Reproducción estudiantil 7. Fuente: elaboración propia.

- (G4 – P2)

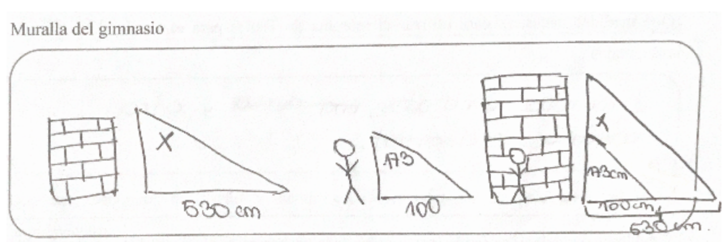


Ilustración 38. Reproducción estudiantil 8. Fuente: elaboración propia.

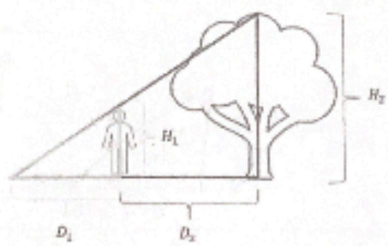
En el momento del plenario, los alumnos identificaron los errores cometidos. Donde el más significativo en los grupos fue, que cuando median la sombra del objeto debido a que la sombra del estudiante quedaba oblicua por los rayos del sol y la sombra del objeto la median perpendicular a la base de dicho objeto. Esto provocaba errores en el resultado.

Por último, debían crear un expresión que les permitiera calcular distancias horizontales, utilizando el teorema de Thales. Este es el primer acercamiento al cálculo de distancias topográficas.

Los grupos explicitan qué elementos son necesarios para el cálculo de distancia horizontal y plantea una expresión desde la proporción del teorema de Thales para este cálculo. Lo que se muestra a continuación.

- (G4 – P3)

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

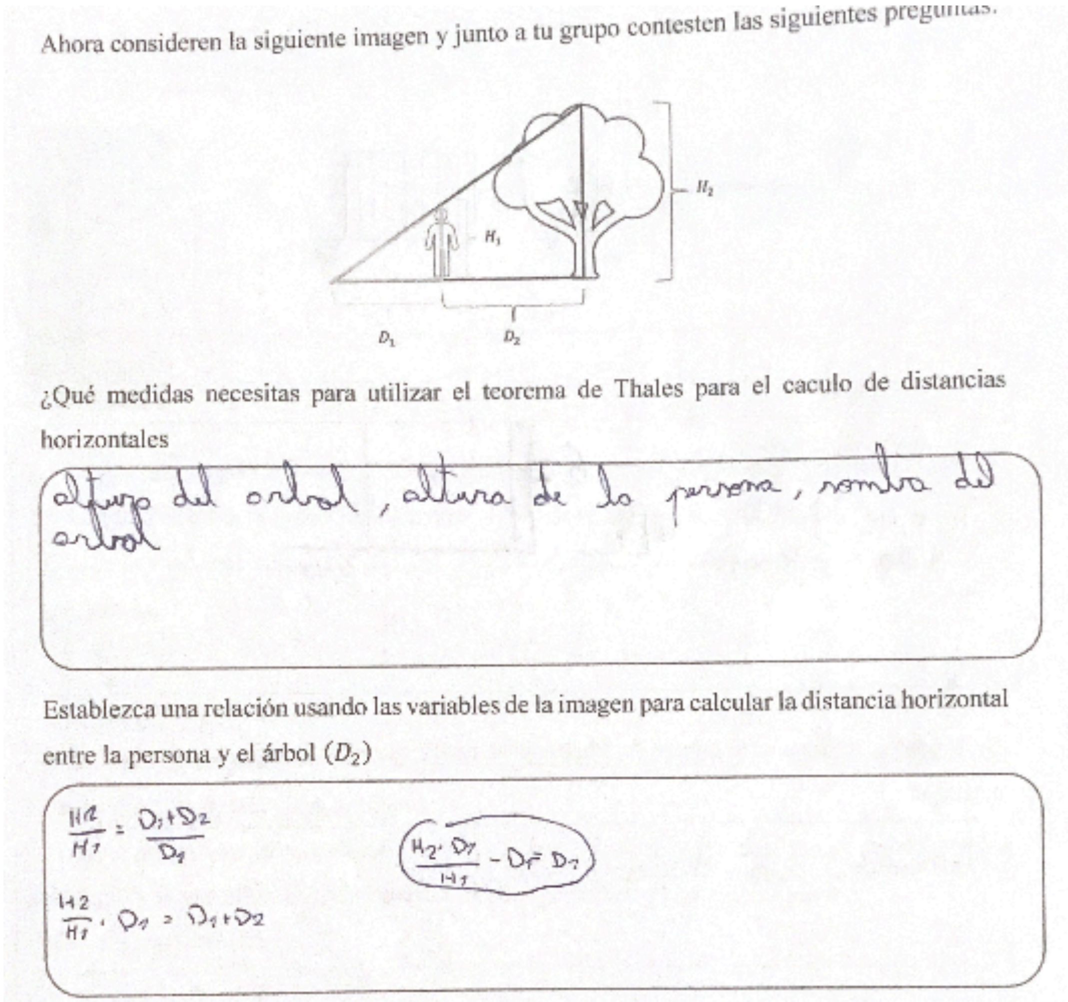
2 medidas verticales, ~~una de la~~ y otra medida horizontal.

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} \cdot d_1 = d_1 + d_2 = \boxed{\frac{H_1 \cdot d_1}{H_2} - d_1 = d_2}$$

Ilustración 39. Reproducción estudiantil 9. Fuente: elaboración propia.

- (G4 – P3)



Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas.

¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

altura del arbol, altura de la persona, sombra del arbol

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H2}{H1} = \frac{D_1+D_2}{D_1} \qquad \frac{H_2 \cdot D_1}{H_1} - D_1 = D_2$$

$$\frac{H2}{H1} \cdot D_1 = D_1+D_2$$

Ilustración 40. Reproducción estudiantil 10. Fuente: elaboración propia.

5.3. Fase 3

Esta fase consta de las actividades construcción y calibración de un teodolito artesanal, para luego relacionar conceptos propios de topografía con los utilizados en matemática. (ve anexo fase 3 con instrucciones de construcción)

Las siguientes fotografías, muestran a los estudiantes construyendo su teodolito.

Para la actividad se presenta a los estudiantes la ilustración 41, que muestra el funcionamiento del teodolito construido y en base a esta imagen se plantea a los estudiantes las actividades que le permitan ir articulando ideas matemáticas y topográficas para lograr su inserción en prácticas medición topográfica de terrenos.

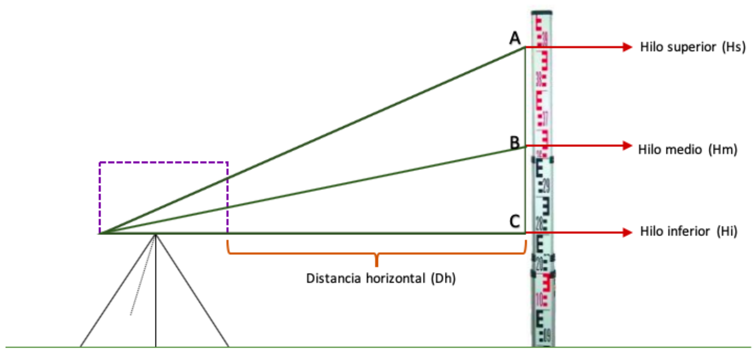


Ilustración 41. Función del teodolito. Fuente: elaboración propia.

Los estudiantes describen procedimientos que le permiten encontrarla. Es así como los grupos recurren a la proporcionalidad del teorema Thales como una estrategia válida para encontrar el valor, identificando los elementos necesarios para completar esta labor.

- Si es posible, si es que tenemos las medidas de la caja que sería el largo de la caja junto a la altura... También pude ser la distancia esta, entre la caja y el objeto que queremos medir. (G1 – P1)

- Si es posible, sabiendo Dh y el largo de caja y el alto de la caja y ahí por Thales lo sacamos sería el largo de la caja es a su ancho como el largo de la caja más DH es a AC y ahí se despeja AC. (G2 – P1)

- Aplicamos Thales, usando la distancia desde el punto en el que vemos hasta donde se ve… claro hasta los hilos y aplicamos la otra que sería la distancia que se ve reflejada en el palo y el segmento más la distancia que queremos saber, y ahí tendríamos Thales. (G5 – P1)

Es así como el procedimiento utilizado por los grupos G1, G2 y G5 es enumerar los datos que son necesarios para poder calcular la medida del segmento AC: largo y ancho del teodolito y la distancia horizontal. Pero sus argumentos evidencian que su forma de enfrentar esta pregunta responde a su experiencia escolar, por cuanto buscan una estrategia que aplique lo trabajado en la sección anterior debido a que no consideran elementos del contexto en la cual está situada la actividad propuesta, como es el hecho que el segmento AC es una regla graduada.

Es decir, afrontan el problema desde el mecanismo usado en la fase anterior, debido a esto lo ven solo como un problema de la matemática escolar en el cual se debe aplicar el contenido visto en las clases preliminares, el teorema de Thales.

Si bien G2 considera válida la estrategia de la proporcionalidad del teorema de Thales, un estudiante logra recuperar el contexto inicial. Lo que se evidencia en la siguiente oralidad:

- Ya, pero, si no tenemos DH no lo tenemos, mira lo que dice es que el teodolito recoge la información necesaria para determinar la distancia horizontal así que yo creo que no es la forma debe haber otra. (G2 – P1)

Es con este argumento que el grupo G2 reconoce que lo que intenta calcular inicialmente es la distancia horizontal, por tanto, se tendrían dos valores desconocidos la distancia horizontal y el segmento AC, en la proporción lo que no le permite resolver la ecuación. Es así como emerge una duda sobre la idoneidad del teorema de Thales para este contexto.

Luego tango G1 y G2 avanzan las siguientes textualidades:

- Yo creo que es tomando A y restándole C. Porque si a esto le quito este pedazo me quedo con AC. (G1 – P1)
- Y si tomamos A y le restamos C... Aaaa, espera sería hilo superior menos hilo inferior?... Si, eso. (G2 – P1)

Las cuales evidencian la recuperación del contexto de los instrumentos que tienen a la mano. Utilizan el hecho que el lado AC, está constituido por la herramienta del topógrafo la mira topográfica (ver ilust. 41). Por lo cual el procedimiento es identificar, a través del teodolito, el hilo superior e inferior para conseguir la longitud de AC. Como lo reconoce el estudiante del G2 en la textualidad G2-P1. Es más, el argumento que emerge de dicha textualidad es como el estudiante pasa de utilizar los puntos que definen el segmento, lenguaje geométrico, a usar los términos topográficos de hilo. Emergiendo significaciones, desde los segmentos propios del teorema de Thales, en el contexto topográfico para resolver la tarea pedida.

Si bien G5 no logra avanzar en este análisis quedando su estrategia solo encasillada en la descripción de cómo hacerlo geométricamente. En un plenario se recogen los argumentos de los grupos para lograr la relación entre la matemática y la topografía incluyendo el contexto en el cual esta insertada la actividad propuesta.

Finalmente, los equipos comparten sus soluciones a la actividad, concordando como procedimiento válido la resta del hilo superior e inferior, debido a que con esto es suficiente para determinar la medida del segmento solicitado. Concuerdan que no solo la simpleza es lo fundamental, sino que es importante reconocer con qué elementos cuentan en la realidad para dar respuesta, por lo tanto son conscientes de que el teorema de Thales no les sería útil.

Cuando se les pregunta a los estudiantes sobre la forma en la cual calcularían la distancia horizontal, los grupos G2, G4 y G5 logran enumerar los elementos necesarios para el cálculo de distancia horizontal, reconocen como indispensables las dimensiones del teodolito y la distancia AC.

- Para la distancia horizontal, necesitamos las medidas de nuestro instrumento... Largo y ancho de la caja... Y la distancia que ya determinamos en la pregunta anterior AC. (G2 – P2)
- Las medidas que se necesitan para la distancia horizontal supongo que son: de A a B de B a C... Y las medidas de la caja. (G4 – P2)
- La distancia de la caja, los hilos de cada uno y la… Los palos, los cuadritos de los palos [cuando se refieren a los cuadraditos de los palos hablan de las graduaciones que tiene la mira topográfica]... Conociendo esas tres cosas estaríamos. (G5 – P2)

Esta deducción es posible debido al procedimiento utilizado: la proporcionalidad del esquema Thales, el que permite relacionar estas medidas que representan lados de dos triángulos semejantes con un cálculo topográfico de distancia.

Esto evidencia, la comprensión del esquema de utilización del teodolito. El cual tiene implícito la estructura de dos semirrectas cortadas por líneas paralelas. El ancho y alto del teodolito van configurando los segmentos iniciales en el teorema de Thales. La distancia horizontal y la diferencia entre los hilos se volverían los segmentos faltantes para la creación de la proporción.

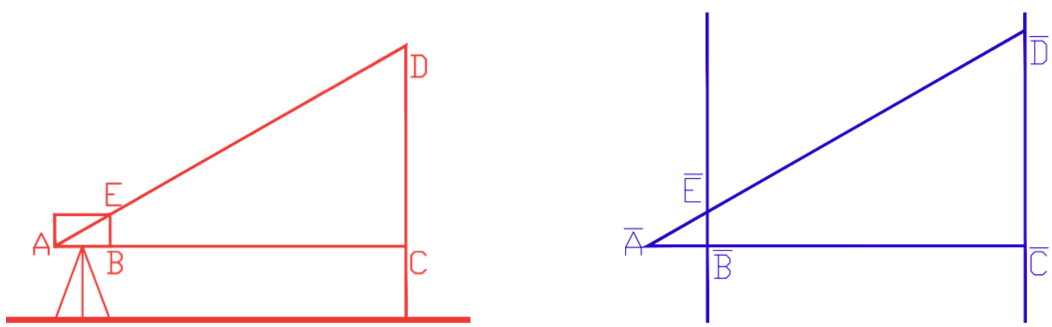


Ilustración 42. Esquema de Thales 1. Fuente: elaboración propia.

Si bien, los estudiantes identifican los elementos necesarios para calcular la distancia horizontal, se les pregunta cómo obtendrían esos datos. Es así como en las textualidades de los grupos G1, G5 y G6, se comienza a visualizar que logran reconocer la herramienta que les van a servir para poder obtener las medidas necesarias para el cálculo de la distancia horizontal. Es así como el teodolito y la mira topográfica se convierten elementos cruciales reconociendo que ya no solo es matemática, sino que las herramientas topográficas están presentes y que en conjunto les permitirán resolver el problema.

- El palo te muestra unos cuadraditos, tú tienes que guiarte por esos cuadrados, que se yo, por una tabla no se buscas la distancia entre ellos. Haces una suma o lo que necesitas para encontrar la distancia que hay entre ellos y así tienes el dato que necesitas [Aquí el grupo explica la forma en la cual puede obtener la distancia AC usando la mira topográfica] (G5 – P3)

En el caso del segmento, el estudiante reconoce desde los hilos dibujados en el teodolito, que hay una cuadrito, como unidad temporal de medida en el mira topográfica, que le permite a la distancia contar y calcular la distancia medida entre los hilos.

- Si, es posible yo creo que con un instrumento como el que acabamos de construir … Si po, con eso medimos A y C y las medidas de la caja ya las tenemos ¿o no?... Si, con una huincha medimos la caja y con la caja medimos los hilos y con eso estamos. (G6 – P3)
- Las de A y C es posible obtenerlas con la cajita y la regla del topógrafo Y las medidas de la caja también con la regla las medimos... A con eso estamos, entonces con la caja, la regla del topógrafo y una regla normal estamos. (G1 – P3)

La caja entonces requiere medirse, y son los segmentos AB y BE, que en el esquema de Thales (ilustración 42) corresponden a $\bar{A}\bar{B}$ y $\bar{B}\bar{E}$. Articulando con los instrumentos y el teorema de Thales. La distancia de la mira topográfica refiere al segmento. No se evidencia preocupación por verificar que y sean paralelas.

Luego, se les solicita a los estudiantes una expresión que les permita calcular la distancia horizontal. Es en esta pregunta donde comienzan a relacionarse aspectos matemáticos y topográficos para encontrar una expresión que permita calcular la distancia horizontal en un terreno.

Los grupos G2, G4, G5, G1 y G6 utilizan como herramientas directas de medición la mira topográfica y el teodolito que es aquel que entrega los hilos necesarios para estimar la distancia AC, las cuales se operacionalizan mediante una herramienta matemática: el teorema de Thales para la proporción de segmentos.

(G2 – P4)

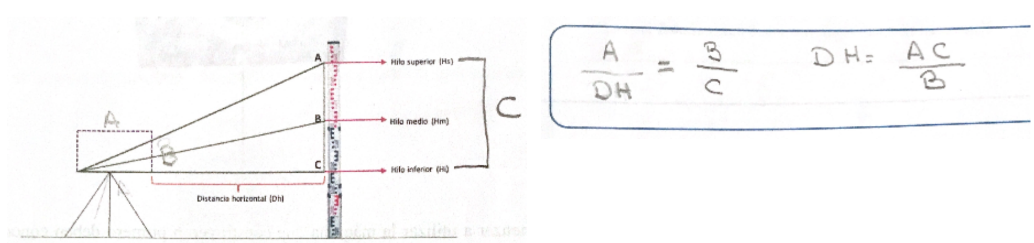


Ilustración 43. Reproducción estudiantil 11. Fuente: elaboración propia.

Cabe notar que para interpretar la situación en la relación proporcional de Thales la medida de los hilos es resignificada como un solo valor, llamado C por ellos. La medida de un segmento es una sola letra.

(G4 – P4)

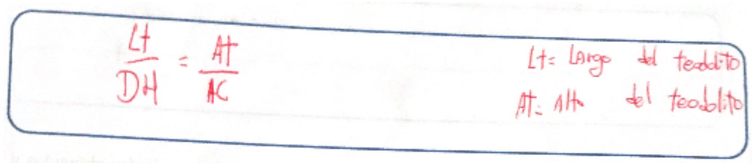


Ilustración 44. Reproducción estudiantil 12. Fuente: elaboración propia

Los grupos G2 y G4 cometen errores al utilizar el teorema de Thales

(G5 – P4)

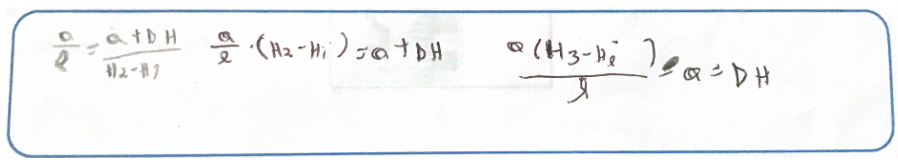


Ilustración 45. Reproducción estudiantil 13. Fuente: elaboración propia

(G1 – P4)

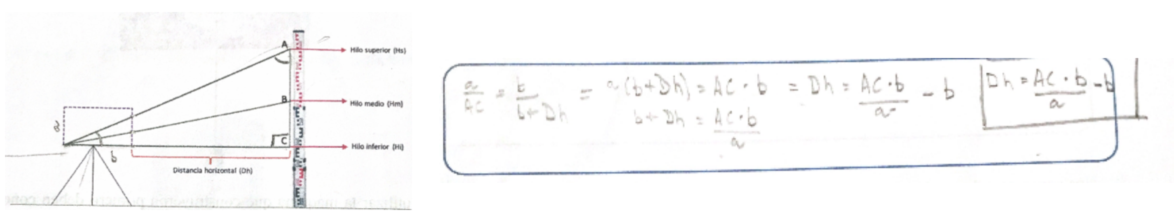


Ilustración 46. Reproducción estudiantil 14. Fuente: elaboración propia

(G6 – P4)

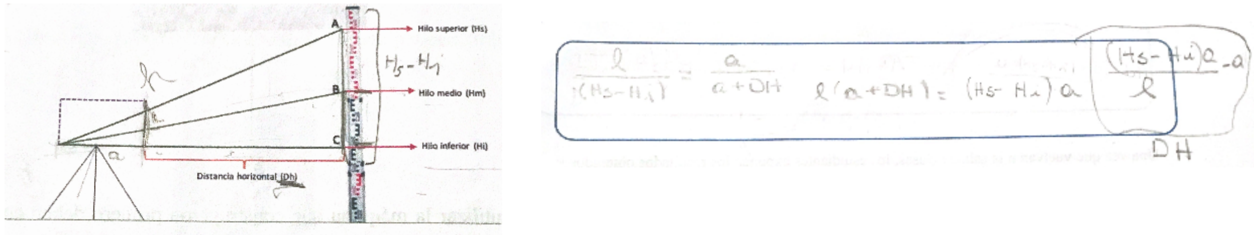


Ilustración 47. Reproducción estudiantil 15. Fuente: elaboración propia

En un plenario, se les solicita a los estudiantes exponer sus expresiones y los argumentos que las validan. De esta forma se llega a un acuerdo de utilizar la expresión de G6.

Una vez que ya tienen una expresión para el cálculo de distancia horizontal. Los alumnos deben comprobar la efectividad del teodolito construido. Para ello deben medir tres distancias de 1, 2, 3 o 4 metros. Cabe destacar que esta actividad fue modificada con la que se presentó inicialmente en la secuencia, debido a temas de tiempo escolar y espacio disponible en el establecimiento.

Los resultados obtenidos por los grupos son los siguientes:

(G1 – P1) Presentan una diferencia de 0,0065 metros en la distancia de 2 metros, diferencia 0,12 metros en la distancia de 3 metros y 0,005 metros en la distancia de 4 metros

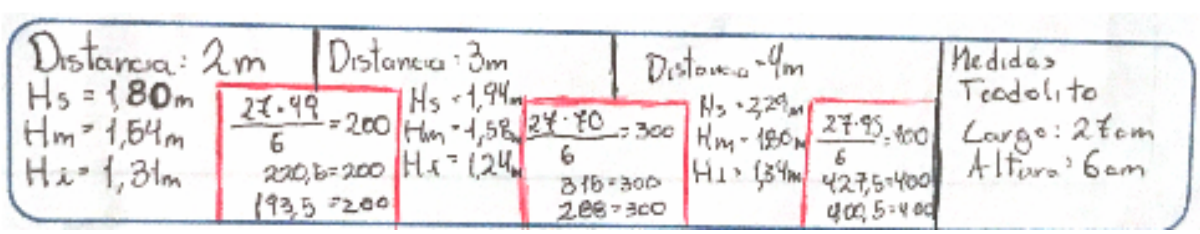


Ilustración 48. Reproducción estudiantil 16. Fuente: elaboración propia

Pasan sin problemas de centímetros a metros o viceversa, al parecer sin dificultad.

(G2 -P 1) Presentan una diferencia de 0,03 metros en la distancia de 3 metros

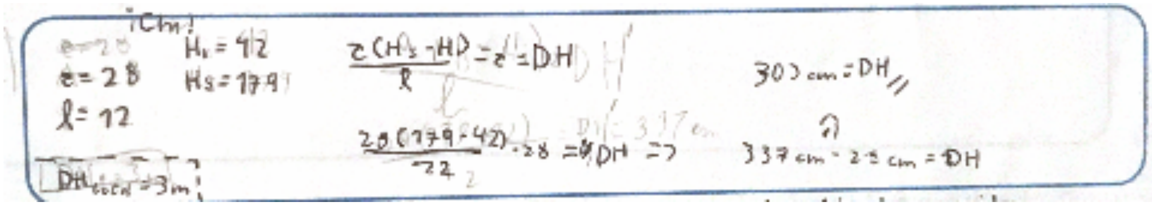


Ilustración 49. Reproducción estudiantil 17. Fuente: elaboración propia

(G4 – P1) Presentan una diferencia de 0,0624 metros en la distancia de 2 metros

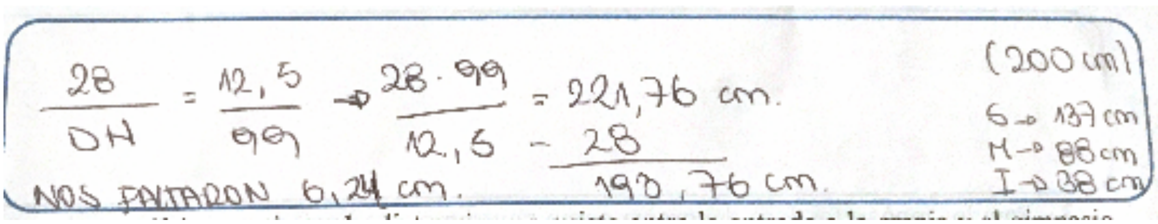


Ilustración 50. Reproducción estudiantil 18. Fuente: elaboración propia

(G5 – P1) Presentan una diferencia de 0,092 metros en la distancia de 1 metro

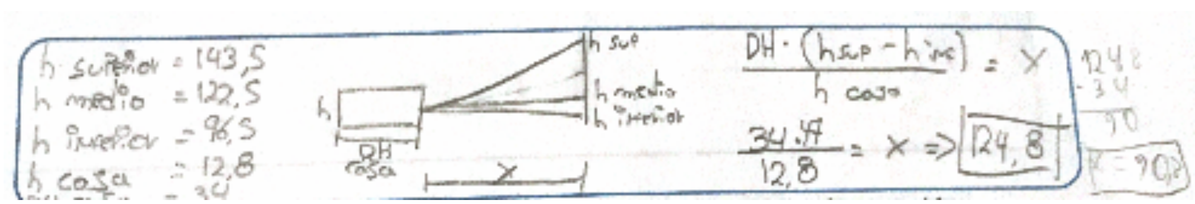


Ilustración 51. Reproducción estudiantil 19. Fuente: elaboración propia

(G6 – P1) Presentan una diferencia de 0,14 metros en la distancia de 3 metros.

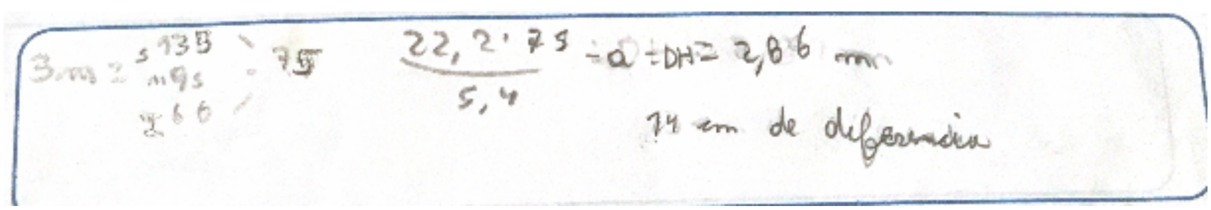


Ilustración 52. Reproducción estudiantil 20. Fuente: elaboración propia

La última parte de esta fase 3, tiene como objetivo observar si los estudiantes logran relacionar su expresión para el cálculo de distancias horizontales, con la expresión estándar que utilizan los topógrafos. Para ello, se les pide que identifique las diversas variables que utiliza el topógrafo en su expresión y como estas refieren a su expresión.

Para la descripción de estas textualidades primero se aborda cómo los estudiantes relacionan que es la constante estadimétrica con su fórmula para la distancia horizontal. Cabe destacar que esta constante es un valor que está asumido en la práctica tradicional de la enseñanza de topografía en la escuela. Es por esta razón que un grupo hace alusión a que el fabricante del equipo topográfico es quien sabe el valor de la constante.

- O sea, si lo entrega el fabricante, solo el que lo hizo sabe. (G4 – PK)

Cuando los estudiantes comienzan a discutir sobre qué sería en su fórmula, se ayudan de la pregunta que sigue a continuación en la cual se explicita que es una constante utilizada por los topógrafos, es por esta afirmación que los grupos empiezan a discutir sobre qué elementos de su expresión para el cálculo de distancia horizontal es constante. Es así como emergen textualidades como las siguientes:

- Y que es una constante. Y que la única constante que tenemos hasta el momento es… Bueno también es una constante, que son las dos medidas de la caja, las dos medidas de la caja son constantes (G3 – PK)
- Primero, se quiere saber la distancia horizontal, por lo que sabemos, se sabe que hay una constante que yo creo que es la del instrumento, la del… de la caja… A ver, yo creo que es la constante de la máquina en sí. (G4 – PK)
- La tiene que ver con las medidas del teodolito. (G5 – PK)
- Mira la pregunta que sigue dice que es una constante estadimétrica o algo así… así que para saber que es busquemos que es constante en nuestra fórmula. (G2 – PK)

Si bien hay grupos que establecen que la constante estadimétrica tiene relación con las dimensiones de su teodolito artesanal, debido a que estas medidas con las que se mantienen constantes. De esta forma se vuelve una herramienta que es parte del cálculo de la distancia horizontal. En esta línea hay grupos que a partir de este análisis logran deducir relaciones que deben existir entre las dimensiones del teodolito:

- Ya entonces decimos que tiene relación con esta división… Proporción mejor, suena más bonito… Ya, entonces es la proporción entre el ancho y el largo de la caja… Si. (G2 – PK)

- Con partido en … Con el teodolito… Si… Con las dimensiones del teodolito. (G5 – PK)

Por último, las textualidades que emergen desde la discusión sobre valor del generador en la expresión funcional de topógrafo son las siguientes:

- Pero mira veamos qué es lo que no es constante que es lo que siempre cambia… ¿Los hilos?... Si, entonces es la distancia entre los hilos, hilo superior menos hilo inferior. (G3 – PG)
- Y que sería todo lo demás, o sea los hilos… Si po, sería la distancia AC en la regla. (G2 – PG)
- Por descarte, nos faltaría que sería la diferencia del palo, la distancia entre… se me olvido como se llama la cuestión… del punto más alto l punto más bajo la diferencia esa sería. (G4 – PG)
- Si todo eso y te lo dan en entonces… las demisiones del teodolito que estas usando las tienes. O sea, te falta el hilo inferior, el hilo superior. (G5 – PG)

Estos análisis surgen buscando los elementos de la expresión creada por los estudiantes los cuales son variables como lo evidencia G3 y por otra parte G2, G4 y G5 ubican los elementos faltantes, los cuales son denominados por ellos como la variable.

5.4. Fase 4

Análisis fase 4

Descripción de la actividad.

En esta fase, los estudiantes deben lograr avanzar hacia un modelo que les permita realizar el cálculo de la distancia horizontal en un terreno desnivelado. Para esto, los grupos analizan las posturas de los instrumentos topográficos utilizados con anterioridad y la variación que sufre el esquema de Thales construido en la fase 3.

Para lograrlo, a los estudiantes se le presenta un dibujo esquemático (Ilustración 53) en el cual deben proyectar la forma de medir una distancia horizontal de un terreno inclinado.

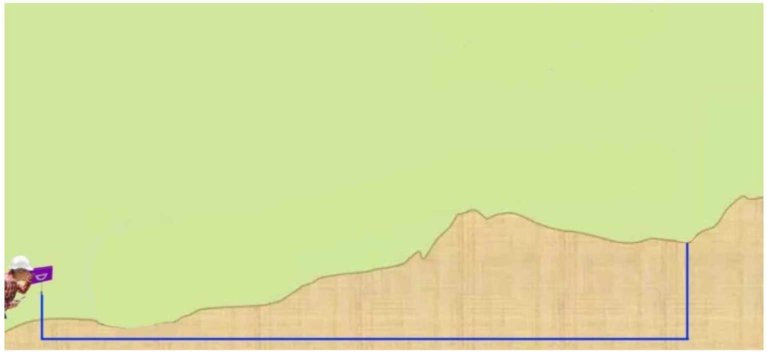


Ilustración 53. Distancia con desnivel. Fuente: elaboración propia.

1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

(G1 - P1)

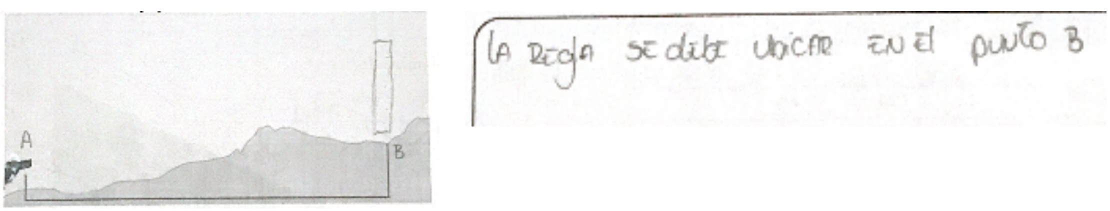


Ilustración 54. Reproducción estudiantil 21. Fuente: elaboración propia

(G5 - P1)

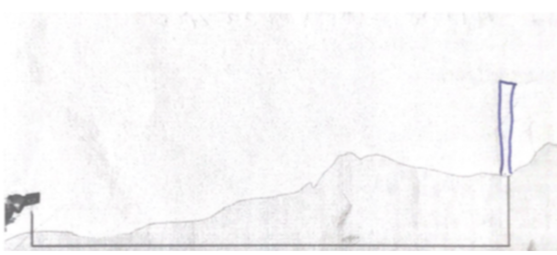


Ilustración 55. Reproducción estudiantil 22. Fuente: elaboración propia

Los estudiantes, ubican mayoritariamente la regla topográfica en el punto final de la distancia a calcular. En el esquema la dibujan verticalmente, del mismo modo que el Teodolito, esto replicando las estrategias de la fase anterior. Sin embargo, dado que la mira topográfica emerge la dificultad de ver, a través de los hilos del teodolito, la mira topográfica. La discusión de los estudiantes se orienta a resolver este problema, para lo cual surge como alternativa, inclinar el teodolito, lo cual no es aceptado toda vez que se señala que teodolito y mira deben ser perpendiculares al horizonte terrestre.

En esta discusión se evidencia la necesidad de verificación del ángulo recto tanto en C, como en B, en el esquema de Thales que modela la situación. Aspecto que no se había mencionado por los estudiantes en las etapas anteriores lo que indicaría que estuvo implícito en su trabajo. Probablemente en las situaciones trabajadas con anterioridad, principalmente en contexto geométrico, no se consideraba importante verificar el ángulo recto en que se ubicaban el teodolito y la mira topográfica para articular la situación con el esquema de Thales. En cambio, puesto en la evocación de una situación en contexto, la inclinación de los equipos hace necesario la discusión de las condiciones para la aplicación del teorema de Thales.

Ya en esta pregunta, desde el habla estudiantil emerge de manera explícita la preocupación porque se tenga el mismo ángulo entre el teodolito (segmento EB) y la mira topográfica de (segmento DC).

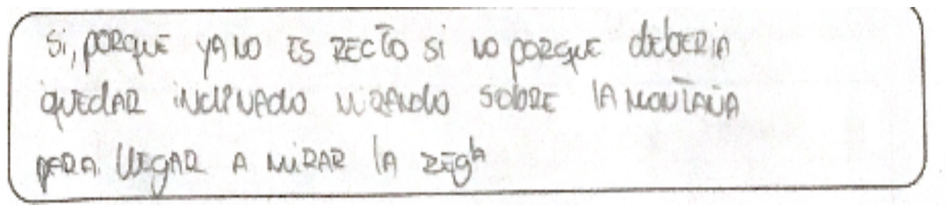
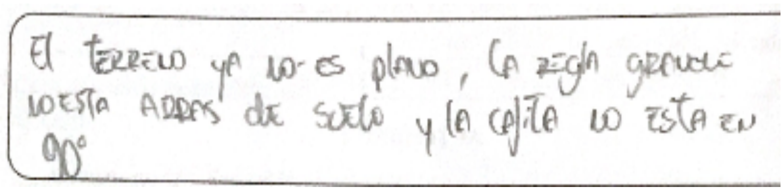
Por ejemplo, en la discusión de (G5 - P2), se menciona:

- (E1 - G5): El tema es que, si la pones aquí y lo mides, vas teniendo como una diagonal y no una línea recta
- (E2 - G5): Pero de igual manera si tu inclinas el palo, vas a tener que estar mirando hacia arriba y la horizontal va a estar diagonal, pero no importa porque lo que quieres saber es la distancia.
- (E3 - G5): Yo creo que lo que hay que buscar que la regla quede en 90 grados igual que la caja
- (E4 - G5): Y si se entierra ¿no se puede enterrar?
- (E3 - G5): No, no no hay que buscar el ángulo de 90, si la caja queda en 90 y la regla queda en 90 no importa que este disparejo porque sigue estando en 90 y ahí se hace el cálculo

En (G1 - P2) se refieren a:

- (E1 - G1): Si, porque ya no es recto
- (E2 - G1): Debería quedar inclinado, mirando sobre la montaña para llegar a mirar la regla.

Cuando el grupo 1 hace referencia a la postura de la mira topográfica, ellos mencionan que esta se debería inclinar como se inclinó el teodolito. Argumentan que el terreno es irregular es por esta razón que se deben modificar los ángulos de las herramientas.

(G1 - P3)	 Si, porque ya no es recto si no porque deberia quedar inclinado mirando sobre la montaña para llegar a mirar la regla *Ilustración 56. Reproducción estudiantil 23. Fuente: elaboración propia*
(G1 - P4)	 El terreno ya no es plano, la regla grande no esta adras de suelo y la cajita no esta en 90° *Ilustración 57. Reproducción estudiantil 24. Fuente: elaboración propia*

La discusión, por tanto, refiere no solo la necesidad del mismo ángulo, sino de poder tener la distancia horizontal, como se ve en el intercambio entre los estudiantes E1 y E2 del grupo 5. Ellos destacan que al inclinar Teodolito y Mira Topográfica al igual que (G1-P3), lo que permite mantener paralelos los segmentos EB y DC, se pierde la distancia horizontal pedida, y se queda con la diagonal. Sin embargo, para E3, esta diagonal es “la horizontal” que cambio, y por tanto si se puede calcular. Este estudiante abstrae el concepto de la horizontal en la topografía que lo asume como horizonte terrestre, resignificándolo como el segmento inferior del esquema de Thales, el cual no sufre modificaciones si se inclina tanto la mira como el teodolito (Sigue siendo la base de dicho esquema).

Aquí surge como argumento que la distancia horizontal calculada con el modelo de Thales en la fase anterior se resignifica como la distancia inclinada y la distancia horizontal que se desea calcular en esta fase sigue siendo el horizonte terrestre.

Los estudiante E3 y E4 del grupo 5, abogan por mantener el ángulo de 90°, en las condiciones del esquema de Thales que modela en cálculo de la distancia. Es decir, se evidencia la necesidad de mantener la estrategia que le había sido útil en las fases anteriores de la actividad, donde lo importante es el ángulo recto y el horizonte aun cuando el terreno sea irregular.

Una de las estrategias que se plantean los estudiantes para lograr ubicar en 90° respecto de la horizontal el equipo, es enterrar la mira topográfica. De esta manera tanto el teodolito como la mira topográfica quedan paralelos entre ellos y perpendiculares a la distancia horizontal a medir. Esto les permitiría replicar esquema de Thales para el cálculo de distancia horizontal en un terreno plano construido en la fase anterior, dejando fuera el desnivel del terreno.

Sin embargo, esta solución genera la discusión en torno a las condiciones necesarias para su aplicación. Por una parte, la dificultad de ver la mira si se entierra o si no se inclina el teodolito. Como lo señala E2:

- (E2 - G5): Pero con un poco de lógica si lo pones atrás de la montaña vas a ver la montaña… Porque si pones el teodolito normal no se podría medir, no se alcanza a ver la regla.

Es la materialidad de la situación lo que dificulta usar el modelo anterior. El cual se basa en la perpendicularidad de los instrumentos con la distancia horizontal que se desea medir. Ante esta dificultad surge la alternativa de inclinar la mira topográfica igual que el teodolito:

- (E2 - G5): Yo creo que hay que inclinar la regla igual como se inclinó el teodolito, de esta forma la horizontal se transforma en diagonal, como la hipotenusa.
- (E4 - G5): Tal vez la otra opción es modificar la altura del teodolito, así no cambiamos el ángulo y la horizontal sigue siendo horizontal.

La segunda textualidad E4, muestra la insistencia del grupo por mantener el modelo anterior, enterrar la regla era inviable, pero levantar le teodolito se ve posible, pues permitiría tener la visión y mantener el modelo.

- (E2 - G5): Si, eso es verdad, pero en la realidad tú crees que un topo se sube arriba de algo para nivelar. Mmm no sé, no me convence.

Esto, muestra la relevancia del contexto de realización. El estudiante, comparte la importancia y efectividad del cálculo cuando se preservan las condiciones del modelo construido. Se considera el contexto de la actividad de cálculo topográfico de distancias horizontales, apelando al sentido común, que señala lo poco práctico de alzar el teodolito.

Del mismo modo muestra la articulación que se busca con las condiciones del esquema de Thales, manteniendo paralelos el teodolito y la mira topográfica y estos a su vez perpendiculares a la diagonal (que en la fase 3 era la distancia horizontal)

Esto muestra un conflicto respecto del modelo construido en la fase 3. No es posible aplicarlo directamente a la situación. Es más, la solución de inclinar tanto teodolito como la mira topográfica, que se muestra viable toda vez que permite aplicar teorema de Thales, sin embargo, como señala E2:

- (E2-G5): Hay que considerar que se está calculando la hipotenusa no la base, presenta el problema que la distancia a medir se transforma en la hipotenusa, es decir, deja de ser la distancia pedida.

Al inclinarlo se deja de calcular la horizontal, y aparece la hipotenusa, de un triángulo imaginario que se construye desde la línea de inclinación de teodolito (segmento AC).

Esto muestra que el estudiante sigue significando el modelo en su posición horizontal, y asume que al inclinar pasa a medir la diagonal y no la base que es lo que se pide. Cabe notar que no le afecta este cambio en el proceso de medida. El asume que, si podrá calcular la longitud de la diagonal al aplicar modelo anterior para el cálculo de distancias, aun cuando esta sea diagonal. Ya significado como $k \cdot G$ y la condición que el teodolito y la mira han de estar paralelas. Sin en embargo emerge la dificultad de encontrar la distancia horizontal, debido que solo tienen un lado del triángulo la distancia inclinada y el ángulo de inclinación del teodolito, lo que hasta el momento no es suficiente para calcular la distancia horizontal.

Avanzando hacia el modelo trigonométrico.

Luego de la discusión surgida a partir del cuestionamiento sobre la posibilidad de seguir utilizando el esquema de distancia horizontal ya construido, se les plantea a los estudiantes la ilustración 58. En la que, usando una regla deben consignar en una tabla las medidas de algunos segmentos. Junto con esto, deben intentar encontrar alguna regularidad o relación entre los segmentos medidos.

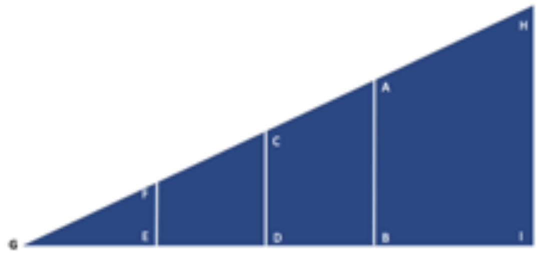
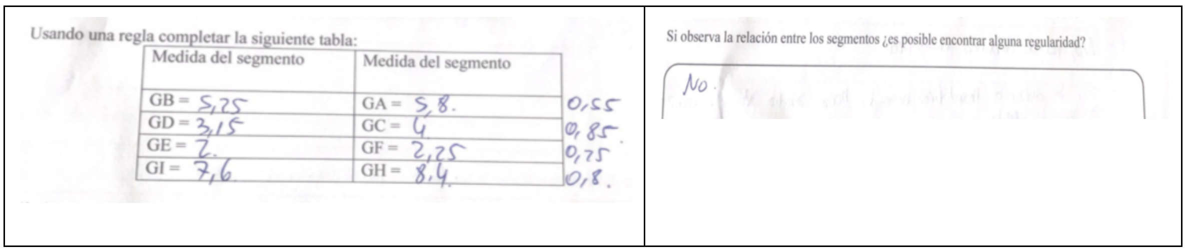


Ilustración 58. Avanzando hacia lo trigonométrico. Fuente: elaboración propia

Los datos registrados por los estudiantes en la tabla son los siguientes:

(G5 - P4)



Usando una regla completar la siguiente tabla:

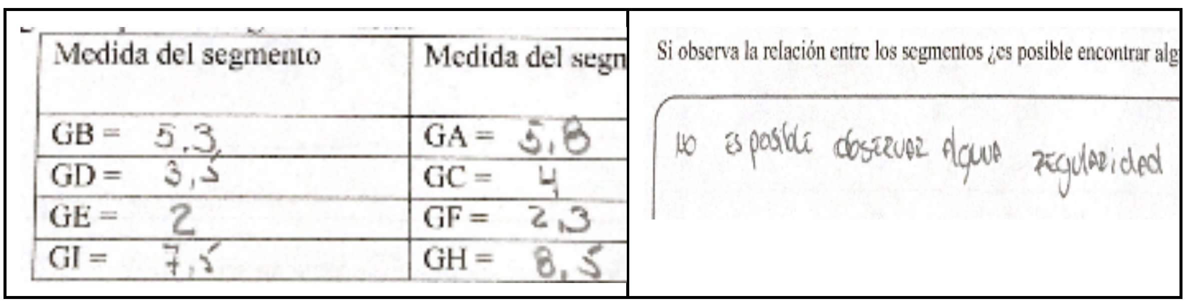
Medida del segmento	Medida del segmento	
GB = 5,25	GA = 5,8.	0,55
GD = 3,15	GC = 4	0,85.
GE = 2.	GF = 2,25	0,75
GI = 7,6	GH = 8,4.	0,8.

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

No.

Ilustración 59. Reproducción estudiantil 25. Fuente: elaboración propia

(G1 - P4)



Medida del segmento	Medida del segn
GB = 5,3	GA = 5,8
GD = 3,5	GC = 4
GE = 2	GF = 2,3
GI = 7,5	GH = 8,5

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alg

no es posible observar alguna regularidad

Ilustración 60. Reproducción estudiantil 26. Fuente: elaboración propia

G5 registran las medidas solicitadas e intentan buscar una regularidad o alguna relación que tengan en común los segmentos pedidos. Comienzan sumando o restando (en la imagen se observa al lado derecho de la tabla los resultados de la resta), pero no siguen intentando y responden que no es posible encontrar la una regularidad o alguna relación entre los segmentos al igual que G1.

En la actividad siguiente, se les pide completar las medidas de los segmentos de la ilustración 61, la diferencia es que la figura es a escala, y por tanto no se puede medir los segmentos solicitados con regla. De esta forma se les solicita a los estudiantes realizar la predicción de los valores faltantes. (Ángulo $BGA = \alpha$)

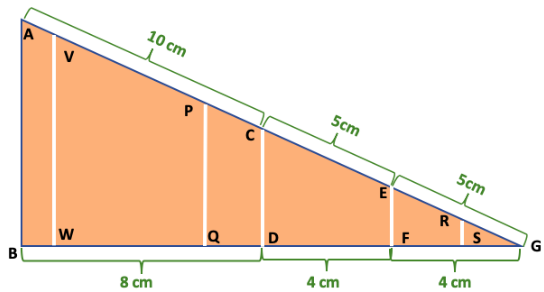
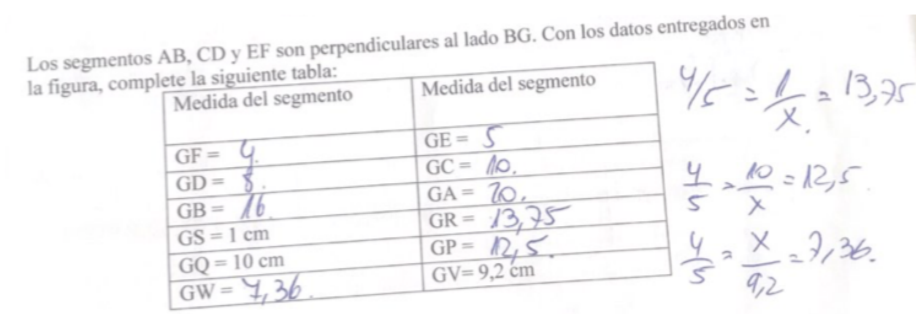


Ilustración 61. Avanzando hacia lo trigonométrico 2. Fuente: elaboración propia

Para resolverla se ven obligados a buscar una estrategia que les sea útil para esta labor. Luego de completar los datos solicitados en la tabla, la estrategia que utilizan para encontrar los valores faltantes es el teorema de Thales, ya que forman proporciones entre la base y la hipotenusa del triángulo como se observa en la imagen

Esto muestra que la intencionalidad de predecir les obliga a una búsqueda mayor. Y aparece como estrategia la proporcionalidad.

(G5 - P5)



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4.	GE = 5
GD = 8.	GC = 10.
GB = 16.	GA = 20.
GS = 1 cm	GR = 13,75
GQ = 10 cm	GP = 12,5.
GW = 7,36.	GV= 9,2 cm

$4/5 = \frac{11}{x} = 13{,}75$

$\frac{4}{5} = \frac{10}{x} = 12{,}5$

$\frac{4}{5} = \frac{x}{9{,}2} = 7{,}36.$

Ilustración 62. Reproducción estudiantil 27. Fuente: elaboración propia

(G1 - P5)

plete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4	GE = 5
GD = 8	GC = 10
GB = 16	GA = 20
GS = 1 cm	GR = 13,75
GQ = 10 cm	GP = 12,5
GW = 7,36	GV = 9,2 cm

▷ $x \cdot 0,8 = 1$
▷ $x \cdot 0,8 = 10$
$9,2 \cdot 0,8 = x$

Ilustración 63. Reproducción estudiantil 28. Fuente: elaboración propia

Es con este actuar que se evidencia que los estudiantes al momento de predecir valores intermedios siguen utilizando como estrategia la proporcionalidad del teorema de Thales. Y es gracias a esta estrategia que logran encontrar la regularidad o relación existente entre los lados del triángulo rectángulo presentado, el grupo menciona:

- (G5 - P6) No encontramos regularidad en la pregunta anterior. Pero acá nos damos cuenta que si dividimos el lado con la hipotenusa siempre nos da lo mismo.

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

- No encontramos regularidad en la figura Anterior. Pero acá nos dimos cuenta que si dividimos el lado con la hipotenusa siempre nos da lo mismo.

Ilustración 64. Reproducción estudiantil 29. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P6) Los catetos de abajo y la hipotenusa.

Los catetos de abajo y las hipotenusas

1. También se observa otra: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{16}{20}$

$0,8 = 0,8 = 0,8$

Ilustración 65. Reproducción estudiantil 30. Fuente: elaboración propia

Los estudiantes reconocen que para poder utilizar esta relación encontrada se debe tener un triángulo rectángulo y además debe existir un ángulo en común entre los triángulos como muestra la textualidad siguiente, por tanto, emergen las condiciones que deben tener los triángulos para poder utilizar la regularidad encontrada, de esta forma se establece que los triángulos deben ser rectángulos semejantes.

- (G5 - P7): Ángulo de 90º y el ángulo de la punta.

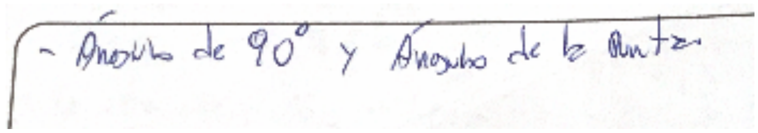

- Ángulo de 90° y Ángulo de la Punta

Ilustración 66. Reproducción estudiantil 31. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P7): Los 2 son rectángulos y comparten un ángulo G y comparten una porción de la hipotenusa y del cateto de abajo

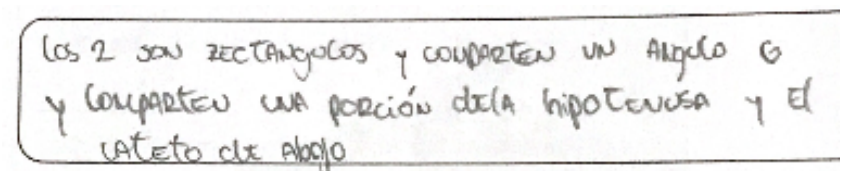

los 2 son rectangulos y comparten un Angulo G y comparten una porción de la hipotenusa y el cateto de abajo

Ilustración 67. Reproducción estudiantil 32. Fuente: elaboración propia

Es así como ellos le dan una expresión a la regularidad encontrada:

- (G5 - P8)

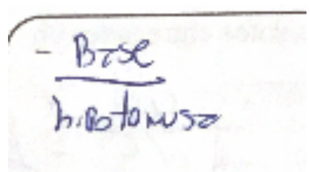

$- \frac{\text{Base}}{\text{hipotenusa}}$

Ilustración 68. Reproducción estudiantil 33. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P8)

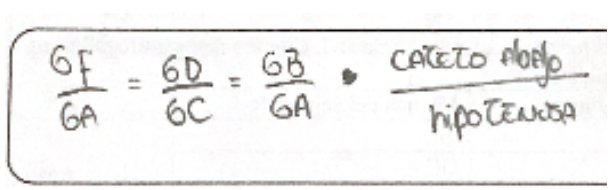

$\frac{GF}{GA} = \frac{GD}{GC} = \frac{GB}{GA} \bullet \frac{\text{cateto abajo}}{\text{hipotenusa}}$

Ilustración 69. Reproducción estudiantil 34. Fuente: elaboración propia

En un plenario, los grupos muestran las expresiones creadas y las justifican. A la par con lo anterior se realiza la conexión entre esta regularidad que se denomina $cos\alpha$. Llegando a la conclusión que se refiere a la razón coseno del ángulo, de esta manera se institucionaliza de la siguiente manera:

$$cos\alpha = \frac{base}{hipotenusa} = \frac{catetoadyasente}{hipotenusa}$$

Una vez que se institucionaliza esta relación trigonométrica se identifican las restricciones de su uso, considerando que debe ser un triángulo rectángulo y los nombres de los catetos dependiendo de la ubicación del ángulo. Posteriormente se vuelve al problema inicial, el cálculo de distancia horizontal en un terreno con desniveles es aquí donde se les presenta a los estudiantes una imagen con más información que el primer esquema que se les presentó. Los elementos nuevos que tiene esta imagen están relacionados con los argumentos que emergen de los estudiantes en las preguntas anteriores. Como es el caso de inclinar el teodolito, la posición de la mira topográfica y la diagonal que se forma, la cual se relaciona con el modelo de distancia horizontal construido en la fase anterior. La figura que se presenta es la siguientes:

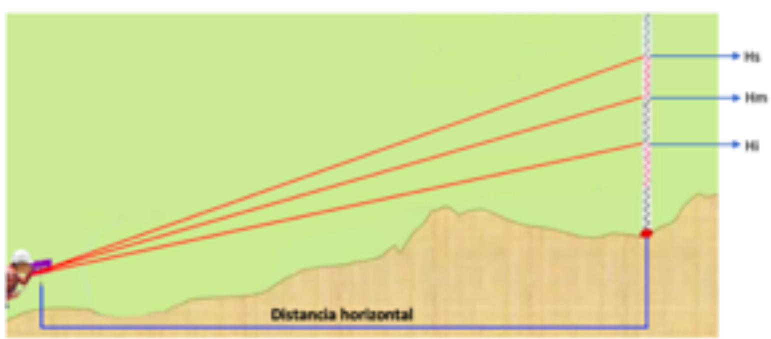


Ilustración 70. Distancia con desnivel 2. Fuente: elaboración propia

Es en esta sección se espera que los estudiantes reconozcan los elementos y condiciones que se deben cumplir para poder calcular la distancia horizontal de un terreno desnivelado, cuando solo se tiene el ángulo de inclinación del teodolito correspondiente al ángulo en A, y la medida de la hipotenusa (calculada a través del esquema de la fase 3).

Las textualidades muestran la emergencia de las herramientas necesarias para esta actividad. Primero son las medidas de los hilos estadimétricos y la forma para obtener dicha medida como se mostró en el análisis de la fase 3 de esta secuencia. Junto con esto reconocen que el teodolito se debe inclinar para poder obtener la medición de los hilos estadimétricos y el transportados que está ubicado en el instrumento, les permitirá medir el ángulo de inclinación del artefacto, lo que permite establecer el ángulo α. Estos elementos permiten articular la situación con el esquema trigonometrico.

Se destaca que G5 reconoce un error en la imagen presentada debido a que la mira topográfica que se muestra está ubicada de manera recta cayendo de forma perpendicular al suelo, por lo que se debería inclinar en el mismo ángulo que el teodolito.

- (G5 - P9) En la imagen se muestra una regla recta, pero pensamos que debería inclinarse.

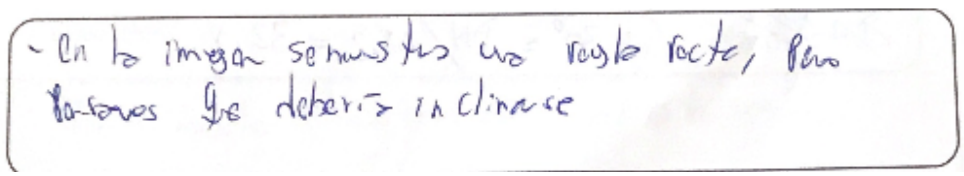

- En la imagen se muestra una regla recta, pero pensamos que deberia inclinarse

Ilustración 71.Reproducción estudiantil 35. Fuente: elaboración propia

Esto muestra que reconocen la importancia de mantener la semejanza de triángulos del esquema usado para calcular la hipotenusa, debido a que la nueva estrategia que está emergiendo el uso de la trigonometría les exige que se cumpla esta condición para su aplicación. De estas condiciones para el uso de la trigonometría ya habían surgido esbozos en las preguntas anteriores, es aquí donde solo reafirman lo ya mencionado con anterioridad.

Actividad de aplicación

En esta actividad se pide a los estudiantes aplicar, lo aprendido a situaciones de medida. a los estudiantes se les entregan los hilos estadimétricos (hilo superior, medio e inferior) y además se les dice el transportador del teodolito marca 120º.

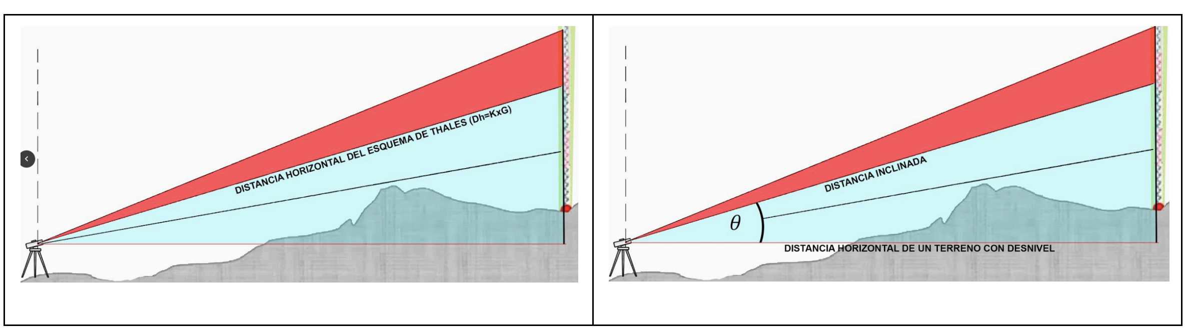
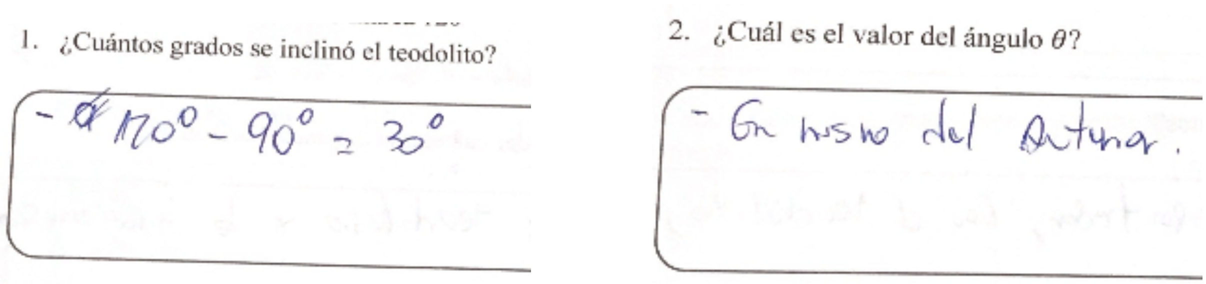


Ilustración 72. Esquema distancia con pendiente. Fuente: elaboración propia.

En esta puesta en práctica los estudiantes reconocen que el ángulo θ mostrado en la ilustración 72 es el mismo ángulo de inclinación del teodolito, es así como se comienza a articular la práctica de medición en el contexto topográfico y la representación geométrica de este problema. De esta misma forma identifican que la marca del transportador (en este caso 120º) no es el ángulo de inclinación de su teodolito, debido a que este si se encuentra horizontal al suelo está en 90º. Es así como el grupo menciona que la forma de obtener el ángulo de inclinación es mediante la diferencia entre lo que marca el transportador y los 90º de su posición inicial. Como se muestra en la imagen

- (G5 - P10)


1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

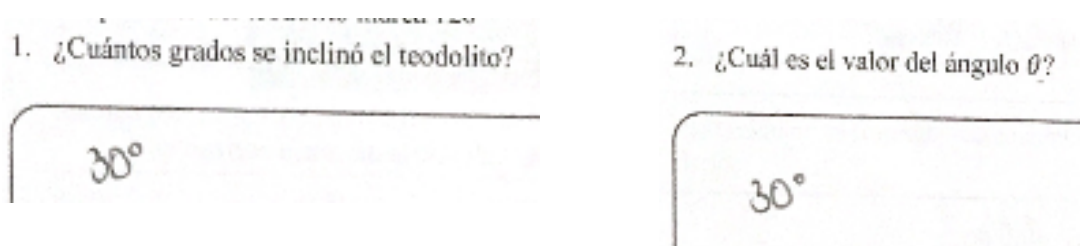
- $120° - 90° = 30°$

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

- En mismo del Antuna.

Ilustración 73. Reproducción estudiantil 36. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P10)


1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

30°

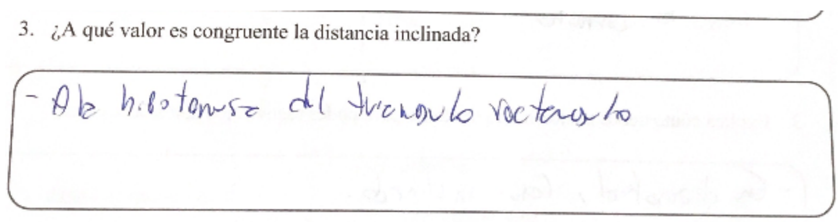
2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

30°

Ilustración 74. Reproducción estudiantil 37. Fuente: elaboración propia

Luego, los estudiantes identifican que, al inclinar el teodolito para poder obtener las medidas de los hilos estadimétricos, el triángulo que representa el esquema de distancia horizontal construido en la fase 3 también se inclina, es por esta razón que la recta que representaba la distancia horizontal en el modelo anterior en esta representación se vuelve la diagonal o la hipotenusa del nuevo triangulo. Esto se videncia en la siguiente textualidad:

- (G5 - P11)

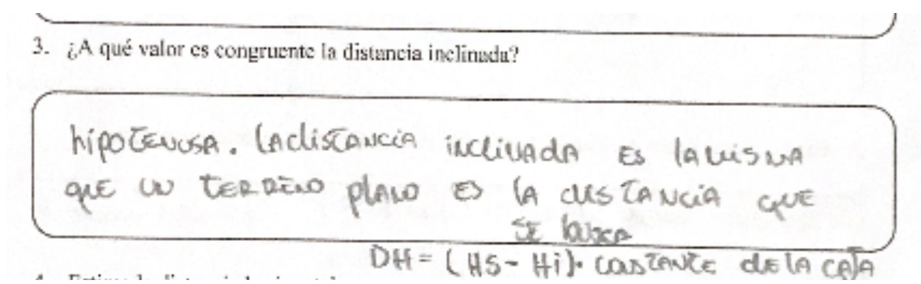


3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

- A la hipotenusa del triangulo rectangulo

Ilustración 75. Reproducción estudiantil 38. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P11)



3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

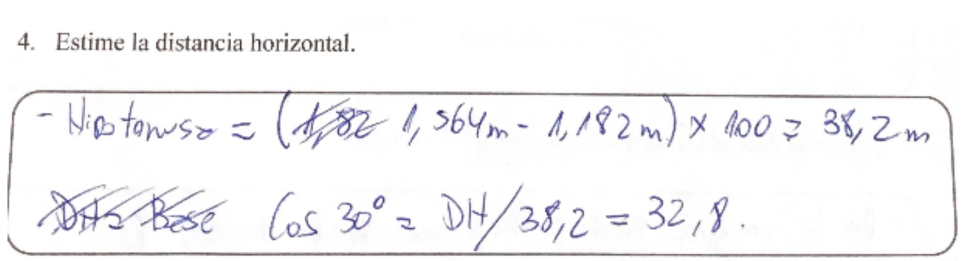
hipotenusa. la distancia inclinada es la misma que un terreno plano es la distancia que se busca

DH = (HS - Hi) · constante de la caja

Ilustración 76. Reproducción estudiantil 39. Fuente: elaboración propia

Y por último cando ya es necesario realizar el cálculo de la distancia horizontal, los estudiantes recurren a la expresión construida $Dh = k \cdot G$ para obtener la distancia inclinada y luego con eso usan la razón trigonomética coseno del ángulo para obtener la medida solicitada.

- (G5 - P12)



4. Estime la distancia horizontal.

- Hipotenusa = ($\cancel{1,82}$ 1,364m - 1,182 m) × 100 = 38,2 m

~~DH = Base~~ Cos 30° = DH/38,2 = 32,8.

Ilustración 77. Reproducción estudiantil 40. Fuente: elaboración propia

- (G1 - P12)

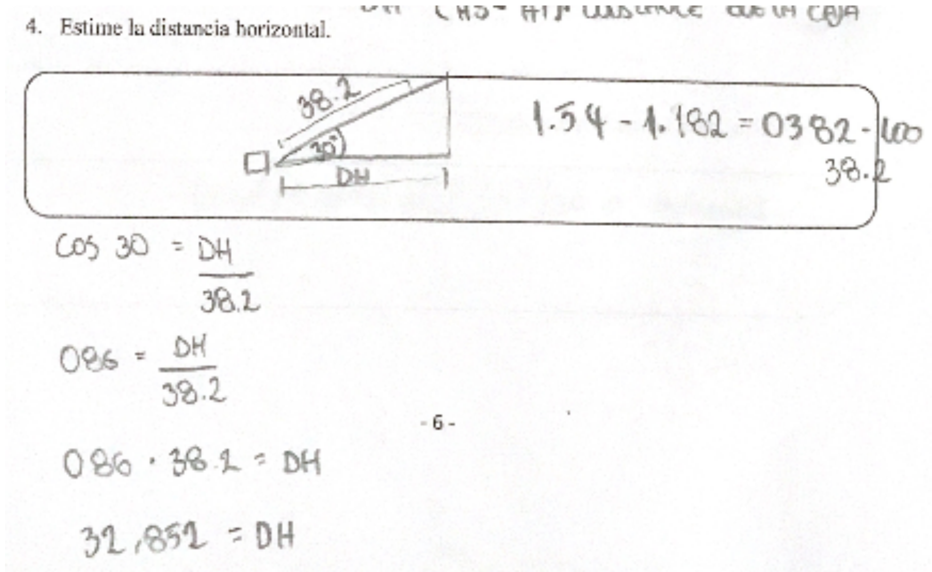


Ilustración 78. Reproducción estudiantil 41. Fuente: elaboración propia

Es con este cálculo que se verifica la construcción de una nueva expresión, la cual tiene como propósito determinar la distancia horizontal de un terreno con desniveles. La expresión que permite este cálculo es

$$cos\theta = \frac{Dh}{k \cdot G}$$

5.5. Configuración de los dipolos modélicos

Primer dipolo modélico

Modelo de Thales para el cálculo de distancia horizontal

La actividad matemática de los estudiantes se basó en el uso de las proporciones, involucradas en el teorema de Thales para el cálculo topográfico de distancias horizontales en terrenos planos. Se observó la articulación del esquema geométrico del Teorema de Thales y con la configuración entre el terreno a medir, la mira topográfica y el teodolito, como se muestra en la figura.

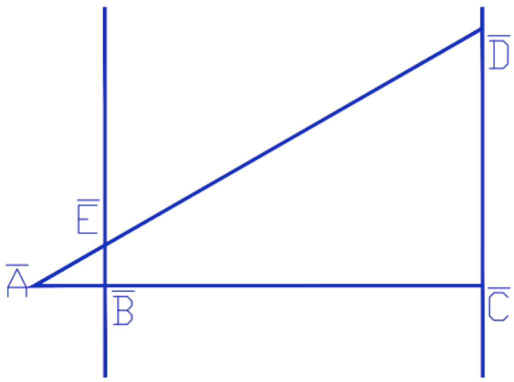
Imagen de teorema Thales	Articulación en terreno
	

Ilustración 79. Esquema del teorema de Thales. Fuente: elaboración propia

El particular las asociaciones que están a la base de la articulación son:

- El segmento AB (en la imagen 79) que representa el largo del teodolito, en el esquema de Thales es el segmento$\bar{A}\bar{B}$.
- El segmento BE (en la imagen 79) que representa el ancho del teodolito, en el esquema de Thales es el segmento $\bar{B}\bar{E}$.
- El segmento DC (en la imagen 79) que representa la distancia entre los hilos superior e inferior, en el esquema de Thales es el segmento $\bar{C}\bar{D}$.
- El segmento BC (en la imagen 79) que representa la distancia horizontal, en el esquema de Thales es el segmento $\bar{B}\bar{C}$.

Luego reconocen los estudiantes que la proporción que permite establecer la medida que se busca es:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{CD}$$

De esta manera se permite reconocer en la práctica de los estudiantes, la configuración de un dipolo modélico se reconoce una entidad que se denomina modelo, el esquema de Thales y lo modelado, las distancias en el terreno. Dado que este teorema permite intervenir en el cálculo topográfico de distancias horizontales planas, llamaremos a esta entidad lo modelado.

En síntesis, la articulación de las herramientas geométricas y el cálculo de distancias topográficas se aprecia la siguiente evolución de los elementos que configuran el dipolo modélico:

Intencionalidad.

- La intencionalidad, dada por la actividad es el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano.

Evolución de las Herramientas

Las herramientas, construidas en la fase 3 de la secuencia, a las cuales recurren los estudiantes para desarrollar su actividad, y que permiten describir el dipolo son:

Herramientas materiales:

Se recurre a herramientas materiales que les permiten a los estudiantes realizar las mediciones necesarias para la obtención de la distancia horizontal de dos puntos en un terreno plano. las herramientas propias del dipolo son:

- El teodolito, el cual fue construido por los estudiantes con fin de que lograr la comprensión de su funcionamiento, es aquí donde los estudiantes desarrollan los triángulos desde el largo del teodolito y los hilos que se encuentran en él, los cuales se proyectan en una regla graduada, que permite medir la altura de estas proyecciones (ilustración 80), necesaria para el cálculo. La mira topográfica, es una regla graduada, en decímetros la cual permite obtener la información de los hilos estadimétricos, los que son cruciales para el cálculo de distancia.

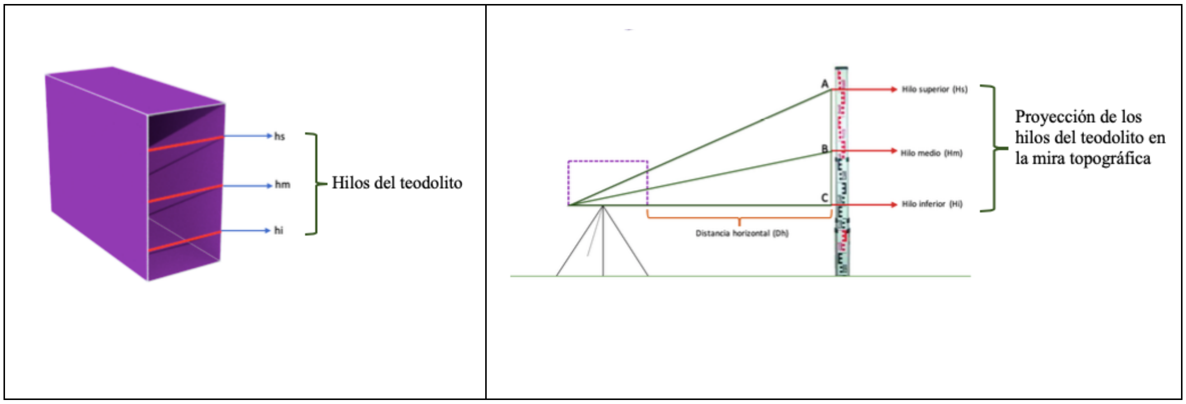


Ilustración 80. Funcionamiento del teodolito. Fuente: elaboración propia

Herramientas geométricas

Hay elementos geométricos que se vuelven cruciales para poder establecer las relaciones proporcionales del esquema de Thales. Una de ellas es el uso del hilo superior e inferior, debido a que permite completar valores faltantes, de manera que se pueda establecer la cuarta proporcional geométrica en el esquema de Thales. Cabe destacar que esta distancia DC (obtenida por la diferencia de hilos, ver ilustración 80) es la que más tarde es resignificada en la variable G expresión utilizada por el topógrafo para el cálculo de distancia horizontal.

Por otra parte, son necesarias las dimensiones del teodolito, ya que al igual que los hilos, son elementos que permiten la formación del esquema de Thales, el que luego se resignifican en la expresión funcional del topógrafo para el cálculo de distancia horizontal. Es así como estas medidas se vuelven constantes y para el especialista se denomina k (constante estadimétrica del equipo topográfico)

Conceptos de proporcionalidad y teorema de Thales:

Los estudiantes utilizan las proporciones del teorema de Thales para el cálculo de una distancia inaccesible. Debido a que reconocen la forma en la cual opera el teodolito construido y es mediante relaciones proporcionales (explicado en el esquema de Thales). Es así como logran establecer una expresión que les permite realizar el cálculo solicitado:

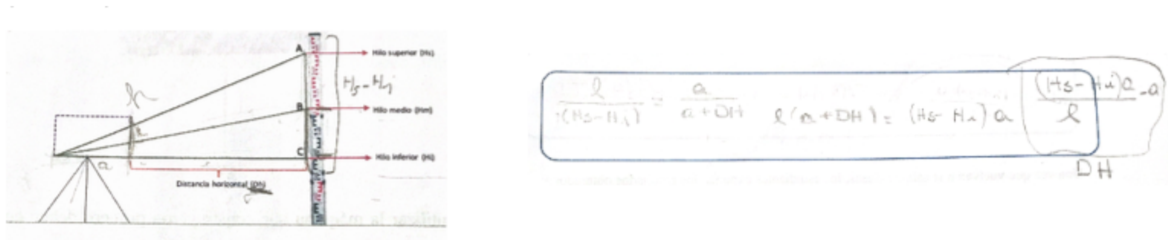


Ilustración 81. Reproducción estudiantil 42. Fuente: elaboración propia

Expresión funcional del topógrafo

La expresión establecida desde el uso de la proporcionalidad del teorema de Thales es la que permite la relación con la fórmula que finalmente utiliza el topógrafo en su práctica. La que por último se transforma en la expresión funcional para el cálculo de distancia horizontal en un terreno plano. Esta expresión es:

$$Dh = k \cdot G$$

Evolución de los Procedimientos

Los procedimientos utilizados para lograr calcular la distancia horizontal en un terreno plano es la siguientes:

Miden las dimensiones de cada uno de los teodolitos artesanales construidos, debido a que esta información es necesaria para conseguir la constante de proporción, que articulado con el esquema de Thales, implica establecer la proporción entre los trazos nombrarlos.

Posteriormente reconocen la forma de medir los hilos estadimétricos, para lo cual se cuentan los decímetros representados en la mira topográfica, determinando la medida en centímetros a medida que se enumeran de 10 en 10 los decímetros. Tanto la medida del hilo superior y luego la del inferior, para determinar la diferencia entre ambos, obteniendo el valor DC (ver esquema 76). De esta forma se logra establecer la cuarta proporcional geométrica que se requiere para lograr el objetivo propuesto.

Con la información anterior crean la expresión que les permitirá determinar la distancia horizontal.

Posteriormente, reconocen los elementos que logran formar la expresión funcional que utiliza el topógrafo para este propósito. Es así como afirman que el valor de k está relacionado con las dimensiones de su teodolito, debido a que estas se mantienen constantes en cada una de sus mediciones y es por esta razón que recibe el nombre de constante estadimétrica. Para luego afirmar que el generador G son todos aquellos valores de su expresión que son variables de una medición a otra, confirmando que los hilos estadimétricos cumplen esta condición.

Por último, aplican, de esta manera comprueban la efectividad de la expresión comparando sus resultados con los obtenidos con cinta métrica, corroborando que esta forma es mucho más exacta que otros métodos utilizados.

Evolución de los argumentos

Los argumentos permiten conocer el porqué de los estudiantes para actuar de cierta manera y cómo justifican este actuar. De esta forma permite develar los procedimientos utilizados en esta práctica de modelación.

Los argumentos que emergen son:

- Los estudiantes reconocen que tanto el teodolito como la mira topográfica deben ser paralelos, ya que es una de las condiciones para mantener la semejanza de los triángulos formados, y de esta forma poder utilizar la proporcionalidad del teorema de Thales.
- Junto con lo anterior, los estudiantes afirman que no basta con el paralelismo, sino también el teodolito y la mira topográfica deben estar perpendiculares a la horizontal (suelo), debido a que se debe verificar que tengan el mismo ángulo. Es por esta razón que declaran que el teodolito construido debe marcar 90º en el transportador incluido y que el compañero que sostenga la mira topográfica debe procurar de qué esta se encuentre de la manera más recta posible formando un ángulo recto con el suelo. ¿pero al final se quedan con esta, o terminan aceptando que puede ser diagonal?
- Y por último toda esta deducción es posible debido a la representación geométrica de la situación. De esta manera se reconoce:

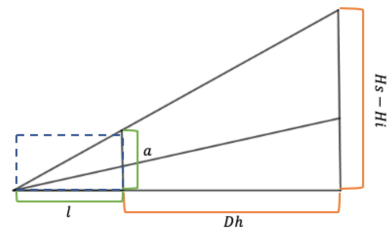


Ilustración 82. Esquema de Thales 2. Fuente: elaboración propia.

En síntesis, el dipolo construido en la secuencia queda establecido por:

Intencionalidad:

- Cálculo de la distancia horizontal de un terreno plano.

Herramientas:

- Teodolito casero.
- Mira topográfica.
- Relaciones de proporcionalidad en el esquema de Thales.
- Expresión funcional para el cálculo de la distancia topográfica horizontal.

Procedimientos:

- Articular el esquema de Thales, desde la medición de los segmentos: largo y ancho del teodolito, y la medida DC (ilustración 82). La cual se obtiene de la diferencia entre la medida del hilo superior y el hilo inferior.
- Desde la proporcionalidad, se establece una expresión para el cálculo de distancia horizontal.
- Resignificación de la expresión creada, avanzando hacia la expresión funcional del topógrafo:
- Comprobar la efectividad de la expresión en terreno.

Argumentos:

- El teodolito y la mira han de estar paralelas y a su vez perpendicularidad de estos con el horizonte terrestre para aplicar las fórmulas.

- Representación geométrica de las proporciones del teorema de Thales.

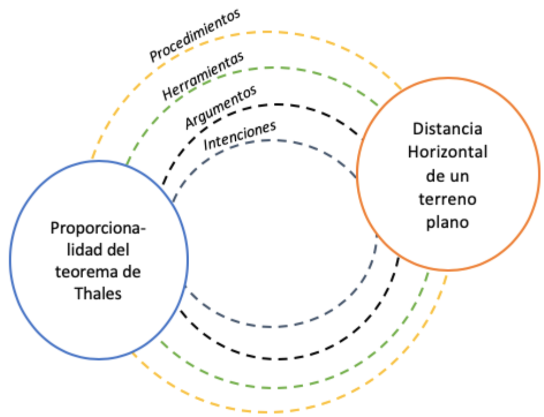


Ilustración 83. Dipolo modélico 3. Fuente: elaboración propia.

Segundo dipolo modélico

La actividad matemática de los estudiantes se basó, en el uso de la razón trigonométrica coseno del ángulo para el cálculo de distancia horizontal en un terreno con pendiente. En este caso, se les propone a los grupos una situación distinta a la mostrada en la fase 3. Donde se enfrentaban al cálculo de una distancia horizontal, pero esta vez había una pendiente en terreno (figura 84), lo que inhabilitaba la visual de la mira topográfica si se intentaba replicar los procedimientos utilizados en la fase anterior.

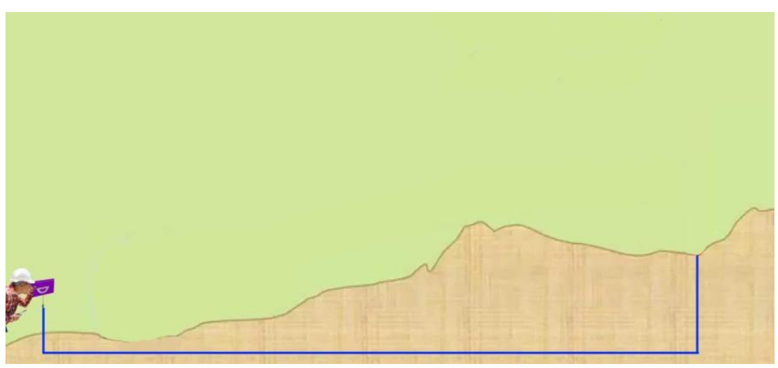


Ilustración 84. Distancia con desnivel. Fuente: elaboración propia.

Esta situación los obligó a modificar los procedimientos y herramientas ya utilizadas. Se observó como configuraban los instrumentos (mira topográfica y teodolito), el modelo de Thales para el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano y la razón trigonométrica coseno del ángulo de inclinación del teodolito.

Es así como, se reconoce la práctica de los estudiantes, la configuración de un dipolo modélico, donde el modelo es la razón trigonométrica coseno del ángulo como constante y lo modelado es la distancia de un terreno irregular.

Intencionalidad

La intencionalidad, dada por la actividad es el cálculo de la distancia horizontal de un terreno desnivelado.

Herramientas

- Herramientas materiales:

  Teodolito artesanal construido por los estudiantes en la fase 2 y la mira topográfica. Estas herramientas usadas en conjunto permiten la medición de los hilos estadimétricos, que representan las alturas de las proyecciones los hilos que están presentes en el teodolito, y de esta manera permiten completar el triángulo, con cual se representa la situación problema.

- Expresión funcional de Thales para el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano.

Para poder medir usando el teodolito y la regla se han de inclinar, luego reconocen que el cálculo será usando el teodolito y por tanto en teorema de Thales dará como resultado la pendiente entre el hilo inferior y la base del teodolito. Está pendiente es reconocida como la hipotenusa del triángulo que forma el teodolito el hilo inferior la proyección horizontal.

Luego, la expresión funcional de Thales configurada en la fase 3, se vuelve una herramienta que los estudiantes utilizan en esta fase. Debido a que en una primera instancia se intenta replicar las estrategias utilizadas en la fase anterior. Pero luego es la herramienta que les permite calcular la hipotenusa (distancia inclinada de la figura) la que les permite avanzar hacia el modelo trigonométrico.

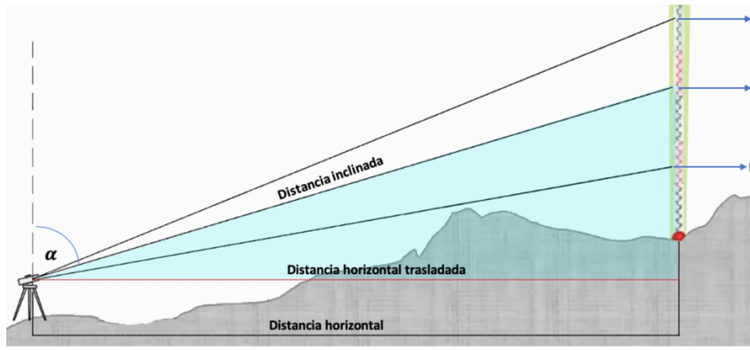


Ilustración 85. Distancia con desnivel 3. Fuente: elaboración propia.

Procedimientos.

La primera problemática a la que se vieron enfrentados los grupos fue la ubicación de la mira topográfica en la ilustración 85. Aquí surgieron estrategias en las cuales se intentaba utilizar el modelo de Thales construido en la fase 3. Por lo tanto, los estudiantes buscaron la manera de replicar las condiciones para su uso. por ejemplo, enterrar la mira con fin de que esta quedará al mismo nivel del teodolito, o por lo contrario levantar el teodolito al nivel de la mira topográfica. Sin embargo, la imposibilidad material de hacerlo, inviabiliza este propósito, La estrategia anterior fue rechazada, debido a que el contexto topográfico la vuelve inviable. Es así como se propone inclinar el teodolito y la mira topográfica en el mismo ángulo, de manera que el triángulo que se forma cumpla las mismas condiciones que aquel utilizado en la fase 3, con la diferencia que este se inclina, por lo tanto, la distancia horizontal que se calculaba en la fase anterior se resignifica convirtiéndose en la hipotenusa del nuevo triángulo. (ver ilustración 85)

Buscando una nueva estrategia que les permita resolver el problema del cálculo de distancia horizontal en un terreno con pendiente, es que los estudiantes buscan una regularidad en un triángulo dibujado a escala, en el cual debían predecir valores intermedios que no son posibles de medir con regla. Utilizando el teorema de Thales encuentras la regularidad, la cual es constante siempre y cuando el ángulo sea el mismo. La regularidad encontrada es:

$$\frac{basedeltiángulo}{hipotenusa}$$

Los estudiantes reconocen que la razón trigonométrica coseno del ángulo de inclinación del teodolito es igual a la relación encontrada. Es así como se dan cuenta que pueden calcular un lado del triángulo siempre y cuando tengan la medida de otro de sus lados y el ángulo.

Cuando se enfrentan a la aplicación en contexto topográfico, lo primero que deben identificar es el ángulo de inclinación de su teodolito, por lo tanto, llegan a la conclusión que este se obtiene registrando el ángulo que marca el transportador inserto en su teodolito y restando la posición inicial que es de 90º.

De esta manera, llegan a un modelo trigonométrico que les permite calcular la distancia horizontal de un terreno con desnivel:

$$cos\theta = \frac{Dh}{hipotenusa}$$

Donde la hipotenusa es calculada usando la expresión funcional de topógrafo.

Argumentos

En el intento de replicar el dipolo modélico de Thales para el cálculo de distancia horizontal, los estudiantes justifican mediante argumentos geométricos. Es así como desde la propuesta de mantener paralelos el teodolito y la mira topográfica y estos a su vez perpendiculares a la horizontal terrestre. Debido a que de esta manera mantienen los trazos paralelos y el ángulo de 90º requeridos para la utilización de la expresión de Thales.

Si bien, el argumento anterior es matemáticamente correcto, pero no es viable aplicarlo en el contexto topográfico. Es por esta razón que los estudiantes expresan lo poco lógico de llevar esto a la práctica. Para remediar esta dificultad se propone inclinar teodolito y mira topográfica de igual manera, de esta forma se observa la rotación del triángulo utilizado en la fase 3 y la creación de un nuevo triángulo. El cual está conformado por la distancia horizontal que se desea medir y la hipotenusa que en esencia resulta ser la distancia horizontal de un terreno plano la cual se resignifica como la distancia inclinada. (ilustración 85)

Para utilizar la razón trigonométrica coseno del ángulo, se deben cumplir ciertas condiciones: los triángulos deben ser rectángulos y deben tener en común el ángulo de inclinación del teodolito.

En síntesis, el dipolo se configura como:

Intencionalidad:

- Cálculo de distancia horizontal de un terreno con desniveles.

Herramientas:

- Teodolito casero.
- Mira topográfica.
- Dipolo modélico de Thales para el cálculo de la distancia horizontal de un terreno plano.

Procedimientos:

- La medición del ángulo de inclinación del teodolito, el cual se obtiene mediante la diferencia entre el ángulo que muestra el transportador y la posición inicial.
- El cálculo de la distancia inclinada (hipotenusa del triángulo) lo obtienen utilizando la expresión funcional del topógrafo, construida desde el dipolo modélico de Thales para el cálculo de distancia horizontal en un terreno plano: $Dh = k \cdot G$
- Por último, se aplica la razón trigonométrica coseno del ángulo de inclinación el cálculo de la distancia horizontal en un terreno con pendiente:

$$cos\theta = \frac{Dh}{k \cdot G}$$

Argumentos:

- Inclinación del triángulo utilizado en el esquema de Thales, el trazo de la base que correspondía a la distancia horizontal en un terreno plano se convierta en la hipotenusa (resignificada como distancia inclinada) de un nuevo triángulo. (ilustración 85)
- Los estudiantes reconocen que el ángulo de inclinación del teodolito no corresponde al valor que marca el transportado, debido a que esta se encuentra inicialmente en 90º.

- El coseno del ángulo de inclinación permite formar una relación entre la distancia horizontal y la distancia inclinada.

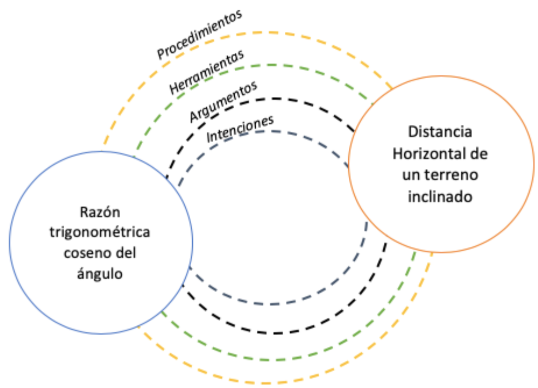


Ilustración 86. Dipolo modélico 4. Fuente: elaboración propia.

5.6. Contraste

A continuación, se presenta el contraste entre las conjeturas creadas al momento de la construcción de la secuencia didáctica y las reproducciones de las textualidades y oralidades de los estudiantes al momento de desarrollar las actividades propuestas.

Fase 1

Las conjeturas propuestas en la fase 1 de la secuencia didáctica son las siguientes:

Al momento de que los estudiantes realicen las mediciones del largo y ancho del patio central y del patio de talleres se espera que ellos obtengan diferencias en las medidas registradas entre los grupos y en comparación con la medición del plano de arquitectura del colegio.

Desde la evidencia de las diferencias en las medidas obtenidas deben emerger argumentos para justificar el porqué de esta diferencia, tales como:

La cinta métrica no es la mejor herramienta. (C1 - F1)

Se debe comprobar más de una vez la medición para generar más precisión, debido a que existe un error humano de manipulación y registro de datos. (C2 - F1)

Cuando realizan las medidas a un lugar mucho más irregular como es el sector de la granja se espera que los estudiantes logren conjeturar sobre los aspectos que hacen que esta medición se vuelva aún más imprecisa que la anterior. Por lo que debe surgir razonamientos como:

Si bien la cinta métrica no tiene errores en su medición ya no es útil debido a que esta mide las longitudes de las curvas o la pendiente lo que hace irregular el terreno por esta razón la medida que ellos registran no es la medida lineal que se solicita. (C3 - F1)

En el caso de las reproducciones estudiantiles en la fase 1:

La conjetura se confirma, toda vez que las medidas logradas por los estudiantes tienen una alta variabilidad. Como se mencionó en el capítulo anterior, la diversidad de tipos de huinchas para medir, junto con las diferencias de métodos generaron diversas medidas para la misma distancia.

Respecto de las causas, como se mencionará emergen dos razones por las cuales no obtienen las medidas deseadas. Una de ella tiene relación con seguir una línea imaginaria recta por el largo y ancho del terreno de esta manera evitarían desviarse de la medición. Además, aseguran que al no tener cintas métricas de mayor tamaño y no ser precisos al momento de la yuxtaposición de la huincha al terminar la medición anterior, esto causa una suma de errores que no permiten obtener la medición precisa.

Estas razones son la causa de la que los estudiantes afirmen que la cinta métrica no es la herramienta más indicada para la medición de terrenos que son de gran tamaño, lo que concuerda con la primera conjetura establecida (C1 - F1).

En el caso de la segunda conjetura (C2 - F1), si bien los estudiantes no son tan claros en afirmar la necesidad de realizar más de una vez la medición, si son claros en enfatizar en que el error humano es una de las grandes causas de las diferencias obtenidas, es así como mencionan aspectos de la expertiz del que mide y más tiempo para poder ser más detallistas.

Ya en terrenos más irregulares, los estudiantes afirman que cometen menos errores en esta medición que en la medición de los patios interiores del establecimiento, debido a que intentan reducir el error humano. Son más juiciosos e intentan no incurrir en los errores que declaran haber cometido en la primera parte de la actividad. Pero a su vez los estudiantes afirman que esta medición es mucho más dificultosa debido a lo irregular del terreno. Por tanto, reconoce que es su práctica la que les permite una mejor medición.

Es así como hay grupos a pesar de su error al momento de medir, identifican que midieron la pendiente, logran hacer la relación con triángulo rectángulo en cual ellos debían medir la base de este, pero ellos lo que en realidad midieron es la hipotenusa lo que concuerda con la tercera conjetura (C3 -F1).

Las soluciones propuestas para no volver a cometerlos, es realizar mediciones en forma lineal sin considerar la pendiente para esto plantean una medición no a ras de suelo de esta manera no se considerarán las longitudes de la curva del terreno o las pendientes que este tenga. Junto con lo anterior los grupos van más allá y concuerdan en que la huincha tampoco es la herramienta más idónea en esta labor. Por tanto, se puede resumir que la cinta métrica no es útil en terrenos de gran medida y/o en terrenos irregulares.

Fase 3

Las conjeturas propuestas para la fase 3 de la secuencia didáctica:

A partir de la construcción de su propio teodolito, se espera que los estudiantes comiencen a entender conceptos que utilizan diariamente los topógrafos, como son los hilos (superior, medio e inferior). (C1 - F3)

Cuando se pregunta por la medida del segmento AC se espera que los estudiantes, logren establecer esta distancia desde la diferencia entre los hilos superior e inferior. (C2 - F3)

Se espera que los estudiantes formen una proporción desde las razones entre el teodolito y la distancia horizontal con la mira topográfica, por lo que deberían obtener lo siguiente: (C3 - F3)

l: largo del teodolito

a: ancho del teodolito

Dh:distancia horizontal.

AC:distancia del segmento AC.

$$\frac{l}{AC} = \frac{a}{a + Dh}$$

$$Dh = \frac{AC \cdot a}{l} - a$$

Desde la calibración se espera que emerja de los estudiantes ideas como: (C4 - F3)

Para que se pueda utilizar el teodolito es necesario que este forme un ángulo de 90º con la persona que lo sostiene.

O, por otra parte, deben deducir que es importante que el teodolito quede horizontal con el suelo, marcando justo 90º en el transportador.

El estudiante que sostenga la regla también debe mantener el ángulo de 90º entre la herramienta y el suelo.

Por último, se espera que los estudiantes logren relacionar sus variables con las que utiliza el topógrafo en su actividad laboral. Como: (C5 - F3)

$$AC = G$$

k =los valores de las dimensiones del instrumento

Así mismo los estudiantes deben lograr reconocer que el valor de la constante varía según el instrumento. (C6 - F3)

A los estudiantes se les entrega la siguiente imagen que representa a grandes rasgos el funcionamiento del teodolito que acaban de construir

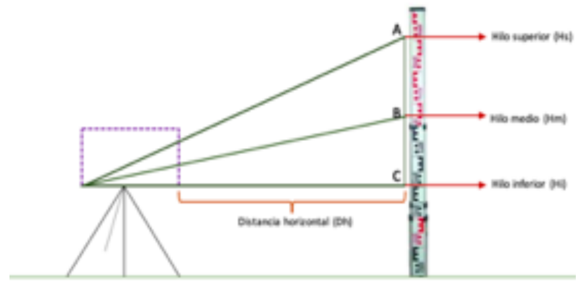
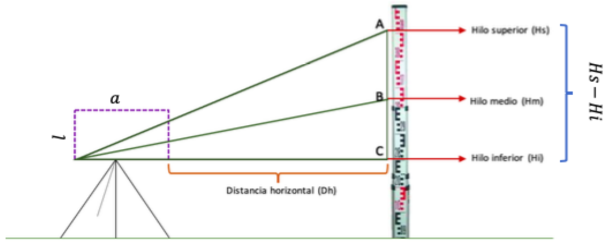


Ilustración 87. Función del teodolito. Fuente: elaboración propia.

Se les pregunta, si es posible determinar la medida del segmento AC, es aquí donde los grupos utilizan la proporcionalidad del teorema de Thales para encontrar el segmento pedido, designando como variables el largo y ancho del teodolito y la distancia horizontal.

Pero por otra parte hay estudiantes que plantean otra forma de calcular la medida del segmento ACdebido a que si se utiliza la proporción de Thales solo se tendrán dos de los cuatros datos necesarios, por lo que faltarían las medidas de la distancia horizontal y del segmento entre hilos (Dh y AC) lo que no le permitiría determinar la medida solicita. Es así como proponen otra forma de encontrar la medida del segmento AC la diferencia entre Ay C, en otras palabras, la diferencia entre el hilo superior y el hilo inferior. Afirmación que hace que se cumpla la conjetura C2 - F3.

Desde las relaciones proporcionales del teorema de Thales los estudiantes forman proporciones entre las dimensiones del teodolito, la distancia horizontal y la diferencia entre los hilos superior e inferior. De esta forma y en el plenario se establece que la expresión propuesta por el grupo (G6 - P4) será la que se utilizará para las aplicaciones posteriores.



$$Dh = \frac{(Hs - Hi) \cdot a}{l} - a$$

Ilustración 88. Función del teodolito. Fuente: elaboración propia.

Con la construcción de esta expresión funcional para el cálculo de distancia horizontal, se cumple la conjetura (C3 - F3).

En el caso de la cuarta conjetura (C4 - F3), no se ven las condiciones de los ángulos que deben tener el teodolito y la mira topográfica para poder utilizar las proporciones del teorema de Thales, por lo que se puede deducir hasta el momento que los estudiantes no comprueban el ángulo de 90 grados, ya que no consideran que sea una condición fundamental para la utilización del dipolo modélico construido. Pero en la fase 4 de la secuencia se evidencia esta comprobación del ángulo, la cual la hacen de manera explícita. Por tanto, en esta fase no se logra verificar esta conjetura.

Cuando los estudiantes deben comprobar el modelo construido, con la expresión que utiliza el topógrafo es aquí cuando ellos reconocen a la constante de proporcionalidad $k$como aquellos valores de su expresión que se mantienen constantes, en este caso las dimensiones del teodolito son aquellas que no varían. Para poder llegar a esta conclusión los estudiantes utilizan la palabra constante, como indicador de comprobación, por tanto, como lo que tenían que relacionar era una constante, es así como ellos buscaron todo lo que no variara en su expresión.

Por último, para relacionar el generador con su expresión, los estudiantes exponen que es todo aquello que no es constante por lo tanto identifican que $G = (Hs - Hi)$. De esta forma se verifican las conjeturas (G5 -F3) y (G6 - F3).

Fase 4

Las conjeturas establecidas en la construcción de la secuencia son las siguientes:

Desde la imagen y la discusión entre los estudiantes de cada grupo se espera que emerjan ideas como:

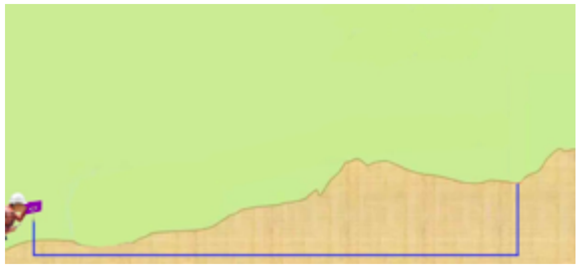


Ilustración 89. Distancia con desnivel. Fuente: elaboración propia.

La regla se debe ubicar en la parte superior del desnivel. (C1 - F4)

Para poder recopilar la información necesaria (hilos) se debe inclinar el teodolito. (C2 - F4)

Como se inclina el teodolito la regla también debería inclinarse. (C3 - F4)

El ángulo de inclinación es lo que se modifica. (C4 - F4)

A partir de la medición de los lados del triángulo y la completación de la tabla, se espera que los estudiantes logren encontrar la regularidad: (C5 - F4)

$$\frac{GB}{GA} = \frac{GD}{GC} = \frac{GE}{GF}$$

Desde este análisis se espera que los estudiantes logren predecir los valores faltantes en el triángulo, comprobando que se cumple la regularidad encontrada. (C6 - F4)

Desde la deducción de la regularidad, debe probar que ésta se cumple. Se espera que los estudiantes escriban una expresión algebraica que exprese este razonamiento. (C7 - F4)

Cuando los estudiantes ya deben enfrentarse a la aplicación de los conceptos deducidos con anterioridad, se pretende que emerjan ideas como:

Si el transportador marca 120º, esto implica una inclinación de 30º del teodolito. (C8 - F4)

El ángulo equivale al ángulo de inclinación del teodolito. (C9 - F4)

La distancia inclinada equivale a la proyección inclinada de la distancia horizontal que calculaban en terrenos sin desnivel. (C10 - F4)

Cuando se les presenta a los estudiantes la expresión que utiliza el topógrafo se espera que desde el análisis emerjan ideas como:

El ángulo vertical del topógrafo no es el mismo ángulo de inclinación del teodolito casero. (C11 - F4)

El ángulo de inclinación del teodolito casero corresponde al complementario del ángulo vertical. (C12 - F4)

La razón por la que utilizan el seno es porque el triángulo que forman es el superior aquel formado por la vertical, la distancia inclinada. (C13 - F4)

En la primera parte de fase 4 se resalta por parte de los estudiantes, la condición que no había quedado explícita en la fase anterior, que es mantener el criterio de semejanza entre los triángulos que se forman para el cálculo de distancia horizontal. Los estudiantes intentaron de varias formas mantener el ángulo de 90º en el teodolito y en la mira topográfica, buscaron estrategias que les permitiera replicar el modelo de Thales para el cálculo de distancia horizontal. Por tanto, esta insistencia permite verificar la conjetura (C4 - F3) de la fase anterior.

Luego de reconocer que las estrategias propuestas para dejar tanto el teodolito como la mira topográfica perpendiculares al suelo, son inviables para el contexto topográfico en el cual está inmersa la actividad, desisten de esta opción y logran avanzar a nuevas propuestas. Es así como reconocen que el teodolito se debe inclinar para poder recoger la información necesaria y que el ángulo de inclinación de este instrumento debe ser igual al ángulo en el que se debe posicionar la mira topográfica. Por lo que se observa la insistencia en cumplir con las condiciones de semejanza de triángulos que son necesarias para utilizar el teorema de Thales. Además, indican que la regla debe estar ubicada al término de la medición de la distancia horizontal. De esta forma se comprueban las conjeturas (C1 -F4), (C2 -F4), (C3 - F4) y (C4 -F4) planteadas.

Posteriormente se esperaba que los estudiantes encontrarán una regularidad dado un triángulo rectángulo. En esta actividad planteada, los grupos no lograron establecer esta regularidad, pero si la obtienen desde el segundo triángulo, debido a que se les pide a los estudiantes predecir valores intermedios. Es esta necesidad de predicción la que les obliga a encontrar una estrategia, es así como replican el modelo utilizando el teorema de Thales, identificando la relación de proporcionalidad que existe entre la base y la hipotenusa de los triángulos semejantes. A partir de regularidad encontrada es que los estudiantes deducen una expresión algebraica que permite ilustrar esta relación: $\frac{basedeltriángulo}{hipotenusa}$. De esta forma se cumplen las conjeturas (C5 - F4), (C6 - F4) y (C7 - F4).

Cuando los estudiantes se enfrentan al contexto topográfico de lo construido anteriormente, ellos logran identificar correctamente el ángulo de inclinación del teodolito y que la distancia horizontal que ellos calculaban con la expresión $k \cdot G$, corresponde a la diagonal del nuevo triángulo, por tanto, reconocen que esta distancia es la que se denomina distancia inclinada. lo que permite observar el cumplimiento de la conjetura (C8 - F4), (C9 -F4) y (C10 - F4)

Por último, los estudiantes deben relacionar su expresión con la que utiliza el topógrafo en su práctica, la dificultad de este análisis es que los estudiantes realizan el cálculo de distancia horizontal usando la razón trigonométrica coseno y el topógrafo utiliza la razón seno. Para dar respuesta a esta diferencia, los estudiantes plantean que se realiza un triángulo por sobre la imagen, es así como la hipotenusa de ellos y la del topógrafo es la misma lo que cambia es que los estudiantes utilizan el cateto adyacente y el topógrafo utiliza el cateto opuesto. Junto con esto deducen que el ángulo que utiliza el especialista es el complementario del ángulo de inclinación que ellos obtienen por el uso de su teodolito casero. Cumpliendo con las conjeturas (C11 - F4), (C12 - F4) y (C13 - F4).

5.7. Consideraciones para el rediseño

Desde la aplicación y observación del desarrollo de la secuencia se proponen las siguientes consideraciones para su rediseño:

En la fase 1, se les solicita a los estudiantes medir dos patios interiores del establecimiento educacional. Esta actividad demanda mucho tiempo escolar. Además, las conjeturas emergen desde la primera medición. Por lo tanto, se sugiere eliminar la medición al patio de talleres. De manera de lograr optimizar el tiempo escolar que siempre es muy acotado.

En la fase 2, se plantea una serie de ejercicios donde deben calcular alturas inaccesibles usando el teorema de Thales. Como la finalidad es calcular distancias horizontales. Se sugiere incluir ejercicios donde deban calcular distancias horizontales inaccesibles. De tal manera que al buscar una expresión que les permita calcular la distancia entre dos objetos, les sea más fácil encontrar la proporcionalidad.

En la fase 4, el triángulo que les debía permitir encontrar la regularidad que les ayuda a avanzar hacia lo trigonométrico, no logró los resultados esperados. Es por esta razón que lo mejor es entregar los valores (no que ellos lo midan usando regla) ya que, al usar la regla cometen errores milimétricos de medición. Lo que no les permite encontrar la regularidad. Por lo tanto, es importante que predigan e interpolen valores, esto les permite avanzar. Se propone eliminar esta actividad y agregar un triángulo que tenga su ángulo recto en un vértice que no sea el que este paralelo al horizonte terrestre, de manera que puedan trabajar y generalizar para distintos triángulos.

Por último, cuando los estudiantes avanzan hacia el modelo trigonométrico (fase 4). Un elemento primordial es el ángulo. Dado esto, se sugiere incluir triángulos con distinto ángulo de inclinación. De manera que los estudiantes se den cuenta que para aplicar la constante trigonométrica entre dos triangulo solo se puede, si es que estos, tienen el mismo ángulo de inclinación.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

El objetivo de este estudio es validar una secuencia de aprendizaje interdisciplinaria que articula el cálculo planimétrico de distancias, del área de formación topográfica, con el uso de razones trigonométricas del área de formación general matemática. Este objetivo se ha cumplido y se presenta una secuencia didáctica ajustada, tanto a los propósitos didácticos, como a los tiempos curriculares establecidos en la escuela. En base a los análisis presentados con anterioridad, se pueden resaltar las siguientes conclusiones.

En primer lugar, respecto del primer objetivo, podemos destacar el hecho que al caracterizar la práctica de medida de distancias horizontales en la topografía permitió reconocer la matemática que utiliza el especialista de manera explícita e implícita y cómo la utiliza. Esto fue base para el diseño y conjeturas de la secuencia construida, debido a que la indagación en la práctica planimétrica del topógrafo permitió la configuración de dos dipolos modélicos que posibilitaron la construcción de una secuencia interdisciplinaria.

Desde los análisis y contrastes realizados a la fase 3 de la secuencia de aprendizaje planteada. Se observa que los estudiantes logran construir un dipolo modélico inicial para el cálculo de distancias horizontales de un terreno plano. La importancia de la construcción de este primer dipolo es porque ambos saberes (tanto el matemático como el topográfico) son considerados en el currículum como conocimientos previos al cálculo de distancia en un terreno con pendiente y a las razones trigonométricas.

Cabe destacar, que el proceso de construcción de primer dipolo evidencia como los estudiantes resignifican objetos matemáticos (que para ellos ya eran conocidos, el teorema de Thales para trazos proporcionales) en objetos topográficos. Por ejemplo, el grupo (G3 - PG) resignifica el concepto del generador G como “es la distancia entre los hilos, hilo superior menos hilo inferior”. De esta manera se puede afirmar que los estudiantes en esta fase logran formar puentes articuladores entre las esferas del teorema de Thales y el cálculo de distancias horizontales. Donde, la intención es el cálculo de distancia horizontal en un terreno plano. Emergieron herramientas, tales como: teodolito casero, mira estadimétrica, y proporcionalidad del teorema de Thales. Las que permitieron procedimientos como: la medición de los hilos usando el teodolito construido y la mira topográfica, lo anterior junto a las dimensiones del teodolito formaron un modeli de Thales para el cálculo de distancia horizontal de un terreno plano. Este modelo termina resignificado, desde la expresión que utiliza el topógrafo para el cálculo de distancia. Los argumentos que sustentaron estos procedimientos fueron: que tanto el teodolito como la mira debía estar paralelos y a su vez perpendiculares al horizonte terrestre. La configuración de este dipolo modélico confirma el primer aporte para la interdisciplina. Dado que se logró que dos nodos disciplinarios convergieran en un problema común, logrando resolverlo, en conjunto y donde elementos de la matemática escolar se resignificaron en elementos funcionales para el topógrafo. Es así como se logra configurar un dipolo modélico llamado "Esquema de Thales para el cálculo de distancias horizontales" este modelo a su vez sería un nodo de interdisciplina.

En segundo lugar, se puede evidenciar como la razón trigonométrica $cos\alpha$ se resignifica para los estudiantes como una constante (siempre y cuando el ángulo se mantenga) que les permite calcular la distancia horizontal de un terreno con pendiente. Junto con otros elementos, le fue posible configurar el segundo dipolo. En el cual, la intención es el cálculo de distancias horizontales en un terreno con pendiente. Las herramientas que emergen son: el teodolito casero, la mira estadimétrica y el dipolo modélico de Thales para el cálculo de distancias horizontales (construido en la fase anterior). El procedimiento utilizado es: la medición de los hilos estadimétricos y el cálculo de la distancia horizontal de un terreno plano, debido a que en este nuevo modelo esta distancia es la hipotenusa de un nuevo triángulo. La medición del ángulo de inclinación del teodolito y la utilización de la razón trigonométrica $cos\alpha$. Los argumentos que validan el procedimiento son: como se inclina el teodolito el triángulo del esquema de Thales también lo hace, lo que provoca la formación de un nuevo triángulo, donde la hipotenusa calculada por la expresión $Dh = k \cdot G$ y el ángulo de inclinación permiten utilizar la razón trigonométrica $cos\alpha$. Es con este segundo dipolo que se consolida la secuencia didáctica interdisciplinaria. Debido a que se evidencian dos momentos claves en los cuales las prácticas de modelación permiten constatar la articulación entre dos áreas del conocimiento. Para Llano et al, (2016) la interdisciplina se verifica si dos o más nodos disciplinares son piezas para armar el rompecabezas, siendo este trabajo articulado el que se denomina nodo interdisciplinar. Por esta razón la secuencia se valida como secuencia interdisciplinar, ya que, hay la configuración de dos dipolos que evidencian este trabajo articulado entre la matemática escolar y el cálculo planimétrico de distancias horizontales. Si bien, se plantean aspectos para el rediseño y la mejora de la secuencia de aprendizaje, se considera que se logra el objetivo planteado en esta investigación.

Lo anterior permite dar cuenta, de un avance en aspectos que surgieron en la problemática de este estudio. Lograr imbricar el área de dibujo técnico con la matemática escolar. Debido a que la matemática debe contribuir al desarrollo de otras áreas del conocimiento (Mineduc, 2016). Es por esta razón que esta secuencia proporciona progreso en el logro de esta imbricación. Junto con lo anterior los dipolos modélicos que aquí emergieron son los que permiten decir que el objeto matemático cambió, se resignificó. De manera que deja de ser una matemática algorítmica como lo afirma Maldonado y Miranda (2009), sino que se vuelve en un objeto funcional topográfico. Por lo que se logra lo planteado por el Mineduc (2016) la matemática debe ser útil en otras disciplinas.

Para seguir contribuyendo a esta articulación, se propone tomar aspectos de la matemática escolar que son fundamentales en la práctica del topógrafo. Como es el trabajo en gradianes, debido a que en esta secuencia se sigue utilizando los grados sexagesimales como unidad de medida angular. Lo que no se condice con la unidad de medida utilizada en la planimetría. Dado que los equipos topográficos vienen programados por el fabricante en grados centesimales. Así mismo, se propone seguir hacia cálculos de poligonales cerradas. Donde se utilizan los modelos construidos en esta secuencia, más conceptos de área y perímetro de polígonos irregulares, usando métodos de descomposición triangular.

En línea con lo anterior, se considera importante que un establecimiento educacional técnico profesional, se hagan modificaciones a la enseñanza de las matemáticas en pro del desarrollo de las especialidades técnicas del colegio. De manera que la matemática logre ser una herramienta funcional para los especialistas. Donde puedan construir los modelos que ellos utilizan en sus prácticas y no que sean enseñadas solo desde una fórmula que les permita hacer cálculos en sus áreas respectivas.

Por otra parte, hay aspectos motivacionales que no fueron abordados en esta investigación. Desde la observación realizada por parte del investigador a los estudiantes, se visualiza que los alumnos lograron involucrarse con la actividad. Debido a que iban descubriendo que, algo tan simple para ellos como la medición con una huincha, no les permitía obtener los resultados esperados. Por lo tanto, se mostraban expectantes a la exploración de métodos que les permitieran resolver el problema planteado. Es la razón por la cual se propone evidenciar esto, mediante la toma de registros sobre la motivación que experimentan los estudiantes al enfrentarse a este tipo de metodologías, ya que, esta fue una de las razones por las cuales se pudo ejecutar con éxito esta secuencia interdisciplinaria.

En síntesis, los estudiantes técnicos profesionales, en las clases de matemática deberían poder construir desde sus diversas especialidades conocimientos matemáticos que se vuelvan herramientas funcionales en su práctica profesional. De esta manera la matemática escolar no tendría la necesidad de ser reenseñada por los docentes del área diferenciada. Lo que permitiría a los estudiantes visualizar la utilidad de la asignatura de matemáticas en su especialidad. Con el fin contribuir al perfil profesional, que necesita el estudiante para desenvolverse en el campo laboral.

BIBLIOGRAFÍA

Agencia de Calidad de la Educación (2016). *Panorama de la educación media técnico profesional en Chile.* Ministerio de Educación, Santiago. Chile

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula.* (Tesis doctoral no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Arrieta, J., y Días, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *18*(1), 19-48.

Arroyo, C., Pacheco, F. (2018). Los resultados de la educación técnica en Chile. Comisión nacional de productividad. Chile.

Artigue, M. (1995). (P. Gómez, Ed.). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.

Ballesteros, J. (2011). *Manual para el auxiliar de topografía.* Madrid, España.

Becerra, M., Arenas, F., Morales, F., Urrutia, L. y Gómez, P. (2014). Razones trigonométricas. En P. Gómez. (Ed). *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemática en MAD 1*. (pp. 342–411). Bogotá, Colombia: Ediciones Universidad de los Andes.

Cantoral, R. (2016a). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento matemático (Segunda ed.). México: Gedisa

Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6*(1)*, 27- 40.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática,* 7*(3)*, 91-116.

Cantoral, R; Montiel, G y Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *18*(1), 5-17.

Cantoral, R y Hernández, E. (2018). Caracterización de prácticas asociadas con la predicción en el enfrentamiento ante lo errático: un estudio socioepistemológico. *Transformación*, *14*(2), 177-189.

Cedefop (2014). Attractiveness of initial vocational education and training: identifying what matters. Research Paper N° 39. Luxembourg: Publications Office of the European Union.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de los didáctico. *Recherches en Didáctique des Mathématiques*, 19*(2)*, 221-266.

Douady, R. (1996). Ingeniería didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde. En Barbin, E. y Douady, R. (Ed), E*nseñanza de las matemáticas:*

Relación entre saberes, programas y prácticas. Francia. Topiques éditions. Publicación del I.R.E.M.

Espinoza, L., Matus, C., Barbe, J., Fuentes, J. y Márquez, F. (2016) Calidad en la Educación. *Revista Calidad en la Educación*, 45, 90-131.

Hernández, J. (2019). *Elementos para el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional entre estudiantes de bachillerato: el caso de "lo errático".* (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.

Guerrero, Y. y Vega, N. (septiembre 2016). *Estudio de dificultades y errores en la resolución de triángulos utilizando teorema del seno y el coseno.* Conferencia presentada en Encuentro Distrital de Educación Matemática. Bogotá DC.

Galicia, A., Landa, L., y Cabrera, A., (2017). Reconstitución de prácticas sociales de modelación: lo lineal a partir de análisis químicos. El caso de la curva de calibración. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, *8*(15), 29-55.

Galicia, A., Landa, L., Sotelo, J., Peláez, I., y Hernández, J. (2018). La modelación exponencial como práctica de matemáticas para estudiantes de ingeniería a partir de un proceso industrial de enfriamiento. 10(4), 804-809.

García, V. (2014). Aplicación de la ingeniería didáctica como metodología para favorecer el desarrollo de competencias a partir de los sistemas de ecuaciones lineales. (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Palmira, Colombia.

Vides, S y Rivera, J. (2015). La ingeniería didáctica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística. *Omnia, 21*(2),96-104.

Klaassen, R. (2018) Interdisciplinary education: a case study. *European Journal of Engineering Education*. *43*(6), 842-859.

Maldonado, E y Miranda, J. (2009). Análisis didáctico y cognitivo de los elementos de trigonometría. En P. Lestón (Ed), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22, 169-178. México. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Menken, S., y M. Keestra. (2016). *An Introduction to Interdisciplinary Research*. Amsterdan: Editorial Amsterdam University Press.

Milián, L., Gato, D., y Sánchez, M., (2017). La profesionalización de la Matemática en la especialidad Albañilería de la Educación Técnica y Profesional. *Revista Conrado*, *13*(58), 126-135.

Mineduc (2015). Formación diferenciada técnico- profesional. Especialidades y perfil de egreso. Ministerio de Educación, Santiago. Chile.

Mineduc (2016). Programa de estudio formación diferenciada. Especialidad dibujo técnico. Sector gráfico. Ministerio de Educación, Santiago. Chile.

Mineduc (2016). Programa de estudio segundo medio. Educación matemática. Ministerio de Educación, Santiago. Chile.

Mineduc (2018). *Estadísticas de la educación 2017*. Ministerio de Educación, Santiago. Chile.

Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática, 28*(50), 1193-1216.

Mora, M., Nieto, E., Polanía, D., Romero, M. y González. M. (2014). Razones trigonométricas vistas desde múltiples lentes. En P. Gómez. (Ed). *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas de matemática en MAD 1*. (pp. 275–357). Bogotá, Colombia: Ediciones Universidad de los Andes.

OCDE. (2012). Panorama de la Educación: Indicadores de la OCDE 2012. Paris: OCDE.

OCDE (2010). Learning for Jobs, OECD Reviews of Vocational Education and Training. Paris: OCDE

Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Sociepistemología*. México: Gedisa.

Rodríguez, T., Herrera, R., y Valdés, A. (2018). La enseñanza de la ortografía a partir del trabajo con los nodos de articulación interdisciplinaria en la carrera de educación primaria. *Conrado*, *14*(62), 186-194.

Rojas, Y., y Graus, M. (2016). Relaciones interdisciplinarias de las ciencias a partir de la matemática en la Educación Preuniversitaria. *Didáctica y Educación*. *7* (5), 131-154.

Santamaría, P. y Sanz, T. (2005). *Manual de prácticas de topografía y cartografía.* España: Universidad de la Rioja.

Soler, J., Soler, M. y Peña, M. (2006). Las relaciones interdisciplinarias en la formación inicial del Profesor General Integral de Secundaria Básica. *VARONA,* (42),16-21.

UNESCO (Mayo de 2012). Consenso de Shangái. *Transformar la EFTP: forjar competencias para el trabajo y la vida*. Recomendaciones del Tercer Congreso Internacional sobre Educación y Formación Técnica y Profesional, Shangái, 14-16.

UNESCO (2013). Intercultural Competences: Conceptual and Operational Framework. París: UNESCO.

UNESCO (2015). Recomendación relativa a la enseñanza y formación técnica y Profesional. Paris: Unesco.

Venturas, Obregón, Pérez, y López (2013). Las herramientas matemáticas en la formación técnico profesional del tecnólogo de la salud. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 13(3), 1-28.

Waldegg, G., Villaseñor, R. y García, V. (1998). Matemáticas en contexto. Aprendiendo matemáticas a través de la resolución de problemas, Primer curso, México: Grupo Editorial Iberoamérica.

ANEXOS

Plano del establecimiento educacional:

Consentimiento informado del estudiante:

CONSENTIMIENTO INFORMADO

(Aplicación de Secuencia de Aprendizaje)

Usted ha sido invitado(a) a participar en el Proyecto de Investigación "Configuración de los dipolos modélicos en la práctica del topógrafo: una experiencia en formación técnico profesional" a cargo del investigador María José Grancelli, estudiante de magister de la universidad Católica Cardenal Silva Henríquez, cuyo profesor tutor es el doctor Eduardo Carrasco, miembro del Claustro Magíster de la Universidad Católica Silva Henríquez y académico de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

El objetivo principal de este trabajo es diseñar situaciones de aprendizaje interdisciplinar entre las áreas de topografía para el cálculo planimétrico de distancias y el área de formación general matemática.

Si acepta ser parte de este estudio requerirá participar en la aplicación de la secuencia de aprendizaje, la cual consideran una duración de 12 horas pedagógicas durante el mes de noviembre.

Su participación es totalmente voluntaria y podrá abandonar la investigación sin necesidad de dar ningún tipo de explicación o excusas y sin que ello signifique algún perjuicio o consecuencia para usted.

Además, tendrá el derecho a no responder preguntas si así lo estima conveniente. La totalidad de la información obtenida será de carácter confidencial, para lo cual los informantes serán identificados con código, sin que la identidad de los participantes sea requerida o escrita en la o las entrevistas. Los datos recogidos serán analizados en el marco de la presente investigación y su presentación será efectuada de manera que los usuarios no puedan ser individualizados.

Su participación en este estudio no le reportará beneficios personales, no obstante, los resultados del trabajo constituirán un aporte al conocimiento en materias significativas para la educación matemática.

Si tiene consultas respecto de esta investigación, puede contactarse con el investigador responsable, María José Grancelli Cancino al su mail m.j.grancelli@gmail.com

Si desea efectuar consultas respecto de sus derechos como participante puede contactar al director del programa de Magíster en Educación Matemática de la Universidad Católica Silva Henríquez, profesor doctor Jorge Ávila Contreras al correo electrónico javila@ucsh.cl

Por medio del presente documento declaro haber sido informado de lo antes indicado, y estar en conocimiento del objetivo del estudio.

Manifiesto mi interés de participar en este estudio y he recibido un duplicado firmado de este documento que reitera este hecho.

Acepto participar en el presente estudio (Firma y Nombre)

____

Consentimiento informado para el apoderado:

CONSENTIMIENTO INFORMADO

(Aplicación de Secuencia de Aprendizaje)

Señor apoderado, su pupilo ha sido invitado(a) a participar en el Proyecto de Investigación “Configuración de los dipolos modélicos en la práctica del topógrafo: una experiencia en formación técnico profesional” a cargo del investigador María José Grancelli, estudiante de magister de la universidad Católica Cardenal Silva Henríquez, cuyo profesor tutor es el doctor Eduardo Carrasco, miembro del Claustro Magíster de la Universidad Católica Silva Henríquez y académico de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

El objetivo principal de este trabajo es diseñar situaciones de aprendizaje interdisciplinar entre las áreas de topografía para el cálculo planimétrico de distancias y el área de formación general matemática.

Si acepta que su pupilo sea parte de este estudio requerirá participar en la aplicación de la secuencia de aprendizaje, la cual consideran una duración de 12 horas pedagógicas durante el mes de noviembre en horario de clases.

La participación es totalmente voluntaria y el estudiante podrá abandonar la investigación sin necesidad de dar ningún tipo de explicación o excusas y sin que ello signifique algún perjuicio o consecuencia para usted.

Además, tendrá el derecho a no responder preguntas si así lo estima conveniente. La totalidad de la información obtenida será de carácter confidencial, para lo cual los informantes serán identificados con código, sin que la identidad de los participantes sea requerida o escrita en la o las entrevistas. Los datos recogidos serán analizados en el marco de la presente investigación y su presentación será efectuada de manera que los usuarios no puedan ser individualizados.

La participación en este estudio no le reportará beneficios personales, no obstante, los resultados del trabajo constituirán un aporte al conocimiento en materias significativas para la educación matemática.

Si tiene consultas respecto de esta investigación, puede contactarse con el investigador responsable, María José Grancelli Cancino a su mail m.j.grancelli@gmail.com

Si desea efectuar consultas respecto a los derechos del participante puede contactar al director del programa de Magíster en Educación Matemática de la Universidad Católica Silva Henríquez, profesor doctor Jorge Ávila Contreras al correo electrónico javila@ucsh.cl

Por medio del presente documento declaro haber sido informado de lo antes indicado, y estar en conocimiento del objetivo del estudio.

Manifiesto mi interés de que mi pupilo participe en este estudio y he recibido un duplicado firmado de este documento que reitera este hecho.

Yo ____, apoderado del estudiante ____, acepto que mi pupilo participe en el presente estudio.

____

Firma del apoderado.

Consentimiento informado del director.

AUTORIZACIÓN DE INSTITUCIONES

PARA REALIZACIÓN DE INVESTIGACIÓN CON PERSONAS

ESTABLECIMIENTOS EDUCACIONALES

Yo,____,
Director(a) de____.

Otorgo las facilidades correspondientes para desarrollar el presente estudio, a la investigadora de la Universidad Católica Cardenal Silva Henríquez, María José Grancelli Cancino Investigador Principal, y cuyo profesor tutor es el Dr. Eduardo Carrasco, miembro del Claustro Magíster de la Universidad Católica Silva Henríquez y académico de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, para realizar el estudio “Configuración de los dipolos modélicos en la práctica del topógrafo: una experiencia en formación técnico profesional”, en la institución que represento.

Expreso estar en conocimiento que el objetivo principal de este trabajo es diseñar situaciones de aprendizaje interdisciplinar entre las áreas de topografía para el cálculo planimétrico de distancias y el área de formación general matemática.

Ello implica las siguientes acciones investigativas en mi institución:

Aplicar una secuencia de aprendizaje a estudiantes de un curso de segundo medio, durante 12 horas pedagógicas en horario lectivo de clases.

Entrevistas semiestructuradas, a algunos estudiantes en el caso de ser necesario, para profundizar sus respuestas dadas en la secuencia.

He sido informado de que la totalidad de la información obtenida será de carácter confidencial, para lo cual los informantes serán identificados con código, sin que la identidad de los participantes sea requerida o escrita en la o las entrevistas. Los datos recogidos serán analizados en el marco de la presente investigación y su presentación será efectuada de manera que los usuarios no puedan ser individualizados, y que una vez finalizado el estudio se me hará llegar una copia sumaria de los resultados.

Si tiene consultas respecto de esta investigación, puede contactarse con el investigador responsable, profesor doctor Eduardo su mail institucional: eduardo.carrasco@umce.cl.

Por medio del presente documento declaro haber sido informado de lo antes indicado, y estar en conocimiento del objetivo del estudio.

Manifiesto mi interés de participar en este estudio y he recibido un duplicado firmado de este documento que reitera este hecho.

Firma: ____

Nombre: ____

Timbre de la Institución: ____________________________

Consentimiento informado especialista topógrafo:

CONSENTIMIENTO INFORMADO

(Aplicación de Entrevista)

Usted ha sido invitado(a) a participar en el Proyecto de Investigación “Secuencia de articulación en la enseñanza de la trigonometría y la topografía”, a cargo del investigador María José Grancelli Cancino, estudiante de magister de la Universidad Católica Silva

Henríquez, cuyo profesor tutor es el doctor Eduardo Carrasco, miembro del Claustro Magíster de la Universidad Católica Silva Henríquez y académico de la Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación.

El objetivo principal de este trabajo es la creación de una secuencia articuladora en la enseñanza de la trigonometría y topografía.

Si acepta ser parte de este estudio requerirá participar de algunas entrevistas individuales las cuales consideran una duración de 30 a 45 minutos durante el mes de junio.

Su participación es totalmente voluntaria y podrá abandonar la investigación sin necesidad de dar ningún tipo de explicación o excusas y sin que ello signifique algún perjuicio o consecuencia para usted.

Además, tendrá el derecho a no responder preguntas si así lo estima conveniente. La totalidad de la información obtenida será de carácter confidencial, para lo cual los informantes serán identificados con código, sin que la identidad de los participantes sea requerida o escrita en la o las entrevistas. Los datos recogidos serán analizados en el marco de la presente investigación y su presentación será efectuada de manera que los usuarios no puedan ser individualizados.

Su participación en este estudio no le reportará beneficios personales, no obstante, los resultados del trabajo constituirán un aporte al conocimiento en materias significativas para la formación de profesores/as y educadores.

Si tiene consultas respecto de esta investigación, puede contactarse con el investigador responsable, María José Grancelli Cancino al teléfono 954119736 o a su mail m.j.grancelli@gmail.com

Si desea efectuar consultas respecto de sus derechos como participante puede contactar al director del programa de Magíster en Educación Matemática de la Universidad Católica Silva Henríquez, profesor doctor Jorge Ávila Contreras al correo electrónico javila@ucsh.cl

Por medio del presente documento declaro haber sido informado de lo antes indicado, y estar en conocimiento del objetivo del estudio.

Manifiesto mi interés de participar en este estudio y he recibido un duplicado firmado de este documento que reitera este hecho.

Acepto participar en el presente estudio (Firma y Nombre)

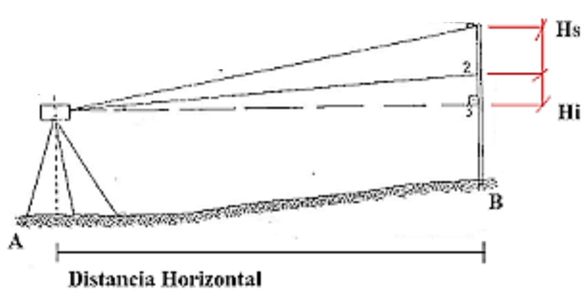
____

Fecha: __________________

Entrevista al topógrafo:

Entrevista a profesional de topografía

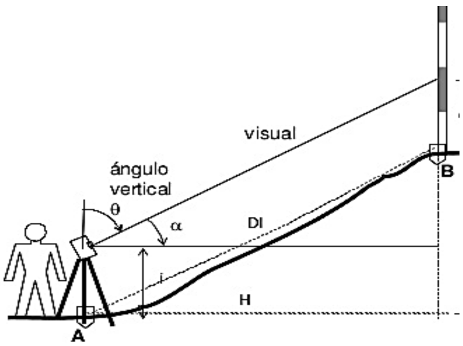
1. En general, ¿qué tipo de problemas aborda en su trabajo diario? Ejemplifica uno de esos problemas.
2. ¿Cómo resuelve esos tipos de problemas?
3. Cuando debe realizar el cálculo del área de un terreno ¿qué aspectos consideras? Mencione que procedimientos utiliza.
4. Explique cómo resolvería los siguientes problemas: A. En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas: (Instrumento: Nivel topográfico)



Hs = 1.562 m Hi = 0.850 m

De acuerdo con esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrico equipo = 100)

5. En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas y ángulo vertical: (Instrumento: Teodolito Electrónico (Taquímetro)).



< Vertical = 94.2060

Hs = 1.562 m

Hi = 0.850 m

De acuerdo con esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrico equipo = 100)

7. Si un egresado del liceo, va a trabajar contigo. ¿En qué debe fijarse para hacer bien su trabajo?

Secuencia didáctica

Fase 1

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.

FASE 1: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

<u>Integrantes</u>

Nombre 1:____

Nombre 2: _______________________________________

Nombre 3: _______________________________________

Nombre 4: _______________________________________

ACTIVIDAD 1

En grupos de 4 integrantes y utilizando la cinta métrica, miden el largo y el ancho del patio central. Has lo mismo con el patio de los talleres de especialidad.

Deben marcar en que sector del patio comenzó su medición y donde termino. Realicen dos mediciones por cada sector.

Con la información obtenida completen la siguiente bitácora:

	Patio central		Patio de talleres	
	Largo	Ancho	Largo	Ancho
Medición 1				
Medición 2				

Compara los resultados obtenidos con el resto de los grupos y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:

1. ¿Es normal que existan diferencias en las medidas registradas?

2. ¿Por qué crees que las medidas obtenidas son diferentes en los grupos?

3. ¿Qué propones para memorizar estas diferencias?

4. ¿Consideras que la cinta métrica es óptimo para medir grandes distancias? ¿Crees que exista otro método?

5. Estas son las medidas registradas en el plano de arquitectura del colegio________ ¿qué tan parecidas son las medidas obtenidas por tu grupo?

6. ¿Crees que exista alguna forma de minimizar estas diferencias?

7. Junto a tu grupo van a medir (usando la cinta métrica) un sector seleccionado en la granja. Intenten ser lo más precisos posible.

8. Comparen sus resultados con los obtenidos con los otros grupos.
   ¿Crees que existen más diferencias en esta medición, que en las mediciones de los patios interiores del colegio? ¿A qué crees que se deba esta diferencia?

9. Estas es la medida exacta _______ del sector de la granja que ustedes midieron. ¿Cómo sería posible minimizar el error de medición?

Fase 2

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.

FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: ____

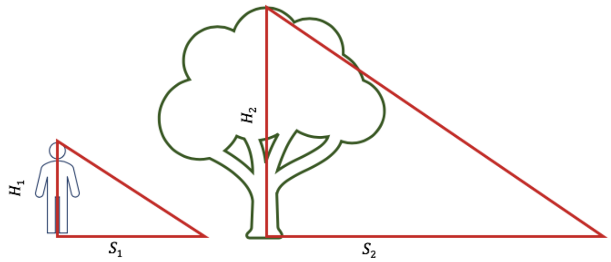
Nombre 2: ____

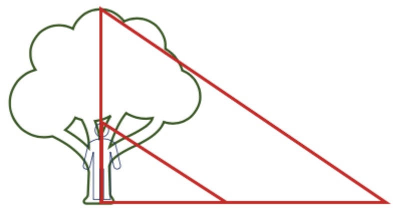
Nombre 3: ____

Nombre 4: ____

ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho, se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tú altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.





En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm. Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros, ¿Cuánto mide Sergio?

Es momento de aplicar en tu entorno.

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

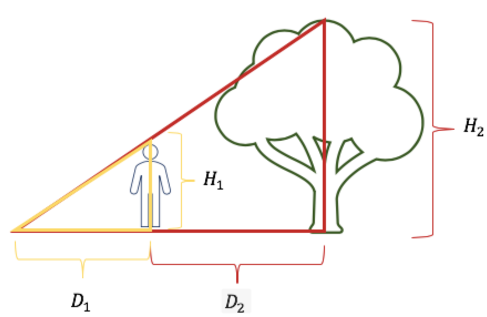
Árbol del patio central.

Reja de la entrada

Muralla del gimnasio

¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared del gimnasio.

Diseñe una estrategia para estimar la distancia solicitada, la cual debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué medidas son necesarias para obtener la distancia deseada?

2. ¿Cómo obtendrás la altura de la pared del gimnasio?

3. ¿Qué piensas al respecto? ¿Es lo más optimo este método en el caso de que la altura se desconozca?

Una vez elaborado su diseño y siendo este aprobado por su profesora, salgan a implementarlo.

En un plenario los estudiantes muestras sus diseños elaborados para el cálculo de distancia

Actividad.

Si se desea medir la distancia horizontal en un terreno donde no hay árboles ni construcciones que sirvan como referencia para la altura, bajo esta condición:

1. ¿Será posible utilizar el teorema de Thales para el cálculo de distancia?

2. ¿Cómo lo harías?

Fase 3

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.

FASE 3: CONOCIENDO LA MÁQUINA

Integrantes

Nombre 1:____

Nombre 2: ____

Nombre 3: ____

Nombre 4: ____

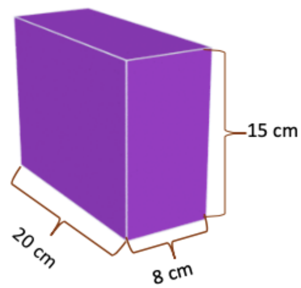
ACTIVIDAD 3

Los topógrafos, son especialistas cuyo trabajo está centrado en dos grandes áreas, una de ellas es la que se denomina planimetría y es donde el cálculo de distancias horizontales se vuelve un trabajo crucial.

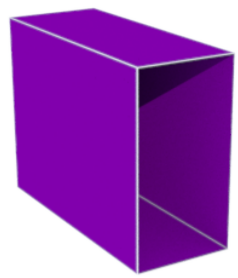
Materiales para la construcción de un teodolito.

- Un transportador.
- Una caja rectangular. (con medidas aproximadas de 15x20x8 centímetros)
- Hilo grueso. (Ejemplo hilo de volantín)
- Un plomo.
- Cinta adhesiva transparente.
- Un chinche de cabeza plástica.
- Un compás.

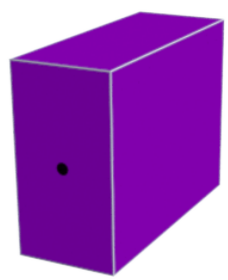
Pasos para construir el teodolito



Paso 1: Extrae una de las caras que tiene una medida aproximada de 8x15 centímetros.

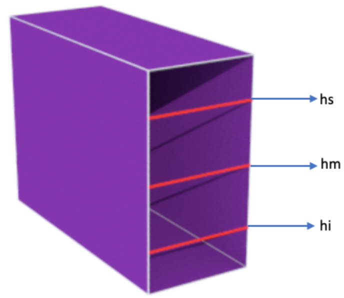


Paso 2: Extraer un círculo de diámetro 1 centímetro en la cara paralela utilizada en el paso 1



Paso 3: Ubicar un trozo de hilo por la mitad de la cara extraída en el paso 1. Este hilo se denominará hilo medio (hm)

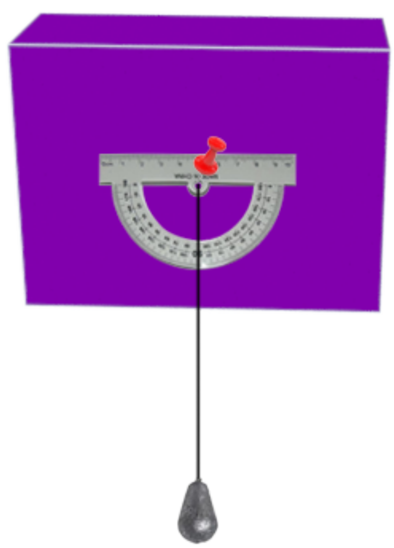
Paso 4: En la misma cara extraída en el paso 1 a 3 centímetros de los extremos de 8 cm trazar un hilo. Estos hilos se denominarán hilo superior (hs) e hilo inferior (hi).



Paso 5: En una de las caras de 15x20 centímetros ubicar justo en la mitad un hilo de 1 metro que cuelgue afirmado de la chinche.

Paso 6: Del extremo del hilo colocar el plomo colgando.

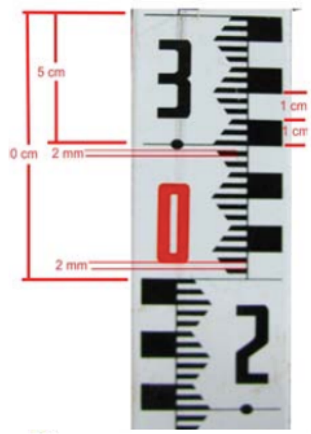
Paso 7: Justo donde está ubicado el chinche pegar el transportador, ubicando los 0º donde se encuentra el chinche.



Para comenzar a utilizar la máquina que construyeron primero deben conocer el siguiente instrumento que les ayudará en esta labor

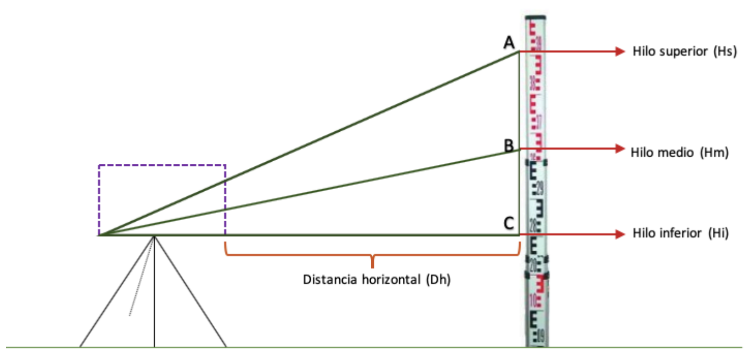
Miras topográficas: Son reglas graduadas en metros, decímetros, centímetros y dobles milímetros, pudiéndose apreciar el milímetro. Suelen ser de 4 metros de altura, y vienen divididas en tramos plegables para facilitar su almacenamiento y traslado.

Para facilitar la lectura, la mira se dispone dividida en decímetros. La numeración se va alternando en dichos decímetros. La unidad que indica los metros se encuentra rotulada en rojo. Justo encima se encuentra la unidad que indica los decímetros, que se rotula en negro (como se muestra e la figura a continuación)



La máquina que acaban de construir se denomina teodolito la cual es una herramienta que utilizan lo topógrafos para recoger información necesaria para determinar la distancia horizontal.

En pocas palabras tu teodolito y el que utiliza el topógrafo funciona de la siguiente manera:



Utilizando la imagen de referencia y el funcionamiento de su teodolito responda las siguientes preguntas.

1. ¿Es posible calcular la medida del segmento AC? Explique.

2. Identifique las medidas que necesitan para calcular la distancia horizontal (Dh).

3. ¿Es posible obtener las medidas necesarias para estimar el cálculo de la distancia horizontal?

4. Determine una expresión que permita obtener la distancia horizontal (Dh). Entregue un nombre a cada variable si fuese necesario.

Calibración de su teodolito.

Junto a tus compañeros de grupo van a salir a calibrar su instrumento para esto usted va a utilizar la expresión creada con anterioridad y compararan los resultados obtenidos con las medidas reales que se encuentran registradas en los planos del colegio.

1. Primero van a estimar la medida del patio central, deben realizar un dibujo de referencia donde se visualiza la situación. Se sabe que la distancia solicitada es: ______

2. Ahora van a estimar la distancia demarcada en la granja, sabiendo que mide:

3. Por último estimen la distancia que existe entre la entrada a la granja y el gimnasio del colegio, dado que esta distancia es:______

4. ¿Qué condiciones se deben cumplir para obtener la distancia deseada sin errores?

Una vez que vuelvan a la sala de clases, los estudiantes exponen los resultados obtenidos y que tan cercanos son al valor real, deben explicar los procedimientos utilizados.

Ahora…

Para el topógrafo la fórmula que le permite el cálculo de la distancia horizontal es

$$Dh = k \cdot G$$

1. ¿Cómo se relaciona esta fórmula con la expresión que usted creo?

2. En su expresión ¿qué sería k y que sería G?

3. Para los topógrafos k se denomina como constante estadimétrica y es entregada por el fabricante del equipo topográfico, ¿con qué elemento de su expresión para el cálculo de distancia horizontal se relaciona esta constante estadimétrica?

4. Por lo general los fabricantes de equipos topográficos establecen que la constante estadimétrica es 100 o en algunos pocos casos es 200, usando esta información ¿qué datos te faltarían para poder calcular la distancia horizontal?

5. ¿Cuál sería la constante k en tu teodolito?

Fase 4

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.

FASE 4: LA NECESIDAD DE LA TRIGONOMETRÍA

<u>Integrantes</u>

Nombre 1:____

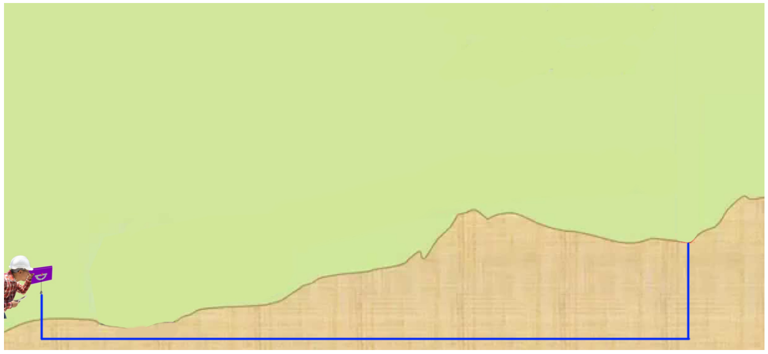
Nombre 2: ____

Nombre 3: ____

Nombre 4: ____

ACTIVIDAD 4

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.



1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

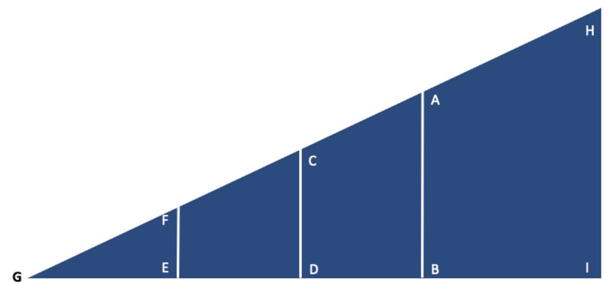
2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?

3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?

4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?

Ahora…

Consideren la siguiente figura.

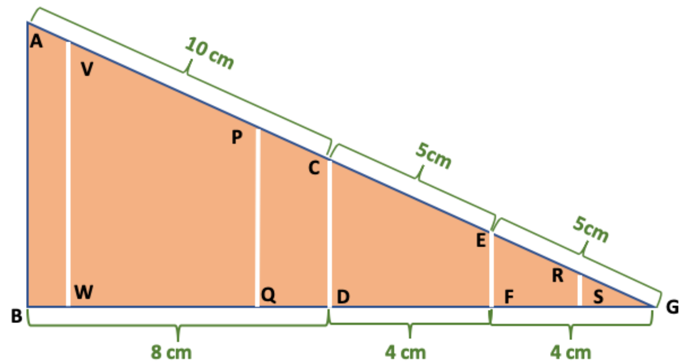


Usando una regla completar la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GB =	GA =
GD =	GC =
GE =	GF =
GI =	GH =

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

Observen y analicen la siguiente imagen



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF =	GE =
GD =	GC =
GB =	GA =
GS = 1 cm	GR =
GQ = 10 cm	GP =
GW =	GV= 9,2 cm

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

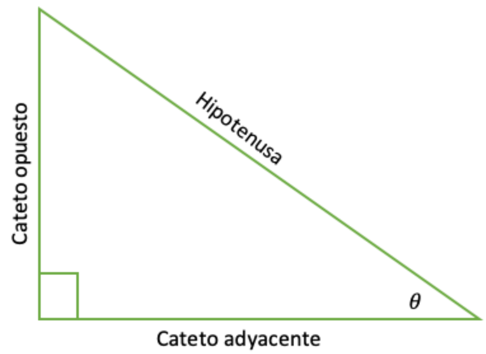
2. ¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?

3. Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común? Por ejemplo, entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.

4. Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

Parte II

Esta relación encontrada recibe el nombre de coseno y se obtiene en un triángulo rectángulo donde:



De donde se deduce que:

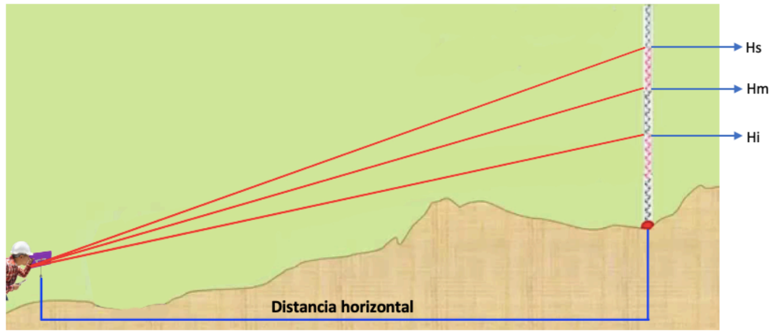
$$cos\theta = \frac{Catetoadyacente}{Hipotenusa}$$

Y de esta misma forma hay otras dos razones trigonométricas

$$sin\theta = \frac{Catetoopuesto}{Hipotenusa}$$

$$tan\theta = \frac{Catetoopuesto}{Catetoadyacente}$$

Ahora vuelvan al problema inicial.



1. ¿Qué elementos serían necesarios para poder calcular la distancia horizontal?

2. ¿Cómo obtendría cada uno de estos elementos?

3. ¿Explica cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?

4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

Junto a tus compañeros

Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que

$$Hs = 1.564m$$

$$Hm = 1.373m$$

$$Hs = 1.182m$$

El transportador del teodolito marca 120º

1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

4. Estime la distancia horizontal.

Ahora…

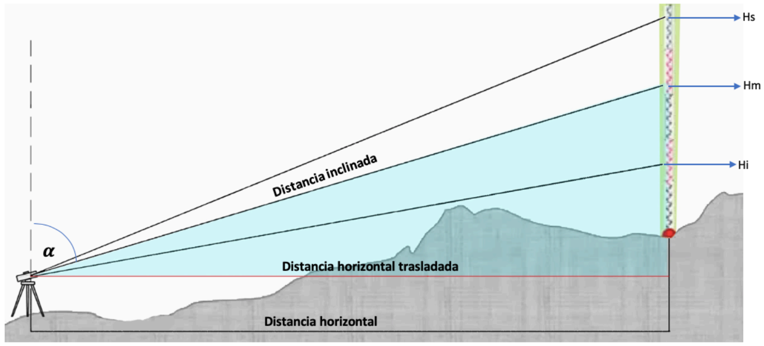
Junto a tu grupo ve a la granja y estima la distancia horizontal demarcada. Para esto tendrás que:

- Realizar un dibujo que represente la situación.
- Determinar los tres hilos usando tu teodolito.
- Determine el ángulo de inclinación del teodolito.
- Estime la distancia horizontal.

Los topógrafos utilizan la siguiente expresión para realizar el cálculo de la distancia horizontal:

$$Dh = distanciainclinada \cdot (sin\alpha)^2$$

Pero se deben considerar ciertas salvedades:



El ángulo α se denomina ángulo vertical.

Junto a tus compañeros:

1. El denominado por los topógrafos ángulo vertical ¿es el mismo ángulo de inclinación de tu teodolito?

2. ¿Por qué razón crees que utilizan la relación seno y no coseno? Explica tu razonamiento.

Utiliza la expresión del topógrafo para calcular la distancia horizontal de los dos ejercicios anteriores.

1. ¿Existen diferencias entre los dos valores de la distancia horizontal?

2. ¿Cuál crees que es más cercana a la distancia real?

3. ¿Por qué crees que los topógrafos utilizan seno del ángulo al cuadrado?

Trascripción entrevista del especialista topógrafo.

1. En general, ¿qué tipo de problemas aborda en su trabajo diario? Ejemplifica uno de esos problemas.

En el área de la topografía tu vas a poder identificar dos áreas de trabajo principales, una se ve la planimetría que es desde el punto de vista de un trabajo en dos coordenadas, donde generalmente se trabaja en plano y otro es la altimetría, en área de la altimetría tú puedes considerar dos conceptos generales, uno que es cota que es un punto referencial que puede ser cualquiera, versus altitud que es con respecto al nivel del mar, entonces en esas dos áreas se ocupa matemática que son como las básicas en el área de la topografía

2. ¿Cómo resuelve esos tipos de problemas?

Si tenemos que tomar una planimetría existen ciertos conceptos que inicialmente se deberían conocer y de los cuales algunos te lo entregan los instrumentos topográficos los principales son ángulos y distancias, ya? Con esos dos conceptos que te lo entrega el instrumento tu podrías desarrollar una serie de cálculos que se obtienen desde el instrumento pero que se calculan matemáticamente para llegar al dato que tu deseas rescatar.

3. Cuando debe realizar el cálculo del área de un terreno ¿qué aspectos consideras?. Mencione que procedimientos utiliza.

Si tuviera que nombrar el paso a paso

Número 1 sería siempre ubicar un punto de referencia donde comenzar a hacer este levantamiento que en topografía se le dice PR que es el punto de referencia, desde ahí parto

Paso 2 identificar un norte, ese norte puede ser el norte conocido por brújula o un norte real, o un norte que tu asignas hacia cualquier lado y que todo esta referido a esa dirección.

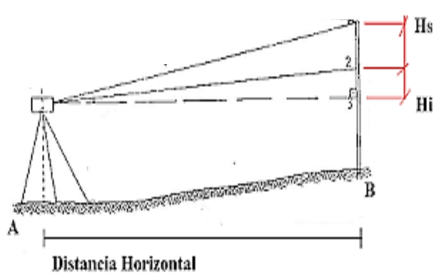
Paso 3 después de que ubicaste el instrumento y ubicaste el norte, tu instalas el instrumento topográfico cualquiera sea, es este caso para el calculo de un perímetro de un área de un terreno bastaría un nivel horizontal o un taquímetro, existen otros más avanzados, pero con ese instrumento basta para hacer esto, una vez instalado el taquímetro existen sistemas de poder calcular distancias y ángulos, uno de ellos es por radiación que es cuando tu te colocas en ese punto la estación que es el instrumento y el que va cambiando es la persona que se le dice el alarife que es la persona que afirma la mira que es esa regla graduada en 4 metros, entonces es esa persona la que se va moviendo y tu vas desde el instrumento tomando las mediciones a cada uno de esos puntos.

Y la otra forma es por traslado de instrumento tu te vas moviendo con el instrumento en distintos lados, cuando se ocupa uno y cuando se ocupa el otro principalmente si visualmente tienes campo abierto no necesitas cambiarte de estación, si visualmente un punto no lo logras ver porque hay una edificación o algo entre medio te cambias con el instrumento y sigues tomando los puntos

4. Explique cómo resolvería los siguientes problemas:

En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas:

(Instrumento: Nivel topográfico)



Hs = 1.562 m

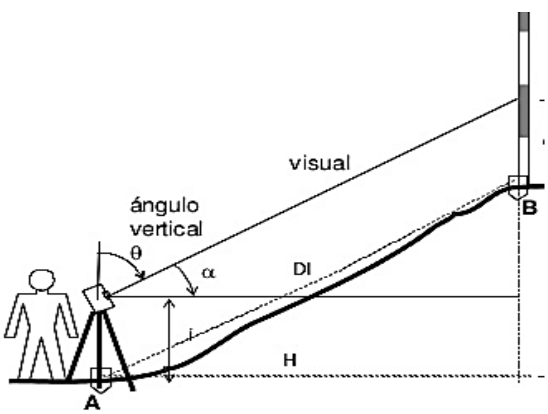
Hi = 0.850 m

De acuerdo a esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrica equipo = 100)

Este ejercicio que es con un nivel horizontal, la diferencia con el nivel topográfico horizontal que se mueve horizontalmente y no tiene ángulos verticales la formula para calcular aquí te piden distancia horizontal sería igual al hilo superio que te lo dieron ahí menos el hilo inferior que tambien te lo dieron y eso multiplicado por la constante 100 y eso lo que te va dar es la distancia medida desde ese punto que sería el mismo punto del terreno, el ejemplo que te daba denante Pr, bueno Pra y Prb te va a dar la distancia hasta ahí esa distancia es la que te da eso estrasladable y que con esos datos mas el ángulo tu puedes rescatar otra información, pero ya con eso podrías calcular la distancia horizontal.

5. En terreno se registraron las siguientes lecturas estadimétricas y ángulo vertical:

(Instrumento: Teodolito Electrónico (Taquímetro)).



< Vertical = 94.2060

Hs = 1.562 m

Hi = 0.850 m

De acuerdo a esto, Calcule la Distancia Horizontal entre los dos puntos. (Constante estadimétrica equipo = 100)

Claro esta medición se hace con taquímetro que es lo que te explicaba hace un ratito, que el taquímetro mide ángulos vertical, cuando uno define usar un taquímeto o un nivel horizontal de acuerdo al terreno, si el terreno tiene muchos desniveles te combiene ocupar un taquímetro como el ejemplo de acá. Entonces aquí es lo mismo, solo que la diferencia esta en esto, el triángulo que se nos genera acá la distancia horizontal calculada de la misma forma que te dije denante va hacer esa medida, va a ser la hipotenusa del triángulo,el ángulo que te da el ejercicio dependiendo de la configuración de equipo, que por lo general se mide de 0 hacia arriba va a ser ese ángulo 94 coma algo grados centecimales por lo tanto ahí sacas el ángulo que te falta y te va a dar el ángulo del trángulo para sacar esta medida, que sería la distancia horizontal recta versus esta medida que es la altitud medida en ese punto, entonces es esta distancia y esa distancia, ya pero la fórmula es la misma solo que te da esa y no la recta como en denante, claro aquí utilizas trigonometría para obtener esa medida o esa medida, para el dibujo planimetrico te sirve esta medida y para el dibujo altimetrico te sirve esa medida que sería eso igual a la cota esa es la cota y esta de acá sería la distancia horizontal de la planimetría

6. Si un egresado del liceo, va a trabajar contigo. ¿En qué debe fijarse para hacer bien su trabajo?

Yo creo que son tres cosas las que debería una persona que se dedica a esto a nivel técnico salido de colegio que debería tener como competencia.

Primero es lo teórico el marco teórico que son los conceptos conocer que significa cota, conocer que significa azimut, que significa rumbo conocer todas esas terminologías inicialmente que eso se ve en el aula.

Segundo es la práctica topográfica , la práctica topográfica es la manipulación de algún instrumento, porque si ese chico no lo manipula va poder trabajar con datos que le entreguen entonces si en ese colegio que tu dices que hay una formación técnica de levantamiento topográfico si tienen instrumentos topográficos él va atener práctica topográfica si no le van a dar el dato nomas y él va atener que trabajar con el dato. El dato final de un dibujante técnico es el desarrollo de perfiles topográficos o de planos de curvas de nivel ese es como el resultado de un dibujante técnico, pero para llegar a eso necesita pasar por la medición, los datos y después el calculo.

Y después el tercer paso es el cálculo, un chico debe saber calcular pendiente, calcular trigonometría básica seno, coseno tangente no mas que eso y con los conceptos que tenga anteriormente él ya podría realizar un gráfico planimétrico o altimétrico indistintamente

Transcripción de las reproducciones estudiantiles

Fase 1

7. ¿Es normal que existan diferencias en las medidas registradas?

Grupo 1

E1: Yo opino que no debería ser normal, ya que si mide 116 m debería darnos eso, según yo estamos mal porque no seguimos la línea nos desviamos

E2: Claro ahí nos estamos inclinando, y la inclinación hace que sea más corto o más largo.

E3: ¿Todos opinamos lo mismo?

E2: Si, por la inclinación y como no somos perfectos nos íbamos enchuecando poco a poco y fue disminuyendo

E3: Si po nos fuimos para allá y para acá

E1:Si, eso implica bastante y nos dio 8 menos que la media

Grupo 2

E1: Yo creo que si

E2: Porque si, no tenemos los instrumentos para medir exacto no nos va a salir

E1: Y aparte para calcular la medida con el dedo tampoco íbamos a lograr

E3: Tendríamos que tener una huincha demasiado grande

E4: No teníamos algo para marcar

Grupo 3

E1: Yo creo que si es normal

E2: Porque cuando están midiendo no ves que ponen la huincha antes de la, primero nadie la pone justo donde termino la ultima medición

E1: Yo creo que las diferencias son si lo pones antes de la medición o un poquito después

E3: Yo creo que lo que puede afectar es la poca costumbre ya que uno no anda todo el día con la huincha de medir midiendo cosas

E4: A parte de que deben haber cosas mas precisas una guincha de 100 m por ejemplo, ¿qué más?

E5: No se me ocurre

Grupo 4

E1: Por supuesto

E2: Si

E1: Porque la gente no sabe medir siempre, porque se les mueve la huincha

E3: O porque mide en diagonal

E1: Si

E2: Como la huincha no siempre da para todo el recorrido, hay que sacarla, hay que ponerla.

Grupo 5

E1: Si

E2: Supongo que es porque todos estaban midiendo distinto igual, algunos estaban con una cinta métrica de costura

E3: Acuérdense que estábamos midiendo con mi pie

E2: Una vez y no resulto ya lo sabemos

E1: Nos dio margen de error de un 30

E2: Entonces, si claro que la medida va a ser inexacta si estas midiendo con algo que claramente no esta diseñando para medir tanta distancia digo yo

E3: Por otro lado esta el error humano

E4: Si

E3: Porque la huincha la ocupan varios

E1: Entonces es claramente por el error humano y porque no están diseñadas para medir grandes distancias.

Grupo 6

E1: Yo creo que si y que no. No debería porque debería ser exacto o como son distintas personas las que miden y no todos tenemos la misma percepción del

E2: La forma de medir de cada uno pudo haber sido distinta para medir más rápido

E1: Exacto, entonces por eso ninguno tienen la misma percepción del espacio y eso pudo haber influido en las diferencias

E3: Yo creo que es por la medida que teníamos, porque una huincha de 50 metros mide mas que una de un metro cada uno, eso va creando una pequeña diferencia, la que se va sumando y sumando lo que puede dar en los 10m que perdimos los 5 m

8. ¿Por qué crees que las medidas obtenidas son diferentes en los grupos?

Grupo 1

E1: Porque no todos lo hicieron igual po'

E2: Si po'

E3: Porque no tenían todos el mismo instrumento para medir

E2: Claro

E1: Porque se enchuecaron de manera distinta

E2: Si también

E4:Porque cuando tenían que poner el dedo equivocado

E1: Porque uno tenia el dedo más grande

E2: Oh si eso igual implica po'. Eso implica bastante imagina que uno pone el dedo gordo y después pone el dedo chico

E4: Es verdad

E1: Tal vez la forma en que lo hicieron, nosotros íbamos poniendo los deditos y ellos iban anotando

E3: Ellos lo iban haciendo de paso en paso (algo así)

Grupo 2

E1: Porque cada uno lo midió de forma distinta

E2: Porque algunos lo hacían poniendo el pie

E3:Algunos tenían huinchas mas grandes y otros tendían esas huinchas que son como para cocer

Grupo 3

E1: Porque cada uno lo midió de forma distinta

E2: Porque algunos lo hacían poniendo el pie

E3: Algunos tenían guinchas mas grandes y otros tendían esas guinchas que son com para cocer

Grupo 4

E1: Por lo mismo, porque algunos miden no el línea recta, sino más en diagonal. O lo mismo que nos paso a nosotros que se nos subía la guincha

E2: Si lamentable

Grupo 5

E1: Por lo mismo yo creo. Porque usaron diferentes cosas, aun que algunos usaron lo mismo cada uno media de forma distinta por ejemplo no usaban todos los metros decían cada 5 m

E2: Tiene que ver con la persona que mide, porque ella puede fallar al medir

E1: El error humano esta explicado en la pregunta 1

Grupo 6

E1: Yo creo que es normal que los resultados sean diferentes no somos máquinas, no podemos tomar una guincha y medir todo el colegio de forma exacta

E2: Yo creo que los tres tienen la razón, pero en mi opinión creo que nuestra guincha es distinta a todas la de los demás y optamos de una manera más rápida de medirlo entonces al ir así y al ir como moviéndose uno iba quitando o sumando más porcentaje en el resultado.

E3: Por eso también influye cuantos metros tengas al final

E4: En conclusión podemos decir que es normal que exista la diferencia, pero no esta bien no es exacto

E2: Yo creo que esta bien si no somos máquinas

E1: Si pero creo que debe ser exacto y es lógico que con guincha no funcione

E2: Por eso creo que nosotros al tener una guincha no hayamos encontrado las medidas exactas

E1: Si, no tenemos el equipamiento necesario como para hacerlo tan exacto

9. ¿Qué propones para minimizar estas diferencias?

Grupo 1

E1: Arreglar el error en el que te vas enchuecando cada vez, vas zigzagueando por así decirlo, no se, colocar una regla larga o una tira,… cachai?

E2: Una línea recta

E3: Como algo que te guíe de extremo a extremo.

E2: Guiarse por una línea recta. Porque con una de 5 m cada 5 m igual te vas enchuecando

E4: No se creo que no tenemos una conclusión clara

E2: Y si ocupamos otro instrumento?

E4: Si, eso. Uno que sea más preciso

E3: Eso mismo estaba pensando pero, ¿cuál?

E4: Hay como unas máquinas que te miden la inclinación

E2: Los de dibujo de cursos superiores tienen de eso, hay cachao cuando

E3: Si, te miden la inclinación y te miden, mmm no ves que tienen un palo

E1:Si

E2: Esa cuestión debe medir exacto

E3: Esas son las que usan los topógrafos

E2:Si esa

Grupo 2

E1: Tener un método más exacto

E2: Que partan del mismo lugar

E3: Yo creo que mas tiempo para ser mas detallista y tener na marca así como precisa

E1: Tener cosas para marcar, o sea si terminamos de medir marcarlo con una tiza o lago

Grupo 3

E1: Tener un método más exacto

E2: Que partan del mismo lugar

E3: Yo creo que mas tiempo para ser mas detallista y tener na marca así como precisa

E1:Tener cosas para marcar, o sea si terminamos de medir marcarlo con una tiza o lago

Grupo 4

E1: Hacer una línea recta rectísima

E2: Y si puede ser una guincha mas larga sería

E3: Una huincha del tamaño completo sería mejor

Grupo 5

E1: Usar un método estándar de medición

E2: ¿cómo que?

E1: Tal ve usar una herramienta que mida más

E3: Como la que ocupo el profe de educación física ayer, esa guincha larga

E4: Si esa, la que usa el profesor de educación física para el salto largo que claramente tiene mas metros que esta

E1: En resumen, primero sería utilizar una herramienta más específica para la función o trabajo

Grupo 6

E1: Por la diferencia de guinchas y el tamaño y de forma

E2: No porque la forma de medir es siempre la misma

E3: No poseemos maquinaria

E1: Material exacto para materia determinado para hacerlo perfectamente

E3: Yo a eso le agregaría los errores humanos igual hay errores humanos por eso si o si nos vamos a equivocar en algo

E4: Algunos no sabían como usar la guincha tampoco, pero así casi nunca usan guincha

E1: Usarla sin práctica eso igual implica sumarle o restarle cm

10. ¿Consideras que la cinta métrica es optimo para medir grandes distancias? ¿Crees que exista otro método?

Grupo 1

E1: No

E2: No

E3: ¿qué es la cinta métrica?

E1: La guincha po

E2: No, para la sala te creo

E3: Yo creo que para medir si es que 15 m

E4: Si po

E3: Pero no para medir 100 m

E4: Imagínate un kilometro con una regla de 10 cm (ríen)

E1: No, no creemos porque no es tan rápida y no es tan segura

E2: Eficaz

E4: Claro

E1: Otro método

E4: Si

E3: Pero, lo desconocemos

E1: Lo de los topógrafos po

E2: Si lo de los topógrafos

E3: Hay diferentes formas que no se como se llaman. Por mapa, como sacar la distancia que hay en cada centímetro

E1: Ah claro hacerlo por razón

E4:Proporciones

E3: Claro

E2: Si te dicen que la razón es de un centímetro es a que se yo 20 metros

E4: Ahí sacas, no tan exacto pero ahí sacas

E5: Pero tampoco es tan preciso

E1: Pero también voy a perder centímetros y algunos metros chicos

E3: Si po no es tan preciso

E2: Pero nos dará mas de 108 metros

E1: Mas preciso que eso seguro

Grupo 2

E1: Yo creo que no porque o sea igual como que varia dependiendo de como se use

E2: Yo creo que debería haber otro porque como que no es el método mas correcto por que no es del largo de todo como que llega a una parte específica y tenemos que volver a usarla y volver a marcar

E1: Y no se si habrá otro método

E3: O que la guincha sea mas larga

E1: Pero tampoco creo que haya una guincha de 110 m o si?

E4: Las que usamos en el salto de educación física

E1: Si verdad

Grupo 3

E1: Yo creo que no porque o sea igual como que varia dependiendo de como se use

E2: Yo creo que debería haber otro porque como que no es el método mas correcto por que no es del largo de todo como que llega a una parte específica y tenemos que volver a usarla y volver a marcar

E3: Y no se si habrá otro método

E2: O que la guincha sea mas larga

E3: Pero tampoco creo que haya una guincha de 110 m o si?

E1: Las que usamos en el salto de educación física

E3: Si verdad

Grupo 4

E1: No es optimo para nada

E2: ¿otro método?

E3: Los de dibujo de tercero usan algo que creo que es para medir

E1: Esas maquinitas?

E4: Si, esas pero no se como se llaman

E2: Si esas creo que sirven para medir grandes distancias

E4: Llamémoslas cámaras

Grupo 5

E1: No yo creo que no es optima para nada

E2: No sirve para ese tipo de trabajo se tiende mucho a desviar

E3: Se dobla, en vez de ir recto vas un poco en diagonal

E2: Creo que podría haber otro tipo de forma, como ondas que reboten

E4: Algo como el sonido o la luz

E2: Si

E1: Yo ceo que hay otros métodos

E3: Podrías tomar una cuerda bien tensa de extremo a otro y luego mides la cuerda

Grupo 6

E1: Ocupar un equipamiento más exacto

E2: Y que todos sepan ocuparlo

E3: Que todos tengamos la misma guincha y tener todos el mismo material

E2: Y que todos midamos del mismo lado, porque habían unos midiendo desde otros lados

E3: No es optimo, debido a que son muy pocos metros para tanta distancia y con cada vez que muevas la guincha de un lado a otro y se corre un poco la guincha

E1: Si creemos que existe otro método

E4: La tecnología

E3: Los que usan los constructores

E2: ¿cómo se llaman?

E4: No se

11. Estas son las medidas registradas en el plano de arquitectura del colegio 116m ¿qué tan parecidas son la medidas obtenidas por tu grupo?

Grupo 1

E1: Poco parecidas

E2: Casi nada

E1: Diferencias de 8 m en el patio central y 5 metros en el largo del patio de talleres y en el ancho un metro de diferencia

E4: Que mal, ¿por qué nos habrá dado un metro de diferencia?

E1: En todo caso un metro igual es bastante

E2: Si po. Hicimos súper bien esa

E4: Si po igual un metro es una persona

E2: Un brazo

Grupo 2

E1: Hubo una que obtuvimos casi la misma medida que fueron 28 cm

E2: Si

E3: Pero en las otras nos falto un poco

E2: Tampoco nos alejamos mucho, pero

E3: O sea no estuvo tan mal tampoco

E1: Para no tener el método más adecuado igual estuvimos bien

Grupo 3

E1: Hubo una que obtuvimos casi la misma medida que fueron 28 cm

E2: Si

E1: Pero en las otras nos falto un poco

E3: Tampoco nos alejamos mucho, pero

E4: O sea no estuvo tan mal tampoco

E2: Para no tener el método más adecuado igual estuvimos bien

Grupo 4

E1: El largo del patio esta casi por tres metros el ancho ahí son 6 m mas así que, el patio de talleres esta mas un poco mas cerca con una diferencia de 4 m y de 1 m en el ancho

Grupo 5

E1: En una fallamos por 2 cm pero en la otras fallamos en varios metros

Grupo 6

E1: El largo del patio central es 116,08 y el ancho es 28.85m

E2: Podemos decir que nuestra medidas no son muy exactas y para una construcción deben ser exactas y no se pueden aproximar mucho ni se aproximan

E3: La segunda medida del patio de talleres se acerca un poco más pero como un metro de diferencia, pero debió haber sido mas exacta si no hubiese sido fallida la construcción

E1: Jajaj el puente Cau Cau

Fase 2

Grupo 1

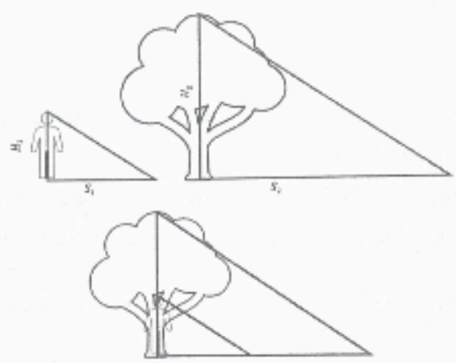
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: Bruno Acevedo
Nombre 2: Matías Pérez
Nombre 3: Vicente Yáñez
Nombre 4: Maximiliano Saez
Mathías Vielma

ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tú altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.



En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

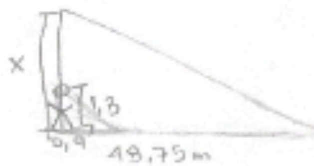
1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

$$\frac{x}{1,5} = \frac{12}{4,5} = 4,5x = 12 \cdot 1,5$$
$$4,5x = 18$$
$$x = 4m$$

El procedimiento consta en:
- Los valores dados, pasarlos a una proporción
- tal así: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_1}{s_2}$
- Reemplazar valores correspondientes
- Resolver como regla de 3 simple (cruzado)

- 1 -

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.



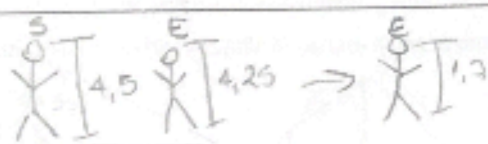
$$\frac{x}{1,8} = \frac{48,75}{0,9}$$

$$0,9x = 87,75$$

$$x = 97,5\,m$$

Procedimiento:
- Los valores dados, pasarlos a una proporción tal así $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_1}{s_2}$
- Reemplazar los valores dados correspondientes
- Resolver como regla de 3

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?



$$\frac{4,5}{4,25} = \frac{x}{1,7}$$

$$7,65 = 4,25x$$

$$1,8 = x$$

Procedimiento:
- Transformar los valores a una proporción tal así: $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_1}{s_2}$
- Reemplazar valores dados
- Resolver cruzado como regla de 3.

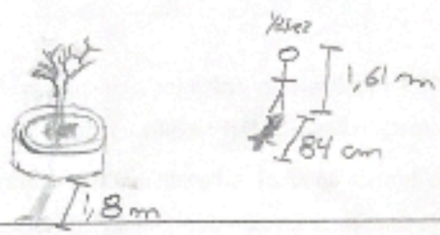
Es momento de aplicar en tu entorno.

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

Árbol del patio central.

Yáñez = 1,61 m
Sombra = 84 cm
Sombra árbol = 1,8 m

$$\frac{x}{1,61} = \frac{1,8}{0,84} = \boxed{3,45}$$



Reja de la entrada

sombra Yo = 86 cm

" reja = 50 cm

$$\frac{x}{1,61} = \frac{50}{86}$$

$86x = 8050$

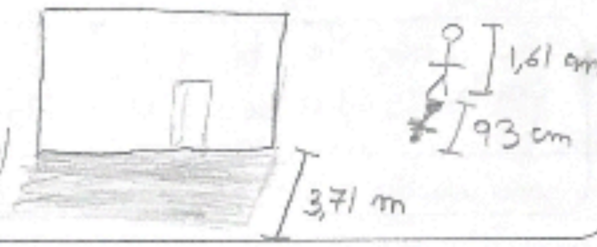
$$x = \frac{1,61}{86} = \boxed{0,93\ m}$$

Muralla del gimnasio

Sombra Yo = 93 cm

" gym = 3,71 cm

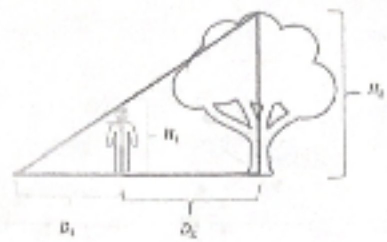
$$\frac{x}{1,61} = \frac{3,71}{0,93} = \boxed{6,42\ m}$$



¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

Sí, ya que al conocer nuestra altura y la medida de nuestra sombra y la medida de la sombra del objeto, podemos aplicar el Teorema de Thales

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

Se necesita H_1 y H_2, y una de las sombras, ya sea D_1 o D_2

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{D_1 + D_2}{D_1} = \boxed{\frac{H_2 \cdot D_1}{H_1} - D_1 = D_2}$$

Grupo 2

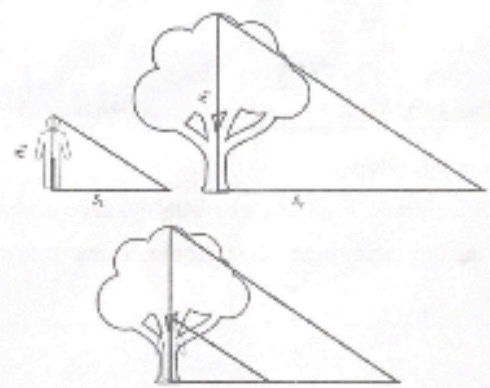
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: Sebastián López
Nombre 2: Benjamin Vásquez
Nombre 3: Luis Rojas
Nombre 4:

ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tú altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.



En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

$\frac{1,5}{4,5}$ x 12

$\frac{1,5}{x} = \frac{4,5}{12}$

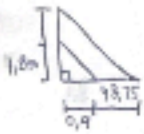
$x = 4,0$

$12 \cdot 1,5$
60
12
$18,0 \div 4,5 =$

R: Hicimos una regla de 3 simple y nos dio que el árbol tiene una altura de 4,0 mtr

-1-

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.



$$\frac{x}{48,75} = \frac{1,8}{0,9}$$

$$48,75 \cdot 1,8 = \frac{87,75}{0,9} = 97,5$$

R: La altura de la Giralda de sevilla es 97,5 metros

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

$$\frac{4.5}{4.25} = \frac{x}{1.7}$$

$4.25x = 4.5 \cdot 1.7$

$4.25x = 7.65 \quad /:4.25$

$x = 1.8$

Es momento de aplicar en tu entorno.

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

Árbol del patio central.

Sombra: 298cm (árbol)

S. Vilches: 104 cm

h Vilches: 1,82 cm

h árbol: 521,5cm

$$\frac{104}{298} = \frac{182}{521,5cm}$$

Reja de la entrada

226

Muralla del gimnasio

Sombra: 273 cm
$+145$
418

$\frac{98}{418} = \frac{182}{x}$

$= \frac{76076}{98} = 776{,}28$

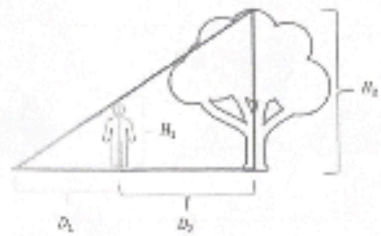
Δ hupto: 98

¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

1R:

2R. no, ya que de igual manera se requiere la cinta métrica para medir la altura de la persona y las sombras

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

las alturas se necesitan para calcular distancias

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{D_1+D_2}{D_1} = \frac{H_2}{H_1} \cdot D_1 = D_1+D_2 \rightarrow \frac{H_2 \cdot D_1}{H_1} - D_1 = D_2$$

Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared del gimnasio.

Diseñe una estrategia para estimar la distancia solicitada, la cual debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué medidas son necesarias para obtener la distancia deseada?

La altura del gimnacio
La altura de la granja

Grupo 3

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: Martín Cabezas

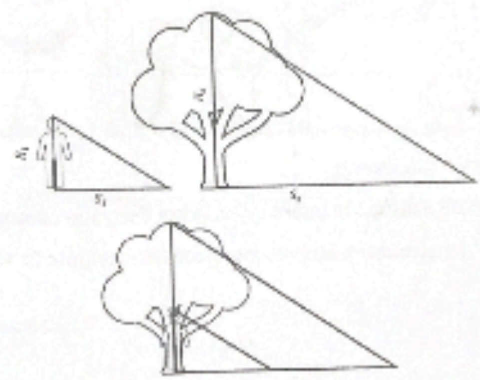
Nombre 2: Sebastián Herrera

Nombre 3: Diego Rivera

Nombre 4: Denis Rocas

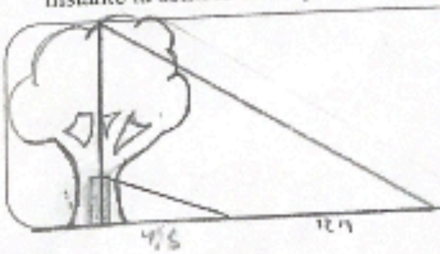
ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tú altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.



En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

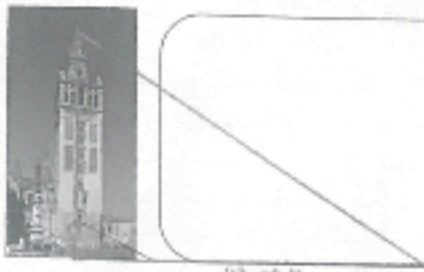


x = 4

x= sombra del árbol

$$\frac{12}{4,5} = \frac{x=4}{1,5}$$

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.

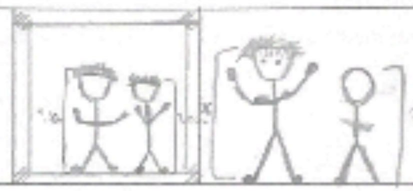


$\frac{0,9}{48,75} = \frac{1,8}{x} = 97,5$

48,75 m

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

$\frac{4,25}{4,5} = \frac{1,7}{x} = 1,8m$



Es momento de aplicar en tu entorno.

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

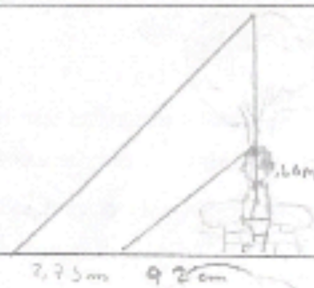
Árbol del patio central.

2,75 A.

92 cm yo

$\frac{2,75}{0,92} = \frac{x}{1,66} = 4,96m$

h = yo = 1,66 m



Reja de la entrada

85 cm Reja
75 cm yo

$\frac{0,85}{0,75} = \frac{x}{1,66} = 7,83$ m

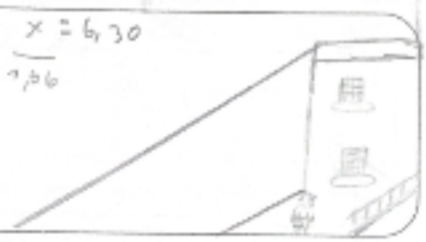
h = yo = 1,66 m

Muralla del gimnasio

3,34 m [illegible]
88 cm yo

$\frac{3,34}{0,88} = \frac{x}{1,66} = 6,30$

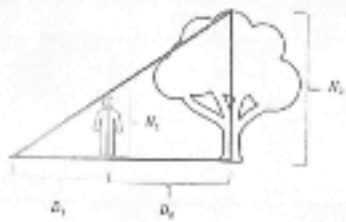
h = yo = 1,66 m



¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

Sí, porq puede medir grandes distancias [illegible]

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

lo, altura y

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$\frac{h_2}{h_1} = \frac{D_1 + D_2}{D_1}$ $\frac{h_2 \cdot D_1}{h_1} - D_1 = D_2$

Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared del gimnasio.

Diseñe una estrategia para estimar la distancia solicitada, la cual debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué medidas son necesarias para obtener la distancia deseada?

la h del gimnasio la h de la reja del gimnasio

- 4 -

Grupo 4

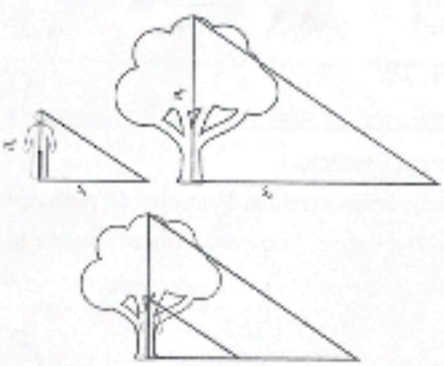
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: Franco Gallardo.
Nombre 2: Miguel Ángel González
Nombre 3: Alejandro Troncoso
Nombre 4: Sebastián Zapata

ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables mi altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.



En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.

$\frac{1{,}5 m}{4{,}5 m}$

$$\frac{x}{1{,}5} = \frac{12}{4{,}5} = \frac{1{,}5 \cdot 12}{4{,}5} = x$$

$$\boxed{x = 4}$$

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.

9,5 ?

sombras 48,75 0,9

altura 1 X 1,8

$\frac{X}{1,8} = \frac{48,75}{0,9}$

$\frac{1,8 \cdot 48,75}{0,9} = \frac{87,75}{0,9}$

$\boxed{X = 97,5}$

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

S E

ALTURA X 1,7

FOTO 4,5 4,25

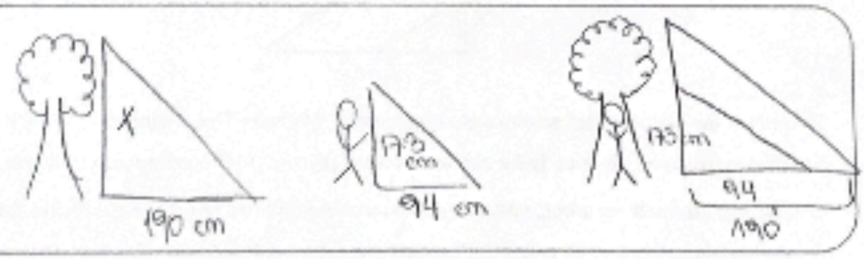
$\frac{X}{1,7} = \frac{4,5}{4,25} = \frac{1,7 \cdot 4,5}{4,25} = \frac{7,65}{4,25}$

$\boxed{X = 1,8}$

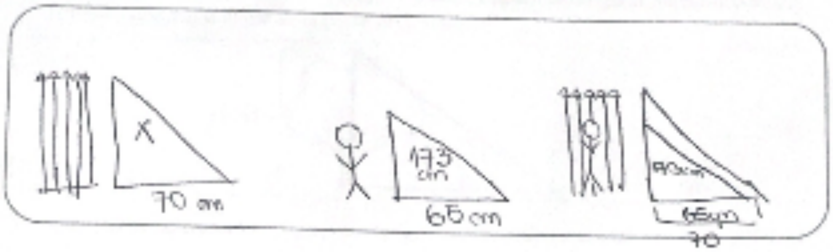
Es momento de aplicar en tu entorno.

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

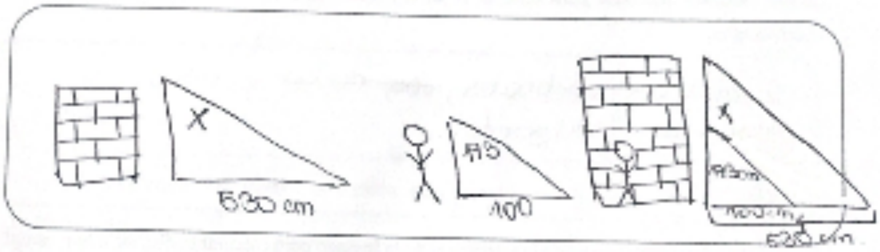
Árbol del patio central.



Reja de la entrada



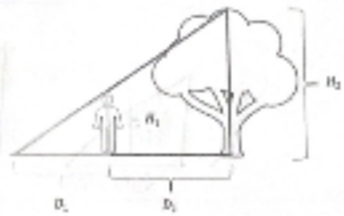
Muralla del gimnasio



¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

Si, si puede porque teniendo un otro objeto de medición el cual sea más adecuado para medir grandes distancias, lograríamos hacerlo sin mucha complicación.

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

2 medidas verticales, ~~una de la~~ y otra medida horizontal.

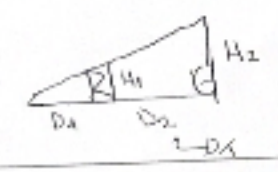
Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{d_1}{d_1+d_2} \cdot \frac{H_1}{H_2} \cdot d_1 = d_1 + d_2 = \boxed{\frac{H_1 \cdot d_1}{H_2} - d_1 = d_2}$$

Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared del gimnasio.

Diseñe una estrategia para estimar la distancia solicitada, la cual debe dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué medidas son necesarias para obtener la distancia deseada?



Altura reja
Altura gimnasio
sombra gimnasio
sombra reja

Grupo 5

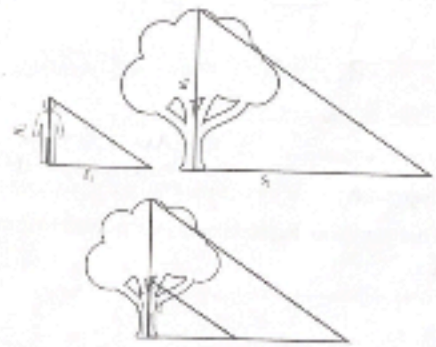
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 2: PRECISIÓN EN LA MEDICIÓN

Integrantes

Nombre 1: Sebastian Arraq Urrutia
Nombre 2: Cristopher Paredes Alarcón
Nombre 3: Diego Victoriano Rodriguez
Nombre 4: Rodrigo Vidal Cortés.

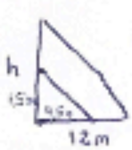
ACTIVIDAD 2

Recuerdas que en primero medio se vio el Teorema de Thales el cual era útil para el cálculo de distancias inaccesibles, de hecho se construían triángulos semejantes que representaban la realidad usando como variables tú altura y sombra más la sombra que proyecta el objeto que deseábamos medir, de esta forma se podía estimar la altura del árbol en cuestión.



En grupos de 4 estudiantes resuelva los siguientes problemas. Debe realizar un dibujo que muestre la situación descrita. Debe explicar con sus palabras el procedimiento utilizado.

1. Halle la altura de un árbol, sabiendo que su sombra mide 12 metros y que en ese mismo instante la sombra de un palo de 1.5 metros de altura mide 4.5 metros.



R/. La altura de un árbol es de 4 metros.

- 1 -

aplicamos el teorema de thales y para esto utilizamos la regla de 3 para llegar al resultado

2. Calcular la altura de la Giralda de Sevilla, sabiendo que su sombra mide 48.75 metros y que en ese mismo instante una persona de 1.8 metros proyecta una sombra de 0.9 metros.

$$\frac{h}{1,8} = \frac{48,75}{0,9}$$

h = 97,5 m

R/ La altura de la Giralda de Sevilla es de 97,5 metros.

Aquí igualmente se utilizo la regla de 3

3. Sergio sale en una foto con su amigo Enrique. En la foto Sergio mide 4.5 cm y Enrique 4.25cm . Si en la realidad Enrique mide 1.7 metros , ¿Cuánto mide Sergio?

$$\frac{h}{1.7} \times = \frac{4.5}{4.25}$$

$$\frac{4.25\,h}{4.25} = \frac{4.5 \cdot 1.7}{4.25}$$

h = 1.8

R/ Sergio mide 1.8 metros.

Es momento de aplicar en tu entorno.

y aquí también se utilizo el mismo procedimiento

Junto a tu grupo de trabajo estimen la altura de un árbol del patio central, la reja de la entrada al colegio y la muralla del gimnasio. Representa geométricamente lo sucedido.

Arbol del patio central.

Sombra árbol: 3,23 m
Sombra Araceli: 0,95 m
h Araceli: 1,73 m

$$\frac{h_a}{h_a'} = \frac{S_a}{S_a'} \rightarrow \frac{1,73m}{x} = \frac{0,95}{3,23}$$

x = 5,882 m

Reja de la entrada

Sombra Arrau: 0,91 m
Sombra reja: 0,8 m
h arrau: 1,73 m

$\frac{h\alpha}{h\alpha'} = \frac{S\alpha}{S\alpha'} \Rightarrow \frac{1{,}73}{x} = \frac{0{,}91}{0{,}8}$

$x = ?\ \underline{1{,}5\ m}$

Muralla del gimnasio

Sombra Arrau: 1,5 m
Sombra Muralla: 3,50 m
h arrau: 1,73 m

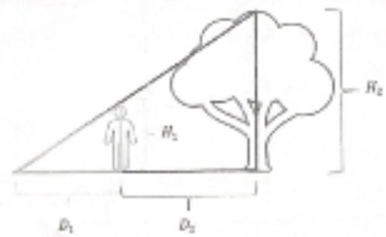
$\frac{h\alpha}{h\alpha'} = \frac{S\alpha}{S\alpha'} \Rightarrow \frac{1{,}73}{x} = \frac{1{,}5}{3{,}50}$

$x = 4{,}03\ m$

¿Será posible utilizar el teorema de Thales para medir grandes distancias (sin usar cinta métrica)?

R/. Si, conociendo las medidas necesarias de la referencia podemos medir, no tan exactamente pero es posible.

Ahora consideren la siguiente imagen y junto a tu grupo contesten las siguientes preguntas:



¿Qué medidas necesitas para utilizar el teorema de Thales para el caculo de distancias horizontales

Se necesita la altura 1 y la altura 2, además de una medida de la sombra (H_1, H_2 y D_1 o D_2)

Establezca una relación usando las variables de la imagen para calcular la distancia horizontal entre la persona y el árbol (D_2)

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{D_2 + D_1}{D_1} \Longrightarrow \frac{H_2}{H_1} \cdot D_1 = D_2 + D_1 \Longrightarrow \frac{H_2 \cdot D_1}{H_1} - D_1 = D_2$$

Ahora junto a tu grupo midan la distancia horizontal entre la entrada a la granja y la pared

Fase 3

Grupo 1

1. ¿Es posible calcular la medida del segmento AC? Explique.

Grupo 1

E1: Si es posible, si es que tenemos las medidas de la caja que sería el largo de la caja junto a la altura

E2: También pude ser la distancia esta, entre la caja y el objeto que queremos medir.

E3: No, espera es más fácil, yo creo que es tomando A y restándole C. Porque si a esto le quito este pedazo me quedo con AC

Grupo 2

E1: Si es posible, sabiendo Dh y el largo de caja y el alto de la caja y ahí por Thales lo sacamos sería el largo de la caja es a su ancho como el largo de la caja mas DH es a AC y ahí se despeja AC.

E2: Si eso esta bien

E3: Ya pero, si no tenemos DH no lo tenemos, mira lo que dice es que el teodolito recoge la información necesario para determinar la distancia horizontal así que yo creo que no es la forma debe haber otra

E1: ¿cuál?

E3: No se

E4: Y si tomamos A y le restamos C

E1: Aaaa, espera sería hilo superior menos hilo inferior?

E4: Si, eso

E1: Entonces se puede de dos formas una es con Thales y la otra es restando.

Grupo 3

E1: Bueno compañeros, yo diría que si [todos ríen] porque si sabemos DH que es la distancia horizontal

E2: Con el hilo superior

E1: Ahhh, claro claro, entiendo entiendo, si es posible

E3: Ahí hay un triángulo con un ángulo de 90

E4: Yo creo que es una buena idea y fácil restamos el hilo superior menos el e abajo el hilo inferior.

Grupo 4

E1: Yo supongo que es posible, el segmento AC está entre los hilos.

Grupo 5

Si es posible calcular esa medida, porque como son línea es como usar Thales

Pero ¿cómo?

E1: Yo ceo que si, porque conocemos la distancia de acá… conocemos la distancia que hay entre los hilos de la caja también conocemos la distancia en la que se proyecta el palo, como sabemos ambas distancias sumamos el total y podemos hacer…

E2: Si po aplicamos Thales

E3: Si, aplicamos Thales, usando la distancia desde el punto en el que vemos hasta donde se ve… claro hasta los hilos y aplicamos la otra que sería la distancia que se ve reflejada en el palo y el segmento mas la distancia que queremos saber, y ahí tendríamos Thales

E1: En conclusión si se puede

Grupo 6

E1: Si po, por Pitágoras creo

E2: Pitágoras no Thales

E3: Te da la distancia de ahí a ahí, te da DC y te está preguntando eso

E2: Te falta el cateto

E3: Entonces si se puede

E1: Pero ahora Pitágoras se puede usar solo si esto es un triángulo rectángulo

E2: Ya pero la idea de la caja es que sea un triángulo rectángulo

2. Identifique las medidas que necesitan para calcular la distancia horizontal (Dh).

Grupo 1

E1: Necesitamos las medidas de la caja, el largo y la altura y también deberíamos medir el objeto que queremos medir, o sea el objeto ese

Grupo 2

E1: Para la distancia horizontal, necesitamos las medidas de nuestro instrumento

E2: Largo y ancho de la caja

E3: Si eso

E1: Y la distancia que ya determinamos en la pregunta anterior AC

Grupo 3

E1: La de esta [señala algo en la imagen de referencia]

E2: No,

E1: El AC esas dos po

E3: No puedes tener una solamente debes tener dos

Grupo 4

E1: Si se puede

E2: Yo también pienso lo mismo, pero no se por qué

E3: Las medidas que se necesitan para la distancia horizontal supongo que son: de A a B de B a C, creo yo

E1: Si

E4: Y las medida de la caja

E1: Si estas también

Grupo 5

E1: La distancia de la caja, los hilos de cada uno y la…

E2: Sombra del objeto…

E1: No no no…

E3: La altura de donde se ve reflejado

E2: Los palos, los cuadritos de los palos

E4: Conociendo esas tres cosas estaríamos

Grupo 6

E1: ¿Distancia horizontal?

E2: Necesitaríamos las medidas de A de C o del hilo inferior, de B del hilo medio

E1: Y de A ¿o no? Del hilo superior

E2: No po

E1: ¿no es necesario?

E2: No, solo la medida de A y C

E1: No, la de A y B

E3: Para sacar la distancia horizontal, necesitamos observar el hilo inferior

3. ¿Es posible obtener las medidas necesarias para estimar el cálculo de la distancia horizontal?

Grupo 1

E1: La de la caja si, pero se complica un poco con el objeto, dependiendo de la altura que tenga y si es muy alto tendríamos que recurrir a otro tipo de medida más largo como es una huincha

E2: O la regla que tienen los topógrafos.

Grupo 2

E1: Las de A y C es posible obtenerlas con la cajita y la regla del topógrafo y las medidas de la caja también con la regla las medimos.

E2: A con eso estamos, entonces con la caja, la regla del topógrafo y una regla normal estamos.

Grupo 3

E1: Si po, pues obvio

E2: Si po, con las medidas que salen en la página 3

Grupo 4

E1: O sea, si esa usa máquina si, pero el tema es que no se usarla, por eso no se … Supongo que si se puede, pero no se… igual dice estimar así que si se puede

Grupo 5

E1: Prácticamente quiere que estimemos las diagonales con Pitágoras ¿o no?

E2: No, la distancia vertical

E3: Horizontal hombre no vertical!!! Pues hombre

E2: Aa ya disculpa

E1: El palo te muestra unos cuadraditos, tu tienes que guiarte por esos cuadrados uno por que se yo, por una tabla no se buscas la distancia entre ellos. Haces una suma o lo que necesitas para encontrar la distancia que hay entre ellos y así tienes el dato que necesitas.

Grupo 6

E1: Si, es posible yo creo que con un instrumento como el que acabamos de construir

E2: Si po, con eso medimos A y C y las medidas de la caja ya las tenemos ¿o no?

E3: Si, con una huincha medimos la caja y con la caja medimos los hilos y con eso estamos.

E2: Si debería ser capaz de medirlo porque esto no se usa solamente con

4. Determine una expresión que permita obtener la distancia horizontal (Dh). Entregue un nombre a cada variable si fuese necesario.

Grupo 1

E1: Pueder ser [piensa] la altura es un objeto que queremos medir, dividido la altura de la caja por la distancia el largo de la caja. Eso nos daría la distancia horizontal.

Grupo 3

E1: Por Pitágoras

E2: A si por Pitágoras

Grupo 4

E1: No se

E2: Pero tenemos que hacerla nosotros, eso dice la instrucción.

E3: Esto se hace con … ¿cómo se llama? Con Thales

E1: Si con Thales

E4: ¿cuáles son los datos que tenemos que relacionar con qué datos?

E1: Son dos triángulos claramente

E4: Si, tenemos un triángulo acá y otros triángulo acá [muestran la imagen de referencia]

[tienen una discusión en torno a la imagen]

E4: Tenemos las dos alturas y una base

[un rato discuten apuntando al dibujo]

E1: Tenemos la altura de la caja, las dimensiones de la caja, y ahí tienes el primer triángulo

E2: Si

E3: Después tienes el otro triángulo, el triángulo de acá

E4: Si

E4: ¡Tenemos fórmula!

E1: Ya anótala

[discuten]

E3: Tenemos que sacar la altura de la regla, que no se cómo sacarla

Grupo 5

E1: Necesitaríamos la línea más grande que sería la línea horizontal que es la que queremos sabes, mas la de la caja partido por la altura de la caja la diferencia de los hilos es igual o es como.

E2: No, espera te equivocaste

E3: La diferencia de lo hilos esa sería una distancia partido por la longitud de la caja porque ahí tendríamos la diagonal que tenemos y por último es como a la distancia total o sea la distancia de la caja más la distancia que queremos saber partido por la altura de la tabla

E1: Del palo

E3: Si, del palo

E1: Eso sería

Grupo 6

E1: Tomo como si eso fuera un cateto, este otro cateto y esa es la hipotenusa [muestra la imagen de referencia]

E2: A no, espérate. Hay que tomar en cuenta con respecto a la pregunta 2 que decía: identifique las medidas que necesita para calcular la distancia horizontal, necesitaríamos la distancia de B el hilo medio la distancia del segmento BC y la distancia DC para aplicar el teorema de Thales si no me equivoco para poder calcular la distancia horizontal, porque mira

E3: ¿son proporcionales?

E2: Si po, se supone que si

E3: A ya, vale

E1: Pero espera, aquí no podemos utilizar el teorema de thales

E3: No se

E1: Yo creo que debería ser la misma expresión

E3: Yo creo que es Thales y Pitágoras

E1: Mira es, B es a C o B dividido en C como el segmento

E3: Y si consideras por Pitágoras, este cateto y la hipotenusa

E1: No porque mira que a distancia esto eso y nosotros no necesitamos todo es solo esto de acá

E3: Bueno entonces consideremos solo eso

Ahora…

Para el topógrafo la fórmula que le permite el cálculo de la distancia horizontal es

$$Dh = k \cdot G$$

¿Cómo se relaciona esta fórmula con la expresión que usted creo?

Grupo 1

E1: K por g es lo que hicimos literalmente

E2: Con las dimensiones del teodolito

E1: Se relaciona bastante porque es lo que hicimos, pero con fórmula

Grupo 2

E1: La fórmula que nosotros creamos con esta fórmula miden lo mismo

E2: Calcula lo mismo

E1: Si po

E3: Sirven para lo mismo para la distancia horizontal.

Grupo 3

E1: Bueno nosotros no la creamos, usted la creó, más bien, otro la creo bien. Nos esta diciendo que todo esto equivale a todo esto, o sea, todo esto equivale a $k \cdot G$

E2: Son los datos conjuntos e la fórmula

E1: Si

E3: Dentro del paréntesis hay algo puede ser k o G

E1: O que los paréntesis en si sean k o G

E2: No, no puede

E4: No puede ser k porque son variantes

$E2$: k no puede ser. La a no cambia

E3: Podría ser k

E1: Pero no se que significa G, si la a es k ¿qué significa G?

E3: No lo se, parece que lo estamos haciendo al revés, porque primero nos preguntan por k

E1: No, no pregunta por ninguno primero, pregunta por lo dos a la vez. Ahora nos esta preguntando cómo se relaciona esta fórmula con la nuestra, me esta diciendo que todo esto que está acá es igual a $k \cdot G$

E3: Y que k es una constante. Y que la única constante que tenemos hasta el momento es a

E1: Bueno l también es una constante, que son las dos medidas de la caja, las dos medidas de la caja son constantes

E2: Ya y que tal si multiplicamos a y l

E4: Oye y eso no es lo que a nosotros nos dio menos a

E2: Podría ser estos 22,2 partido 5,4

E4: Si fuera eso $k$sería 4,1, si fuera 22,2 partido por 5,4, porque son las dos variables que no se modifican en ninguno de los tres casos. Y si fuera así…

E1: ¿cuánto da la resta de las haches? H sub algo menos h sub algo, la parte arriba de la fórmula

E2: aa hilo superior menos hilo inferior

E3: Si, en un caso cualquiera

E4: En la de un metro es 27

E1: ¿estas buscando la distancia entre el hilo superior y el inferior?

E3: ¿cuánto dio en un metro?

E1: ¿cuánto nos dio eso?

E3: Si

E4: 191 o sea 1,91 metros

E3: Creo que no es lo que dijimos

E2: No es a dividido l

E3: Yo creo que k es la distancia entre el superior y el inferior

E4: Y ¿qué es todo lo demás? Esa es la pregunta

E3: Podemos tomar a o l como constante porque son las únicas dos, pero ¿qué es lo demás? O ¿por qué elijes uno por sobre el otro? Si los dos son constantes

E2: Es mas a sale de la expresión y queda como un menos

E3: Si suponemos que $k = a$ quedaría $a \cdot G$

E2: Si

E3: Pero no me convence

E2: La constante viene hecha por la caja, así que debe ser una parte de la caja, pero no se que

E3: Pero mira veamos que es lo que no es constante que es lo que siempre cambia

E4: ¿Los hilos?

E2: Si, entonces G es la distancia entre los hilos, hilo superior menos hilo inferior y k es todo lo demás lo que tiene relación con la caja

Grupo 4

E1: Primero, se quiere saber la distancia horizontal, por lo que sabemos se sabe que hay una constante que yo creo que es la del instrumento, la del… de la caja

E2: A ver, yo creo que k es la constante de la máquina en sí y G es la distancia del palo, o sea la altura. Porque no se me ocurren nada más, porque…

E3: O sea, k tiene que ver con la caja, G es la altura o distancia en el palo

E1: Los hilos, esa resta de los hilos?

E3: Si eso sería G y Dh es la distancia entre el instrumento y el palo

E2: Si po, que estén relacionados esos dos datos tiene lógica

E3: De pasada contestamos la dos ¿Qué sería k y qué sería G?, de pasada lo hicimos así que seguimos con la 3.

Grupo 5

E1: En la nueva fórmula que es $Dh = k \cdot G$, k es a partido en l y G es hilo superior menos hilo inferior menos a

Grupo 6

E1: La Dhes la distancia horizontal y la k tiene que ver con las medidas del teodolito

E2: Tú dices ¿con las del teodolitos?

E3: Mmm, si yo creo que con la del teodolito

E2: Mira aquí esta la expresión

E1: Ya entonces, k es igual a…. emm… tenemos que la distancia horizontal es $k \cdot G$, tenemos que Dhes nuestra nueva x es nuestra incognita que se puede resolver mediente dos expresiones que no conocemos

En su expresión ¿qué sería k y que sería G?

Grupo 2

E1: Mira la pregunta que sigue dice que k es una cosntante estadimétrica o algo así… así que para saber que es k busquemos que es constante en nuestra fórmula

E2: mmm… yo creo que lo hilos

E1: no po, si los hilos cambian para un metro y para dos metros ¿los hilos eran iguales?

E2: No

E3: Entonces no es constante es variable

E4: Si po, y aquí dice que es una constante

E1: Ya, entonces lo que no cambia es el largo y el ancho de la caja, esa siempre s la misma

E3: Si po, si siempre usamos la misma caja

E1: Ya entonces decimos que $k$tiene relación con esta división

E3: Proporción mejor, suena más bonito

E1: Ya, entonces $k$es la proporción entre el ancho y el largo de la caja

E3: Si

E1: Y que sería G

E3: Todo lo demás, o sea los hilos

E4: Si po, sería la distancia AC en la regla

Grupo 6

E1: Acá en la dos nos pregunta que sería k y qué sería G que son los dos datos que no conocemos

E2: Son dos medidas que toman otro nombre

E3: Emm.. yo creo que Go sea k son las medidas del teodolito y la G es la medida AC

E2: A ya, si si si

E3: Que es como la línea de arriba con… la superior con la inferior

E2: Ya dejémoslo como eso, k vendría siendo como la constante del teodolito y G vendría siendo AC

Para los topógrafos k se denomina como constante estadimétrica y es entregada por el fabricante del equipo topográfico, ¿con qué elemento de su expresión para el cálculo de distancia horizontal se relaciona esta constante estadimétrica?

Grupo 2

E1: Esa ya la contestamos

E2: Si, pasemos a la siguiente

Grupo 4

E1: Con $l$sería?

E2: Claro, tiene sentido

E3: O sea si lo entrega el fabricante, solo el que lo hizo sabe

E2: Claro

E3: De el largo y el ancho de la máquina

Grupo 5

E1: Ya k

E2: Si po, k ¿con qué se relaciona?

E3: k con qué tiene relación en nuestra expresión

E4: Con a partido en l

E3: Con el teodolito

E4: Si

E3: Con las dimensiones del teodolito

Grupo 6

E1: La constante podría ser Hs menos Hi

E2: Yo creo que es más

E1: a divido l?

E2: Si

E3: A ya dejémoslo en eso entonces

Por lo general los fabricantes de equipos topográficos establecen que la constante estadimétrica es 100 o en algunos pocos casos es 200, usando esta información ¿qué datos te faltarían para poder calcular la distancia horizontal?

Grupo 2

E1: Los hilos po

E2: Si eso.

Grupo 4

E1: Por descarte, nos faltaría G que sería la diferencia del palo, la distancia entre… se me olvido como se llama la cuestión… del punto más alto l punto más bajo la diferencia esa sería G

Grupo 5

E1: Emmm. La medida del hilo superior, la medida del hilo inferior

E2: Mira tenemos la medida de k ¿qué otras medidas te faltan? Yo dije que eran la altura del hilo superior la altura del hilo inferior y a ¿nos faltaba?

E3: No po, si todo eso a y l te lo dan en k entonces… las demisiones del teodolito que estas usando las tienes. O sea te falta el hilo inferior, el hilo superior para hacer

E2: Si, pero nos dan k como constante

E3: Ya po

E2: No la dan como división

E3: Da lo mismo

E4: Y cómo ponemos a

E3: Se supone que al hilo superior menos el hilo inferior se le debe restar a

E2: Pero se puede suponer que k es a paratido por l menos a

E3: ¡eso te dije denante! No no no

E2: Si la resta de a esta dentro de k no lo necesitamos

Grupo 6

E1: Vendría siendo la G po, porque esta ya está establecido faltaría G que simplemente lo sacaríamos dividiendo por k a ambos lados

E2: Si po, porque tenemos la distancia horizontal y si dividimos por 100 o 200 tendríamos G

Fase 4

Grupo 1

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 4: LA NECESIDAD DE LA TRIGONOMETRÍA

Integrantes

Nombre 1: MATÍAS MANRÍQUEZ

Nombre 2: MARCIA PEREZ

Nombre 3: MAXIMILIANO SAES

Nombre 4: MATHIAS VIEIRA
VICENTE YAÑES

ACTIVIDAD 4

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.

1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

LA REGLA SE DEBE UBICAR EN EL PUNTO B

2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?

SI, PORQUE YA NO ES RECTO SI NO PORQUE DEBERIA QUEDAR INCLINADO MIRANDO SOBRE LA MONTAÑA PARA LLEGAR A MEDIR LA REGLA

3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?

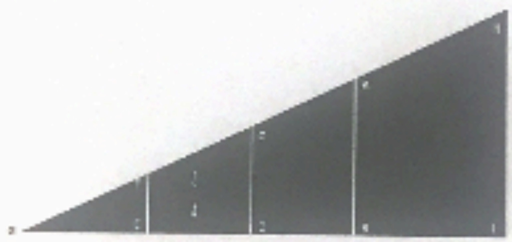
se debería en el punto B pero se debería inclinar como se inclino la cajita

4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?

El terreno ya no es plano, la regla graduada no esta arras de suelo y la cajita no esta en 90°

Ahora...

Consideren la siguiente figura.



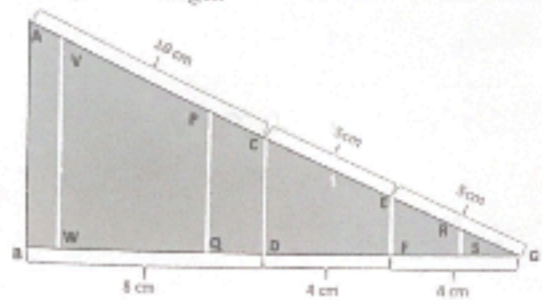
Usando una regla completar la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GB = 5,3	GA = 5,8
GD = 3,5	GC = 4
GE = 2	GF = 2,3
GI = 7,5	GH = 8,5

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

no es posible observar alguna regularidad

Observen y analicen la siguiente imagen



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4	GE = 5
GD = 8	GC = 10
GB = 16	GA = 20
GS = 1 cm	GR = 13,75
GQ = 10 cm	GP = 12,5
GW = 7,36	GV = 9,2 cm

▷ $x \cdot 0,8 = 1$
▷ $x \cdot 0,8 = 10$
$9,2 \cdot 0,8 = x$

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

Aqui se observa que aumentan el doble entre los catetos de abajo y las hipotenusas

2. ¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?

Los catetos de abajo y las hipotenusas

1. Tambien se observa otra: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{16}{20}$

$0,8 = 0,8 = 0,8$

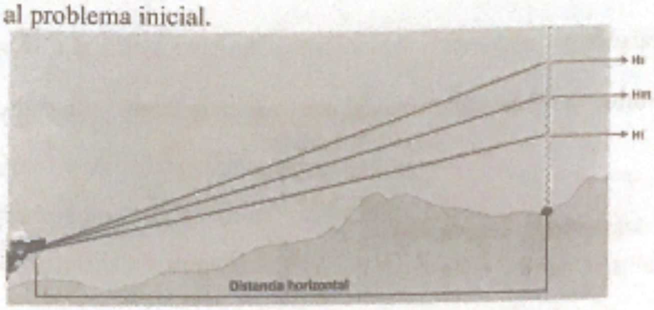
3. Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común?. Por ejemplo entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.

Los 2 son rectangulos y comparten un angulo G y comparten una porción de la hipotenusa y el cateto de abajo

4. Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

$$\frac{GF}{GA} = \frac{GD}{GC} = \frac{GB}{GA} = \frac{\text{cateto abajo}}{\text{hipotenusa}}$$

Ahora vuelvan al problema inicial.



1. ¿Qué elementos serian necesarios para poder calcular la distancia horizontal?

El Angulo del teodolito y la Regla grande
y la distancia de la diagonal y los hilos

2. ¿Cómo obtendria cada uno de estos elementos?

Con un transportador, con la cafica

3. Explica cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?

Mirando hacia arriba (inclinado)

4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

Inclinada o recta (no sabemos bien)

Junto a tus compañeros

Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que

$$Hs = 1.564m$$
$$Hm = 1.373m$$
$$Hs = 1.182m$$

El transportador del teodolito marca 120°

1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

30°

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

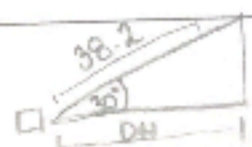
30°

3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

hipotenusa. la distancia inclinada es la misma que un terreno plano es la distancia que se busca

DH = (HS - Hi)· constante de la caja

4. Estime la distancia horizontal.



$1.54 - 1.182 = 0382 \cdot 100$

38.2

$$\cos 30 = \frac{DH}{38.2}$$

$$086 = \frac{DH}{38.2}$$

$$086 \cdot 38.2 = DH$$

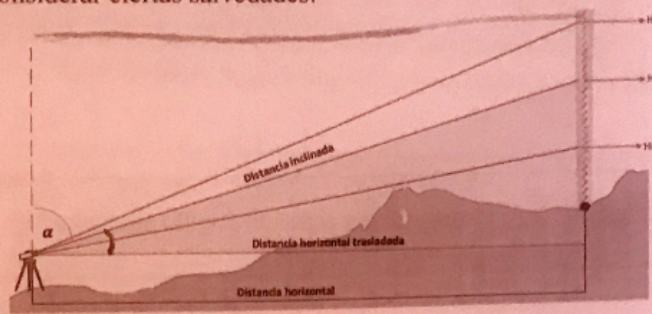
$$32{,}852 = DH$$

- 6 -

Los topógrafos utilizan la siguiente expresión para realizar el cálculo de la distancia horizontal:

$$Dh = distancia\ inclinada \cdot (sin\alpha)^2$$

Pero se deben considerar ciertas salvedades:



El ángulo α se denomina ángulo vertical.

Junto a tus compañeros:

1. El denominado por los topógrafos ángulo vertical ¿es el mismo ángulo de inclinación de tu teodolito?

NO, el angulo de mi teodolito es el que esta marcado en la imagen, creemos que α + el angulo de la caja debe sumar 90°

2. ¿Por qué razón crees que utilizan la relación seno y no coseno? Explica tu razonamiento.

porque ellos utilizan otro triangulo, no utilizan el cateto de abajo sino el de arriba

Utiliza la expresión del topógrafo para calcular la distancia horizontal de los dos ejercicios anteriores.

1. ¿Existen diferencias entre los dos valores de la distancia horizontal?

2. ¿Cuál crees que es más cercana a la distancia real?

3. ¿Por qué crees que los topógrafos utilizan seno del ángulo al cuadrado?

NO SABEMOS

Grupo 3

SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 4: LA NECESIDAD DE LA TRIGONOMETRÍA

Integrantes

Nombre 1: Cesar Apablaza
Nombre 2: Vicente Araya
Nombre 3: Martin De sosa
Nombre 4: Mauro Madariaga
Jose Muñoz
Aleks Sepulveda

ACTIVIDAD 4

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.

1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

Al final de el punto de medicion de la distancia

2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?

Si para que la distancia sea exacta

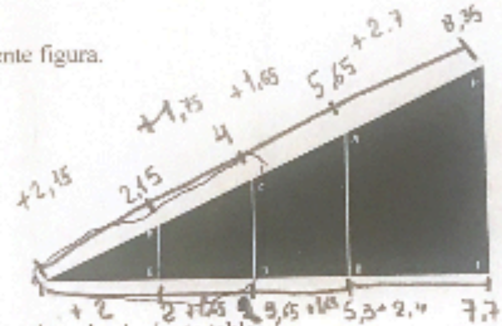
3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?

Debería subir para que no tope con nada y sea recta

4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?

la altura de la mira topografica

Ahora…
Consideren la siguiente figura.



Usando una regla completar la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GB = 5,3 cm	GA = 5,65 cm
GD = 3,65 cm	GC = 4 cm
GE = 2 cm	GF = 2,15 cm
GI = 7,7 cm	GH = 8,35 cm

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

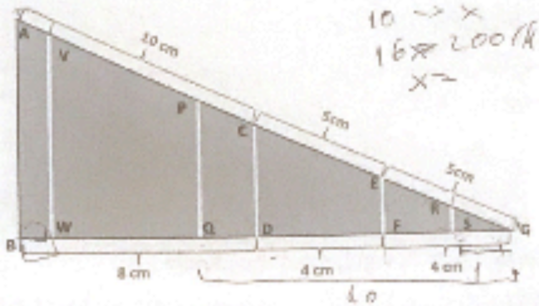
NO encontramos regularidad :c

16 → 20
x → 9,2
20x = 9,2 · 16
20x = 147,2
x = 7,36

Observen y analicen la siguiente imagen

16 → 20
10 → x
16x 200/16
x =

4 → 5
1 → x
4x = 5/1
x = 1,25



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4	GE = 5
GD = 8	GC = 10
GB = 16	GA = 20
GS = 1 cm	GR = 1,25
GQ = 10 cm	GP = 12,5
GW = ~~16~~ 7,36	GV = 9,2 cm

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

Proporcionalidad $\frac{\text{cateto inferior}}{\text{hipotenusa}}$

2. ¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?

catetos inferiores a hipotenusa de cada uno

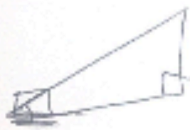
3. Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común?. Por ejemplo entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.

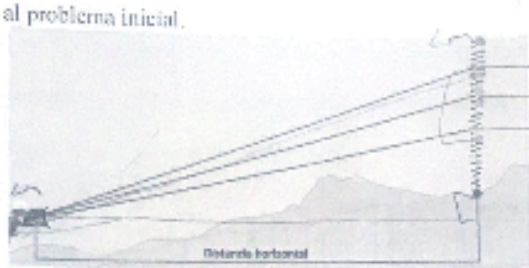
El angulo debe ser igual

4. Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

$$\frac{\text{cateto inferior}}{\text{hipotenusa}}$$

Ahora vuelvan al problema inicial.





1. ¿Qué elementos serían necesarios para poder calcular la distancia horizontal?

Altura [illegible] (teodolito y regla)
[illegible]
largo del teodolito

2. ¿Cómo obtendría cada uno de estos elementos?

Altura de la regla, [illegible]
Medidas del teodolito

3. Explica cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?

Modificar el angulo para que sea
igual que la regla y no chocar para
hacer una linea recta

4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

Al principio de la distancia
requerida

Junto a tus compañeros

Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que

$$Hs = 1.564m$$
$$Hm = 1.373m$$
$$Hi = 1.182m$$

$$\begin{array}{r} 1564 \\ -\ 1182 \\ \hline 382 \end{array}$$

El transportador del teodolito marca 120°

1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

30° porque el angulo "normal" es 90° y entre 120 y 90 son 30°

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

$\cos\theta$

$\cos 30° \to 0{,}86$

3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

$$\begin{array}{r} 1564 \\ -\ 1182 \\ \hline 382 \end{array}$$

$Hs - Hi$

4. Estime la distancia horizontal.

$\cos\alpha = \frac{CA}{Hip}$

$\cos(30) = \frac{x}{38200}$

$0{,}86 = \frac{x}{38200}$

$0{,}86 \cdot 38200 = x$

$328{,}52 = x$

$32{,}852\,m = x$

constante = 100

K = constante

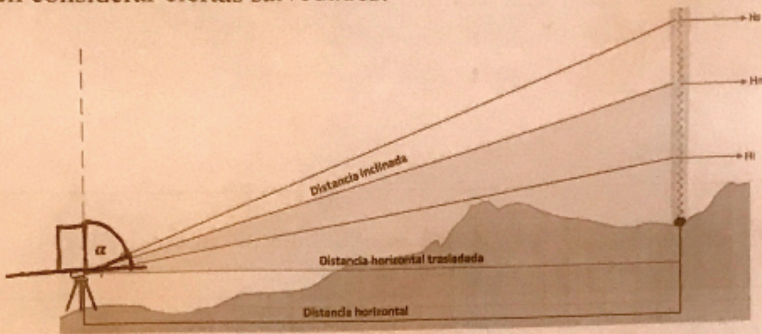
G = diferencia hilos

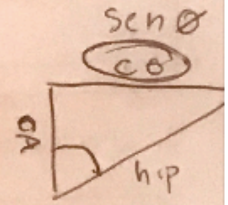
K · G = hip.

Los topógrafos utilizan la siguiente expresión para realizar el cálculo de la distancia horizontal:

$$Dh = distancia\ inclinada \cdot (sin\alpha)^2$$

Pero se deben considerar ciertas salvedades:





El ángulo α se denomina ángulo vertical.

Junto a tus compañeros:

1. El denominado por los topógrafos ángulo vertical ¿es el mismo ángulo de inclinación de tu teodolito?

El del teodolito llega hasta el hilo medio y segun el dibujo el angulo vertical es hasta el hilo superior

- 7 -

2. ¿Por qué razón crees que utilizan la relación seno y no coseno? Explica tu razonamiento.

Porque calcula el otro triangulo Trasladando la distancia y este queda como el opuesto

Utiliza la expresión del topógrafo para calcular la distancia horizontal de los dos ejercicios anteriores.

1. ¿Existen diferencias entre los dos valores de la distancia horizontal?

2. ¿Cuál crees que es más cercana a la distancia real?

3. ¿Por qué crees que los topógrafos utilizan seno del ángulo al cuadrado?

El seno cuadrado minimiza el margen de error al inclinar la regla

Grupo 5

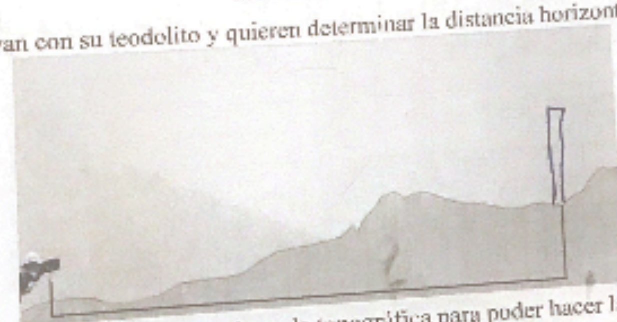
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 4: LA NECESIDAD DE LA TRIGONOMETRÍA

Integrantes

Nombre 1: Francisco Cano.
Nombre 2: Thomás Salazar
Nombre 3: Ángel Donoso Vera
Nombre 4: Set Ruz
Matías Cataldo

ACTIVIDAD 4

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.



1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?

- No, no se debería modificar
- Si, se debería modificar mirando hacia arriba para alcanzar a ver la regla.

3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?

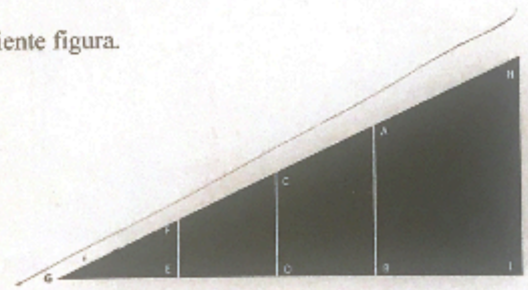
- Una primera opción sería enterrar la regla para que quede igual que la casa. Mismo nivel del suelo.
- La otra opción es inclinada igual que la casa.

4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?

- Hay que considerar que se estaría calculando una línea diagonal, la cual corresponde a la hipotenusa y no la distancia. Para la distancia hay que modificar el ángulo o la altura de la casa.

Ahora…

Consideren la siguiente figura.



Solución

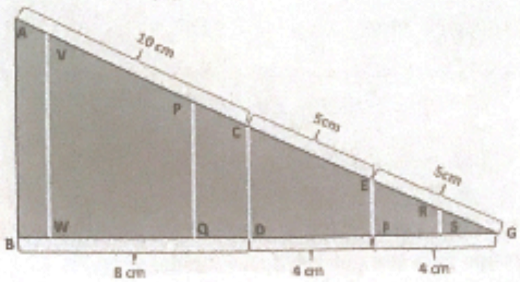
Usando una regla completar la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento	
GB = 5,75	GA = 5,8.	0,55
GD = 3,15	GC = 4	0,85.
GE = 2.	GF = 2,25	0,75
GI = 7,6	GH = 8,4.	0,8.

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

No.

Observen y analicen la siguiente imagen



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4.	GE = 5
GD = 8.	GC = 10.
GB = 16.	GA = 20.
GS = 1 cm	GR = 13,75
GQ = 10 cm	GP = 12,5
GW = 7,36.	GV = 9,2 cm

$4/5 = \frac{1}{x} = 13,75$

$\frac{4}{5} = \frac{10}{x} = 12,5$

$\frac{4}{5} = \frac{x}{9,2} = 7,36.$

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

- No encontramos regularidad en la figura Anterior. Pero acá nos dimos cuenta que si dividimos el lado con la hipotenusa siempre nos da lo mismo.

2. ¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?

- la base y la hipotenusa

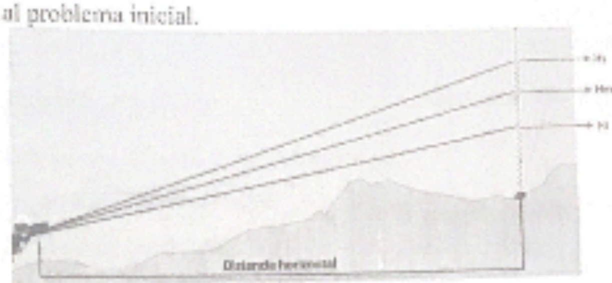
3. Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común?. Por ejemplo entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.

- Ángulo de 90° y Ángulo de la punta

4. Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

- $\frac{\text{Base}}{\text{hipotenusa}}$

Ahora vuelvan al problema inicial.



1. ¿Qué elementos serian necesarios para poder calcular la distancia horizontal?

- Los hilos, la inclinacion de teodolito y la hipotenusa

2. ¿Cómo obtendría cada uno de estos elementos?

- Con la regla, con el trasportador, con el teodolito, con la formula

3. Explica cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?

- En diagonal, como inclinado.

4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

- En la imagen se muestra una regla recta, pero pensamos que debería inclinarse

Junto a tus compañeros

Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que

$$Hs = 1.564m$$
$$Hm = 1.373m$$
$$Hs = 1.182m$$

El transportador del teodolito marca 120°

1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

- ~~&~~ 120° - 90° = 30°

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

- Es mismo del anterior.

3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

- A la hipotenusa del triangulo rectangulo

4. Estime la distancia horizontal.

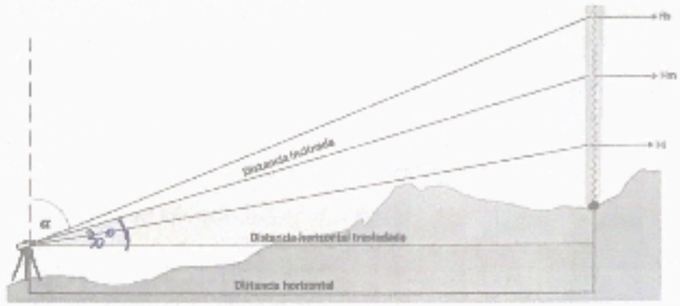
- Hipotenusa = (~~1,182~~ 1,564m - 1,182m) x 100 = 38,2m

~~DH = Base~~ Cos 30° = DH/38,2 = 32,8.

Los topógrafos utilizan la siguiente expresión para realizar el cálculo de la distancia horizontal:

$$Dh = distancia\ inclinada \cdot (sin\alpha)^2$$

Pero se deben considerar ciertas salvedades:



El ángulo α se denomina ángulo vertical.

Junto a tus compañeros:

1. El denominado por los topógrafos ángulo vertical ¿es el mismo ángulo de inclinación de tu teodolito?

-No, el ángulo de nosotros es el que está marcado en la imagen

2. ¿Por qué razón crees que utilizan la relación seno y no coseno? Explica tu razonamiento.

- Ellos utiliza un triangulo como invertido, entonces la Hipotenusa es la misma que la de nosotros, Pero su base es otra.

Utiliza la expresión del topógrafo para calcular la distancia horizontal de los dos ejercicios anteriores.

1. ¿Existen diferencias entre los dos valores de la distancia horizontal?

2. ¿Cuál crees que es más cercana a la distancia real?

3. ¿Por qué crees que los topógrafos utilizan seno del ángulo al cuadrado?

No sabemos.

Grupo 6

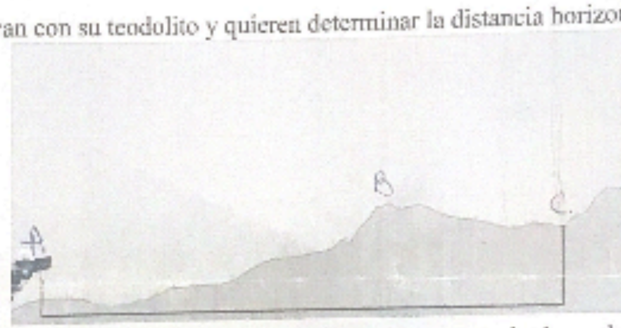
SECUENCIA DE APRENDIZAJE DE TRIGONOMETRÍA.
FASE 4: LA NECESIDAD DE LA TRIGONOMETRÍA

Integrantes

Nombre 1: Franco Gallardo.
Nombre 2: Miguel González
Nombre 3: Alejandro Trincado
Nombre 4: Sebastián Zapata

ACTIVIDAD 4

Imaginen que van con su teodolito y quieren determinar la distancia horizontal marcada.



1. ¿Dónde crees que se debe ubicar la regla topográfica para poder hacer la medición de los hilos?

primero el teodolito en el punto A y la regla en B, luego el teodolito en B y la regla en C para luego poder sumar los resultados.

2. ¿Se debería modificar la forma en la que se dispone su teodolito?

Sí, eso varía dependiendo de la altura del punto B para tener una buena perspectiva de la regla.

3. ¿Qué debería suceder con la postura de la mira topográfica?

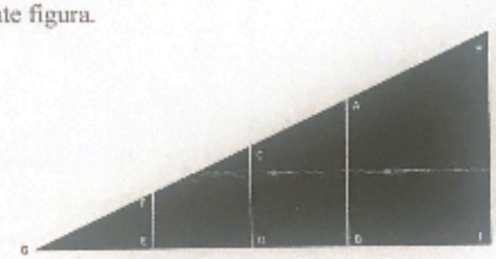
dependería de la altura del punto B y la postura para tener un buen ángulo.

4. ¿Qué estaría siendo modificado o considerado para este cálculo?

la altura del punto b y el ángulo para la vista de este.

Ahora…

Consideren la siguiente figura.



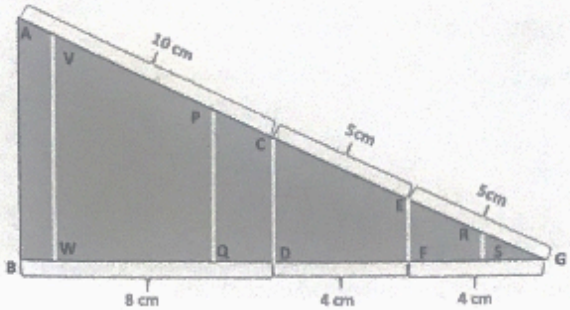
Usando una regla completar la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GB =	GA =
GD =	GC =
GE =	GF =
GI =	GH =

Si observa la relación entre los segmentos ¿es posible encontrar alguna regularidad?

Que todos los triángulos que se forman tienen los mismos ángulos o algunos ~~e~~ muy similares.

Observen y analicen la siguiente imagen



Los segmentos AB, CD y EF son perpendiculares al lado BG. Con los datos entregados en la figura, complete la siguiente tabla:

Medida del segmento	Medida del segmento
GF = 4	GE = 5
GD = 8	GC = 10
GB = 16	GA = 20
GS = 1 cm	GR = 1.25
GQ = 10 cm	GP =
GW =	GV= 9,2 cm

1. ¿Se cumple la regularidad de la figura anterior?

sí, ya que comparten el mismo ángulo de G y todos tienen ángulos de 90° y al completar para los 180°, todos tendrán el mismo valoR

2. ¿Qué lados del triángulo cumplen la regularidad?

ABG - VWG - PQG - CDG - EFG - RSG.

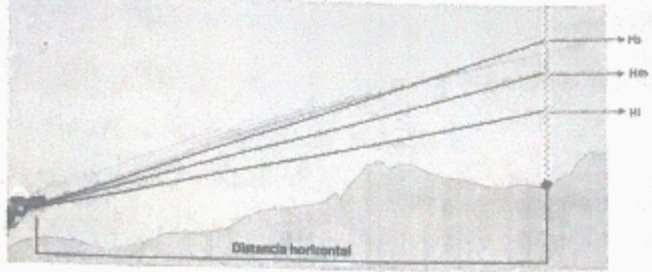
3. Para que se cumpla la relación encontrada ¿qué elementos deben tener en común?. Por ejemplo entre el triángulo ABG y el triángulo CDG.

los ángulos ya menciados, es decir, el de 90°, ~~de~~ del punto g y el restante.

4. Escriba una expresión para la regularidad encontrada.

$$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

Ahora vuelvan al problema inicial.



1. ¿Qué elementos serían necesarios para poder calcular la distancia horizontal?

Son necesarios la altura, ~~y~~ la diagonal, ángulos y medida de los hilos

2. ¿Cómo obtendría cada uno de estos elementos?

Medida hilos: se debe sacar la hipotenusa
angulos: A traves de $\cos\theta$, $\tan\theta$ y $\sin\theta$

3. Explica cómo debes posicionar tu teodolito para poder registrarlos datos necesarios?

Debe inclinarse junto al topógrafo

4. ¿Cómo se debe ubicar la mira topográfica?

Debería inclinarse junto con el Teodolito

Junto a tus compañeros

Si se desea determinar la distancia horizontal marcada en la figura, sabiendo que

$$Hs = 1.564m$$
$$Hm = 1.373m$$
$$Hs = 1.182m$$

El transportador del teodolito marca 120°

1. ¿Cuántos grados se inclinó el teodolito?

se inclinó 30°

2. ¿Cuál es el valor del ángulo θ?

3. ¿A qué valor es congruente la distancia inclinada?

4. Estime la distancia horizontal.